Modélisation d'un véhicule hypersonique à propulsion aérobie

Résumé. La modélisation d'un véhicule hypersonique (HSV) est un préalable pour la commande. Nous avons besoin d'une part d'un modèle capitalisant la connaissance que nous avons des HSV, afin de constituer une base de validation par la simulation, et d'autre part d'un modèle de comportement utilisable pour la synthèse de commande. Pour cela, nous établissons ici l'ensemble des phénomènes impliqués à différents niveaux pour modéliser le vol d'un HSV : l'aérodynamique, la propulsion, ainsi que les principales hypothèses qui les encadrent. Deux modèles en résultent : un modèle de simulation et un modèle de comportement. Une simulation en boucle ouverte est réalisée pour illustrer les principaux modes propres du véhicule modélisé, ainsi que l'identification du modèle de comportement au modèle de simulation le long des trajectoires à contrôler.

2.1 Introduction

Nous développons deux modèles : le premier pour la simulation, le second pour la commande. Le premier a pour objectif d'être relativement proche de la physique du véhicule. La simulation nous permettra ultérieurement de vérifier certaines propriétés de notre commande par rapport à différentes hypothèses simplificatrices qui auront été faites pendant la synthèse. Pour la commande, il faut disposer d'un modèle de comportement, rassemblant la connaissance *a priori* que l'on a du système et qui sera, au moins en partie, intégrée dans le contrôleur.

Or, l'étude de la commande des HSV étant relativement peu développée au démarrage de nos travaux, dans un domaine au spectre étroit et souvent confidentiel, nous ne disposions alors ni d'un modèle de simulation relativement complet et représentatif d'un véhicule, ni d'un modèle de comportement adapté au problème de commande que nous envisagions. Nous avons donc posé comme objectif l'établissement d'un modèle de simulation de HSV, dont nous déduisons un modèle de comportement pour synthétiser notre loi de commande.

Pour cela, nous commençons par rappeler le contexte, le périmètre et la méthodologie de modélisation (Section 2.2). Le modèle est ensuite présenté (Section 2.3) avant d'être développé en détails. Nous précisons alors les effort dominants intervenant au cours du vol du véhicule, c'est-à-dire les efforts aérodynamique du véhicule (Section 2.4), puis la propulsion. Concernant cette dernière, nous proposons de la modéliser par une approche détaillée pour la simulation (Section 2.5), puis par une approche synthétique pour le modèle de comportement (Section 2.6). Nous modélisons ensuite des considérations additionnelles pour établir la dynamique du véhicule (Section 2.7). À l'issue de cette revue des phénomènes physiques impliqués dans le vol des HSV, nous précisons les variables de contrôle et de sortie, afin de d'établir le modèle de comportement (Section 2.10). Une simulation en boucle ouverte des deux modèles est finalement réalisée pour illustrer les principaux modes propres du véhicule modélisé et constater la capacité du modèle de comportement à rendre compte du comportement du véhicule (Section 2.11).

2.2 Périmètre de la modélisation

2.2.1 Rôle de la modélisation

Notre objectif est ici de recueillir, discuter et contextualiser la connaissance que nous avons des phénomènes en œuvre dans le vol des HSV afin de constituer un modèle de simulation. Ce modèle nous servira de base de connaissances et nous permettra de vérifier les propriétés de notre commande par rapport aux différentes hypothèses simplificatrices qui auront été faites à l'occasion de la synthèse.

2.2.2 Contexte de l'étude

Définition 2.1 (Stratosphère [1])**.** Partie supérieure de l'atmosphère, où les gaz sont en repos presque complet.

Nous nous intéressons à la modélisation d'un véhicule démonstrateur conçu pour accélérer dans la stratosphère jusqu'à Mach 8 depuis une vitesse initiale de Mach 4. Cette plage est retenue d'une part parce que la modélisation du véhicule y est relativement homogène et d'autre part parce qu'elle est représentative des données de simulation disponibles.

Le véhicule simulé possède un rapport poussée/masse d'environ 3 et une finesse d'environ 3,7 à Mach 8. La masse sèche du véhicule est de 2650 kg, et il peut embarquer 2350 kg de carburant.

Les trajectoires considérées sont des trajectoires de croisières, définies par le Mach et l'altitude. Le véhicule est commandé par des gouvernes positionnées en empennage, et équipé d'une propulsion aérobie commandée en débit de carburant.

Les principales informations dont nous disposons concernant les écoulements étant définies dans le plan vertical de symétrie, les effets aérodynamiques et aéro-propulsifs liés aux écoulements en trois dimensions ne seront pas abordés dans cette étude.

2.2.3 Méthodologie de définition des modèles

Il n'existe pas de modèle de référence décrit à ce jour pour ce type de véhicule. Il s'agit donc dans ce chapitre d'exposer différents phénomènes en jeu dont l'agrégation constituera notre modèle de simulation. Il s'agit essentiellement de l'aérodynamique, de la propulsion et de la mécanique du vol.

Les connaissances décrites ici sont en partie spéculatives. De nombreux phénomènes sont décrits dans ce chapitre de façon simplifiée, et de façon empirique. Notre ambition au travers ce travail n'est pas d'expliquer chaque phénomène en détail, seulement de les décrire et les qualifier. En effet, ceux-ci étant généralement complexes et souvent méconnus — car difficiles à reproduire en environnement contrôlé —, ils sont chacun au cœur de différents programmes de recherche contemporains et génèrent une littérature abondante. Le lecteur intéressé pourra donc se référer à la littérature spécialisée pour approfondir, notamment à partir de Heiser et Pratt (1994) ainsi que les différents actes des conférences *Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference* (SPHSTC) de l'*American Intitutes of Aeronautics and Astronautics* (AIAA).

1. Source : Wiktionnaire.

Modèle de simulation

Généralement, un véhicule est optimisé pour opérer sur un point de croisière précis, défini par le Mach (donc la vitesse aérodynamique $V_{\text{Aéro}}$) et l'altitude h. Ensuite, une adaptation de ses performances est réalisée pour assurer le fonctionnement dans une plage autour de ce point de vol. Supposons donc un véhicule effectuant une croisière à un point de vol donnée. Le poids du véhicule en vol (produit de la masse m par la gravitation g) doit être compensé par la force F_z de sustentation du véhicule, essentiellement définie par le point de vol et les caractéristiques aérodynamiques du véhicule, c'est-à-dire la surface alaire S_{ref} et le coefficient de portance C_z. D'où

$$mg = F_z = \frac{1}{2}\rho(h)V_{\text{Aéro}}^2 S_{\text{ref}} C_z. \tag{2.1}$$

La portance étant relativement stable pour une classe de véhicule donnée, il suffit [2] d'ajuster la surface alaire à la masse et au point de vol, ainsi que de reprendre des données aérodynamiques représentatives de la classe de véhicule considéré pour obtenir un véhicule volant, en prenant soin de considérer suffisamment de marge pour permettre au véhicule de manœuvrer.

L'existence d'une portance impliquant nécessairement l'existence d'une trainée F_x dans des proportions stables pour une classe de véhicule donnée, nous pouvons alors dimensionner une propulsion T_0 qui permettra d'équilibrer le vol, avec suffisamment de marge pour réaliser des accélérations. Par exemple

$$T_0 = \frac{1}{2}m\rho(h)V_{\text{Aéro}}^2 S_{\text{ref}} C_x = \frac{mg}{f}, \qquad T_{\max} = 1{,}1T_0, \tag{2.2}$$

où f est la finesse du véhicule.

Ayant exclu les questions de mission et de faisabilité du véhicule, telle que par exemple l'adéquation de la surface alaire avec le volume de carburant nécessaire à la mission, la définition d'un hypothétique véhicule est donc réduite à l'ajustement des contraintes aéro-propulsives, ce qui nécessite de définir une aérodynamique et une propulsion. C'est pourquoi nous faisons principalement état dans ce chapitre de ces différents éléments.

Remarque 2.1. Nous basons cette étude sur l'hypothèse que nous pouvons dissocier l'étude des modèles aérodynamiques de ceux relatifs à la propulsion. Ce qui suppose par exemple que l'aérodynamique ne subisse pas trop d'influence directe du fait des écoulements liés à la propulsion, et *vice versa*. Remarquons que c'est une hypothèse forte et difficile à vérifier en l'état de la technologie actuelle. Cet élément renforce les aspects d'incertitude qui seront évoqués.

Modèle de comportement

Le modèle de comportement est dérivé du modèle de simulation. Celui-ci s'obtient de deux façons : soit par simplification, soit par changement de variable. La simplification peut consister à négliger des phénomènes dynamiques, considérés suffisamment lents ou rapides à l'échelle de la trajectoire du véhicule, ou bien à re-paramétriser de façon plus simple le modèle de simulation.

2.3 Présentation du modèle de simulation

Le modèle dynamique considéré dans le plan de symétrie vertical est un agrégat de différents modèles. Les différents modèles et paramètres sont décrits dans les sections qui suivent. Les termes utilisés sont également définis dans l'Annexe C.

2. Il s'agit ici d'une démarche simplifiée de conception. En pratique, dans le cas des HSV, des choix faits au niveau de la propulsion jouent un rôle sur l'équilibrage et la portance.

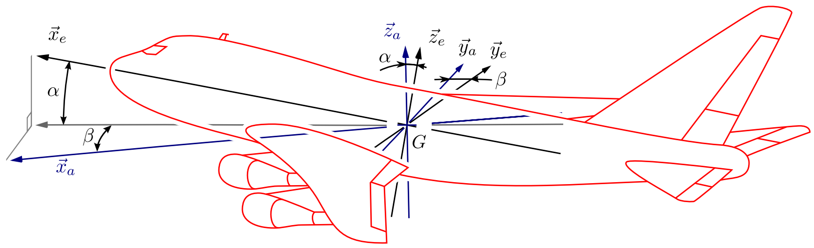

FIGURE 2.1 – Trièdre aérodynamique et trièdre engin. On passe du trièdre aérodynamique $(G, \boldsymbol{x}_a, \boldsymbol{y}_a, \boldsymbol{z}_a)$ au trièdre engin $(G, \boldsymbol{x}_e, \boldsymbol{y}_e, \boldsymbol{z}_e)$ par une rotation d'angle β autour de l'axe $\boldsymbol{z}_a$, suivie d'une rotation d'angle α autour de l'axe $\boldsymbol{y}_e$.

Les équations de mécanique du vol issues des lois de la mécanique Newtonienne sont

$$\dot{h} = V \sin\gamma, \tag{2.3a}$$

$$\begin{aligned} \dot{m}V + m\dot{V} = {} & T(h, V_{\text{Aéro}}, \mathcal{M}, \alpha, Q_c)\cos(\alpha + \varphi_f) \\ & - F_x(h, V_{\text{Aéro}}, \mathcal{M}, \alpha, \delta) - mg(h, V, \gamma)\sin\gamma, \end{aligned} \tag{2.3b}$$

$$\begin{aligned} mV\dot{\gamma} = {} & T(h, V_{\text{Aéro}}, \mathcal{M}, \alpha, Q_c)\sin(\alpha + \varphi_f) \\ & + F_z(h, V_{\text{Aéro}}, \mathcal{M}, \alpha, \delta) - mg(h, V, \gamma)\cos\gamma, \end{aligned} \tag{2.3c}$$

où (h, V, γ) est composé respectivement de l'altitude, la vitesse et la pente de vitesse ; T désigne la poussée, décrite par (2.12) ; F_x et F_z désignent respectivement la traînée et la portance et décrites par (2.5). Notons que α désigne l'incidence du vol. Par définition, $\alpha = \theta - \gamma$, où θ est l'assiette longitudinale.

À cela s'ajoute la dynamique de rotation :

$$\dot{\theta} = q, \tag{2.3d}$$

$$j_e q\,\dot{m} + J(m)\dot{q} = M_y(h, V_{\text{Aéro}}, \mathcal{M}, \alpha, \delta, q) + l_T(\varphi_f)T(h, V_{\text{Aéro}}, \mathcal{M}, \alpha, Q_c), \tag{2.3e}$$

avec q désignant la vitesse de rotation ; M_y désignant le moment de rotation et décrit par (2.9) ; et J le moment d'inertie.

Enfin, nous considérons un modèle dynamique de gouverne

$$\dot{\delta}_d = \text{sat}(\omega_\delta, -\bar{\omega}, \bar{\omega}), \tag{2.3f}$$

$$\dot{\omega}_\delta = -2\zeta\omega_0\omega_\delta - (\delta_d - \delta_r)\,\omega_0^2, \tag{2.3g}$$

avec $\delta = \text{sat}(\delta_d, -\bar{\delta}, \bar{\delta})$, et le modèle de variation de masse

$$\dot{m} = -Q_c. \tag{2.3h}$$

Les commandes de ce modèle sont la consigne de gouvernes δ_r et la consigne de débit massique de carburant Q_c.

2.4 Modélisation aérodynamique

Définition 2.2 (Incidence)**.** L'incidence est l'angle formé entre le vecteur vitesse aérodynamique et l'axe engin longitudinal, projeté dans le plan $(G, \boldsymbol{x}_e, \boldsymbol{z}_e)$ du repère engin. Voir Figure 2.1.

Définition 2.3 (Dérapage)**.** Le dérapage est l'angle formé entre le vecteur vitesse aérodynamique et l'axe engin longitudinal, projeté dans le plan $(G, \boldsymbol{x}_a, \boldsymbol{y}_a)$ du repère aérodynamique. Voir Figure 2.1.

