le modèle de Solow

L'intérêt du modèle de Solow est de mettre en avant le rôle crucial du progrès technique dans la croissance économique. Selon ce modèle, le développement économique s'explique par trois paramètres : les deux premiers sont l'accroissement des deux principaux facteurs de production (le capital et le travail) et le troisième le progrès technique.

C'est surtout la qualité du travail qui détermine la croissance (beaucoup moins que sa quantité). Ainsi, on travaille moins et pourtant on produit plus, grâce notamment au progrès technique incorporé dans le capital, ce qui exige une qualité du travail plus élevée, ceci du fait de moyens et méthodes de production de plus en plus sophistiqués et fortement exigeants en qualification. Il apparait certain que travailler plus en nombre d'heures et en qualité effective, si les revenus sont proportionnels à la hausse de la productivité, joue en faveur de la croissance économique.

L'objectif premier de cette section est de s'intéresser aux apports que cet économiste à fait à la théorie de la croissance. Au départ, Solow a commencé par mesurer la contribution des différents facteurs de production à la croissance, puis il fini par introduire une variable manquante à l'explication de la croissance, il s'agit là du progrès technique. Par ailleurs, Solow s'est interrogé sur le rapport entre les innovations, la croissance économique, et plus particulièrement la productivité du travail. Ceci correspond au célèbre paradoxe de Solow.

2.1 Présentation du modèle

D'inspiration néo-classique, le modèle de Solow se fonde sur une fonction de production à deux facteurs: le travail et le capital. La production résulte donc exclusivement de la mise en combinaison d'une certaine quantité de capital (capital physique) et de travail (main d'œuvre).

Aussi, ce modèle se fonde sur l'hypothèse que les facteurs de production connaissent des rendements croissants[48]. Il pose également comme hypothèse que les facteurs de production sont utilisés de manière efficace par tous les pays. En posant que la population connaît un taux de croissance que Solow qualifie de «naturel», le modèle déduit trois prédictions:

- Augmenter la quantité de capital augmente la croissance : avec un capital plus important, la main d'œuvre augmente sa productivité.

- Les pays pauvres auront un taux de croissance plus élevé que les pays riches. Ils ont accumulé moins de capital, et connaissent donc des rendements moins décroissants, c'est-à-dire que toute augmentation de capital engendre une augmentation de la production proportionnellement plus forte que dans les pays riches.

- En raison des rendements décroissants des facteurs de production, les économies vont atteindre un point où toute augmentation de ces facteurs n'engendrera plus

[48] Une augmentation de facteurs de production dans une certaine proportion engendre une augmentation dans une proportion plus faible de la production.

d'augmentation de la production par tête. Ce point correspond à l'état stationnaire[49].

Pour Solow, sur le long terme, la croissance provient du progrès technologique. Toutefois, ce progrès technologique est exogène au modèle, c'est-à-dire qu'il ne l'explique pas mais le considère comme donné.

2.2 Structure générale des modèles de croissance

Hypothèse 1: Les pays produisent et consomment un seul bien homogène (le produit$Y$); Les ménages possèdent les actifs et les facteurs de production et ils choisissent la part de leur revenu qui sera consacrée à la consommation; La production se fait en concurrence parfaite.

Hypothèse 2: La technologie est exogène ; Les firmes louent les services des facteurs de production (le capital et le travail) et vendent leurs produits aux ménages et aux autres firmes. Elles ont accès à une technologie qui leur permet de transformer ces facteurs en produits. Cette technologie peut évoluer dans le temps du fait du progrès technique.

Hypothèse 3: Les marchés où les inputs et les produits sont échangés entre les ménages et les firmes existent. Les quantités demandées et offertes déterminent les prix relatifs des inputs et des produits. Nous allons négliger les transactions de marché pour considérer le cas d'un ménage composite qui est à la fois producteur et consommateur. La technologie peut être représentée par une fonction de production basée sur des facteurs substituables: le capital physique K_t**,** et le travail L_t.

La fonction de production prend la forme suivante:

$$Y_t = F(K_t, L_t, t) \dots \dots \dots (2.1)$$

Hypothèse 4: L'économie à un secteur productif dans laquelle un bien homogène peut être soit consommé (C_t) soit investi (I_t) en vue de créer ou d'accroître le capital physique. En général c'est une économie fermée où la production est égale à la demande et l'investissement à l'épargne. La consommation agrégée est représentée par une fonction keynésienne:

$$C = cY \Longrightarrow S = (1-c)Y = sY$$

Soit s le taux d'épargne et donc, $(1-s)$ est la fraction du produit qui est consommée. Dans le cas général s sera le fruit d'un arbitrage des ménages entre la consommation présente et la consommation future. Pour l'instant, $s > 0$ est constant et exogène.

Hypothèse 5: Le capital se déprécie au taux constant δ**.** Etant donnés la technologie et le facteur travail, la variation nette du capital à chaque instant est donc donnée par:

$$\frac{dk}{dt} = \dot{K} = I - \delta K = sY - \delta K = sF(K, L, t) \dots \dots \dots . (2.2)$$

[49] Solow note toutefois que cette troisième prédiction est irréaliste : en fait, les économies n'atteignent jamais ce stade, en raison du progrès technique qui accroît la productivité des facteurs.

La variation du capital est égale à la différence entre investissement et la dépréciation du capital. L'épargne est intégralement investie, ce qui accroît le stock de capital de l'économie, et par ailleurs le capital en place se déprécie, au rythme du taux de dépréciation du capital (δ).

Hypothèse 6:Le facteur travail, L, augmente dans le temps du fait de la croissance de la population. Le taux de participation à l'emploi de la population est constant. Si la population croît au taux n l'offre de travail (L) augmente aussi à ce taux n.

$$\frac{dlog(L)}{dt} = \frac{\frac{dL}{dt}}{L} = \frac{\dot{L}}{L} = n$$

$$\Rightarrow log(L) = \int ndt = nt + C_0$$

$$\Rightarrow L_t = e^{nt+C_0}$$

$$L(0) = e^{C_0} = L_0$$

La population a un taux de croissance constant: $\dot{L}/L = n > 0$. Si l'on normalise :

$$L(0) = 1 \Rightarrow L_t = e^{nt} \ldots\ldots\ldots (2.3)$$

Cette équation, ainsi que (2.2) déterminent l'évolution dans le temps de cette économie.

2.3 Le modèle néo-classique

2.3.1 La fonction de production néo-classique

Une fonction de production est dite néo-classique si elle vérifie les trois propriétés suivantes:

Propriété 1 : Productivités marginales décroissantes

$$\forall K > 0, L > 0, \begin{cases} \frac{\partial F}{\partial K} > 0, \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0 \\ \frac{\partial F}{\partial L} > 0, \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0 \end{cases} \ldots\ldots\ldots (2.4)$$

Les productivités marginales de chacun des facteurs sont fonction des proportions des quantités utilisées des deux facteurs. La productivité marginale d'un facteur diminue lorsqu'on accroît son utilisation.

Propriété 2 : Rendements d'échelle constants

D'après Solow dans la notion de rendements d'échelle unitaires, la taille de l'économie ne confère pas de bénéfice. L'augmentation dans la même proportion des facteurs entraîne un accroissement du même ordre de la production:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L), \forall \lambda > 0 \ldots\ldots\ldots (2.5)$$

F est homogène de degré 1, avec λ un paramètre d'échelle.

