

Le modèle de programmation mathématique avec buts

Section 0 : Résumé

Section 1 : Introduction

Section 2 : Le Goal Programming Standard

Section 3 : Les principales variantes du modèle du GP

Section 4 : Les variantes du GP dans un environnement imprécis

Section 5 : Le modèle du GP interactif

Section 6 : Conclusion

Références du chapitre 2

Chapitre 2

Le modèle de programmation mathématique avec buts

2.0. Résumé

Le modèle de programmation mathématique avec buts, connu sous l'appellation anglaise «Goal Programming» (GP), est l'un des modèles les plus connus de la programmation mathématique à objectifs multiples. Dans sa version standard, ce modèle ne prend pas suffisamment en considération les préférences du décideur. De plus, il pose certaines difficultés d'agrégation en terme, par exemple, d'incommensurabilité des unités de mesure. Plusieurs variantes du GP ont été développées. Certaines d'entre elles permettent de pallier, à divers degrés, à ces insuffisances. La plupart de ces variantes intègrent a priori les préférences du décideur mais certaines peuvent également les intégrer de façon progressive. Les formes classiques les plus utilisées sont le GP pondéré et le GP lexicographique. Il est primordial que le choix de la variante se fasse sur la base de sa capacité à refléter la structure de préférence du décideur. Il semble, toutefois, que ce choix se fasse, en général, sans implication suffisante du décideur.

L'objet du présent chapitre est de présenter le modèle du GP dans sa version standard ainsi que ses principales variantes et d'examiner la façon dont les préférences y sont modélisées.

2.1. Introduction

La version initiale du «Goal Programming» (GP) a été développée par Charnes *et al.* (1955) et Charnes et Cooper (1961). Depuis, ce modèle est devenu l'un des modèles les plus connus et les plus utilisés de la programmation mathématique à objectifs multiples (Romero, 1991). Il a connu un essor fort impressionnant à en juger le nombre d'articles, d'ouvrages et même de conférences qui lui sont dédiés. Pour une revue de la littérature du sujet, le lecteur peut se référer à Charnes et Cooper (1961, 1977), Lee (1972), Kornbluth (1973), Lin (1980), Ignizio (1976, 1982-a), Romero (1991), Min et Storbeck (1991), Tamiz *et al.* (1995) et Aouni et Kettani (2001).

Le modèle du GP est un outil d'aide à la décision qui s'applique, en général, aux contextes décisionnels où plusieurs objectifs doivent être pris simultanément en considération. Ces différents objectifs étant généralement conflictuels, il est difficile de les optimiser simultanément. À titre d'exemple, pour le choix d'un portefeuille d'actifs financiers, un investisseur aura vraisemblablement à considérer deux objectifs conflictuels, à savoir : maximiser le rendement espéré et minimiser le risque. Pour faire ce choix, l'investisseur aura ainsi à faire un compromis entre le degré de risque qu'il est prêt à assumer et le rendement qu'il espère obtenir. Ainsi, une décision relative à une situation donnée peut être considérée comme étant, généralement, le résultat d'un compromis à faire entre différents objectifs, la réalisation de certains ne pouvant se faire qu'aux dépens des autres objectifs. Pour aider les décideurs devant faire ce type de choix, le modèle du GP s'est révélé être un modèle d'une grande utilité. En l'occurrence, ce modèle est basé sur une philosophie de satisfaction qui a pour rôle d'assister le décideur, voulant satisfaire simultanément différents objectifs, à évoluer vers une solution de compromis qu'il juge la plus satisfaisante (Ignizio, 1982-b; Aouni, 1998; Ogryczak, 2001-a).

Généralement, il s'avère nécessaire dans la formulation du modèle du GP d'introduire une information relative aux préférences du décideur. Cette information peut varier d'une situation décisionnelle à une autre. Elle peut être également introduite par le biais de divers paramètres pouvant être sous forme de coefficients d'importance relative, d'un certain ordre à titre d'exemple. De plus, plusieurs concepts ont été développés afin de

modéliser ces préférences telles que les fonctions de pénalité, les fonctions de satisfaction et celles d'utilité (Romero, 2004).

Certaines critiques ont été formulées vis-à-vis du modèle du GP. En plus des problèmes d'agrégation généralement rencontrés en aide multicritère à la décision et, en particulier, dans la programmation mathématique à objectifs multiples, il lui est reproché la quasi-absence du décideur dans le processus décisionnel (Aouni, 1988, 1998; Hannan, 1985; Ignizio, 1983; Martel et Aouni, 1990; Zeleny, 1982). Ceci est particulièrement justifié pour le GP dans sa version standard. Cette lacune peut représenter un inconvénient majeur d'autant plus que, dans une perspective d'aide à la décision, le décideur est appelé à jouer un rôle significatif tout au long du processus décisionnel. Ainsi, il est important de représenter le plus fidèlement possible les préférences du décideur dans le modèle mathématique. Toutefois, il est à noter que Romero (1991) a démontré que, le plus souvent, les difficultés que pose le modèle du GP trouvent leurs origines dans de mauvaises pratiques de modélisation et non pas au niveau des caractéristiques intrinsèques du modèle.

Néanmoins, étant un modèle flexible et attractif (Ignizio, 1983), les divers développements théoriques qu'a connu le modèle du GP ont amené au développement de multiples variantes. Ces dernières permettent de modéliser différents types de situations décisionnelles et introduisent l'information relative aux préférences du décideur en utilisant différents paramètres. Par ailleurs, les variantes du GP les plus utilisées sont le GP pondéré et celle du GP lexicographique (Romero, 1991; Tamiz *et al.*, 1995).

La modélisation des préférences du décideur est une étape essentielle dans le modèle du GP ainsi que ses variantes. L'objet du présent chapitre est ainsi de faire ressortir les éléments les plus saillants de la modélisation des préférences du décideur dans les principales variantes du modèle du GP. Cette analyse a pour objectif de caractériser ces variantes selon le moment d'introduction des préférences du décideur dans le modèle considéré et le(s) paramètre(s) utilisé(s) pour les représenter.

Dans la section 2, le modèle du GP est présenté dans sa version standard. Bien que toutes les variantes énoncées après cette section constituent en fait les principales variantes du GP, nous avons choisi de regrouper cinq variantes du GP, dont trois sont les plus

utilisées, dans la section 3. Ces variantes ont généralement été développées à l'origine pour des contextes où les valeurs des buts sont considérées comme des valeurs précises. Dans la section 4, nous avons regroupé les variantes généralement utilisées dans les contextes décisionnels imprécis. Cependant, il est à préciser que le GP incluant des fonctions de satisfaction peut être aussi appliqué à ce type de contexte. Enfin, nous présentons le modèle du GP interactif dans une section à part car le GP ainsi que plusieurs de ses variantes ont été développé à l'origine en tant que méthodes introduisant *a priori* l'information relative aux préférences du décideur.

2.2. Le Goal Programming standard

La formulation du modèle du GP consiste généralement à déterminer en premier lieu un ensemble de buts (Romero, 1991; Pongpeng et Liston, 2003). Ces derniers représentent des valeurs attribuées à un certain nombre d'objectifs retenus pour une situation décisionnelle donnée. Les buts ainsi définis reflètent les degrés d'aspiration que le décideur attribue à chaque objectif. Le modèle du GP se propose de minimiser les déviations qui constituent les écarts enregistrés entre les degrés d'aspiration (buts) préalablement fixés par le décideur et les degrés de réalisation des objectifs.

Romero (1985) considère le modèle du GP comme étant un cas particulier du «Distance Function Model» (DFM). Dans ce dernier, la solution la plus satisfaisante est établie de manière à ce que la somme totale des déviations pondérées et amplifiées soit minimisée. La forme générale du DFM se présente comme suit :

Programme 2.1 : Minimiser
$$\left\{ \sum_{i=1}^p \left[w_i |g_i - f_i(x)| \right]^r \right\}^{1/r}$$

où :

X : désigne l'ensemble des solutions réalisables;

w_i : le coefficient de pondération de l'objectif i ;

g_i : le degré d'aspiration (le but) relatif à l'objectif i ;

$f_i(x)$: le degré de réalisation de l'objectif i ;

r : représente le paramètre qui définit la famille des fonctions distance;

$|g_i - f_i(x)|$: désigne la déviation absolue entre le niveau d'aspiration et celui de réalisation de l'objectif i .

Le programme 2.1 est non-linéaire. La forme linéaire équivalente a été présentée par l'expression de Charnes *et al.* (1955) et Charnes et Cooper (1961) sous la forme suivante :

Programme 2.2 : Minimiser $Z = \sum_{i=1}^p (\delta_i^+ + \delta_i^-)$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

où :

δ_i^- et δ_i^+ : indiquent respectivement les déviations négatives et positives relatives au i -ème but.

Ainsi, le programme mathématique 3.2 correspond au modèle du DFM (programme 2.1) lorsque le paramètre $r = 1$, les coefficients de pondération $w_i = 1$ et les fonctions $f_i(x)$ sont linéaires.

En outre, le programme mathématique 2.2 est la formulation du modèle du GP standard où les écarts entre les degrés de réalisation et d'aspiration sont à minimiser. Dans ce modèle, le décideur est principalement appelé à fixer les buts relatifs aux objectifs retenus. Son implication dans le processus décisionnel s'arrête généralement à ce stade. Ainsi, les préférences du décideur ne sont pas explicitement prises en compte (Aouni 1988; 1998; Martel et Aouni, 1990).

Ceci constitue probablement l'une des raisons pour lesquelles Hannan (1985) a considéré le modèle du GP comme étant une méthode qui se situe entre la non-articulation et l'articulation *a priori* des préférences du décideur. Cependant, ce modèle est généralement considéré comme appartenant à la catégorie des méthodes de la PMOM avec une articulation *a priori* des préférences du décideur (Hwang *et al.*, 1980; Evans, 1984; Pongpeng et Liston, 2003).

Par ailleurs, González-Pachón et Romero (2004) considèrent que la mise en œuvre du modèle du GP nécessite la détermination de quatre ensembles, à savoir : a) l'ensemble des objectifs pertinents à une situation décisionnelle, b) l'ensemble des buts que le décideur attribue aux objectifs, c) l'ensemble des déviations correspondant à chaque objectif, et enfin, d) l'ensemble des déviations indésirables au décideur. Ils caractérisent ainsi les principes sous-tendant ce modèle par les trois axiomes suivants : l'axiome d'allocation, l'axiome de classification et l'axiome de choix. Le premier axiome présuppose que le décideur peut attribuer à chaque objectif un but satisfaisant. Le deuxième axiome implique que le décideur a la possibilité de caractériser chaque objectif selon l'une des trois relations suivantes : a) au moins autant que le but déterminé, b) au maximum comme le but déterminé, et, c) égal au but spécifié. Cet axiome équivaut à déterminer le type de déviations indésirables pour chaque but; il peut s'agir ainsi de minimiser la déviation négative, ou la déviation positive, ou la somme des déviations négative et positive. Le troisième axiome, selon González-Pachón et Romero (2004), stipule que le décideur choisit pour chaque objectif l'une des trois relations citées ci-dessus comme représentant sa relation de préférence pour cet objectif. Cette relation implique d'une part, dans le GP la minimisation d'une certaine fonction des déviations; et d'autre part, que les solutions qui se rapprochent le plus du but spécifié sont préférées à celles qui s'en éloignent (González-Pachón et Romero, 2004).

Le modèle du GP ne se limite pas à sa version standard. D'autres formes ont été développées et correspondent, en fait, aux différentes variantes du modèle du GP (Romero, 1991). Chaque variante correspond à une manière particulière et différente d'introduire l'information relative aux préférences du décideur. Par conséquent, il s'avère possible, comme l'ont souligné Aouni et Kettani (2001), d'appliquer les classifications d'Evans (1984) et de Hwang *et al.* (1980) relatives aux méthodes de la PMOM, selon le

moment d'introduction des préférences du décideur, au modèle du GP pour ses différentes variantes. De plus, Pongpeng et Liston (2003) considèrent que les préférences du décideur («subjective inputs» selon eux) peuvent être formulées par le biais de plusieurs éléments : un ensemble de buts, des coefficients de pondération et une fonction d'utilité.

Les principales variantes du modèle du GP qui s'avèrent être les plus utilisées (Romero, 1991, 2004; Tamiz *et al.*, 1995) sont le GP pondéré et le GP lexicographique. Il existe, cependant, d'autres variantes qui semblent être toutes aussi pertinentes et qui devraient être vraisemblablement plus utilisées.

Dans la section suivante, nous nous intéressons, sans être exhaustif, à différentes variantes du modèle du GP généralement utilisées dans des situations décisionnelles caractérisées par un environnement certain.

2.3. Les principales variantes du modèle du GP

De nos jours, dans un environnement complexe et multiforme, les décideurs doivent faire face à une multitude de situations décisionnelles aussi diverses les unes que les autres. Par conséquent, l'information disponible relative à ces différentes situations va différer selon les cas. Plusieurs variantes du modèle du GP, pouvant être utiles à la modélisation des différents types d'information disponible, ont été développées. Dans la présente section, nous allons présenter certaines de ces variantes, parmi lesquelles nous retrouvons les plus utilisées, les versions dites pondérée et lexicographique. Ces dernières seront illustrées à l'aide d'un exemple numérique.

2.3.1. Le modèle du GP pondéré

Le GP standard, à l'instar des autres modèles de la PMOM, pose certains problèmes en termes, par exemple, d'incommensurabilité des unités de mesure et de représentation inadéquate des préférences du décideur. Le GP pondéré (GPP) tente de pallier à certaines de ces insuffisances. La particularité de cette variante consiste en l'introduction dans le

GP standard des coefficients d'importance w_i . Le GPP se présente ainsi sous la forme suivante :

Programme 2.3 : Minimiser $Z = \sum_{i=1}^P (w_i^+ \delta_i^+ + w_i^- \delta_i^-)$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

où :

w_i^+, w_i^- : représentent les coefficients d'importance relative attribués aux déviations positives et négatives respectivement.

Pour mieux illustrer la formulation du GPP, nous utilisons l'exemple (tiré d'Anderson *et al.*, 2005) suivant :

Exemple 2.1 :

Le département marketing d'un constructeur de voitures voudrait, dans le cadre du lancement d'un nouveau modèle de luxe, envoyer des invitations pour tester ce modèle à deux groupes cibles de clients, à savoir : a) les propriétaires de ce type de véhicule que produit le dit constructeur (clients établis), et, b) les propriétaires de voitures de luxe produites par les concurrents (nouveaux clients potentiels). Le coût d'envoi d'une invitation personnalisée est estimé à 1\$ par lettre. L'entreprise estime que 25% des clients établis et 10% des nouveaux clients potentiels contactés vont tester le nouveau modèle. Dans le cadre de la campagne promotionnelle de l'entreprise, le responsable marketing établit les trois objectifs suivants :

- attirer au moins 10 000 clients établis pour effectuer le test ($g_1 = 40\,000$);
- attirer au moins 5000 nouveaux clients potentiels pour effectuer le test ($g_2 = 50\,000$);
- limiter les coûts d'envoi des invitations à 70 000\$ ($g_3 = 70\,000$).

Nous supposons, dans cet exemple, que le gestionnaire accorde les coefficients d'importance relative aux déviations à minimiser et associées aux trois objectifs comme suit : 0,3 pour la déviation négative relative au premier objectif; 0,2 pour la déviation négative relative au deuxième objectif et 0,5 pour la déviation positive relative à l'objectif du coût. Nous désignons par :

x_1 : le nombre de lettres à envoyer au groupe des clients établis;

x_2 : le nombre de lettres à envoyer au groupe des nouveaux clients potentiels.

