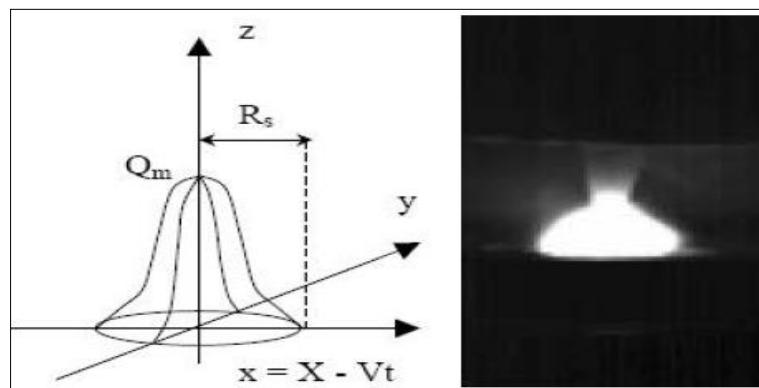


### II.6.1 Modèle de Gauss

Une source Gaussienne surfacique modélisée par Rykaline en 1957 permet d'apparenter la distribution mathématique de l'énergie de soudage aux géométries de plasma observées (Figure II.15).

Une façon simple de représenter le flux surfacique est de choisir une densité de flux constante, en ce qui concerne une répartition gaussienne infinie. En pratique, on fixe souvent un rayon limite  $R_s$  de la tache calorifique, tel que ce rayon limite définisse un cercle fini d'existence du flux thermique. Ce rayon est conventionnellement fixé de telle sorte que le flux  $q(R_s)$  soit égal à 5 % du flux maximal situé au centre de la source (Figure II.15). [Pichot, 2012]



**Figure II.15** Présentation de différentes formes de source de chaleur [Pichot, 2012]

### II.6.2 Modèle de Goldak

Goldak propose pour le soudage à l'arc avec apport de matière (MIG, MAG, TIG), une source volumique en forme de deux ellipsoïdes (Figure II.16). Celle-ci permet de tenir compte de la différence d'apport de chaleur devant et derrière l'électrode. Ce genre de source est décrit par les relations suivantes [Makhlouf, 2008][Attarha et al, 2011]:

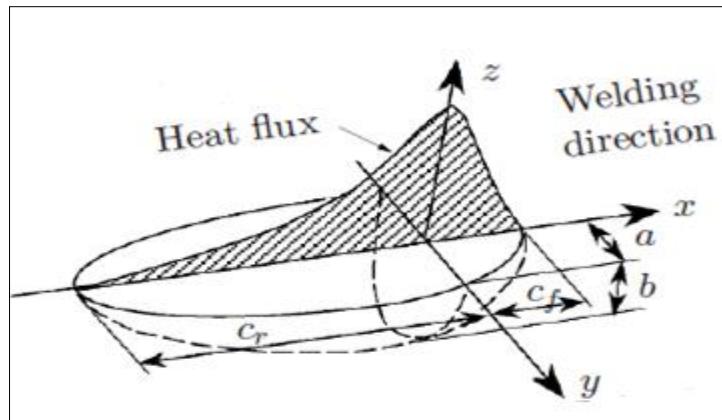
$$\left\{ \begin{array}{l} Q_v(xs, ys, zs) = \frac{6\sqrt{3}Qf_i}{abc_i\P\sqrt{\P}} \exp^{-\left(\left(\frac{xs}{c_i}\right)^2 \left(\frac{ys}{a}\right)^2 \left(\frac{zs}{b}\right)^2\right)} \\ f_f + f_r = 2 \\ Q = UI\eta \end{array} \right. \quad (\text{II.2})$$

$U$  est la tension,  $I$  l'intensité et  $\eta$  le rendement.

$xs, ys, zs$  sont les coordonnées du point considéré dans le repère mobile lié à la source de chaleur.

$f_f$  et  $f_r$  paramètres obéissent aux conditions de continuité du flux.

Attarha et ces collègues ont montré une étude numérique et expérimentale de la distribution de la température dans deux plaques soudées en basant sur la théorie de double ellipse de Goldak. Pour ces méthodes, il est nécessaire de connaître au préalable les dimensions de la zone fondue pour effectuer une simulation numérique du soudage. On ne peut pas donc prédire les dimensions du bain à l'aide de ce type de modélisation. [Attarha et al, 2011]



**Figure II.16** Double ellipsoïde de Goldak [Morin, 2006] [Pichot, 2012] [Nguyen, 2015] [Salerno et al, 2018].

## II.7 Précautions à apprendre lors de renforcement d'ouvrages métalliques par soudure

La procédure de soudage à l'arc électrique est apparue comme un moyen commode et économique de renforcer les ouvrages métalliques, car aucun autre procédé ne donne toutes les facilités que présente la soudure. Le renforcement par rivet à titre d'exemple est toujours possible, il présente l'inconvénient de troubler l'état d'équilibre d'un ouvrage.

Avec la soudure, on opère sans modifier en rien l'équilibre de l'ouvrage existant, d'où un double avantage technique et économique. [Wilson et al, 2012]

On évite ainsi de créer un ensemble hétérogène (soudure, rivet) dans lequel l'étude de la répartition des efforts est difficile deviendrait impossible. A un autre point de vue, on doit s'efforcer de réaliser la symétrie des pièces, une des règles de la construction les fréquentes. Il est même souvent possible de corriger dans une certaine mesure au moyen de renforcement, une dissymétrie existante dans le pont primitif. Enfin, l'étude du projet doit tenir compte de certaines règles imposées par l'exécution même des soudures.