2.4.1 Spécificité des HSV

Les contraintes actuelles d'ingénierie font qu'un véhicule réalisant une croisière à haute altitude et haute vitesse possède plusieurs spécificités.

D'une part, l'engin doit fonctionner sur une large gamme de vitesses. Le nombre de Mach de l'écoulement considéré varie alors considérablement au cours du vol. Par exemple, la plage de fonctionnement des statoréacteurs et superstatoréacteurs s'étend de Mach 2 à Mach 15.

D'autre part, la configuration aérodynamique du véhicule suppose des gouvernes de taille importante. Cette particularité est en partie due à la technologie de propulsion qui implique des moments résultants ou des couplages aérodynamiques à compenser, mais c'est aussi une conséquence de la qualité de démonstrateur du véhicule : le fait que le véhicule soit de petite taille, associé à la nécessité de marges de conception élevées pour palier la méconnaissance des modèles, participe au besoin d'importantes voilures de commande. Cette configuration implique donc qu'une part significative de la voilure portante est contrôlée (environ 25%).

2.4.2 Dynamique des interactions

Stabilité des écoulements aérodynamiques

Rappelons que de nombreux travaux [3] font état d'effets d'élasticité et d'interactions entre le flux et la structure à l'origine de dynamiques rapides perturbant la commande. Ces travaux décrivent d'une part des modes d'interaction fluide/structure avec une fréquence propre d'environ 18 Hz sur leur cas d'étude. D'autre part il serait question d'effets d'aéro-élasticité ayant une fréquence propre d'environ 50 Hz.

L'existence de ces fréquences de résonance laisse donc supposer que l'aérodynamique du véhicule sera soumise à des cycles limites relativement rapides. Cependant, l'incapacité de modéliser ces phénomènes dans un environnement contrôlé implique une méconnaissance de ces phénomènes physiques, et nous ne sommes pas à ce jour en position de disposer de modèles représentatifs de leurs effets. Aujourd'hui, l'étude de ces phénomènes est hors de portée d'une expérimentation dans une soufflerie, et il semble que seules des études en vols permettraient d'acquérir une meilleure connaissance à leur sujet.

Ce que nous pouvons supposer au sujet de ces effets d'aéro-élasticité, c'est qu'il existera des cycles limites stables liés à ce type d'interactions. Nous feront l'hypothèse que la structure du véhicule est conçue de sorte que la fréquence des premiers modes propres liée à l'aéro-élasticité soit suffisamment élevée pour ne pas affecter le comportement en vol. Par conséquent, nous négligerons ces dynamiques rapides à l'échelle de la trajectoire. Aussi, il faudra réaliser la synthèse du contrôleur de sorte qu'il n'excite pas les dynamiques rapides négligées.

Par ailleurs, les effets des phénomènes d'aéro-élasticité seront au delà de la seule excitation en fréquence. En effet, une composante « moyennée dans le temps » de ces perturbations sera nécessairement présente, rendant particulièrement difficile à prévoir les coefficients aérodynamiques du véhicule. Par conséquent, nous devront composer avec des incertitudes conséquentes en la matière, ce qui implique de ne pas supposer l'aérodynamique du véhicule exhaustivement connue au cours de la synthèse de commande.

Approximation 2.1. Les dynamiques rapides des interactions fluide/structure sont négligées.

Dynamique des gouvernes

Concernant les gouvernes, il y a deux échelles de temps à considérer : la dynamique des gouvernes en tant que mécanisme, et la dynamique de déflexion du flux.

Les gouvernes modifient le comportement aérodynamique du véhicule, rendant possible le contrôle de son orientation. Dans la mesure où une dynamique d'actionneur est

3. voir notamment Sigthorsson et al. (2008); Parker et al. (2007); Bolender et Doman (2007); Chavez et Schmidt (1993) ainsi que les références incluses.

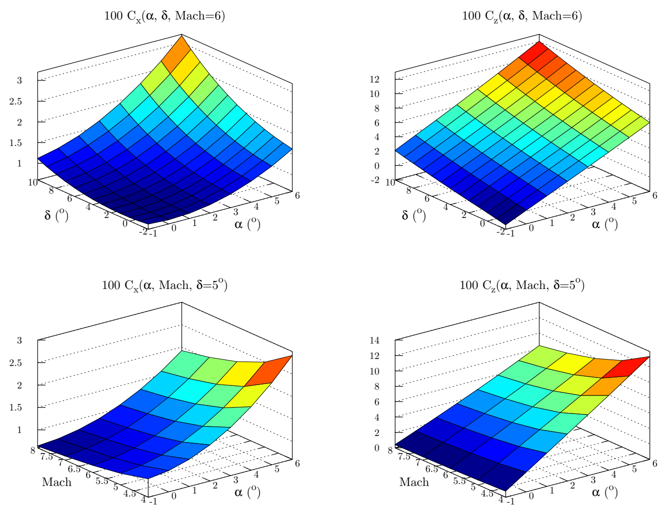

FIGURE 2.2 – Coefficients de forces aérodynamiques en fonction de l'incidence α, de l'angle de gouvernes δ et du nombre de Mach. Notons la dépendance sensiblement linéaire de la portance rapport à la géométrie de l'écoulement, ainsi que la dépendance sensiblement quadratique de la traînée par rapport aux mêmes variables. Par ailleurs, comparé à des véhicules plus traditionnels comme les avions, l'effet de l'angle des gouvernes sur la résultante des forces aérodynamique est ici remarquable.

susceptible de dégrader les performances du pilote, nous en tenons compte dans le modèle de simulation. Nous les modélisons par un système mécanique du second ordre, limité par une saturation en vitesse. Nous proposons le modèle dynamique suivant, très générique :

$$\dot{\delta}_d = \mathrm{sat}(\omega_\delta, -\bar{\omega}, \bar{\omega}), \qquad \dot{\omega}_\delta = -2\zeta\omega_0\omega_\delta - (\delta_d - \delta_r)\,\omega_0^2, \qquad \delta = \mathrm{sat}(\delta_d, -\bar{\delta}, \bar{\delta}), \tag{2.4}$$

avec δ étant la déflexion réelle du flux aérodynamique, δ_r la valeur de consigne fournie à l'actionneur, et les différents paramètres $(\bar{\delta}, \bar{\omega}, \zeta, \omega_0)$ respectivement sélectionnés à $(\frac{14}{18}\pi, 10\pi, \sqrt{2}/2, \pi)$. La fonction de saturation que nous retenons est $\mathrm{sat}(s, \underline{s}, \bar{s}) = \min(\max(s, \underline{s}), \bar{s})$. L'effort produit par la déflexion du flux aérodynamique est du reste un effet aérodynamique rapide en comparaison de la dynamique de pilotage.

Autres considérations sur l'aérodynamique

D'autres phénomènes spécifiques peuvent apparaître, par exemple la possibilité d'érosion de la structure du véhicule sous les contraintes thermo-mécaniques. En effet, des matériaux ablatifs peuvent être utilisés sur des parties du véhicules soumise à de fortes contraintes, par exemple le nez du véhicule. L'érosion d'une telle partie le long de la trajectoire peut modifier de façon significative le comportement aérodynamique du véhicule. Selon la conception du véhicule, il pourrait donc se révéler nécessaire de modéliser ce phénomène pour l'intégrer au niveau du contrôleur. Cependant, du fait de son caractère spécifique, nous ne prenons pas en compte cet aspect dans nos travaux.

Approximation 2.2. Le modèle aérodynamique est constant le long de la trajectoire.

2.4.3 Analyse de simulation

Les Figures 2.2 et 2.3 illustrent des résultats de simulation pour une configuration aérodynamique de véhicule hypersonique, sans propulsion. Il s'agit de simulations réalisées au sein de l'Onera, dans le plan vertical de symétrie du véhicule. Les données présentées correspondent aux coefficients aérodynamiques écrits dans le repère aérodynamique.

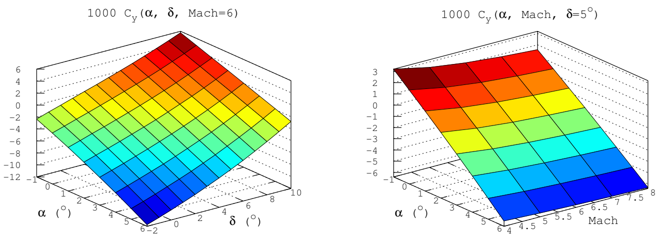

Figure 2.3 – Coefficient de moment aérodynamique de tangage réduit au centre de masse, en fonction de l'incidence α, de l'angle des gouvernes δ et du nombre de Mach. Notons la dépendance linéaire du moment par rapport à la géométrie de l'écoulement, et la faible dépendance en Mach.

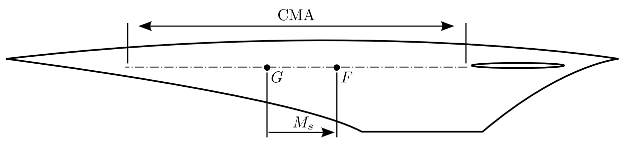

Figure 2.4 – Marge statique : illustration de la Définition 2.4. La marge statique M_s vérifie ici $M_s = 100 \cdot GF / |\mathrm{CMA}|$, où CMA désigne la corde aérodynamique moyenne.

Définition 2.4 (Marge statique [4])**.** Grandeur physique qui permet d'évaluer la maniabilité et la stabilité d'un aéronef. La marge statique correspond à la valeur algébrique de la distance entre les projections du centre de gravité et du foyer aérodynamique d'un avion sur une corde de référence longitudinale (voir Figure 2.4), exprimée en pourcentage de la longueur de cette corde, et considérée comme positive lorsque le foyer est en arrière du centre de gravité.

Les données présentées mettent en évidence les caractéristiques présentées comme spécifiques aux HSV.

D'une part les effets de forces provoquées par les gouvernes sont importants et non négligeables en comparaison des effets de l'incidence. Cela implique potentiellement une obstruction à la commandabilité du véhicule. En effet, dans le cas d'un véhicule contrôlé par des gouvernes placées en empennage, une augmentation de l'incidence nécessite une diminution significative de la portance de la gouvernes et *vice versa*. La façon de composer avec ces dynamiques inverses fait l'objet de nombreuses études, nous y reviendrons à la Section 2.10. En comparaison, dans le cas d'un avion plus classique, ces effets dits de « forces directes » existent également, mais sont généralement négligeables.

D'autre part, le Mach a une influence notable sur l'aérodynamique du véhicule dans le domaine considéré, ce qui nécessite d'en tenir compte au niveau de la modélisation. Nous tâcherons ci-après de dissocier la contribution « purement géométrique » de l'écoulement de celle du Mach, afin de retrouver un modèle aérodynamique plus proche de celui de l'aérodynamique d'un avion subsonique.

Toutefois, si la dépendance en Mach des différentes forces est importante, elle l'est beaucoup moins concernant le moment. Or, le moment étant sommairement l'intégration des efforts de portance le long de la voilure, la raison pour laquelle il est peu dépendant du Mach est que le foyer aérodynamique varie. En pratique, on observe sur ce jeu de données que le foyer aérodynamique recule lorsque le Mach augmente, réduisant au passage la marge statique, garante de la stabilité du mode de rotation en boucle ouverte.

Enfin, on notera que de façon analogue à de nombreux modèles aérodynamiques d'avions subsoniques, l'influence des angles α et δ sur les forces et sur le moment aérodynamique est en bonne approximation linéaire ou quadratique. Ceci est en grande partie due à la faible excursion des angles α et δ déterminants la géométrie des écoulements.

4. Source : Journal Officiel.

2.4.4 Modélisation des forces aérodynamiques

Modèle de simulation

De façon très classique, les forces sont modélisées via les coefficients aérodynamiques présentés à la Figure 2.2 :

$$F_z = \frac{1}{2}\rho(h)V_{\text{Aéro}}^2 S_{\text{ref}} C_z(\alpha, \delta, \mathcal{M}), \qquad F_x = \frac{1}{2}\rho(h)V_{\text{Aéro}}^2 S_{\text{ref}} C_x(\alpha, \delta, \mathcal{M}). \tag{2.5}$$

Modèle de comportement

Nous commençons par négliger la dynamique des gouvernes. Par conception, celle-ci doit être suffisamment rapide pour être considérée instantanée du point de vue du pilote, en bonne approximation. En conséquence, dans le modèle de comportement, nous confondons δ et δ_r.

Approximation 2.3. La dynamique des gouvernes est négligée.

Nous faisons ensuite l'hypothèse que nous pouvons dissocier l'effet du Mach de l'effet de la géométrie de l'écoulement au niveau de l'aérodynamique. Ce choix de dissociation peut être vu comme une conséquence d'une hypothèse d'approximation Newtonienne [5] de l'écoulement hypersonique.

Hypothèse 2.1. La dépendance en Mach des forces aérodynamiques est factorisable.

Un effet factorisable du Mach sur les forces aérodynamiques nous a mené à reconsidérer la façon de traiter la dépendance en Mach, dans le but de permettre une synthèse de commande non-linéaire pour laquelle un unique contrôleur vérifie des propriétés sur tout le domaine d'excursion considéré. Ainsi, comme l'illustre la Figure 2.2, les coefficients de forces varient de façon monotone décroissante avec le Mach, et de façon plutôt régulière dans le domaine considéré. On propose donc de factoriser cet effet en utilisant un coefficient de similitude. On obtient ainsi une expression des forces de la forme

$$F_l = \frac{1}{2}\rho(h)V^2 S_{\text{ref}} S(V) C_l(\alpha, \delta), \qquad F_d = \frac{1}{2}\rho(h)V^2 S_{\text{ref}} S(V) C_d(\alpha, \delta), \tag{2.6}$$

où C_l et C_d sont de nouveaux coefficients ne dépendant que de la géométrie de l'écoulement.