Ainsi, la formulation mathématique de l'exemple 3.1, selon le modèle du GPP, prend la forme suivante :

Programme 2.4 : Minimiser $Z = w_1^- \delta_1^- + w_2^- \delta_2^- + w_3^+ \delta_3^+$

Sujet aux contraintes :

$$x_1 - \delta_1^+ + \delta_1^- = 40\,000;$$

$$x_2 - \delta_2^+ + \delta_2^- = 50\,000;$$

$$x_3 - \delta_3^+ + \delta_3^- = 70\,000;$$

$$x_j \geq 0 \text{ pour } j = 1 \text{ et } 2;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \text{ pour } i = 1, 2 \text{ et } 3.$$

La solution de cet exemple, obtenue à l'aide du logiciel Lindo 6.0, est présentée dans le tableau 2.1 comme suit :

Tableau 2.1 : Résultats de la solution de l'exemple 3.1

Variables de décision	Variables d'écart δ_i	Fonction économique
$x_1 = 40\ 000$	$\delta_1^+ = 0 ; \delta_1^- = 0$	$Z = 4\ 000$
$x_2 = 30\ 000$	$\delta_2^+ = 0 ; \delta_2^- = 20\ 000$	
	$\delta_3^+ = 0 ; \delta_3^- = 0$	

La valeur de la fonction économique Z indique que les buts dans cet exemple n'ont pas pu être complètement atteints. La lecture des variables d'écart associées aux trois buts démontre que les buts relatifs au premier et au troisième objectifs ont pu être atteints. Cependant, le but relatif à l'objectif 2 n'a pas pu être atteint complètement, en ce sens qu'attirer 5 000 nouveaux clients potentiels exigeraient l'envoi de 50 000 lettres d'invitation, alors que dans la solution de l'exemple 2.1 le but n'est réalisé qu'à hauteur de 30 000 lettres. Ceci se traduit par un «manque à gagner» au niveau de cet objectif, ce qui explique la valeur de la déviation négative relative à ce but $\delta_2^- = 20\ 000$. De plus, nous pouvons remarquer, selon cet exemple, que les objectifs ayant reçus des valeurs de coefficients d'importance relative plus importantes ont été complètement satisfaits.

Les modèles du GP standard et du GPP présentent certains inconvénients dus en partie à la procédure d'agrégation utilisée. En effet, cette procédure implique d'une part d'agréger des déviations relatives à des buts exprimés en différentes unités (buts incommensurables), d'autre part les valeurs fixées pour les objectifs peuvent être significativement différentes (échelles de mesure différentes selon les objectifs concernés) (Romero, 1991). Dans ce dernier cas, c'est comme si on attribuait, en plus des coefficients w_i , un autre coefficient non désiré aux objectifs ayant de plus grandes valeurs et par conséquent, le modèle peut ne pas refléter adéquatement les préférences du décideur (Romero, 1991). Afin de remédier à ces limites, des techniques de normalisation telles que la normalisation Euclidienne et la normalisation avec pourcentages ont été développées dans la littérature (Romero, 1991; Tamiz *et al.*, 1995, 1998). Cette dernière

technique consiste à exprimer les objectifs en termes de pourcentages. Pour ce faire, il suffit de diviser les expressions mathématiques des différents objectifs par leur côté droit et de les multiplier par 100. Romero (1991) considère que c'est une méthode simple qui convient particulièrement bien aux situations décisionnelles modélisées par des fonctions de pénalité.

La version pondérée du modèle du GP appartient essentiellement aux méthodes intégrant *a priori* l'information relative à la structure de préférence du décideur. En effet, les coefficients w_i sont généralement fixés au tout début du processus décisionnel. Il peut s'avérer intéressant que l'interprétation et la détermination de tels coefficients s'inscrivent dans une procédure interactive au lieu de les introduire dans le processus après les avoir fixés au départ d'autant plus qu'il faut trouver le jeu des coefficients qui respecte les préférences du décideur. À ce propos, Lee et Olson (1999) n'excluent pas l'utilisation interactive du modèle du GPP et soulignent que Piech et Rehman (1993) ont ignoré cette possibilité lorsqu'ils ont souligné que le GPP, comparé à deux autres méthodes multicritères, fournit une information relativement plus pauvre au décideur parce qu'il ne fournissant qu'une seule solution.

Les coefficients w_i , en fait, représentent le paramètre permettant d'introduire, en partie, l'information préférentielle du décideur dans le modèle du GP. En effet, ils permettent de révéler l'importance relative qu'accorde le décideur aux différents objectifs. Ainsi, plus le décideur donne de l'importance à un objectif et donc à sa réalisation, plus il souhaitera pénaliser la déviation relative à cet objectif en assignant une plus grande valeur aux coefficients w_i .

Kettani *et al.* (2004) considèrent que les coefficients w_i jouent un double rôle, à savoir : a) la normalisation des différentes unités de mesure des objectifs; et b) la valorisation des objectifs. En fait, les poids des critères peuvent être scindés en deux composantes distinctes qui correspondent aux deux rôles. La composante relative au rôle de valorisation est considérée comme étant fonction du degré de réalisation des objectifs et non pas comme constante. Ceci peut permettre d'obtenir une modélisation plus flexible et plus fidèle de la représentation du décideur. En outre, Zeleny (1982) avait souligné que

les coefficients de pondération font référence à deux sortes de composantes : objectives et subjectives. Les composantes subjectives reflètent le système de valeur propre au décideur (dimensions sociales, culturelles, organisationnelles, traditionnelles et environnementales). Les composantes objectives quant à elles renferment l'information intrinsèque contenue dans les évaluations des différentes alternatives.

Ainsi, dans le modèle du GPP, les préférences du décideur sont introduites, en plus des buts, par le biais des coefficients de l'importance relative w_i . Ces derniers permettent de révéler le poids qu'accorde le décideur aux différents objectifs et peuvent jouer le rôle de compromis ou de «trade-off», c'est-à-dire, combien le décideur est prêt à concéder d'un objectif au profit d'un autre objectif. Toutefois, la fixation et l'interprétation de tels coefficients demeurent un problème d'actualité. Guitouni *et al.* (1999) soulignent que les coefficients d'importance relative peuvent avoir différentes interprétations. Il est à noter qu'il peut être difficile pour le décideur, dans certains cas, de déterminer les coefficients d'importance relative, d'où la difficulté d'obtenir une information utilisable ou valide sur ses préférences (Zeleny, 1974-a; Ringuest et Gulledge, 1983; Martel et Aouni, 1990; Roy et Mousseau, 1996; Aouni, 1998, Guitouni *et al.*, 1999).

Dans la version lexicographique du modèle du GP, l'importance relative des objectifs est représentée par le regroupement de ces derniers dans différentes classes d'importance. Ainsi, dans cette variante, le décideur doit classer les objectifs par ordre de priorité. Cette variante sera présentée dans la prochaine sous-section.

2.3.2. Le modèle du GP lexicographique

La version lexicographique du GP est celle qui a connu le plus d'applications dans divers domaines. Romero (1991) recense plus de 226 cas d'applications pour le Goal Programming Lexicographique (GPL) ou Preemptive GP, contre 77 cas seulement pour le GPP qui vient en deuxième position. Tamiz *et al.* (1995) ont à leur tour recensé que 64% des applications concernent le GPL tandis que 21% d'entre elles concernent le GPP.

Dans la variante du GPL, les objectifs sont classés par ordre de priorité, selon l'importance relative que leur accorde le décideur. Les objectifs sont ainsi rangés dans

différentes classes qui correspondent aux différents niveaux de priorité qu'aura fixé le décideur. Il se peut qu'un niveau de priorité donné soit composé d'un seul objectif tandis qu'un autre sera composé de plusieurs objectifs.

La formulation mathématique correspondante à la variante du GPL se compose d'un vecteur ordonné L des déviations relatives aux différents objectifs, qui implique une minimisation dans l'ordre des différents niveaux de priorité q (Romero, 1991; 2004).

Le programme mathématique du GPL s'écrit comme suit :

$$\text{Programme 2.5 :} \quad \text{Lex. min.}_{x \in X} L = [l_1(\delta^-, \delta^+), l_2(\delta^-, \delta^+), \dots, l_q(\delta^-, \delta^+)]$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

où :

q : représente le nombre de niveaux de priorité;

L : est le vecteur ordonné des q niveaux de priorité.

Il est à préciser qu'à chaque niveau inférieur au premier niveau de priorité une nouvelle contrainte s'ajoute au système usuel des contraintes. Cette contrainte consiste en la valeur minimale obtenue pour tout niveau L_{q-1} à l'étape $q-1$. De plus, il est à noter que le nombre de niveaux de priorité q est inférieur ou égal au nombre d'objectifs p ($q \leq p$).

Afin d'illustrer la variante lexicographique du GP, nous reprenons ici l'exemple 2.1 sous une version légèrement modifiée. Nous déterminons pour cela deux niveaux de priorité où les déviations relatives à un niveau donné sont considérées comme ayant la même importance. Ces niveaux de priorité se présentent comme suit :

- Niveau de priorité 1 : les objectifs 1 et 2;
- Niveau de priorité 2 : l'objectif 3.

Nous pouvons ainsi établir la forme analytique des composantes du vecteur L , et ce, comme suit :

$$l_1(\delta^-, \delta^+) : \delta_1^- + \delta_2^-;$$

$$l_2(\delta^-, \delta^+) : \delta_3^+.$$

Cet exemple peut être formulé, à l'aide du modèle du GPL, de la manière suivante :

Programme 2.6 : Lex. min. $L = [(\delta_1^- + \delta_2^-), (\delta_3^+)]$

Sujet aux contraintes :

$$x_1 - \delta_1^+ + \delta_1^- = 40\,000;$$

$$x_2 - \delta_2^+ + \delta_2^- = 50\,000;$$

$$x_3 - \delta_3^+ + \delta_3^- = 70\,000;$$

$$x_j \geq 0 \text{ pour } j = 1 \text{ et } 2;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \text{ pour } i = 1, 2 \text{ et } 3.$$

Pour procéder à la résolution du programme 2.6, il est nécessaire en premier lieu de minimiser dans un sous-programme (programme 2.6.1) les variables d'écart situés au premier niveau (l_1). Ainsi, dans le programme 2.6.1, nous cherchons à minimiser les déviations δ_1^- et δ_2^- .

Programme 2.6.1 : Minimiser $L_1 = \delta_1^- + \delta_2^-$

Sujet aux contraintes :

$$x_1 - \delta_1^+ + \delta_1^- = 40\,000;$$

$$x_2 - \delta_2^+ + \delta_2^- = 50\,000;$$

$$x_3 - \delta_3^+ + \delta_3^- = 70\,000;$$

$$x_j \geq 0 \text{ pour } j = 1 \text{ et } 2;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \text{ pour } i = 1, 2 \text{ et } 3.$$

La solution de ce programme mathématique est résumée dans le tableau 2.2 suivant :

Tableau 2.2 : Résultats de la solution du programme 2.6.1

Variables de décision	Variables d'écart δ_i
$x_1 = 40\,000$	$\delta_1^+ = 0$; $\delta_1^- = 0$
$x_2 = 50\,000$	$\delta_2^+ = 0$; $\delta_2^- = 0$
	$\delta_3^+ = 20\,000$; $\delta_3^- = 0$

Après avoir obtenu la solution décrite dans le tableau 2.2, il est nécessaire de minimiser la déviation relative au deuxième niveau de priorité. Ceci est représenté dans le programme 2.6.2. auquel de nouvelles contraintes sont ajoutées de la manière suivante :

Programme 2.6.2 : Minimiser $L_2 = \delta_3^+$

Sujet aux contraintes :

$$x_1 - \delta_1^+ + \delta_1^- = 40\,000;$$

$$x_2 - \delta_2^+ + \delta_2^- = 50\,000;$$

$$x_3 - \delta_3^+ + \delta_3^- = 70\,000;$$

$$x_j \geq 0 \text{ pour } j = 1 \text{ et } 2;$$

$$\delta_1^- = 0;$$

$$\delta_2^- = 0;$$

$$\delta_i^- \geq 0 \text{ pour } i = 3;$$

$$\delta_i^+ \geq 0 \text{ pour } i = 1, 2 \text{ et } 3.$$

Nous pouvons constater que les nouvelles contraintes additionnées au programme 2.6.2 correspondent aux valeurs minimales obtenues pour L_1 . La solution de ce programme est présentée dans le tableau 2.3 suivant :

Tableau 2.3 : Résultats de la solution de l'exemple 3.1 modifié

Variables de décision	Variables d'écart δ_i
$x_1 = 40\ 000$	$\delta_1^+ = 0 ; \delta_1^- = 0$
$x_2 = 50\ 000$	$\delta_2^+ = 0 ; \delta_2^- = 0$
	$\delta_3^+ = 20\ 000 ; \delta_3^- = 0$

Nous pouvons remarquer que la solution présentée au tableau 2.3 ne diffère pas de la solution obtenue de la minimisation du premier niveau de priorité et résumée dans le tableau 2.3. En ce sens, aucune amélioration n'est apportée à la solution du programme 2.6.1. En outre, le niveau de priorité L_2 étant le dernier niveau de priorité à considérer, la solution au programme 2.6.2 constitue la solution du programme 2.6. Dans cette solution, les deux premiers buts ont été satisfaits alors que le troisième but relatif au coût d'envoi des invitations n'a pas été atteint, ce qui nous a donné une déviation positive de 20 000\$, en ce sens que le but relatif au coût est dépassé d'une valeur de 20 000\$.

Un ordre lexicographique implique comme l'indique son nom que le(s) objectif(s) appartenant à un niveau de priorité donné q_k soient absolument préférés aux objectifs classés dans le niveau de priorité inférieur q_{k+1} et il en est de même pour leur réalisation (Romero, 1991). En fait, il s'agit non seulement d'un ordre de priorité mais d'un ordre restrictif, voire absolu, sur le premier niveau. En effet, le(s) objectif(s) appartenant au

premier niveau de priorité sont, non seulement, plus importants que ceux du deuxième niveau mais également de ceux classés dans les autres niveaux de priorité. Ainsi, il s'avère que les objectifs composant le premier niveau de priorité q_1 ou tout niveau de priorité q_k soient absolument préférés à tous les objectifs se situant aux niveaux inférieurs q_{k+n} . En l'occurrence, c'est comme si on s'inscrivait dans une procédure de discrémiation par rapport aux objectifs, la réalisation des objectifs appartenant à la première classe étant absolument prioritaire à la réalisation de ceux se situant à des niveaux inférieurs. En effet, en instituant ce que nous pouvons considérer comme des paliers, il est possible de limiter sensiblement l'effet de certains objectifs situés dans les niveaux inférieurs au premier niveau, et ce, de façon croissante à chaque palier inférieur.