- On évitera soigneusement les accumulations de soudure en certains points et en général toutes dispositions entraînant la superposition d'effets de dilatation et de retrait, création des déformations nuisibles dans les pièces de renfort ainsi que dans l'ossature existante.
- Il est admis aujourd'hui que les soudures au plafond bien exécutées, présentent toutes garanties de résistance, mais au point de vue économique il est préférables de les éviter.
- Les soudures en bout et de cordons de soudure d'angle devront être étudiées avec soin et proportionnées aux épaisseurs des pièces à assembler. [Goelzer, 1936]

Pendant le processus de renforcement, le raccordement des éléments par soudage est la technique la plus utilisée. Mais le soudage crée des températures très élevées auxquelles les propriétés du matériau sont grandement affectées avec l'apparition des contraintes résiduelles. La géométrie et le type des plaques, le type de la vitesse de soudage, la vitesse de refroidissement de l'ensemble influent sur l'amplitude et la distribution des contraintes résiduelles [Nagaraja, 1962]. Le soudage multi passes conduit généralement à des contraintes résiduelles (CR) importantes dans la zone affectée thermiquement (ZAT) et la zone fondue (ZF). Ils peuvent atteindre dans certains cas la limite élastique du matériau. [Abderrahmane et al, 2015]

## II.8 Soudure et l'aspect physico-mécanique

### II.8.1 Analyse des contraintes résiduelles dues au soudage selon la Méthode de Rebrov

La représentation analytique des contraintes au niveau de la soudure présent une grande complexité, peu de travaux de recherche et auteurs ont confronté ce domaine. Les travaux de Rebrov élaborés en 1988, où il présente en réalité la base de la majorité des travaux de recherche vis-à-vis de la réhabilitation des ouvrages métalliques au moyen de soudage. Il a entamé les techniques de renforcement de tous types d'éléments en construction métallique, avec les divers modes de réalisation (sous charge ou non, avec ou sans démontage ...etc.). Il s'intéresse également aux calculs de la résistance des matériaux particulièrement les inerties des sections renforcées en plus les états de contraintes et de déformation. Il ne néglige pas l'effet de l'opération de soudage, en estimant analytiquement l'état de déformation et contrainte résiduel en cas de soudure bien évidemment. Dans ce qui suit, on détaillera une méthode associée aux formules relatives au renforcement par soudage.

### II.8.2 Usages technologiques spéciaux de la soudure pendant le renforcement

L'influence de divers facteurs (contrainte et déformation créées, distribution ...) au cours de la soudure sur la résistance et la stabilité des éléments renforcés peut être très significative, particulièrement pendant le renforcement sous chargement. Cette influence est causée non seulement par la superposition des contraintes dues à la soudure avec celles dues au chargement extérieur. Mais également dans le cas général, par augmentation des efforts dans les sections de l'élément en raison de l'augmentation de sa flexion et changement de rigidité (Sections avec des zones thermoplastiques et des déformations plastiques résiduelles). Parmi les techniques de renforcement on peut accepter cette technique présentée dans la figure II.17 et on constate qu'après l'opération de soudage, des flèches temporaires et résiduelles de soudure de signe contraire apparaissent. En conséquence, la technologie de renforcement sous charge doit prévoir des mesures pour la diminution de la flèche due à la soudure et de leur contrôle.

Une des méthodes efficaces pour diminuer les déformations des éléments dues au assemblage soudée est la diminution de toute la longueur de soudures, qui peut être effectuée par l'application des soudures discontinues. [NF P 22-470], [Kouider et al, 2019]

Les soudures, qui assemblent les éléments de renforcement sur l'élément principal à l'exception des sections d'extrémité, travaillent au cisaillement. Elles sont faiblement chargées, elles jouent essentiellement le rôle d'assemblage et leurs dimensions sont souvent dictées par des considérations de conception. Les soudures d'extrémité dans un certain nombre de cas assurent la transmission des forces longitudinales sur les éléments du renforcement ; donc les longueurs et les épaisseurs des soudures d'extrémité sont fréquemment plus grandes que dans les soudures intermédiaires. [Kouider et al, 2019]

L'ordre d'application des soudures sur la longueur de la poutre peut avoir un effet essentiel sur son comportement. Particulièrement une grande influence de la façon de souder (la vitesse, l'ordre d'exécution des sections des soudures, les intervalles de temps entre la soudure des sections etc....) sur les flèches provisoires, qui apparaissent.

Comme le montre les études expérimentales, une augmentation de la vitesse de soudure sans interruptions, mène vers un échauffement inégal intensif des sections. Ceci peut causer une

augmentation significative des flèches provisoires et même à mener à une perte de stabilité des éléments comprimés. Afin de diminuer l'effet des contraintes résiduelles dues à l'influence thermique lors de la liaison des éléments entre eux, selon les conditions et la façon de renforcer. On emploie pratiquent différents ordres de soudage : au passage d'une extrémité à l'autre de l'élément, de l'extrémité de l'élément vers le milieu, ce qu'on appelle soudure dispersée par des sections, avec ou sans interruptions.

Les flèches dues à la soudure des éléments renforcés augmentent avec la croissance de leur flexibilité, accompagnée par une diminution de la rigidité des sections. Ces circonstances doivent être considérées avec le développement de la technologie de renforcement, c'est pour cela que les soudures sont normalisées (une longueur de 20-30 millimètres avec un pas ou bien un espacement entre les cordons de 300-500 millimètres). Ce qui assure que le fonctionnement de l'élément renforcé apporte à une forte diminution des flèches due à la soudure en absorbant les forces de cisaillement. Comme le montre les calculs et les études expérimentales, lors de la liaison des éléments par des soudures continues, la capacité portante diminue et en ne peut pas garantir le travail de l'élément renforcé dans le temps. [Kouider et al, 2019]

Le schéma particulier de renforcement exige que chacun des éléments de renforcement doit lier l'élément principal par au moins deux cordons de soudure. Pour la diminution des déformations parasites (supplémentaires) dans l'élément renforcé, il faudrait employer une technologie de renforcement qui assure la symétrie du champ de la température. Pour cela il faut exécuter les deux cordons en même temps (la soudure « parallèle » ou soudures 1 et 1', 2 et 2' sur la figure II.17) ou, plus réellement, par des soudures séquentielles avec de petites sections.

