

CHAPITRE 4 MODELISATION AEROELASTIQUE DES PALES DU ROTOR DE L'HELICOPTERE

4.1 Introduction

Les pales du rotor de l'hélicoptère sont de longues poutrelles minces subissant des déformations axiales, de décalage, de rabat et de torsion. La figure 4.01 montre la déformation d'un modèle de pale élastique. Une analyse détaillée de la dynamique de la pale nécessite la formulation d'équations de mouvement couplées. Ces équations sont non linéaires en raison de l'inclusion d'effets de déformation modérés, impliquant des relations de contrainte de déplacement non linéaires. La formulation des équations du mouvement de la lame du rotor fait l'objet de recherches depuis les années 1970.

Les efforts de recherche sont également orientés vers le développement d'une optimisation multidisciplinaire des pâles de rotor composites.

Pour une compréhension fondamentale de la dynamique des pâles du rotor, on peut formuler un modèle idéalisé de la pâle. Dans ce qui suit, un modèle simple de la pale de rotor est formulé en idéalisant la lame en tant que lame rigide ayant une retenue de ressort et un décalage de racine. La lame est supposée être uniforme.

Les ressorts radiaux représentent la rigidité de la lame dans les battements, les traînées et les modes de torsion (figure 4.02). Ce modèle, bien que relativement simple, capture les caractéristiques essentielles de la dynamique de la lame et de son comportement aéroélastique. Ce modèle est également valable pour les pâles de rotor articulées et sans charnière.

Dans ce chapitre, considérons la dynamique du mouvement couplé. La dynamique couplée conduit à modéliser des diverses instabilités aéroélastiques dans la pale du rotor. L'analyse de la dynamique couplée battement-trainée-torsion d'une pâle de rotor est plutôt compliquée. Cependant, on peut extraire les caractéristiques essentielles de la stabilité aéroélastique de la lame en considérant deux problèmes distincts.

Nous avons publiés sur un Journal Scientifique de notoriété internationale et sur le Journal Scientifique local MADA-ETI l'article suivant :

- «Modélisation aéroelastique des pâles du rotor de l'hélicoptère» MADA-ETI, ISSN 2220-0673, Volume 2, 2015, <http://madarevues.recherches.gov.mg> (Annexe 2.6).

Ils sont [4.01] :

- la dynamique couplée de battement et trainée ;
- la dynamique couplée de battement-torsion d'une pâle de rotor isolée.

La compréhension fondamentale de ces deux cas simplifiés est un précurseur de l'étude compliquée de la dynamique couplée battement-retard-torsion et axiale d'une pale de rotor anélastique, essentielle pour l'analyse de la stabilité aéroélastique, de la réponse, des charges et des vibrations.

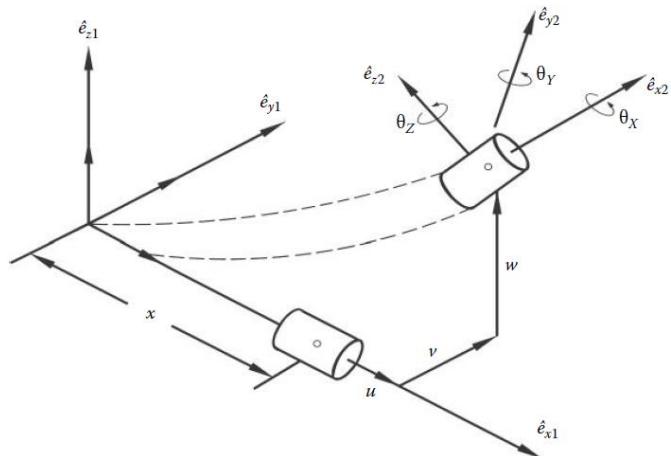


Figure 4.01 : Déformation générale d'une lame de rotor.

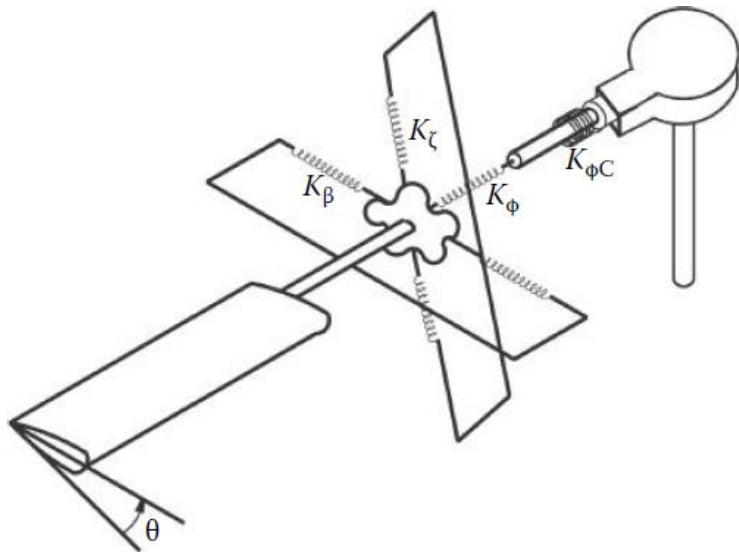


Figure 4.02 : Modèle idéalisé de la pâle de rotor.

