

Chapitre III : Modélisation et simulation du capteur de vibration (accéléromètre)

III.1. Introduction

III.2. Générateur de vibration (vibrateur)

III.3. La modélisation et son objectif

III.4. Développement du modèle de l'accéléromètre

III.5. Conclusion

Chapitre III

Modélisation et simulation du capteur de vibration (accéléromètre)

III.1. L'introduction

Dans ce chapitre important de la thèse on va décrire en détail la chaîne de mesure des vibrations et les différents types de modèles. Le développement du modèle de l'accéléromètre sera expliqué et présenté ainsi que sa validation par simulation et par tests expérimentaux. Les résultats obtenus seront comparés, analysés et discutés.

Dans le processus de conception des systèmes dynamiques et des structures vibrantes, on doit faire appel dans la modélisation à des hypothèses de travail avant la conception du prototype.

Le calcul dynamique de la structure vibrante commence par la détermination analytique des grandeurs modales (amortissement, fréquence, module du mouvement relatif, l'erreur de mesure). Ensuite, on passe à la vérification des hypothèses de travail par la méthode d'Analyse Modale Expérimentale (AME) une fois le prototype est conçu. Les fréquences naturelles, les modes de déformation, les rapports d'amortissement, et le nombre de degrés de liberté du modèle dans une gamme de fréquence sont aussi déterminés par l'utilisation de la méthode AME.

A l'aide du modèle analytique, on réalise la simulation théorique du modèle développé et on identifie les forces qui perturbent le système et les réponses vibratoires (réponse fréquentielle), une fois le modèle théorique est vérifié. La Fig.III.1 illustre l'utilisation de l'Analyse Modale Expérimentale (AME) [37].

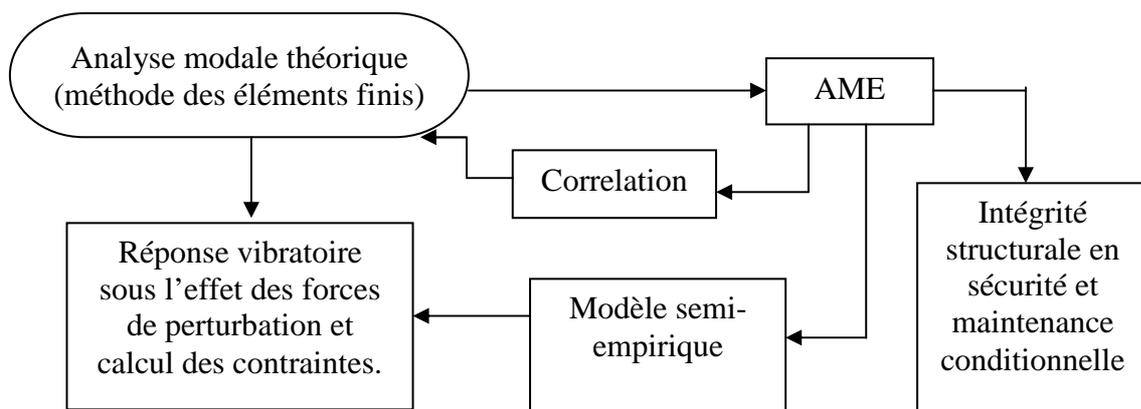


Fig. III.1. La méthode de l'AME et ses utilisations

La chaîne de mesure est généralement composée d'une source d'excitation (marteau d'impact ou vibreur) qui produit une force mesurée et contrôlée à l'aide d'un capteur de force, une conversion d'un mouvement mécanique en signal électrique par un capteur (accéléromètre,

vibromètre), l'information fréquentielle du signal est donnée à l'aide des conditionneurs de signal et un analyseur FFT à 2 canaux minimum, la Fig.III.2 montre le système de mesure.

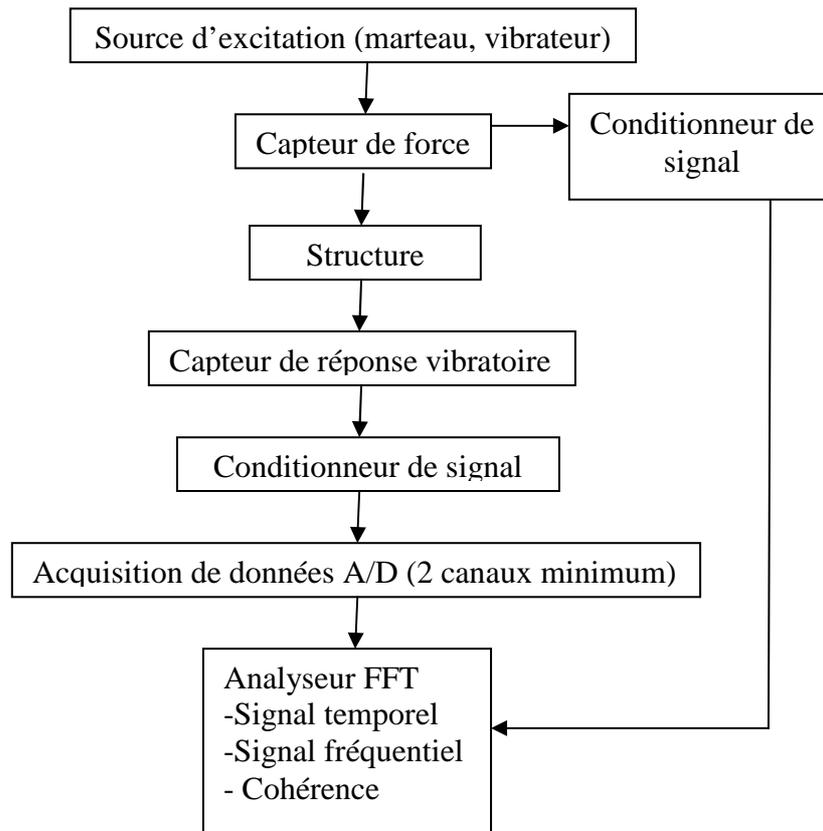


Fig. III.2. Organigramme de la chaîne de mesure

III.2. Le générateur de vibration (vibrateur)

Le générateur de vibrations produit l'excitation, son avantage est le pouvoir d'entretenir l'énergie de perturbation, mais nécessite la conception d'une structure d'attache qui peut fausser les résultats si elle vibre. En outre, un vibrateur est généralement limité à des fréquences comprises entre 3 à 2000 Hz [37].

Plusieurs types de vibrateurs sont utilisés comme excitateurs:

III.2.1. Le vibrateur électrodynamique

La Fig.III.3, montre un vibrateur électrodynamique. La circulation d'un courant I dans une bobine installée dans un champ magnétique engendre une force relative à l'induction. Un vibrateur électrodynamique est capable de générer des forces de l'ordre de 10 000 N dans une gamme de fréquence de 3 à 2000 Hz [37].



Fig. III.3. Un exemple du vibreur électrodynamique [37].

III.2.2. Le vérin hydraulique

Le vérin hydraulique est commandé par un clapet qui change la pression de l'huile et permet de produire de grandes forces (supérieures à 100 000 N). L'avantage d'un vérin hydraulique est sa capacité d'exciter les basses fréquences (0.5 à 200 Hz) et son inconvénient majeur réside dans son incapacité à exciter les hautes fréquences. A l'aide de ces excitateurs, la vibration peut être créée de plusieurs façons. Il faut noter que le clapet est attaché à un capteur de force [37].

III.2.3. Le générateur de vibration harmonique

Le générateur de vibration (vibreur) joue deux rôles importants, le premier rôle est de générer des vibrations harmoniques comme illustré sur la Fig.III.4 et le deuxième est d'effectuer des balayages en fréquence à l'aide de vibrations harmoniques montré sur la Fig.III.5. Un signal sera moyenné 100 fois, pour l'obtention d'une bonne précision en excitation harmonique. Lors d'un balayage en fréquence, il faut vérifier que la variation de fréquence soit suffisamment lente pour que la structure ait le temps d'atteindre la vibration qu'elle aurait à cette fréquence en régime stabilisé.



Fig. III.4. Un signal harmonique



Fig. III.5. Un balayage en fréquence

L'excitation sinusoïdale sera toujours celle qui donne le meilleur rapport signal/bruit dans le cas où le niveau de force requis est à la limite des possibilités du système d'excitation [37].

III.2.4. Le générateur des forces aléatoires connus

Le principe de ce générateur des forces est identique à celui du générateur de vibration harmonique, l'unique différence est qu'on ne varie pas progressivement la fréquence. L'avantage de ce type de vibreur, est l'obtention rapide de l'image de tous les modes vibratoires de la structure. La chose la plus intéressante dans ce mode est la fonction de transfert est non pas la réponse de la structure [37].

Pour disposer d'une information valable, il faut moyenner suffisamment, car dans un signal aléatoire, la valeur instantanée ne comprend pas toute l'information. Généralement, pour une mesure acceptable, on observera 500 moyennes. Les moyennes actuelles de traitement des signaux permettent de réaliser cette analyse sans obstacle, ce qui explique que l'excitation aléatoire soit de plus en plus utilisée.

La vibration aléatoires qui à la caractéristique d'exciter tous le spectre des fréquences est présentée sur la Fig.III.6.

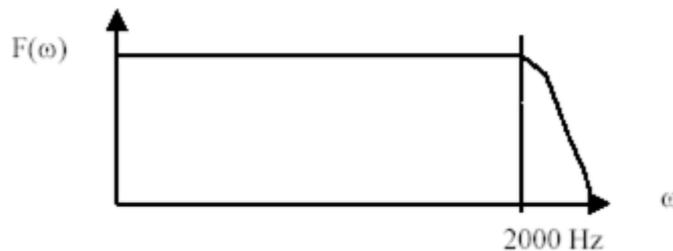


Fig. III.6. Un signal vibratoire aléatoire

III.2.5. La génération de vibration par choc

Si on suppose que le spectre d'une impulsion est plat et couvre une gamme de fréquence large, donc la génération de vibration par choc peut être assimilée à une excitation aléatoire [37].

Un impact théorique de Dirac est une impulsion de durée nulle, d'amplitude infinie et excite toutes les fréquences Fig. III.7.

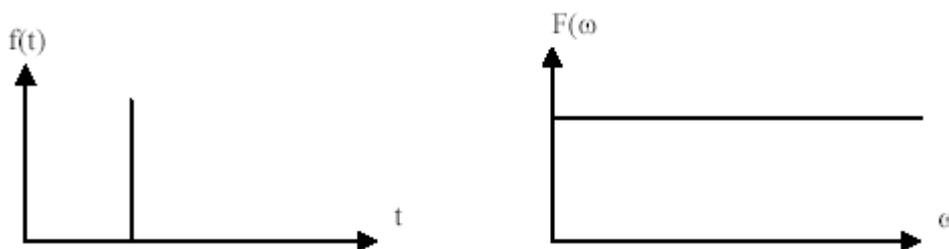


Fig. III.7. L'impact de Dirac [37].

Si le choc est limité, son spectre n'a plus la même forme et si le temps d'impact a une durée est trop longue, alors on n'obtient pas réellement une fonction de Dirac. Aussi la réponse en fréquence de la force n'est plus une droite, mais plutôt une fonction périodique Fig.III.8. Plus la durée T de l'impact est longue, plus la gamme utile en fréquence sera diminuée et plus la durée de l'impact sera courte, plus la gamme utile sera élevée.

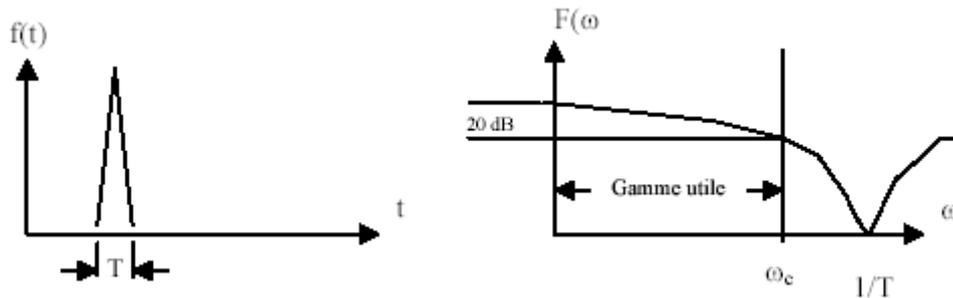


Fig. III.8. L'impact réel [37].