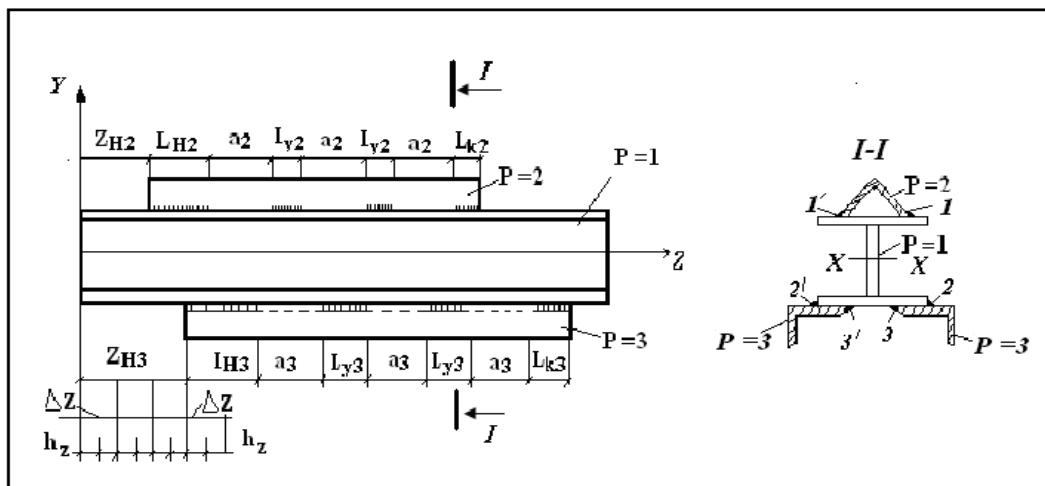


Figure II.17 Schéma de distribution des soudures sur la longueur de la barre et selon sa section transversale [Rebrov, 1988]

En tenant compte de ce qui a été dit, les paramètres des soudures sont supposés être donnés avec une longueur des cordons de soudure : au début ( $L_h$ ), à l'extrémité ( $L_k$ ) et intermédiaires ( $L_y$ ), les ouvertures ( $a$ ) entre les soudures (Figure II.17). Ces paramètres peuvent être différents pour les éléments d'autres types de renforcement, les soudures continues sont considérées comme un cas particulier de soudures discontinues.

Les conditions qui caractérisent cette technique d'assemblage est la vitesse de soudure  $U_{CB}$  (m/s), le déplacement de l'arc et la puissance de la chaleur dégagée  $q$  (j/s), ces caractéristiques dans le cas de la soudure d'angle peuvent être déterminées par les formules :

$$U_{CB} = \alpha_H I_{CB} / (3600 \gamma F_H); \quad (\text{II.3})$$

$$q \approx \eta U I_{CB} \quad (\text{II.4})$$

Où  $FH = k_y k_f^2 / 2$  : section transversale de la soudure d'angle ;

$k_y$  : Coefficients d'amplification, selon le diamètre de l'électrode ;

$k_f$  : Perpendiculaire de la soudure ;

$\alpha_H$  : Coefficient de surfacage ;

$\gamma$  : Densité l'acier, g/cm<sup>3</sup> ;

$I_{CB}$  : Intensité du courant de soudure ;

$\eta$  : Facteur de disponibilité de la chaleur de l'arc de soudure ;

$U$  : Tension du courant de soudure ;

Avec la soudure manuelle l'énergie linéaire (j/s) peut être approximativement déterminée par la formule :

$$q_n = 39800 k_f^2 \quad ; \quad (\text{II.5})$$

Où  $k_f$  est pris en cm.

La puissance de l'arc est liée à l'énergie linéaire par la relation :

$$q = q_n U_{CB} \quad (\text{II.6})$$

### II.8.3 Evaluation des efforts et des déformations de soudure

La simulation du processus d'évolution des efforts et des déformations de soudure est complexe. Ces complexités proviennent du caractère particulier du chauffage de l'élément par la source de chaleur où la température, elle est souvent au sujet des lois complexes qui cause une distribution irrégulière de la température dans l'espace et dans le temps. Pendant le processus de soudure la température varie selon un intervalle important ce qui provoque un changement des caractéristiques mécaniques et physiques du métal. Dont les causes énumérées obligent à prendre en compte un certain nombre de simplifications pour la détermination des diagrammes des efforts et des déformations. Ces simplifications concernent l'idéalisation du milieu déformable soumis à la température, et les facteurs concernant le champ de la température pendant la soudure.

Un aperçu détaillé et une analyse des méthodes existantes sont fait pour l'évaluation du développement des efforts et des déformations de soudure. On considère seulement les propriétés particulières en concordance avec la détermination de l'état contrainte – déformation de l'élément renforcé pendant le processus de soudure et de refroidissement.

Pour le calcul de la température, ces caractéristiques spéciales causent en premier lieu, une complexité à configurer les sections des éléments renforcés et aussi l'ordre difficile de l'application des soudures. Dans la majorité des tâches pour l'évaluation des efforts et des déformations on utilise des méthodes de calcul analytiques pour la détermination des températures, on se basant sur la théorie de propagation de la chaleur [Morin, 2006] [Pichot, 2012] [Nguyen, 2015]. Pendant la construction de cette théorie, il est accepté un certain nombre de conditions préalables de simplification. Considérant un modèle soudable sous

forme de corps semi-infini formé de plaques d'épaisseur constant, la constance des propriétés thermo-physiques du matériel. Dont le déplacement graduel supposé rectiligne due la source de chaleur le long du corps soudable, ce qui limitent l'application des méthodes analytiques développées.

Ces dernières hypothèses sont acceptables seulement pour les formes les plus simples des sections d'éléments. Qui peuvent être représentées pour les éléments minces composés tels que : les profilés laminés soudées renforcés par des soudures simples. Et dans le cas du renforcement des sections composées, cette procédure devient très complexes (en cas de section doublet). Car le débordement de la chaleur en bas des plaques, qui ne touchent pas directement la soudure, n'est pas pris en compte. La complexité de la forme des sections des éléments renforcées est reliée au flux thermique, à la variation des épaisseurs et des limites dimensionnelles des éléments constitutifs de grand nombre. Peut être quatre et plus avec divers diagrammes de renforcement, en plus du choix de l'emplacement, alignement et type des cordons de soudures.

Plus efficacement pour les tâches en question s'avérer être les méthodes numériques, qui permettent pour renoncer à la majorité de simplifications des solutions analytiques [Liang et al, 2018].

La méthode de différence-finie a été utilisée comme base de calculs en particulier, parce que la poutre est à parois minces. Et le diagramme employé est localement unidimensionnel des équations à différences, dont la solution a été accomplie par la méthode de dispersion.