Un coefficient de similitude typique pourrait être donné par la règle de Prandtl-Glauert, en posant $S(V) = c|1 - \mathcal{M}^2|^{-1/2}$, où c désigne un coefficient à identifier. Cependant ce modèle n'identifie pas de façon satisfaisante les données de la Figure 2.2. Le modèle donné par $S(V) = (c_0 + c_1 |\mathcal{M}|)^{-1}$, où (c_0, c_1) désigne un couple de coefficients à identifier, s'avère plus représentatif des données observées. Après identification, le facteur de similitude $S(V)$ est décrit dans le domaine hypersonique par la fonction

$$S(V) = \frac{1}{0.3 + 0.13\,|\mathcal{M}|}. \tag{2.7}$$

Nous modélisons ensuite les coefficients de façon très classique, avec un modèle de coefficient de portance linéaire et un modèle de coefficient de traînée quadratique :

$$C_l = C_{l0} + C_{l\alpha}\alpha + C_{l\delta}\delta, \qquad C_d = C_{d0} + C_{dl} C_l(\alpha, \delta)^2. \tag{2.8}$$

Malgré leur simplicité, ces modèles sont représentatifs des données simulées parce que l'excursion de l'incidence α et de l'angle des gouvernes δ est faible en pratique.

5. L'approximation de Newton consiste à dire que le flux amont transmet localement son énergie normalement à la surface de contact. Ainsi la variation de pression locale ne dépend que de la variation de l'orientation locale de la surface de contact. Cette approximation, fausse dans le cas des flux subsoniques, se vérifie à des vitesses hypersoniques.

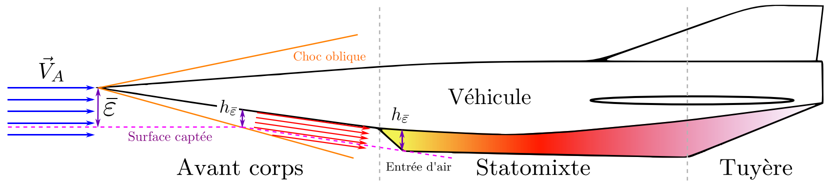

FIGURE 2.5 – Schéma de captation d'une propulsion aérobie. L'intrados comprimant le flux, le débit d'air capté par le moteur dépend de l'angle d'incidence.

2.4.5 Modélisation du moment aérodynamique

Modèle de simulation

De façon très classique, le moment aérodynamique est modélisé via le coefficient aérodynamique présenté à la Figure 2.3, auquel on a ajouté un terme d'amortissement linéaire en q :

$$M_y = \frac{1}{2}\rho(h)V_{\text{Aéro}}^2 S_{\text{ref}} l_{\text{ref}} \left(C_y(\alpha, \delta, \mathcal{M}) - \frac{l_{\text{ref}}}{V_{\text{Aéro}}} C_{mq} q \right). \tag{2.9}$$

Modèle de comportement

Comme on peut le voir sur la Figure 2.3, le coefficient du moment aérodynamique de tangage est peu dépendant du Mach. Nous modélisons le moment de façon très classique, avec

$$M_m = \frac{1}{2}\rho(h)V^2 S_{\text{ref}} l_{\text{ref}} C_m(\alpha, \delta), \tag{2.10}$$

et où le modèle de coefficient C_m est linéaire :

$$C_m(\alpha, \delta) = C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{m\delta}\delta. \tag{2.11}$$

L'amortissement linéaire en q, de faible amplitude, est négligé.

2.5 Modélisation de la propulsion

Définition 2.5 (Richesse)**.** La richesse Φ_i est le rapport entre le débit massique de carburant commandé Q_c relativement au débit massique d'air Q_a qui circule au travers du moteur et au rapport stœchiométrique de combustion f_s.

Nous proposons de modéliser la propulsion par une approche détaillée des fonctionnalités internes à la propulsion, pour la simulation. Dans la prochaine section, une approche simplifiée sera établie pour le modèle de comportement. Le but, dans ces deux sections, est d'établir une relation entrée/sortie caractérisant la propulsion avec différents niveaux de détail.

Comme le montre la Figure 2.5, le type de véhicule considéré suppose une propulsion de la famille des statoréacteurs, dans une configuration intégrée à l'intrados du véhicule. Ce type de propulsion met en œuvre d'une part des phénomènes très complexes et difficiles à reproduire dans un environnement maitrisé : par exemple, des écoulements de nature tridimensionnelle, des interactions choc/choc, des décollements de couches limites, l'influence du dégagement de chaleur dans la zone de combustion sur l'entrée d'air, etc.

D'autre part, les phénomènes impliqués sont étroitement liés à la configuration du système propulsif, dont les paramètres de conception varient en fonction de la mission du véhicule. Par exemple, le choix d'une tuyère symétrique ou d'une tuyère SERN [6] aura des conséquences, non seulement sur les performances, mais aussi sur le comportement de la propulsion. Ces différentes considérations laissent donc supposer une grande variabilité

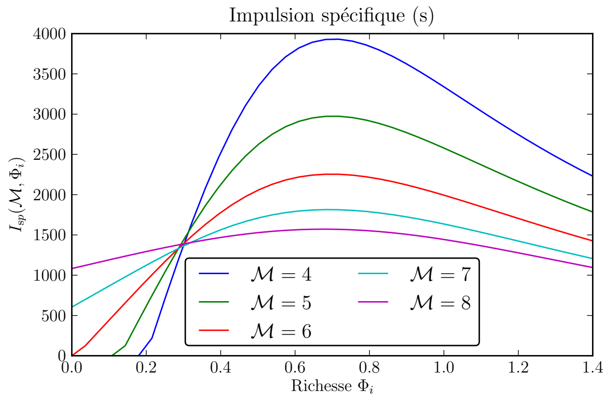

FIGURE 2.6 – Modèle d'impulsion spécifique, en fonction du Mach et de la richesse Φ_i.

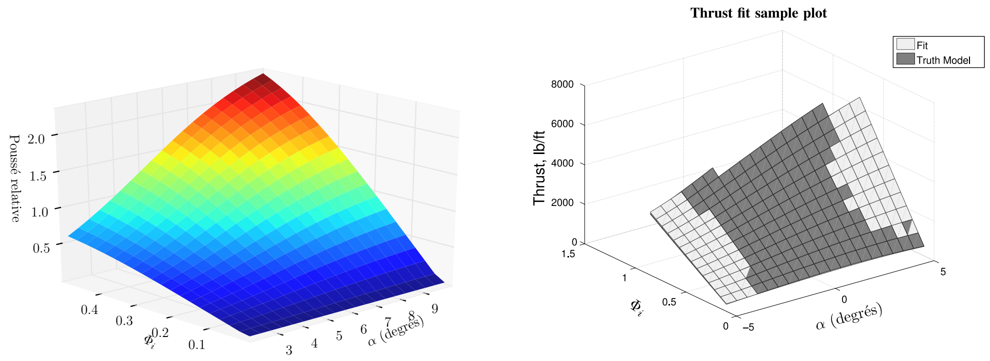

FIGURE 2.7 – Variation relative de la poussée en fonction de l'incidence α et de la richesse Φ_i. À gauche, tendance déduite de notre modèle. À droite, image issue de Parker et al. (2007). L'incidence α et la richesse Φ_i relèvent de conventions différentes dans les deux modèles. Cependant, les deux modèles sont caractérisés par une croissance de $\frac{\partial T}{\partial \Phi_i}$ par rapport à l'incidence α, ce qui est caractéristique du comportement d'une propulsion aérobie hypersonique dans la configuration décrite par la Figure 2.5.

du rôle de la propulsion selon les hypothèses considérées, ce qui nécessite de détailler un minimum de comportements d'un point de vue « interne ».

La poussée est définie par

$$T = g_0 Q_c I_{\text{sp}}(\mathcal{M}, \Phi_i), \tag{2.12}$$

où I_{sp} désigne l'impulsion spécifique, décrite par (2.17), Q_c est le débit massique de carburant injecté et Φ_i la richesse du mélange air-carburant. Celle ci est donnée par

$$\Phi_i = \frac{Q_c}{f_s Q_a} = \frac{Q_c}{\rho V_{\text{Aéro}} S_{\bar{\varepsilon}} \bar{\varepsilon}} \tag{2.13}$$

où Q_a désigne le débit massique d'air capté et $\bar{\varepsilon}$ l'efficacité de captation, décrite par (2.14).

La Figure 2.6 illustre l'impulsion spécifique obtenue pour ce type de modélisation, en fonction du Mach et de la richesse. Cette dernière est définie par de nombreux paramètres de vol du fait de la fonction d'entrée d'air.

À notre connaissance, la littérature ne mentionne pas d'autres approches de modélisation interne de ce type de propulsion pour la commande, ni de jeux de données

6. Tuyère asymétrique, de l'anglais *Single Expansion Ramp Nozzle*.

expérimentales permettant de corroborer ou de discuter en détails la pertinence de cette proposition. Toutefois, dans Parker et al. (2007), un certain nombre de données — d'origine totalement indépendante aux nôtres — sont publiées afin d'illustrer une démarche d'identification paramétrique. La Figure 2.7 illustre comment notre modèle mène à des considérations qualitatives parfaitement compatibles avec les données publiées, à un changement près des paramètres de conception.

Pour établir le modèle (2.12), nous distinguerons ici trois sous ensembles au niveau de la propulsion afin de préciser leur rôle : i) l'entrée d'air ; ii) la combustion ; iii) la tuyère. Mais avant cela, précisons les dynamiques considérées.

2.5.1 Dynamique des interactions

Le débit de carburant injecté doit être activement contrôlé pour réguler la richesse du mélange combustible dans le réacteur. De la même façon que la modélisation aérodynamique, nous supposerons que l'établissement d'un flux d'air au travers du moteur ainsi que la combustion sont des phénomènes particulièrement rapides en comparaison de la dynamique de pilotage. Typiquement, la longueur de parcours du flux d'air est comprise entre quelques mètres et quelques dizaines de mètres selon la catégorie de véhicule, distance parcourue à plusieurs milliers de mètres par seconde. Les interactions dynamiques [7] déterminées par le temps de parcours des flux au travers du réacteur ne sont donc pas de nature à interférer avec le pilote.

Aussi, en ce qui concerne le débit de carburant, nous ferons l'hypothèse que la dynamique d'établissement du carburant est instantanée. La validité de cette hypothèse varie, en pratique. En effet, si par exemple le carburant est utilisé pour refroidir la chambre de combustion du réacteur, et que le débit est contrôlé en amont de l'échangeur, des variations et des retards sont à prévoir au niveau de l'injection effective de carburant dans le réacteur. Toutefois, dans la mesure où la propulsion sert pour l'essentiel à contrôler l'énergie du véhicule, et que ceci relève de dynamiques plutôt lentes, il est admissible de supposer qu'un léger retard d'établissement du carburant soit imperceptible du point de vue de la dynamique d'énergie du véhicule. La connaissance nécessaire à l'examen de ce type d'interaction est de surcroît hors de portée de la présente étude.

2.5.2 Modélisation de l'entrée d'air

L'avant corps du véhicule sert à compresser le flux d'air afin de ralentir sa vitesse avant son entrée dans la chambre de combustion. Comme le montre la Figure 2.5, l'intrados du véhicule comprime le flux d'air derrière un choc oblique et une partie de ce flux est captée par l'entrée d'air du réacteur. L'effet de l'entrée d'air dans le modèle (2.12) apparait au travers de Φ_i, puisque par définition $Q_c = \Phi_i f_s Q_a$.

Modélisation du débit massique d'air capté

Le modèle que nous retenons pour le débit massique d'air capté Q_a consiste en le produit de la vitesse de l'écoulement amont par la masse volumique de l'air capté par une surface de captation $S_{\bar{\varepsilon}}$ au travers d'une efficacité de captation notée $\bar{\varepsilon}$, c'est-à-dire $Q_a = \rho V_{\text{Aéro}} S_{\bar{\varepsilon}} \bar{\varepsilon}$. En supposant que le flux d'air derrière le choc oblique est parallèle à la déflexion provoquée par l'intrados du véhicule, cette efficacité de captation est déterminée par un rapport de surfaces dépendant de la géométrie de l'entrée d'air et de l'attitude du véhicule (voir Figure 2.5). L'essentiel du travail de modélisation à ce niveau se résume donc à proposer un modèle pour l'efficacité de captation.

Nous modélisons ensuite l'efficacité de captation d'air comme le produit de trois fonctions. Une fonction $\bar{\varepsilon}_{h_{\bar{\varepsilon}}}$ relative à la variation de l'entrée d'air du réacteur ; une fonction $\bar{\varepsilon}_\alpha$ relative à la variation de l'incidence de vol ; et une fonction $\bar{\varepsilon}_{\mathcal{M}}$ relative à la variation de l'efficacité par rapport au Mach.