La fréquence de coupure ω_c est définie lorsque l'amplitude est diminuée de 20 dB (10 fois l'amplitude maximale). Au delà de cette fréquence, la structure ne reçoit pas assez d'énergie pour être excitée. On peut réaliser l'analyse des fréquences propres à partir des chocs à l'aide d'un vibreur ou à l'aide d'un marteau de choc.

III.2.6. La génération de vibration par un marteau d'impact

Les éléments constituant un marteau d'impact sont la masse, le capteur de force et l'embout. La force d'impact est relative à la masse du marteau et à la vitesse d'impact, si le marteau d'impact est utilisé. Ce dernier a la propriété d'exciter une grande gamme de fréquence Fig.III.9. Le marteau d'impact est un appareil facile à mettre en œuvre par rapport au vibreur, mais il peut avoir moins d'énergie de perturbation, selon sa grosseur, pour exciter convenablement une structure. La fréquence de coupure ω_c diminue si la masse du marteau est augmentée et augmente si la rigidité de l'embout du marteau est augmentée [37].

Pour adapter le type de choc aux fréquences recherchées, il faut agir sur la forme du choc (par exemple, en interposant entre le marteau et la structure un matériau élastique).

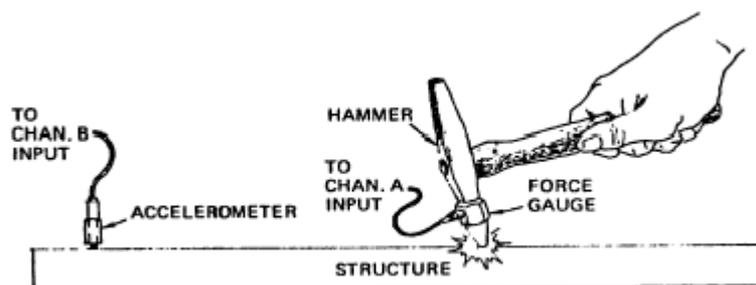


Fig. III.9. Génération des vibrations par un marteau d'impact [37]

III.2.7. L'effet de l'embout du marteau

La durée de l'impulsion est contrôlée par la masse, la rigidité du marteau et de son embout ainsi que la structure. La dureté de l'embout commande la forme du spectre et la gamme opérationnelle en fréquence lorsqu'on frappe sur une structure rigide Fig.III.10.

La gamme opérationnelle sera élevée avec une réponse moins sensible à la force si l'embout du marteau est solide. Mais dans le cas où l'embout du marteau est souple, la gamme opérationnelle sera faible, mais la réponse sera plus sensible à la force [37].

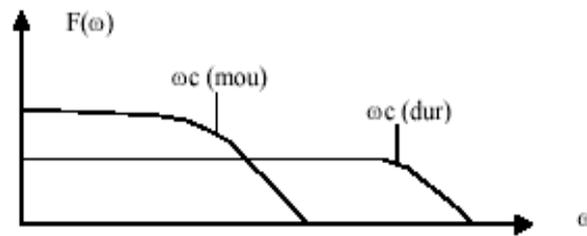


Fig. III.10. Effet du choix de l'embout du marteau

III.3. La modélisation et son objectif

III.3.1. Le modèle

On utilise la modélisation pour comprendre un phénomène physique et validé la théorie développée. Dans notre travail le modèle de l'accéléromètre à été développé et mis en œuvre. L'objectif principale du modèle est de remplacer l'objet physique coûteux et peut être utilisé comme outil de simulation ou de conception. Le but de la modélisation consiste à prédéterminer et à étudier le comportement de l'objet aux différentes sollicitations.

Il existe plusieurs objectifs de modèles [43] dont les plus importants sont :

Modèles de connaissance

Le but du modèle de connaissance est de donner la variation temporelle des grandeurs physiques du processus. Un modèle de connaissance est un modèle dont les propriétés et les relations ont été établies en faisant appel à des modèles plus généraux mettant en œuvre les lois de la physique, de la chimie et de l'économie. Les grandeurs d'un modèle sont: la pression, la température, la tension, le courant, la force et enfin l'accélération.

Modèles de représentation

Souvent ces modèles ne permettent pas la traduction physique des phénomènes étudiés. Ils sont composés d'une collection de relations mathématiques. Les caractéristiques de ces modèles peuvent n'avoir aucun sens physique particulier.

Modèles pour l'optimisation

Par une approche de conception, ce modèle doit permettre la détermination de la configuration optimale du système.

Modèles pour la conception de la commande

Ces modèles sont applicables pour la conception de la commande des systèmes complexes possédant des choix de réglage. Comme exemple l'introduction des convertisseurs de l'électronique de puissance pour la centrale photovoltaïque, tous les paramètres du système sont affectés par les fonctions de transformation ou les rapports cycliques des convertisseurs. L'adaptation d'un modèle pour créer une bonne commande par le réglage de ces fonctions de transformation est alors essentielle.

III.3.2. Les différents types de modèles

Pour réaliser les objectifs de la modélisation, il existe plusieurs types de modèles [43].

III.3.2.1. Le modèle mathématique

Dans ce modèle, les entrées et les sorties de la chaîne sont reliées par un ensemble de lois mathématiques. Cet ensemble probablement composé d'équations algébriques, différentielles et des relations récursives. A ces relations de type égalité, peuvent additionner des relations de type inégalité ou inclusion, permettent de prendre en compte de contraintes ou d'éventuelles saturations.

III.3.2.2. Le modèle d'état

Le modèle d'état, il est défini par un ensemble de variables, en nombre minimum, rassemblées dans un vecteur x de \mathbb{R}^n appelé vecteur d'état, dont la connaissance à l'instant $t_0 \in \mathbb{R}^n$ collaborée à la connaissance de transformation des entrées $u \in \mathcal{R}^1$ sur un intervalle $T = [t_0, \tau]$ accepte à partir du modèle, de fournir la transformation de $x(t)$ sur T .

III.3.2.3. Le modèle de donnée (Fichier)

Les modèles de données composés d'informations, sous forme de tableaux de données, rassemblant la transformation des sorties du procédé à la transformation des entrées pour différentes catégories d'entrées. Ces modèles composent le plus souvent le point de démarrage en vue de la réalisation des modèles plus développés.

III.3.2.4. Le modèle à base de règle (linguistique)

Les modèles linguistique coïncident avec une description par règles de conduite, comme par exemple 'si on actionne A deux fois, B avance' et sont issus de l'observation du système en marche. Fréquemment lourds à traiter et limités du point de vue des possibilités, ils conviennent assez bien à une exploitation mettant en œuvre les procédés de l'intelligence artificielle et la logique floue.

III.3.2.5. Le modèle graphique

La structuration des modèles graphiques par une manière de figuration en général assez aisée à manipuler de part la sollicitation simultanée des cerveaux droit et gauche et de l'utilisation des caractéristiques notables susceptibles de servir à la modélisation. On utilise fréquemment des indices graphiques, pour afficher ces caractéristiques.

III.3.3. Les deux techniques de la modélisation

En général on a deux techniques de la modélisation soit analytique (modèle de connaissance) faisant ingérer des relations de la physique, soit empirique (modèle de comportement) basé sur l'idée de la "boîte noire" issu de la systémique. La Fig.III.11 montre les deux techniques de la modélisation.

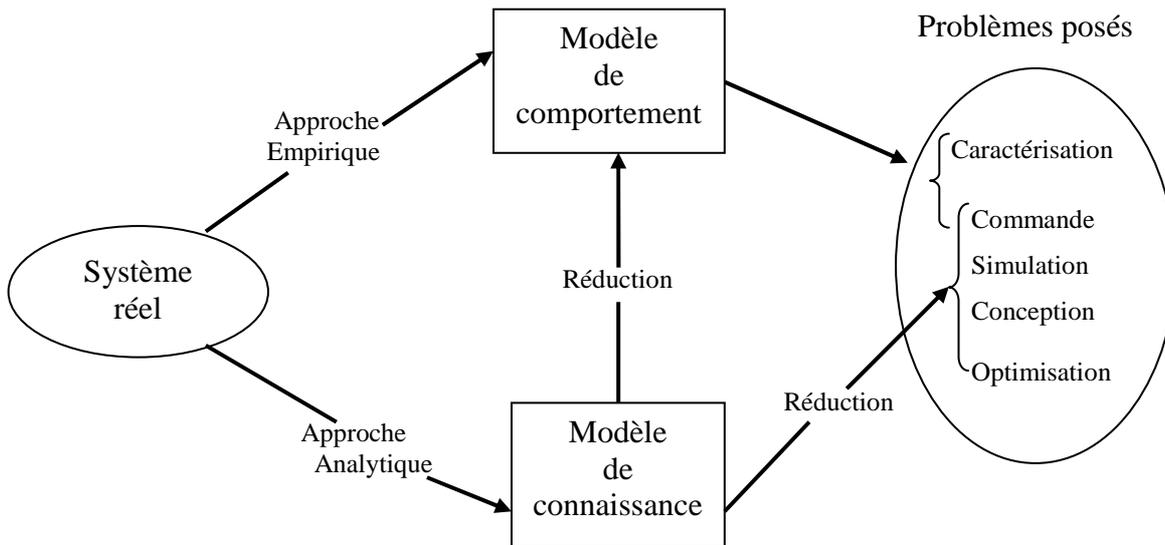


Fig. III.11. Les deux techniques de la modélisation

III.3.4. Les méthodes de la modélisation

Il existe plusieurs méthodes de la modélisation [44] dont les plus importants sont résumés ci-dessous.

III.3.4.1. La méthode de modélisation au niveau du système

Le modèle du système peut être considéré comme un espace, où un certain nombre de fonctions et de rapports logiques satisfaites. Dans cet espace, il faut assurer un fonctionnement et des liaisons exactes entre les modèles des sous-systèmes qui dessinent le comportement total du microsysteme.

III.3.4.2. La méthode de modélisation comportementale

Dans ce type de modèle, les interactions entre les éléments des différents secteurs sont prises en considération, ainsi que le milieu de conception par l'utilisation de la méthodologie de modélisation comportementale. La performance de cette modélisation dépend de la méthode de simulation et des signaux de caractérisation choisis. Il existe deux approches de modélisation et de simulation au niveau comportemental, la première approche est la modélisation fonctionnelle et la deuxième est la méthode par circuit équivalent.

A/ Modélisation fonctionnelle

La modélisation fonctionnelle est une méthode alternative convenable à la modélisation des systèmes hybrides. Elle donne profit des degrés d'abstraction possibles et des langages offerts dans le cadre de la simulation à signaux mixtes. Il est toutefois essentiel d'indiquer les limitations de cette méthode.

- **Modélisation basée sur le graphe**

Dans la modélisation on utilise les graphes pour dessiner les systèmes reliés dans plusieurs domaines. Pour cette méthode, il existe trois types de modélisation des systèmes [44]: les graphes, les graphes de liaisons (bond-graph) et les diagrammes blocs.

- **Modélisation par graphe de liaison**

La modélisation par le graphe de liaison (bond-graph) est située entre le système physique et les modèles mathématiques classiques. La technique de modélisation par graphe de liaison est basée sur la description des phénomènes de transformation de puissance (par un lien) au sein du système.

- **Modélisation par diagramme bloc**

L'utilisation des diagrammes blocs produit des modèles comportant des fonctions primitives décrivant les rapports entre les entrées et les sorties (exemple, Simulink, SPW...).

