

Chapitre 3

Les Paramètres caractérisant une chaîne de spectrométrie gamma

1. PARAMETRES CARACTERISTIQUES D'UN SPECTRE

Le principal phénomène qui mérite plus d'attention, car véhiculant les informations relatives au photon énergétique est celui mis en jeu pour la formation du pic photon. Chaque impulsion du train délivré par le détecteur correspond à la désintégration radioactive au niveau d'un noyau de l'isotope radioactive présent à son voisinage.

Les paramètres qui caractérisent la qualité du spectre sont liés d'une part au processus d'interaction et de conversion évoluant au niveau du milieu détecteur :

- Déficit balistique
- Variance sur l'alignement du signal (causée par les bruits d'interférence extérieurs et les bruits électroniques)

Cette performance est évaluée par la mesure de la largeur à mi-hauteur (*FWHM*) de l'aire du pic principal des photons.

En pratique, outre le phénomène mis en jeu pour la formation du pic principal des photons (1) (par absorption totale), on peut aussi observer d'autres caractéristiques liées au phénomène d'un transfert d'énergie incomplet arrivant au niveau du milieu détecteur. Ainsi d'autres phénomènes caractéristiques au spectre peuvent être observées, telles que l'éventuelle présence des pics de Compton ou des pics d'échappements (2), la déformation de la ligne de base ou "bruits de fond" (3).

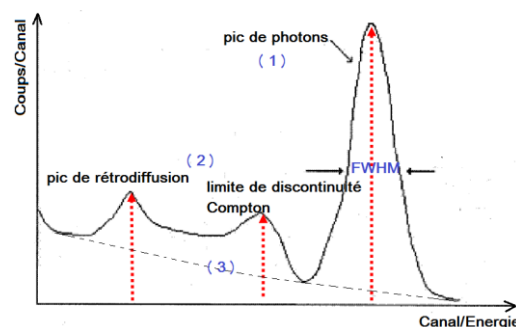


Figure-3. 1 : Principales caractéristiques d'un spectre

1.1. Caractéristiques temporelles de la détection (shapings et baseline)

a) Formation du signal de détection [56]

Pour une détection par NaI(Tl) , le facteur principal qui détermine les caractéristiques d'interaction entre photon incident et détecteur est la constante de fluorescence qui est de l'ordre de $\tau_s \approx 300\text{ns}$. Le profile du courant de charges à sa sortie suit celui du modèle d'émission de fluorescence du scintillateur, c'est-à-dire à décroissance suivant la loi exponentielle :

$$i(t) = i_0 \cdot \exp(-\lambda t) \quad (3.1)$$

$$i(t) = \lambda \cdot Q \cdot \exp(-\lambda t) \quad (3.2)$$

Où $\tau_s = \frac{1}{\lambda}$ est la constante de fluorescence du scintillateur

Q est la charge totale collectée relative à l'impulsion

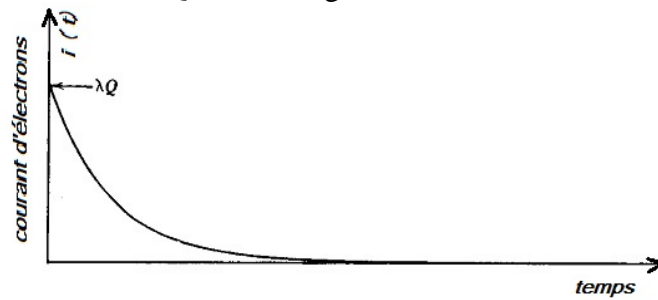


Figure-3. 2 : Courbe caractéristique de courant d'électrons à l'anode du tube multiplicateur de photon

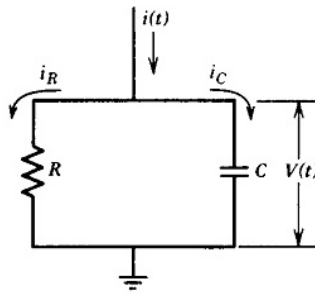


Figure-3. 3 : Schéma équivalent du circuit d'anode d'un tube PM

L'expression de l'impulsion de tension délivrée à la sortie, obtenue en résolvant le schéma équivalent correspondant à la détection avec NaI(Tl) , est

$$v(t) = \frac{1}{\lambda - \theta} \cdot \frac{\lambda \cdot Q}{C} \cdot [\exp(-\theta t) - \exp(-\lambda t)] \quad (3.3)$$