La prétention au sujet de l'indépendance de la propagation de la chaleur au niveau des cordons de soudure, leurs effets convergent vers les sections adjacentes à cause de la conductivité de l'acier. L'élan général à la solution des équations de la conductivité thermique pour les tâches en question. Ainsi la prétention au sujet de la constance du champ de la température le long de l'épaisseur des éléments est assumée comme la base de ces solutions. Comme l'épaisseur de la poutre est petite, le champ de la température pour l'élément de la base peut être décrit avec l'équation bidimensionnelle de la conductivité thermique suivante: [Rebrov, 1988]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = L_\alpha T + f(x, t) \quad (\text{II.7})$$

Dans le cas général les opérateurs  $L_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2$ ) peuvent être enregistrés sous cette forme :

$$L_\alpha T = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left( \beta_\alpha(x, t) \frac{\partial T}{\partial x_\alpha} \right) \quad (\text{II.8})$$

Avec :  $\beta_\alpha(x, t)$  les coefficients variables, qui dépendent de la température  $T$ .

Construisons sur le rectangle avec des côtés  $L_\alpha$ , qui rapproche l'élément, avec discrétisation uniforme  $x_\alpha$  dans les directions  $h_\alpha$ , et en remplaçant l'opérateur  $L_\alpha$  par l'opérateur de différence  $\Delta_\alpha$  :

$$\Delta_\alpha T = (\alpha_\alpha(x, \bar{t}) T \bar{x}_\alpha) x_\alpha \quad (\text{II.9})$$

Le coefficient  $\alpha_\alpha$  est choisi de sorte que l'opérateur  $\Delta_\alpha$  soit au deuxième ordre de l'approximation, par exemple sous la forme :

$$a_\alpha = 0.5 [\beta_\alpha(x, \bar{t}) + \beta_\alpha(x^{(-1\alpha)}, \bar{t})] \quad (\text{II.10})$$

Avec  $\bar{t} = t + 0.5 \Delta t$  et  $\Delta t$  l'intervalle de temps.

Les équations différentielles des directions variables, les solutions de l'équation (II.7) qui assurent la stabilité peuvent être enregistrées sous la forme suivant:

$$\left. \begin{aligned} (T^{k+\frac{1}{2}} - T^k) / (0.5 \Delta t) &= \Delta_1(t_{k+1/2}) T^{k+1/2} + \Delta_2(t_k) T^k + \varphi^k \\ (T^{k+1} - T^{k+1/2}) / (0.5 \Delta t) &= \Delta_1(t_{k+1/2}) T^{k+1/2} + \Delta_2(t_{k+1}) T^{k+1} + \varphi^k \end{aligned} \right\} \quad (II.11)$$

La solution du système (II.9) peut être accomplie par différentes méthodes, si on prend les dérivés de l'opérateur  $\Delta_\alpha$  seulement dans une direction  $x_\alpha$ . Alors, il va être unidimensionnel dans ce cas, et la solution de l'équation (II.7) est remplacée par la solution séquentielle des équations unidimensionnelles (II.11) correspondant au diagramme unidimensionnel local.

Comme il a été déjà mentionné, la solution de cette méthode a été employée par l'auteur Makhnenko, pour évaluer le champ de la température dans les parois minces des éléments soudées localement. Le diagramme unidimensionnel converge avec la vitesse de la valeur  $(\Delta t + h^2)$ , avec  $h = \max h_\alpha$ , Ceci exige le choix d'une augmentation du nombre de cycles de calcul. [Rebrov, 1988]

En tenant compte que la différence de pas le long de l'axe de l'élément avec la solution des problèmes est reliée à l'intervalle de temps  $\Delta t$ , afin d'assurer la position instantanée de la source de chaleur au nœud de la région de la structure, d'où l'utilisation d'un diagramme unidimensionnel local de l'élément sur sa longueur. En conséquence, on note une élévation non seulement du temps de calcul, mais également la mémoire des machines de calcul limitée (puisque les données initiales pour le calcul de la température en n'importe quel nœud  $(k + 1)$  sont les valeurs des températures précédentes du noeud  $(k)$ ).

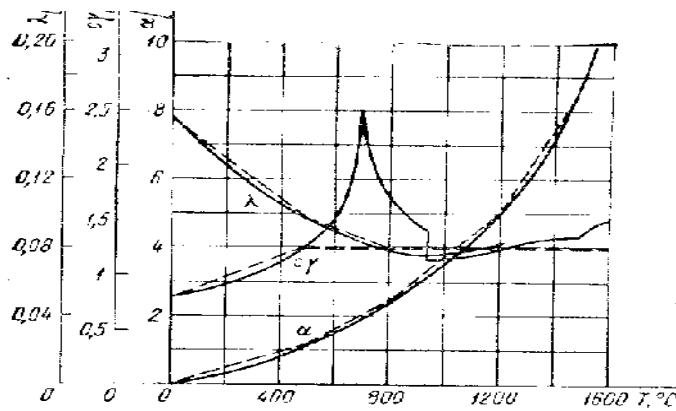
Il serait plus raisonnable pour résoudre l'équation (II.7) qu'on utilise, dans lesquels o trouve les opérateurs  $\Delta_\alpha$ , les dérivés à travers les deux axes. En utilisant l'approximation avec la précision  $(\Delta t^2 + h^2)$ , dont la simulation des propriétés thermo-physiques pour les aciers à faible teneur en carbone selon la figure II.18 est :

$\lambda$  Le coefficient est la conductivité thermique,

$\bar{\alpha}$  Diffusion de la chaleur et également,

$c_\gamma$  Capacité de chaleur volumétrique.

Pour la majorité de métaux un changement de la température pendant le processus de soudure est accompagné par un changement des propriétés mécaniques et physiques des matériaux. Provoquant ainsi des transformations structurales qui conduisent au développement des déformations dues à la plasticité du matériau, le fluage, relaxation etc. [Shadkam et al, 2018]. En tenant compte de tous ces facteurs avec l'élaboration des méthodes pratiques d'évaluation des efforts et contraintes de soudure ont mené à considérer certaines conditions simplificatrices de calcul. En règle générale, les transformations volumétriques et structurales ne sont pas considérés, on tiendra compte seulement des déformations et des efforts initiales, qui sont équilibrés par la structure macroscopique de la matière.