B/ Modélisation comportementale basée sur le circuit électrique équivalent

La méthode de modélisation comportementale est basée sur les modèles définis sous forme de circuits électriques équivalents. Ces circuits équivalents montrent les sous-systèmes dans d'autres domaines d'énergie.

- **Principe de la modélisation électrique**

Grâce aux équations différentielles, on peut décrire le fonctionnement d'une machines ou un composant, dont la forme dépend de la nature physique de son activité. Cependant, on utilise les modèles mathématiques pour les systèmes non électriques, pour la production des égalités dans le domaine électrique. Pour ce fait, les lois de physique sont apposées à ces modèles, à partir desquelles des similitudes entre les domaines sont établies.

- **Les réseaux de Kirchhoff généralisés**

L'utilisation des réseaux de Kirchhoff facilite la modélisation des circuits électriques. On appelle un réseau de Kirchhoff généralisé, si le concept de réseau de Kirchhoff est employé et le modèle réalisé représente le circuit électrique équivalent d'un composant.

III.3.4.3. La méthode de modélisation au niveau composant

A ce niveau, la décomposition de sous-système est en briques élémentaires basiques qui sont exposées par des modèles analytiques. Si l'ordre du système d'équations est réduit, alors l'exportation des équations différentielles ordinaires est possible, afin de former le modèle simplifié du composant. Il est évident que la précision du modèle est diminuée, mais l'erreur liée peut être acceptable si le modèle d'ordre réduit prévu n'est pas très court.

III.3.4.4. La méthode de modélisation au niveau physique

Le niveau d'abstraction physique (ou dispositif) est le plus proche de la réalité du fonctionnement d'un système. Il est évident que lors de l'accomplissement du modèle à ce niveau, les

caractéristiques des matériaux fonctionnés et des structures nécessitent d'être introduites dans la caractérisation du comportement des mécanismes.

Dans la modélisation au niveau physique, le comportement d'un système est défini par les équations différentielles partielles. Ici, les méthodes de résolution utilisées sont les éléments finis (FEM) et les éléments aux limites (BEM). Ces méthodes de résolution sont précises, et conviennent au calcul des distributions des contraintes, des déformations et des fréquences naturelles des structures MEMS.

Dans ce travail, nous avons choisi la méthode de modélisation au niveau physique (les éléments finis) pour modéliser le capteur de vibration.

III.3.5. L'outil de simulation

Pour réaliser des études préliminaires et/ ou comparatives, on utilise la simulation qui est un moyen efficace et économique. L'utilisation d'un simulateur performant peut considérablement augmenter les capacités d'un système expert.

Dans le domaine des machines électriques et de l'électronique, plusieurs outils de simulation sont employés tel que MATLAB, PSIM, SPICE, ATOSECS, EMTP, SMNON, etc [45].

III.3.6. Le logiciel de simulation (MATLAB)

Le MATLAB est un système de calcul numérique et de présentation graphique, destiné aux ingénieurs et scientifiques. Il contient un langage de programmation à la fois robuste et simple à utiliser. Il permet d'exposer les problèmes et les solutions d'une façon facile, contrairement à d'autres langages de programmation. Il inclut des fonctions d'analyse numérique, de calcul matriciel, de traitement de signal, d'affichage graphique 2D et 3D, etc. Il peut être utilisé d'une manière interactive ou en mode programmation. En mode interactif, l'utilisateur à l'éventualité d'effectuer instantanément des calculs difficile et compliqués et présenter les résultats sous forme numérique ou graphique. En mode de programmation, il est possible d'écrire les programmes comme les autres langages. L'utilisateur peut aussi créer ses propres fonctions qui peuvent être appelées de façon interactive ou par des scripts. Ces fonctions offrent à MATLAB une réussite unique. Dans MATLAB, l'élément de base est la matrice [45].

Le MATLAB s'est imposé dans les milieux universitaire et industriel comme un outil puissant de modélisation, de simulation et de présentation de problèmes numériques. Dans le monde universitaire, MATLAB est exploité pour l'enseignement de l'algèbre linéaire, le traitement du signal, l'automatique, l'électronique de puissance ainsi que dans le domaine de la recherche scientifique. Dans notre travail l'outil de simulation et de modélisation employé est le Matlab.

III.4. Le développement du modèle de l'accéléromètre

Un accéléromètre est un capteur fixé directement sur la structure dont on veut mesurer les vibrations. Comme il vibre avec la structure, il ne mesure pas le mouvement absolu $y(t)$ de la

structure, mais il mesure le mouvement relatif $z(t)$ qu'il faudra interpréter pour en extraire l'information sur le mouvement absolu.

Considérons l'accéléromètre comme un système masse, ressort, et amortisseur, défini par m , k et c respectivement Fig.III.12.

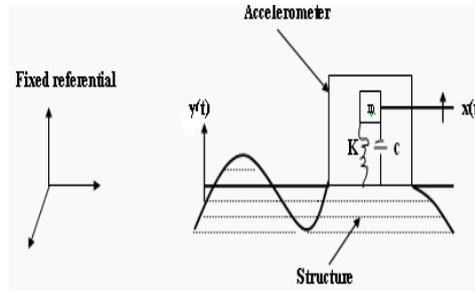


Fig. III.12. Modélisation d'un accéléromètre [46].

Avec : m : la masse, k : le coefficient d'élasticité, c : le coefficient de frottement.

On définit le mouvement relatif comme :

$$z(t) = x(t) - y(t) \quad (III.1)$$

D'où $z(t)$, représente le mouvement relatif de la masse m par rapport à la base de la structure.

Si on applique la loi de Newton, l'équation du mouvement est :

$$m \ddot{x}(t) = -k(x(t) - y(t)) - c(\dot{x}(t) - \dot{y}(t)) \quad (III.2)$$

$$m \ddot{x}(t) + c(\dot{x}(t) - \dot{y}(t)) + k(x(t) - y(t)) = 0 \quad (III.3)$$

D'après (III.1), on a :

$$\dot{x}(t) - \dot{y}(t) = \dot{z}(t) \quad (III.4)$$

$$\ddot{x}(t) = \ddot{y}(t) + \ddot{z}(t) \quad (III.5)$$

Si on remplace l'équation (III.1) dans l'équation (III.4) et l'équation (III.5) dans l'équation (III.3), on obtient une équation différentielle du deuxième ordre dont la variable représente le mouvement relatif.

$$m \ddot{z}(t) + c \dot{z}(t) + k z(t) = -m \ddot{y}(t) \quad (III.6)$$

Si on suppose un mouvement harmonique de la structure dont on cherche l'amplitude Y , du type :

$$y(t) = Y e^{i\omega t} \quad (III.7)$$

$$z(t) = Z e^{i\omega t} \quad (III.8)$$

On obtient par l'utilisation des nombres complexes :

$$(-m\omega^2 + i\omega c + k) Z = m\omega^2 Y \quad (III.9)$$

On simplifie l'équation (III.9) et on aboutit à :

$$Z = m\omega^2 Y / (-m\omega^2 + i\omega c + k)$$

$$Z = \omega^2 Y / (-\omega^2 + i\omega c/m + k/m)$$

$$Z = \omega^2 Y / (-\omega^2 + i.\omega.2.\omega_n c / 2\omega_n m + \omega_n^2)$$

$$Z = \omega^2 Y / [(\omega_n^2 - \omega^2) + i (2\zeta\omega\omega_n)] \tag{III.10}$$

Où $\omega_n = (k/m)^{1/2}$ représente la fréquence naturelle de l'accéléromètre et $\xi = c/(2m\omega_n)$ représente son taux d'amortissement.

Après le développement du modèle mathématique du capteur de vibration (accéléromètre) nous passons à la simulation de ce modèle avec des données réelles pris au niveau d'ASMIDAL (FERTIAL) [46, 48].

III.4.1. La modélisation et la simulation du module de mouvement relatif de l'accéléromètre

Le module de mouvement relatif de l'accéléromètre donné par l'équation (III.11) qui est illustré ci-dessous :

$$Z = Y \omega^2 / \omega_n^2 [(1 - (\omega/\omega_n)^2)^2 + (2\zeta\omega/\omega_n)^2]^{1/2} \tag{III.11}$$

Dans le tableau ci-dessous les données nécessaires pour la simulation du module de mouvement relatif sont présentées.

Tableau.III.1. Paramètres du module de mouvement relatif

Paramètres d'entrée	Les valeurs
L'amplitude de mouvement (m)	0.015
Le taux d'amortissement	Pour $\xi = 0.1, 0.3, 0.5, 0.65, 0.8$
La fréquence naturelle (Hz)	100
La fréquence relative (Hz)	0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40
Le rapport de fréquence	0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4

Ces courbes suivantes sont obtenues en variant le taux d'amortissement de l'accéléromètre de 0.1 à 0.8 avec une fréquence naturelle de 100Hz et la fréquence relative varie de 0 à 40Hz pour déterminer le module du mouvement relatif.

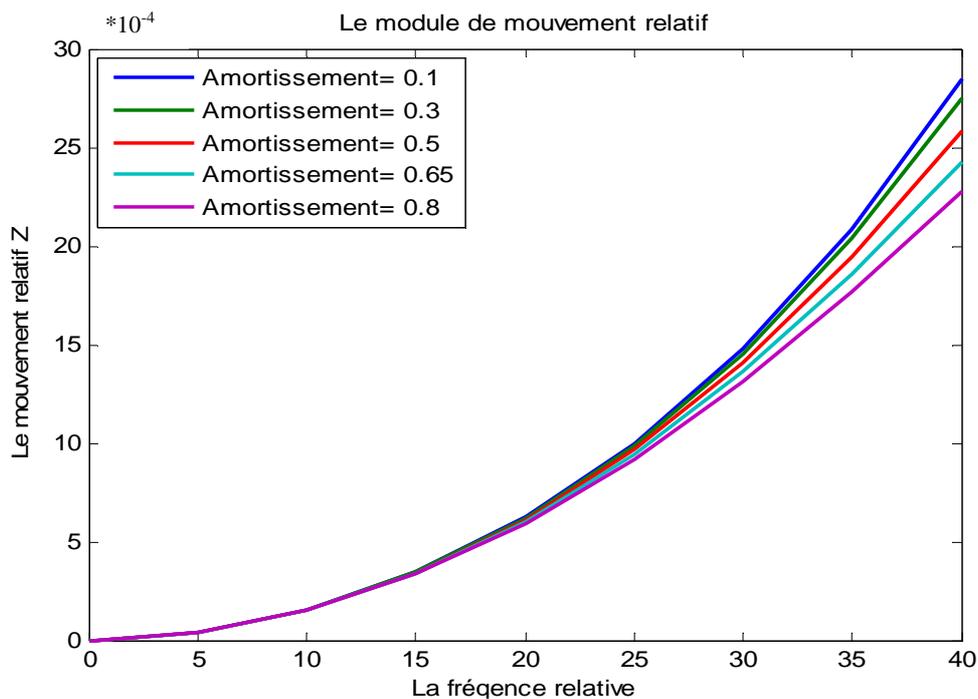


Fig. III.13. Module du mouvement relatif en fonction de ζ

Dans le cas de résonance, on varie la fréquence relative de 0 jusqu'à 400 Hz. On obtient les résultats montrés sur la figure suivante:

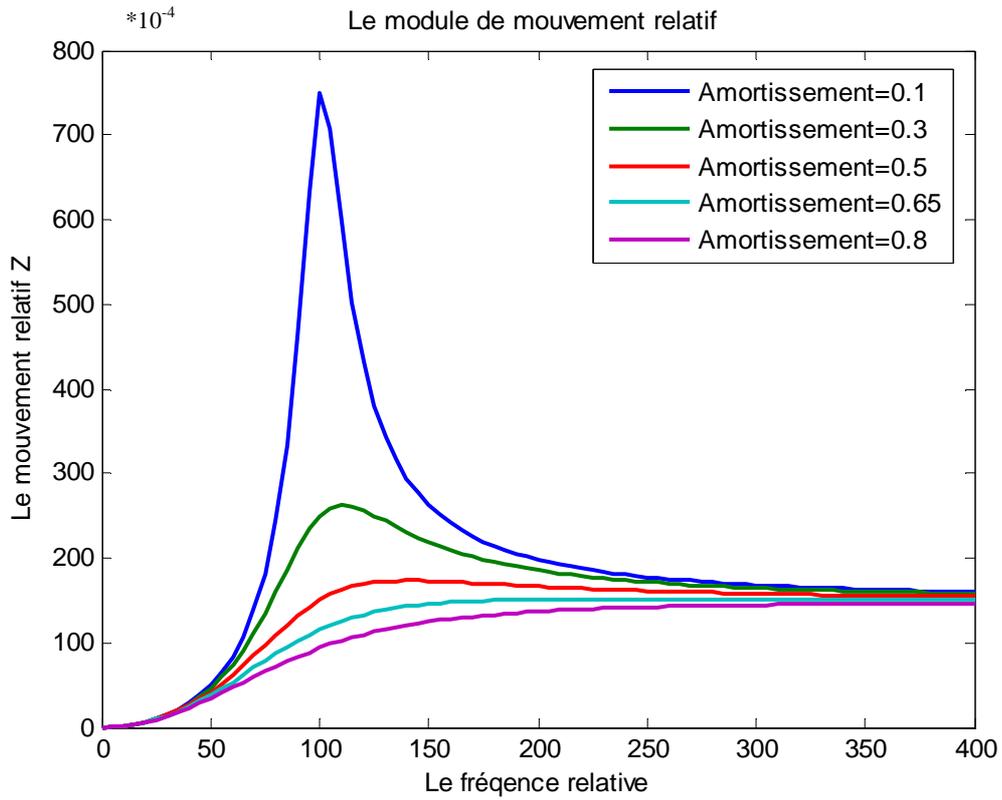
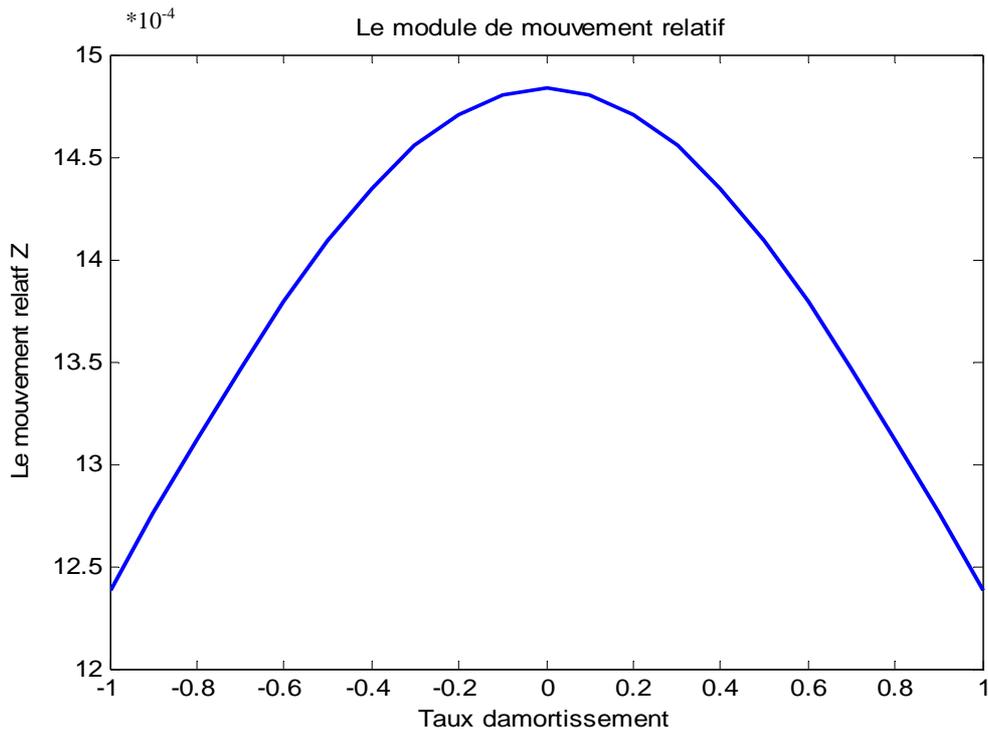
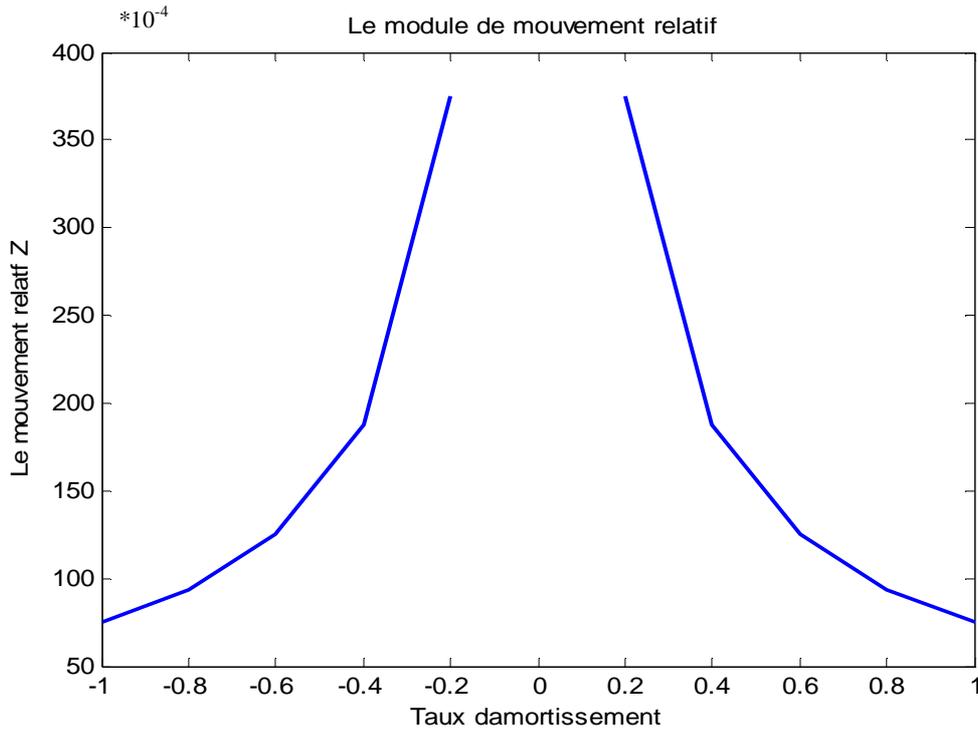


Fig. III.14. Module du mouvement relatif en fonction de ζ dans la résonance
 Le mouvement relatif varie avec la variation du taux d'amortissement, pour voir cette variation schématiquement, il faut prendre la fréquence relative comme constante et égale à 30Hz dans le cas normal de marche de l'accéléromètre et de 100Hz dans le cas de résonance et faire varier le taux d'amortissement de -1 à 1.



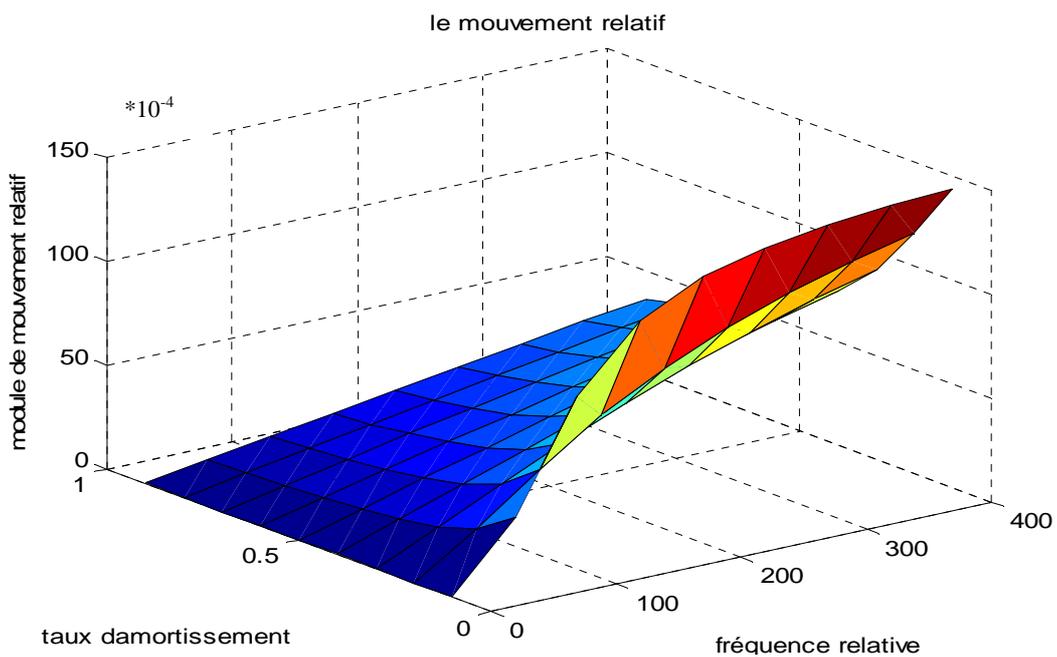
a) Cas de fonctionnement normal de l'accéléromètre



b) Cas de la résonance de l'accéléromètre

Fig. III.15. Le module de mouvement relatif en fonction du taux d'amortissement

La variation du taux d'amortissement et de la fréquence relative de l'accéléromètre, nous permettent à partir des essais expérimentaux de faire le bon choix de l'accéléromètre. Pour représenter schématiquement le mouvement relatif en fonction de la variation du taux d'amortissement et la fréquence relative, il faut varier le taux d'amortissement de 0.1 jusqu'à 0.9 et la fréquence relative de 0 jusqu'à 40 Hz. Dans le cas de résonance; en prend la fréquence relative de 0 jusqu'à 400Hz et le taux d'amortissement reste le même.



a) Cas de fonctionnement normal de l'accéléromètre

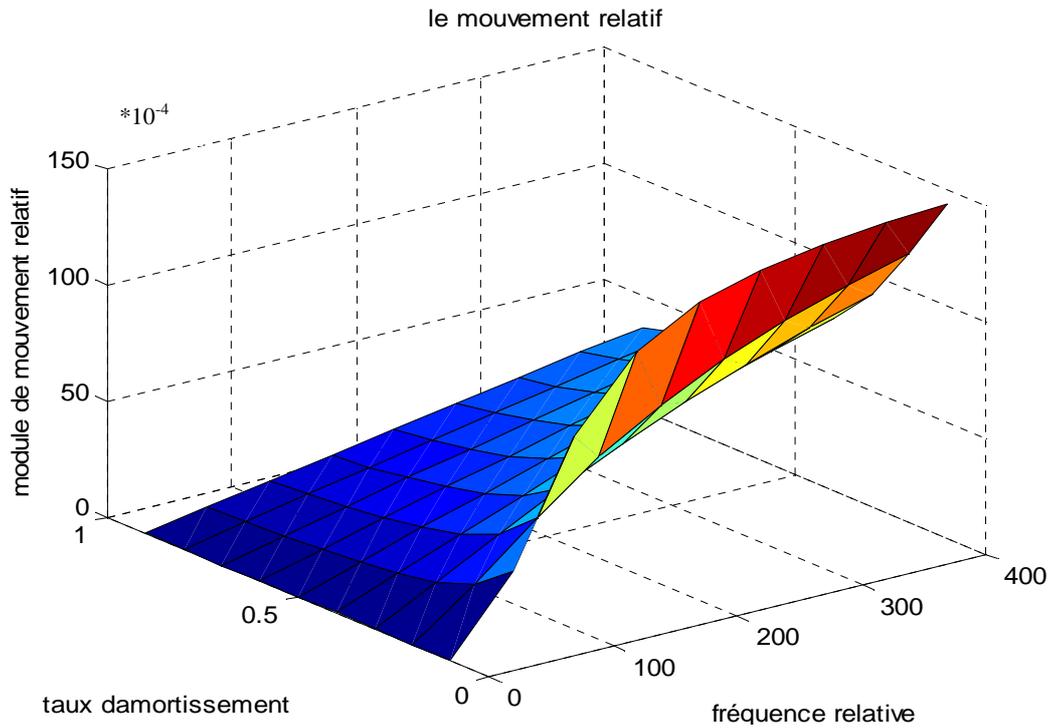


Fig. III.16. Module du mouvement relatif en fonction du taux d'amortissement et la fréquence relative

Il est nécessaire de trouver l'erreur de mesure du mouvement relatif pour faire le choix du taux d'amortissement de l'accéléromètre. L'erreur de mesure est déterminée comme suit:

En multipliant l'expression (10) par ω^2 et extraire le module, on trouve:

$$\omega_n^2 Z = \omega^2 Y / [(1 - (\omega/\omega_n)^2)^2 + (2\zeta\omega/\omega_n)^2]^{1/2} \tag{III.12}$$

On peut remarquer que, d'après l'équation (12), l'amplitude de l'accélération de la structure est exprimée par $\ddot{Y} = \omega^2 Y$ (accélération absolue), qui est l'expression recherchée.