Où $\theta = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau_a}$ est l'inverse de la constante de temps du circuit d'anode

Sur le schéma équivalent, C représente la capacitance de l'anode et R sa résistance de charge. Pour un détecteur Bicron à 2"x2" NaI(Tl) scintillateur, la valeur de cette capacitance serait de l'ordre de 5pF à 10pF [57].

On peut considérer deux cas de figures :

- $\tau_a \gg \tau_s$: Constante de temps de l'anode est infiniment grande par rapport à 300ns

L'expression (3.3) peut être approchée et s'écrit :

$$v(t) \approx \frac{Q}{C} \cdot [\exp(-\theta t) - \exp(-\lambda t)] \quad (3.4)$$

- Dans la phase de période du début de l'interaction :

$$t \ll \tau_a = \frac{1}{\theta} \quad (\text{temps de montée})$$

Dans ce cas on a,

$$v(t) \approx \frac{Q}{C} \cdot [1 - \exp(-\lambda t)] \quad (3.5)$$

- Dans la phase de complétion de la détection (temps d'évanouissement) : $t \gg \tau_a = \frac{1}{\theta} \gg \tau_s = \frac{1}{\lambda}$

Alors on a,

$$v(t) \approx \frac{Q}{C} \cdot \exp(-\theta t) \quad (3.6)$$

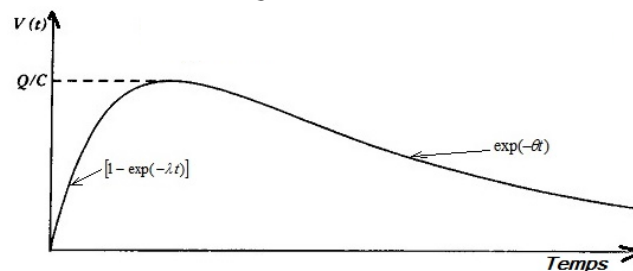


Figure-3. 4 : Tension d'impulsion à l'anode pour (Constante de temps de l'anode est infiniment grande par rapport à 300ns)

Le front ascendant de l'impulsion de tension suit le profil de la fonction $[1 - \exp(-\lambda t)]$, et le temps de montée dépend de la constante de fluorescence λ du scintillateur. Les scintillateurs à courte fluorescence, possède une constante λ élevée et donc présente un temps de montée assez courte.

La pente de la traine de l'impulsion suit une décroissance exponentielle de constante de temps $\tau_a = \frac{1}{\theta}$, définie par le circuit d'anode.

Une amplitude maximale de l'impulsion, égale à Q/C ne sera atteint que pour $\tau_a \gg \tau_s$, c'est-à-dire que la constante de temps RC de l'anode reste suffisamment grande par rapport à celle du scintillateur.

N.B : La maximisation de l'impulsion est souhaitable en spectrométrie, pour minimiser l'influence des différentes sources de bruits. Le choix des composants est important pour avoir une constante de temps τ_a 5 à 10 fois plus longue que la constante de temps de fluorescence du scintillateur. En pratique c'est la résistance de charge R qui est ajustée, car la capacitance C doit être fixée à une valeur minimum pour que l'amplitude Q/C soit le maximum possible.

⇒ **Modèle continu de courant $i(t)$**

- $\tau_a \ll \tau_s$ ou $\lambda \ll \theta$: Constante de temps de l'anode est très inférieure à 300ns.