Propriété 3 : Conditions d'Inada (1963)

$$\begin{cases} \lim\limits_{K\to 0} F_K = \lim\limits_{L\to 0} F_L = \infty \\ \lim\limits_{K\to \infty} F_K = \lim\limits_{L\to \infty} F_L = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (2.6)$$

F_K et F_L sont de type hyperbolique.

Grâce aux rendements d'échelle constants, la fonction de production peut s'écrire sous la forme:

$$Y = F(K, L) = LF(K/L\,, 1) = Lf(k)$$

$$\Rightarrow y \equiv Y/L = f(k) \dots\dots\dots (2.7)$$

$$f(k) \equiv F(K/L\,, 1)$$

Avec ces nouvelles notations, les productivités marginales peuvent s'écrire

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Y}{\partial K} = 0f(k) + L\dfrac{1}{L}f'(k) \\ \dfrac{\partial Y}{\partial L} = f(k) + L\left(-\dfrac{K}{L^2}\right)f'(k) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial Y}{\partial K} = f'(k) \\ \dfrac{\partial Y}{\partial L} = f(k) - kf'(k) \end{cases} \dots\dots\dots (2.8)$$

Et les conditions d'Inada impliquent

$$\lim_{k\to 0} f'(k) = \infty;\ \lim_{k\to\infty} \mathrm{f}'(k) = 0$$

De plus les conditions (2.4) et (2.6) impliquent que les deux inputs sont essentiels:

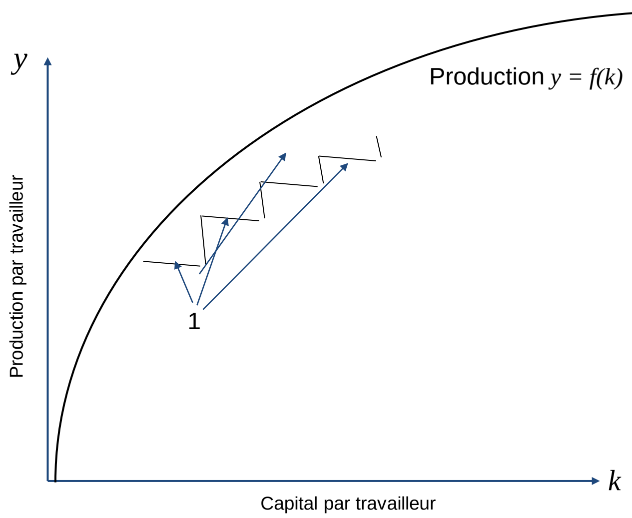
$$F(0, L) = F(K, 0) = f(0) = 0$$

Du fait de l'homogénéité et de la constance des rendements d'échelle (identité d'Euler). Cette technologie avec des productivités marginales décroissantes est la différence principale de ce modèle par rapport au modèle de Harrod. Nous allons utiliser une version de ce modèle exprimée en termes de valeurs par tête:

$$y = \frac{Y}{L} = f(k) = \frac{F(K, L)}{L} = \frac{K^{\alpha}L^{1-\alpha}}{L} = \left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} = k^{\alpha}$$

$$\Rightarrow y = f(k) = k^{\alpha}$$

La fonction de production macroéconomique



Ce graphique fait clairement apparaître les rendements décroissants du capital par travailleur : chaque unité de capital supplémentaire décroit la productivité marginale du capital (pmk). Solow utilise comme fonction de production la fonction Cobb Douglas :

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}, A > 0, 0 < \alpha < 1 \dots\dots\dots (2.9)$$

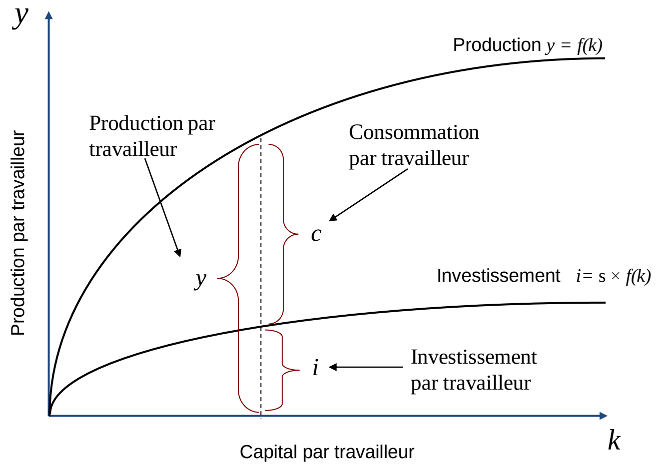
Où Y représente la production totale de l'économie, A la productivité totale des facteurs, K le capital et L le travail. α est la part de la contribution du capital

$$y = f(k) = Ak^{\alpha} \dots\dots\dots (2.10)$$

Avec la même combinaison de facteurs de production, le progrès technique A permet de créer plus de richesse. Mais l'augmentation de la PGF peut aussi résulter d'une modification de la structure de production (on fabrique plus de biens et services nécessitant moins de capital et de travail) ou de son organisation (à fabrication égale, on combine mieux le capital et le travail, de sorte qu'à niveau de facteurs constants, la richesse créée est plus grande).

Dans une approche simplifiée la demande de bien dans une économie fermée peut s'écrire $Y = C + I$. Réécrit par unité de travail, l'équilibre devient $y = c + i$, ou c et i représentent la consommation et l'investissement par unité de travail. L'hypothèse de consommation est énoncée $c = (1 - s)y$, ou s est le taux d'épargne. La dépense totale s'énonce alors : $y = c + i = (1 - s)y + i$. Soit encore $i = sy = sf(k)$: l'investissement par tête est égal à l'épargne par tête.

Production, consommation et investissement



2.3.2 L'équation dynamique fondamentale du stock de capital

Les évolutions du stock de capital proviennent des deux flux : l'investissement accroit le stock de $i = sy = sf(k)$; le stock de capital augmente lorsque les entreprises achètent de nouveaux équipements. La consommation du capital dans le processus de production réduit le stock disponible par travailleur. Sous l'hypothèse d'une fraction δ du stock consommé à chaque période, le flux de consommation de capital devient . En divisant par L les deux cotés de l'équation (2.2), nous obtenons la variation du stock de capital.

$$\frac{\dot{K}}{L} = sf(k) - \delta k \ldots\ldots\ldots (2.11)$$

Sur le long terme, il est peu réaliste de faire l'hypothèse de population constante, ceci crée une deuxième source de consommation du capital, car il faut fournir du capital au nouveau travailleur. Avec une croissance de la population de n**,** la dépense nécessaire pour conserver un stock de capital par travailleur de k est égal à nk**.**

$$\dot{k} = \frac{d}{dt}\left(\frac{K}{L}\right) = \frac{\dot{K}L - K\dot{L}}{L^2} = \frac{\dot{K}}{L} - \frac{K}{L}\frac{\dot{L}}{L}$$

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}}{L} - n(k);\ \frac{\dot{L}}{L} = n$$