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_{h_{\bar{\varepsilon}}}(\mathcal{M}) \bar{\varepsilon}_\alpha(\alpha) \bar{\varepsilon}_{\mathcal{M}}(\mathcal{M}), \tag{2.14}$$

7. Typiquement : l'influence de l'effet propulsif sur l'incidence, impliquant une réduction probable du débit d'air.

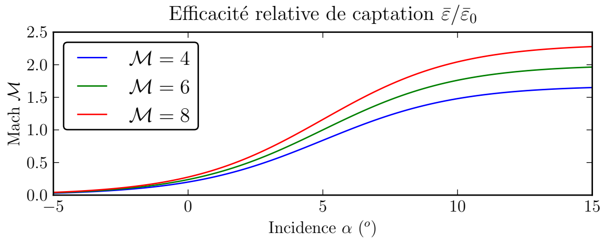

FIGURE 2.8 – Efficacité relative de captation en fonction de l'incidence α et du Mach.

avec $\bar{\varepsilon}_\alpha$ et $\bar{\varepsilon}_\mathcal{M}$ respectivement décrites par (2.15), (2.16), et $\bar{\varepsilon}_{h_{\bar{\varepsilon}}}$ fixée dans l'Approximation 2.4.

Une illustration du modèle décrit est donnée Figure 2.8. Les paragraphes qui suivent précisent en détails la nature des modèles considérés.

Variation de l'efficacité de captation par rapport à l'incidence. Nous distinguons trois zones de fonctionnement de l'entrée d'air en fonction de l'incidence :

- une zone nominale de fonctionnement, localement autour d'un point nominal de conception. L'efficacité de captation y croît localement avec l'angle d'incidence sous l'effet de la compression du flux amont par l'avant corps.
- Le cas où l'incidence est faible. L'incidence peut être faible au point que l'intrados du véhicule puisse n'être plus directement exposé aux flux hypersonique. La captation d'air est alors nulle.
- Le cas où l'incidence est élevée. Nous pouvons supposer que le volume d'air capté ne s'accroit pas indéfiniment avec l'incidence, du fait de la baisse du rendement des pressions. Ceci suppose donc que le débit d'air capté ne croît pas en proportion de l'incidence. Pour de fortes incidences, un désamorçage de l'entrée d'air est probable[8], du fait de son inadaptation aux flux. Nous ferons ici l'hypothèse d'une saturation du débit d'air capté pour une valeur d'incidence correspondant au double de la valeur nominale, le comportement restant indéfini au-delà.

Différentes structures de modèle peuvent faire état des trois zones décrites précédemment, qui s'apparentent par exemple à une fonction sigmoïde :

$$\bar{\varepsilon}_\alpha(\alpha) = 2/\left(1 + e^{k_{\varepsilon_\alpha}(\alpha_0 - \alpha)}\right), \tag{2.15}$$

avec k_{ε_α} un paramètre de sensibilité et α_0 la valeur nominale de fonctionnement de l'entrée d'air. Nous ne définissons pas de modèle en dehors de cette plage d'incidence.

Variation de l'efficacité de captation par rapport au Mach. L'efficacité de captation décroît légèrement en fonction du Mach, du fait de la fermeture de l'angle de choc, et du rendement des pressions. À partir de données expérimentales, il apparaît qu'une telle variation est décrite en bonne approximation par une fonction affine :

$$\bar{\varepsilon}_\mathcal{M}(\mathcal{M}) = 1 + k_{\varepsilon_\mathcal{M}}(\mathcal{M} - \mathcal{M}_0), \tag{2.16}$$

avec $k_{\varepsilon_\mathcal{M}}$ un paramètre de sensibilité et $\mathcal{M}_0$ la valeur nominale de fonctionnement de l'entrée d'air.

Variation de l'entrée d'air du réacteur. Selon la configuration retenue, il est possible que l'entrée d'air du réacteur soit variable, par exemple afin de l'adapter au Mach de croisière. Un simple paramètre variable $\bar{\varepsilon}_{h_{\bar{\varepsilon}}}$ peut rendre compte d'une telle fonctionnalité.

8. De manière générale, il est difficile de prévoir le comportement du véhicule en cas de trop grandes prises d'incidences. Il s'avère cependant qu'elles sont dangereuses pour la sécurité du véhicule, étant données les contraintes mécaniques ou thermique qu'elles entrainent. Elles pourraient également exposer l'entrée d'air directement au flux hypersonique.

Dans notre cas de figure, nous ferons l'hypothèse que la hauteur de l'entrée d'air augmente avec le Mach afin de conserver une poussée maximale constante dans la plage de fonctionnement du véhicule. Nous précisons dans l'Approximation 2.4 la loi de variation proposée pour ce vecteur de commande.

Remarques complémentaires.

Remarque 2.2. Les phénomènes décris ci-avant ne sont pas découplés entre eux : l'angle du choc oblique sous l'intrados du véhicule dépend du Mach et de l'incidence de l'écoulement ; l'incidence, la vitesse et l'altitude du véhicule sont liées par la nécessité d'équilibrer le vol ; quant à la surface de l'entrée du réacteur, celle-ci peut être variable ou non selon la configuration de réacteur choisie.

Remarque 2.3. L'entrée d'air est particulièrement sensible au dérapage. Dès le premier degré de dérapage, on peut attendre une dégradation significative des performances de l'entrée d'air, et donc de la propulsion. Par conséquent, le véhicule devra voler sans prise de dérapage, avec des manœuvres en virage incliné.

Remarque 2.4. Le débit d'air traversant la chambre de combustion n'est pas l'unique effet imputable à l'entrée d'air. En pratique, le flux d'air circulant au travers du réacteur n'est pas homogène. Il y a une stratification des écoulements sur différentes zones de pression à l'intérieur du réacteur, pouvant être accentuée par prise d'incidence ou prise de dérapage. Ceci peut se traduire par deux effet principaux : i) une combustion imparfaite, avec des régions trop riches et des régions trop pauvres ; ii) une modification de la direction et du point d'application de la résultante des efforts de poussée, du fait de la distribution des pressions.

2.5.3 Modélisation des effets de combustion

Le caractère fortement dimensionnant de l'impulsion spécifique (I_{sp}) en fait un paramètre dont la maximisation est très convoitée par les concepteurs de véhicules. En conséquence, l'impulsion spécifique des différents concepts de statoréacteurs est relativement stable malgré différents choix stratégiques possibles concernant la propulsion. Ceci en fait un paramètre approprié pour une modélisation générique.

La démarche que nous retenons consiste à retenir deux facteurs, de sorte que

$$I_{\mathrm{sp}}(\mathcal{M}, \Phi_i) = \bar{I}_{\mathrm{sp}}^{\mathcal{M}}(\mathcal{M})\bar{I}_{\mathrm{sp}}^{\Phi_i}(\mathcal{M}, \Phi_i). \tag{2.17}$$

Le premier facteur $\bar{I}_{\mathrm{sp}}^{\mathcal{M}}$, dépend du Mach reflétant l'efficacité de la *poussée* — c'est-à-dire l'impulsion spécifique maximale atteignable par la propulsion. Le second facteur $\bar{I}_{\mathrm{sp}}^{\Phi_i}$, dépend du Mach et de la richesse reflétant l'efficacité relative de la *combustion* — facteur empiriquement défini par le rapport entre l'impulsion spécifique maximale atteignable par la propulsion et celle réalisée au niveau de richesse considéré.

Modélisation de l'efficacité de la poussée

À richesse constante, et en supposant une homogénéité constante des flux au sein du réacteur, de nombreux facteurs vont déterminer la valeur de la poussée. Notamment : la traînée induite par l'entrée d'air, la traînée interne au réacteur, l'énergie des flux considérés, l'inadaptation de la tuyère en dehors du Mach de croisière, la durée de circulation du mélange air-carburant dans le réacteur, etc. Pour beaucoup, ces paramètres sont dominés par le Mach de croisière du véhicule et nous pouvons réduire leur influence à une valeur d'impulsion spécifique.

Une illustration de valeurs typiques d'impulsion spécifique en fonction du Mach est donnée Figure 2.9, pour un statomixte alimenté en dihydrogène.

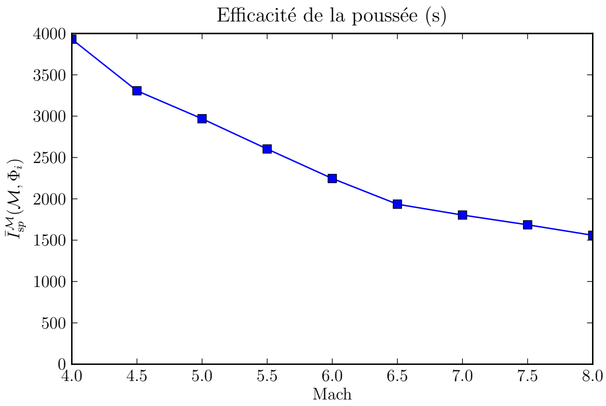

FIGURE 2.9 – Impulsion spécifique maximale d'un statomixte typique en fonction du Mach (Source : Onera). Ce graphe décrit une fonction $\bar{I}_{\mathrm{sp}}^{\mathcal{M}}(\mathcal{M})$ et représente une coupe de la Figure 2.6. La transition subsonique/supersonique de la combustion au sein du réacteur est visible dans cet exemple entre Mach 6 et Mach 6,5.

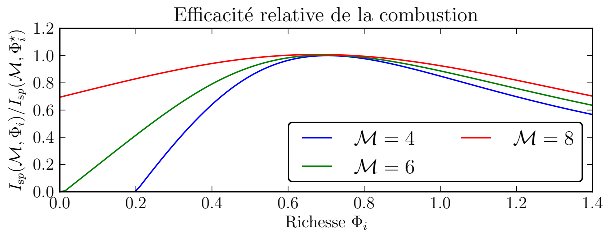

FIGURE 2.10 – Efficacité de la combustion en fonction de la richesse et du Mach (source : Onera).

Modélisation de l'efficacité relative de la combustion

Par définition, $Q_c = \Phi_i f_s Q_a$. Notons que la composition de l'atmosphère étant très homogène dans la stratosphère, le rapport f_s peut être considéré invariable dans les conditions de vol [9].

Toutes choses égales par ailleurs, la qualité de la combustion va dépendre de la richesse et du Mach dans la chambre, donc du Mach de croisière. En effet, concernant la richesse, lorsque peu de carburant est injecté (richesse très inférieure à 1) l'oxygène disponible dans le mélange permet que tout le carburant soit brulé. Si nous augmentons la richesse, il existe un seuil au delà duquel une partie du carburant sera inévitablement non brulée si le carburant est en excès pour la combustion ; et ce seuil est potentiellement inférieur à 1 puisque les mélanges ne sont pas nécessairement homogènes dans le réacteur. Une richesse trop élevée peut également noyer le moteur.

En ce qui concerne le Mach de croisière, son influence sur la combustion est surtout notable à faible richesse. En effet, pour des valeurs de Mach plus faibles que le point de croisière nominal du statomixte, nous pouvons difficilement savoir si le flux d'air dispose d'assez d'énergie pour s'autoinflammer. Il existe donc toute une zone dans l'étendue des possibles couples (richesse, Mach) au sein de laquelle la combustion peut être nulle ou très instable. Pour des valeurs de Mach suffisamment élevées, la combustion devient plus probable, même à faible richesse, en raison de la température génératrice de l'écoulement.

Une illustration de ces phénomènes est donné par la Figure 2.10, décrivant un exemple de relation $\bar{I}_{\mathrm{sp}}^{\Phi_i}(\mathcal{M},\Phi_i)$.

9. Au dessous d'une altitude d'environ 100 km, l'atmosphère terrestre possède une composition quasi uniforme, exception faite des masses de vapeur d'eau. Ceci constitue l'*homosphère*.

2.5.4 Remarques complémentaires à propos de la propulsion

Modélisation des effets de tuyère

La conception du véhicule peut être faite en considérant l'utilisation d'une tuyère asymétrique. Ceci implique que la direction de la propulsion n'est généralement pas alignée avec l'axe longitudinal du véhicule, et qu'elle crée un moment faisant piquer le véhicule. Par ailleurs, cette direction dont l'ordre de grandeur est de quelques degrés est susceptible d'évoluer légèrement, notamment en fonction du Mach, de l'incidence et de la richesse.

Nous considérons dans notre modèle un désalignement φ_f constant de 4°. Par ailleurs, le point d'application considéré est placé à 0,30 m au dessous et 1,5 m en arrière du centre de masse. Le levier considéré est alors $l_T(\varphi_f) = z_T \cos\varphi_f - x_T \sin\varphi_f$, où x_T et z_T sont les coordonnées du point d'application de la poussée.

Désamorçage d'entrée d'air

Nous savons que le superstatoréacteur possède un dégagement de chaleur maximal au delà duquel la combustion peut générer une obstruction, dite « obstruction thermique », pouvant provoquer un blocage de l'écoulement amont. Dans ce cas, l'air ne pénètre plus dans le moteur : l'entrée d'air se désamorce. Ce désamorçage est provoqué par la remontée des chocs internes à la propulsion sous l'élévation de la pression en aval.

Les effets à en attendre sur le comportement du véhicule du point de vue du pilotage sont multiples. D'une part on peut supposer une augmentation significative de la pression d'entrée d'air, de sorte que le véhicule cabre [10] sous l'augmentation subie de portance centrée sur l'avant. D'autre part, on peut attendre une augmentation de la portance et la trainée, provoquant une impulsion forte sur la dynamique longitudinale du véhicule. Par ailleurs, des travaux tels que Bolender et al. (2009) avancent une réduction significative de la contrôlabilité ainsi qu'une réduction (voire une inversion locale) de la marge de stabilité de la dynamique de rotation. La sous-section 3.7.6 précise un scénario de désamorçage avec des variations paramétriques adaptées pour mettre en évidence des conséquences possibles à attendre sur le comportement du véhicule commandé.

