Chapitre VI : Approche de mesure des délais : procédure suivie et évaluation de l'erreur de mesure

I. Montage du système à base de répélites avec la technique de RF

Etant donné le fait que l'inconvénient majeur d'un système à base de répéteurs ou de répélites concerne le déploiement de son infrastructure, il nous apparait de première importance de chercher à alléger et simplifier cette dernière. L'idée est ainsi de remplacer les câbles coaxiaux reliant le générateur de signaux aux différents émetteurs par de la fibre optique monomode. En effet la fibre constitue le moyen le plus léger, le plus souple et le plus facile à installer (pour véhiculer un signal). Le schéma prévu pour la conversion électronique/optique est le plus simple et le moins coûteux (avec une modulation directe et une photodiode pour la démodulation). Cette nouvelle architecture nous permet de simplifier l'installation du système d'autant plus que la fibre est caractérisée par une perte de puissance très faible. On n'a donc plus besoin d'amplifier le signal avant de le transmettre par les émetteurs. Cette propriété de faibles pertes de puissance dans la fibre et celle de sa faible sensibilité aux agents extérieurs de l'environnement (puisqu'elle est caractérisée par un mode guidé de transmission) fait d'elle un parfait candidat pour la création des différents délais dans le système à répélites. En faisant véhiculer le signal à travers différentes longueurs de fibre, on peut y créer des délais courts ou longs sans avoir besoin d'amplificateur. Dans la Figure VI-1, on présente l'architecture du système à base de répélites avec la fibre optique utilisée pour transmettre le signal jusqu'aux émetteurs et créer les différents délais associés à chacun d'eux. Si on utilise le code PRN1 (du satellite 1 GPS), la fonction d'autocorrélation calculées au niveau du récepteur est celle de la Figure VI-2 avec les délais cités dans le Tableau VI-1.

Délais	Délais En	Longueur nécessaire de	Longueur nécessaire de fibre							
	nombre de chips	câbles coaxiaux (en	optique avec un indice n=1.5							
		mètres)	(en mètres)							
$\Delta_{12} = \Delta_{23}$	2,5	732,63	488,42							

957,63

3.25

638.42

Tableau VI-1 · les délais choisis

 $\Delta_{3\underline{4}}$



Figure VI-1 : schéma de l'architecture du système à base de répélites



Figure VI-2 : fonction d'autocorrélation des répélites tracée par le récepteur indoor

Pour viser une précision inférieure au mètre au niveau de la position calculée par le récepteur, il faut s'assurer d'une meilleure précision pour la mesure des délais générés par fibre. Pour cette étude, on souhaite atteindre des valeurs de précision inférieures au centimètre dans le but de garantir moins d'un mètre d'erreur de positionnement. En effet, quand on observe l'équation de la pseudodistance des répélites établie précédemment dans I, on déduit que l'erreur de mesure globale ∂PR_i est la somme de l'erreur sur la distance de propagation ∂d_i et sur le délai initial $\partial \tau_{0,i}$.

$$PR_i = d_i + \tau_{0,i}$$

Différentiel

$$\partial PR_i = \partial d_i + \partial \tau_{0,i}$$

T

Puisqu'on cherche à avoir une précision ∂d_i inférieure au mètre, ∂PR_i doit être inférieure au mètre (celle-ci dépend des performances du récepteur GPS) et l'incertitude $\partial \tau_{0,i}$ négligeable (comparée à ∂PR_i). En suivant le raisonnement ci-dessous, on conclut que ceci nécessite que $\partial \tau_{0,i}$ soit inférieur au centimètre.

$$\partial PR_i < 1m \text{ et } \tau_{0,i} \ll \partial PR_i$$

 \downarrow
 $\partial \tau_{0,i} < 10^{-2} \partial PR_i < 10^{-2}m$

Il est donc nécessaire de pouvoir mesurer les longueurs de fibres utilisées avec une erreur estimée au dessous du centimètre. L'objectif de ces mesures est de faire une première calibration du système (mesure des délais réels introduits) qui nous sera utile au moment des tests du système global.

Ceci nous amène à poser deux questions principales à savoir : comment évaluer la précision d'une mesure de la longueur de fibre ? Quelle est la stabilité de la technique de mesure ? Pour répondre à ces deux questions, on a développé une méthode d'évaluation de la précision de mesure de la longueur de fibre optique qu'on détaille dans la suite.