Dans ce cas, l'expression (3.3) devient alors:

$$v(t) = \frac{1}{\theta \left(\frac{\lambda}{\theta} - 1 \right)} \cdot \frac{\lambda \cdot Q}{C} \cdot [\exp(-\theta t) - \exp(-\lambda t)]$$

$$v(t) = -\frac{1}{\left(1 - \frac{\lambda}{\theta} \right)} \cdot \frac{\lambda}{\theta} \cdot \frac{Q}{C} \cdot [\exp(-\theta t) - \exp(-\lambda t)]$$

$$v(t) = \frac{1}{\left(1 - \frac{\lambda}{\theta} \right)} \cdot \frac{\lambda}{\theta} \cdot \frac{Q}{C} \cdot [\exp(-\lambda t) - \exp(-\theta t)]$$

$$\boxed{v(t) \approx \frac{\lambda}{\theta} \cdot \frac{Q}{C} \cdot [\exp(-\lambda t) - \exp(-\theta t)]} \quad (3.7)$$

- Dans la phase de période du début de l'interaction : $t \ll \tau_s = \frac{1}{\lambda}$

on a,

$$v(t) \approx \frac{\lambda}{\theta} \cdot \frac{Q}{C} \cdot [1 - \exp(-\theta t)] \quad (3.8)$$

- Dans la phase de complétion de la détection (temps d'évanouissement) : $t \gg \tau_s = \frac{1}{\lambda} \gg \tau_a = \frac{1}{\theta}$

Alors on a,

$$v(t) \approx \frac{\lambda}{\theta} \cdot \frac{Q}{C} \cdot \exp(-\lambda t) \quad (3.9)$$

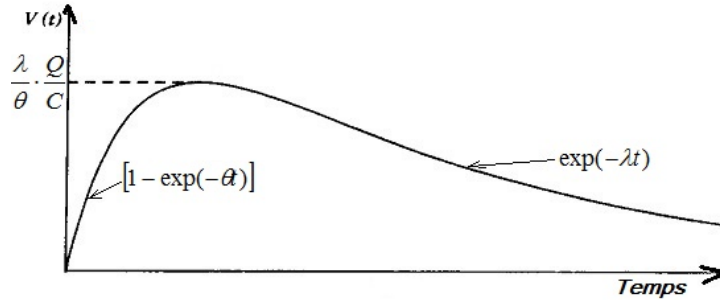


Figure-3. 5 : Tension d'impulsion à l'anode pour $\tau_a \ll \tau_s$ ou $\lambda \ll \theta$
(Constante de temps de l'anode est très inférieure à 300ns)

Le front ascendant de l'impulsion de tension suit le profil de la fonction $[1 - \exp(-\theta t)]$. Ainsi le temps de montée dépend de la constante de temps de l'anode $RC = \frac{1}{\theta}$.

Par contre la pente de la traîne de l'impulsion suit une décroissance exponentielle de constante de temps $\tau_s = \frac{1}{\lambda}$, la même que celle de la fluorescence du scintillateur.

L'amplitude maximale de l'impulsion, égale à $\frac{\lambda}{\theta} \cdot \frac{Q}{C}$ est très inférieure comparée au cas précédent.

N.B : La durée d'une impulsion devient très courte (de l'ordre de la durée de fluorescence $\tau_s = \frac{1}{\lambda}$). Le revers négatif de cette durée d'impulsion écourtée est une considérable réduction de son amplitude. En conséquence elle est plus vulnérable aux fluctuations dues aux bruits.

⇒ **Modèle discret du courant d'Anode**

Pour les détecteurs à semiconducteur, on a vu que les charges induites sur les électrodes de sorties, par les paires électrons-trous sont définies avec l'équation (2.68), déjà introduite dans le précédent chapitre:

$$\begin{cases} q_e(t) = \frac{e}{d} x_0 (1 - \exp(-\frac{\mu_e}{\mu_h} \cdot \frac{t}{\tau})) \\ q_h(t) = -\frac{e}{d} x_0 [1 - \exp(-\frac{t}{\tau})] \end{cases}$$

Si la collecte est complète, l'intégrale du courant mesuré est proportionnelle à l'énergie déposée par la particule incidente. On utilise un circuit électronique pour mesurer cette intégrale ; en général il s'agit soit d'un condensateur, soit d'un préamplificateur sensible à la charge.