Ainsi, dans cette variante, les préférences du décideur peuvent être prises en compte dans le modèle par le biais de deux paramètres. Elles sont en premier lieu introduites par le biais des différents niveaux de priorité q composant le vecteur L . En effet, l'ordre de priorité établi permet de révéler la structure de préférence du décideur. En deuxième lieu, dans les niveaux de priorité eux-mêmes, des coefficients d'importance (w_i) peuvent être assignés aux objectifs appartenant à chaque niveau de priorité (Ringuest et Gullledge, 1983; Romero, 2004). Ceci se traduit d'un point de vue mathématique par la formulation de la fonction objectif du GPL suivante, qui est toutefois équivalente au programme 2.4 :

$$\text{Lex. min. } L = \left[\sum_{i \in I_1} (w_i^+ \delta_i^+ + w_i^- \delta_i^-), \dots, \sum_{i \in I_q} (w_i^+ \delta_i^+ + w_i^- \delta_i^-) \right]$$

Généralement, dans le modèle du GPL les préférences du décideur, et donc l'ordre qui en découle, sont établis *a priori*. Ainsi, le GPL peut être considéré comme étant une variante avec une intégration *a priori* des préférences du décideur. Cependant, ne se peut-il pas que ces préférences évoluent dans le temps? Lee et Olson (1999), au vu des travaux de Franz et Lee (1981), considèrent que la version lexicographique du GP peut être également utilisée de façon interactive et que le décideur peut ainsi évaluer l'impact des différentes possibilités de classement des objectifs. Jones (1979) recommande également aux gestionnaires de ne pas se limiter à un seul ensemble déterminé mais plutôt de modifier les priorités afin de leur permettre de mieux analyser les différents résultats.

Le modèle du GPL malgré sa large utilisation présente certaines limites. En effet, en plus des problèmes d'agrégation «classiques» que pose le modèle du GP de façon générale (Aouni, 1998), s'ajoute le fait qu'il est restreint plutôt aux situations décisionnelles où les préférences du décideur sont discontinues (Romero, 1991; Tamiz *et al.*, 1998). De plus, comme l'a souligné Romero (1991), en cas de présence d'un grand nombre de niveaux de priorité dans le modèle, le rôle que jouent les objectifs situés dans les niveaux inférieurs peut être remis en cause. En effet, alors que nous sommes dans une logique multi-objectifs, il paraît légitime de s'interroger sur le rôle que jouent réellement les objectifs se situant aux niveaux inférieurs. Romero (1991) a relevé que dans un certain nombre d'articles parus dans la littérature spécialisée dont la moitié constitue des cas d'application réels, des objectifs parfois même très importants par rapport à la situation décisionnelle étudiée n'ont en fait joué aucun rôle dans le processus d'optimisation et donc dans la solution proposée parce qu'ils se situaient dans des niveaux de priorité inférieurs. Or, dans une situation décisionnelle donnée, même si la structure de préférence du décideur est considérée comme étant de nature lexicographique, ceci ne signifie pas pour autant que les objectifs qu'il situe à des niveaux inférieurs ne sont pas importants pour lui et qu'ils doivent jouer un rôle très limité, voire aucun rôle. Afin de pallier à ce problème, Romero (1991) recommande de regrouper les objectifs moins importants dans le dernier niveau de priorité comprenant des objectifs qui sont pris en compte dans l'obtention de la solution. De plus, il préconise d'assigner à ces derniers des coefficients d'importance w_i qui les différencient des objectifs (moins importants) introduits en dernier.

Le fait que les principales variantes utilisées soient le GPL et GPP peut démontrer une certaine «rigidité» dans l'utilisation du modèle du GP. En effet, vu la pluralité et la diversité des situations décisionnelles auxquelles sont confrontés les décideurs, nous nous posons la question si le fait d'utiliser deux variantes principalement pour modéliser ces situations, n'est pas un peu restrictif. L'utilisation quasi-systématique des mêmes variantes donne l'impression que la plupart des situations modélisées avaient les mêmes caractéristiques. Il faut veiller à ce que le choix de la variante du modèle du GP se fasse avec soin en prêtant une attention particulière aux préférences du décideur. Il faut veiller

à ce que le choix de la variante du modèle du GP se fasse en étroite collaboration entre le décideur et l'homme d'étude.

La troisième variante du GP que nous présentons dans la prochaine sous-section a été développée par Flavell (1976) à l'issue d'un cas d'application dans une entreprise. Cette variante introduit une nouvelle variable dans le modèle du GP qui consiste en le maximum des écarts entre les objectifs et les buts à atteindre. Il s'agit de minimiser cette variable qui doit être supérieure ou égale aux déviations à minimiser, associées aux différents objectifs (Lee et Olson, 1999). C'est ainsi qu'aux versions «classiques» du GPP et GPL, a été ajoutée celle du GP MINMAX.

2.3.3. Le modèle du GP MINMAX

Le Goal Programming MINMAX (GPM) fait partie des variantes les plus anciennes du GP (Romero, 2004). Hormis la fonction objectif en elle-même, les variantes pondérée et MINMAX du modèle du GP sont assez similaires (Lee et Olson, 1999; 2004). La fonction objectif de cette variante consiste en la minimisation du maximum de la somme des déviations relatives aux différents objectifs (Romero, 1991). En d'autres termes, il s'agit de minimiser la déviation la plus importante et donc la moins appréciée par le décideur (Ignizio, 1982-b, 1983).

La formulation mathématique du GPM se présente généralement comme suit :

Programme 2.7 : Minimiser z

Sujet aux contraintes :

$$w_i^- \delta_i^- + w_i^+ \delta_i^+ \leq z \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

où :

z : représente la déviation maximale.

Selon Romero *et al.* (1998) et Tamiz *et al.* (1998), lorsque les valeurs de l'ensemble des buts introduits dans le modèle du GPM sont des valeurs idéales, la solution générée par ce modèle est une solution parfaitement équilibrée par rapport aux différents buts. Dans ce cas, et dû à la caractéristique du parfait équilibre de la solution, la fonction d'utilité sous-jacente du GPM est souvent dénommée fonction Rawlsienne. Toujours selon les mêmes auteurs, cette fonction d'utilité sera dénommée quasi-Rawlsienne lorsque, dans le cas plus général et pour n'importe quel ensemble de buts, la solution obtenue est proche ou coïncide avec une solution de type Rawlsien, autrement dit parfaitement équilibrée. Une solution parfaitement équilibrée correspond à une solution où les écarts pondérés entre les valeurs idéales (g_i^*) et les niveaux de réalisation des différents objectifs sont équivalents. Ceci est représenté par la formulation mathématique suivante :

$$\frac{W_1}{K_1} [g_1^* - f_1(x)] = \dots = \frac{W_i}{K_i} [g_i^* - f_i(x)] = \dots = \frac{W_p}{K_p} [g_p^* - f_p(x)]$$

Cependant, Ogryczak (2001-a, 2001-b) et Ganjavi *et al.* (2002) ont souligné et démontré que l'existence d'une solution parfaitement équilibrée n'est valable que dans certains cas bien précis et que par conséquent il n'est pas possible de généraliser, du moins pas avec la formulation proposée par Romero *et al.* (1998).

Le GPM utilise à son tour des coefficients de pondération w_i pour introduire une information relative aux préférences du décideur. Il en ressort que cette variante peut être classée dans la catégorie des variantes s'appuyant essentiellement sur la modélisation *a priori* des préférences du décideur. Il s'agit principalement pour ce dernier de fixer les buts afin de déterminer les déviations, auxquelles des coefficients d'importance sont assignés, et d'en minimiser le maximum.

Bien que le modèle du GP soit généralement considéré comme étant un modèle linéaire, certaines applications du GP ont induit des formulations non-linéaires (Tamiz *et al.*, 1998). Dans la prochaine sous-section, nous présentons deux versions possibles du modèle du GP non-linéaire, à savoir le GP fractionnel et le GP polynomial.

2.3.4. Le modèle du GP non-linéaire

Les applications du modèle du GP relevées dans la littérature relative à ce domaine et ayant induit des cas non linéaires ont principalement concerné le domaine de l'ingénierie, mais aussi celui de la planification financière et celui des choix des investissements (Romero, 1991; Lee et Olson, 1999). Le modèle du Goal Programming Non-Linéaire (GPNL) correspond aux situations décisionnelles où la forme analytique des objectifs (niveaux de réalisation) est non-linéaire et où la relation entre les déviations dans la fonction objectif peut aussi être non-linéaire (Romero, 1991). Ainsi, la forme analytique du modèle du GPNL peut correspondre, selon les cas, soit à une fonction économique polynomiale, soit à une fonction où les objectifs sont sous forme de fractions (Romero, 1991). Cette seconde forme correspond à un cas particulier du GPNL, plus connu sous le nom de GP fractionnel. Cette variante convient aux situations où les objectifs prennent la forme de ratios, comme c'est souvent le cas, par exemple, dans le domaine financier et dans la gestion prévisionnelle de façon générale (Romero, 1991; Lee et Olson, 1999), tels que le ratio de rendement sur investissement et le rapport dettes/capitaux propres (Kornbluth et Steuer, 1981). Nous retrouvons dans Kornbluth et Steuer (1981) une formulation du modèle du GP fractionnel linéaire basée sur la méthode de Charnes et Cooper (1962), où les objectifs sous forme de ratios sont composés de numérateurs et de dénominateurs linéaires. Selon Charnes et Cooper (1962), cette méthode permet de remplacer tout programme mathématique fractionnel linéaire par deux programmes linéaires au maximum équivalents au programme d'origine, et ce, par un changement de variable. Dans ce qui suit, nous présentons les formulations mathématiques du GP fractionnel et du GPNL.

Le programme mathématique du GP fractionnel s'écrit ainsi :

Programme 2.8 : Minimiser $Z = \sum_{i=1}^p (w_i^- \delta_i^- + w_i^+ \delta_i^+)$

Sujet aux contraintes :

$$\frac{f_{1i}(x)}{f_{2i}(x)} + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

Quant au modèle du GPNL, il se présente comme suit :

Programme 2.9 : Minimiser $Z = \sum_{i=1}^p (w_i^- \delta_i^- + w_i^+ \delta_i^+)$

Sujet aux contraintes :

$$\prod_{j=1}^n a_{ij} x_j^{b_j} + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

Selon Romero (1991), pour la résolution de ces programmes non-linéaires, il est généralement fait recours à de simples transformations mathématiques où les objectifs non-linéaires sont transformés en objectifs linéaires, et ce, afin d'éviter les complications dues à l'utilisation des algorithmes du GPNL. Ces transformations mathématiques consistent en général pour le GP fractionnel à multiplier le dénominateur de l'objectif par la valeur du but lui correspondant (Awerbuch *et al.*, 1976; Romero, 1991). Pour le GPNL où les objectifs prennent une forme polynomiale, il est généralement fait recours à des transformations logarithmiques. Or, dans les deux cas cités ci-dessus (objectifs fractionnels ou polynomiaux) ces transformations ne concernent que l'expression mathématique de l'attribut ($f_i(x)$) et ne sont pas appliquées aux déviations négatives et positives des buts correspondants (Romero, 1991). En d'autres termes, et à titre d'exemple, les déviations ne sont pas multipliées par le dénominateur $f_{2i}(x)$ du programme mathématique 2.6, comme ceci est illustré dans le programme suivant:

$$f_{1i}(x) - g_i f_{2i}(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = 0 \quad (2.8.1)$$

Cependant, d'un point de vue mathématique, il est plus correct de multiplier également g_i par les déviations δ_i^- et δ_i^+ , ce qui nous donne :

$$f_{1i}(x) + [\delta_i^- - \delta_i^+ - g_i] f_{2i}(x) = 0 \quad (2.8.2)$$

Il est ainsi aisé de constater, comme l'a fait remarquer Romero (1991), que les formulations (2.8.1) et (2.8.2) ne sont pas équivalentes et par conséquent peuvent aboutir à des solutions différentes. De plus, ce type de linéarisation directe peut aboutir à des solutions inférieures et même à des résultats erronés. Le même problème se pose pour le GPNL où le logarithme n'est pas appliqué aux déviations (Romero, 1991).

Bien que Romero (1991) émette des réserves à l'égard de ces pratiques de linéarisation directe, il souligne cependant que les buts fractionnels peuvent être directement linéarisés dans certains cas. Selon cet auteur, ces cas peuvent être identifiés grâce aux tests de Soyster et Lev (1978) et Hannan (1977, 1981-a) qui avaient souligné les difficultés associées à la procédure de linéarisation directe des objectifs fractionnels. Quand aux buts polynomiaux, ils ne peuvent être, en général, directement linéarisés et il est préférable, selon Romero et Amador (1986) et Romero (1991), d'avoir recours aux algorithmes du modèle du GPNL en particulier dans le domaine de l'ingénierie. Néanmoins, pour résoudre ce type de programme mathématique, il existe différents procédés de linéarisation. Pour les cas non-linéaires, Jones et Tamiz (1995), par exemple, utilisent une procédure de linéarisation empruntée à Williams (1978) puis les modélisent par des fonctions de pénalité.

Par ailleurs, Goedhart et Spronk (1995) ont proposé un modèle de GP fractionnel pour les contextes de planification financière. Leur modèle est basé sur une procédure interactive où l'ensemble des solutions efficaces est progressivement réduit, et ce, au fur et à mesure que le décideur ajuste les valeurs des buts qu'il a spécifié préalablement. Il est à noter que les valeurs initiales des buts que fixe le décideur dans cette procédure, sont des valeurs minimales qui vont être revalorisées à chaque itération, jusqu'à ce que celui-ci juge une solution obtenue comme étant la plus satisfaisante. Ohta et Yamaguchi (1996) ont proposé un modèle de GP fractionnel qui permet de prendre en considération l'imprécision relative aux paramètres relatifs à certains contextes décisionnels.

Récemment, Caballero et Hernández (2006) soulignent le nombre peu élevé des références relatives au GP fractionnel, et proposent une méthode de résolution de ce modèle, basée sur un modèle linéaire correspondant, qui permet, selon eux et si elles existent, d'identifier les solutions qui permettent d'atteindre tous les buts. En outre, ils développent une technique de restauration, basée sur le GPM et dénommée «Minimax Straight Restoration Technique», qui tente de maximiser simultanément les variables désirées (dans leur article, les déviations positives relatives aux différents objectifs), et ce, avec le même pourcentage.

Dans le modèle du GPNL, les préférences du décideur sont intégrées par le biais du paramètre des coefficients de pondération w_i . De façon générale, le GPNL fait plutôt partie des méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur. Toutefois, cette variante peut également utiliser des méthodes interactives, où le décideur peut réviser l'information fournie au préalable (Evans, 1984; Lee et Olson, 1999) et cette variante peut donc éventuellement, dans certains cas, être rangée dans la catégorie des méthodes avec une articulation progressive des préférences du décideur.

Les formulations du GP et certaines de ces variantes impliquent l'utilisation d'unités de mesure incommensurables, où les échelles de mesure utilisées peuvent induire une pondération implicite et non désirée. C'est ainsi que dans le modèle du GP, le recours à des méthodes de normalisation telle que la technique de normalisation euclidienne s'avère être nécessaire afin d'obtenir des unités de mesure comparables. De plus, le modèle du GP traite les déviations positives et négatives indifféremment et n'intègre pas suffisamment les préférences du décideur. Par ailleurs, les variantes du GP supposent que les valeurs des buts fixées pour chaque objectif sont des valeurs déterministes et précises. Or, dans certains cas, le décideur peut ne pas être en mesure de fournir une information aussi précise. Afin de recentrer le rôle du décideur dans le processus décisionnel, tout en remédiant aux difficultés liées à la procédure d'agrégation du modèle du GP, Martel et Aouni (1990) ont proposé une nouvelle formulation de ce modèle présentée ci-dessous.

2.3.5. Le Goal Programming incluant des fonctions de satisfaction

Nous avons pu voir que le modèle du GP dans ses diverses formulations traite différemment l'information relative à la structure des préférences du décideur. Cependant, il apparaît que dans la plupart de ces formulations, les préférences du décideur ne sont pas prises en compte de façon explicite.