II. État de l'art des techniques de mesure de longueur de fibre

Dans ce paragraphe, on décrit les techniques de mesure de longueur de fibre les plus citées dans la littérature. Ensuite on se focalise sur les performances de celle que l'on va utiliser dans la mesure des délais en termes de précision et de sources de bruit potentielles.

1. <u>Optical Time Domain Reflectometry (OTDR)</u>

Cette technique se base sur le principe de réflectométrie (*Von der Weid et al. 1997; Passy et al. 1995*) qui consiste à enregistrer le signal réfléchi par une cible puis l'analyser. Pour cela, on envoie un signal optique pulsé de durée temporelle ou de largeur à mi hauteur courte à l'entrée de la fibre optique. En mesurant le temps d'arrivée et l'amplitude du signal réfléchi, on caractérise les défauts (positions et types) se trouvant dans la fibre. Ceci nous permet de déterminer la position de ces défauts le long de la fibre et par conséquent sa longueur totale (quand le signal est réfléchi par l'autre bout de la fibre). La Figure VI-3 présente le montage expérimental basique de la technique OTDR avec un exemple du tracé des signaux reçus après réflexion. Si le signal envoyé dans la fibre traverse un connecteur, une cassure ou un pli lors de la traversée de la fibre, sa puissance est atténuée. Par contre, il faut que l'obstacle rencontré soit réflecteur pour observer le pic qui lui est associé sur le signal réfléchi. Dans tous les cas, le temps total de traversée correspond au temps d'aller et retour depuis l'entrée de la fibre jusqu'au défaut réflecteur ou la fin de la fibre.

Puisque cette technique est basée sur la transmission de signaux pulsés, sa résolution dépend de la largeur des pulses envoyés dans la fibre. Sa précision est de l'ordre d'un mètre pour une bobine de cent mètres de fibre. Pour améliorer cette précision, il faut générer des pulses de très courte durée en utilisant des composants hyperfréquence. Dans ce cas l'OFDR devient coûteuse et complexe à mettre en œuvre (voire impossible pour atteindre une résolution centimétrique). De plus elle nécessite l'utilisation d'instruments hyperfréquence supplémentaires. On en conclue que la méthode OTDR n'est pas adaptée à nos besoins.



Figure VI-3 : montage expérimental de l'OTDR

2. <u>Optical Frequency Domain Reflectometry (OFDR)</u>

L'OFDR (Binhao Wang et al. 3; Yuksel et al. 2009a; Yuksel et al. 2009b) est une technique semblable à l'OTDR. Elle a aussi pour objectif de déterminer la position des défauts apparaissant dans la fibre ou sa longueur totale. Pour gagner en précision et atteindre une précision micrométrique, il ne s'agit plus de générer des impulsions ultra-courtes mais d'implémenter des signaux optiques présentant une fonction d'autocorrélation très étroite. Il s'agit d'une particularité de cette technique, comparée à l'OTDR. Pour cela une source optique est modulée en fréquence de façon linéaire. La source consiste alors en un laser accordable en fréquence (de facon linéaire continue ou par saut de fréquence) en lieu et place de la source impulsionnelle (large spectre) de la technique OTDR. Un signal de référence est généré par division d'amplitude de la source (grâce à un coupleur puis la réflexion sur un miroir fixe) et est associé au bras de référence d'un interféromètre (Figure VI-4). Dans le second bras de l'interféromètre, on place la fibre (ou le guide d'onde considéré). Le signal résultant de l'interférence entre le signal de référence et celui réfléchi par les sources d'irrégularité (défauts dans la fibre) dans le guide d'onde est constitué de battements entre leurs fréquences instantanées. On observe ce signal de battement après démodulation par la photodiode (Figure VI-3). L'analyse de la fréquence de ses battements nous informe sur la position des défauts dans la fibre et leurs coefficients de réflectivité.

On peut exprimer le signal émis $a_0(t)$ par le laser et celui des interférences entre les signaux réfléchis et de référence U(t) comme suite :

$$a_{0}(t) = |a_{0}| e^{j2\pi \left[\nu_{0} + \left(\frac{Y}{2}\right)t\right]t}$$
$$U(t) = \sigma \left|a_{0}(t) + \sum_{k=1}^{M} r_{k\,eff} a_{0}(t - \tau_{k})\right|^{2}$$

Où $|a_0|$ est l'amplitude constante du signal laser accordable à un coefficient constant γ et une fréquence instantanée $\nu(t) = \nu_0 + \gamma t$. τ_k correspond au décalage par rapport au signal référence associé au k^{ème} défaut, σ traduit la sensibilité du détecteur et $r_{k\,eff}$ représente le coefficient effectif de réflexion en amplitude.