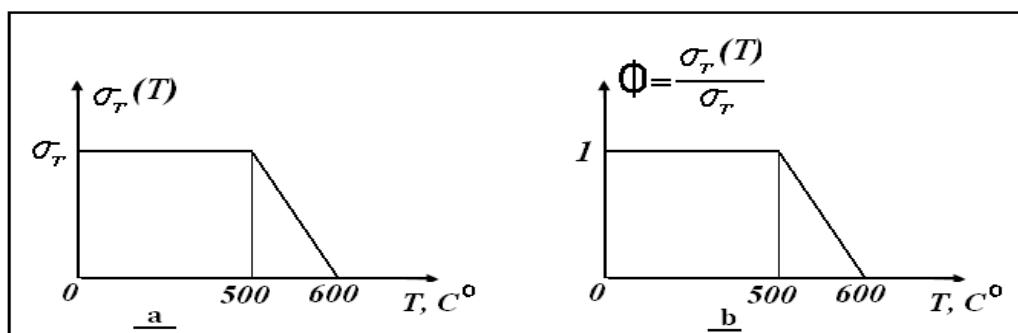


**Figure II.18** Caractéristiques thermo-mécaniques pour les aciers à faible teneur en carbone [Rebrov, 1988]

$\lambda$  - le coefficient de conductivité thermique ;  $\alpha$  - Coefficient de dilatation thermique linéaire ;  $c_\gamma$  - capacité de chaleur volumétrique ; (Lignes discontinues : sont les dépendances rapprochées,)

Dans les problèmes en vue de la définition de l'état de contrainte-déformation on considérera que les matériaux soudés sont élasto-plastiques. On prend le comportement donné par le graphique dans la figure II.19.a. L'état de contrainte du corps pendant le processus de la soudure dans la majorité des cas est considérée comme unidimensionnel dans l'étude théorique et expérimentale. Comme il est montré, lors de l'opération de soudage à partir de plaques de petite épaisseur que l'état soumis à une contrainte et un déplacement linéaire suffisant provoqué par la source de chaleur avec les bords longitudinaux libres, seulement les efforts longitudinaux seront différents de zéro.

Dans le cas du chauffage par soudure des éléments prismatiques même l'irrégularité apparente de la distribution de la température sur la longueur cause le développement des efforts transversaux très insignifiants. [Rebrov, 1988]



**Figure II.19** Dépendance approximative de la limite élastique basée sur la température. [Rebrov, 1988]

*a : valeurs absolues ; b : en valeurs relatives*

En tenant compte des conditions de chargement pour le renforcement de l'élément au moment de soudure, plus loin dans le cas général de calcul nous considérons seulement les efforts longitudinaux différents de zéro. Elles sont dirigées le long de l'axe de l'élément, et la contrainte tangentielle, dont la présence est causée par l'action des charges transversales. Pour un certain nombre de cas spéciaux du calcul (éléments tendus et comprimés fléchies avec de

petites forces transversales), l'influence des déformations dues aux contraintes de cisaillement sont négligées, en supposant  $\tau = 0$ .

Le problème important est l'évaluation de l'influence des déformations de torsion et des déformations du plan de flexion de l'élément à souder. Avec l'application de la soudure de grande ampleur, qui ne se trouve pas dans le plan de la symétrie de la poutre, les sections étant chauffées non symétriquement mènera à la déformation de l'axe de l'élément à partir du plan de la symétrie (forces planes) et l'apparition des déformations de torsion.

Cependant comme il est déjà mentionné, ces déformations parasites peuvent être enlevés ou sensiblement affaiblis avec de la soudure parallèle aux paires de soudures. Dans ces conditions déjà à une distance petite du champ de température de l'arc devient pratiquement symétrique, et la déformation de la tige due aux forces de surface est négligeable.

Il est montré, pour les éléments à parois minces asymétriques l'influence des déformations de torsion sur la cinétiqe des déplacements et des efforts n'est pas importante, ce qui permet de déterminer les déformations de flexion indépendamment des celles de la torsion. Tandis que devant la majorité des cas de calcul et pour négliger l'influence de ce dernier, Cela est d'autant plus juste pour les éléments de section symétrique, chargées dans le plan de la symétrie.

Pendant l'évaluation de l'état de contrainte-déformation de sections tenant compte des déformations de cisaillement, on emploie la théorie de déformation de plaques, considérant que la nature du chargement des fibres pendant le procédé de soudure est simple. Un certain nombre d'investigations, les conditions de réalisations du chargement simple avec la soudure remarquable restent discutables. Néanmoins la théorie de déformation de plaques s'adapte largement pour résoudre la majorité des problèmes de la température.

Dans beaucoup des travaux est posé le problème de l'évaluation approximative des déformations et des efforts résiduels, qui apparaissent après refroidissement du corps soudé. Habituellement dans ces cas on délimite deux régions : la zone du chauffage élevé avec les déformations purement thermoplastiques et la zone des déformations élastiques. Avec le choix approprié du niveau de la température, qui détermine la plus grande largeur de la zone thermoplastique, il est possible de trouver le niveau maximum des déformations plastique résiduelles, qui apparaissent après refroidissement de la section.

Cette approche permet de simplifier considérablement la solution, l'interaction de la charge externe avec le chauffage dû à la soudure cause des déformations supplémentaires de la tige. En plus d'une augmentation des efforts dans ses sections et le cumul des déformations et des efforts de la charge externe avec des efforts et des déformations temporaires de soudure. Ceci dicte le besoin de tracer le développement des déformations de soudure dans le temps, sur cette base mettons une méthode itérative. Divisant la période entière de la soudure et de refroidissement par des étapes séparées, dans des intervalles de temps  $\Delta t$ . [Rebrov, 1988] [Attarha et al, 2011]

## II.9. La soudure et l'aspect thermique

### II.9.1 Calcul de champ de la température pendant l'opération de soudage

La distribution de la chaleur dégagée de l'arc entre les éléments à souder est prise proportionnellement à leurs épaisseurs dans la zone de soudure. Cette disposition suppose que

le champ de la température est constant sur l'épaisseur des éléments. L'équation de la conductivité thermique pour chacun des éléments est sous la forme suivante:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{c\gamma\delta} \left[ \frac{\partial}{\partial s} \left( \lambda \delta \frac{\partial T}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial s} \left( \lambda \delta \frac{\partial T}{\partial z} \right) + g(s, z, t) \delta - d\bar{\alpha}(T - T_C) \right] \quad (\text{II.12})$$

Où  $T$ : température ;

$t$ : temps ;

$c\gamma$ : capacité de chaleur volumétrique ;

$\lambda$ : coefficient de conductivité thermique ;

$\delta$ : épaisseur ;

$g$ : fonction de source de la chaleur (distribuée jusqu'à la puissance de volume de l'arc de soudure) ;

$d$ : nombre de plans de l'émission de la chaleur de l'élément ( $d=1$  ou  $2$  selon le schéma du renforcement) ;

$T_C$ : température ambiante ;

$\bar{\alpha}$ : coefficient d'émission extérieure de la chaleur ;

$s$  et  $z$ : axes de coordonnées.