Si on choisit un accéléromètre tel que $\omega/\omega_n \ll 1$ pour diminuer l'erreur de mesure au minimum possible, alors l'équation (11) se réduit à :

$$\ddot{Z} = \omega_n^2 Z \approx \ddot{Y} \tag{III.13}$$

La mesure du mouvement relatif, défini par $\omega_n^2 Z$, donne donc, une valeur représentative de l'amplitude de l'accélération de la structure à la fréquence ω .

L'erreur de mesure effectuée se définit comme [47, 48]:

$$E = (\ddot{Z}/\ddot{Y}) - 1 = [1 / (1 - (\omega/\omega_n)^2)^2 + (2\zeta\omega/\omega_n)^2] - 1 \tag{III.14}$$

III.4.2. La modélisation et simulation de l'erreur de mesure de l'accéléromètre

III.4.2.1. La modélisation de l'erreur de mesure

Pour la représentation graphique de l'erreur de mesure de l'accéléromètre en fonction du rapport de fréquence pour différentes valeurs de ζ , on utilise un programme écrit sous Matlab [46,47].

III.4.2.2. La simulation de l’erreur de mesure

Les valeurs des paramètres utilisés pour la détermination de l’erreur de mesure de l’accéléromètre sont présentées dans le tableau.III.2 et les résultats de simulation illustrés dans la Fig.III.17.

Tableau.III.2. Les données utilisées pour la détermination de l’erreur de mesure de l’accéléromètre

Les paramètres d’entrée	Les valeurs
Le taux d’amortissement	$\xi = 0.4, 0.6, 0.65, 0.7, 0.8$
La fréquence naturelle (Hz)	100
La fréquence relative (Hz)	0, 5, 10, 15, 20, 25, 30

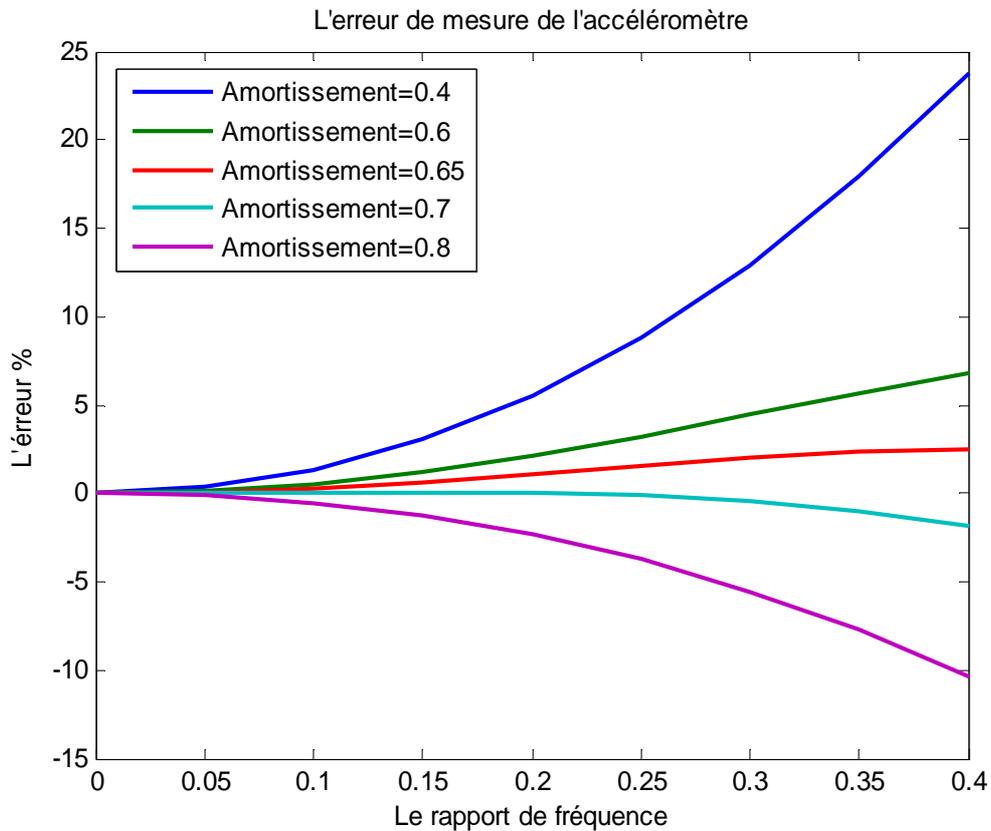


Fig. III.17. L’erreur de mesure de l’accéléromètre

Dans le cas de résonance, on varie la fréquence relative de 0 jusqu'à 400 Hz. On obtient les résultats montrés sur la figure suivante:

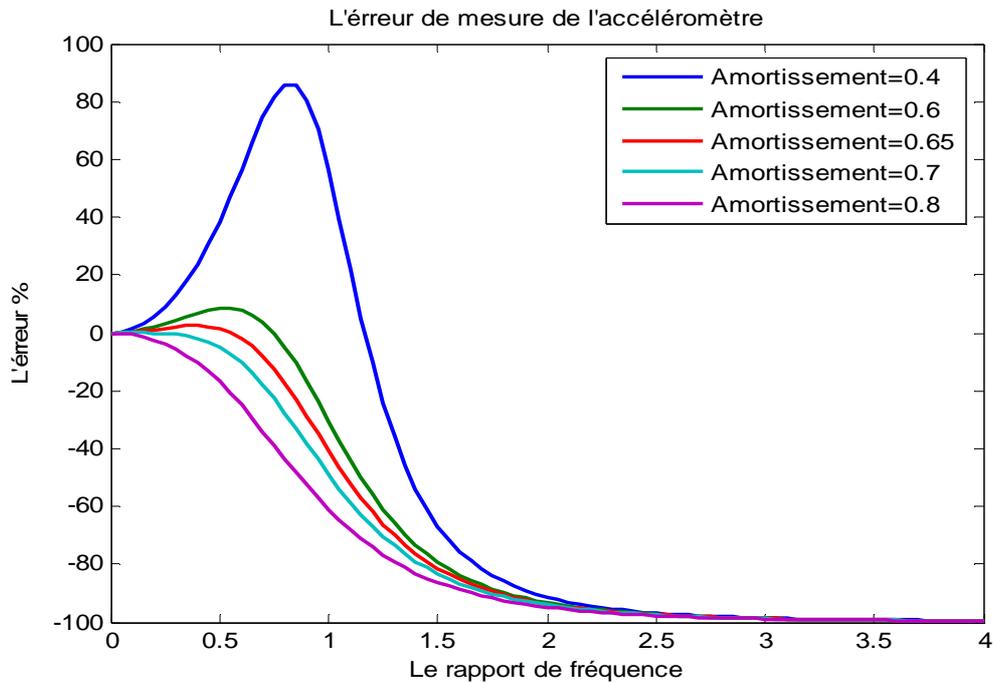
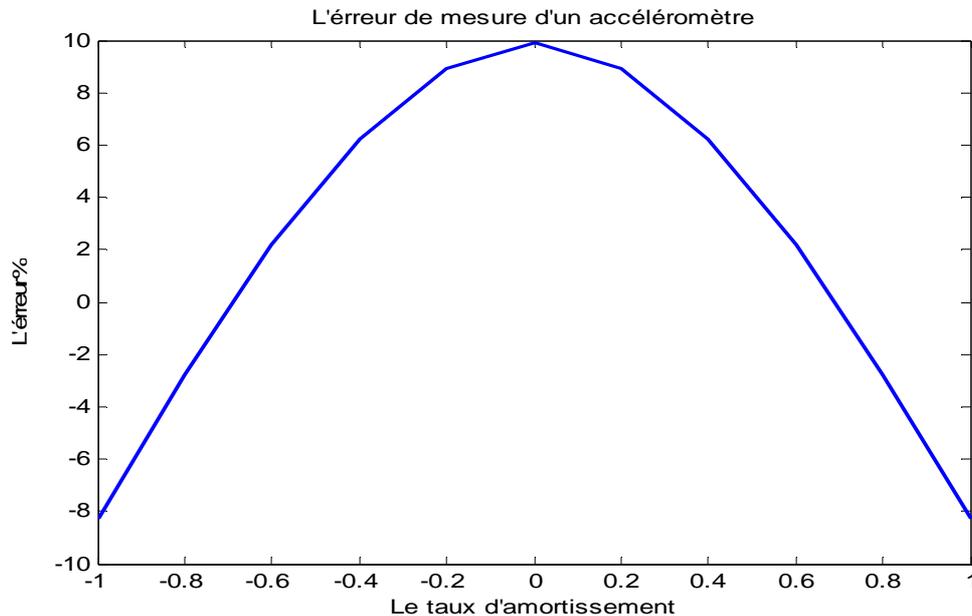


Fig.III.18. L'erreur de mesure de l'accéléromètre dans le cas de résonance

La Fig.III.18, montre le phénomène de résonance ; pour éviter ce dernier, il faut choisir la gamme de fréquence de l'accéléromètre correspondante aux vibrations et faire aussi le bon choix du taux d'amortissement. Ces deux paramètres nous permettent aussi d'obtenir une bonne estimation de la valeur de la vibration.