Martel et Aouni (1990) ont reformulé le modèle du GP en développant le concept de fonction de satisfaction. Le modèle du GP incluant des Fonctions de Satisfaction (GPFS) permet d'intégrer explicitement les préférences du décideur. Ces fonctions sont établies par le décideur qui peut les spécifier différemment en fonction de chaque but, et selon que la déviation soit négative ou positive. Par ailleurs, cette formulation du GP peut être utilisée aussi bien dans les cas où les actions sont discrètes que dans les cas où elles sont continues.

Le concept des fonctions de satisfaction s'inspire de la notion du critère généralisé de la méthode PROMETHEE («Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluation») (Brans *et al.*, 1984). Les fonctions de satisfaction reflètent le degré de satisfaction du décideur à l'égard des déviations constatées entre les valeurs des buts fixées et celles obtenues par une solution donnée. Ces fonctions sont des fonctions qui varient entre 0 et 1 et qui sont monotones décroissantes par rapport aux déviations car elles varient inversement avec la valeur de ces déviations (voir la figure 2.1). Ainsi, plus la déviation sera proche du 0, plus le décideur sera satisfait, et par conséquent la fonction de satisfaction correspondante à l'objectif en question sera proche du 1. En revanche, si la déviation croît, la satisfaction du décideur diminuera jusqu'à devenir nulle si la déviation atteint un certain seuil noté par α_{io} . Ainsi, tel que l'a indiqué Aouni (1998), tout en maximisant la satisfaction du décideur, les déviations (δ_i) sont en fait minimisées. En outre, les fonctions de satisfaction utilisent trois types de seuils de préférence qui sont comme suit :

- des seuils d'indifférence (α_{id}) où sur un objectif i , le décideur est totalement satisfait tant que la déviation ne dépasse pas ce seuil;

- des seuils de satisfaction nulle (α_{io}) où sur un objectif i , le décideur n'est pas réellement satisfait si la déviation associée à la solution atteint ce seuil, mais ne la rejette pas;
- et des seuils de *veto* (α_{iv}) qui rendent toute solution, dont au moins une déviation dépasse l'un de ces seuils, inadmissible.

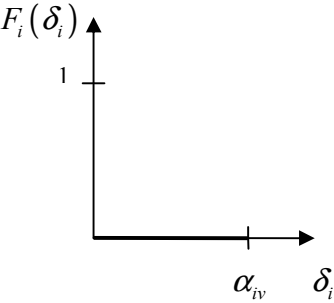
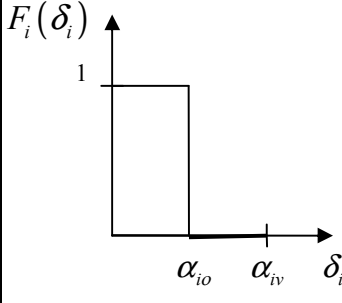
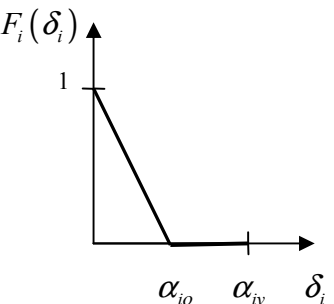
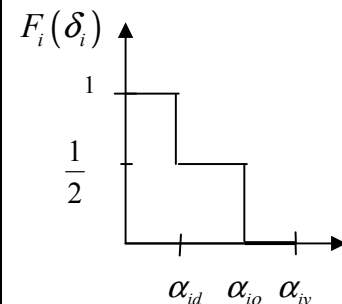
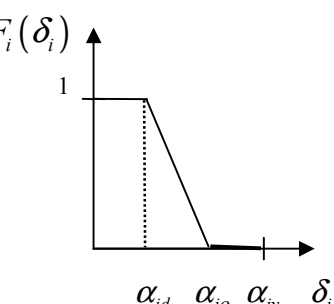
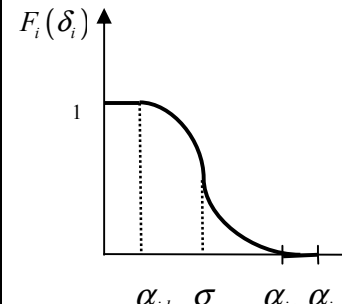
Type de fonction	Forme analytique	Type de fonction	Forme analytique
 Type I	$F_i(\delta_i) = \begin{cases} 1, & \delta_i = 0 \\ 0, & 0 < \delta_i \leq \alpha_{iv} \end{cases}$	 Type II	$F_i(\delta_i) = \begin{cases} 1, & \delta_i \leq \alpha_{id} \\ 0, & \alpha_{id} \leq \delta_i \leq \alpha_{iv} \end{cases}$
 Type III	$F_i(\delta_i) = \begin{cases} 1 - \frac{\delta_i}{\alpha_{io}}, & \delta_i \leq \alpha_{io} \\ 0, & \alpha_{io} \leq \delta_i \leq \alpha_{iv} \end{cases}$	 Type IV	$F_i(\delta_i) = \begin{cases} 1, & \delta_i \leq \alpha_{id} \\ \frac{1}{2}, & \alpha_{id} < \delta_i \leq \alpha_{io} \\ 0, & \alpha_{io} \leq \delta_i \leq \alpha_{iv} \end{cases}$
 Type V	$F_i(\delta_i) = \begin{cases} 1, & \delta_i \leq \alpha_{id} \\ \frac{\alpha_{io} - \delta_i}{\alpha_{io} - \alpha_{id}}, & \alpha_{id} < \delta_i \leq \alpha_{io} \\ 0, & \delta_i \leq \alpha_{iv} \end{cases}$	 Type VI	$F_i(\delta_i) = \begin{cases} e^{-\delta_i^2/2\sigma^2} & \text{si } \delta_i \leq \alpha_{iv} \end{cases}$

Figure 2.1: Les six types de fonctions de satisfaction

Dans la figure 2.1, la fonction de type VI représente une forme générale de fonction de satisfaction. En plus de cette dernière, Martel et Aouni (1990) ont mis à la disposition du décideur, parallèlement aux fonctions développées dans la méthode PROMETHEE, cinq autres types particuliers des fonctions représentées dans la figure 2.1. Ces six fonctions permettent de modéliser plusieurs types de préférences. Ainsi, par exemple, les fonctions de type escalier (IV) conviennent particulièrement aux cas où les préférences sont discrètes. De plus, les fonctions où un intervalle $[0, \alpha_{id}]$ par exemple est déterminé, peuvent convenir aux cas où les buts ne peuvent être fixés avec précision (Aouni, 1998) (ce point sera discuté dans la prochaine section). Néanmoins, il est important de souligner que ces six fonctions de satisfaction ne constituent en aucun cas une liste restrictive ni exhaustive, au contraire, le décideur peut spécifier d'autres types de fonctions selon sa propre structure de préférence. Les six fonctions déterminées par Martel et Aouni (1990) ne l'ont été que pour constituer un cadre de référence général auquel peuvent se référer les décideurs et les analystes.

Le programme mathématique (2.3), présenté précédemment, a été reformulé comme suit :

Programme 2.10 : Maximiser $Z = \sum_{i=1}^p \left(w_i^+ F_i^+ (\delta_i^+) + w_i^- F_i^- (\delta_i^-) \right)$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$0 \leq \delta_i^- \leq \alpha_{iv}^- \quad \text{et} \quad 0 \leq \delta_i^+ \leq \alpha_{iv}^+ \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

où :

$F_i^+ (\delta_i^+)$, $F_i^- (\delta_i^-)$: représentent respectivement les fonctions de satisfaction relatives aux déviations positives et négatives par rapport à l'objectif i ;

Ainsi formulé, le modèle du GP permet, d'une part, de pallier au problème d'incommensurabilité des échelles de mesure, vu que les fonctions de satisfaction expriment des degrés de satisfaction relatifs aux différentes déviations et non plus les déviations en elles-mêmes. D'autre part, il permet d'intégrer explicitement les préférences du décideur. Cette nouvelle formulation du GP convient aussi bien aux cas déterministes qu'aux cas caractérisés par un environnement imprécis et incertain. Il peut aussi bien convenir aux situations décisionnelles où le décideur dispose d'une information précise comme à celles où il ne dispose que d'une information partielle, incomplète ou incertaine.

Concernant la prise en compte des préférences du décideur dans le modèle du GP avec les fonctions de satisfaction, elle se fait en premier lieu d'une manière «classique» par l'entremise des coefficients de pondération w_i . En deuxième lieu, nous considérons qu'elle se fait par l'entremise des fonctions de satisfaction en elles-mêmes. En ceci, elles expriment avant tout une intensité de préférence relative aux différents degrés d'atteinte des objectifs. De plus, elles sont établies à l'aide de différents seuils dont les seuils de *veto* qui permettent au décideur d'exprimer, implicitement, l'importance relative des différents objectifs, et ce par exemple en attribuant au seuil de *veto* une valeur très petite sur un objectif important comparativement à un autre (Aouni, 1998). En outre, il est à souligner que l'utilisation de ces seuils fait en sorte que ce modèle est partiellement non compensatoire; en ce sens qu'une mauvaise performance sur l'un des objectifs ne peut être compensée complètement par une bonne performance sur d'autres objectifs.

Le modèle du GP avec les fonctions de satisfaction peut être aussi bien classé dans la catégorie des méthodes avec une articulation *a priori* des préférences du décideur, comme dans celle avec une articulation progressive de ces préférences. En effet, l'élaboration de telles fonctions peut se faire d'une façon évolutive et progressive, et ce pour refléter le plus fidèlement possible la structure de préférence du décideur. Ce dernier peut, en effet, réviser durant le processus décisionnel, les fonctions de satisfaction qu'il aura préalablement établies, comme cela a été le cas, dans le choix de l'emplacement d'un aéroport dans le Nouveau-Québec (Martel et Aouni, 1992). De plus, dans ce cas d'application, comme nous l'avons déjà souligné, plusieurs décideurs étaient

impliqués et de ce fait les fonctions de satisfaction élaborées étaient le fruit d'un travail conjoint et d'une concertation entre ces décideurs.

En grande majorité, les variantes du GP supposent que les valeurs des buts fixées pour chaque objectif sont des valeurs déterministes et précises. Or, dans certains contextes décisionnels caractérisés par l'imprécision, le décideur peut ne pas être en mesure de fournir une information aussi précise. L'information disponible s'avère être dans ces cas de nature différente. En effet, elle peut être de nature floue ou imprécise, d'autant plus que les décideurs évoluent, de nos jours, dans un environnement de plus en plus imprécis (Zeleny, 1982; Romero, 1991, 2004; Martel et Aouni, 1996, 1998; Wang et Fu, 1997; Aouni, 1998; Chen et Tsai, 2001; Aouni *et al.*, 2005).

C'est ainsi que d'autres variantes ont été développées pour considérer ce type d'information. Parmi les principales variantes du modèle du GP qui traitent les valeurs des buts comme étant des valeurs imprécises, incertaines et floues, nous pouvons citer dans l'ordre celles du GP avec intervalles, le GP stochastique et le GP flou. Ces trois variantes feront l'objet de la prochaine section.

2.4. Les variantes du GP dans un environnement imprécis

L'imprécision caractérise, parfois si ce n'est souvent, certains contextes décisionnels. Ceci se traduit au niveau du décideur par la disponibilité d'une information partielle voire imprécise et/ou incertaine. Le décideur se retrouve ainsi dans l'incapacité de déterminer avec précision les paramètres de la situation décisionnelle. Afin de modéliser cette imprécision dans le modèle du GP, il est généralement fait recours aux fonctions de pénalité, aux fonctions d'appartenance et à la théorie des probabilités. Néanmoins, le modèle du GP à l'aide des fonctions de satisfaction permet de modéliser cette imprécision et/ou incertitude (aussi bien les valeurs floues que les valeurs imprécises et incertaines) tout en intégrant explicitement les préférences du décideur.

2.4.1. Le modèle GP avec intervalles

Dans le modèle du GP avec Intervalles (GPI), les buts spécifiés pour les différents objectifs prennent la forme d'intervalles. Afin de modéliser cette variante, il est courant d'utiliser les fonctions de pénalité (Romero, 1991, 2004; Jones et Tamiz, 1995). La première formulation du GPI a été proposée par Charnes et Collomb (1972) et a été développée par Charnes *et al.* (1976) et Charnes et Cooper (1977). Cependant, d'autres formulations du GPI utilisant les fonctions de pénalité ont été développées et proposées par différents auteurs (Kvanli, 1980; Romero, 1984; Can et Houck, 1984). Kvanli (1980) a proposé une méthode qui utilise des fonctions de pénalité de forme U et l'a appliqué à un cas de planification financière. Romero (1984), Can et Houck (1984) ont apporté des améliorations à la méthode de Kvanli (1980).

Les fonctions de pénalité sont des fonctions composées de plusieurs segments linéaires correspondant en fait au nombre d'intervalles utilisés dans le modèle. La figure 2.2 représente une fonction de pénalité à cinq côtés. Ces derniers représentent plusieurs intervalles : un intervalle «cible» représenté par $[g_c, g_d]$, et d'autres intervalles où les déviations sont pénalisées. Tant que la valeur que prend le but se situe dans l'intervalle cible, le décideur est satisfait et par conséquent aucune pénalité n'est appliquée. Au delà de cet intervalle, les déviations négatives (δ_i^-) et positives (δ_i^+) sont pénalisées selon différentes pénalités marginales correspondantes aux différents segments. Les pénalités marginales appliquées aux déviations (δ_i^-) sont annotées par α_j , tandis que celles appliquées aux déviations (δ_i^+) sont notées par β_k . De plus, lorsque les déviations dépassent une certaine valeur ($(g_c - g_a)$ pour les δ_i^- et $(g_f - g_d)$ pour les δ_i^+), une pénalité infinie est appliquée.