4.2 Modélisation dynamique couplée de battement

Considérons une lame rigide ayant un décalage de la charnière et des ressorts de racine simulant la flexibilité de la lame dans les modes portance et traînée, comme le montre la figure 4.03. Les déformations des battements et des traînées sont illustrées à la figure 4.04 pour plus de clarté. La formulation des équations dynamiques à couplage battement-traînée nécessite des opérateurs élastiques, inertIELS et aérodynamiques. Puisque ces opérateurs dépendent du mouvement de la lame, la description cinématique du mouvement de la lame constitue le premier pas dans la formulation des équations du mouvement. Cela nécessite le choix et la définition de plusieurs systèmes de coordonnées fixes, déformés et non déformés, et les relations de transformation entre eux. En utilisant la description cinématique du mouvement de la lame, l'opérateur d'inertie est formulé. Connaissant le mouvement de la lame et les composantes relatives de l'air vitesse, l'opérateur aérodynamique est formulé. La procédure suit essentiellement celle qui est décrite dans le chapitre précédent sur la dynamique de lame isolée dans des modes découpés. La formulation systématique des équations du mouvement de la dynamique couplé de battement-traînée est présentée ci-après. Les équations de mouvement pour le système montré dans la figure 4.03 peuvent être écrites sous forme symbolique.

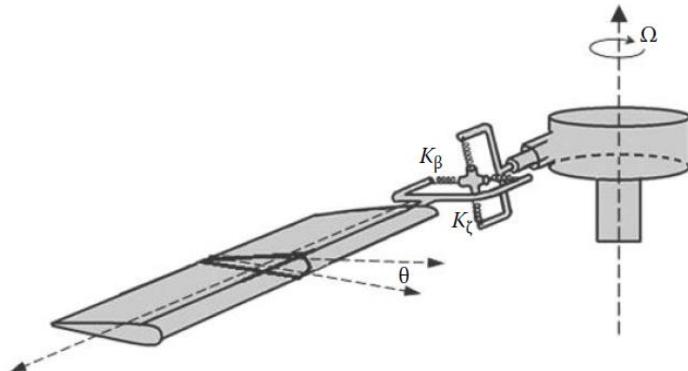


Figure 4.03 : Idéalisation de la pale de rotor pour la dynamique couplée entre les volets.

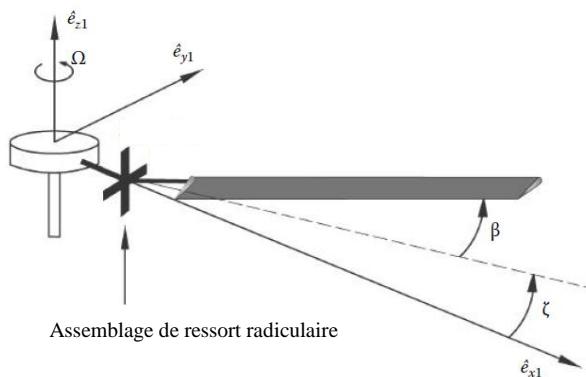


Figure 4.04 : Déformations de la lame rigide par battement

Equation des battements :

$$M_\beta + Q_{Iy} + Q_{Ay} = 0 \quad (4.01)$$

Où :

M_β est le moment dû à la retenue du ressort radiculaire,

Q_{Iy} est le moment d'inertie dans le mode volet,

Q_{Ay} est le moment aérodynamique dans le mode volet.

Équation des traînées

$$M_\zeta + Q_{Iz} + Q_{Az} = 0 \quad (4.02)$$

Où :

M_ζ est le moment dû au ressort racine,

Q_{Iz} est le moment d'inertie dans le mode de traînée,

Q_{Az} est le moment aérodynamique en mode de traînée.

4.2.1 Principe de commande

Dans ce qui suit, est présentée une approche systématique de la dérivation d'équations de mouvement pour la dynamique couplée de traînée de battement d'une pale de rotor, un grand nombre de termes d'ordre supérieur doivent être considérés.

La recherche a clairement indiqué que de nombreux termes d'ordre supérieur peuvent être systématiquement associés à un système de commande.