Les émissions de chaleur sur les bords des éléments sont négligées et considérons que les conditions aux limites sont sous la forme suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad (\text{II.13})$$

Où  $n$ : normale à l'extrémité de la surface.

En utilisant le système des coordonnées,  $S_q$  et  $z$ , où l'axe  $z$  est dirigé le long de l'axe de la l'élément de base, et l'axe  $S_q$  suivant la ligne moyenne de chacun des éléments, le long de la normale à l'axe de  $z$ . On rapprochant des éléments par les régions de grille (maillage), ayant le long de  $z$  des pas  $h_z$  pour tous les éléments bien évidemment, et le long de  $S_q$  les pas  $h_s$ .

La valeur  $h_z$  est choisie de telle manière que la longueur  $\Delta_z$  sur la longueur de l'élément avant la déformation soit multiple (Figure II.17). Le gradient de la température est important dans les zones du chauffage élevé (près de la position du point instantanée de l'arc de soudure). Pour garantir la précision de la solution du problème de la température, et l'évaluation de l'état de déformation contrainte de l'élément, on utilise l'équation (II.11), ou on peut écrire que la différence de la température pendant l'instant de la température  $\Delta t$  (formule II.12) :-

$$\frac{T_{n,i}^{k+\frac{1}{2}} + T_{n,i}^k}{\Delta t} = \frac{1}{2(c\gamma\delta)_{n,i}} \left[ \frac{(\lambda\delta)_{n+1,i} + (\lambda\delta)_{n,i}}{2} \frac{T_{n+1,i}^{k+\frac{1}{2}} - T_{n,i}^{k+\frac{1}{2}}}{h_s^2} - \frac{(\lambda\delta)_{n,i} + (\lambda\delta)_{n-1,i}}{2} \frac{T_{n-1,i}^{k+\frac{1}{2}} - T_{n,i}^{k+\frac{1}{2}}}{h_s^2} + \frac{(\lambda\delta)_{n,i+1} + (\lambda\delta)_{n,i}}{2} \frac{T_{n,i+1}^k - T_{n,i}^k}{h_z^2} \right. \\ \left. - \frac{(\lambda\delta)_{n,i} + (\lambda\delta)_{n,i-1}}{2} \frac{T_{n,i}^k - T_{n,i-1}^k}{h_z^2} - d \bar{\alpha}_{n,i}^k \left( T_{n,i}^{k+\frac{1}{2}} - T_c \right) + g_{n,i}^{k+\frac{1}{2}} \delta_{n,i} \right] \quad (\text{II.14})$$

$$\frac{T_{n,i}^{k+1} + T_{n,i}^{k+\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{1}{2(c\gamma\delta)_{n,i}} \left[ \frac{(\lambda\delta)_{n+1,i} + (\lambda\delta)_{n,i}}{2} \frac{T_{n+1,i}^{k+1/2} - T_{n,i}^{k+1/2}}{h_s^2} - \frac{(\lambda\delta)_{n,i} + (\lambda\delta)_{n-1,i}}{2} \frac{T_{n,i}^{k+1/2} - T_{n-1,i}^{k+1/2}}{h_s^2} + \frac{(\lambda\delta)_{n,i+1} + (\lambda\delta)_{n,i}}{2} \frac{T_{n,i+1}^{k+1} - T_{n,i}^{k+1}}{h_z^2} \right. \\ \left. - \frac{(\lambda\delta)_{n,i+1} - T_{n,i}^{k+1}}{h_z^2} - \frac{(\lambda\delta)_{n,i} + (\lambda\delta)_{n,i-1}}{2} \frac{T_{n,i}^{k+1} - T_{n,i-1}^{k+1}}{h_z^2} - d \bar{\alpha}_{n,i}^{k+1/2} (T_{n,i}^{k+1} + T_c) + g_{n,i}^{k+1} \delta_{n,i} \right] \quad (\text{II.15})$$

Où :  $n, i$ : indice des unités de la grille de différence le long de  $S_q$  et  $z$ .

$k$ : nombre de moment de temps.

La valeur de  $g_{n,i}$  est prise différente à zéro seulement pour les points  $n, i$  au moment  $t = k \Delta t$  ou la source de chaleur se trouve localisée. La valeur  $g$  peut être trouvée par la formule :

$$g = q/[h_z(h_a \delta_a + h_b \delta_b)] \quad : \quad (\text{II.16})$$

Où :  $a$  et  $b$  : caractérisent les numéros des éléments soudés par les cordons donnés.

La désignation de l'intervalle de temps  $\Delta_t$  pendant le procédé de soudage est dicté par la condition  $\Delta_t = h_z/\mathcal{U}_{CB}$ , qui assure la position instantanée de la source de chaleur mobile dans le système de coordonnées. Le système d'équations (II.14 et II.15) peuvent être récrits sous la forme suivante :

$$A_n T_{n-1,i}^{k+\frac{1}{2}} - C_n T_{n,i}^{k+\frac{1}{2}} + B_n T_{n+1,i}^{k+\frac{1}{2}} = F_n; \quad (\text{II.17})$$

$$A_i T_{n,i-1}^{k+1} - C_i T_{n,i}^{k+1} + B_i T_{n,i+1}^{k+1} = F_i; \quad (\text{II.18})$$

$$Où : A_n = \frac{(\lambda\delta)_{n,i+1} + (\lambda\delta)_{n-1,i}}{2h_s^2}; B_n = \frac{(\lambda\delta)_{n+1,i} + (\lambda\delta)_{n,i}}{2h_s^2}; C_n = \frac{(\lambda\delta)_{n,i+1} + (\lambda\delta)_{n,i} + (\lambda\delta)_{n-1,i}}{2h_s^2} + \frac{2(c\gamma\delta)_{n,i}}{\Delta t} + d \bar{\alpha}_{n,i}^k;$$

