Chapitre 2

Les Signaux dans les chaînes de détection nucléaire

Une chaîne de spectrométrie nucléaire est un outil qui permet d'analyser (qualitativement et quantitativement) la nature des *photons-X* et *photons-* γ émis par un isotope radioactif. La détection de ces photons ionisants est un processus, soit transférant indirectement l'énergie totale du photon incident en photon lumineux avant la conversion en flux de charges électriques, soit directement à cette dernière par le phénomène photoélectrique.



Figure-2. 1 : Schéma bloc d'un système de détection nucléaire

Le détecteur NaI(Tl) fonctionne suivant le principe de transfert indirect d'énergie, tandis que ceux à semiconducteur (Ge ou Li) suivant le processus direct pour la conversion en signal électrique.

L'outil d'analyse permet ainsi de produire un spectrogramme affichant l'allure d'un pic caractérisant l'isotope émetteur d'un *photon-X* ou d'un *photon-* γ . Etant donné le modèle statistique de comptage lié au phénomène stochastique d'une émission radioactive, et des diverses incertitudes liées à la méthode de détection, le spectre énergétique est distribué autour d'une valeur centrale avec une certaine résolution *FWHM*.



Figure-2. 2 : Spectre d'énergies à la sortie d'un système de détection

1. LES FACTEURS INFLUENÇANT LA RESOLUTION DES SIGNAUX

La résolution relative en énergie d'un système de détection étant caractérisée par la largeur à mi-hauteur *FWHM* de la courbe de distribution pour une énergie donnée, et donnée par l'expression suivante:

$$R_{rel} = \frac{FWHM}{E_0} \tag{2.1}$$

Le calcul de la variance permet de mesurer le degré de dispersion de l'ensemble des données collectées.

On démontre que pour une distribution gaussienne :

$$FWHM \approx 2,35 \cdot \sigma_E \approx 2,35 \cdot \sqrt{F \cdot N_{pe}}$$
(2.2)

 N_{pe} étant le nombre de porteurs de charge détectées à la sortie

Et la résolution est

$$R_{rel} \approx 2.35 \cdot \frac{\sqrt{F \cdot N_{pe}}}{E_0}$$
(2.3)



Figure-2. 3 : Paramètres définissant la résolution d'un spectre de collection

La résolution dépendrait des caractéristiques physiques entrainant la production de charges induites N_{pe} . Les paramètres physiques qui pourraient influencer la création des charges électriques peuvent être de trois natures bien distinctes :

- Fluctuation de l'émission des photons incidents, car le phénomène de désintégration radioactive évolue suivant le modèle stochastique.

- Fluctuation due à l'efficacité du système de détection pour absorber et convertir les photons en grandeur électrique (porteurs de charges électriques).
- Bruits de fond générés par les composants électroniques qui sont sources d'électrons thermiques.

1.1. Fluctuation du signal d'entrée (Incertitude et erreur stochastique)

Le phénomène de désintégration radioactive, responsable de l'émission des rayonnements ionisants, est un processus aléatoire dans le temps. Aussi, les applications relatives à la mesure de ces radiations sont sujettes à des fluctuations statistiques. Ces fluctuations sont sources d'incertitudes et d'erreurs, parfois prédominantes pour quelques cas de configuration.

La variance d'une variable physique quelconque se définie comme étant la moyenne de l'écart au carré de chaque nombre par rapport à la moyenne. Si \mathbf{x}_i = une valeur de l'ensemble des N données, dont la moyenne est $\overline{\mathbf{x}}$, alors la variance s'écrit [51] :

$$\operatorname{var}_{N}(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_{i} - \overline{x})^{2}$$
(2.4)

La variance peut aussi être exprimée en fonction de la fonction de distribution F(x) qui régie les variables :

$$\operatorname{var}_{N}(x) = \sum_{i=1}^{N} (x_{i} - \overline{x})^{2} \cdot F(x)$$
 (2.5)

Une distribution est caractérisée par le nombre d'expériences (collections de données) n dont chacune a sa probabilité de réussite p.