Le schéma de commande est basé sur la définition d'un petit paramètre sans dimension, qui représente les pentes typiques dues aux déformations élastiques de la lame de rotor. On sait que, pour les pales d'hélicoptère, elle est comprise entre 0,1 et 0,15.

Le système d'ordonnancement est basé sur l'hypothèse que les termes d'ordre $O(\varepsilon^2)$ sont négligés par rapport à l'unité. Les ordres de grandeur pour divers paramètres régissant ce problème sont donnés ci-après [4.01] [4.02] :

$$\begin{aligned} 1 + O(\varepsilon^2) &\cong 1 \\ \cos\psi, \sin\psi, \frac{\rho_a abR}{m}, \frac{x_t}{R}, \frac{y_t}{R}, \frac{z_t}{R} &= O(1) \\ \frac{1}{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} (\quad) = \frac{\partial}{\partial \psi} (\quad) &= O(1) \\ \theta_k &= O(\varepsilon^{1/2}) \\ \frac{C_{d0}}{a} &= O(\varepsilon^{3/2}) \\ \frac{X_A}{R} &= O(\varepsilon^2) \end{aligned}$$

4.2.2 Transformations de coordonnées

Dans la dérivation des équations de mouvement de l'hélicoptère, divers systèmes référentiels de coordonnées sont utilisés. La relation de transformation entre les quantités référencées dans divers systèmes de coordonnées inertielles et non inertielles doit être établie avant de dériver les équations du mouvement. La relation entre deux systèmes de coordonnées orthogonales avec les axes X_i, Y_i, Z_i et X_j, Y_j, Z_j avec $\hat{e}_{xi}, \hat{e}_{yi}, \hat{e}_{zi}$ et $\hat{e}_{xj}, \hat{e}_{yj}, \hat{e}_{zj}$ sont les vecteurs unitaires suivant les axes respectifs reliés comme suit:

$$\begin{bmatrix} \hat{e}_{xi} \\ \hat{e}_{yi} \\ \hat{e}_{zi} \end{bmatrix} = [T_{ij}] \begin{bmatrix} \hat{e}_{xj} \\ \hat{e}_{yj} \\ \hat{e}_{zj} \end{bmatrix} \quad (4.03)$$

Où T_{ij} , la matrice de transformation, pouvant être trouvée en utilisant les angles d'Euler requis pour faire tourner le j ème système de manière à le rendre parallèle au système i th.

4.2.3 Résumé des systèmes de coordonnées du mouvement de battement et traînée

L'ensemble des systèmes des coordonnées utilisés dans le développement de la dynamique de battement de la pâle de rotor est décrit ci-après pour plus de commodité.

H: Système inertiel fixe non pivotant, avec origine au centre du moyeu. Les vecteurs unitaires sont $\hat{e}_{xH}, \hat{e}_{yH}, \hat{e}_{zH}$.

1k: Système rotatif fixé au moyeu, qui tourne avec la lame k , avec l'origine au centre du moyeu. Les vecteurs unitaires sont $\hat{e}_{x1}, \hat{e}_{y1}, \hat{e}_{z1}$.

2k: L'origine est au décalage charnière, et il est parallèle au système 1k. Le système 2k tourne avec la lame K th. Les vecteurs unitaires sont $\hat{e}_{x2}, \hat{e}_{y2}, \hat{e}_{z2}$.

3k: Système de coordonnées non déformé de la lame après préconisation, avec l'origine du décalage de la charnière de la lame. Les vecteurs unitaires sont $\hat{e}_{x3}, \hat{e}_{y3}, \hat{e}_{z3}$.

4k: système de coordonnées déformé après avoir subi l'angle de rabat β_k et l'angle de traîné ζ_k par rapport au système 3k, avec l'origine au décalage k th- charnière de lame. Les vecteurs unitaires sont $\hat{e}_{x4}, \hat{e}_{y4}, \hat{e}_{z4}$.

La figure 4.05 montre les systèmes de coordonnées H et 1k. Le système H est un système de coordonnées non rotatif monté au moyeu dont l'origine est au centre du moyeu de rotor. Le système 1k est un système de coordonnées dont l'origine au centre du moyeu tourne avec la lame k ème. Ce système 1k est pivoté à partir du système H d'un angle d'azimut ψ_k autour de l'axe Z_1 , comme illustré à la figure 4.05.