Avec $\frac{\dot{K}}{L} = \dot{k} - n(k) = sf(k) - \delta k$

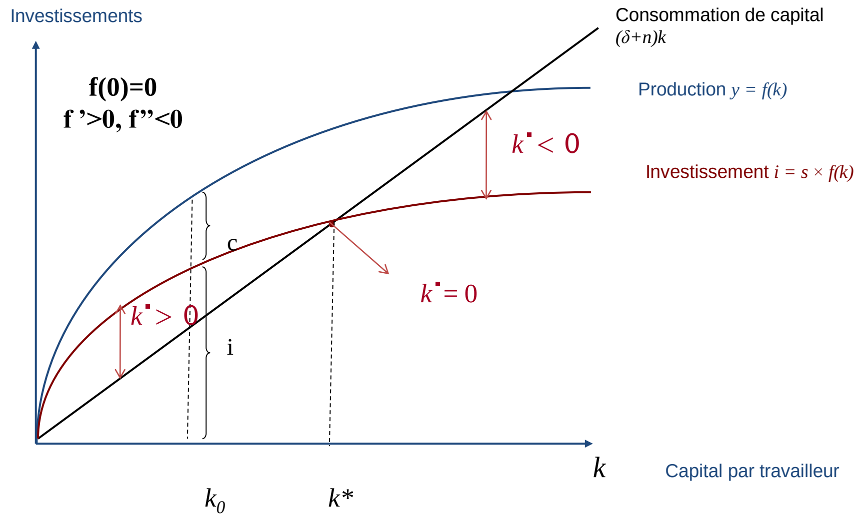
$$\dot{k} = sf(k) - (\delta + n)k \ldots\ldots\ldots (2.12)$$

C'est l'équation dynamique fondamentale de ce modèle. Le terme $sf(k)$ représente naturellement l'épargne (l'investissement) par unité de main d'œuvre. Le terme $\delta + n$ correspond au taux de dépréciation du rapport K/L**.**

2.3.3 Sentier de croissance équilibrée

La dynamique de l'équation (2.12) peut être représentée graphiquement.

Sentier de croissance équilibrée



Cette représentation résume de manière très simple toutes les données de l'économie en fonction du capital par tête. On voit bien que les conditions d'Inada, en conjonction avec les conditions sur les dérivées de f, assurent l'existence d'un k^*.

2.3.3.1 L'état stationnaire du stock de capital

L'état stationnaire se définit comme la situation ou le stock de capital par tête ne change pas. Ce qui implique que le produit par tête y ne change pas, et qu'une fois atteint ce niveau, l'économie est à « l'équilibre de long terme ». On peut le définir par $\boldsymbol{k}^*$ou encore par:

$$\frac{dk}{dt} = \dot{k} = 0 \Longrightarrow sf(k^*) = (\delta + n)k^* \dots\dots\dots (2.13)$$

Notamment le taux de variation de k est donné par l'écart entre les deux courbes: $sf(k)$ et $(\delta + n)k$. A l'intersection de ces deux courbes nous avons :

$$\frac{\dot{k}}{k} = 0 \Longrightarrow \dot{k} = 0, k = k^*$$

C'est l'état stationnaire et le capital par tête ne change plus à partir de cet état. Sur ce sentier, les différentes grandeurs de l'économie croissent à une vitesse constante. Dans ce modèle, cela correspond à l'équation (2.10). Les variables par tête sont donc constantes sur ce sentier :

$$y^* = f(k^*), c^* = (1 - s)f(k^*)$$

En dehors de l'état stationnaire, nous avons :

$$k_0 < k^* \Rightarrow \dot{k} > 0$$

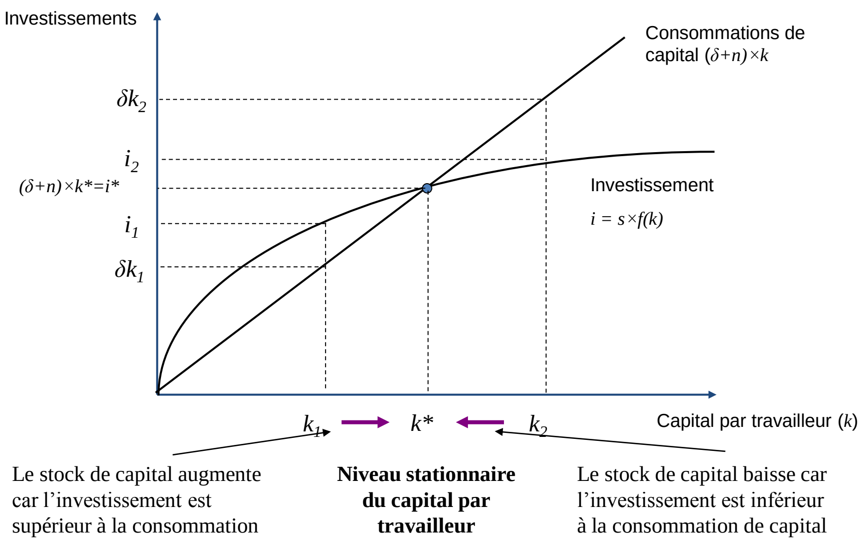
$$k_0 > k^* \Rightarrow \dot{k} < 0$$

Dans le premier cas, le capital par tête de l'économie augmente et on a une intensification du capital dans l'économie. Dans le second cas le capital par tête diminue et on a un élargissement du capital dans l'économie.

2.3.3.2 La dynamique du capital par tête

Les deux équations fondamentales du modèle de Solow sont donc (2.10) et (2.12).Si l'économie part d'une situation initiale k_0, la première équation nous donne, pour chaque période, la production donc l'épargne et l'investissement, la seconde, la manière dont ces éléments déterminent l'accumulation du capital. On peut dérouler l'évolution de l'économie dans le temps en utilisant ces deux équations. Mais est-ce que ce modèle peut nous permettre d'expliquer les différents faits stylisés? Peut-il expliquer les différences qui existent entre les économies? On peut répondre à ces questions en utilisant une représentation graphique de cette dynamique: La dynamique de cette équation peut être représentée graphiquement :

La dynamique du capital par tête



En d'autres termes, l'économie converge vers un état stationnaire k^*tel que :

$$k^* = \frac{sf(k^*)}{(\delta + n)}$$

En ce point le taux de croissance de l'économie est nul. Cet état régulier vers lequel tend l'équation différentielle fondamentale, est atteint lorsque k^*, y^*et c^* sont constants, ce qui signifie que K, Y et C continuent éventuellement à croitre, mais au même taux que L.

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{y}}{y} = 0 \Longrightarrow \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{L}}{L} = n$$

2.3.4 Propriétés de l'état stationnaire

L'état stationnaire est déterminé par la condition

$$\gamma_k = 0 \Longrightarrow \dot{k} = sf(k^*) - (\delta + n)k^* = 0$$

$$\dot{k} = sk^{*\alpha} - (\delta + n)k^* = 0 \Longrightarrow sk^{*\alpha} = (\delta + n)k^*$$

$$k^* = \left(\frac{s}{\delta + n}\right)k^{*\alpha} \Longrightarrow \left(\frac{\delta + n}{s}\right) = k^{*\alpha - 1}$$

$$k^* = \left(\frac{s}{\delta + n}\right)^{1/(1-\alpha)}$$

La production par tête à cet état stationnaire est donnée par

$$y^* = f(k^*) = \left(\frac{s}{\delta + n}\right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Le modèle de Solow prédit que les pays à fort taux de croissance démographique auront, toutes choses égales par ailleurs, un revenu par habitant plus faible. Cela donne une première réponse à la question « Pourquoi certains pays sont riches et certains sont pauvres? » la première proposition est que les pays qui ont un taux d'épargne plus élevé ont tendance à être plus "riches" et ceux qui ont un taux de croissance démographique plus fort ont tendance à être plus "pauvres".