- Temps de montée

Les détecteurs à semi-conducteurs peuvent être très rapides. La durée du signal correspond au temps de transit des porteurs ou à leur durée de vie. Elle peut varier de l'ordre de la nanoseconde, à quelques microsecondes, suivant la géométrie du détecteur et l'intensité du champ électrique.

La collection des charges sur les électrodes génère un signal d'impulsions régi par l'expression (2.69) vue précédemment, et dont l'allure dépend de la constante de temps $\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$.

La valeur typique de la résistivité d'un semiconducteur est $\rho = \frac{1}{\sigma} \approx 10000 \Omega\text{cm}$, et une permittivité de $\varepsilon \approx 10^{-12} \text{s}/\Omega\text{cm}$.

Ainsi la constante de temps peut être très rapide de l'ordre de $\tau \approx 10^{-8} \text{s}$, et qu'à l'échelle de temps spectrométrique (\approx quelques μs), le signal d'impulsion peut être assimilé à la fonction Echelon $H(t)$.

b) Influence du circuit de détection

La détermination de l'énergie du photon incident consiste principalement à mesurer les charges transportées par une impulsion de courant $i(t)$ de courte durée.

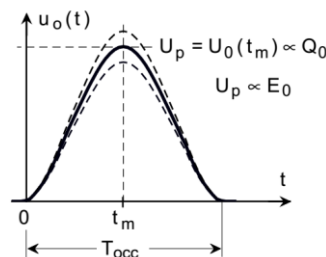


Figure-3. 6 : Forme d'impulsion d'un courant de charges
L'amplitude de l'impulsion est elle-même proportionnelle à la quantité de charges transportées.

Pour les détecteurs fonctionnant sur le principe d'ionisation (cas des détecteurs à NaI(Tl) et semiconducteur), on peut modéliser le système de détection en une capacitance C_D en parallèle avec la résistance de charge R_D . Cette dernière est utilisée pour convertir la charge en tension électrique, forme adéquate pour le fonctionnement convenable pour l'amplificateur.

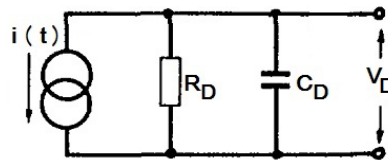


Figure-3. 7 : schéma équivalent d'un circuit de détection par phénomène d'ionisation

Les courants de charges $i(t)$ de charge Q , sont intégrés par la capacitance C_D , pour générer une impulsion de tension V_D , telle que:

$$V_D \propto \frac{Q}{C_D} \exp\left(-\frac{t}{R_D \cdot C_D}\right) \quad (3.10)$$

Cette impulsion de tension est ensuite amplifiée par le circuit A_p prévu à cet effet, délivrant une impulsion de tension $V_U(t)$ telle que :

$$V_U \propto A_p \cdot \frac{Q}{C_D} \exp\left(-\frac{t}{R_D \cdot C_D}\right) + A_p \cdot V_N(t) \quad (3.11)$$

Où A_p est le gain en tension de l'amplificateur, $V_N(t)$ est la contribution des sources de bruits de l'étage représentée par le générateur de tension V_N .

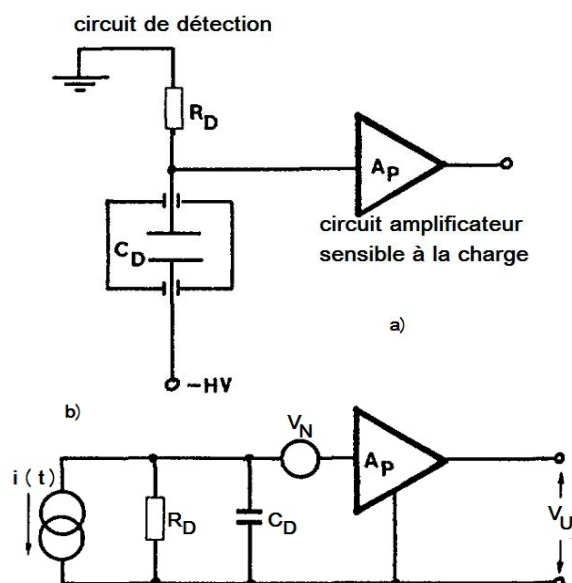


Figure-3. 8 : a) Circuit de détection par phénomène d'ionisation et b) son schéma équivalent

Le comportement du signal à la sortie du préamplificateur (sensible à la charge) dépend de la fréquence (débit) des photons incidents.