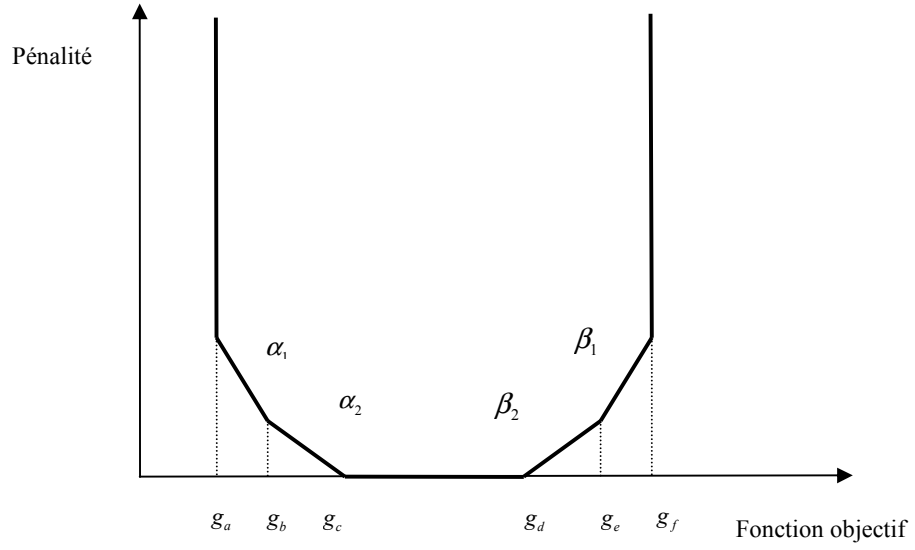


Figure 2.2 : Fonction de pénalité à 5 segments de forme U

Dans ce qui suit, nous présentons la formulation du GPI de Kvanli (1980) à l'aide des fonctions de pénalité :

Programme 2.11 : Minimiser $Z = \alpha_1 \delta_{11}^- + \alpha_2 \delta_{12}^- + \beta_2 \delta_{13}^+ + \beta_1 \delta_{14}^+$

Sujet aux contraintes :

$$f_1(x) \leq g_f,$$

$$f_1(x) + \delta_{14}^- - \delta_{14}^+ = g_e;$$

$$f_1(x) + \delta_{13}^- - \delta_{13}^+ = g_d;$$

$$f_1(x) + \delta_{12}^- - \delta_{12}^+ = g_c;$$

$$f_1(x) + \delta_{11}^- - \delta_{11}^+ = g_b;$$

$$f_1(x) \geq g_a;$$

$$x \in X;$$

$$\delta_{1j}^- \text{ et } \delta_{1j}^+ \geq 0 \text{ (pour } j = 1, 2, \dots, 4).$$

Bien que la méthode de Kvanli (1980) soit généralement représentée par des fonctions de pénalité à cinq côtés (Figure 2.2), elle peut être appliquée, selon Romero (1991), à des fonctions ayant un nombre supérieur de côtés. En effet, cet auteur considère que cette méthode revêt un caractère général et peut être facilement généralisée à des fonctions de pénalité impliquant plus de cinq côtés. Selon Romero (1991), la méthode de Kvanli (1980) ainsi présentée a permis de simplifier la méthode proposée par Charnes *et al.* (1976). Néanmoins, il révèle que la méthode de Kvanli (1980) présente un inconvénient qui consiste en un double calcul qui peut mener, à l'exception de certains cas, à des résultats erronés. Les cas d'exception, où la méthode de Kvanli (1980) produit des résultats valides, sont ceux où le niveau d'atteinte du but se situe dans l'intervalle cible ou dans les intervalles des deux premiers côtés des fonctions de pénalité. Dans les autres cas, et afin de remédier à cet effet indésirable de double calcul qui induit une valeur surestimée de la pénalité totale, Romero (1984) apporte une modification à la méthode de Kvanli (1980) et la reformule globalement de la même manière sauf pour les troisième et quatrième contraintes du programme mathématique (2.11), et ce, comme suit :

Programme 2.12 : Minimiser $Z = \alpha_1 \delta_{11}^- + \alpha_2 \delta_{12}^- + \beta_2 \delta_{13}^+ + \beta_1 \delta_{14}^+$

Sujet aux contraintes :

$$f_1(x) \leq g_f ;$$

$$f_1(x) + \delta_{14}^- - \delta_{14}^+ = g_e ;$$

$$f_1(x) + \delta_{13}^- - \delta_{13}^+ - \delta_{14}^+ = g_d ;$$

$$f_1(x) + \delta_{11}^- + \delta_{12}^- - \delta_{12}^+ = g_c ;$$

$$f_1(x) + \delta_{11}^- - \delta_{11}^+ = g_b ;$$

$$f_1(x) \geq g_a ;$$

$$x \in X ;$$

$$\delta_{1j}^- \text{ et } \delta_{1j}^+ \geq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, 4).$$

Par ailleurs, Can et Houck (1984) ont développé, dans la même optique, une autre méthode pour modéliser le GP avec les fonctions de pénalité. Cette méthode permet d'une part de pallier à l'inconvénient de la méthode de Kvanli (1980), et d'autre part, offre certains avantages, en termes de temps de résolution du programme, par rapport à la version de Romero (1984), les deux méthodes (celles de Romero (1984) et de Can et Houck (1984)) produisant toutefois les mêmes résultats (Romero, 1991). Ces trois approches sont comparées et illustrées par un exemple numérique dans Romero (1991).

Par rapport au modèle du GP standard, ces diverses formulations permettent au décideur de considérer différemment les déviations négatives et positives relatives aux buts fixés dans le modèle. Cependant, Martel et Aouni (1998) relèvent que les fonctions de pénalité utilisées dans ces formulations sont linéaires et ont une forme symétrique. Ils considèrent que ces formulations se préoccupent plus de la modélisation de l'imprécision que de révéler la structure de préférence du décideur et ainsi n'impliquent pas suffisamment ce dernier. De plus, dans certaines formulations telle que celle d'Inuiguchi et Kume (1991), les valeurs de chaque but se trouvant à l'origine dans un intervalle sont supposées converger vers une valeur centrale (Aouni, 1998; Martel et Aouni, 1996; 1998). Or, le décideur est supposé ne pas avoir d'idée ou avoir une idée non précise sur les valeurs des buts. Par conséquent, toutes les valeurs exprimées en termes d'intervalles doivent être traitées de manière similaire et il n'y a pas de raison de favoriser les valeurs centrales comparativement aux autres valeurs.

Les formulations du GPI à l'aide des fonctions de pénalité peuvent être classées dans la catégorie des méthodes avec intégration *a priori* des préférences du décideur dans le sens où celui-ci est généralement plus appelé à fixer ses buts qu'à introduire ses préférences plus tard dans le processus. Dans cette variante, l'information relative aux préférences du décideur est considérée être prise en compte par les différentes pentes des segments de droite définissant les pénalités. Ces paramètres sont généralement fixés *a priori*.

Martel et Aouni (1996, 1998) ont employé leur reformulation du modèle du GP pour généraliser les formes des fonctions de pénalité et pour modéliser aussi bien les valeurs des buts floues que celles avec intervalles. Pour ce faire, ils ont proposé de fixer deux bornes, l'une supérieure (g_i'') et l'autre inférieure (g_i^l), pour les valeurs des buts. Ainsi,

les buts annotés par ξ_i au lieu de g_i pour préciser leur nature floue et imprécise, représentent dès lors un point quelconque dans un intervalle cible donné tel que : $\xi_i \in [g_i^l, g_i^u]$ (Aouni, 1998; Martel et Aouni, 1998). De plus, les seuils d'indifférence (α_{id}) des fonctions de satisfaction sont ici utilisés pour modéliser l'imprécision relative à la situation décisionnelle. Aouni (1998) définit ces seuils comme suit :

$$\alpha_{id}^- \geq \xi_i - g_i^l;$$

$$\alpha_{id}^+ \geq g_i^u - \xi_i.$$

Pour les objectifs où les deux types de déviations positives et négatives sont minimisés par exemple, et qui se situent dans les intervalles $[0, \alpha_{id}^-]$ ou $[0, \alpha_{id}^+]$ le décideur s'avère être satisfait. En fait, il s'agit d'intervalles cibles. Hormis cette zone, les fonctions de satisfaction, qui peuvent prendre diverses formes, sont monotones décroissantes.

Ainsi, la reformulation du modèle du GP avec buts imprécis et flous telle proposée par Aouni (1998) se présente comme suit :

$$\text{Programme 2.13 :} \quad \underset{x \in X}{\text{Maximiser}} \quad Z = \sum_{i=1}^p \left(w_i^+ F_i^+ (\delta_i^+) + w_i^- F_i^- (\delta_i^-) \right)$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = \xi_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$0 \leq \delta_i^- \leq \alpha_{iv}^- \quad \text{et} \quad 0 \leq \delta_i^+ \leq \alpha_{iv}^+ \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\xi_i \in [g_i^l, g_i^u].$$

Ainsi, avec cette reformulation du modèle du GP, les préférences du décideur sont explicitées par différents paramètres. D'une part, les fonctions de satisfaction en elles-mêmes qui révèlent le degré de satisfaction du décideur par rapport aux différentes déviations sans omettre les coefficients w_i qui révèlent l'importance relative des

objectifs. D'autre part, les différents seuils (de veto α_{iv} , d'indifférence α_{id} ou de satisfaction nulle α_{i0}) offrent la possibilité non seulement de prendre en considération les préférences du décideur mais de modéliser aussi l'imprécision relative à certains contextes décisionnels.

Plusieurs autres formulations du GPI ont été proposées dans la littérature correspondante. La méthode de Jones et Tamiz (1995) est considérée comme la formulation du GPI la plus efficace (Vitoriano et Romero, 1999; Romero, 2004; Chang, 2006). Elle permet de modéliser plusieurs sortes de préférences du décideur en utilisant différentes sortes de fonctions de pénalité. Taguchi *et al.* (1997) ont utilisé les algorithmes génétiques pour proposer une méthode de résolution des modèles de GP non linéaires et en nombres entiers. Leur modèle ne requiert pas une méthode de linéarisation. De plus, les buts et les paramètres technologiques de leur modèle sont exprimés à l'aide d'intervalles. Vitoriano et Romero (1999) ont soulevé que l'hypothèse de décomposition des préférences sous-jacente à la plupart des approches citées ci-dessus peut conduire à des solutions non désirées vis-à-vis de certains objectifs. Ces auteurs recommandent d'utiliser une version MAXMIN du modèle du GPI pour pallier à cette insuffisance. Hämäläinen et Mäntysaari (2001; 2002) considèrent la gestion dynamique d'un système de lacs-rivière et d'un problème d'optimisation de chauffage résidentiel où les buts des décideurs sont exprimés à l'aide d'intervalles. Chang (2006) utilise les fonctions de pénalité pour formuler deux modèles de GPI pondérés. Selon Chang (2006), le premier modèle proposé est plus efficace que celui de Jones et Tamiz (1995) car introduisant moins de variables additionnelles et moins de contraintes auxiliaires tout en permettant de considérer différentes structures de préférence du décideur. Le second modèle développé par Chang (2006) combine deux approches, celles du GPI et du GP binaire mixte, considérant ainsi l'introduction de variables binaires dans le modèle. Les deux modèles proposés par Chang (2006) utilisent les coefficients de pondération pour refléter les préférences du décideur. Calvete *et al.* (2007) ont développé un modèle de «Mixed-Integer» GP pondéré pour traiter un problème de routage de taille moyenne qui prend en considération les plages horaires durant lesquelles les clients préfèrent être servis. L'importance relative

des différents objectifs considérés dans leur modèle est prise en considération par le biais des coefficients de pondération.

Certaines formulations du GPI ont été utilisées dans des contextes d'estimation. Aouni et Martel (2004) ont utilisé leur formulation du GP dans un environnement imprécis (Aouni *et al.*, 1997; Martel et Aouni, 1996; 1998) pour estimer la valeur marchande d'un ensemble de propriétés résidentielles tout en prenant en compte l'expérience et le jugement de l'expert par le biais des fonctions de satisfaction. Kharrat *et al.* (2007) ont exploité le concept des fonctions de satisfaction pour proposer un nouveau modèle d'estimation avec corrélation en série. La formulation d'Aouni *et al.* (1997) a été utilisée pour considérer l'imprécision des variables dépendantes tout en intégrant explicitement les préférences du décideur.

Certains contextes décisionnels dans un environnement imprécis induisent que le décideur ne dispose que d'une information floue et vague. La variante du GP flou, que nous présentons dans la prochaine sous-section, permet de considérer ce type de situations où les paramètres du problème sont flous.

2.4.2. Le modèle du GP flou

Le modèle du Goal Programming Flou (GPF) a été développé pour modéliser l'imprécision relative aux situations décisionnelles, situations où le décideur ne peut attribuer que des valeurs vagues et approximatives aux buts. L'article de Bellman et Zadeh (1970) constitue l'une des premières tentatives pour appliquer la théorie des ensembles flous au domaine de l'aide à la décision. Dans leur article, Bellman et Zadeh (1970) introduisent les concepts de base de la prise de décision dans un environnement imprécis (flou), tels que les notions d'objectifs et de contraintes flous. En outre, ils envisagent l'utilisation de coefficients de pondération pour refléter l'importance relative des objectifs.

Les premières formulations de PMOM en environnement flou, dont Zimmerman (1978) est le précurseur, modélisent l'imprécision relative aux buts (valeurs floues) en utilisant et reformulant le concept des fonctions d'appartenance initialement proposé par Zadeh

(1965) et Bellman et Zadeh (1970). Ce concept est repris plus tard par Narasimhan (1980) et Hannan (1981-b; 1981-c) qui ont proposé les premières formulations du modèle du GPF. Selon Chanas et Kuchta (2002), les fonctions d'appartenance peuvent avoir deux interprétations principales : l'une renvoie à l'imprécision relative aux paramètres d'un contexte décisionnel, l'autre interprétation renvoie au degré de satisfaction du décideur à l'égard des valeurs des buts atteintes. En outre, les fonctions d'appartenance peuvent prendre des valeurs allant de 0 à 1. Ainsi, si l'objectif est totalement atteint, la valeur que prendra la fonction correspondante sera de 1, dans les autres cas, cette valeur variera entre 0 et 1.

Nous retenons ici la formulation de Hannan (1981-b) qui se présente comme suit :

Programme 2.14 : Maximiser $Z = \lambda$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(x)/\Delta_i + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i/\Delta_i \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\lambda + \delta_i^- + \delta_i^+ \leq 1 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\lambda, \delta_i^- \text{ et } \delta_i^+ \geq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

où :

Δ_i : représente une constante de déviation par rapport aux buts g_i fixée par le décideur.

Cette formulation implique une représentation linéaire équivalente de la fonction d'appartenance $\mu_i(x)$ suivante :

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } f_i(x) \leq g_i - \Delta_i \\ (f_i(x) - (g_i - \Delta_i))/\Delta_i, & \text{si } g_i - \Delta_i \leq f_i(x) \leq g_i \\ (g_i + \Delta_i - f_i(x))/\Delta_i, & \text{si } g_i \leq f_i(x) \leq g_i + \Delta_i \\ 0, & \text{si } f_i(x) \geq g_i + \Delta_i \end{cases}$$

Cette fonction peut être représentée sous la forme triangulaire suivante :

Fonction d'appartenance

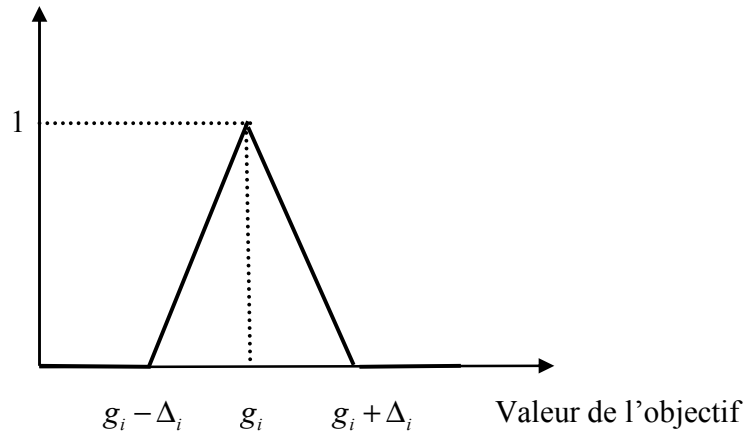


Figure 2.3 : Forme triangulaire de la fonction d'appartenance

Par rapport aux formulations classiques du modèle du GP, le développement du GPF a permis de considérer une nouvelle façon de modéliser l'imprécision relative aux paramètres des contextes décisionnels. Cependant, le modèle du GPF formulé de la sorte apparaît comme étant rigide. En d'autres termes, il ne permet pas de modéliser plusieurs types de préférence du décideur. Ignizio (1982-b) souligne le fait que les fonctions d'appartenance de forme triangulaire développées dans les travaux de Narasimhan (1980) et Hannan (1981-b), ne conviennent qu'à des situations limitées et bien précises.

Martel et Aouni (1998) soulèvent les mêmes critiques aux formulations utilisées dans le GPI et le GPF. Ils considèrent, qu'en général, ces formulations se préoccupent plus de la modélisation de l'imprécision *stricto sensu*, bien qu'utilisant une approche particulière en favorisant les valeurs centrales et ne prennent pas assez en compte les préférences du décideur.