L'angle d'azimut ψ_k est mesuré à partir de \hat{e}_{XH} , et la rotation dans le sens inverse des aiguilles d'une montre est considérée comme positive. La matrice de transformation entre le système H et le système 1k est donnée par T :

$$[T_{1H}] = \begin{bmatrix} \cos\psi_k & \sin\psi_k & 0 \\ -\sin\psi_k & \cos\psi_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.04)$$

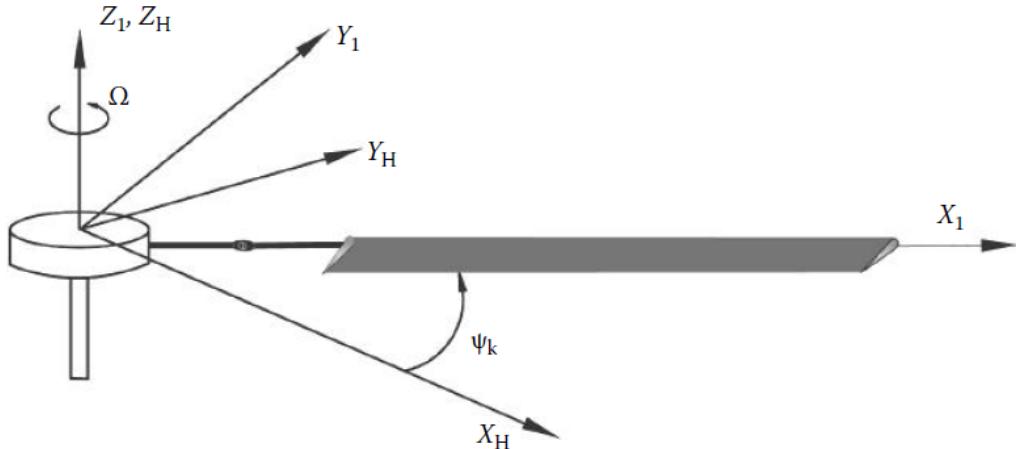


Figure 4.05 : Systèmes de coordonnées rotatives et non rotatives à moyeu fixe.

Où ψ_k est la position azimutale de la k ième lame. Il est défini comme $\psi_k = \psi + \frac{2\pi}{N}(k - 1)$, et $\psi = \Omega t$ représente le temps non dimensionnel (ou l'azimut de la première lame).

N est le nombre de pales dans le système de rotor.

Le système 2k est également un système rotatif, dont l'origine se trouve à l'emplacement du décalage de la charnière, comme illustré à la figure 4.06. Le système 2k et le système 1k sont parallèles, et la matrice de transformation est donnée par :

$$[T_{21}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.05)$$

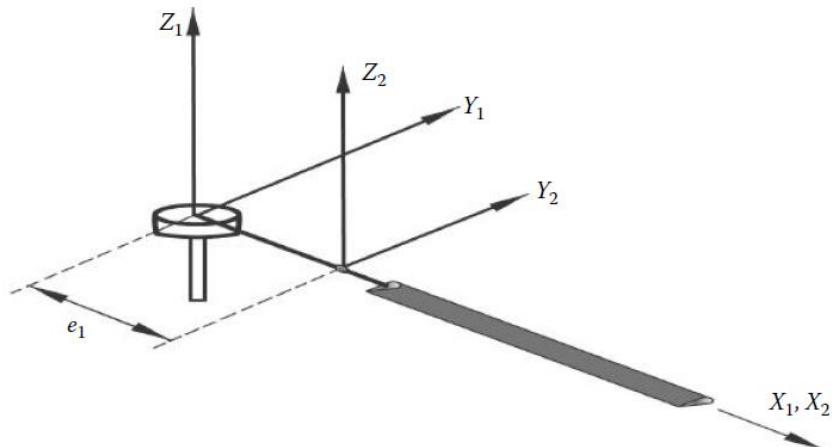


Figure 4.06 : Système d'axe rotatif fixe à la base de la pale, avec origine au décalage de la charnière

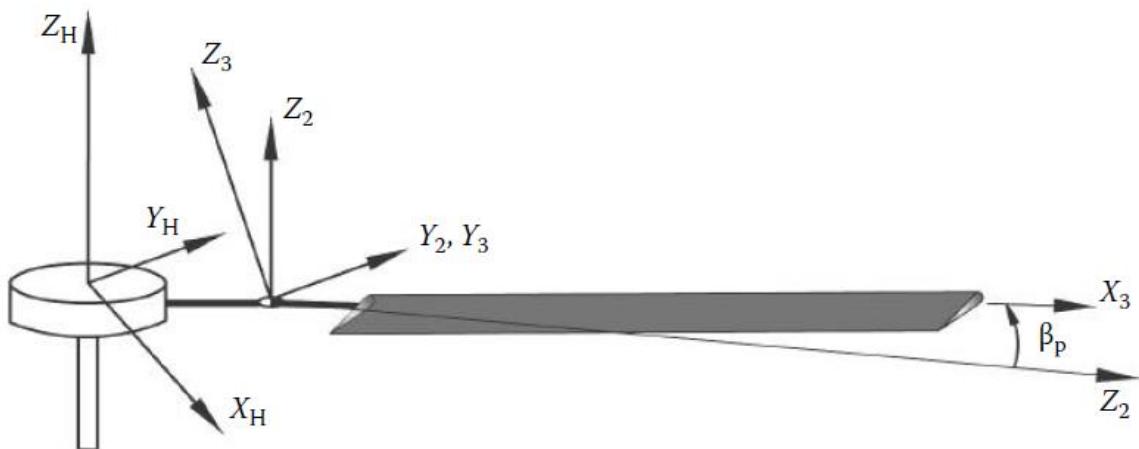


Figure 4.07 : Etat de référence non déformé de la kth lame avec précone.