Les pays riches ont un capital par tête plus élevé, ce qui implique une production par tête plus importante. A l'inverse un taux de croissance élevé de la population exerce un effet appauvrissant. Au faite, plus la population croit rapidement, plus la part de l'épargne qui sert simplement à maintenir le capital par tête constant doit être élevé. L'état stationnaire est important pour trois raisons :

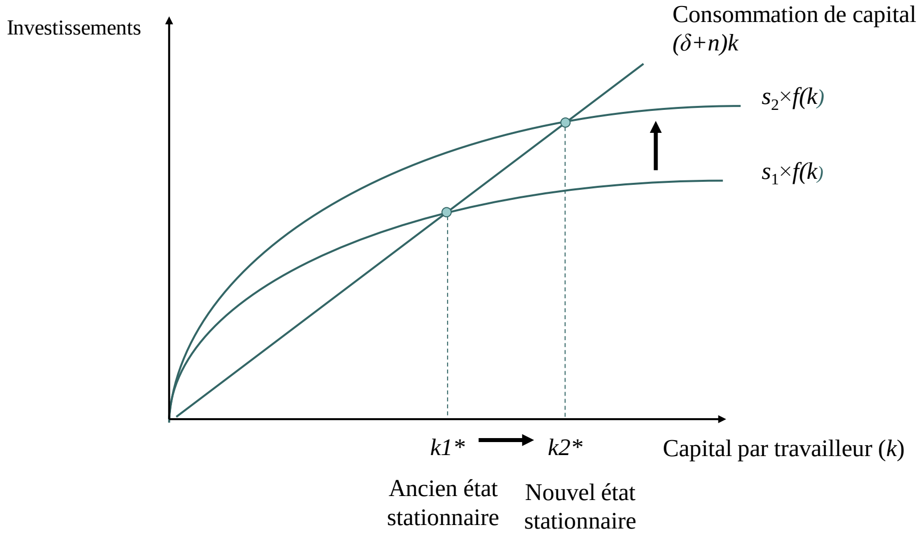
- Une économie qui l'atteint ne bouge plus
- Une économie qui le l'a pas atteint tend naturellement vers lui
- Il définie l'équilibre de longue période de l'économie

Cependant, l'état stationnaire dépend du taux d'épargne, cela laisse de la place à une politique de croissance.

- **Statiques comparatives**

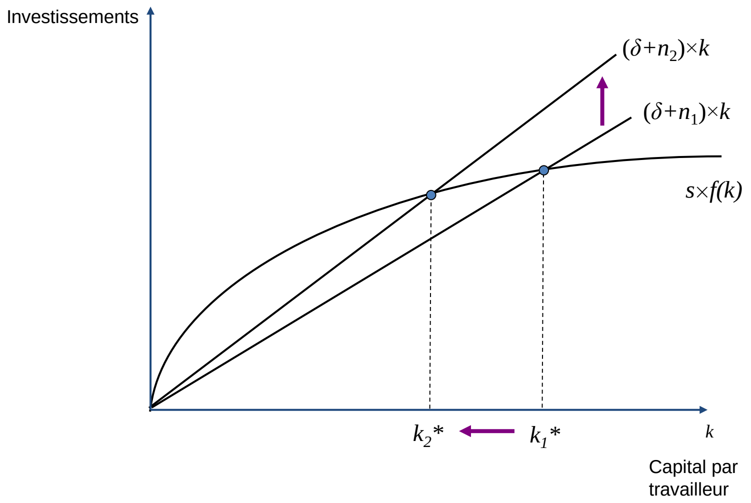
Le modèle de Solow montre l'importance du taux d'épargne dans la détermination de l'état stationnaire. Si à partir d'un état stationnaire les consommateurs augmentent leur taux d'épargne $s_1 \longrightarrow s_2 > 0$, cela se traduira nécessairement par une augmentation du taux d'investissement dans l'économie. Alors l'investissement va devenir supérieur à la consommation de capital et l'équilibre stationnaire va s'élever. Si des économies diffèrent par leur taux d'épargne, les états stationnaires de ces économies devraient différer et « expliquer » les différences de niveau de vie. Les facteurs réduisant l'épargne sont donc défavorables à la croissance notamment le déficit public.

Une hausse du taux d'épargne



On constate qu'une hausse du taux d'épargne augmente le stock de capital de l'état stationnaire. Aussi une augmentation du taux de croissance démographique $n_2 > n_1$ impose une pression plus forte sur l'accumulation du capital en augmentant le dénominateur du capital par tête. L'effet sur l'état stationnaire de l'économie peut de nouveau être analysé par le graphique suivant :

Une hausse de la croissance démographique



Une croissance démographique plus forte diminue le stock de capital par travailleur et donc réduit le stock de capital qui correspond à l'état stationnaire de l'économie. On voit deux effets : Le capital par tête correspondant au sentier de croissance équilibrée augmente si le taux d'épargne augmente; il diminue si le taux de croissance de la population ou le taux de dépréciation du capital augmente. Néanmoins, ces paramètres n'influencent pas les taux de croissance des variables par tête sur le sentier de croissance équilibrée: produit par tête, consommation par tête et capital par tête. Ces variables ont toutes un taux de croissance nul.

- **Le progrès technique**

Le progrès technique à pour effet d'augmenter la force de travail, parce qu'il en augmente l'efficacité. Pour compléter le progrès technique, nous revenons sur la fonction de production initiale de la manière suivante :

$$Y = F(K, L, E)$$

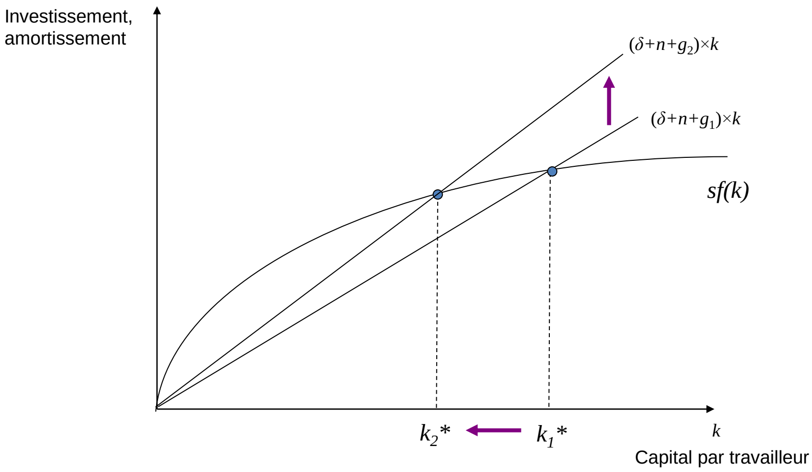
Ou E est l'efficience productive du travail. Elle reflète l'état des connaissances de la société considérée sur les méthodes de production. Cela revient à émettre l'idée que l'efficience productive du travail augmente à mesure que les technologies disponibles deviennent plus performantes (mécanisation, informatisation, etc). Cette forme de progrès technique accroit donc l'efficience du travail.

Si de nouvelles technologies sont introduites, les travailleurs deviennent plus efficaces. Il faut moins de travail pour produire la même quantité de biens, cela implique qu'une partie du facteur travail redevient disponible. Ce progrès technique est donc assimilable à une augmentation du nombre de travailleurs disponibles, donc à une croissance du facteur travail qui est égale à g**.** Rappelons que l'efficience E de chaque unité de travail augmente au taux g, et que le nombre de travailleur augmente au taux n, le nombre de travailleur efficient augmente donc au taux $n + g$.