La modélisation des préférences du décideur dans le modèle du GPF se fait généralement, en plus des fonctions d'appartenance quand elles sont utilisées à ces fins, par le biais du paramètre des poids et/ou sous la forme d'un classement des différents objectifs décrivant ainsi leur importance relative. De plus, certaines approches interactives du modèle du GPF ont été proposées. Dans ce qui suit, nous regroupons

plusieurs formulations du GPF qui ont été proposées dans la littérature relative à ce domaine, dans trois catégories principales en fonction que les modèles développés soit pondérés, lexicographiques ou interactifs.

2.4.2.1. Le GP flou pondéré

Les formulations du GPF qui utilisent les coefficients de pondération pour représenter la structure de préférence du décideur sont multiples. Tiwari *et al.* (1987) ont proposé un modèle du GPF simple qui maximise la somme des fonctions d'appartenance au lieu de minimiser la somme des déviations. La version pondérée de ce modèle utilise les coefficients de pondération pour représenter l'importance relative des multiples objectifs. Chang et Wang (1997) ont appliqué le modèle du GPF au domaine de la gestion des déchets solides. Les buts dans leur formulation sont imprécis (valeurs floues) tandis que les paramètres des contraintes ont des valeurs précises. Leur modèle du GPF est basé sur le modèle pondéré de Tiwari *et al.* (1987) et prend en considération quatre objectifs : les coûts, la réduction des embouteillages, le contrôle de la nuisance sonore et le contrôle de la qualité de l'air. L'importance relative de ces objectifs est prise en compte dans leur modèle par le biais des coefficients d'importance relative. Gen *et al.* (1997) ont proposé d'utiliser les algorithmes génétiques pour résoudre les modèles de GP dont l'information disponible est de nature floue et non-linéaire. Les coefficients de pondération sont également utilisés dans leur modèle pour refléter l'importance relative des objectifs. Kim et Whang (1998) proposent une formulation du GPF basée sur celle de Hannan (1981-b) qui remplace l'utilisation des fonctions d'appartenance usuelles par le concept des variables de tolérance pour exprimer les buts flous du décideur. Ils considèrent ainsi que la minimisation des variables de tolérance utilisées dans leur modèle équivaut à maximiser les fonctions d'appartenance des différents buts. En outre, ils considèrent que leur modèle est plus avantageux par rapport aux formulations de Narasimhan (1980) et Hannan (1981-b) car il permet de considérer les situations décisionnelles qui impliquent des coefficients de pondération différents et des fonctions d'appartenance triangulaires et asymétriques. Dans leur modèle, les préférences du décideur sont ainsi exprimées par l'entremise des coefficients d'importance relative. Roy et Maiti (1998) ont utilisé les

coefficients de pondération pour refléter l'importance relative des différents objectifs flous d'un modèle d'inventaire multi-objectif. Selon Lin (2004), la version du GPF pondéré de Tiwari *et al.* (1987) semble être la seule formulation, comparativement aux approches conventionnelles, qui permet de considérer adéquatement l'importance relative des différents objectifs. Cependant, cette formulation, toujours selon le même auteur, peut poser des problèmes lorsque des fonctions d'appartenance quasi-concaves sont considérées. Lin (2004) propose ainsi une formulation MAXMIN pondérée du modèle du GPF, où les préférences du décideur sont introduites dans ce modèle par les coefficients de pondération. Chan *et al.* (2005) ont utilisé un système immunitaire artificiel (une catégorie d'algorithmes d'optimisation) pour résoudre leur formulation du GPF dans un cas de gestion de production. Leur modèle est un GPF pondéré qui utilise les fonctions d'appartenance et les coefficients de pondération relative pour modéliser les préférences du décideur. De plus, leur modèle introduit les fonctions de pénalité dans la fonction objectif pour empêcher la violation de certaines contraintes. Kongar et Gupta (2006) se sont intéressés au recyclage des produits électroniques et ils ont appliqué un modèle de GPF à un système de démontage-réassemblage dont l'objet est d'optimiser les activités de traitement de ces produits se trouvant en fin de cycle de vie. Leur formulation est basée sur le modèle du GPF de Lin (2004) et introduit par conséquent les préférences du décideur par le biais des coefficients de pondération. Yaghoobi et Tamiz (2007) ont proposé une extension du modèle du GPF de Hannan (1981-b) où les coefficients de pondération sont utilisés à des fins de normalisation et de modélisation des préférences du décideur.

2.4.2.2. Le GP flou lexicographique

Plusieurs modèles du GPF ayant une structure lexicographique ont été proposés. Tiwari *et al.* (1987), ont introduit, en plus de la version pondérée de leur modèle additif du GPF, une version lexicographique du même modèle. Dans leur formulation, les degrés d'appartenance des objectifs obtenus dans un niveau de priorité donné (excluant le dernier niveau de priorité) sont introduits successivement en tant que contraintes dans les niveaux de priorité inférieurs. Mohanty et Vijayaraghavan (1995) ont proposé une

approche pour convertir un modèle de programmation mathématique à objectifs multiples en un modèle de GPL en utilisant le concept des ensembles flous pour traiter un cas de planification des moyens de transport urbain. Wang et Fu (1997) ont proposé une formulation du modèle de GPF qui permet de représenter différentes attitudes du décideur vis-à-vis du risque par différentes sortes de fonction d'appartenance. En outre, ces auteurs ont proposé une méthode de résolution du GPF lexicographique qui introduit le concept de coût de pénalité pour permettre au modèle de converger vers des solutions non réalisables si l'ordre de priorité des différents objectifs n'est pas respecté.

Chen et Tsai (2001) proposent une autre formulation du modèle du GPF lexicographique. Ils mettent l'accent sur la façon dont l'importance relative des objectifs est prise en compte dans certaines formulations du GPF. Ils considèrent que certaines approches, telles que celle de Tiwari *et al.* (1987) qui ont utilisé dans leur formulation des coefficients de pondération pour révéler l'importance relative des objectifs, peuvent aboutir dans certains cas, à des résultats non désirés quand les valeurs de ces coefficients sont modifiées. Chen et Tsai (2001) proposent de reformuler la version lexicographique du GPF de Tiwari *et al.* (1987). Leur formulation permet, selon eux, de refléter explicitement l'importance relative des objectifs aux yeux du décideur, par le biais de la fixation d'un degré d'appartenance pour chaque objectif flou. Plus l'objectif est important pour le décideur, plus le degré d'appartenance correspondant sera élevé. Les fonctions d'appartenance, qui reflètent les différents degrés d'aspiration du décideur, sont introduites dans le modèle sous forme d'un système de contraintes où les objectifs appartenant au premier niveau d'importance, par exemple, ont le même degré d'appartenance.

Pal et Moitra (2004) ont proposé un modèle de GPF lexicographique comportant quatre niveaux de priorité dans un cas de planification agricole où les buts et les coefficients technologiques sont des paramètres flous. De plus, des coefficients de pondération sont utilisés dans leur formulation pour représenter l'importance relative des objectifs appartenant au même niveau de priorité. Biswas et Pal (2005) ont adopté le modèle du GPF avec différents niveaux de priorité pour planifier l'utilisation des terres agricoles. Des coefficients de pondération sont également utilisés dans chaque niveau de priorité pour refléter l'importance relative des objectifs considérés dans leur modèle tels que ceux

du profit, de l'utilisation des terres cultivables et de la production agricole à réaliser. Mishra *et al.* (2006) utilisent un modèle de GPF dans un cas de sélection des machines-outils et d'allocation des opérations à effectuer dans un système de production flexible. Pour résoudre leur formulation de GPF, Mishra *et al.* (2006) ont employé une nouvelle approche qu'ils nomment «Quick Converging Simulated Annealing» qui réunit les attributs des algorithmes génétiques et des algorithmes de recuit simulé.

Chen et Weng (2006) ont proposé une formulation de GPF lexicographique basé sur le modèle de Chen et Tsai (2001). Ils ont appliqué leur modèle à un cas de planification de «Quality Function Deployment» (QFD) où la satisfaction des consommateurs, les coûts et la difficulté technique liée au design du produit sont les objectifs imprécis que les décideurs prennent en considération. Hu *et al.* (2007) ont considéré que les contraintes utilisées dans le modèle de Chen et Tsai (2001) pour représenter l'ordre de priorité des objectifs sont trop strictes. Pour relâcher ces contraintes et introduire une certaine flexibilité, Hu *et al.* (2007) ont utilisé la méthode d'optimisation dénommée «Generalized Varying Domain Method» pour formuler un modèle de GPF ayant différents niveaux de priorité. Le modèle ainsi obtenu est résolu à l'aide des algorithmes génétiques.

2.4.2.3. Le GP flou interactif

Certaines formulations du modèle du GPF ont été développées selon une procédure interactive. Min (1988, 1989) a employé les formulations de Narasimhan (1980) et Hannan (1981-b) pour proposer un modèle de GPF interactif qui a été utilisé, dans l'ordre, dans un cas d'expansion et de relocalisation d'une librairie publique et dans le cas de localisation des filiales bancaires. Sasaki *et al.* (1990) développent un modèle de GPF interactif séquentiel auquel la méthode de «l'idéal le plus distant» est appliquée pour obtenir une solution du meilleur compromis. Les fonctions d'appartenance et les coefficients de pondération sont utilisés dans leur modèle pour introduire la structure des préférences du décideur. Abd El-Wahed et Lee (2006) ont combiné le modèle du GP, la théorie des ensembles flous et les approches interactives pour développer une version

interactive du GPF qu'ils ont utilisé dans un problème multi-objectifs de transport. Dans leur modèle, le décideur est sollicité principalement pour évaluer les solutions obtenues.

Dans certains cas, l'information imprécise dont dispose le décideur peut être de nature probabiliste. Dans ce cas, le décideur ne peut préciser les valeurs des paramètres du contexte décisionnel avec certitude, mais peut fournir une information relative à la distribution de probabilité de ces paramètres. La variante du GP stochastique a été développée pour modéliser ce genre de situations décisionnelles.

2.4.3. Le modèle du GP stochastique

L'information disponible et relative aux contextes décisionnels auxquels font face les décideurs de nos jours, tend à être imprécise. Cette imprécision revêt dans certains cas la forme d'incertitude où les paramètres de certains objectifs et contraintes sont de nature stochastique (probabiliste). L'un des modèles les plus reconnus et utilisés en programmation stochastique est celui du Chance Constrained Programming (CCP) développés par Charnes et Cooper (1952, 1959, 1963). Ce modèle permet au décideur de spécifier des niveaux de probabilité pour lesquels il désire que les contraintes et les objectifs se réalisent (Keown et Martin, 1977; Lee et Olson, 1985). De plus, selon Aouni *et al.* (2005), l'idée principale du modèle CCP est de permettre au décideur de faire des compromis entre les divers degrés d'atteinte des objectifs et le risque associé à ces derniers, et ce, pour obtenir les solutions les plus satisfaisantes.

La première formulation du Goal Programming Stochastique (GPS), où les valeurs des buts sont des valeurs incertaines (stochastiques), a été proposée par Contini (1968). Ce modèle consiste à maximiser la probabilité que la solution obtenue se rapproche des valeurs des buts incertains. Ce modèle peut être formulé de la manière suivante :

Programme 2.15 :
$$\underset{x \in X}{\text{Min}} \quad Z = \sum_{i=1}^p (\delta_i^+ + \delta_i^-)$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(\underline{x}) + \delta_i^+ - \delta_i^- = g_i^0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$g_i^0 \text{ et } \sigma_i^2 \geq 0 \text{ (pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

où :

g_i^0 : représente la valeur probabiliste du $i^{\text{ème}}$ but g_i et suit une distribution normale ($g_i^0 \in N(\mu_i; \sigma_i^2)$);

μ_i : la moyenne de la distribution;

σ_i^2 : représente la dispersion des buts autour de la moyenne μ_i .

En outre, nous retrouvons dans Keown et Martin (1977), Keown (1978) les premières formulations du GPS à l'aide du modèle du CCP. Ces formulations ont permis ainsi de considérer simultanément les paramètres incertains d'une situation décisionnelle et les multiples objectifs du décideur.

Dans le modèle du Chance Constrained Goal Programming (CCGP) de Keown et Martin (1977), sept objectifs relatifs aux contextes de gestion de trésorerie dans un environnement incertain sont considérés et classés selon un ordre lexicographique. Ces objectifs renvoient, principalement, à la notion du fonds de roulement financier pour l'évaluation et le maintien de la liquidité et de la solvabilité d'une entreprise, et ce, à court terme. Dans Keown et Martin (1977), hormis l'objectif de maximisation du profit où de minimisation des coûts selon la situation financière de l'entreprise, les six autres objectifs ont été formulés sous la forme de «chance constraints» ou contraintes probabilistes, où les probabilités, que les niveaux de réalisation des objectifs soient supérieurs ou égaux aux buts, sont supérieures ou égales à un certain niveau de probabilité fixé par le décideur α_i . Par ailleurs, ces auteurs ont souligné que les objectifs appartenant aux niveaux de priorité inférieurs risquent de ne pas être satisfaits. Pour assurer que ces objectifs atteignent, au minimum, un niveau acceptable, Keown et Martin (1977) ont formulé leur modèle en deux étapes, de sorte à considérer la réalisation des niveaux minimaux des objectifs avant de considérer l'atteinte des buts selon l'ordre lexicographique établi. Ainsi, deux niveaux d'aspiration sont fixés pour chaque objectif, l'un relatif au niveau d'aspiration désiré par le décideur et l'autre reflétant un niveau

minimal de réalisation du dit objectif. Le modèle du GPS Lexicographique (GPSL) de Keown et Martin (1977) peut être formulé comme suit :

$$\text{Programme 2.16 : } \quad \text{Lex. min.}_{x \in X} L = \left[\sum_{i \in I_1} (\delta_i^{\%} + \delta_i^0), \sum_{i \in I_2} (\delta_i^{\%} + \delta_i^0), \dots, \sum_{i \in I_q} (\delta_i^{\%} + \delta_i^0) \right]$$

Sujet aux contraintes :

$$P[f_i(\underline{x}) \leq g_i^0] \geq \alpha_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\underline{x} \in X;$$

$$\delta_i^{\%} \text{ et } \delta_i^0 \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

où :

α_i : représente la probabilité dans la mesure de laquelle le décideur veut voir le niveau de réalisation de l'objectif i atteindre le but correspondant. En d'autres termes, c'est le niveau de probabilité qu'octroie le décideur pour que la contrainte soit satisfaite.