Pour déterminer les valeurs du délai τ_k et du coefficient $r_{k eff}$, un traitement mathématique de transformée de fourrier et d'intégrale est appliqué au signal de battement U(t). On caractérise ainsi les différents défauts apparaissant dans le guide d'onde.

Cette technique est donc comparable à celle utilisée pour les radars à ondes entretenues (ou continues) : Frequency Modulated Continuous Wave (FMCW) (*Hymans & Lait 1960*). En effet, elle utilise un balayage fréquentiel par la source laser accordable (en fréquence) qui induit l'effet de battement des fréquences. Ce principe permet d'atteindre des performances en termes de précisions de mesure de délais et de résolutions prometteuses.



Figure VI-4 : schéma du montage de l'OFDR (http://www.eaeeie.org/theiere_bratislava/5-1.html)

Les avantages de cette technique par rapport à l'OTDR sont sa résolution spatiale ($\Delta \tau \cong 1/\Delta \nu$) et sa précision optimales de l'ordre de 10 micromètres pour des distances de quelques centaines de mètres (*Soller et al. 2005*)).

Néanmoins cette technique est très complexe à mettre en œuvre et à intégrer à notre système de répélites. En effet, pour installer le montage nécessaire, on a besoin d'environnements et de matériels spécifiques tels que l'interféromètre et le laser accordable en fréquence. Puisque l'objectif de ce travail est de créer un système d'autocalibration simple et facile à installer dans tout environnement, on a décidé que la technique OFDR n'est pas la solution optimale.

3. <u>Mesure de déphasage</u>

La technique de mesure de déphasage consiste à mesurer la différence de phase entre deux signaux sinusoïdaux (Figure VI-5). Le premier est le signal de référence qui est émis par une source (à l'entrée de la fibre) et le deuxième est celui récupéré à la sortie ou après réflexion par une cible. Cette différence de phase $\Delta \phi$ convertie en distance parcourue à travers la formule ci-dessous, nous donne la distance séparant la source de la cible ou de la sortie de la fibre.

$$d = \frac{c * \Delta \varphi}{2\pi f n}$$

où f est la fréquence du signal sinusoïdal, c est la célérité dans le vide et n est l'indice de réfraction de l'environnement (guidé).



Figure VI-5 : déphasage entre deux sinusoïdes

La mesure de déphasage $\Delta \varphi$ qu'on considère ici est une mesure sans ambiguïté. En effet une mesure de déphasage $\Delta \varphi$ est mesurée modulo 2π , d'où le risque d'apparition des ambiguïtés

dans la mesure de la distance totale d. La longueur maximale mesurée sans ambiguïté pour une fréquence horloge $f_{horloge}$ s'exprime comme suit :

$$L_{max} = \frac{c}{f_{horloge}} = c * \lambda_{horloge}.$$

Quand cette longueur L_{max} est inférieure à la longueur qu'on cherche à mesurer, le problème d'ambiguïté se pose. Il se traduit par une erreur sur la mesure du retard, en nombre de périodes (égales à $\lambda_{horloge}$), du signal récupéré après propagation. Le cas où la mesure de déphasage est ambiguë sera traité en détail dans le Chapitre VII.

Dans notre cas la distance d correspond à la longueur de la fibre évaluée par le déphasage entre le signal RF émis à l'entrée de la fibre et celui récupéré à la sortie. Le signal RF de référence module une source Laser puis traverse la fibre en question. Après démodulation, on récupère le deuxième signal RF portant le déphasage. La comparaison des deux signaux nous donne la différence de phase et donc la longueur de la fibre. La résolution et la précision de cette technique dépendent du bruit du montage électronique et des performances de l'outil utilisé pour enregistrer et comparer les signaux RF. Ainsi les traitements sont directement effectués sur les signaux radio après démodulation contrairement au cas OFDR où le battement des signaux optiques donne le déphasage des signaux.