Dans le cas où la probabilité de réussite de chaque expérience p est constante (*distribution binomiale*) alors la probabilité de présence avec la variable x est donnée par :

$$P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} \cdot p^{x} (1-p)^{n-x}$$

$$\bar{x} = n \cdot p$$
(2.6)

Et la fluctuation par rapport à la valeur moyenne décrite en (2.5) devient :

$$\operatorname{var}_{N}(x) = \sum_{i=1}^{N} (x_{i} - \bar{x})^{2} \cdot P(x)$$
 (2.7)

$$\operatorname{var}_{N}(x) = \overline{x}(1-p) \tag{2.8}$$

Dans le cas des comptages nucléaires, *n* représente le nombre de nucléides et *p* la probabilité pour une désintégration, égale à $l - e^{-\lambda t}$ (λ la constante de désintégration).

Pour *n* constante durant toute la période de collection et la probabilité pour l'apparition d'un événement de désintégration, *p* assez faible (p << 1), alors une simplification du modèle en **distribution de Poisson** est applicable. Et on a:

$$P(x) = \frac{(\bar{x})^{x} \cdot e^{-\bar{x}}}{x!}$$
(2.9)

Et la fluctuation par rapport à la valeur moyenne décrite en (2.5) devient :

$$\operatorname{var}_{N}(x) = \sum_{x=0}^{n} (x - \overline{x})^{2} \cdot P(x) = pn$$
 (2.10)

$$\operatorname{var}_{N}(x) = \overline{x} \tag{2.11}$$

On peut encore simplifier le modèle de distribution si le nombre de collection n est suffisamment élevé: **Distribution normale** ou **Gaussienne**. Et on a :

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{x}}} \exp(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\bar{x}})$$

$$\operatorname{var}_{N}(x) = \bar{x}$$
(2.13)

Ainsi pour un rayonnement ionisant mono-énergétique (d'énergie E_0), les énergies des impulsions détectées, tenant compte de la fluctuation statistique selon le modèle Standard, sont distribuées selon la courbe de forme Gaussienne cidessous :



Figure-2. 4 : Ecart-type d'une distribution gaussienne et résolution de détection

La forme de l'histogramme ainsi crée pour une radiation de charge Q et d'énergie *E* déterminée (supposant la linéarité entre charge et énergie), est de type Gaussien centré à la valeur moyenne E_0 et de largeur à mi-hauteur $R_{1/2}$.

La valeur de $R_{1/2}$ détermine la résolution relative de la chaîne, mesurée à une valeur d'énergie donnée.

1.2. Fluctuation des paramètres de collection et de conversion des charges électriques

Le schéma de principe pour la détection des photons X et γ est décrit suivant la figure ci-dessous :



Figure-2. 5 : Schéma de principe et paramètres des étages de détection et photon-conversion

Le nombre de charge électrique à la sortie du circuit de détection est donné par :

$$\langle Q_0 \rangle = M \cdot \langle N_q \rangle \cdot \eta_{con} \cdot \langle N_{ph} \rangle$$
 (2.14)

La fluctuation résultante pour ces paramètres en cascade est donnée par l'expression suivante [52]:

$$\operatorname{var}(Q_0) = \operatorname{var}(N_{ph}) + \frac{\operatorname{var}(\eta)}{N_{ph}} + \frac{\operatorname{var}(N_q)}{N_{ph} \cdot \eta_{con}} + \frac{\operatorname{var}(M)}{N_{ph} \cdot \eta_{con} \cdot N_q}$$
(2.15)

La prédiction sur la fluctuation du nombre de particules N_{ph} générées par interaction avec le détecteur peut être modélisée suivant la loi d'une distribution normale, si la valeur moyenne :

$$\left\langle N_{ph} \right\rangle = \frac{E_0}{W} >> 1 \tag{2.16}$$

Dans ce cas la variance s'écrit :

$$\operatorname{var}(N_{ph}) = \sigma_{N_{ph}}^{2} = \langle N_{ph} \rangle \qquad (2.17)$$

Les processus de collection et de conversion, ayant un facteur d'efficacitén, sont statistiquement équivalents, dont la variance est égale à :

$$\operatorname{var}(\eta_{con}) = \frac{1 - \langle \eta \rangle}{\langle \eta \rangle}$$
(2.18)

 La variance sur le facteur de multiplication M dépend essentiellement du circuit. Pour un tube photomultiplicateur, de coefficient de rendementδ, elle est égale à :

$$\operatorname{var}(M) = \frac{1}{\delta_1} \cdot \frac{\delta}{\delta - 1}$$
(2.19)