Keown (1978) a proposé un modèle de gestion de trésorerie basé sur celui du CCGP et l'a appliqué dans deux banques de taille différente. Dans son modèle, les préférences du décideur ont été modélisées selon une structure lexicographique où les objectifs incertains (stochastiques) sont rangés dans différentes classes de priorité. Charnes *et al.* (1979) ont développé un modèle de CCGP pour planifier l'allocation et l'utilisation des équipements nécessaires à la gestion des catastrophes relatives à la pollution maritime. Ce type de contexte nécessite la prise en compte explicite de considérations liées au risque. Ces considérations sont introduites dans le modèle du CCGP par le biais des contraintes probabilistes qui permettent de considérer les niveaux d'aspiration que le décideur détermine pour les objectifs, ainsi que le risque lié à la réalisation de ces derniers (Charnes *et al.*, 1979). Ainsi, selon Charnes *et al.* (1979), leur formulation permet au décideur de définir des politiques de prévention et d'action pour les contextes de catastrophe maritime, en lui offrant la possibilité de considérer différents scénarios, liés aux compromis possibles entre les divers degrés d'atteinte des objectifs et le risque

associé à ces derniers. En outre, des coefficients de pondération sont utilisés dans ce modèle pour représenter l'importance relative des différents objectifs. Le modèle du GPS Pondéré (GPSP) peut être ainsi formulé de la manière suivante :

Programme 2.17 : Minimiser $Z = \sum_{i=1}^P (w_i^+ \delta_i^+ + w_i^- \delta_i^-)$

Sujet aux contraintes :

$$P[f_i(x) \leq g_i] \geq \alpha_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$x \in X;$$

$$\delta_i^+ \text{ et } \delta_i^- \geq 0 \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

Plusieurs formulations et applications du GPS ont été présentées dans la littérature relative à ce domaine. De *et al.* (1982) proposent un modèle de GPS en nombres entiers 0-1 pour les contextes décisionnels tels que ceux relatifs à la sélection d'un projet d'investissement. Les différents objectifs considérés dans leur exemple sont classés dans différents niveaux de priorité. De plus, dans leur modèle, les buts et les coefficients technologiques sont considérés comme étant de nature stochastique. Vinso (1982) a proposé un modèle du GPSP pour permettre aux décideurs des entreprises multinationales de considérer l'incertitude relative aux taux de change dans leurs décisions financières. Selon Vinso (1982), ces dernières portent sur le choix des sources et des montants de financement pour la société mère ainsi que ses filiales en prenant en compte les différents systèmes de taxation et des taux de change variables. Dans son modèle, le taux de change est considéré comme incertain. Lee et Olson (1985) ont proposé une formulation non-linéaire du modèle du CCGP, où les objectifs sont classés selon un ordre lexicographique et où des coefficients de pondération sont utilisés pour refléter l'importance relative des objectifs dans chaque niveau de priorité. Changchit et Terrell (1993) ont développé une version interactive du modèle du CCGP où la structure des préférences du décideur est représentée par une structure lexicographique. L'aspect interactif de leur modèle offre au décideur la possibilité de modifier différents paramètres tels que les valeurs des buts et la structure de priorité s'il n'est pas satisfait de la solution obtenue à une itération donnée. En outre, leur modèle a été utilisé pour considérer les

différents objectifs (de nature probabiliste et déterministe) relatifs à un contexte de gestion des opérations d'un système de réservoirs à usages multiples. En effet, les décisions inhérentes à ce type de contexte, telles que celles relatives aux quantités d'eau qui doivent être stockées et libérées, semblent impliquer souvent des paramètres de nature stochastique. Easton et Rossin (1996) proposent un modèle du GPS pour aider les gestionnaires des entreprises des services, où la demande est plutôt de nature aléatoire, dans leurs décisions relatives à la planification du nombre d'employés à affecter à différentes périodes de temps, de sorte à assurer à la clientèle un niveau de service satisfaisant tout en minimisant les coûts de l'entreprise. Dans le modèle de Liu et Iwamura (1997), les préférences du décideur sont également introduites sous forme d'un classement des différents objectifs dans différents rangs de priorité. De plus, des coefficients de pondération peuvent être utilisés pour représenter l'importance relative des objectifs appartenant au même niveau d'importance relative. Easton et Mansour (1999) généralisent le modèle du GPS de Easton et Rossin (1996) pour les contextes d'affectation du personnel dans les entreprises de service et proposent un algorithme génétique pour sa résolution.

Ben Abdelaziz et Mejri (2001) proposent une version interactive du modèle du GPS où les différents objectifs sont classés selon l'ordre de priorité que fixe le décideur. Cependant, pour résoudre le modèle résultant selon les différentes périodes successives, ces auteurs utilisent une formulation pondérée des différents objectifs, mais où les coefficients de pondération sont utilisés pour donner plus d'importance aux périodes initiales. En outre, leur modèle a été utilisé pour la gestion dynamique d'un système de réservoirs multiples en Tunisie.

Ballestero (2001) propose une version pondérée du GPS où l'importance relative des objectifs est modélisée par des coefficients de pondération. Dash et Kajiji (2002) développent un modèle non-linéaire du GPS lexicographique pour considérer les objectifs et les contraintes d'un cas de gestion des actifs-passifs d'une banque en Inde. Ballestero et Gonzalez (2003) ont utilisé le modèle du GPS de Ballestero (2001) dans un cas de remplacement d'un certain type d'équipement dans les centrales électriques. Leur modèle considère trois buts dont deux sont considérés comme étant de nature stochastique et le troisième (le coût) est déterministe. Ballestero (2005) présente une

reformulation de son modèle du GPS (Ballestero, 2001) et l'applique à un cas de gestion de production dans l'industrie textile. Dans ce modèle, les préférences du décideur sont également prises en compte par les coefficients d'importance relative. Cependant, Ballestero (2005) envisage une version lexicographique du modèle du GPS. Ji *et al.* (2005) proposent un modèle pondéré du GPS basé sur la génération de scénarios pour les contextes de gestion de portefeuille.

Aouni *et al.* (2005) ont reformulé le programme 2.15 en proposant un modèle déterministe équivalent mais qui introduit les fonctions de satisfaction pour introduire explicitement les préférences du décideur. De plus, ces auteurs utilisent les coefficients de pondération pour prendre en considération l'importance relative des objectifs.

La formulation du GPS incluant les fonctions de satisfaction se présente comme suit :

Programme 2.18 :
$$\text{Max}_{\underline{x} \in X} Z = \sum_{i=1}^p \left(w_i^+ F_i^+ (\delta_i^+) + w_i^- F_i^- (\delta_i^-) \right)$$

Sujet aux contraintes :

$$f_i(\underline{x}) + \delta_i^- - \delta_i^+ = \mu_i \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p);$$

$$\underline{x} \in X;$$

$$0 \leq \delta_i^- \leq \alpha_{iv}^- \quad \text{et} \quad 0 \leq \delta_i^+ \leq \alpha_{iv}^+ \quad (\text{pour } i = 1, 2, \dots, p).$$

Selon Aouni *et al.* (2005), leur modèle du GPS permet de maximiser la probabilité que les valeurs des buts appartiennent à un certain domaine qui couvre la valeur moyenne des buts additionnée d'une certaine marge (un nombre infiniment petit annoté par ε_i), tout en considérant les préférences du décideur vis-à-vis des déviations observées et de la dispersion des valeurs des buts. Par conséquent, ces auteurs ont considéré les trois types de seuil, généralement utilisés dans les fonctions de satisfaction, comme étant fonction de la variance de la distribution σ_i^2 . De plus, les seuils d'indifférence α_{id} dans leur modèle sont déterminés comme étant supérieurs ou égaux à ε_i , ce qui implique, selon les auteurs, que le décideur soit totalement satisfait lorsque les déviations relatives à un objectif donné sont inférieures ou égales à ε_i ($\delta_i \leq \varepsilon_i$).

Plus récemment, Van Hop (2007) a développé une formulation du GP qui permet de considérer les buts et les autres paramètres d'un contexte décisionnel comme étant simultanément des valeurs floues et stochastiques. Van Hop (2007) considère que dans certains contextes tels que ceux relatifs à la planification à long terme, notamment dans le domaine de la production, les valeurs des buts peuvent dépendre de plusieurs facteurs qui varient selon le temps et, par conséquent, ne peuvent être déterminées avec précision et certitude. De plus, il cite en exemple, deux objectifs liés au domaine de la production, ceux de minimisation des coûts totaux et maximisation de la production, où les buts flous et stochastiques peuvent être exprimés de la manière suivante : «substantiellement moins que \$100000 avec une probabilité de 90%» et «un peu plus grand que 20000 unités à produire avec 95% d'atteinte». Ainsi, les termes «substantiellement» et «un peu plus grand» reflètent la nature floue des buts tandis que les probabilités d'atteinte reflètent l'aspect stochastique des buts. Ben Abdelaziz *et al.* (2007) proposent le modèle du «Compromise Stochastic Programming» pour considérer l'incertitude relative aux valeurs des buts (valeurs probabilistes) pour les contextes de gestion de portefeuille. En outre, Nowak (2007) préconise l'utilisation d'une procédure interactive, où le décideur définit un seuil de préférence pour chaque objectif, pour la résolution des problèmes multicritères stochastiques.

La plupart des variantes du modèle du GP sont à l'origine des formulations avec une intégration *a priori* des préférences du décideur dans le processus décisionnel. En l'occurrence, ceci a constitué le fondement de l'une des critiques majeures adressées au modèle du GP (Zeleny, 1982; Evans, 1984; Hannan, 1985; Reeves et Hedin, 1993). Cependant, l'un des développements qu'a connu ce modèle est son utilisation basée sur une approche interactive permettant de modéliser progressivement les préférences du décideur. Dans la prochaine section, nous présentons cette version interactive du GP qui peut être nommée le GP interactif.

2.5. Le modèle du GP Interactif

La variante du Goal Programming Interactif (GPIf) correspond à l'utilisation du GP de façon interactive, et ce, de concert avec le décideur. Cette variante, où le décideur s'inscrit dans ce qui peut être qualifié comme un processus de continuité, permet de modéliser les préférences du décideur de manière progressive et itérative. Le décideur après avoir, généralement, fourni initialement l'information relative à ses préférences, peut s'il le désire la modifier durant le processus décisionnel. L'information requise du décideur ne se limite pas à la fixation et à la révision des valeurs des buts, elle peut être aussi sous forme d'un classement des différentes alternatives ou exprimée en termes de compromis entre les objectifs (Evans, 1984; Stewart, 1993). Cette version du GP offre ainsi une plus grande flexibilité de modélisation des préférences du décideur. Le rôle de ce dernier devient plus important et s'étend à la phase de résolution.

Dyer (1972) fut le premier à faire un rapprochement entre le modèle du GP et les approches interactives. Il proposa une méthode, qui est en fait une adaptation de la méthode interactive de GDF (Geoffrion *et al.*, 1972), pour formaliser l'interaction avec le décideur durant le processus décisionnel. Dans le modèle du GPIf proposé par Dyer (1972), le décideur est sollicité, à chaque itération, pour déterminer les compromis «trade-offs» à faire entre les différents objectifs, en prenant l'un d'entre eux comme référence. Le choix de ce dernier est arbitraire. De plus, il doit déterminer la valeur d'un paramètre qui permet de déterminer une nouvelle solution, et ce aussi, à chaque itération. Il est à souligner, cependant, qu'il est également sollicité pour fournir les valeurs des buts, et ce, en début du processus décisionnel. Selon Vincke (1989), la procédure de détermination des taux de substitution nécessite de nombreuses comparaisons par paires, ce qui nécessite du décideur, à chaque itération, de répondre à de nombreuses questions. De plus, il considère que le choix du critère de référence et du paramètre permettant de désigner une nouvelle solution peut s'avérer, dans certains cas, difficile pour le décideur.

Fichefet (1976) a proposé la méthode interactive GPSTEM, qui combine le modèle du GP avec la méthode STEM. Dans cette méthode, le décideur doit fixer les buts au début du processus décisionnel et est appelé durant les itérations, essentiellement, à déterminer les objectifs sur lesquels il est prêt à faire des concessions, ainsi que, le montant de ce

compromis. En outre, Fichet (1976) utilise la version standard du modèle du GP, mais précise, cependant, que des coefficients d'importance relative peuvent être utilisés.

Ritzman *et al.* (1979) ont utilisé le modèle du GP pondéré en nombres entiers dans un cas d'application relatif à l'allocation et l'affectation d'un grand nombre de locaux à six départements appartenant à la même université. Ce modèle a été utilisé conjointement avec un programme informatique interactif pour permettre aux utilisateurs d'explorer et d'évaluer différentes stratégies d'allocation possibles, et ce, relativement au degré d'atteinte des différents objectifs correspondant à chaque stratégie. Ainsi, dans ce cas d'application, le décideur a eu la possibilité de modifier l'importance relative des objectifs et d'identifier les différents compromis envisageables afin d'arriver à une solution satisfaisante pour l'ensemble des départements.

Dans Masud et Hwang (1981), nous trouvons une autre version interactive du modèle du GP, plus connue sous le nom d'«Interactive Sequential Goal Programming» (ISGP). Dans leur modèle, le décideur peut réviser les valeurs des buts relatifs aux différents objectifs sur la base de l'information contenue dans l'ensemble des solutions qui lui est présenté à chaque itération. Comme dans la plupart des méthodes interactives, cette dernière se compose de deux phases, à savoir : a) une phase de calcul, et b) une phase d'évaluation. La première phase permet d'obtenir un ensemble de solutions. Cet ensemble est évalué par le décideur durant la deuxième phase, et ce, en indiquant ses préférences sous forme de nouveaux niveaux d'aspiration (buts) (Masud et Hwang, 1981). Il est à souligner qu'aucune information n'est requise du décideur dans la première étape de l'ISGP. Celle-ci consiste à générer un ensemble de solutions idéales en maximisant chaque objectif séparément et permet de déterminer les valeurs maximales et minimales de chaque objectif (Masud et Hwang, 1981). Le décideur n'est sollicité qu'à l'étape suivante, où il doit déterminer, dans cet intervalle, les valeurs initiales des buts sans avoir à préciser l'importance relative des différents objectifs. Cependant, une version lexicographique du GP est utilisée dans les itérations suivantes, où les déviations associées aux buts inchangés et ceux qui ont été réduits par le décideur sont minimisées en premier. Les déviations relatives aux autres buts sont, quant à elles, placées dans le deuxième niveau de priorité. Ainsi, dans l'ISGP, le décideur est supposé avoir une structure lexicographique où les objectifs dont les buts ont été réduits sont plus

importants pour lui que les autres objectifs (Reeves et Hedin, 1993). Cette hypothèse est levée dans Reeves et Hedin (1993), qui ont proposé une formulation de GPIf qui généralise celle développée par Masud et Hwang (1981). En outre, dans leur modèle, Reeves et Hedin (1993) ne sollicitent pas le décideur durant les étapes initiales de l'algorithme pour fixer les valeurs des buts comme cela est nécessaire dans l'ISGP.

Lee et Shim (1986) ont proposé d'utiliser le modèle du GP selon une procédure interactive et ce à l'aide d'un support informatique. Cette procédure a été développée pour les petites entreprises et appliquée à la gestion d'un magasin de vente au détail de produits informatiques. Dans leur article, Lee et Shim (1986) utilisent le modèle du GPL, où le décideur détermine les niveaux d'aspiration des cinq objectifs considérés dans l'étude, ainsi que leur ordre de priorité. La solution obtenue à cette itération permet d'atteindre les trois premiers buts mais pas les deux derniers. Cette information est présentée au décideur qui décide de faire un compromis sur la réalisation du troisième objectif, celui du profit, et ce, en le plaçant dans un niveau de priorité inférieur, au bénéfice d'un autre objectif non satisfait dans cette première itération. La nouvelle solution obtenue de ce deuxième programme mathématique ne satisfait pas le décideur qui reconsidère à nouveau l'ordre de priorité préalablement déterminé. Ce processus se poursuit jusqu'à ce que le décideur juge que la solution obtenue à l'une des itérations est satisfaisante pour lui. Dans ce cas d'application, le décideur était satisfait de la solution obtenue à la quatrième itération.