$$F_n = -\frac{(\lambda\delta)_{n,i+1} + (\lambda\delta)_{n-1,i}}{2h_z^2} T_{n,i+1}^k + \left[ \frac{(\lambda\delta)_{n,i+1} + (\lambda\delta)_{n,i} + (\lambda\delta)_{n-1,i}}{2h_z^2} - \frac{2(c\gamma\delta)_{n,i}}{\Delta t} \right] T_{n,i} - \frac{(\lambda\delta)_{n,i} + (\lambda\delta)_{n-1,i}}{2h_z^2} T_{n,i-1}^k - d \bar{\alpha}_{n,i}^k T_C + g_{n,i}^{k+1/2} \delta_{n,i};$$

$$A_i = \frac{(\lambda\delta)_{n,i} + (\lambda\delta)_{n-1,i}}{2h_z^2}; B_i = \frac{(\lambda\delta)_{n,i+1} + (\lambda\delta)_{n,i}}{2h_z^2};$$

$$C_i = \frac{(\lambda\delta)_{n,i+1} + (\lambda\delta)_{n-1,i} + (\lambda\delta)_{n,i}}{2h_z^2} + \frac{2(c\gamma\delta)_{n,i}}{\Delta t} + d \bar{\alpha}_{n,i}^{k+1/2};$$

$$F_i = -\frac{(\lambda\delta)_{n,i+1} + (\lambda\delta)_{n-1,i}}{2h_z^2} T_{n,i+1}^k + \left[ \frac{(\lambda\delta)_{n+1,i} + (\lambda\delta)_{n,i} + (\lambda\delta)_{n-1,i}}{2h_z^2} - \frac{2(c\gamma\delta)_{n,i}}{\Delta t} \right] T_{n,i}^{k+1/2} - \frac{(\lambda\delta)_{n,i} + (\lambda\delta)_{n-1,i}}{2h_z^2} T_{n-1,i}^{k+1/2} - d \bar{\alpha}_{n,i}^{k+1/2} T_C - g_{n,i}^{k+1} \delta_{n,i};$$

La solution du système d'équations (II.15) et (II.18) est obtenue avec l'utilisation de la méthode de dispersion. Pour le nœud (n), l'équation par la méthode de dispersion sur l'axe z (avec  $i=\text{constante}$ ) est la suivante:

$$T_{n,i}^{k+1/2} = P_n^k T_{n+1,i}^{k+1/2} + Q_n^{k+1/2} \quad (\text{II.19})$$

Pour le nœud  $n-1$  et en tenant compte de (II.19) on a :

$$T_{n-1,i}^{k+\frac{1}{2}} = P_{n-1}^{k+\frac{1}{2}} T_{n,i}^{k+\frac{1}{2}} + Q_{n-1}^{k+\frac{1}{2}} = P_{n-1}^{k+1/2} P_n^{k+1/2} T_{n+1,i}^{k+1/2} + P_{n-1}^{k+1/2} Q_n^{k+1/2} + Q_{n-1}^{k+1/2} \quad (\text{II.20})$$

Substituant (II.17) et (II.18) dans (II.13), après simplifications nous obtiendrons :

$$\left[ P_n^{k+\frac{1}{2}} \left( A_n P_{n-1}^{k+\frac{1}{2}} - C_n \right) + B_n \right] T_{n+1,i}^{k+1/2} + \left[ A_n \left( P_{n-1}^{k+1/2} Q_n^{k+1/2} + Q_{n-1}^{k+1/2} \right) - C_n Q_{n-1}^{k+1/2} - F_n \right] \quad (\text{II.21})$$

De (II.19) et (II.21), on voit que l'équation (II.15) sera satisfaite, si nous considérons que,

$$P_n^{k+1/2} \left( A_n P_{n-1}^{k+1/2} - C_n \right) + B_n = 0$$

$$A_n \left( P_{n-1}^{k+1/2} Q_n^{k+1/2} + Q_{n-1}^{k+1/2} \right) - C_n Q_{n-1}^{k+1/2} - F_n = 0$$

Ainsi nous obtiendrons la relation de récurrence pour déterminer les coefficients de dispersion  $P_n$  et  $Q_n$  :

$$P_n^{k+1/2} = \frac{B_n}{C_n - A_n P_{n-1}^{k+1/2}};$$

$$Q_n^{k+1/2} = \frac{F_n - A_n Q_{n-1}^{k+1/2}}{A_n P_{n-1}^{k+1/2} - C_n} = P_n^{k+1/2} \frac{A_n Q_{n-1}^{k+1/2} - F_n}{B_n} \quad (\text{II.22})$$

De même on peut obtenir les coefficients de dispersion pour l'équation (II.18) :

$$Q_n^{k+1/2} = \frac{P_i^{k+1} A_i Q_{i-1}^{k+1} - F_i}{B_i} \quad (\text{II.23})$$

La distribution initiale de la température dans l'élément renforcé est considérée connue (au début de la soudure c'est la température ambiante, pendant le transfert à l'étape suivante le champ de la température est déterminé par les résultats de calcul de l'étape précédente. Pour un moment connu  $t$  égale  $k \Delta t$  du champ de température, les dispersions sur l'axe se calculent par la dispersions des coefficients avec la récurrence des relations (équation II.20), d'ailleurs les valeurs nécessaires  $P_{1,i}^{k+1/2}$  et  $Q_{1,i}^{k+1/2}$  au point initial  $n=1$  se calculent à partir des conditions aux limites (Equation II.24) ;

$$P_{1,i}^{k+1/2} = 1 \text{ Erreur ! Signet non défini. ; } \quad Q_{1,i}^{k+1/2} = 0 \quad (\text{II.24})$$

A la limite opposée de l'élément ( $n=n_q$ ) de (Equations II.13 et II.19) on a :

$$T_{n_q,i}^{k+1/2} = Q_{n_q,i}^{k+1/2} / (1 - P_{n_q,i}^{k+1/2}) \quad (\text{II.25})$$

Alors d'un autre côté les dispersions données par (II.19) se calculent avec les valeurs  $T$  pour le moment  $t$  égale  $(k+1/2) \Delta t$ . En accomplissant de façon analogue la dispersion le long de l'axe  $z$ , on détermine les valeurs des températures pour le moment  $t$  égale  $(k+1) \Delta t$ .