Le progrès technique permet à chaque travailleur de produire plus. L'efficience croissante du travail induit une intensité capitalistique décroissante par travailleur efficient. Pour simplement maintenir le capital par tête efficient, il faudra accumuler au rythme g**.** Cela revient à considérer une source supplémentaire de consommation par capital : la plus grande efficience du travail. L'équation (2.12) devient alors:

$$\dot{k} = sf(k) - (\delta + n)k \ldots\ldots\ldots (2.13)$$

Amélioration du progrès technique

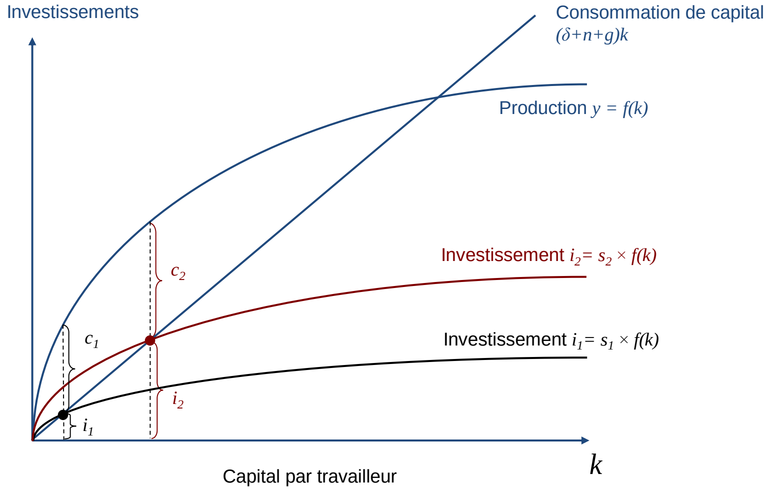


Les gains de productivité diminuent le stock de capital par travailleur et donc réduisent le stock de capital stationnaire.

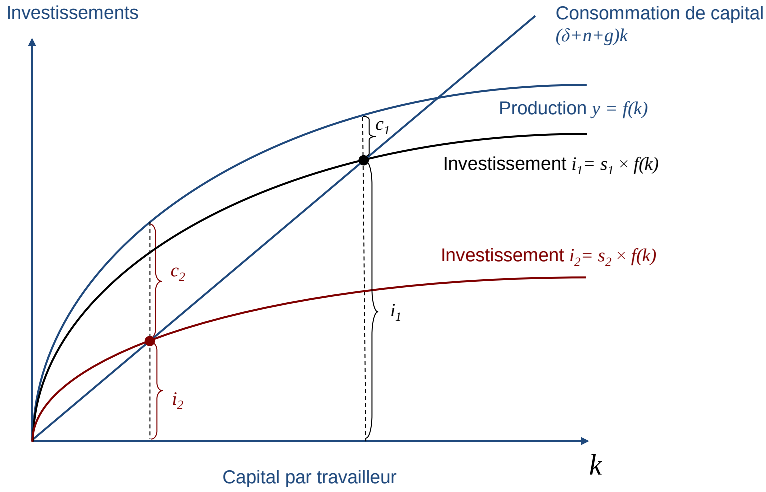
- **La règle d'or de l'accumulation du capital**

L'état stationnaire est défini par la stabilité du stock de capital par tête, mais ne dis rien sur le bien être des individus de cette économie. Rechercher un bien être maximum peut alors conduire à rechercher un état stationnaire particulier et à mettre en place les politiques économiques adaptées. Le bien être des agents sera résumé par leur consommation. La règle d'or détermine la condition d'obtention de cet état stationnaire optimal.

Taux d'épargne et « règle d'or »



Taux d'épargne et « règle d'or »



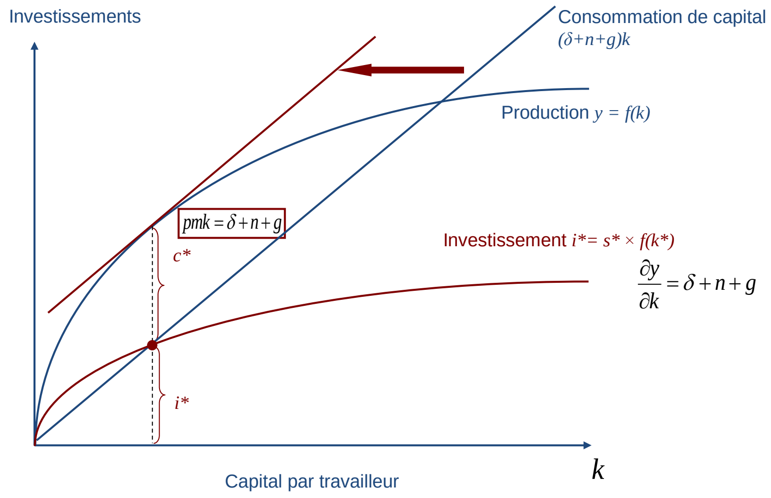
Le modèle de base de Solow montre que le taux d'épargne est le déterminant clef du stock de capital d'état stationnaire, car il détermine le niveau de l'investissement. Si le taux d'épargne est élevé, l'économie se dote d'un stock de capital important qui lui permet de produire un volume élevé de production. Si le taux d'épargne est faible, le stock de capital est lui-même faible et ne permet pas à l'économie de créer un volume de production important.

Lequel des deux états stationnaires est socialement préférable ?

➢ L'état stationnaire optimal

L'état stationnaire optimal est celui qui maximise la consommation, cette condition est réalisée quand la pente de la fonction de production est égale à la pente de la consommation de capital.

Taux d'épargne et « règle d'or »



La règle d'or maximise la consommation à l'état stationnaire (croissance régulière). c^* peut s'obtenir en rappelant $c = y - i$ soit:

$$c^* = f(k^*) - sf(k^*)$$

Et puisque à l'état stationnaire $sf(k^*) = (\delta + n + g)k^*$

$$c^* = f(k^*) - (\delta + n + g)k^*$$

Ce qui montre que le bien être optimal dépend du niveau de l'état stationnaire. La maximisation de c^*conduit alors à la règle d'or $f'(k^*) - (\delta + n + g) = 0$, soit :

$$PmK = \delta + n + g$$

Le bien être est lié inversement à la croissance démographique, par contre le progrès technique conduit à une amélioration durable du bien être.