2.6 Modélisation de la propulsion : approche simplifiée

2.6.1 Valeur de la poussée

L'intégration de la propulsion au corps du véhicule, illustrée par la Figure 2.5, implique de forts couplages entre propulsion, Mach et incidence. Ces couplages, notamment représentés dans les Figures 2.6 et 2.7, impliquent la nécessité de tenir compte du fonctionnement de la propulsion au niveau du contrôleur. Pour ce faire, nous établissons un modèle de comportement à partir des trois observations :

Entrée d'air : L'état du véhicule influe sur le débit d'air capté.

Combustion : La poussée dépend directement de la quantité de carburant injecté, et de la qualité de la combustion (richesse).

Efficacité : La vitesse du véhicule influe sur le rendement de la poussée.

Les différentes caractéristiques sont considérées statiques, étant donnée la rapidité des phénomènes en jeu (écoulements hypersoniques, combustion supersonique) comparé à l'évolution du véhicule. L'influence du débit de carburant sur la poussée étant fortement non linéaire, nous recherchons une variable mieux adaptée pour la commande de l'engin. Il faut cependant que celle-ci soit fidèle à la connaissance acquise au niveau de la motorisation. Dans notre travail, la variable de commande considérée sera le ratio entre poussée commandée et poussée disponible, que nous notons η.

10. Cela dépend de la position relative du centre de masse par rapport à l'avant corps du véhicule. Dans cette étude, nous supposons ce dernier positionné en retrait de l'avant corps.

Pour justifier ce choix, rappelons que d'après (2.13), nous avons

$$Q_c = \Phi_i f_s Q_a = \Phi_i f_s \rho(h) V S_{\bar{\varepsilon}} \bar{\varepsilon}(\alpha, \mathcal{M}). \tag{2.18}$$

En combinant avec (2.12), nous obtenons

$$T = g_0 f_s \rho(h) S_{\bar{\varepsilon}} \bar{\varepsilon}(\alpha, \mathcal{M}) V \Phi_i I_{\mathrm{sp}}(\mathcal{M}, \Phi_i). \tag{2.19}$$

En supposant que l'impulsion spécifique peut se factoriser comme un produit [11] de deux fonctions $I_{\mathrm{sp}}^{\mathcal{M}}(\mathcal{M})$ et $I_{\mathrm{sp}}^{\Phi_i}(\mathcal{M}, \Phi_i)$.

Alors, on peut faire l'hypothèse que la propulsion est généralement conçue de façon à ce que le produit $\bar{\varepsilon}(\alpha_0, \mathcal{M}) V I_{\mathrm{sp}}^{\mathcal{M}}(\mathcal{M})$ soit relativement constant pour chaque valeur de α_0. Cette hypothèse se matérialise par une loi de variation pour $h_{\bar{\varepsilon}}(\mathcal{M})$.

Approximation 2.4. La fonction $h_{\bar{\varepsilon}}(\mathcal{M})$ est proportionnelle [12] à l'inverse de la caractéristique $\bar{\varepsilon}_{\mathcal{M}}(\mathcal{M}) V I_{\mathrm{sp}}^{\mathcal{M}}(\mathcal{M})$.

En conséquence de l'Approximation 2.4, le modèle de poussée se résume à

$$T = \rho(h)\varepsilon(\alpha)\eta, \qquad \eta \in [0\,;1]\,, \tag{2.20}$$

où η proportionnelle à $\Phi_i I_{\mathrm{sp}}^{\Phi_i}(\mathcal{M}, \Phi_i)$ est une caractéristique du moteur, supposée localement inversible, et

$$\varepsilon(\alpha) = g_0 f_s \frac{\bar{\varepsilon}(\alpha, \mathcal{M})}{\bar{\varepsilon}(\alpha_0, \mathcal{M})}. \tag{2.21}$$

De cette façon, la fonction $\rho(h)\varepsilon(\alpha)$ définit en fait la *poussée maximale disponible* dans une configuration donnée du véhicule, qui dépend donc essentiellement de l'incidence et de la masse volumique de l'atmosphère.

Remarque 2.5. L'expression (2.20) fournit un modèle relativement succinct pour le comportement de la propulsion. Toutefois, le changement de variable proposé a d'autres qualités. D'une part, il s'avère que le produit $\Phi_i I_{\mathrm{sp}}^{\Phi_i}(\mathcal{M}, \Phi_i)$ est une caractéristiques plus régulière et moins variable que la caractéristique $I_{\mathrm{sp}}^{\Phi_i}(\mathcal{M}, \Phi_i)$. En effet, le produit par la richesse injectée régularise la caractéristique pour les faibles valeurs de Φ_i, or c'est ce domaine qui est le plus sujet à dispersion. Ceci relativise l'influence de l'hypothèse de séparation entre les effets de la combustion et l'efficacité du moteur faite ci-avant (voir la note 11).

Remarque 2.6. À partir du modèle de connaissance développé, la caractéristique (2.20) s'avère être une fonction continue, nulle à l'origine et passant par une valeur maximum. Le domaine d'opération normal du moteur est dans cette plage monotone croissante, et la valeur de la poussée peut ainsi être facilement limitée pour éviter des risques de désamorçage d'entrée d'air, évoqués à la fin de la section précédante. La Figure 2.11 montre la dispersion de la caractéristique $\Phi_i I_{\mathrm{sp}}^{\Phi_i}(\mathcal{M}, \Phi_i)$ en fonction des valeurs de Mach, réalisée à partir des caractéristiques décrites dans la Figure 2.10.

Remarque 2.7. Choisir η comme la variable de commande suppose une certaine connaissance du flux d'air passant dans la propulsion, ainsi qu'une description appropriée de la caractéristique $\Phi_i I_{\mathrm{sp}}^{\Phi_i}(\mathcal{M}, \Phi_i)$. En ce qui concerne cette dernière, on peut supposer qu'elle est accessible au travers des essais de propulsion réalisés au sol durant la conception du véhicule. Quant au flux d'air passant dans la propulsion, nous sommes réduits soit à faire l'hypothèse que nous pourrons le prédire avec suffisamment de précision, soit imposer sa mesure physique en temps réel. Ce sont des contraintes qui dépendent de la maitrise de nombreux procédés au moment de la fabrication de l'engin.

11. Il s'agit de supposer les effets de la combustion (fonction de la richesse et du Mach) et de l'efficacité du moteur (fonction du Mach) comme des phénomènes indépendants. Voir la Section 2.5.

12. En pratique, cette variation est possible sur un domaine donné jusqu'à saturation de $h_{\bar{\varepsilon}}(\mathcal{M})$. Au delà de ce domaine, par exemple pour un Mach très élevé, l'adaptation ne permet plus de maintenir les performances de la propulsion.

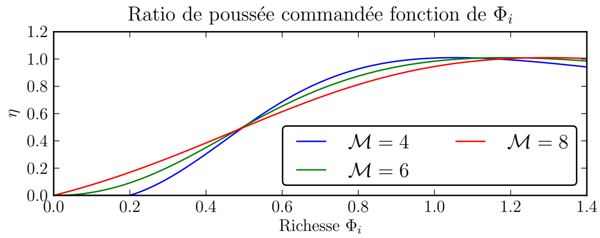

FIGURE 2.11 – Dispersion supposée typique de la caractéristique $\Phi_i I_{\text{sp}}^{\Phi_i}(\mathcal{M}, \Phi_i)$.

2.6.2 Direction de la poussée

Pour la synthèse de commande, nous ferons l'hypothèse que notre poussée est colinéaire au vecteur vitesse du véhicule et que la poussée n'exerce pas d'influence significative sur l'attitude de l'engin. L'absence de prise en compte d'une contribution de la poussée à la portance est motivée par le fait que, en croisière stabilisée, la traînée est significativement petite par rapport à la portance. En effet, au cours d'un palier stabilisé, on vérifie que la contribution à la portance de la propulsion est

$$\boldsymbol{T}.\boldsymbol{z}_e = \frac{1}{f} F_z \sin(\alpha + \varphi_f), \tag{2.22}$$

avec f la finesse, typiquement entre 3 et 4 pour ce type de véhicule, et α et φ_f typiquement de quelques degrés. La poussée ayant pour rôle principal de compenser la traînée, et cette dernière étant significativement plus faible que la portance, la contribution à la portance d'une éventuelle poussée désaxée est négligeable, inférieure à 5% de la portance.

Par ailleurs, les forces impliquées par une aérodynamique hypersonique sont telles que la contribution à l'équilibre des moments d'une éventuelle poussée désaxée est relativement faible, et largement dominée par un modeste débattement de gouvernes. Typiquement, dans des pires cas, une variation totale de propulsion est compensée par une variation de gouvernes inférieure à 1°.

Approximation 2.5. Le véhicule est supposé suffisamment fin pour que la résultante de la poussée puisse être considérée colinéaire au vecteur vitesse du véhicule et appliquée sur le centre de masse.

De la sorte, en matière d'interactions propulsion/aérodynamique, nous considérerons donc dans le modèle de comportement des effets de l'attitude aérodynamique sur la propulsion, mais nous négligerons les effets de la propulsion sur le comportement aérodynamique. Rappelons par ailleurs que nous avons fait une hypothèse d'indépendance entre l'écoulement de la propulsion et l'écoulement aérodynamique au moment de la modélisation de connaissance.

2.7 Modélisation de l'environnement

2.7.1 Formalisme de terre plate

Modèle de simulation

Nous travaillons avec des coordonnées cartésiennes avec un formalisme de terre plate. Ce formalisme nous permet d'obtenir un modèle dynamique similaire à celui des avions. Toutefois nous prenons en compte dans le modèle l'accélération de Coriolis induite par la courbure de la trajectoire sur le globe terrestre. Celle-ci est alors assimilée à une variation locale de la gravitation, ce qui nous amènera à distinguer la gravitation g_0 mesurée à la surface de la terre de la gravitation g ressentie le long de la trajectoire du véhicule.

Par ailleurs, la décroissance de la gravitation en fonction de l'altitude est supposée nulle.

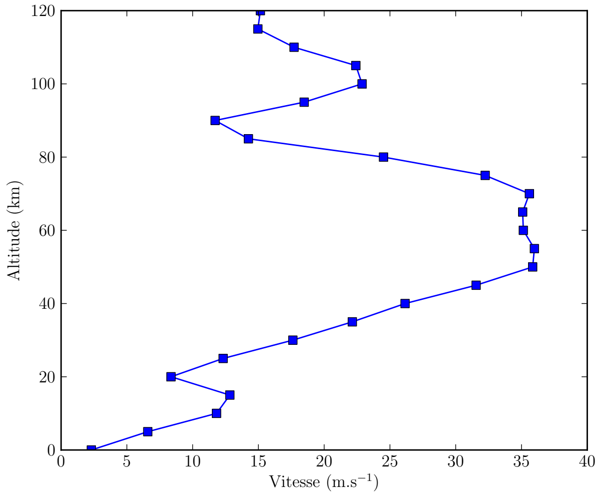

FIGURE 2.12 – Vent horizontaux moyens dans l'atmosphère.

La gravitation ressentie le long de la trajectoire s'exprime donc comme :

$$g(V) = g_0 - \frac{V^2 \cos^2 \gamma}{R_t + h}. \tag{2.23}$$

Modèle de comportement

Pour la synthèse de commande, nous supposons la gravité indépendante de l'altitude, et nous faisons l'hypothèse d'un vol en palier stabilisé, donc principalement horizontal.

Approximation 2.6. La variation de la gravité en fonction de l'altitude est négligée.

Approximation 2.7. L'influence de la pente de vitesse sur la gravitation ressentie à bord du véhicule est nulle. C'est-à-dire $\cos^2 \gamma \approx 1$ au cours du vol.

Nous obtenons ainsi le modèle :

$$g(V) = g_0 - \frac{V^2}{R_t}. \tag{2.24}$$

2.7.2 Perturbations aérologiques

Vents stratosphériques

Les vols des HSV sont généralement effectués dans la stratosphère, entre 20 km et 40 km d'altitude, afin que la pression dynamique [13] à laquelle est soumis le véhicule ne soit pas trop élevée. La nature des composantes horizontales des vents dans la stratosphère est relativement bien connue tout autour du globe, en particulier parce que dans le cas d'un vol vertical tel que celui d'une fusée ou d'un missile, la question du vent horizontal est de première importance pour le dimensionnement des actionneurs. Un exemple de profil de vent est donné Figure 2.12.

En revanche, la connaissance des composantes verticales des vents de la stratosphère est moins bien connue, alors qu'elle est de première importance dans le cas d'un vol de croisière hypersonique.

En pratique, il s'avère que l'effet relatif du vent sur la vitesse longitudinale des vols hypersoniques est de l'ordre du pourcent, ce qui est très faible. En revanche, une rafale latérale peut aisément provoquer un dérapage de l'ordre du degré, impliquant une dégradation notable du fonctionnement de l'entrée d'air, donc du facteur de propulsion.