- Pour un débit $\tau < \tau_d = R_D \cdot C_D$



Figure-3. 9 : Cas d'un débit $\tau < \tau_d = R_D \cdot C_D$

- Le signal s'évanouit complètement (sur la ligne de base) avant l'arrivée de l'impulsion suivante

- Pour un débit de période $\tau > \tau_d = R_D \cdot C_D$

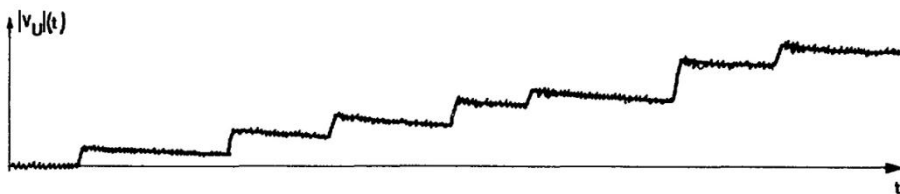


Figure-3. 10 : Cas d'un débit $\tau > \tau_d = R_D \cdot C_D$

- Un phénomène d'empilement des impulsions se manifeste car le signal n'est pas complètement évanoui et la suivante impulsion est déjà en cours de collection et de traitement.

Pour un comptage à haut débit (Figure-3.11, $\tau > \tau_d = R_D \cdot C_D$), un artifice de circuit qui réalise la fonction dite de "CLIPPING" doit être inséré pour corriger le phénomène d'empilement des impulsions.

1.2. Rapport Signal sur Bruit (SNR) [52]

Le schéma de fonctionnement d'une chaîne d'acquisition spectrométrique est basé suivant la figure ci-dessous :

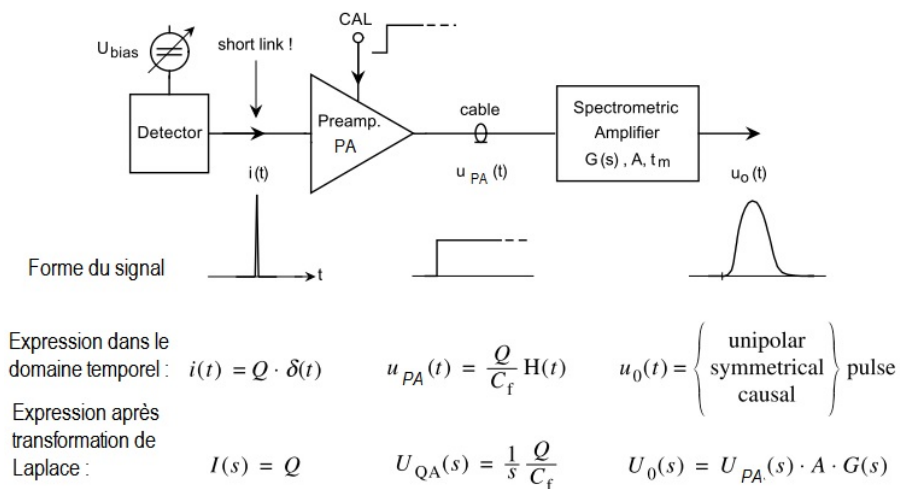


Figure-3. 11 : Blocs électroniques d'une chaîne de spectrométrie nucléaire et leurs signaux de réponses respectifs exprimés dans le domaine temporel et celui de Laplace

Le préamplificateur trans-impédance, effectue une intégration des impulsions de courant $i(t)$. Dans le cas idéal, les charges de courant sont distribuées selon la fonction de Dirac $\delta(t)$ et le préamplificateur le transforme en une fonction Echelon $H(t)$. La fonction Echelon est ensuite mise en forme ("shaped") en unipolaire par l'étage Amplificateur, avant le calcul par le MCA de son amplitude et la création d'un histogramme.