 Dans le cas d'une détection avec semiconducteur (Si ou Ge) il n'est pas nécessaire d'ajouter un facteur de multiplication, car l'énergie d'ionisation est relativement faible (≈ eV). Dans ce cas M=1 et

$$var(M) = 0 \tag{2.20}$$

1.3. Sources de bruits électroniques des circuits de traitements

Les bruits électroniques sont dus essentiellement à la présence d'électroniques thermiques. Ils sont présents dans :

- le détecteur (courant d'obscurité), le circuit de polarisation et de remise à zéro (Reset) ;
- le circuit d'amplification..

Pour évaluer l'impact des bruits électroniques, le circuit de détection et d'amplification est modélisé suivant leurs densités spectrales respectives [52].

Un détecteur est équivalent à un générateur de courant en parallèle avec une capacité CD, d'où le modèle de représentation en densité spectrale.



Figure-2. 6 : Schéma equivalent d'un détecteur

La valeur de la capacité C_D joue un rôle important sur l'évaluation de la contribution des bruits sur la résolution. Elle doit être minimisée au maximum que possible,

La quantification de cette contribution peut être quantifiée en évaluant la répartition spectrale du bruit sur un intervalle de temps assez long. Celle est effectuée en calculant la transformée de Fourier S(w) de sa fonction d'auto-corrélation $C_{xx}(t)$, qui est bornée.

S(w), appelée "Densité Spectrale du bruit" (DSP), est ainsi définie selon le théorème de *Wiener-Khintchine* ci-dessous [53]:

$$S(w) = TF[C_{xx}(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{xx}(t) \cdot e^{-jwt} dt \qquad (2.21)$$

$$\langle \longrightarrow \rangle \quad C_{xx}(t) = \lim_{T \to \infty} \int_{0}^{T} x(t) x(t-\tau) dt = TF^{-1}[S(w)] = \frac{1}{T} \int_{0}^{\infty} S(w) \cdot \exp^{jwt} dw$$

Cette relation démontre l'équivalence entre la valeur efficace et l'intégrale de la DSP d'un signal aléatoire à valeur moyenne nulle, sur tout le spectre.

$$C_{xx}(0) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} S(w) dw = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) df \qquad (2.22)$$

Et d'autre part

$$C_{xx}(0) = \lim_{T \to \infty} \int_{0}^{T} x(t) \cdot x(t-0) dt = \lim_{T \to \infty} \int_{0}^{T} x(t) \cdot x(t) dt$$

$$C_{xx}(0) = \lim_{T \to \infty} \int_{0}^{T} x(t)^{2} dt$$
(2.23)

$$\int_{0}^{\infty} S(f)df = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{0}^{T} x(t)^{2} dt = E[x^{2}]$$
Valeur efficace du bruit
(2.24)

La densité spectrale de bruit est une fonction réelle et paire, et on peut écrire :

$$E[x^{2}] = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) df = 2 \cdot \int_{0}^{+\infty} S(f) df \qquad (2.25)$$

La densité spectrale i_{nd}^2 est associée au courant d'obscurité I_{db} du détecteur et au courant thermique généré par la résistance de polarisation *R*.

$$i_{nd}^2 \approx \frac{d\langle i_d^2 \rangle}{dw} \approx \frac{d\langle i_d^2 \rangle}{df} \approx q \cdot I_{db} + \frac{2kT}{R}$$
 (2.26)

La densité spectrale de bruits du préamplificateur peut être divisée en deux sources bien distinctes, selon que celle-ci soit dépendante de la fréquence (*bruit blanc*) ou non (*bruit rose*).



Figure-2. 7 : Schéma équivalent des générateurs de bruits

	PARALELLE	SERIE	
SOURCE DE BRUIT	(DSP type courant)	(DSP type tension)	
	A ² /Hz	V ² /Hz	
	Blanc	Blanc	
- Détecteur	$qM^2I_{db}(1+V_M)$		
- Résistance de polarization	$2kT/R_b$		
- Résistance de contre-réaction	$2kT/R_f$		
- J-FET:			
• Courant de "gate"	$q \cdot I_G$		
• Bruit thermique des canaux		$\frac{2kT}{g_m} \cdot \frac{2}{3}$	
• Bruit induit par le "gate"		$\frac{2kT}{g_m} \cdot \frac{1}{4} \left(C_{GS} / C_t \right)$	
SOMME PARTIELLE	b	а	
	Violet	Rose	
- J-FET			
- Diélectrique	$d \cdot w $	/	
SOMME TOTALE	$i_{np}^2 = b + d \cdot w \approx b$	$v_{ns}^2 = a + \frac{c}{ w }$	

Le tableau ci-dessous, montre les différentes sources de bruits ainsi que leurs expressions.