En faisant tourner le système 2k d'un angle β_p autour de l'axe Y_2 , on obtient le système 3k, qui est représenté sur la figure 4.07. En supposant que β_p soit très petit, on peut faire la petite supposition telle que $\sin\beta_p \approx \beta_p$ et $\cos\beta_p \approx 1$. La matrice de transformation est donnée par :

$$[T_{32}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \beta_p \\ 0 & 1 & 0 \\ -\beta_p & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.06)$$

On peut noter qu'à l'état non déformé, l'axe de référence de la kth lame est le long de l'axe X_{3k} . Le système 4k est le système de coordonnées déformé à lame fixe. Le système 3k est pivoté d'abord par l'angle de rabat β_k suivi par l'angle de décalage ζ_k (c'est-à-dire d'abord une rotation dans le sens des aiguilles d'une montre autour de \hat{e}_{y3k} , puis une rotation dans le sens inverse des aiguilles d'une montre). La séquence de rotation est le volet suivi du retard.

La matrice de transformation $[T_{43}]$ peut-être écrite comme :

$$[T_{43}] = \begin{bmatrix} \cos\zeta_k & \sin\zeta_k & 0 \\ -\sin\zeta_k & \cos\zeta_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta_k & 0 & \sin\beta_k \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta_k & 0 & \cos\beta_k \end{bmatrix} \quad (4.07)$$

(Remarque: X_{3i}, Y_{3i}, Z_{3i} représentent le système de coordonnées intermédiaires après l'exécution de la rotation des volets.)

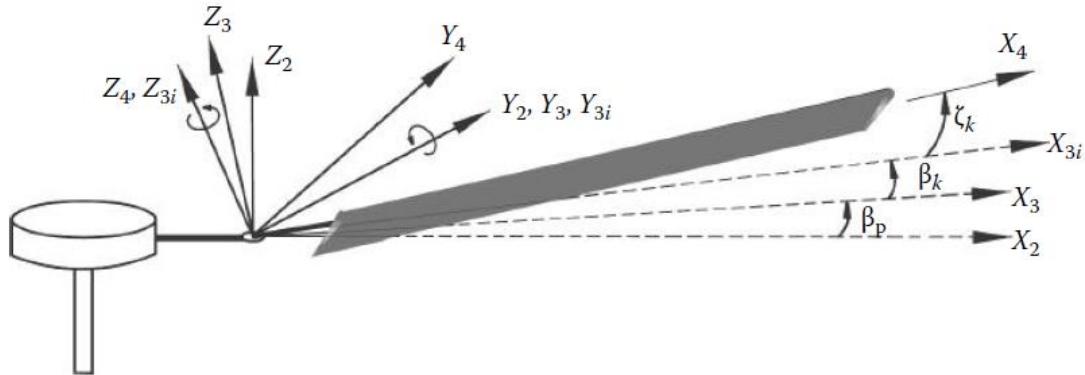


Figure 4.08 : Etat déformé de la lame après les rotations des battements et des traînées.

En supposant des petits angles $[\zeta_k, \beta_k \approx O(\varepsilon)]$, la matrice de transformation peut être simplifiée :

$$[T_{43}] = \begin{bmatrix} 1 & \zeta_k & \beta_k \\ -\zeta_k & 1 & -\zeta_k\beta_k \\ -\beta_k & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.08)$$

4.2.4 Accélération d'un point «P» sur la kième lame

Considérant que la pale de rotor rigide est une droite, le vecteur de position (du centre du moyeu) d'un point «P» sur la lame k dans l'état déformé est donné (en utilisant l'inverse de la transformation donnée dans l'équation 4.09) [4.03] [4.04] [4.05] par :

$$\vec{r}_p = e \hat{e}_{x1} + x \hat{e}_{x4} = e \hat{e}_{x1} + x \cos\zeta_k \cos\beta_k \hat{e}_{x3} + x \sin\zeta_k \hat{e}_{y3} + x \cos\zeta_k \sin\beta_k \hat{e}_{z3} \quad (4.09)$$

Notez que le vecteur de position du point P se compose de deux parties, à savoir la position du centre du moyeu par rapport à la charnière et la position de la charnière au point P.