Cette technique semble être la plus simple et la plus facile à intégrer dans le système à base de répélites. On choisit alors de l'utiliser pour l'étape de calibration. Pour cela, on a besoin de décider du montage qui sera utilisé tout en prenant en compte les besoins de notre système. Il nous faut aussi étudier les performances de cette méthode en termes de précision et de source de bruit.

a. Montages de principe

Pour mettre en œuvre cette technique, trois montages sont possibles. Ils se différentient par le traitement appliqué aux signaux RF pour déduire le déphasage. Le plus simple consiste à utiliser un instrument électronique (*Poujouly et al. 1999*) de mesure pour évaluer le déphasage entre les signaux RF : celui de référence (signal horloge) et celui récupéré à la sortie de la fibre après démodulation.

La seconde architecture possible utilise un coupleur pour diviser le signal RF en deux signaux identiques et synchrones : le signal de référence et celui à envoyer dans la fibre. A la réception (après démodulation par une photodiode), le signal portant le déphasage est converti

en deux parties : signal en phase I($\Delta \varphi$) et en quadrature Q($\Delta \varphi$) qui sont multipliés par le signal de référence (*Poujouly, Journet & Miller 1999; Poujouly, Journet & Placko 1999*). Après passage dans un filtre passe-bas, on retrouve les expressions suivantes en fonction du déphasage recherché $\Delta \varphi$. Cette technique est appelée « analog sysnchronous mixing »

$$I = \alpha Scos (\Delta \varphi) \quad Q = \alpha Ssin (\Delta \varphi)$$

où S est l'amplitude du signal et α est le coefficient d'atténuation du signal.

La conversion de I et Q en signal numérique permet de calculer facilement les paramètres recherchés $\Delta \phi$ et α .

La troisième architecture citée dans la littérature est celle de la méthode nommée « selfmixing interferometry» (*Norgia et al. 2007; Giuliani et al. 2002*). Elle est basée sur le principe d'un auto-mixage entre le signal réfléchi (ou à la sortie de la fibre) et celui généré par le laser. En effet une fraction du signal réfléchi est rétro-injecté dans la cavité Laser où elle est mixée avec le signal qui est déjà généré (Figure VI-6). Par conséquent les paramètres de la diode laser sont modifiés sans que le courant d'alimentation varie. Ceci est un effet du phénomène d'interférence entre le signal optique réfléchi et le signal déjà généré dans la cavité laser. Il en résulte une variation de la fréquence et de l'amplitude du signal optique généré qui dépend de la phase du signal réfléchi. Ainsi le signal résultant est simultanément modulé en fréquence et en amplitude par la phase du signal réfléchi. L'analyse de cette variation (en fréquence ou en amplitude) nous donne la valeur de la phase et par conséquent la distance séparant la source de la cible. Le calcul de la distance à travers le signal modulé en fréquence et en amplitude signal l'article (*Norgia et al. 2007*).



Figure VI-6 : la méthode « self mixing interferometry »

b. Source de bruit

La mesure de déphasage se fait sur les signaux recueillis après traitement (modulation, propagation guidée et démodulation). Dans ce paragraphe, on cherche à déterminer les sources d'erreurs et d'incertitude possibles lors de cette mesure. Ceux qui sont cités dans la littérature sont principalement le bruit de l'horloge laser et RF (*Zhiqi Li et al. 2007; Costa et al. 1982*) et le bruit blanc rajouté par les traitements électroniques (modulation et démodulation). Le bruit de l'horloge dépend de la stabilité de l'oscillateur interne du générateur de signal et aussi de la variation de l'horloge interne de l'instrument de mesure. Ces dérives d'horloges sont quantifiées par l'incertitude de l'instrument.

Ainsi, si on prend en compte ces principales sources d'erreur, l'incertitude sur la mesure de distance par la méthode de déphasage ∂d s'écrit sous la forme suivante :

$$\partial d \ = \frac{\partial d}{\partial \Delta \varphi} \partial \Delta \varphi + \frac{\partial d}{\partial f} \partial f = \frac{c * \partial \Delta \varphi}{2\pi f n} - \frac{c * \Delta \varphi \partial f}{2\pi f^2 n}$$

Où $\partial \Delta \varphi$ et ∂f sont les incertitudes de l'instrument de mesure et du générateur respectivement. Elle reflète l'erreur sur la mesure de phase provenant de ces instruments. Dans le cas du générateur ∂f traduit l'étalement de l'harmonique principale dans le spectre du signal sinusoïdal émis. De même, $\partial \Delta \varphi$ correspond à l'erreur qu'il est possible d'effectuer lors de l'échantillonnage et de l'enregistrement des signaux.