Tableau-2. 1 : Sources de bruits électroniques dans une chaîne de détection

- Les "bruits blancs" (white noise) peuvent être réduits par refroidissement des composants (courant d'obscurité et courant de gate d'un transistor *FET*) ;
- Un choix judicieux du composant peut aussi réduire considérablement les autres sources de bruits (coloré ou de scintillement 1/f)
- Une méthode pour éliminer les capacités parasites est aussi à considérer La densité spectrale des bruits électroniques peut ainsi se mettre sous la forme simplifiée:

$$i_{np}^{2} \approx b + d|w| \tag{2.27}$$

$$v_{ns}^2 \approx a + \frac{c}{|w|} \tag{2.28}$$

$$S_{D}(\omega) = a + b + \frac{c}{|\omega|} + d|\omega| \qquad (2.29)$$

On peut classer ces diverses sources de fluctuations en deux types bien distinctes :

- Celles qui sont générées par l'incertitude sur la mesure des particules à compter (statistique de comptage et d'efficacité de la détection), de variance var(*N*).
- Celles liées aux bruits générés par le système électroniques (courant d'obscurité du détecteur et les composants électroniques), de variance $var(Q_n)$.

La fluctuation totale sur le nombre de charges collectées à la sortie est alors définie selon l'expression suivante :

$$\operatorname{var}(Q) = \operatorname{var}(N) + \operatorname{var}(Q_n) \tag{2.30}$$

2. CHAINE DE DETECTION A NAI(TL)

2.1. Les détecteurs à scintillateur NaI(Tl)

Le choix d'un type particulier de scintillateur se justifie par son efficacité à interagir avec le type de rayonnement qu'on s'intéresse. Pour la spectrométrie gamma, ce matériau doit avoir une densité et un nombre Z suffisamment élevés pour pouvoir arrêter les photons d'énergie d'une dizaine de MeV afin de les convertir en photons lumineux.

La conversion de ces photons lumineux en photons électrons, à l'aide de la photocathode, serait optimisée en utilisant des matériaux bien particuliers possédant une bonne efficacité quantique $\eta(\lambda)$, un grand parcours d'échappement (peu d'électrons libres) et présentant une faible probabilité de réflexion pour les photons lumineux. Une photocathode composite, de caractéristique proche de celle des semiconducteurs donnerait le meilleur résultat ($Eg \approx 2 \ a \ 3eV$). La réponse spectrale de tel matériau se trouverait ainsi dans le spectre du visible.

$$\lambda(nm) = \frac{h \cdot c}{E_g(eV)} \tag{2.31}$$

$$\lambda = \frac{1240}{3} = 413\,nm \tag{2.32}$$

La réponse spectrale du scintillateur devra être alors accordée pour avoir une émission centrée sur la longueur d'onde de l'ordre de 400nm (proche et légèrement inférieur à celle caractérisant l'énergie d'ionisation de la photocathode).

Le cristal d'Iodure de Sodium (*NaI*), qui possède une densité moyenne de 3.67 g.cm^{-3} , est couramment utilisé pour la détection de rayonnement gamma [51].

Dans son état pur, le cristal de *NaI* génère des photons lumineux à une énergie de 7,5eV, ayant une longueur d'onde moyenne de $\lambda \approx 165 nm$, et se trouvant alors dans le spectre Ultra-violet.

		UV			Visib	e		IR
	200	300	400	500	600	700	800	Longueur d'onde (nm)
12		5	4	3		2	Energie photon (eV)	

Figure-2. 8 : Spectre des rayonnements électromagnétiques

Le dopage du cristal scintillant de *NaI*, par ajout d'atomes de *Thallium (Tl)* comme activateur, a pour effet de ramener la longueur d'onde des photons lumineux émises dans une gamme proche du spectre visible, et qui donnerait une conversion électrique optimum pour la photocathode.