➢ La règle d'or

Etant données les valeurs de n, δ et g chaque valeur de s correspond à une valeur unique $k^* > 0$:

$$k^*(s) = \frac{dk^*(s)}{ds} > 0 \dots \dots \dots (2.14)$$

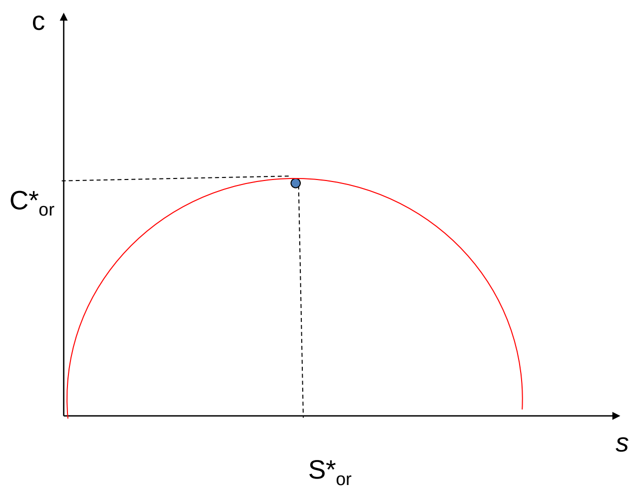
$$sf(k^*(s)) = (\delta + n + g)k^*(s) \dots\dots\dots (2.15)$$

$$c^*(s) = (1 - s)f\big(k^*(s)\big)$$

$$c^*(s) = sf(k^*(s)) - (\delta + n + g)k^*(s) \dots\dots\dots (2.16)$$

Cette fonction est représentée dans la figure suivante :

La règle d'or



La valeur de croissance équilibrée de c^* est d'abord croissante avec s puisque celle-ci permet de financer l'investissement et donc la demande, et décroissante ensuite car s réduit la demande en réduisant directement la consommation. Donc il existe une valeur optimale de s qui maximise c^*.

$$s_{or} = argmaxc^*(s)$$

$$\frac{dc^*}{ds} = \frac{df}{dk^*}\frac{dk^*}{ds} - (\delta + n + g)\frac{dk^*}{ds} = [f'(k^*) - (\delta + n + g)]\frac{dk^*}{ds} = 0$$

$$\Rightarrow f'(k_{or}) = (\delta + n + g) \dots\dots\dots (2.17)$$

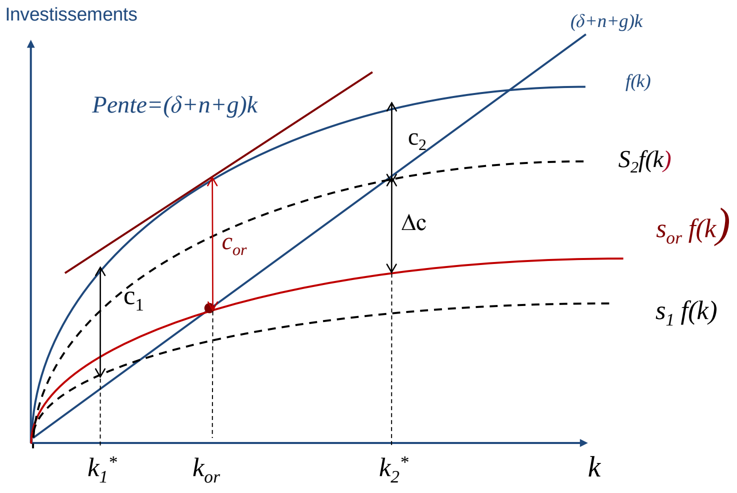
Avec $k_{or} = k^*(s_{or})$

$$c_{or} = f(k_{or}) - (\delta + n + g)k_{or} \dots\dots\dots (2.18)$$

La règle (2.17) est la règle d'or de l'accumulation du capital. Elle correspond à une variation du produit par tête qui compense exactement la dépréciation globale du capital par tête. s_{or} est le taux d'épargne qui est dynamiquement efficace. Grâce à ce taux d'épargne, nous avons un sentier de croissance équilibré qui maximise la consommation par tête et donc, le bien-être social.

Considérons les trois cas suivant: $s_1 < s_{or} < s_2$

Comportements hors-équilibre I

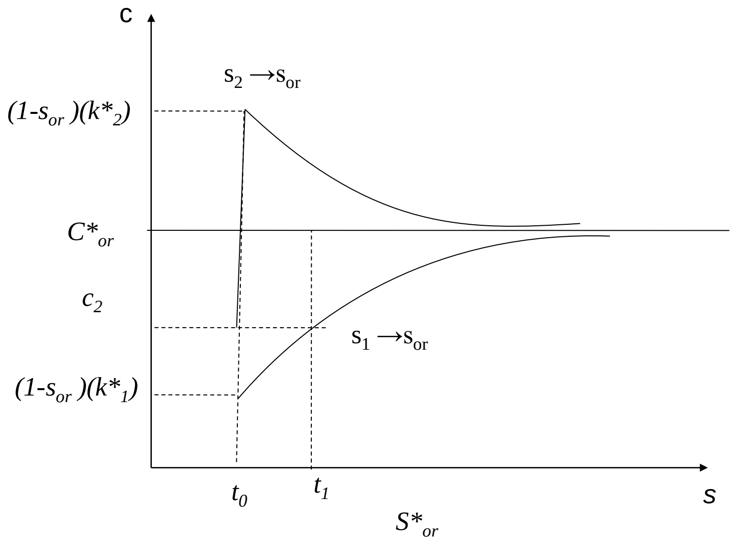


$$s_1 < s_{or} < s_2 \Longrightarrow k^*{}_1 < k^*{}_{or} < k^*{}_2$$

Supposons une diminution du taux d'épargne de s_2 à s_{or}. Cette variation va d'abord impliquer une croissance de c étant donné $k^*{}_2$ et nous allons avoir $\dot{k} < 0$. k va donc commencer à baisser dans le temps et c va baisser aussi continuellement pour atteindre c_{or} ; or, par définition $c_{or} > c_2$, donc la consommation par tête sera supérieure à c_2 à chaque moment de la trajectoire et à la nouvelle solution de croissance équilibrée. Une économie avec un taux d'épargne s_2 est donc dynamiquement inefficace car il est possible d'améliorer la consommation par tête à chaque point du temps.

Par contre, s'il y'aura lieu à une augmentation d'épargne de s_1 à s_{or} : la consommation par tête va d'abord baisser et elle va rester inférieur à c_1 pendant un certain temps, tout en augmentant vers c_{or} ; en définitive, elle sera supérieure à $c_1 < c_{or}$, néanmoins, l'effet total sur le bien-être dépendra de l'arbitrage des consommateurs entre la consommation présente et future.

Convergences



2.3.5 Dynamique de transition

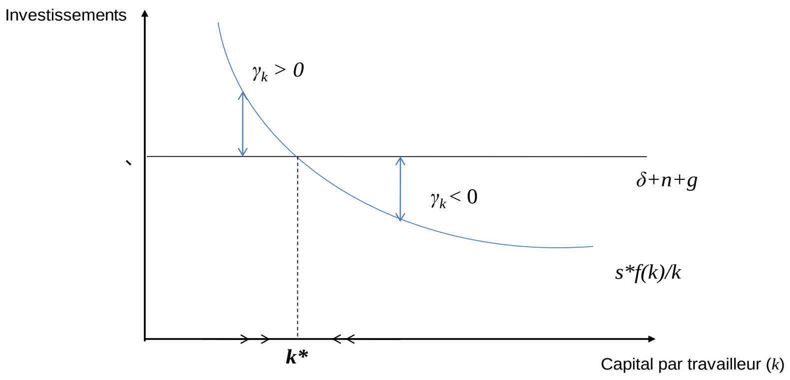
Les résultats de ce modèle sont relativement contestés. A l'équilibre, la croissance est uniquement expliquée par des facteurs exogènes. Les taux de croissance de long terme sont indépendants du taux d'épargne et de la fonction de production. Il est néanmoins possible d'obtenir plus d'information sur le fonctionnement de cette économie en étudiant sa dynamique de transition : la manière dont le revenu par tête converge sur sa valeur de croissance équilibrée. Comme à l'état régulier le taux de croissance de k est nul, la valeur d'état régulier k^* satisfait à la condition suivante:

$$sf(k^*) = (\delta + n + g)k^*$$

En divisant par k les deux membres de l'équation (2.13), nous obtenons :

$$\gamma_k = \frac{\dot{k}}{k} = s\frac{f(k^*)}{k} - (\delta + n + g) \ldots\ldots\ldots (2.19)$$

dynamique de transition Solow-Swan



Le taux de croissance du capital par travailleur effectif est donné par la distance verticale entre la fonction $s^*f(k)/k$ et la ligne de dépréciation effective $(\delta + n + g)$. A droite de k^* le taux de croissance est positif et à gauche il est négatif. Le point k^* est un point attracteur et il est donc stable. Lorsque la transition débute avec un capital par tête initialement faible le taux de croissance γ_k décline de façon monotone jusqu'à zéro. Puisque l'efficience productive du travail croit au taux constant g, la croissance à taux constant du capital par tête k est aussi égale à g.