Le bruit blanc introduit par les circuits électroniques et optiques est très difficile à prévoir. Mais il est possible de le quantifier à travers un modèle statistique ainsi que des tests de reproductibilité. D'autre part avec un filtre passe-bande très sélectif et concentré sur la fréquence centrale du signal, on peut réduire l'effet de ce type de bruit sur les résultats de mesures.

Dans la littérature, d'autres sources de bruit sont mentionnées telles que la variation des conditions climatiques (thermiques) (*Costa et al. 1982*) et l'interférence entre le signal réfléchi et le signal émis (*Bosch & Lescure 1997*). Ces deux sources sont très peu influentes pour notre cas. En effet, les tests sont réalisés pendant une courte durée. Donc une variation remarquable de conditions climatiques est peu probable. D'autre part la mesure qu'on cherche à réaliser concerne la longueur totale d'une fibre (de bout à bout). Il y a donc pas de risque d'interférence entre le signal envoyé à l'entrée et celui récupéré à la sortie (après propagation dans la fibre).

III. Méthode d'évaluation de l'erreur de mesure de la longueur de la fibre

La méthode la plus simple d'évaluation de la précision de mesure est de comparer les valeurs mesurées durant les tests à une valeur de référence pour déduire l'erreur absolue de la mesure. Dans le cas de la fibre, définir un étalon avec une précision inférieure au centimètre n'est pas évident. En effet sa souplesse et sa flexibilité dans un premier lieu et sa fragilité en deuxième lieu, surtout quand il s'agit de longueurs élevées (quelques kilomètres par exemple), rend la détermination d'un étalon pour la fibre avec une précision de l'ordre du millimètre presque impossible. Pour contourner cette problématique, on a mis en œuvre une procédure de mesure et d'analyse des résultats permettant d'évaluer l'erreur en question. Celle-ci se fait sur deux étapes présentées comme suit :

- Dans un premier temps, on mesure, avec une technique basée sur le déphasage résultant de la propagation d'un signal sinusoïdal sur fibre, plusieurs longueurs de fibre optique. Pour chaque fibre on répète la même mesure 40 fois de suite pour différentes valeurs de la fréquence d'entrée (fréquence du signal sinusoïdal véhiculé sur la fibre). L'erreur aléatoire de mesure dans cette première étape est confondue avec l'écart type calculé sur une liste de mesures effectuées à fréquence et puissance (du signal d'entrée) constantes.
- En deuxième lieu, on fait une nouvelle liste de mesures dans le but de tester la linéarité de la technique et évaluer l'erreur systématique. Pour cela, on mesure une longueur L_{f1} et une longueur L_{f2} séparément puis on mesure la longueur des deux fibres concaténées (reliées par un connecteur) L_{f1+f2} . L'égalité $L_{f1}+L_{f2} = L_{f1+f2}$ est elle respectée ? Si ce n'est pas le cas, quelle est l'erreur relative mesurée (= $L_{f1}+L_{f2}-L_{f1+f2}$) et peut on la considérer négligeable ? Cette erreur, si elle existe correspond à l'erreur systématique de mesure.

L'analyse des résultats obtenus dans chaque étape et l'évaluation des erreurs calculées nous permet d'évaluer l'incertitude relative de la technique de mesure en se basant sur deux hypothèses simples : pour tous les tests effectués la fréquence d'échantillonnage est constante (hypothèse de la fiabilité de l'oscilloscope) et la concaténation de deux fibres n'introduit pas un délai supplémentaire. Cette dernière hypothèse est légitime puisqu'on sait que la lumière reste stable sur des faibles distances (inférieures à 200µm comme dans le cas d'une connexion entre deux fibres).

1. <u>Technique de mesure de la longueur de la fibre</u>

La technique de mesure utilisée est basée sur la mesure du déphasage induit sur le signal sinusoïdal (*R.petit 1931*) après sa propagation dans la fibre. On détaillera par la suite le calcul effectué pour obtenir la longueur de la fibre en question.