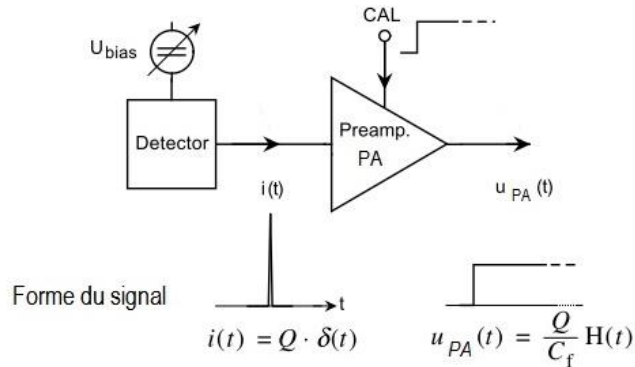


Figure-3. 12 : Réponse du module préamplificateur

Les paramètres caractéristiques définissant l'impulsion à la sortie de l'amplificateur sont : sa fonction de transfert $G(s)$, son gain en amplitude A et le temps de collecte t_m ("peaking time"). Ce dernier présente une influence sur la *FWHM*.

La fonction de transfert global du système $T(t)$ est alors proportionnelle au produit de la fonction de transfert du préamplificateur $H(t)$ à celle de l'amplificateur spectrométrique $G(t)$. En passant par la transformation de Laplace on a :

$$T(s) = \frac{1}{s} \cdot G(s) \quad (3.12)$$

L'expression de la grandeur dans le domaine temporel est obtenue en passant la transformation inverse de Laplace :

$$h(t) = L^{-1}\{T(s)\} \quad (3.13)$$

L'expression du signal, après traitement le long de la chaîne mesuré par le MCA, est de la forme [52]:

$$U_p = u_A(t_m) = Q \frac{A}{C_f} \cdot \text{MAX}\{h(t)\} = Q \frac{A}{C_f} \cdot \frac{1}{K} \quad (3.14)$$

Avec $h(t) = L^{-1}\{T(s)\}$ est la transformée réciproque de Lapalce de $T(s)$

$$\text{Et } K = \frac{1}{\text{MAX}\{h(t)\}}, \text{ appelé facteur de gain} \quad (3.15)$$

Pour une mesure spectrométrique qui nécessite plus de précision, il faut tenir compte des sources de bruits électroniques qui pourraient altérer la résolution du système. La contribution des bruits électroniques à la résolution du système est définie par le calcul de son équivalence en charge, dénommé **ENC**.

La précision du processus d'extraction de l'information véhiculée par le rayonnement incident, extraite est d'autant plus meilleure que le rapport entre l'amplitude du signal extrait S et celui des bruits B (fluctuation du niveau de référence), S/B est grand. L'optimisation consisterait à contrôler et diminuer autant que possible les sources de bruits.

L'équivalent en charge ENC est défini à partir de toutes les sources possibles sur tous les composants électroniques :

- capacitance C_D et courant d'obscurité du détecteur
- les circuits électroniques du préamplificateur et de l'amplificateur

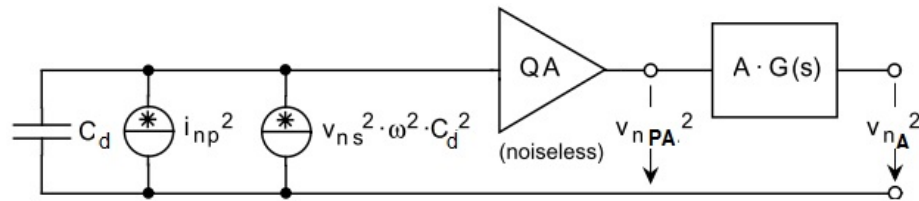


Figure-3. 13 : Modèle équivalent des sources de bruits électroniques

Pour simplifier le modèle, la source de bruit, représentée par le générateur de tension en série V_N est remplacée par son équivalent générateur de courant en parallèle I_N , tel que :