En écrivant le vecteur de position dans le système 1k (en utilisant les équations 4.05-4.07), nous avons :

$$\begin{aligned} \vec{r}_p = & (e + x \cos\zeta_k \cos\beta_k - x \cos\zeta_k \sin\beta_k \beta_p) \hat{e}_{x1} + x \sin\zeta_k \hat{e}_{y1} \\ & + (x \cos\zeta_k \cos\beta_k \beta_p + x \cos\zeta_k \sin\beta_k) \hat{e}_{z1} \end{aligned} \quad (4.10)$$

En considérant l'hypothèse de petit angle, le vecteur de position peut être écrit comme :

$$\vec{r}_p = (e + x - x \beta_k \beta_P) \hat{e}_{x1} + x \zeta_k \hat{e}_{y1} + (x \beta_P + x \beta_k) \hat{e}_{z1} \quad (4.11)$$

La vitesse absolue du point P peut être obtenue comme (noter que le rotor tourne à une vitesse angulaire constante $\Omega \hat{e}_{z1}$) :

$$\vec{v}_p = \{\dot{\vec{r}}_p\}_{rel} + \Omega \hat{e}_{z1} X \vec{r}_p \quad (4.12)$$

En différenciant l'équation 4.12 et en substituant les grandeurs respectives, on peut écrire la vitesse absolue du point P (après avoir dimensionné la dérivée temporelle avec la vitesse angulaire du rotor Ω) (noter qu'une petite prétention d'angle est utilisée pour faire l'approximation et aussi sont négligés) :

$$\begin{aligned} \vec{v}_p = \Omega \{ & (-x \zeta_k \dot{\zeta}_k - x \beta_k \dot{\beta}_k - x \beta_P \dot{\beta}_k) \hat{e}_{x1} + x \dot{\zeta}_k \hat{e}_{y1} + x \dot{\beta}_k \hat{e}_{z1} \\ & + [(e + x - x \beta_k \beta_P) \hat{e}_{y1} - x \zeta_k \hat{e}_{y1}] \} \end{aligned} \quad (4.13)$$

L'accélération absolue du point de masse P peut être obtenue à partir de l'expression :

$$\vec{a}_p = \left(\frac{d^2 \vec{r}_p}{dt^2} \right)_{rel} + \frac{d \bar{\omega}}{dt} X \vec{r}_p + 2 \bar{\omega} X \left(\frac{d \vec{r}_p}{dt} \right)_{rel} + \bar{\omega} X (\bar{\omega} X \vec{r}_p) \quad (4.14)$$

Avec : $\bar{\omega} = \Omega \hat{e}_{z1}$

En différenciant l'équation 4.10 et en substituant diverses quantités à l'équation 4.14, on peut obtenir l'accélération absolue du point de masse P.

En faisant une hypothèse de petit angle et en négligeant les termes d'ordre supérieur, l'accélération au point P peut être exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} \vec{a}_p = \Omega^2 \{ & (-x \zeta_k \ddot{\zeta}_k - x \dot{\zeta}_k^2 - x \dot{\beta}_k^2 - x \beta_k \ddot{\beta}_k) \hat{e}_{x1} + x \ddot{\zeta}_k \hat{e}_{y1} + x \ddot{\beta}_k \hat{e}_{z1} \\ & + 2(-x \zeta_k \dot{\zeta}_k - x \beta_k \dot{\beta}_k - x \beta_P \dot{\beta}_k) \hat{e}_{y1} - 2x \dot{\zeta}_k \hat{e}_{x1} \\ & + [-(e + x - x \beta_k \beta_P) \hat{e}_{x1} - x \zeta_k \hat{e}_{y1}] \} \end{aligned} \quad (4.15)$$

En réarrangeant de nouveau les termes, l'accélération du point P sur la lame k est exprimée comme :

$$\begin{aligned} \vec{a}_p = \Omega^2 \{ & [-x \zeta_k \ddot{\zeta}_k - x \dot{\zeta}_k^2 - x \dot{\beta}_k^2 - x \beta_k \ddot{\beta}_k - x \beta_P \ddot{\beta}_k - (e + x - x \beta_k \beta_P) - 2x \ddot{\zeta}_k] \hat{e}_{x1} \\ & + [2(-x \zeta_k \dot{\zeta}_k - x \beta_k \dot{\beta}_k - x \beta_P \dot{\beta}_k) + x \ddot{\zeta}_k - x \zeta_k] \hat{e}_{y1} + x \ddot{\beta}_k \hat{e}_{z1} \} \end{aligned} \quad (4.16)$$