On note S_{in} and S_{out} respectivement le signal à l'entrée de la fibre et le signal à sa sortie. On peut les exprimer par les égalités suivantes

$$S_{in} = s_0(t) e^{2\pi i f t + \Delta \varphi_0}$$
 Et $S_{out} = s_0(t) e^{2\pi i f (t+t_0) + \Delta \varphi_0}$

Où s_0 est le signal de référence (à la sortie de la diode laser), f est la fréquence du signal sinusoïdal et t_0 est le temps de propagation du signal dans la fibre.

Le rapport $\frac{S_{out}}{S_{in}}$ peut être exprimé en fonction du déphasage $\Delta \varphi$ comme suit :

$$\frac{S_{out}}{S_{in}} = e^{2\pi i f t_0} = e^{i\Delta\varphi}$$

Cette égalité donne l'expression suivante de $\Delta \varphi(où n \text{ est l'indice de réfraction}, d \text{ est la distance physique parcourue par la lumière dans la fibre et c la vitesse de la lumière dans le vide).$

$$\Delta \varphi = 2\pi f t_0 = \frac{2\pi f dn}{c}$$

On en déduit que la longueur L de la fibre est obtenue par l'expression finale suivante :

$$L = d = \frac{c * \Delta \varphi}{2\pi f n}$$

2. Procédure expérimentale

Dans la Figure VI-7, on représente le schéma de la procédure expérimentale mise en œuvre pour la mesure des longueurs de fibre optique. Le signal RF émis par le générateur d'horloge à une fréquence *f* module la diode laser. Ensuite il est distribué sur deux voies par un séparateur de puissance optique. L'une des deux répliques servira de signal de référence non déphasé. L'autre passera à travers la fibre (à mesurer) et portera donc le déphasage qui permet de déduire la longueur en question. Celui-ci inclut en plus les délais dus au circuit électronique, à la modulation et la démodulation. Après passage par la photodiode, on peut déduire la différence de phase entre les deux signaux RF résultants. Pour supprimer tout déphasage autre que celui dû à la propagation dans la fibre, on commence par calibrer le montage sans la fibre optique (à mesurer). Ceci est effectué à travers la mesure du déphasage résultant entre les deux répliques démodulées directement. Ensuite cette valeur de déphasage initial est prise en compte au moment où on calcule la longueur de la fibre en question. Cette étape est nécessaire pour l'évaluation de la valeur exacte de la fibre seule. En revanche, pour

déterminer le délai réel entre les deux branches, il faut prendre en compte le décalage initial entre les deux branches du coupleur dans celui-ci.

Avant de faire ce calcul, les deux signaux RF récupérés à la sortie des photodiodes sont échantillonnés par l'oscilloscope à une fréquence de 10 MHz. Ensuite ils sont filtrés par un passe-bande avec une fréquence centrale égale à la fréquence horloge et une largeur de bande passante (la plus étroite) égale à la bande utile (équivalente au double de la fréquence horloge). Le but de cette étape de filtrage est de réduire l'effet du bruit blanc du signal reçu après démodulation. Ces étapes de filtrage, de mesure de phase et de calcul de longueur sont réalisées au moyen d'un logiciel que nous avons développé qui prend comme données le signal retardé et le signal de référence échantillonnés (par l'oscilloscope). L'acquisition et l'enregistrement des données sont réalisés par un oscilloscope (Agilent ou National Instruments).



Figure VI-7 : schéma de principe de la procédure expérimentale

IV. Validation de l'approche proposée

1. <u>Etape 1 : Évaluation des incertitudes de mesures</u>

Dans le but de tester la stabilité de la technique de mesure et estimer l'erreur induite sur les longueurs calculées, on cherche à réaliser une série de mesures pour deux longueurs différentes de 1.5 m et 200 m à différentes valeurs de fréquences allant de 0.1 MHz jusqu'à 2 MHz. Les longueurs mentionnées sont celles données par le fournisseur des fibres testées. On a ainsi deux ordres de grandeurs assez distincts avec une longue et une courte fibre qui permettront d'évaluer la stabilité de la technique en termes de distances mesurées. Étant donné que le récepteur optique choisi pour ces expériences est à large bande passante (de 0 à 10 GHz), il est donc possible d'effectuer les mesures de longueurs sans ambigüité de phase. Les valeurs de fréquences du signal horloge testées sont choisies de façon à ne pas avoir une ambigüité de phase sur la mesure. Le calcul de la fréquence limite selon cette dernière condition donne une fréquence horloge de 0.33 MHz pour 200 m et 66 MHz pour 1.5 m.