L'erreur de mesure de l'accéléromètre varie avec la variation du taux d'amortissement, la Fig.III.17 montre que pour limiter à 1 % l'erreur de mesure, il faut un amortissement de 0.65. Pour bien voir la relation entre l'erreur de mesure et le taux d'amortissement, on varie le taux d'amortissement de -1 jusqu'à 1 et on prend la fréquence relative comme une constante et égale à 30Hz dans le cas de bon fonctionnement de l'accéléromètre et de 100Hz dans le cas de résonance, les résultats obtenues par simulation sont présentés dans les deux figures suivantes:



a) cas de bon fonctionnement

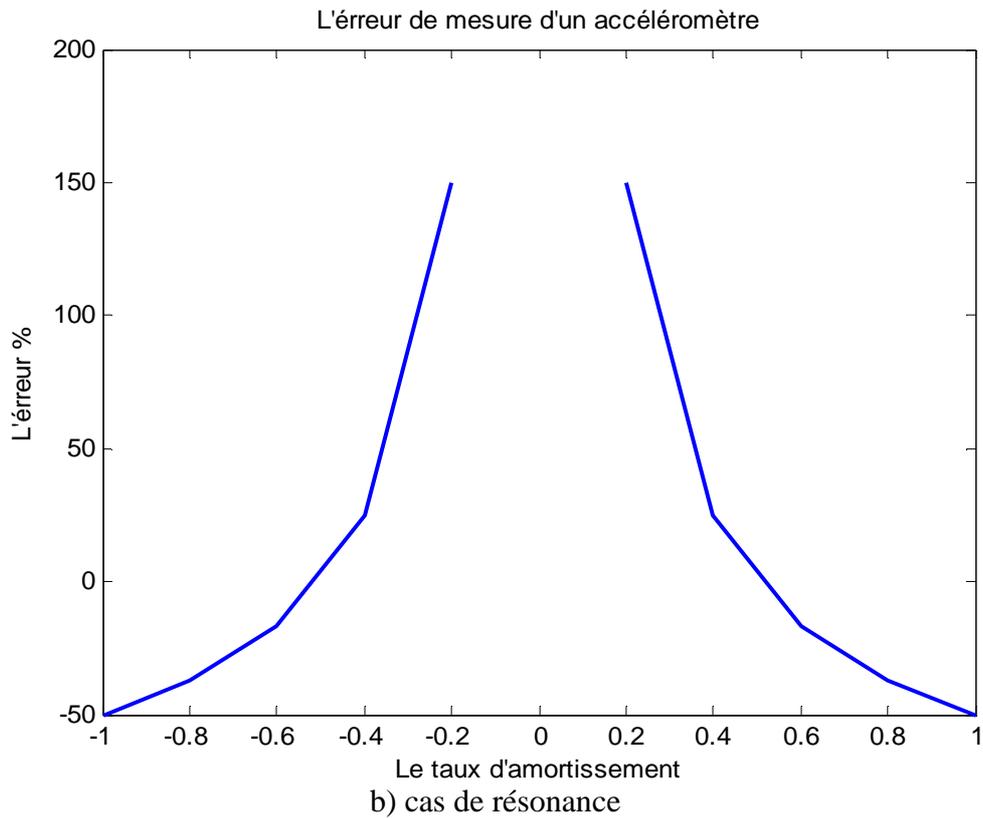
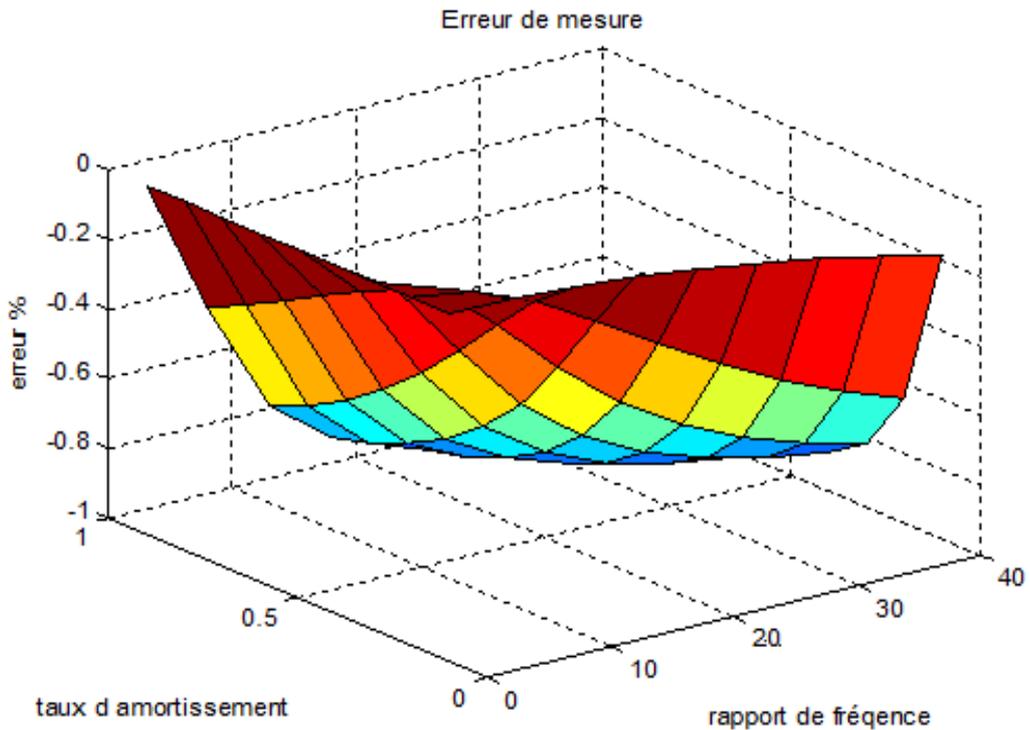
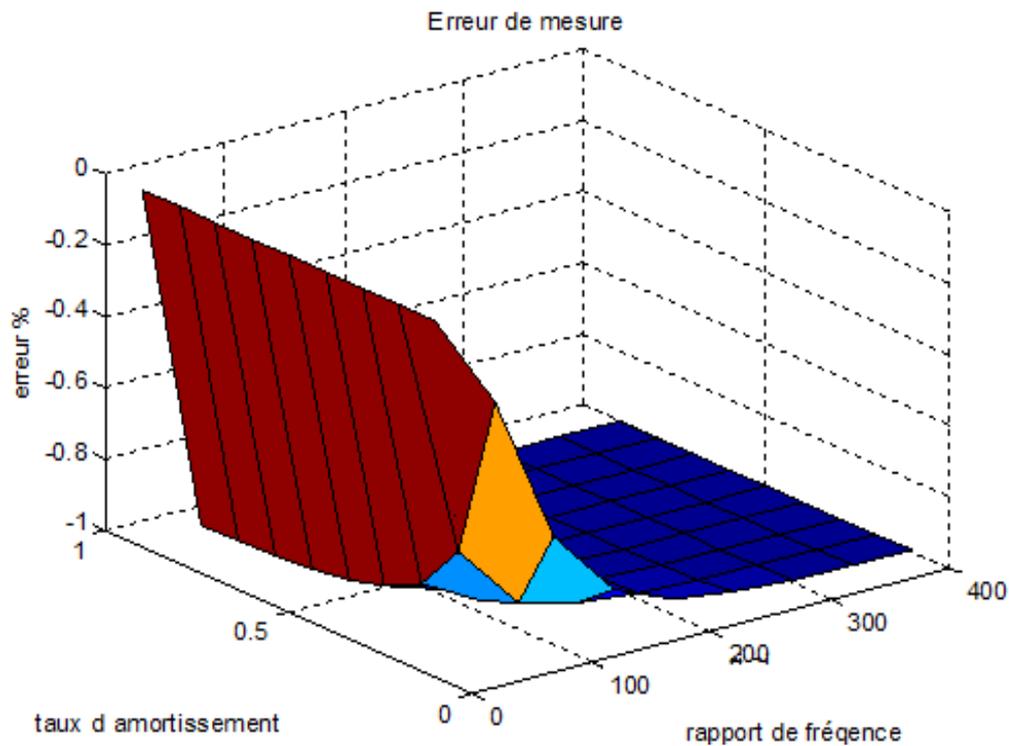


Fig.III.19. L'erreur de mesure en fonction du taux d'amortissement.

La représentation graphique de l'erreur de mesure en fonction de la fréquence relative et le taux d'amortissement dans les deux cas (cas de bon fonctionnement de l'accéléromètre et cas de résonance) est montrée sur les deux figures suivantes:



a) cas de bon fonctionnement



b) cas de résonance

Fig.III.20. L'erreur de mesure en fonction du rapport fréquentiel et le taux d'amortissement.

La Fig.III.20, montre l'erreur de mesure en fonction du rapport fréquentiel et le taux d'amortissement ainsi que la relation entre ces trois paramètres.

III.4.3. Les essais pour améliorer le choix du taux d'amortissement de l'accéléromètre

Pour faire un choix plus précis et obtenir un résultat proche de la valeur réelle du taux d'amortissement, des essais supplémentaires sur l'erreur de mesure sont nécessaires.

III.4.3.1. Le premier essai

Les paramètres du premier essai sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau.III.3. Les données de première essai [46, 49].

Paramètres d'entrée	Les valeurs
le taux d'amortissement	0.645 ,0.65 ,0.655, 0.66 ,0.665
la fréquence naturelle(Hz)	100
la fréquence relative (Hz)	0 ,5 ,10 ,15 ,20 ,25 ,30, 35, 40

A partir de ces valeurs, on réalise la simulation par Matlab et les résultats obtenus sont montrés sur la figure suivante:

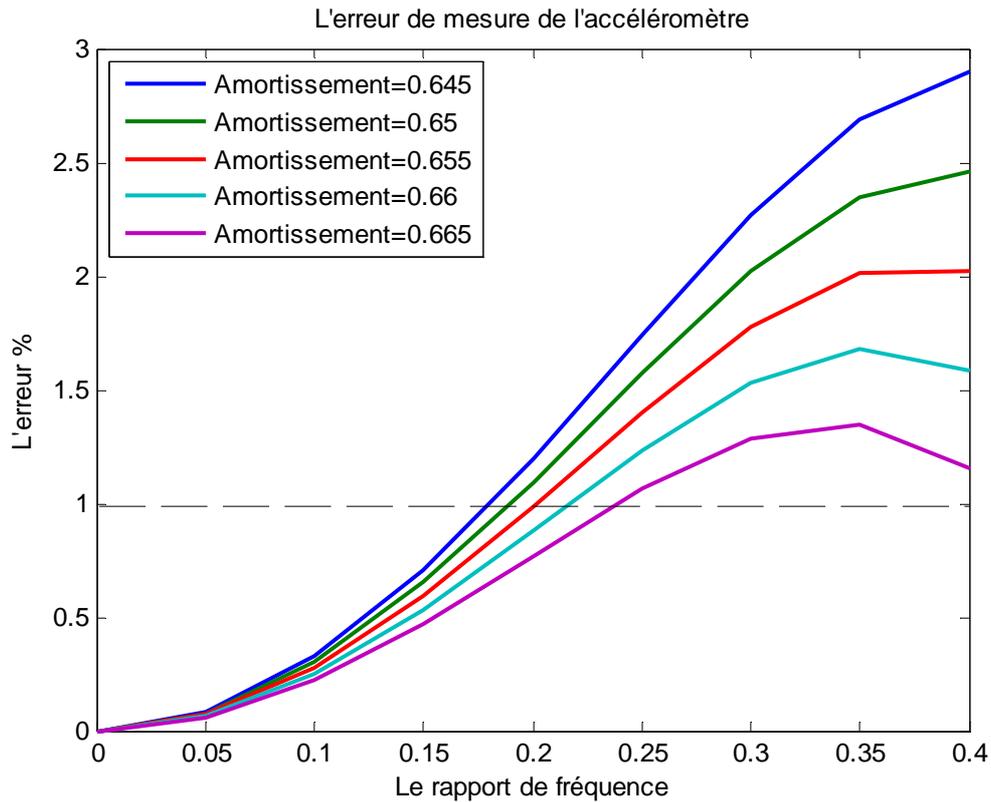


Fig.III.21. Résultats du premier essai

Selon la Fig.III.21, on remarque que le bon choix du taux d'amortissement pour limiter l'erreur de mesure à 1% est à peu près égal à 0.665. Pour obtenir la valeur la plus précise et la plus proche du taux d'amortissement pour limiter l'erreur de mesure à 1%, il faut réaliser un deuxième essai.

III.4.3.2. Le deuxième essai

Les paramètres de cet essai sont basés sur la variation du taux d'amortissement et sont présentés dans le tableau suivant:

Tableau.III.4. Les données du deuxième essai [46, 49].

Paramètres d'entrée	Les valeurs
le taux d'amortissement	0.665, 0.668, 0.67, 0.672, 0.675
la fréquence naturelle (Hz)	100
la fréquence relative (Hz)	0,5 ,10 ,15 ,20 ,25 ,30

Les résultats de cet essai sont montrés sur la Fig.III.22.