En utilisant des matrices de transformation de coordonnées, l'accélération du point P sur la lame est exprimée dans le système 3k comme :

$$\begin{aligned}\vec{a}_p = \Omega^2 \{ & [-x\zeta_k \ddot{\zeta}_k - x\dot{\zeta}_k^2 - x\dot{\beta}_k^2 - x\beta_k \ddot{\beta}_k - (e + x - x\beta_k \beta_P) - 2x\ddot{\zeta}_k] \hat{e}_{x3} \\ & + [2(-x\zeta_k \dot{\zeta}_k - x\beta_k \dot{\beta}_k - x\beta_P \dot{\beta}_k) + x\ddot{\zeta}_k - x\zeta_k] \hat{e}_{y3} \\ & + [x\ddot{\beta}_k + \beta_P(e + x) + \beta_P 2x\dot{\zeta}_k] \hat{e}_{z3} \} \end{aligned} \quad (4.17)$$

4.2.5 Force d'inertie distribuée

La force d'inertie distribuée par unité de longueur de la lame est obtenue à partir du principe d'Alembert. Cette force agissant sur la lame k est exprimée :

$$p_1 = \iint -\rho \vec{a}_p dA \quad (4.18)$$

Où ρ est la masse volumique de la lame, et l'intégrale est prise sur la section transversale de la lame.

En substituant les diverses composantes de l'accélération de l'équation 4.17 et de l'équation 4.18, les forces d'inertie distribuées peuvent être obtenues dans le système 3k à lame fixe. Les composants de ces charges d'inertie distribuées sont donnés par :

$$p_{Ix3k} = m\Omega^2 \{ x\zeta_k \ddot{\zeta}_k + x\dot{\zeta}_k^2 + x\dot{\beta}_k^2 + x\beta_k \ddot{\beta}_k + (e + x - x\beta_k \beta_P) + 2x\dot{\zeta}_k \} \quad (4.19)$$

$$p_{Ix3k} = m\Omega^2 \{ 2(x\zeta_k \dot{\zeta}_k + x\beta_k \dot{\beta}_k + x\beta_P \dot{\beta}_k) + x\ddot{\zeta}_k + x\zeta_k \} \quad (4.20)$$

$$p_{Iz3k} = m\Omega^2 \{ -x\ddot{\beta}_k - \beta_P(e + x) - \beta_P 2x\dot{\zeta}_k \} \quad (4.21)$$

Où la masse par unité de longueur de la lame est donnée par $m = \iint \rho dA$.

4.2.6 Racine du moment d'inertie

Le moment d'inertie autour de la charnière de la lame peut être obtenu en utilisant le principe d'Alembert en évaluant l'intégrale du produit vectoriel, peut s'écrire de la façon suivante [4.06] [4.07] :

$$Q_I = \iiint -\rho \{ (x \cos \zeta_k \cos \beta_k \hat{e}_{x3} + x \sin \zeta_k \hat{e}_{y3} + x \cos \zeta_k \sin \beta_k \hat{e}_{z3}) X \vec{a}_p \} dA dx \quad (4.22)$$

En substituant l'accélération à l'équation 4.17, en faisant une petite réceptivité après avoir pris le produit vectoriel et en l'intégrant sur la section transversale, on peut écrire le moment d'inertie dans la forme du composant (après avoir négligé les termes d'ordre supérieur).

$$Q_{Ix3k} = \int_0^l q_{Ix3k} \, dx \quad Q_{Iy3k} = \int_0^l q_{Iy3k} \, dx \quad Q_{Iz3k} = \int_0^l q_{Iz3k} \, dx$$

Où $l = (R - e)$ est la longueur de la lame à partir du décalage de la charnière :

$$q_{Ix3k} = m\Omega^2 \{x^2\zeta_k + xe\zeta_k + 2\Omega x^2\zeta_k\dot{\zeta}_k + x^2\beta_k\ddot{\zeta}_k - x^2\beta_k\zeta_k\} \quad (4.23)$$

$$q_{Iy3k} = m\Omega^2 \{x^2\ddot{\beta}_k + (x^2 + xe)(\beta_P + \beta_k) + 2x^2\dot{\zeta}_k(\beta_P + \beta_k)\} \quad (4.24)$$

$$q_{Iz3k} = m\Omega^2 \{2x^2\dot{\beta}_k(\beta_P + \beta_k) - x^2\ddot{\zeta}_k - xe\zeta_k\} \quad (4.25)$$

Puisque nous ne nous intéressons qu'aux moments de battements et de traînée, les expressions pour ces deux composants sont fournies ci-dessous.