13. Définie par $\frac{1}{2}\rho(h)V_{\text{Aéro}}^2$.

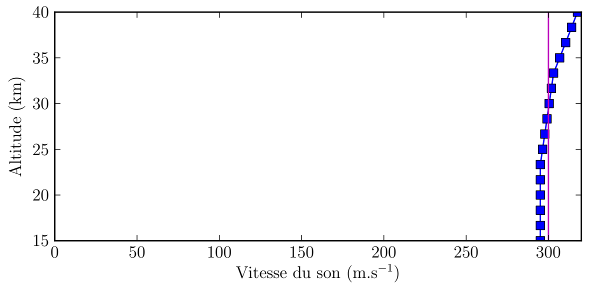

FIGURE 2.13 – Vitesse du son dans l'atmosphère en fonction de l'altitude. La courbe magenta représente le modèle constant.

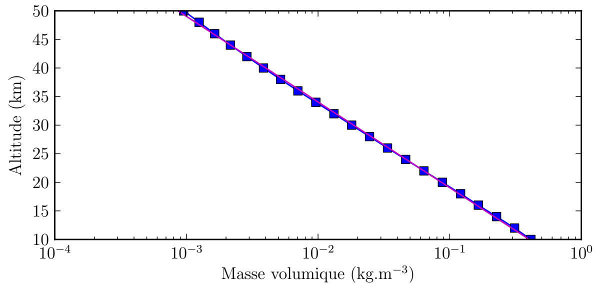

FIGURE 2.14 – Masse volumique de l'atmosphère en fonction de l'altitude. La courbe magenta représente le modèle exponentiel.

Rafales et perturbations

De fait, la stratosphère est une couche de l'atmosphère naturellement stable du fait de l'inversion du gradient thermique : il n'y a pas de turbulence d'origine thermique. Cependant il existe dans la stratosphère des ondes d'origine orographique qui peuvent générer des perturbations conséquentes, avec des vortex induisant des vents ayant des composantes verticales de l'ordre de 10 m.s^{-1}.

Pour rendre compte de ces phénomènes, il est possible d'utiliser différent modèles selon le but recherché. Par exemple, une génération de bruit déterminée par densité spectrale (type *Dryden*), où bien des modèles de rafales discrètes schématisant un vortex. De précieuses données pour y parvenir sont disponibles dans Ehernberger (1992) ainsi que dans Johnson (2008).

2.7.3 Vitesse du son

La vitesse du son est relativement constante dans la portion de stratosphère qui nous intéresse, entre 20 km et 40 km d'altitude. Nous reproduisons dans la Figure 2.13 les données fournies dans George et al. (1969).

2.7.4 Densité de l'atmosphère

La masse volumique moyenne de l'atmosphère dépend de la pression et de la température de l'air, fonctions de l'altitude. Des tables et modèles de calculs provenant de George et al. (1969) permettent d'établir la courbe donnée à la Figure 2.14. On note que le logarithme de la masse volumique est proche d'une fonction affine dans la portion de stratosphère qui nous intéresse, entre 20 km et 40 km d'altitude.

Nous proposons donc le modèle exponentiel suivant :

$$\rho(h) = e^{-ah+b}, \tag{2.25}$$

avec $a = 1{,}5363.10^{-4}$ et $b = 0{,}62556$.

2.7.5 Modélisation de l'environnement pour la simulation

Dans le but de soumettre notre véhicule à des perturbations non structurées et non constantes, nous implantons un modèle de vent de type rafale. Celui-ci est relativement simple. Il s'agit d'un tirage aléatoire effectué à chaque seconde, suivant une loi normale centrée et dont l'écart type reprend les valeurs de la Figure 2.12. Une interpolation linéaire est effectuée au cours du temps entre les différents tirages. Nous définissons alors

$$V_{\text{Aéro}} = V + V_{\text{Vent}}. \tag{2.26}$$

En ce qui concerne la vitesse du son dans l'atmosphère, elle est interpolée suivant la table décrite par la Figure 2.13.

Quant à la masse volumique d'atmosphère, elle est modélisée par (2.25).

2.7.6 Modélisation de l'environnement pour la commande

Nous ferons l'hypothèse que le véhicule évolue dans un environnement non perturbé. Nous supposerons par ailleurs que le véhicule évolue dans un domaine d'altitude où la vitesse du son est considérée constante et la masse volumique de l'air est définie par (2.25). Par conséquent, nous faisons l'approximation $V = 300\mathcal{M}$, où $\mathcal{M}$ est le nombre de Mach.

Approximation 2.8. Le véhicule évolue dans une atmosphère non perturbée. La vitesse du son est supposée constante à 300 ms^{-1}.

2.8 Modélisation des masses

2.8.1 Remarques préalables

Remarque 2.8. Nous supposons des vols d'amplitude et de durée telles qu'elles permettent en bonne approximation d'utiliser les lois de la mécanique Newtonienne dans le référentiel terrestre supposé Galiléen.

Remarque 2.9. Le véhicule est assimilé à un solide indéformable. En effet, si des déformations de structure sont attendues au cours du vol, elles ont pour conséquence principale de complexifier les interactions fluide/structure. Il y a donc des conséquences à attendre des déformations de structure au niveau de l'aérodynamique, mais elles ne sont pas de nature à remettre en cause la dynamique globale du véhicule et, pour ce qui nous concerne, l'application des lois de Newton.

Remarque 2.10. Nous faisons de plus l'hypothèse d'une certaine stabilité de la répartition des masses du véhicule au cours du vol. En effet, les conséquences physiques d'un ballotement d'ergols pourraient remettre en cause, non seulement la stabilité de la répartition des masses au sein du véhicule, mais aussi l'hypothèse fondamentale que nous sommes en présence d'un solide indéformable. Cependant, il est possible par conception d'éviter qu'un ballotement d'ergols se révèle suffisamment important pour nécessiter sa prise en compte par la commande du véhicule, par exemple en cloisonnant ou segmentant les réservoirs. Nous faisons donc ces hypothèses de conception sur la stabilité de la répartition des masses du véhicule.

Remarque 2.11. Les masses constituant le véhicule évoluent au cours du vol du fait de la consommation de carburant. C'est donc également le cas de la masse et du centre de masse du véhicule. La conception du véhicule peut cependant être contrainte en terme de préservation de la position du centre de masse au cours du vol.

2.8.2 Modèle de simulation pour la variation des masses

La masse du véhicule est composée de la masse sèche et de la masse d'ergols :

$$m = m_s + m_e, \tag{2.27}$$

toutes deux réparties autour du même centre de masse. Cette masse induit un moment d'inertie, donné par

$$J = j_s m_s + j_e m_e. \tag{2.28}$$

L'évolution de la masse au cours du vol est une conséquence de la consommation de carburant. Sa dynamique est modélisée par

$$\dot{m} = \dot{m}_e = -Q_c. \tag{2.29}$$

2.8.3 Modèle de comportement pour la variation des masses

Dans le cadre des HSV, du fait que l'impulsion spécifique de ces véhicules est relativement [14] élevée par rapport à celle de propulsions fusées, la variation de masse au cours du temps peut être considérée suffisamment lente relativement aux dynamiques d'attitude ou d'altitude pour être négligée.

Pour fournir un ordre de grandeur, en palier stabilisé, un véhicule avec une finesse de 4 et une impulsion spécifique de 2000 s volerait 80 s avant de consommer 1% de sa masse totale.

Approximation 2.9. Le véhicule est supposé suffisamment fin et équipé d'une propulsion suffisamment efficace pour que la masse et la distribution des masses du véhicule puissent être supposées constantes le long de la trajectoire commandée.

Remarque 2.12. Cette simplification n'est cependant pas sans conséquence sur la dynamique d'énergie du véhicule. Ainsi, même si le véhicule est stabilisé en attitude, la trajectoire commandé peut se révéler inatteignable faute d'adéquation entre la configuration du véhicule (masse sèche, masse d'ergols, poussée disponible, etc.) et la trajectoire demandée. Toutefois, la planification de mission pour un véhicule donné sort du cadre de nos travaux, qui se concentrent sur la seule stabilisation du véhicule. Et de ce point de vue, les variations des masses le long de la trajectoire peuvent être considérées négligeables.

2.9 Application de la mécanique Newtonienne

2.9.1 Orientation et dynamique d'un solide volant, en repère Galiléen

Considérons un véhicule solide, dont le vecteur vitesse $\mathbf{V}$ est porté par le vecteur unitaire $\boldsymbol{x}_\mathrm{A}$ dont l'orientation dans le repère inertiel est défini par les angles (γ, χ, μ). On considère donc les coordonnées du vecteur vitesse comme le résultat d'une série d'orientations successives, chacune dans leur repère respectif : orientations en cap χ, en pente γ ainsi qu'en roulis aérodynamique μ. Ces transformations sont illustrées Figure 2.15.

Définissons la matrice d'orientation $\mathbf{R}_{0\to\mathrm{A}} = \mathbf{R}_{(\boldsymbol{x},\mu)}\mathbf{R}_{(\boldsymbol{y},\gamma)}\mathbf{R}_{(\boldsymbol{z},\chi)}$, avec les matrices

14. Avec un facteur 5, pour un carburant hydrogène.

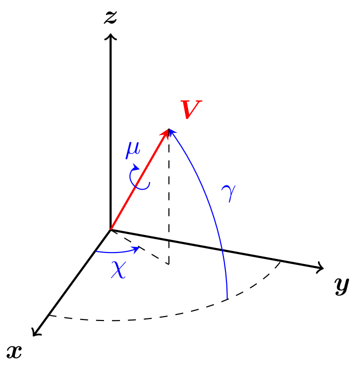

FIGURE 2.15 – Vecteur vitesse $\boldsymbol{V}$, cap χ, pente γ et roulis aérodynamique μ, représentés dans le repère inertiel.

de rotation définies comme suit :

$$\mathbf{R}_{(\boldsymbol{x},\mu)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\mu & -\sin\mu \\ 0 & \sin\mu & \cos\mu \end{pmatrix} \qquad \frac{\partial \mathbf{R}_{(\boldsymbol{x},\mu)}}{\partial \mu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin\mu & -\cos\mu \\ 0 & \cos\mu & -\sin\mu \end{pmatrix} \tag{2.30a}$$

$$\mathbf{R}_{(\boldsymbol{y},\gamma)} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & 0 & \sin\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\gamma & 0 & \cos\gamma \end{pmatrix} \qquad \frac{\partial \mathbf{R}_{(\boldsymbol{y},\gamma)}}{\partial \gamma} = \begin{pmatrix} -\sin\gamma & 0 & \cos\gamma \\ 0 & 0 & 0 \\ -\cos\gamma & 0 & -\sin\gamma \end{pmatrix} \tag{2.30b}$$

$$\mathbf{R}_{(\boldsymbol{z},\chi)} = \begin{pmatrix} \cos\chi & -\sin\chi & 0 \\ \sin\chi & \cos\chi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \frac{\partial \mathbf{R}_{(\boldsymbol{z},\chi)}}{\partial \chi} = \begin{pmatrix} -\sin\chi & -\cos\chi & 0 \\ \cos\chi & -\sin\chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.30c}$$

Le principe fondamental de la dynamique nous permet d'écrire

$$m \dot{\overbrace{\left(\mathbf{R}_{0\to\mathrm{A}}\right)^\top \mathbf{V}}} = \left(\mathbf{R}_{0\to\mathrm{A}}\right)^\top \Sigma\mathbf{F}|_{\mathrm{Aero}}\,, \tag{2.31}$$

où $\Sigma\mathbf{F}|_{\mathrm{Aero}}$ désigne la somme des effort en repère aérodynamique. Sachant que la dérivation du vecteur vitesse projeté dans le repère inertiel s'écrit

$$\begin{aligned} \dot{\overbrace{\left(\mathbf{R}_{0\to\mathrm{A}}\right)^\top \mathbf{V}}} = \left(\mathbf{R}_{0\to\mathrm{A}}\right)^\top (m\dot{\mathbf{V}} + \dot{m}\mathbf{V}) &+ m\left[\frac{\partial \mathbf{R}_{(\boldsymbol{x},\mu)}}{\partial \mu}\mathbf{R}_{(\boldsymbol{y},\gamma)}\mathbf{R}_{(\boldsymbol{z},\chi)}\right]^\top \mathbf{V}\dot{\mu} \\ &+ m\left[\mathbf{R}_{(\boldsymbol{x},\mu)}\frac{\partial \mathbf{R}_{(\boldsymbol{y},\gamma)}}{\partial \gamma}\mathbf{R}_{(\boldsymbol{z},\chi)}\right]^\top \mathbf{V}\dot{\gamma} \\ &+ m\left[\mathbf{R}_{(\boldsymbol{x},\mu)}\mathbf{R}_{(\boldsymbol{y},\gamma)}\frac{\partial \mathbf{R}_{(\boldsymbol{z},\chi)}}{\partial \chi}\right]^\top \mathbf{V}\dot{\chi}, \end{aligned} \tag{2.32}$$

on peut alors développer et multiplier l'équation à gauche par la matrice $\mathbf{R}_{0\to\mathrm{A}}$ afin d'obtenir des simplifications. Il en résulte :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{V} + \frac{\dot{m}}{m}V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \dot{\mu}V \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \dot{\gamma}V \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin\mu \\ \cos\mu \end{pmatrix} + \dot{\chi}V \begin{pmatrix} 0 \\ -\cos\mu\cos\gamma \\ -\sin\mu\cos\gamma \end{pmatrix} \\ = \frac{1}{m}\,\Sigma\mathbf{F}|_{\mathrm{Aero}} - g(V)\begin{pmatrix} \sin\gamma \\ -\sin\mu\cos\gamma \\ \cos\mu\cos\gamma \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{2.33}$$

La dynamique $\dot{\mu}$ du roulis aérodynamique n'a pas d'effet sur les efforts en jeu, ce qui est logique puisque μ quantifie une rotation propre du vecteur vitesse.