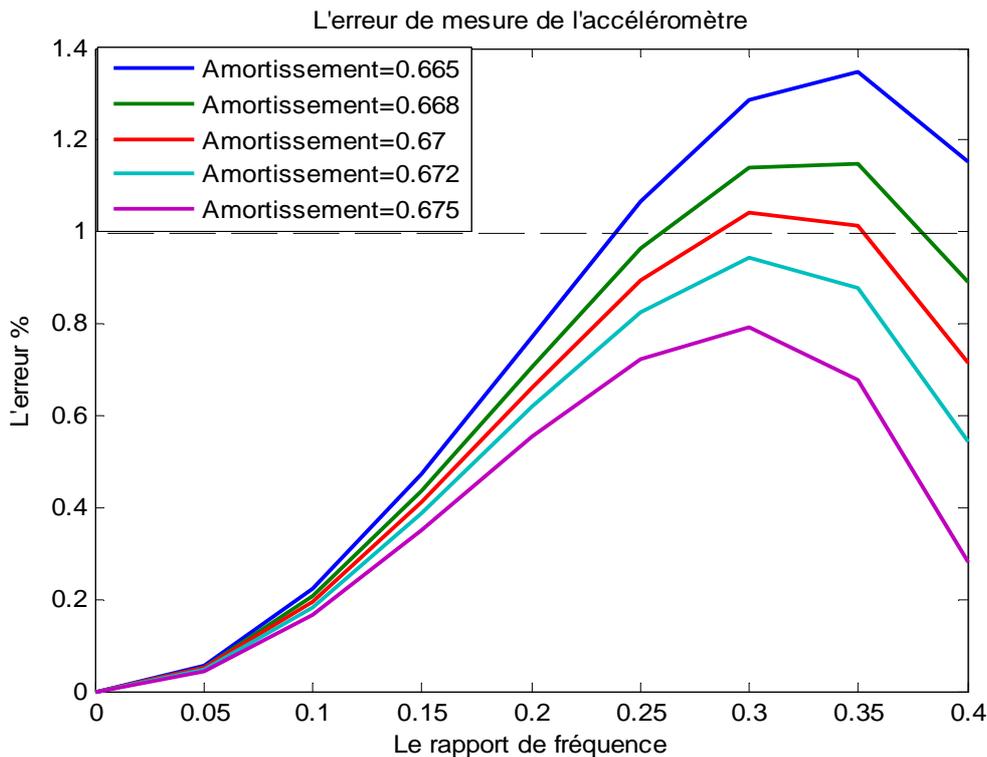


Fig.III.22. Résultats du deuxième essai

La Fig.III.22 montre l'erreur de mesure en fonction du rapport de fréquence avec différentes valeurs du taux d'amortissement, on voit que les valeurs 0.67; 0.672; 0.675 du taux d'amortissement sont limitées et l'erreur de mesure à peu près égale à 1%.

Si on fait la comparaison entre les résultats présentés sur la Fig.III.21 et ceux présentés sur la Fig.III.22, on peut conclure que la meilleure valeur du taux d'amortissement pour limiter l'erreur de mesure à 1% est de 0.67.

Les essais réalisés, nous permettent de faire un choix plus précis de l'accéléromètre et obtenir un taux d'amortissement proche de la valeur réelle. Dans notre cas, pour limiter l'erreur de mesure à 1%, il nous faut un taux d'amortissement de 0.67 (obtenu à partir du deuxième essai) [47].

III.4.4. La modélisation et la simulation du module du mouvement relatif et l'erreur de mesure de l'accéléromètre

III.4.4.1. La modélisation du module du mouvement relatif et l'erreur de mesure

Le modèle mathématique obtenu par la méthode des éléments finis équation (III.11) et équation (III.14)) permet de réaliser une simulation par un sous programme écrit sous Matlab, Ce dernier permet de calculer le rapport de fréquence ω/ω_n , le module de mouvement relatif et l'erreur de mesure de l'accéléromètre avec des valeurs différentes de fréquence relative de mouvement [46].

III.4.4.2. La simulation du module de mouvement relatif et l'erreur de mesure de l'accéléromètre

Les valeurs des paramètres de simulation du module de mouvement relatif et de l'erreur de mesure de l'accéléromètre sont présentées dans le tableau.III.5.

Tableau.III.5. Les paramètres d’entrés du programme de simulation du module de mouvement relatif et l’erreur de mesure d’un accéléromètre

Paramètres d’entrée	Les valeurs
l’amplitude de mouvement (m)	0.015
le taux d’amortissement	0.1, 0.3, 0.5, 0.65, 0.8
la fréquence naturelle (Hz)	100
la fréquence relative (Hz)	0, 5, 10, 15, 20

Les résultats obtenus par simulation du module de mouvement relatif, rapport de fréquence et l’erreur de mesure de l’accéléromètre sont résumés dans le tableau présenté ci-dessous :

Tableau.III.6. Les résultats de simulation

Y	ω_n	ω	ω/ω_n	$Z_1 * 10^{-4}$	E_1	$Z_2 * 10^{-4}$	E_2
0.015	100	0	0	0	0	0	0
		5	0.05	0.3759	0.0049	0.3758	0.0041
		10	0.1	1.5148	0.0199	1.5124	0.0166
		15	0.15	3.4511	0.0456	3.4381	0.0378
		20	0.2	6.2446	0.0832	6.2017	0.0684
$Z_3 * 10^{-4}$	E_3	$Z_4 * 10^{-4}$	E_4	$Z_5 * 10^{-4}$	E_5		
0	0	0	0	0	0		
0.3755	0.0025	0.3751	0.0008	0.3747	0.001		
1.5075	0.0100	1.5023	0.003	1.4957	0.005		
3.4127	0.0225	3.3860	0.0065	3.3531	0.012		
6.1186	0.0399	6.0326	0.0109	5.9293	0.023		

Les représentations graphiques des résultats obtenus sont montrées sur la figure suivante :
La relation entre Z, E

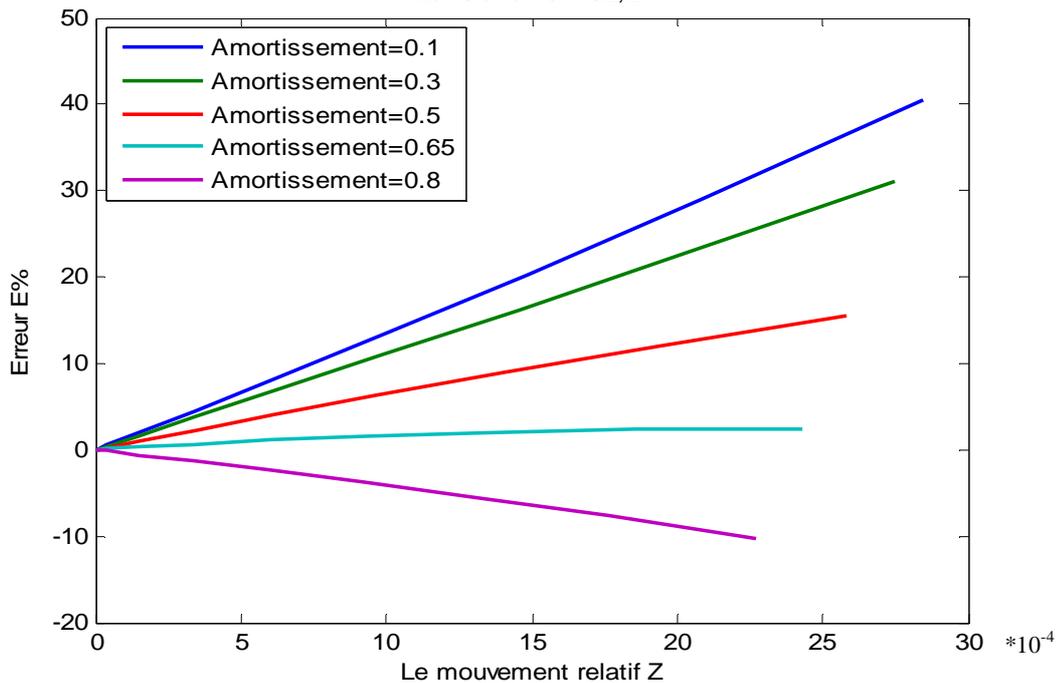


Fig.III.23. l’erreur de mesure en fonction du module du mouvement relatif

Dans le cas de résonance, on varie la fréquence relative de 0 jusqu'à 400Hz toute en gardant les mêmes valeurs pour les autres paramètres.

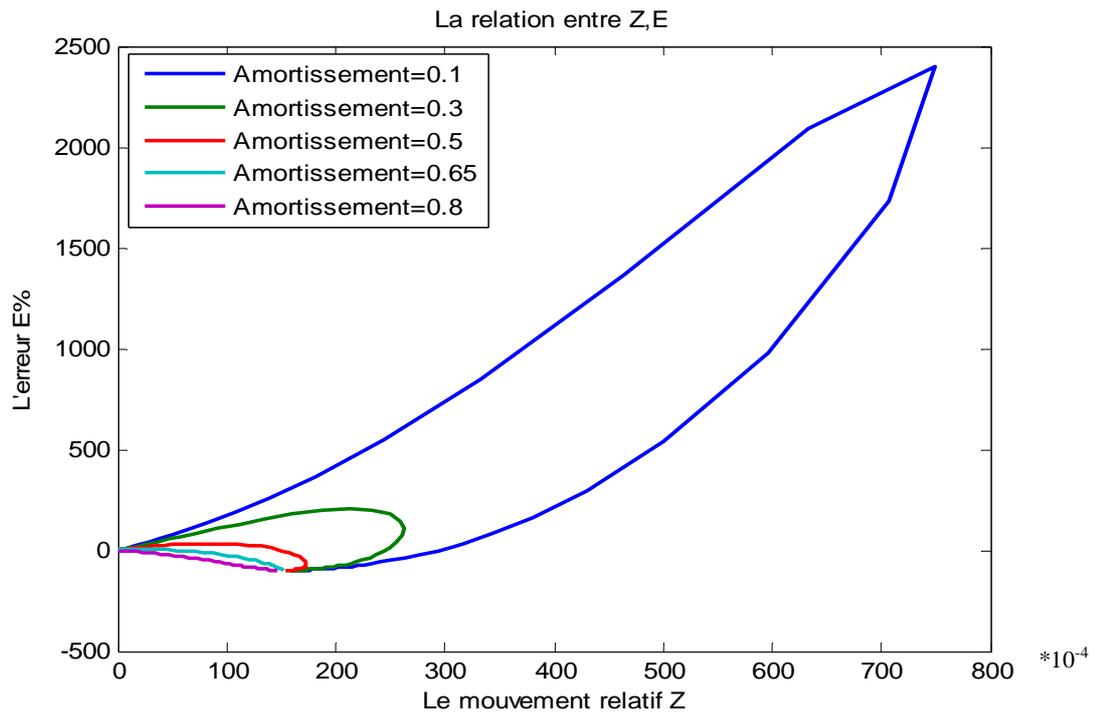


Fig.III.24. l'erreur de mesure en fonction du module du mouvement relatif (cas de résonance)

La Fig.III.24 présente l'erreur de mesure en fonction du module du mouvement relative dans le cas de résonance.

III.4.5. Expérimentations

Des tests expérimentaux ont été effectués sur les différentes valeurs de la fréquence du mouvement vibratoires générées par l'excitateur électrodynamique et ensuite les niveaux de vibrations seront captés par l'accéléromètre.