Figure-2. 9 : Schéma de principe d'un détecteur à scintillation

Le phénomène d'auto-excitation (par auto-absorption) dans le scintillateur NaI(Tl), durant la propagation des flux lumineux est aussi peu probable. La propagation est régit selon le principe de "*diffusion de Stokes*" : la longueur d'onde du photon lumineux émis est différente (décalée vers une valeur plus grande) par rapport à celle du photon excitateur (activateur). Le NaI(Tl) est alors transparent à sa propre lumière de luminescence.



Figure-2. 10 : Effet du phénomène de "diffusion de Stokes"

Le rendement lumineux Y du scintillateur *NaI(Tl)* modèle 802 de *CANBERRA* est de l'ordre de 38 000 photons/MeV. Cette quantité correspond à un facteur de conversion *W*, appelé efficacité de scintillation égale à

$$W = \frac{1[photon]}{Y[photon / MeV]}$$
(2.33)

$$W = \frac{1}{38000.10^{-6}} [eV] \tag{2.34}$$

$$W = 26,3eV$$
 (2.35)

Une approximation du nombre de photons lumineux N_{ph} émis, par détection d'un photon gamma d'énergie E_0 est donnée par l'équation

$$N_{ph} = \frac{E_0}{W} \tag{2.36}$$

En supposant que le processus de désintégration radioactive suit le modèle statistique de Poisson, l'écart-type et la résolution relative sur le nombre de photons produits est donnée par

$$\sigma_{N_{ph}}^{2} = N_{ph}$$

$$R_{rel}(N_{ph}) = \frac{\sigma_{N_{ph}}^{2}}{N_{ph}^{2}} = \frac{1}{N_{ph}}$$
(2.37)

Tous les N_{ph} photons ne seront pas émis simultanément. L'évolution temporelle du processus de l'émission suit celle d'une désintégration exponentielle avec constante τ_s (décroissance exponentielle de scintillation de l'ordre de <u>quelques ns</u> à quelques <u>centaines de ns</u> [51]. L'émission de photons lumineux, entre les instants 0 et t suit alors une loi exponentielle suivant la formule ci-dessous :

$$N_{ph}(0,t) = N_{ph} \left[1 - \exp(-\frac{t}{\tau_s}) \right]$$
(2.38)

33



Figure-2. 11 : Réponse d'émission d'un photon unique fluorescent. Temps de montée ("rise-time") très rapide comparé au temps d'évanouissement ("fall-time")

Les photons lumineux collectés par la photocathode du PMT, formée de matériau composite semi-conducteur (Sb-K-Cs), seront convertis en flux d'électrons avec une efficacité η . La fluctuation relative à cette facteur de conversion est définie par [51] :

$$\operatorname{var}(\eta) = \frac{1 - \eta}{\eta} \tag{2.39}$$

Pour une chaîne de détection à NaI(Tl), c'est à partir de la photocathode que commence le traitement électronique des informations. C'est l'élément le plus sensible aux effets thermoïoniques sur les électrons, et sont à l'origine de la plus grande partie des bruits. Cette émission spontanée d'électrons thermoïoniques est régie suivant la loi de Richardson [54] :

$$\eta_e = AT^2 \exp(-\frac{e\phi}{kT}) \tag{2.40}$$

La charge créée à la sortie de la photocathode est donnée par l'expression :

$$Q_{K} = N_{ph} \cdot E_{sc} \cdot QE \cdot q_{e}$$
(2.41)

$$N_{ph} : \text{nombre de photons lumineux créés}$$

$$E_{sc} : \text{Efficacité de scintillation}$$

$$QE : \text{Efficacité quantique}$$

$$q_{e} : \text{charge élémentaire}$$

Pour un photon gamma incident de 10MeV, la chargé totale créée à la sortie de la cathode est de l'ordre de :

$$Q_{K} = (10 \cdot 38000) \cdot 0.11 \cdot 0.2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} C \qquad (2.42)$$

$$Q_K = 1,3.10^{-15}C = 1,3fC \tag{2.43}$$

Cette quantité de charge serait trop faible pour être exploitée convenablement : d'où le rôle principal, d'amplificateur assigné à l'étage Photon-Multiplicateur (PM).