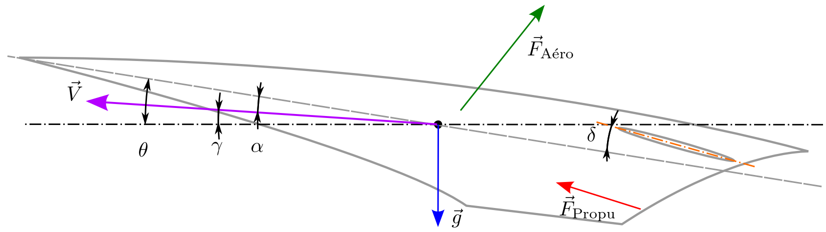

FIGURE 2.16 – Bilan des forces appliquées au véhicule.

À partir de (2.33), on obtient directement l'équation dynamique de la vitesse. La dynamique de cap et de pente se déduit de

$$\begin{pmatrix} \dot\gamma \\ \dot\chi\cos\gamma \end{pmatrix} = -\frac{1}{V}\begin{pmatrix} \sin\mu & \cos\mu \\ -\cos\mu & \sin\mu \end{pmatrix}^{\top}\left[\frac{1}{m}\begin{pmatrix} \Sigma\mathbf{F}|_{\text{Aero}}\,.\boldsymbol{x}_{\text{A}} \\ \Sigma\mathbf{F}|_{\text{Aero}}\,.\boldsymbol{z}_{\text{A}} \end{pmatrix} - g(V)\begin{pmatrix} -\sin\mu\cos\gamma \\ \cos\mu\cos\gamma \end{pmatrix}\right], \tag{2.34}$$

2.9.2 Restriction à un vol dans le plan vertical de symétrie

À l'issue de la modélisation des efforts appliqués au véhicule, il reste à en faire la synthèse. La Figure 2.16 montre le bilan des forces aérodynamiques, des forces de gravité et de la propulsion appliquées au véhicule.

En posant $\mu = 0$, nous obtenons l'expression de la dynamique de vitesse (V, γ) du centre de masse du véhicule. Ensuite, dans la mesure où la dynamique est restreinte dans le plan vertical $(O, \boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{z}_0)$, la dynamique de rotation est triviale.

Modèle de simulation

Le modèle dynamique du véhicule défini dans le plan vertical est le système (2.3) exposé à la Section 2.3, page 13. Il est composé de l'agrégation du modèle dynamique du centre de masse (2.3a-2.3c), auquel on adjoint la dynamique de rotation (2.3d-2.3e) ainsi que la dynamique de masse (2.3h) et enfin la dynamique d'actionneur (2.3f-2.3g).

Modèle de comportement

Le modèle dynamique du comportement du véhicule est défini par

$$\dot h = V\sin\gamma, \tag{2.35a}$$
$$m\dot V = T(\alpha, h, \eta) - F_d(h, V, \alpha, \delta) - mg(V)\sin\gamma, \tag{2.35b}$$
$$mV\dot\gamma = F_l(h, V, \alpha, \delta) - mg(V)\cos\gamma, \tag{2.35c}$$
$$\dot\theta = q, \tag{2.35d}$$
$$J\dot q = M_m(h, V, \alpha, \delta), \tag{2.35e}$$

avec F_l et F_d définies par (2.6) et g, T et M_m respectivement définis par (2.24), (2.20) et (2.10).

Ce modèle diffère de modèles plus classiques d'avions ou de missiles sur deux points. D'une part la poussée n'est pas une variable d'entrée, mais une fonction non linéaire de l'état. D'autre part les forces aérodynamiques dépendent significativement de l'angle des gouvernes. Dans une perspective de commande, une telle particularité est connue pour introduire une dynamique inverse instable pour certains choix de variables à contrôler, ce qui est une obstruction forte pour la réalisation de certaines lois de commande. Voir par exemple les travaux de Sigthorsson et al. (2008), de Wang et Stengel (2000) et le commentaire de Menon (2001) à ce sujet.

La section qui suit a notamment pour objet de composer avec ces spécificités.

2.10 Établissement du modèle de comportement

2.10.1 Choix des variables contrôlées

En raison des effets cités de forces directes, le modèle du véhicule décrit par (2.35) n'est pas encore facilement contrôlable. Si notre objectif est de contrôler la sortie (h, V) du véhicule en utilisant le couple (η, δ), il est préférable de faire apparaître la hiérarchie de commande via une structure triangulaire. Les paragraphes qui suivent sont dédiés à étudier le modèle et en dériver une version adaptée pour la commande.

Plusieurs méthodes sont possibles pour mettre le modèle sous forme triangulaire, nous avons notamment proposé une approche de contrôle hiérarchique dans Poulain et al. (2010). Toutefois cette méthode est critiquable sur deux points. D'une part, s'appuyant sur le théorème de Tikhonov [15], elle donne un résultat local sous des conditions difficiles à évaluer. D'autre part, elle exploite une constatation empirique de séparation d'échelle de temps pour contourner la difficulté liée aux effets de forces directes, mais sans rendre compte de la réalité du phénomène en œuvre.

Nous développons ici une redéfinition de la sortie développée dans Poulain et al. (2009). Ce type de reformulation du problème de commande est assez courant, mais n'avait pas été proposée dans les travaux existants au sujet de la commande des HSV. Dans le domaine aéronautique, Shkolnikov et Shtessel (2001) donne un exemple de redéfinition de sortie appliquée à un avion de chasse, dans un contexte linéaire.

L'idée générale de cette démarche provient du fait qu'il est beaucoup plus aisé de réaliser des lois de commande pour des systèmes qui sont sous la forme d'une chaîne d'intégrateurs. Nous recherchons donc simplement un point de réduction D lié au véhicule et tel que la composante verticale de sa vitesse ne soit pas directement affectée par la commande en gouvernes.

Par souci de simplicité, nous introduisons l'Hypothèse 2.2, satisfaite en général dans le cadre des véhicules à voilure fixe.

Hypothèse 2.2. Le mouvement du véhicule est principalement translationnel.

En conséquence, les matrices orthogonales de passage entre le repère inertiel et les repères aérodynamiques associés au point G ou au point D sont supposées identiques.

En utilisant la loi de composition de mouvements, la dynamique de ce point D vérifie

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{R}_{0/\mathrm{D}}\boldsymbol{V}_D}} + \dot{\widehat{\boldsymbol{R}_{0/\mathrm{D}}\boldsymbol{GD} \wedge \boldsymbol{q}}} = \boldsymbol{R}_{0/\mathrm{A}}\frac{\boldsymbol{F}}{m}, \tag{2.36}$$

d'où

$$\dot{\boldsymbol{V}}_D + \boldsymbol{R}_{0/\mathrm{D}}^{-1}\frac{\partial \boldsymbol{R}_{0/\mathrm{D}}}{\partial \gamma_D}\left(\boldsymbol{V}_D + \boldsymbol{GD} \wedge \boldsymbol{q}\right)\dot{\gamma}_D + \dot{\widehat{\boldsymbol{GD} \wedge \boldsymbol{q}}} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}. \tag{2.37}$$

En vertu de l'Hypothèse 2.2, on note que $\boldsymbol{GD} \wedge \boldsymbol{q}$ est négligeable devant $\boldsymbol{V}_D$. On peut alors définir $\boldsymbol{GD}$ de sorte que $\boldsymbol{GD} \wedge \dot{\boldsymbol{q}}$ soit orienté suivant z_e, en posant $\boldsymbol{GD} = l_e \boldsymbol{x}_e$. Ainsi nous obtenons la dynamique (V, γ) du point D exprimée dans le repère inertiel :

$$m\dot{V} = T(\alpha, h, \eta) - \frac{1}{2}\rho(h)V^2 S_{\mathrm{ref}} S(V) C_d(\alpha, \delta) - mg(V)\sin\gamma, \tag{2.38a}$$

$$mV\dot{\gamma} = \frac{1}{2}\rho(h)V^2 S_{\mathrm{ref}} S(V)\left(C_{l0} + C_{l\alpha}\alpha + C_{l\delta}\delta\right) - mg(V)\cos\gamma - ml_e\dot{q}, \tag{2.38b}$$

où

$$\dot{q} = \frac{1}{2J}\rho(h)V^2 S_{\mathrm{ref}} l_{\mathrm{ref}}\left(C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{m\delta}\delta\right). \tag{2.39}$$

En définissant la longueur de levier l_e par

$$l_e = \frac{S(V)}{l_{\mathrm{ref}}}\frac{J}{m}\frac{C_{l\delta}}{C_{m\delta}}, \tag{2.40}$$

15. Pour l'analyse des systèmes singulièrement perturbés. Voir Kokotovic et al. (1986).

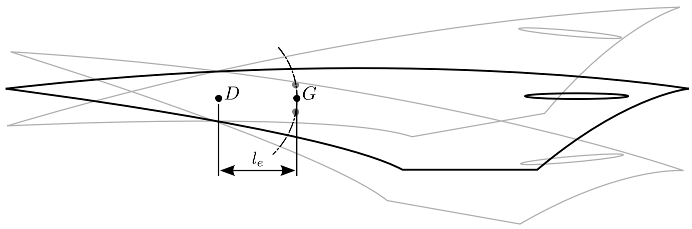

FIGURE 2.17 – Pendant le vol, le point D est défini tel que la composante verticale de sa vitesse n'est pas directement affecté par une variation de gouvernes.

alors l'influence de δ sur la dynamique de γ devrait être nulle. En effet, celle-ci devient

$$mV\dot{\gamma} = \frac{1}{2}\rho(h)V^2 S_{\text{ref}} S(V)\left(C_{l0} + C_{l\alpha}\alpha - \frac{C_{l\delta}}{C_{m\delta}}\left(C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha\right)\right) - mg(V)\cos\gamma. \quad (2.41)$$

Cela suppose toutefois de négliger les variations de l_e au cours du temps, du fait de la variation du Mach du véhicule. Pour contourner cette difficulté, nous pouvons fixer l_e à une valeur nominale telle que

$$\left.\frac{\partial\dot{\gamma}}{\partial\delta}\right|_{V_0} = 0, \quad (2.42)$$

ou bien négliger l'effet de la dynamique de l_e dans le changement d'état. C'est le deuxième choix que nous faisons ici, compte tenu de la séparation d'échelle de temps entre la dynamique d'énergie dont dépend l_e et la dynamique dont dépend γ.

Approximation 2.10. La dynamique de l_e est supposée négligeable.

Définissons alors le facteur

$$C_{l_a} = \frac{1}{2m} S_{\text{ref}}\left(C_{l\alpha} - \frac{C_{l\delta}}{C_{m\delta}} C_{m\alpha}\right), \quad (2.43)$$

et faisons l'hypothèse [16] supplémentaire que

$$C_{l0} - \frac{C_{l\delta}}{C_{m\delta}} C_{m0} = 0. \quad (2.44)$$

Après remplacement, la dynamique de la pente de vitesse se réduit à

$$\dot{\gamma} = \frac{\rho(h)V^2 S(V) C_{l_a}\alpha - g(V)\cos\gamma}{V}. \quad (2.45)$$

La dynamique du véhicule étant réduite au point D, c'est le couple de variable d'état (h, V) qui sera utilisée comme sortie du modèle, à réguler.

Le changement de coordonnées est illustré dans la Figure 2.17. On y voit clairement que le choix d'une autre variable à commander se justifie pleinement par le fait qu'il est physiquement impossible de générer un moment avec un empennage seul sans générer une force résultante [17].

Remarque 2.13. Nous remarquons avec (2.43) l'intérêt de cette méthode de redéfinition de la sortie. En effet, sous les hypothèses précédentes, la structure linéaire du modèle aérodynamique du véhicule est pleinement conservée. Ainsi, de façon similaire à l'application d'un contrôle hiérarchique décrit dans Poulain et al. (2010), appliquer une redéfinition de la sortie est équivalent à redéfinir les paramètres du coefficient de portance en négligeant la dépendance aux gouvernes.

16. Notons que cette hypothèse se fait sans perte de généralité et n'est utilisée que pour simplifier les notations. Elle est équivalente à considérer une rotation du repère engin par rapport au corps du véhicule.

17. D'autres auteurs, à partir de Parker et al. (2007) et tous les travaux s'appuyant dessus, tels que Fiorentini et al. (2009), ont redéfini le problème en changeant la structure du véhicule : en y ajoutant des gouvernes en position canard. Cependant, la question de la pertinence globale de l'utilisation de canards sur des véhicules hypersoniques n'a pas été investie par les auteurs.

2.10.2 Choix des variables de contrôle

Les actionneurs sont supposés parfaits et s'identifient à chaque instant à leur consigne. Cela concerne :
- la consigne de débit massique de carburant commandé Q_c ;
- la consigne d'orientation des gouvernes δ.

Approximation 2.11. Les actionneurs sont supposés parfaits.

Concernant le débit massique Q_c, il s'agit de la variable physique de commande de carburant, mais comme nous avons vu dans la Section 2.6, la variable logique de commande que nous considérerons est η, le ratio de poussée appliquée par rapport à la poussée disponible. Le vecteur de commande du véhicule est alors le couple (η, δ).