Dans les Figure VI-8 et Figure VI-9, on présente les résultats des mesures pour les deux fibres à différentes valeurs de fréquence horloge.



Figure VI-8 : les mesures de la fibre 1 de longueur 1.5 m

Quand on relève la valeur moyenne sur toutes les mesures effectuées pour chaque fibre, on trouve une valeur de 1.6 m pour la première (estimée à 1.5 m par le fournisseur) et 207,5 m pour la deuxième (estimée à 200 m). Il est aussi clair sur les deux graphes précédents que la valeur de l'écart type diminue quand on augment la valeur de la fréquence horloge. En effet quand on augmente la fréquence horloge, la distance ($d = \frac{c * \Delta \varphi}{2\pi f n}$) associée au déphasage mesuré est réduit et par conséquent les marges d'erreur sont limitées. Ce résultat se confirme par les valeurs présentées dans le Tableau VI-2 et le Tableau VI-3. On a donc pour la première fibre à 1.6 m une dispersion statique minimale (à 2 MHz) de 7 mm et pour la deuxième (de longueur estimée à 207.5 m) une dispersion minimale de 20cm (à 0.3 MHz).



Figure VI-9 : les mesures de longueur de la fibre 2 à 200 m

La même série de mesures a été appliquée pour d'autres longueurs de fibre (1.5 m et 2.5 m) pour lesquelles on calcule l'écart type à chaque fois. Les résultats obtenus pour différentes valeurs de fréquences sont représentés dans la Figure VI-10. On observe alors l'évolution de la dispersion des mesures en fonction des longueurs mesurées. On en conclut que l'erreur qui entache ces mesures est proportionnelle à la longueur de la fibre pour les fréquences horloges choisies. La variation de cette erreur est quasi-linéaire (Figure VI-10). Elle suit une courbe linéaire pour la majorité des mesures.

Tableau VI-2 : l'écart type estimé pour la fibre 1 à 1.5 m.

Tableau VI-3 : l'écart type estimé pour la fibre 2 à 200 m.

Fréquence (MHz)	0.1	0.3	0.5	0.7	1	1.5	2
Ecart type (cm)	11.5	3.2	2.2	1.7	1.5	1.2	0.7

Fréquence (MHz)0.10.150.20.250.3Ecart type (cm)43.253.134.93020.2



Figure VI-10 : l'écart type estimé pour les fibres de longueurs 1 m, 1.5 m et 2.5 m

En conclusion, il est possible d'améliorer la précision de nos mesures (réduire la dispersion) à condition d'adapter la fréquence horloge aux longueurs de la fibre. Pour des longueurs de fibre de quelques centaines de mètres, les fréquences supérieures à 1 MHz sont susceptibles de donner des précisions meilleures. En outre, on déduit que cette technique est suffisamment précise pour discriminer des longueurs proches (séparées d'un mètre). Sa résolution est donc inférieure au mètre.

2. <u>Etape 2 : Vérification de la linéarité de la loi d'addition</u>

L'objectif de cette deuxième étape est d'approfondir notre étude pour l'évaluation de l'erreur systématique¹⁵ de la technique de mesure afin de déduire la précision de cette dernière. L'idée de cette approche est de tester une loi de base à savoir celle de la linéarité de la loi d'addition appliquée à la technique de mesure des longueurs de fibre (équivalent aux délais de propagation).

On prend donc deux fibres : la première de longueur 1 m (à une dispersion minimale de 6 mm calculée par la méthode de l'étape 1) et la deuxième de 1.6 m (à une dispersion de 7 mm) qu'on mesure à différentes valeurs de la fréquence comme dans le cas de la première étape. Ensuite, on mesure la longueur résultante de la concaténation de ces deux fibres (par un connecteur optique FC/APC) pour les mêmes valeurs de la fréquence horloge. Chacune des mesures est répétée dans une série de 40 mesures successives. Les résultats de ces séries de mesures sont représentés dans la Figure VI-11 et les erreurs calculées (par la différence entre la somme des deux longueurs 1 et 2 avec leur concaténation) dans la Figure VI-12. La Figure VI-11 montre que la somme de deux longueurs mesurées pour la fibre 1 et la fibre 2 se superpose avec la mesure de leur concaténation. On peut donc en conclure que la technique de mesure utilisée ici respecte a priori la loi de linéarité de l'addition. Sur la Figure VI-12, on observe l'erreur relative estimée pour cette deuxième étape qui est centrée autour de zéro avec une déviation standard inférieure à 0.1 m dans la plupart des cas. Pour la fréquence horloge de 2 MHz la déviation standard est estimée à 16 cm.