Après avoir trouvé la distribution de la température dans chacun des éléments individuellement, en prenant la couture du champ de la température pour l'élément dans son ensemble.

Le processus de la couture consiste dans le cas d'équilibre de la température, des points de contact dans les nœuds  $N$  des éléments d'accouplement (deux nœuds correspondants) par la formule :

$$T_N = (T_{N_a} + T_{N_b}) / 2 ; \quad (\text{II.26})$$

Où,  $a$  et  $b$  : nombres des éléments à assembler.

La méthode de calcul présentée permet de déterminer le champ de la température dans les éléments à lier. Ce procédé par tolérance est utilisé seulement avec la possibilité de division de l'élément renforcé.

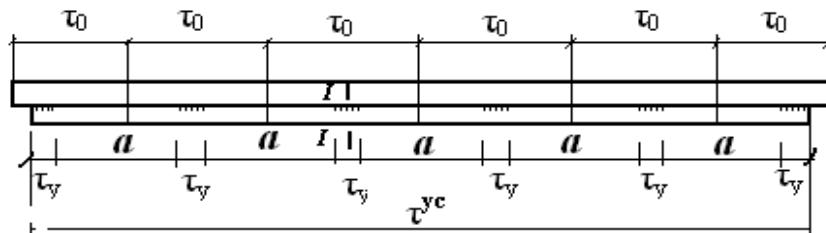


Figure II.20 Diagramme de répartition des cordons dans l'élément renforcé [Rebrov, 1988]

$\tau^{yc}$  : Longueur de l'élément de renforcement

$a$  : pas entre les cordons de soudure

$\tau_y$  : Longueur du cordon de soudure

Pour les diagrammes de renforcement de la figure II.9, ce procédé a des sections régulières et avec un ordre identique de réalisation du groupe de soudures dans les limites de la section ne

procède pas des cordons de soudure. Notons que la méthode de solution du problème de la température présentée permet d'examiner les cas de la soudure de l'élément de renforcement arbitrairement orientés (par exemple, les nervures de raidissement longitudinales, transversales ou inclinées et autres). Une erreur dans cette méthode approximative de calcul de champ de la température sera insignifiante,

### II.9.2 Détermination de l'état de contrainte - déformation des éléments pendant le processus de soudure

Des composants élastiques et plastiques des déformations tenant en compte les déformations plastiques résiduelles, qui peuvent être trouvés, toute ont basant sur le graphique présenté dans la figure II.19. Selon l'expression de la fonction  $\Phi$ , qui caractérise le rapport de la limite élastique de l'acier à cette température  $T$  par rapport à la limite élastique à une température normale (. la figure II.19.b) :

Le coefficient  $\Phi$  peut être trouvé après l'obtention de la répartition de la température dans chaque nœud.

$$\Phi = \sigma_T(T) / \sigma_T, \Phi = \begin{cases} 1 & \text{pour } T \leq 500^\circ\text{C} \\ (600 - T) / 100 & \text{pour } 500^\circ\text{C} < T < 600^\circ\text{C} \\ 0 & \text{pour } T \geq 600^\circ\text{C} \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

Les paramètres des déformations les préhistoires, peuvent être trouvés basés sur les formules,

$$\begin{aligned} \varepsilon_{0*}^k &= \frac{(\varepsilon_n^k - \varepsilon_{octn}^{k-1})}{\varepsilon_T}, \gamma_{0*}^k = \frac{(\gamma_n^k - \gamma_{octn}^{k-1})}{\gamma_T}; \\ \varepsilon_{2*}^k &= \Phi |\cos \alpha_k|; \\ \varepsilon_{1*}^k &= 0,9\Phi / \sqrt{1 + 1,3314 \left( \gamma_{0*}^k \frac{\varepsilon_{0*}^k}{\varepsilon_{0*}^k} \right)^2} \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

Si :  $|\varepsilon_{0*}^k| \geq \varepsilon_{2*}^k$  les fibres sont plastifiées et les déformations plastique résiduels apparaissent,

$$\varepsilon_{octn}^k = \varepsilon_T(\varepsilon_*^k - \Phi \cos \alpha_k); \gamma_{0ctn}^k = \gamma_T(\gamma_*^k - \Phi \sin \alpha_k) \quad (\text{II.29})$$

Si :  $|\varepsilon_{0*}^k| < \varepsilon_{2*}^k$  -avec les fibres se fonctionnent dans le domaine élastique et les formules présenté dans la formule (II.21) sont applicables.

Il est possible de considérer lors de chauffage là où la température uniforme est de l'ordre supérieure ( $> 600^\circ\text{C}$ ), que seulement les déformations axiales sont prennes en considération et les déformations résiduelles des fibres de la section renforcée peuvent être trouvées basées sur les formules suivantes :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{octn}^k &= \varepsilon_n^k - \Phi \varepsilon_T & \text{Pour } |\varepsilon_{0*}^k| \geq \Phi, \\ \varepsilon_{octn}^k &= \varepsilon_{octn}^{k-1} & \text{Pour } |\varepsilon_{0*}^k| < \Phi, \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (\text{II.30})$$

## **II.10 Conclusion**

Parmi les procédés d'assemblages, le soudage occupe une place importante dans toutes les branches d'industrie et du bâtiment, car il permet d'adapter au mieux les formes de construction aux contraintes qu'elles sont appelées à supporter en service.

Nous présentons dans ce chapitre, les principales notions et définitions liées au soudage, avec ses phénomènes physiques dus aux sources de chaleur et une synthèse de l'état de l'art pour les procédés (soudage). En plus la présentation des conséquences de soudage tel que les contraintes résiduelles de soudure qui compliquent l'état de contrainte de l'assemblage (rupture par fatigue), et des distorsions sont produites en permanence dans les structures soudées.

On pose aussi la formulation mathématique du problème du soudage des tôles de faible épaisseur. Un modèle de source de chaleur surfacique est développé par Rebrov pour trouver la distribution de la température dans la zone de soudage, avec l'estimation de l'état des contraintes et déformations résiduelles.