Le stand expérimental est composé de quatre éléments comme illustré dans la figure ci-dessous:

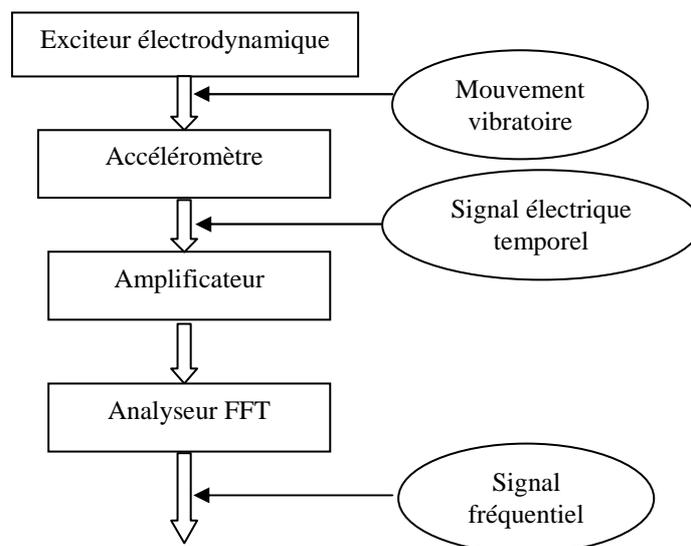


Fig.III.25. La chaîne de mesure de l'essai expérimentale

L'appareillage utilisé dans les tests expérimentaux est:

- Une source d'excitation (excitateur électrodynamique) qui fournit une force mesurée est contrôlée à l'aide d'un capteur de vibration.
- Un capteur de vibration qui convertit un mouvement mécanique en signal électrique,
- Des conditionneurs de signal (amplificateur de charge) et un analyseur FFT à 2 canaux minimum qui fournit l'information fréquentielle du signal

1- L'excitation est produite par les générateurs de vibrations. Un vibreur présente l'avantage de pouvoir entretenir l'énergie de perturbation, mais nécessite la conception d'une structure d'attache qui peut fausser les résultats si elle vibre. Le vibreur utilisé dans cette expérience est l'excitateur électrodynamique.

2- Le capteur de vibration est un capteur qui mesure les mouvements vibratoires générés par la structure vibrante.

Dans notre travail, nous avons choisi un capteur de vibration (accéléromètre) dont les paramètres sont la fréquence naturelle (100Hz) et le taux d'amortissement (0.60).

3- Conditionneur de signal qui comporte un amplificateur de charge pour amplifier le signal électrique temporel et un analyseur FFT pour donner l'information de signal fréquentiel (amplitude de mouvement relatif)

Dans ce travail, nous avons réglé l'excitateur électrodynamique pour différentes fréquences relatives (0 ; 5 ; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40Hz) et nous avons estimé pour chaque fréquence la valeur de l'amplitude de mouvement relatif (le niveau de vibration). Pour comparer les résultats pratiques (obtenus par tests expérimentaux) avec les résultats de simulation, nous avons simulé le modèle développé (l'équation (III.11)) et les résultats obtenus sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Tableau.III.7. Résultats de l'essai expérimentale et de simulation

La fréquence relative (Hz)	Module de mouvement relatif ($Z * 10^{-4}$)	
	Expérience	Simulation
0	0	0
5	0.38	0.3753
10	1.44	1.5041
15	3.45	3.3956
20	6.15	6.0634
25	9.5	9.5242
30	13.5	13.7949
35	18.65	18.8881
40	24.8	24.8069

D'après ces résultats nous avons constaté que les deux résultats sont presque similaires cela nous permet de dire que le modèle développé est acceptable.

La figure suivante présente deux courbes, la première courbe illustre l'erreur de mesure en fonction de la fréquence relative de l'accéléromètre choisi dans l'expérience et la deuxième courbe montre l'erreur de mesure en fonction de la fréquence relative de l'accéléromètre qui a minimisé l'erreur de mesure à un 1% avec un taux d'amortissement 0.67.

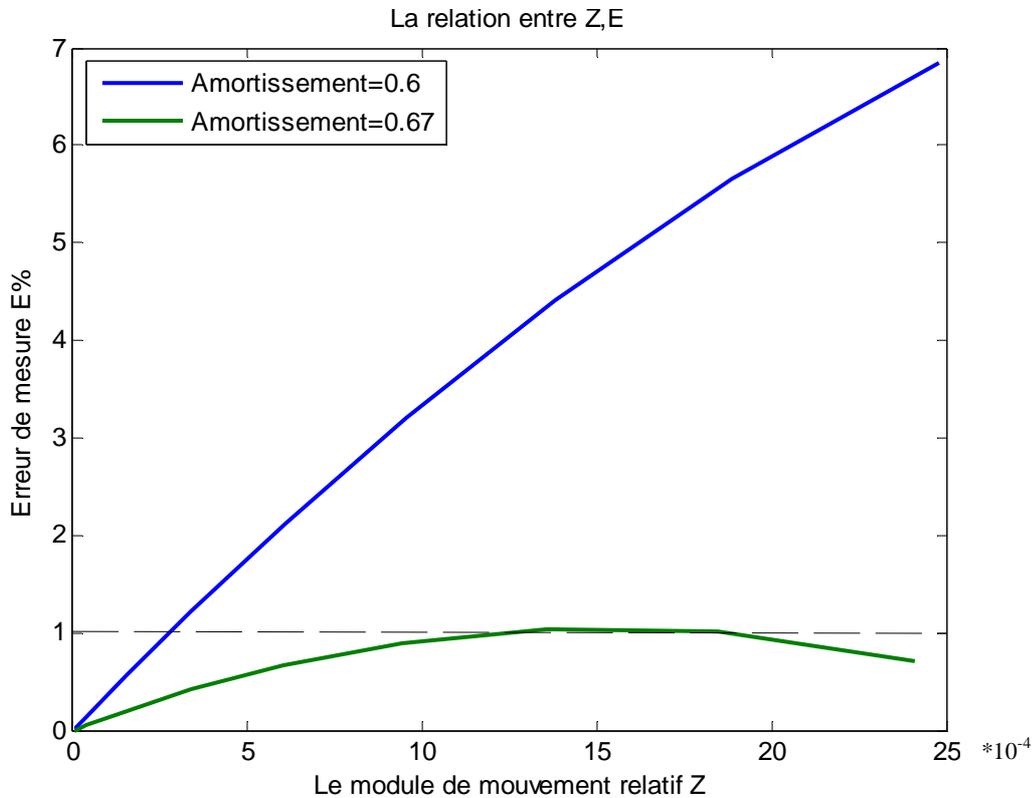


Fig.III.26. Comparaison entre deux courbes présentes l'erreur de mesure en fonction de la fréquence relative

III.4.6. Les résultats et les discussions

A partir des courbes obtenues et présentées dans la Fig.III.13, on remarque que le module de mouvement relatif Z est de relation croissante avec le rapport de fréquence ω/ω_n , c'est-à-dire le module du mouvement relatif augmente avec l'augmentation du rapport de fréquence et diminue avec la diminution de ce dernier.

D'après la Fig.III.14, on constate que si la fréquence relative s'approche de la fréquence naturelle le mouvement relatif augmente rapidement jusqu'à la fréquence de résonance ($\omega = \omega_n$). Dans ce cas l'accéléromètre ne donne pas de valeurs exactes du mouvement relatif. Mais si on prend la gamme de fréquence relative entre 0 et $(\omega_n / 3)$ l'accéléromètre est dans un état de bonne fonctionnement (plus fiable et précis).

D'autre part, le module du mouvement relatif est de relation décroissante avec le taux d'amortissement. La Fig.III.15-a, montre la relation entre le module du mouvement relatif avec le taux d'amortissement. Si on augmente le taux d'amortissement de 0 à 1, le module du mouvement relatif diminue, mais si on diminue le taux d'amortissement de 0 à -1, le module du mouvement relatif augmente.

La Fig.III.15-b, montre le cas de résonance, on remarque que dans l'intervalle [0- 0.4] du taux d'amortissement une chute rapide du module de mouvement relatif. Dans l'intervalle [0.4- 1] du taux d'amortissement, on remarque une chute plus lente du module du mouvement relatif mais dans l'intervalle [-0.4 - 0], on observe une augmentation plus rapide du module de mouvement relatif. Tandis que dans l'intervalle [-1, -0.4] du taux d'amortissement, on constate une augmentation plus lente du module du mouvement relatif.

Les courbes obtenues par simulation montrent que l'erreur de mesure dépend de l'amortissement interne de l'accéléromètre. Comme le montre la Fig.III.17, il faut un amortissement de 65% pour limiter l'erreur à 1%.

La Fig.III.19, représente l'erreur de mesure en fonction du taux d'amortissement. D'après cette courbe, en remarque que l'erreur de mesure est de relation décroissante avec le taux d'amortissement, c'est-à-dire pour diminuer l'erreur de mesure, il faut augmenter le taux d'amortissement. Le meilleur choix du taux d'amortissement pour limiter l'erreur de mesure à 1% est de 65%.

Pour faire un choix plus précis et obtenir un résultat proche de la valeur réelle du taux d'amortissement, des essais supplémentaires sur l'erreur de mesure ont été effectués.

En comparant les résultats présentés sur les Fig.III.21 et Fig.III.22, on peut conclure que la meilleure valeur du taux d'amortissement pour limiter l'erreur de mesure à 1% est de 0.67

Les essais effectués, nous permettent de faire un choix plus précis et plus proche du taux d'amortissement pour limiter l'erreur de mesure à une valeur constante. Dans notre cas, pour limiter l'erreur de mesure à 1%, il faut un taux d'amortissement de 0.67 (résultat obtenu à partir du deuxième essai).

D'après le tableau des résultats obtenus, nous constatons que pour un taux d'amortissement constant l'erreur de mesure est proportionnelle au module de mouvement relatif avec une variation de la fréquence relative de (0 – 20 Hz).

La Fig.III.24, présente l'erreur de mesure en fonction du module de mouvement relatif avec des valeurs différentes du taux d'amortissement. En remarque que l'erreur de mesure est de relation croissante avec le module de mouvement relatif. Les courbes de la Fig.III.23, sont des droites qui passent par le point (0.0) du plan, ils sont donnés par l'équation suivante:

$$E = A Z + B \quad \text{(III.15)}$$

A et B sont des constantes qui varient avec la variation du taux d'amortissement.

D'après le tableau (III.6), on prend le taux d'amortissement (0.65) et les constantes A et B égales à 0.002 et 0.0073 respectivement.

On remplace A et B dans la relation (III.15), on obtient :

$$E = 0.002 Z + 0.0073 \quad \text{(III.16)}$$

La relation (III.15) est l'équation pratique de l'erreur de mesure en fonction du module de mouvement relatif. Les constantes varient avec la variation de taux d'amortissement, la fréquence naturelle de l'accéléromètre et l'amplitude du mouvement.

Les Fig.III.14, III.18, III.24 représentent le phénomène de résonance et leurs effets sur le fonctionnement de l'accéléromètre. La Fig.III.26 montre que l'erreur de mesure de l'accéléromètre utilisé dans l'essai expérimentale est plus de 5% mais l'erreur de mesure de l'accéléromètre développé dans notre travail est de 1%.

III.5. La conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé le modèle mathématique adéquat à l'accéléromètre, pour déterminer l'équation du module de mouvement relatif et l'erreur de mesure de l'accéléromètre en fonction du taux d'amortissement et le rapport de fréquence. Ce modèle a été validé par simulation et par des tests expérimentaux. A partir des équations obtenues on peut améliorer le taux d'amortissement pour minimiser l'erreur de mesure du mouvement relatif et la limiter à 1%. Cela permet d'améliorer les performances de l'accéléromètre ainsi que sa précision.

Le modèle développé permet aussi de déterminer la gamme de fréquence approprié à l'accéléromètre pour éviter le cas de résonance. Le choix judicieux du taux d'amortissement et de la gamme de fréquence réduit l'erreur de mesure et on obtient des valeurs plus précises du module de mouvement relatif. Cela nous permet de s'approcher de la valeur réelle de vibration de la structure et d'augmenter ainsi la précision de la mesure et la fiabilité de l'accéléromètre.