$$I_N^2 = V_N^2 \cdot \omega^2 \cdot C_D^2 \quad (3.16)$$

En séparant les différentes contributions selon leur dépendance (bruit coloré) ou non (bruit blanc) de la fréquence (se conférer au *paragraphe 1.3* du *chapitre-2*), on a :

$$a_p = a_s \cdot \omega^2 \cdot C_D^2 \quad (3.17)$$

$$c_p = c_s \cdot \omega^2 \cdot C_D^2 \quad (3.18)$$

La densité spectrale totale du bruit de l'équation (2.24), à l'entrée du préamplificateur devient alors :

$$S_D(\omega) = a_p + b + \frac{c_p}{|\omega|} + d|\omega| \quad (3.19)$$

Sachant que $a_s = a$ et $c_s = c$

$$S_D(\omega) = a \cdot \omega^2 \cdot C_D^2 + b + \frac{c \cdot \omega^2 \cdot C_D^2}{|\omega|} + d|\omega| \quad (3.20)$$

$$S_D(\omega) = a \cdot \omega^2 \cdot C_D^2 + b + c \cdot |\omega| \cdot C_D^2 + d|\omega| \quad (3.21)$$

$$\boxed{S_D(\omega) \approx a \cdot \omega^2 \cdot C_D^2 + b + c \cdot |\omega| \cdot C_D^2} \quad (3.22)$$

Sachant que la fonction de transfert d'un amplificateur de charge, idéal est

$$F_{PA}(j\omega) = \frac{1}{j\omega C_f} \quad (3.23)$$

Alors la densité spectrale à la sortie du préamplificateur est définie par :

$$v_{n,PA}^2(\omega) = S_D(\omega) \cdot \left| \frac{1}{j\omega C_f} \right|^2 \quad (3.24)$$

Et celle après l'étage amplificateur est:

$$v_{n,A}^2(\omega) = S_D(\omega) \cdot \left| \frac{1}{j\omega C_f} \right|^2 \cdot |A \cdot G(j\omega)|^2$$

$$v_{n,A}^2(\omega) = S_D(\omega) \cdot \frac{A^2}{\omega^2 C_D} \cdot |G(j\omega)|^2 \quad (3.25)$$

Selon l'expression (2.25) déduite du théorème de **Wiener-Khintchine**, la tension RMS d'une densité de fonction spectrale $S(\omega)$ est définie par l'intégrale :

$$E[x^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f)df = 2 \cdot \int_0^{+\infty} S(f)df = U_{ms}^2$$

$$\Rightarrow U_{ms}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega)d\omega = 2 \cdot \int_0^{+\infty} S(\omega)d\omega \quad (3.26)$$

En remplaçant $S(\omega)$ par l'expression $v_{n,A}^2(\omega)$ de la densité spectrale à la sortie du préamplificateur en (3.21), on obtient :

$$U_{ms}^2 = \frac{A^2}{2C_D^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\omega^2} (a\omega^2 C_D^2 + b + c|\omega| C_D^2) |G(j\omega)|^2 d\omega \quad (3.27)$$

$$U_{ms}^2 = \frac{A^2}{C_D^2} \int_0^{+\infty} \left(aC_D^2 + \frac{b}{\omega^2} + \frac{c}{|\omega|} C_D^2 \right) |G(j\omega)|^2 d\omega \quad (3.28)$$

Sachant que l'amplitude du pic du signal est égale à (voir Eq. 3.14),

$$U_p = Q \frac{A}{C_D} \cdot \frac{1}{K}$$

$$\text{Avec } \frac{1}{K} = \text{MAX} \{h(t)\}$$

Alors le rapport du Signal sur Bruit $S/B = \frac{U_p}{U_{ms}}$ est donné par l'expression :

$$\boxed{\left(\frac{S}{B} \right)^2 = Q^2 \frac{\pi}{K^2} \left[\int_0^{+\infty} \left(aC_D^2 + \frac{b}{\omega^2} + \frac{c}{|\omega|} C_D^2 \right) \cdot |G(j\omega)|^2 \cdot d\omega \right]^{-1}} \quad (3.29)$$