Si on modélise la mesure de la longueur de la fibre par l'équation suivante :

 $L_1 = l_1 + \epsilon + {\delta_1}^j$

Où L₁ est la longueur mesurée pour la fibre 1, l₁ la longueur physique réelle de la fibre, ε l'erreur systématique constante (indépendante de la longueur) et δ_1^{j} l'erreur de mesure aléatoire liée à la longueur de la fibre et à l'expérience de mesure numéro j. On exprime alors toutes les longueurs mesurées sous cette forme :

$$\begin{array}{l} L_{1} = l_{1} + \epsilon + \delta_{1}{}^{j} \\ L_{2} = l_{2} + \epsilon + \delta_{2}{}^{i} \\ L_{12} = l_{12} + \epsilon + \delta_{12}{}^{k} \end{array}$$

¹⁵ Une erreur systématique est liée à la technique de mesure. Elle est indépendante de la longueur mesurée et des autres paramètres qui entrent en jeu comme la fréquence horloge et l'indice de réfraction de la fibre.

Par conséquent, l'erreur relative mesurée dans cette deuxième étape peut être exprimée par :

$$L_{12} - L_{1} - L_{2} = \delta_{12}^{k} - \delta_{1}^{j} - \delta_{2}^{i} - \epsilon$$

En outre on a déjà vu dans l'étape précédente que l'erreur de mesure évolue de façon quasilinéaire en fonction de la longueur mesurée. Ainsi, on peut considérer que les valeurs moyennes des erreurs δ_{12}^{k} et $(\delta_{1}^{j} + \delta_{2}^{i})$ sont de même ordre de grandeur. Donc la différence $(\delta_{12}^{k} - \delta_{1}^{j} - \delta_{2}^{i})$ est presque nulle. Alors l'erreur relative étudiée ici est équivalente à l'erreur systématique ε . par conséquent, la distribution de cette erreur systématique et de celle de l'erreur (différence) calculée dans cette deuxième étape (Figure VI-12) ont les mêmes propriétés statistiques. On en déduit que l'erreur systématique est de moyenne nulle et d'écart type maximal égal à 20 cm. On peut donc considérer que l'effet de l'erreur systématique de mesure sur l'erreur absolue est très faible. Sur la Figure VI-12, on observe que cet écart type diminue quand on augmente la fréquence horloge jusqu'à atteindre quelques centimètres. On en déduit que pour les hautes fréquences testées (de 100 MHz jusqu'à 1 GHz), il est possible de négliger l'effet de l'erreur systématique.



Figure VI-11 : les mesures de la somme des longueurs des fibres 1 et 2 et celle de leur concaténation



Figure VI-12 : erreur calculée pour le test de linéarité des mesures

V. Conclusion

En combinant les résultats des deux étapes précédentes, on peut en tirer deux principales déductions au sujet de l'exactitude et de la précision de la technique de mesure employée. L'erreur systématique évaluée par la deuxième étape est de moyenne nulle. Donc la mesure de longueur est exacte (ou juste i.e. proche de la valeur réelle). L'erreur aléatoire estimée par l'écart type est inférieure à 20 cm. Par conséquent la précision des résultats de mesure est majorée par cette valeur de dispersion. Pour conclure sur les valeurs de précision de cette technique, il est nécessaire d'étudier plus en détail le modèle statistique posé ici. Néanmoins on peut déduire de cette première approche que la précision de cette technique est majorée par les valeurs de déviations standards précédemment calculées à savoir 7 mm pour la fibre à 1.5 m et 20 cm pour une longueur de 200 m. Cette dégradation de la précision dans le cas des longues fibres doit être étudiée en détails dans le but d'en comprendre les raisons et d'y remédier. Il est nécessaire d'améliorer les performances de notre technique de mesure pour les grandes longueurs puisqu'à ce stade, on arrive à 20 cm de précision alors qu'on vise une précision inférieure au centimètre pour les délais introduits (sur des fibres de 600 m).