Par ailleurs, nous retiendrons le bilan aéro-propulsif comme variable de contrôle de l'énergie du véhicule. Celui-ci est défini par

$$e(h, V, \alpha, \delta, \eta) = \frac{1}{m}(T(\alpha, h, \eta) - \frac{1}{2}\rho(h)V^2 S_{\text{ref}} S(V) C_d(\alpha, \delta)). \tag{2.46}$$

La dynamique de la vitesse se réduit donc à

$$\dot{V} = e - g(V)\sin\gamma. \tag{2.47}$$

2.10.3 Hypothèses sur les mesures

Il est rare en pratique que les mesures de l'état du véhicule soient totalement directement disponibles. Elles sont généralement la sortie d'une chaîne de traitement de signal, avec des étapes obligées d'acquisition, de blocage, de filtrage, de fusion, etc. Étant donné la complexité de cette chaîne de traitement, nous faisons le choix dans notre travail de dissocier la problématique de la commande de celle de la mesure. Nous supposerons donc mesurées les différentes variables d'état ; cela concerne :
- l'altitude h ;
- la vitesse V ;
- la pente de vitesse γ ;
- l'incidence α et/ou [18] l'angle d'attitude θ ;
- la vitesse de tangage q.

Ce type d'hypothèse est classique en commande, mais appelle une discussion sur la robustesse de notre contrôleur. En effet, il suffit par exemple d'un mauvais placement d'une centrale inertielle, d'un capteur biaisé ou mal étalonné, de modes de résonance supplémentaires, etc. pour que l'hypothèse ne soit plus vérifiée. À une réécriture près, ces erreurs peuvent en fait être assimilées à des perturbations de modèle. La question de la robustesse du contrôleur par rapport à ce type d'erreur se ramène alors à la question de la robustesse d'un contrôleur par rapport à des perturbations de modèle, dont l'étude est réalisée au Chapitre 5.

Approximation 2.12. Les mesures sont supposées parfaites.

2.10.4 Synthèse du modèle de comportement

À l'aide de (2.10), (2.45) et (2.47), le modèle de comportement du véhicule s'écrit finalement

$$\dot{h} = V\sin\gamma, \tag{2.48a}$$

$$\dot{V} = e(h, V, \alpha, \delta, \eta) - g(V)\sin\gamma, \tag{2.48b}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\rho(h)V^2 S(V) C_{l_\alpha}\alpha - g(V)\cos\gamma}{V}, \tag{2.48c}$$

$$\dot{\theta} = q, \tag{2.48d}$$

$$J\dot{q} = \frac{1}{2}\rho(h)V^2 S_{\text{ref}} l_{\text{ref}} C_m(\alpha, \delta). \tag{2.48e}$$

18. Sachant que $\alpha + \gamma = \theta$.

Les variables d'état sont $(h, V, \gamma, \theta, q)$, avec $\alpha = \theta - \gamma$, les commandes sont (η, δ) et les sorties sont (h, V).

Ce modèle, proche d'un modèle d'avion, est sous forme bloc-triangulaire inférieure, et laisse apparaître les dynamiques suivantes :

– une dynamique liée à l'énergie du véhicule ;
– un mode dit phugoïde, qui est un oscillateur [19] non linéaire (h, V, γ) amorti et que l'on peut contrôler via le bilan propulsif e et l'attitude θ, en les considérant comme des commandes fictives ;
– une dynamique rapide rapide composé de l'attitude θ et la vitesse de tangage q, contrôlé par l'angle de gouvernes δ.

Nous avons écrit en introduction que ce modèle de comportement devait être une conséquence des hypothèses retenues pour résoudre un problème de commande donné. Le Chapitre 3 sera donc dédié à l'étude de la commande du modèle (2.48). Les principales spécificités de ce modèle rapport à un modèle d'avion classique sont les suivantes :

– la poussée, inclue dans le bilan aéro-propulsif, est une fonction de l'état ;
– des incertitudes significatives de modélisation portent sur le modèle de poussée ainsi que sur les différents facteurs aérodynamiques contenus dans C_{l_a}, e et C_m ;
– la gravitation est considérée dépendante de la vitesse.

Par ailleurs, le véhicule devra être commandé dans le respect de certaines contraintes.

Résumé des contraintes pour la commande

Un excès de combustion peut entrainer un désamorçage de l'entrée d'air. Afin de se prémunir de ce risque et de garantir l'intégrité du véhicule au cour du vol, la poussée commandée devra être limitée en richesse.

Une prise d'incidence excessive aurait des conséquences difficilement prévisibles mais certainement graves. Il est notamment nécessaire de limiter les prises d'incidence du véhicule afin de conserver l'entrée d'air du moteur dans son domaine d'opération. Il peut être également utile de limiter les risques que le véhicule soit soumis à des efforts ou des flux thermiques trop élevés. Donc, pour garantir l'intégrité du véhicule pendant le vol, les prises d'incidences réalisées doivent être limitées.

L'entrée d'air est particulièrement sensible au dérapage. Dès le premier degré de dérapage, on peut attendre un dégradation significative des performances de l'entrée d'air, et donc de la propulsion. Par conséquent, le véhicule devra voler sans prise de dérapage, avec d'éventuelles manœuvres en virage incliné.

La présence de cycles limites marginalement stables au niveau de l'interaction entre fluide et structure suppose de réaliser la synthèse du contrôleur de sorte qu'il n'excite pas les dynamiques rapides négligées.

2.11 Simulation en boucle ouverte

2.11.1 Modèle de simulation

La Figure 2.18 montre la simulation du véhicule décrit dans le plan de symétrie vertical par (2.3). Cette simulation laisse apparaître trois modes qui dominent le comportement dynamique du véhicule. Un mode lié à l'énergie, illustré ici par une lente décroissance de la vitesse ; un mode phugoïde qui opère un transfert entre énergie cinétique et altitude, lentement oscillant et très faiblement amorti ; enfin un mode de rotation, dynamique rapidement oscillante et faiblement amortie. L'influence du mode phugoïde sur le mode rapide témoigne du couplage aéro-propulsif induit par une poussée désaxée.

Il apparaît ici assez clairement que même si les véhicules à propulsion aérobie peuvent être conçus avec une marge statique qui permette la stabilité du véhicule, cette stabilité en boucle ouverte est assez marginale. Ainsi, de simples rafales de vent suffisent à exciter sensiblement le mode rapide. La nécessité d'un pilote qui contrôle activement le véhicule est de ce fait assez évidente.

19. C'est un mouvement légèrement amorti en pratique, du fait du rôle dissipatif de la trainée.

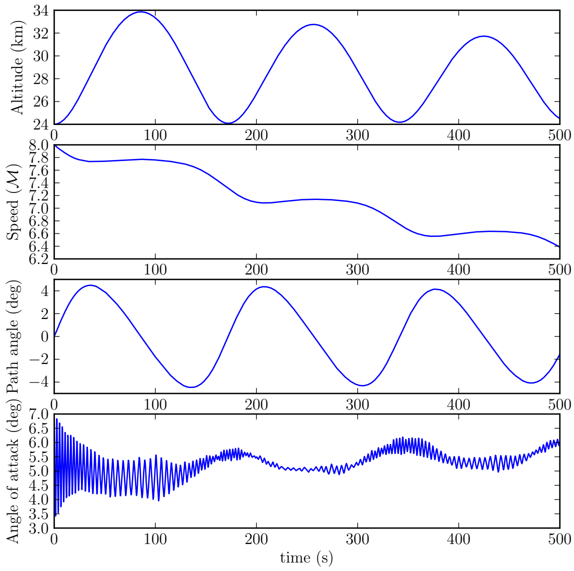

FIGURE 2.18 – Simulation : largage du modèle de simulation du véhicule, non contrôlé.

2.11.2 Modèle de comportement

La Figure 2.19 montre la simulation du modèle de véhicule (2.48) décrivant son comportement dans le plan de symétrie vertical. Cette simulation est à mettre en perspective avec la Figure 2.18. Elle montre elle aussi les trois modes qui dominent le comportement dynamique du véhicule. On remarque bien sûr que, n'étant pas perturbé par le vent et n'étant pas soumis à un moment aéro-propulsif, le mode rapide du véhicule se stabilise lentement autour d'un équilibre. Les résultats de la simulation du modèle de comportement en boucle ouverte sont finalement relativement proches de celle du modèle de connaissance, ce qui illustre la proximité entre nos deux modèles à l'échelle qui nous intéresse, et ce qui valide au moins partiellement notre démarche de modélisation du comportement du véhicule.

2.12 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons précisé les hypothèses pour définir notre problème de commande. Pour cela, il a fallu réduire la complexité des phénomènes considérés. Nous avons fait ceci en deux temps. D'abord nous avons discuté et sélectionné les phénomènes à retenir dans nos différents modèles. Ensuite, nous avons simplifié nos modèles, en particulier concernant la structure du modèle de propulsion. Enfin nous avons précisé les structures de modèle permettant des identifications paramétriques sur la base de données de simulation ou d'hypothèses de dimensionnement.

Une fois cette complexité réduite, nous avons travaillé sur le modèle de comportement afin de le rendre plus facile à contrôler. Pour cela, nous avons redéfini les entrées et les coordonnées du modèle, de sorte que la dynamique apparaisse sous forme triangulaire par bloc. Le modèle finalement obtenu, décrit par (2.48), ressemble à celui d'un avion, avec des spécificités et des contraintes supplémentaires.

Les différents modèles obtenus ont étés simulés en boucle ouverte, avec des résultats de simulations proches entre eux. Ces résultats illustrent la représentativité de notre modèle de comportement sur les domaines et échelles de temps considérés.

Au final, les phénomènes en jeu dans le vol des HSV, dont seule une part limité a été prise en compte, sont d'une grande complexité. En effet, outre le fait que nous sommes en présence de phénomènes intrinsèquement complexes, il apparaît également que nombre d'entre eux sont interdépendants. Les couplages aéro-propulsifs sont, par

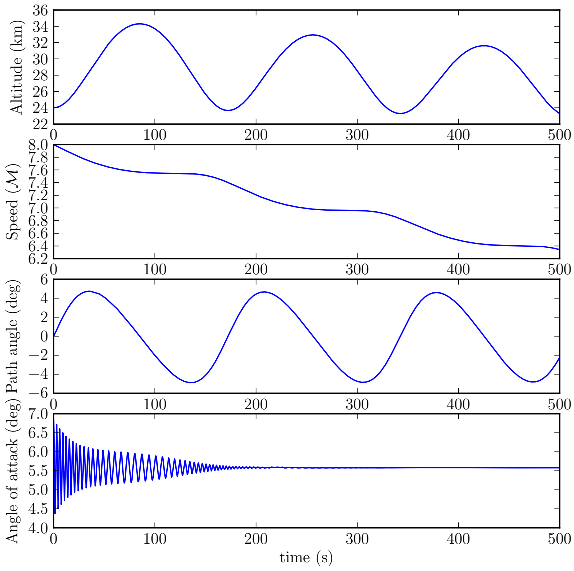

FIGURE 2.19 – Simulation : largage du modèle de comportement du véhicule, non contrôlé.

exemple, caractéristiques des véhicules hypersoniques à propulsion aérobie.

Par ailleurs, nous sommes en présence de beaucoup de phénomènes incertains ou de considérations spéculatives. De fait, nous ne disposons que de peu de données expérimentales caractérisant des phénomènes isolés en laboratoire, et nous devons reposer notre analyse sur des simulations, limitées par essence, ainsi que différentes considérations recueillies au cours des expériences publiées par différentes équipes. Il n'existe pas vraiment non plus de modèle de référence en la matière sur lequel s'appuyer ou bien grâce auquel corroborer nos propositions. Les travaux de Parker et al. (2007) laissent toutefois apparaître des similitudes en matière de propulsion et de coefficients aérodynamiques par rapport à nos propositions.

2.13 Perspectives

Nous disposons à ce stade d'un modèle de comportement que nous allons utiliser au Chapitre 3, pour faire la synthèse de loi de commande.

En plus de ce modèle, différentes contraintes ou spécificités apparaissent comme devant être prises en compte au niveau de la synthèse de commande. Parmi elles, notons par exemple les problèmes de couplage aéro-propulsifs, les problèmes d'incertitude de modélisation, les effets de forces directes induites par les gouvernes. À ceci, nous pouvons également ajouter la nécessité de borner l'excursion des variables de commande. En effet, d'une part les excès de poussée sont susceptibles de rendre inopérante la propulsion ; d'autre part, il est nécessaire de limiter les prises d'incidence du véhicule afin de limiter les risques d'exposition de l'entrée d'air à un flux inadapté à son fonctionnement, ou sinon afin de limiter les risques que le véhicule soit soumis à des efforts ou des flux thermiques trop élevés. Chacun de ces problèmes suppose donc des qualités que notre contrôleur devra respecter afin de garantir l'intégrité du véhicule au cours du vol.

Il y a une nécessité de réaliser la synthèse du contrôleur de sorte qu'il n'excite pas les dynamiques rapides négligées. D'ailleurs la question de la désensibilisation de notre contrôleur aux incertitudes de modélisation est une question de première importance. En effet, comme nous avons dit, la plupart des caractéristiques que nous proposons sont sujettes à des variations ou des incertitudes significatives. Cela concerne en particulier l'efficacité de captation d'air et l'impulsion spécifique de la propulsion. Il faudra donc proposer une synthèse de commande qui tienne compte de ces contraintes.