Le sentier de croissance équilibrée est donc globalement stable. Cette stabilité provient en fait des rendements décroissants du facteur capital. Quand k est relativement faible $< k^*$, la productivité moyenne du capital $f(k)/k$ est relativement forte.

- les agents épargnent et investissent une part constante du revenu et donc l'investissement brut par unité de capital, $f(k)/k$ est fort;
- la dépréciation du k se fait à un taux constant $(\delta + n + g)$;
- le taux de croissance $\dot{k}/k$ est donc positif et relativement fort.

le raisonnement est inversé si $k > k^*$.

2.3.6 Dynamique du revenu par tête

Nous pouvons aussi calculer le taux de croissance du revenu par tête :

$$\gamma_k = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{f'(k)\dot{k}}{f(k)} = k\frac{f'(k)}{f(k)}\frac{\dot{k}}{k} = \left[k\frac{f'(k)}{f(k)}\right]\gamma_k \dots\dots\dots (2.20)$$

L'expression $\left[k\frac{f'(k)}{f(k)}\right]$correspond à la part de la rémunération du capital dans le revenu total :

$$\psi(k) = k\frac{f'(k)}{f(k)} = \frac{\frac{K}{L}F_K}{\frac{Y}{L}} = \frac{KF_K}{Y} \dots\dots\dots (2.21)$$

Dans le cas d'une fonction Cobb-Douglas cette part est constante et elle est égale à α et donc le taux de variation du revenu par tête est une fraction constante α de γ_k. De manière générale, en utilisant l'équation (2.19) :

$$\gamma_y = sf'(k) - (\delta + n + g)\psi(k) \dots\dots\dots (2.22)$$

Nous pouvons étudier comment ce taux de variation se modifie avec k (sur une trajectoire) :

$$\frac{\partial\gamma_y}{\partial k} = sf''(k) - (\delta + n + g)\frac{d\psi(k)}{dk} \dots\dots\dots (2.23)$$

$$\frac{d\psi(k)}{dk} = \frac{(f' + kf'')f - kf'^2}{f^2} \dots\dots\dots (2.24)$$

$$= \frac{f'}{f}\left[1 - k\frac{f'}{f}\right] + k\frac{f''}{f} = \frac{f'}{f}[1 - \psi(k)] + k\frac{f''}{f}$$

$$\frac{\partial\gamma_y}{\partial k} = sf''(k) - (\delta + n + g)\left[\frac{f'}{f}[1 - \psi(k)] + k\frac{f''}{f}\right]$$

$$\frac{\partial\gamma_y}{\partial k} = f''\left[s - \frac{(\delta + n + g)k}{f}\right] - \frac{(\delta + n + g)f'}{f}[1 - \psi(k)]$$

$$= f''\frac{k}{f}\left[s\frac{f}{k} - (\delta + n + g)\right] - \frac{(\delta + n + g)f'}{f}[1 - \psi(k)]$$

$$\frac{\partial\gamma_y}{\partial k} = \underbrace{f''\frac{f}{k}\gamma_k}_{<0} - \underbrace{\frac{(\delta + n + g)f'}{f}[1 - \psi(k)]}_{>0} \dots\dots\dots (2.25)$$

Nous avons deux cas :

- $k \leq k^*$

$$\gamma_k \geq 0 \Longrightarrow \gamma_y \geq 0 \; et \; \frac{\partial\gamma_y}{\partial k} < 0 \dots\dots\dots (2.26)$$

Si le capital par tête croît, le revenu par tête croît aussi mais de moins en moins.

- $k \geq k^*$

$$\gamma_k \leq 0 \Longrightarrow \gamma_y \leq 0 \; et \; \frac{\partial\gamma_y}{\partial k} \overset{?}{<} 0 \dots\dots\dots (2.27)$$

Dans ce cas le premier terme devient positif et le résultat est ambigu.

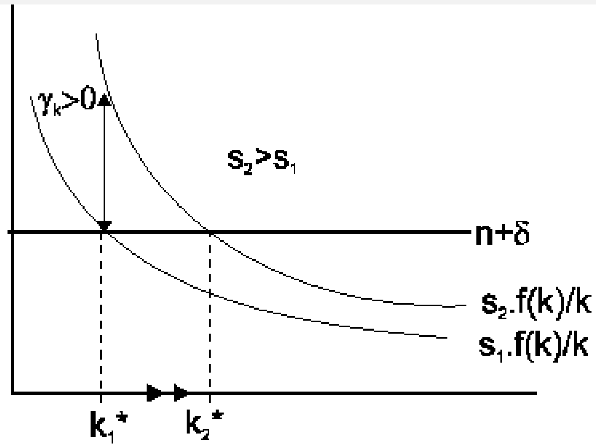
Si l'on est proche de k^* alors γ_k est très faible en valeur absolue et le second terme négatif domine :

$$\lim_{k \downarrow k^*} \frac{\partial \gamma_y}{\partial k} < 0 \dots \dots \dots (2.28)$$

Ce raisonnement est aussi valable pour la consommation par tête car $\gamma_c = \gamma_y$ à chaque point du temps : la consommation possède la même dynamique que le revenu.

2.4 Effets des politiques économiques

Partons d'une économie qui est sur un SCE avec un taux d'épargne s_1 et un capital par tête k_1^*. Considérons une politique qui relève le taux d'épargne à $s_2 > s_1$ de manière permanente. Quels seront les effets de cette politique ?

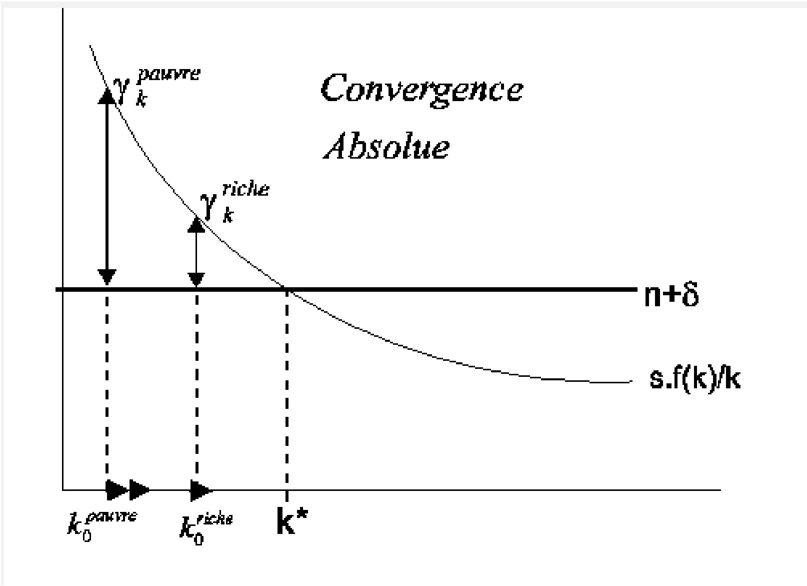


Cette politique modifie donc les valeurs pat tête, mais les taux de croissance de ces valeurs est de nouveau nul sur le nouveau SCE. De même, les niveaux absolus ont toujours un taux de croissance égal à n. Un progrès technique continu aurait un effet similaire.