Moment d'inertie du mouvement des battements et des traînées :

$$Q_{Iy3k} \cong I_b\Omega^2\ddot{\beta}_k + 2I_b\Omega^2\dot{\zeta}_k(\beta_P + \beta_k) + (I_b\Omega^2 + eMX_{c.g.}\Omega^2)(\beta_P + \beta_k) \quad (4.26)$$

$$Q_{Iy3k} = -I_b\Omega^2\ddot{\zeta}_k + 2I_b\Omega^2\dot{\beta}_k(\beta_P + \beta_k) - \Omega^2eMX_{c.g.}\zeta_k \quad (4.27)$$

Où $I_b = \int_0^{R-e} mx^2 \, dx$ est le moment d'inertie de la lame autour de la charnière,

$MX_{c.g.} = \int_0^{R-e} mx \, dx$ est le premier moment de la masse de la lame au sujet du décalage de la charnière, et $M = \int_0^{R-e} mx \, dx$ est la masse de la lame.

4.2.7 Charges aérodynamiques

Les charges aérodynamiques pour la dynamique couplée de battement et traînée sont obtenues en utilisant un modèle aérodynamique quasi-statique. La lame est supposée être une lame droite ayant une torsion nulle. Un modèle d'entrée uniforme basé sur la théorie de la quantité de mouvement est utilisé. La figure 4.09 montre les composantes de la vitesse et les forces aérodynamiques résultantes agissant sur une section transversale typique de la pale de rotor. La lame est réglée à un angle de pas initial θ_{con} . Les vitesses d'air entrantes U_T et U_P représentent respectivement les composantes tangentielle et perpendiculaire.

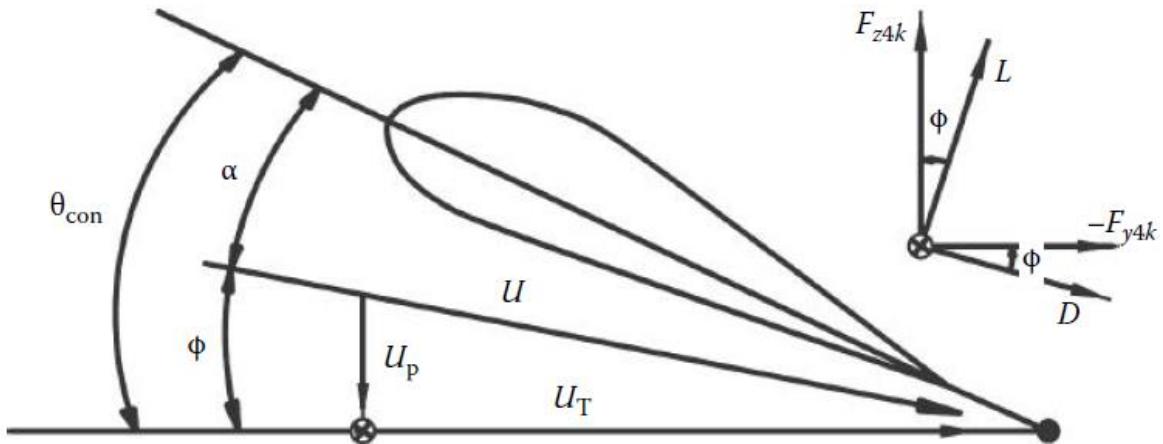


Figure 4.09 : Vitesse relative de l'air et charges aérodynamiques sur un élément de pale.

La vitesse résultante U et l'angle d'entrée sont donnés par [4.08] :

$$U = \sqrt{U_P^2 + U_T^2} \approx U_T \quad (4.28)$$

$$\tan \phi \approx \phi = \frac{U_P}{U_T} \quad (4.29)$$

L'angle d'attaque effectif de la section de la lame est donné :

$$\alpha = \theta_{con} - \phi \quad (4.30)$$

Les forces de portance et de traînée peuvent être écrites respectivement :

$$L = \frac{1}{2} \rho U^2 c C_1 \quad (4.31)$$

Et

$$D = \frac{1}{2} \rho U^2 c C_{d0} \quad (4.32)$$

Où ρ est la densité de l'air, c est la corde de la lame, et C_1 et C_{d0} les coefficients aérodynamiques de portance et de traînée, respectivement, qui sont fonction de l'angle d'attaque et du nombre de Mach. Notez que le facteur aérodynamique sectionnel est pris égal à 0.

En supposant que $U_P \ll U_T$, on peut faire l'approximation, $U \cong U_T$ et $\tan \phi \cong \phi$.

Les expressions pour le battement et la traînée par unité de longueur peuvent être écrites, respectivement, comme :

$$L = \frac{1}{2} \rho U^2 C_a \left(\theta_{con} + \frac{U_P}{U_T} \right) \quad (4.33)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho U^2 c C_{d0} \quad (4.34)$$