Dans ce modèle les économies peuvent croître à court terme mais pas à long terme: même si un pays s'écarte à un moment donné de l'état stationnaire, il suivra un sentier de transition et finira par atteindre le nouvel état stationnaire. La croissance se ralentit en plus au fur et à mesure que l'économie s'approche de l'état stationnaire. Ce résultat est dû à $\alpha < 1$ dans l'équation dynamique fondamentale

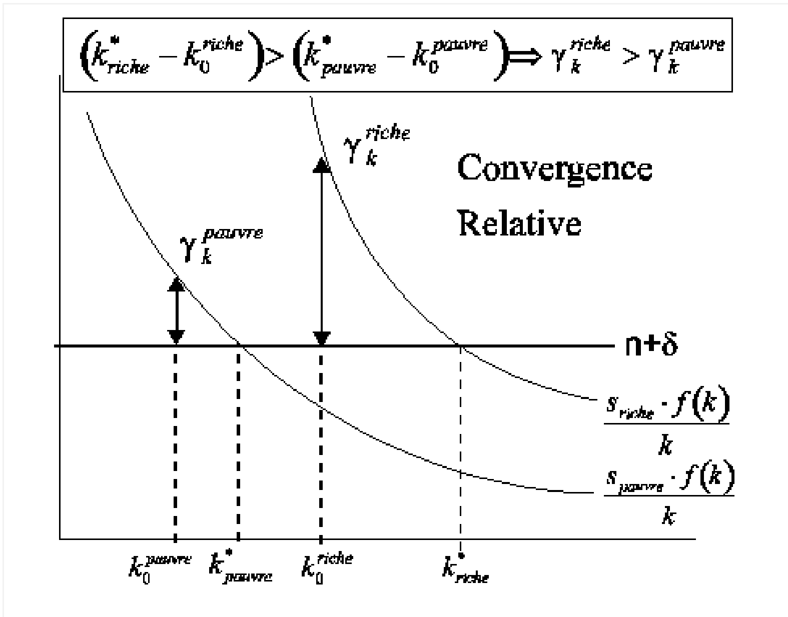
2.4.1 Convergence absolue

La théorie de la convergence absolue semble être vérifiée par les premières études empiriques. Ces travaux menés dans les années 1960 et 1970, centrés sur les Etats- Unis, le Japon et les pays d'Europe occidentale mettent en évidence un rattrapage rapide des Etats-Unis par les autres pays.



La convergence absolue signifie que le pays retardataire rejoint le niveau de production par habitant du pays avancé. Le phénomène de convergence est loin d'être absolu, les économies ne convergent pas, au contraire, elles auraient même tendance à diverger. Ainsi, si on observe un large échantillon de pays, on s'aperçoit que les pays riches continuent certes à croître mais que les pays pauvres ont eux plutôt tendance à s'appauvrir encore. Les pays médians ont eux tendance à converger vers l'un ou l'autre des opposés.

2.4.2 convergence conditionnelle



Le niveau d'innovation assimilée par l'économie joue également un rôle. Si les caractéristiques technologiques d'un pays ou d'une région ne déterminent pas le taux de croissance d'une économie qui a atteint son sentier de croissance, elles déterminent la position de celui-ci. Ainsi, plus le potentiel technologique d'un pays est élevé, plus le niveau de revenu vers lequel il converge est important. Cette interprétation du modèle de Solow conclue par conséquent que la convergence des économies est conditionnelle. Elle n'a lieu que si les économies possèdent les mêmes caractéristiques structurelles : taux d'épargne, taux de croissance démographique, niveau d'innovation.

2.5 Limite du modèle

Si le modèle de Solow est plus ou moins sauvé, cela n'est pas le cas de la convergence, puisque ce qui compte réellement c'est si les économies vont bien converger vers le même niveau de vie. Le problème, c'est que ce sont les pays pauvres qui en moyenne sont caractérisés par les paramètres structurels les plus défavorables. Ils ont un taux de croissance démographique plus fort et un taux d'épargne plus faible. C'est de là d'ailleurs que provient cet écart empirique entre convergence absolue et convergence conditionnelle.

Ce modèle implique que les écarts de niveau de vie à instant donné s'expliquent essentiellement par les écarts de capital par tête. Ces écarts de niveau de vie doivent se réduire au cours du temps. Ces deux implications du modèle de Solow sont testables. La première invalidation indique que les écarts de capital par tête ne peuvent pas eux seuls expliquer les différences de niveau de vie. Il existe en fait deux problèmes quand on essaye de rendre compte des différences de revenu par habitant (Y/L) par des différences d'intensité capitalistique (K/L) en laissant de côté le résidu.

Le premier problème est que les différences de capital par tête requises pour expliquer la dispersion des revenus par tête est bien trop importante. Si les écarts de capital par tête requis sont si grands, les rendements associés vont être également gigantesques. Or, comme le dit Lucas(1990), si les écarts de rendement entre l'Inde et les EU étaient réellement aussi élevés, c'est la totalité des investissements des pays riches qui devraient migrer vers les pays pauvres.

Le second test était la question du rattrapage. Les faits stylisés de Kaldor ne montrent aucune tendance globale au rattrapage ce qui explique l'invalidation. C'est ce que l'on a cru pendant les années 80 et une partie des années 90. Mais, un résultat essentiel du modèle de Solow est qu'il prédit la convergence conditionnelle et non pas absolue des revenus par habitants.

Le modèle de Solow décrit comment un accroissement du stock de capital, de la quantité de travail et le progrès technique interagissent et affectent la production au sein de l'économie. À long terme, il montre que l'économie tend vers un état stationnaire. Cette situation d'équilibre est déterminée par le taux d'épargne, le progrès technique et la croissance démographique. Le taux d'épargne et le progrès technique étant des données dans le modèle, la croissance économique dépend, à long terme, de celle de la population.

Si on critique le modèle de Solow pour prédire un rattrapage qui n'a pas lieu, un groupe de pays ont été effectivement sur la voie du rattrapage des pays riches. Ce sont les nouveaux pays industrialisés: Corée du Sud, Hong Kong, Singapour et Taiwan. Young (1995) : les taux de croissance moyens de ces pays étaient supérieurs à 5% pendant la période 1969-1990.

D'autres analysent, notamment celles de Robert J. BARRO (1991) et de Baumol mettent en évidence l'existence d'une convergence économique, mais seulement aux seins de groupes particuliers. On parle alors de clubs de convergence. Les pays de l'OCDE formeraient ainsi le club de convergence le plus développé tandis que les pays d'Asie,