Korhonen et Laakso (1986-a) ont développé une procédure interactive du GP sous le nom de «Visual Interactive GP» (VIG). Cette procédure utilise un algorithme où le décideur doit, en premier lieu, fixer les valeurs des buts relatifs aux différents objectifs. Une première solution est obtenue et présentée au décideur pour évaluation. Si ce dernier n'est pas satisfait de la solution, il doit déterminer de nouvelles valeurs pour les buts. De nouvelles solutions sont obtenues et sont présentées, à cette étape, au décideur sous forme de graphiques à l'aide d'un support informatique. En fait, le VIG est un système d'aide à la décision qui permet au décideur de visualiser les solutions obtenues, et ce, d'une manière graphique et numérique (Karpak *et al.*, 2005). Selon Korhonen et Laakso (1986-a), l'usage interactif des graphiques sur ordinateur joue un rôle central dans leur approche. Ils considèrent que cet usage permet au décideur d'avoir une vue d'ensemble

des solutions réalisables et lui permet d'évaluer n'importe quelle partie de la frontière efficace. La dernière étape de leur algorithme consiste en un test d'optimalité de la solution obtenue.

Kananen *et al.* (1990) ont appliqué le modèle du VIG pour l'analyse des modèles entrées-sorties pour la gestion des situations d'urgence. En fait, ils ont examiné l'impact que pourraient avoir des crises politiques ou économiques éventuelles sur l'économie finlandaise, et ce, sur la demande des membres du «National Board of Economic Defense» (Kananen *et al.*, 1990). L'aspect interactif du VIG a permis à ces membres d'examiner différents scénarios de crises et de prévoir, ainsi, les mesures nécessaires à prendre en cas de la réalisation de l'un de ces scénarios (Kananen *et al.*, 1990).

Puelz et Lee (1992) ont proposé une formulation du modèle du GPL pour aider, dans le cas d'un emprunt obligataire, des gestionnaires municipaux à déterminer un échéancier satisfaisant ainsi que le nombre de bons à émettre, et ce, en prenant en considération des contraintes d'ordre légal. Ils préconisent l'utilisation interactive de leur modèle, où le décideur peut modifier l'ordre d'importance attribué aux objectifs ainsi que leurs buts, afin de lui permettre de mieux comprendre les compromis possibles entre les objectifs conflictuels.

Tamiz et Jones (1997) proposent une méthode interactive dans le cadre du modèle du GP, que Lee et Olson (1999) considèrent comme similaire et plus générale à celle de Reeves et Hedin (1993). Cette méthode se base au départ sur une procédure relativement identique à la plupart des autres variantes, en ce sens, que les buts sont fixés au début du processus décisionnel et la solution correspondante est déduite. Deux cas sont alors possibles : soit le décideur est satisfait de la solution obtenue et dans ce cas, le processus décisionnel s'arrête; soit il ne l'est pas et dans ce cas il peut réviser l'information initiale et le processus recommence à partir de l'étape 2 du processus décrit ci-dessous. Ceci se reproduit jusqu'à ce que le décideur juge les résultats satisfaisants. Cette approche interactive du modèle du GP se présente comme suit :

1. Déterminer la solution initiale du modèle du GP. Pour ce faire, Tamiz et Jones (1997) citent trois approches possibles mais recommandent toutefois, pour des raisons d'efficacité, d'utiliser la méthode adoptée par Ignizio (1982-b).

2. Le décideur analyse la solution initiale préalablement déterminée.
3. Si la solution satisfait le décideur, le processus s'arrête.
4. Le décideur est appelé à fournir plus d'information sur ses préférences.
5. Le modèle du GP est reformulé sur la base de cette nouvelle information.
6. Résoudre le modèle ainsi obtenu et soumettre les résultats à l'appréciation du décideur. Réitérer le processus à l'étape 2.

Caballero *et al.* (1998) ont proposé un algorithme interactif, nommé «Goal Sequential Improvement», pour le modèle du GP lexicographique, où le décideur doit fournir *a priori* l'information relative aux valeurs des buts et à l'ordre de priorité qu'il attribue aux différents objectifs. Cet algorithme permet d'améliorer les degrés d'atteinte des objectifs associés à une solution initiale selon l'ordre lexicographique établi, et ce, au travers d'un processus itératif d'ajustement des valeurs des buts (Caballero *et al.*, 1998). Ainsi, dans leur procédure, l'ordre de priorité établi initialement par le décideur est considéré comme constant durant toute la procédure, seules les valeurs des buts sont ajustées par le décideur.

Dans la procédure de Caballero *et al.* (1998), deux distinctions sont faites entre les cas où un niveau de priorité contient un ou plusieurs objectifs. Quand un niveau de priorité donné contient un seul objectif, le décideur ajuste la valeur du but correspondant en choisissant une parmi un intervalle de valeurs possibles que peut prendre cet objectif (Caballero *et al.*, 1998). La limite inférieure de cet intervalle étant le degré de réalisation atteint pour l'objectif considéré et la limite supérieure étant le but initialement établi par le décideur. Selon Caballero *et al.* (1998), plus la nouvelle valeur choisie par le décideur pour le but est proche de la valeur minimale, plus la marge de manœuvre pour améliorer la réalisation des objectifs situés dans des niveaux de priorité inférieurs sera réduite. Par conséquent, selon ces auteurs, c'est le décideur qui décide d'appliquer un ordre lexicographique absolu ou d'octroyer une plus grande marge de variation possible pour les objectifs restants. Dans le deuxième cas, où plusieurs objectifs appartiennent au même niveau de priorité, la même procédure est appliquée. Cependant, si la solution obtenue n'est pas satisfaisante, pour l'ensemble des objectifs situés dans ce niveau, une

deuxième procédure interactive, basée sur la méthode STEM, est adoptée. Dans ce dernier cas, le décideur doit faire des compromis entre les objectifs situés dans ce niveau de priorité, et ce, en déterminant la valeur maximale qu'il est prêt à concéder sur un objectif donné.

Kalu (1999) a développé un algorithme, dénommé «Systems Welfare Interactive GP» (SWIGP), qui combine les approches interactives avec le modèle du GP et un indice d'efficacité économique. Cet indice, qui sert de base pour une analyse coûts-bénéfices des différentes solutions, est utilisé dans ce modèle afin d'aider le décideur à choisir parmi ces solutions et de permettre au processus interactif de converger rapidement vers la solution la plus satisfaisante (Kalu, 1999). Dans la procédure de Kalu (1999), le décideur doit déterminer les valeurs des buts et classer les objectifs dans différents niveaux de priorité selon l'importance qui leur attribue. Un test d'efficacité économique est effectué pour les solutions obtenues lors de la résolution des différents programmes mathématiques correspondants aux différentes itérations. Ces solutions sont présentées au décideur, qui doit indiquer les compromis qu'il est prêt à effectuer. La dernière étape de l'algorithme de Kalu (1999) est de présenter au décideur toutes les solutions économiquement efficaces, et ce à la fin du processus décisionnel, pour lui permettre de les considérer toutes en même temps et d'en choisir une. Selon Kalu (1999), le choix du décideur est sensé se porter sur la solution la plus efficace économiquement. En outre, selon le même auteur, son modèle du GPIf peut être appliqué à plusieurs contextes décisionnels, à condition qu'il soit possible d'identifier les coûts et bénéfices des activités sous-jacentes du système sous étude.

Nous retrouvons dans Karpak *et al.* (1999; 2005), un cas d'application du modèle du VIG relatif à un contexte de sélection de fournisseurs par une entreprise industrielle, où les objectifs considérés sont le coût, la qualité et la fiabilité de livraison. Dans Karpak *et al.* (2005), le décideur doit fournir au début du processus décisionnel les valeurs des buts et peut les altérer afin de considérer d'autres alternatives. De plus, aucune information relative à l'importance des objectifs n'est requise du décideur, car ces auteurs considèrent que déterminer un ordre de priorité pour les objectifs et le modifier durant le processus interactif peut s'avérer laborieux. Par ailleurs, selon ces auteurs, dans ce cas d'application, VIG a permis aux responsables de la fonction d'achats d'évaluer les

compromis possibles entre les trois objectifs, et ce, pour déterminer, d'une manière interactive, la solution la plus satisfaisante, à savoir : le nombre et l'identité des fournisseurs à retenir ainsi que la répartition des ordres d'achats entre eux, qui permette de réaliser, au mieux, les objectifs de l'entreprise.

Slomp et Suresh (2005) ont utilisé un modèle de «mixed-integer GP» lexicographique pour considérer les objectifs conflictuels d'un contexte de planification de production dans une usine organisée en plusieurs cellules de production avec plusieurs équipes de travail. Les objectifs considérés concernent essentiellement les coûts reliés aux salaires et à la formation des ouvriers tout en voulant assurer un certain niveau de flexibilité multifonctionnelle, en ce sens, que ceux-ci doivent posséder les capacités requises pour effectuer plus d'une fonction (Slomp et Suresh, 2005). Bien que leur modèle ait une structure lexicographique, Slomp et Suresh (2005) soulignent que des coefficients de pondération peuvent être également utilisés. En outre, ils soulignent, d'une part, que ces derniers peuvent être déterminés par le décideur au début du processus décisionnel, mais peuvent être modifiés si celui-ci n'est pas satisfait par la solution obtenue. D'autre part, ils utilisent le logiciel LINGO pour résoudre le programme mathématique formulé et considèrent qu'il peut s'avérer très utile dans un environnement interactif pour prendre en charge les modifications apportées au modèle.

Nous retrouvons dans Caballero *et al.* (2006), une version interactive d'une formulation du modèle du GP développée par Rodríguez Uría *et al.* (2002) sous le nom de «Meta-goal Programming». Cette formulation permet de combiner plusieurs variantes du GP, notamment les variantes classiques, à savoir : le GPL, le GPP et le GPM. Un «Meta-goal», que nous pouvons désigner par Meta-objectif, est un objectif qui est composé de plusieurs objectifs. Ainsi, un Meta-objectif peut être formulé sous forme d'une variante pondérée du GP, pendant qu'un autre Meta-objectif sera sous forme du modèle du GPM. La réalisation de l'ensemble de ces Meta-objectifs peut se faire, quant à elle, selon une structure lexicographique. Dans la phase initiale de la procédure interactive de Caballero *et al.* (2006), les valeurs idéales relatives aux Meta-objectifs sont calculées et présentées au décideur. Pour ce faire, ce dernier doit, au préalable, fournir l'information relative aux valeurs des buts relatifs aux objectifs initiaux ainsi que les coefficients de pondération correspondants. Dans la deuxième phase de leur algorithme, le décideur doit déterminer

des niveaux de priorité où il classe les différents Meta-objectifs. De plus, il peut attribuer à ces derniers, quant ils appartiennent au même niveau de priorité, des coefficients de pondération. Ensuite, le décideur doit déterminer les valeurs des buts correspondants à ces Meta-objectifs (Caballero *et al.*, 2006). Le modèle ainsi obtenu est résolu, et la solution obtenue est présentée au décideur, sous forme des valeurs atteintes par les différents objectifs et les Meta-objectifs ainsi que les valeurs des variables de décision, pour évaluation. Si ce dernier n'est pas satisfait, il peut restructurer le modèle en déterminant par exemple de nouveaux Meta-objectifs, de nouveaux buts, un nouvel ordre de priorité et de nouveaux coefficients de pondération. Ce processus se répète jusqu'à ce qu'une solution soit acceptée par le décideur. Il est à souligner que les buts attribués aux objectifs initiaux sont des valeurs fixes durant toute la procédure, seuls les buts associés aux Meta-objectifs peuvent être modifiés par le décideur. Toutefois, il nous semble que ce dernier peut éprouver de la difficulté à déterminer tous les paramètres requis dans ce modèle, qui peut lui paraître, de plus, un peu compliqué, du moins au premier abord.

Cette façon de procéder (approches interactives) offre l'avantage de permettre au décideur d'être plus impliqué dans le processus décisionnel, et d'apprendre plus sur sa structure de préférence et sur les différents paramètres et possibilités relatifs à la situation décisionnelle. Yang et Sen (1996) considèrent à ce propos que c'est une méthode basée sur un processus d'apprentissage tandis que Zeleny (1982) considère que l'évolution même des préférences du décideur relatives à une situation décisionnelle donnée constitue en elle-même un processus d'apprentissage important qui doit être pris en compte. De même, nous considérons que ce type d'approche est basé sur un processus d'apprentissage et offre un cadre plus approprié pour une meilleure explicitation des préférences du décideur. En l'occurrence, le processus décisionnel est enrichi par l'échange d'information entre ses différents acteurs et favorise ainsi l'instauration d'une relation d'aide où le décideur est appelé à être plus présent durant la phase de résolution du problème. De ce fait, le processus décisionnel s'apparente à un processus évolutif qui se construit et qui prend forme au fur et à mesure que cette relation évolue. Par conséquent, l'interaction entre les acteurs du processus de décision, peut donner lieu à une synergie positive dont les résultats peuvent être imaginés comme satisfaisants, ne serait-ce que par l'implication plus grande du décideur dans le processus décisionnel.

Cependant, il est important de prendre en considération le temps consacré au processus décisionnel de sorte à ne pas manquer certaines opportunités. Korhonen *et al.* (1993) ont appliqué un algorithme progressif dans un cas d'application relatif à une décision de recrutement dans une grande organisation gouvernementale en Finlande. Bien que l'algorithme ait fourni, selon ces auteurs, de bons résultats, il est à souligner que trois candidats jugés excellents ont retiré leurs applications avant la tenue d'une interview. Ainsi, Korhonen *et al.* (1993) considèrent que le décideur doit faire balancer deux critères essentiels pour statuer sur l'arrêt ou sur la réinitialisation du processus décisionnel. Ces deux critères consistent en d'une part, le coût de recherche d'actions plus satisfaisantes et d'autre part, la probabilité de trouver de telles actions. Par conséquent, il est important, dans ce type d'approches interactives et selon la situation décisionnelle en présence, de prendre en considération le facteur temps.

Concernant le modèle du GPIf, le type des paramètres (les coefficients w_i ou un ordre de priorité donné (L) ou certains types de seuils par exemple) qui va être utilisé pour modéliser les préférences du décideur, va dépendre du choix du modèle (la variante) utilisé. Par ailleurs, ces préférences peuvent s'exprimer en termes de compromis (Hwang *et al.*, 1980). Toutefois, dans les approches interactives, le décideur peut éprouver des difficultés à percevoir et à fournir l'information qui lui est demandée.

Ainsi, il s'avère que le modèle du GP est un modèle attractif et flexible qui englobe plusieurs variantes. La prise en compte des préférences du décideur, qu'il s'agisse du moment de leur introduction ou du paramètre permettant de les modéliser, diffère selon ces multiples variantes. Dans le prochain chapitre, nous effectuerons une analyse et une synthèse des différentes façons de modéliser les préférences du décideur, à l'issue de laquelle une typologie des différentes variantes du modèle du GP sera proposée.

2.6. Conclusion

Le modèle du GP, en tant qu'outil d'aide à la décision, demande une participation active du décideur et aussi l'intégration explicite de ses préférences. Cependant, dans les premières formulations de ce modèle, le décideur n'est pas très sollicité et son rôle

demeure limité. Par ailleurs, ces formulations posent certains problèmes au niveau de la procédure d'agrégation utilisée. Le GP étant toutefois un modèle attractif et flexible, d'autres versions ont été développées pour pallier à ces inconvénients. De plus, certaines de ces formulations ont un caractère général et permettent de modéliser explicitement différentes sortes de préférence du décideur tout en simplifiant les problèmes d'agrégation.

Les préférences du décideur sont intégrées dans le modèle du GP par le biais de différents paramètres (coefficients d'importance relative, seuils ou paramètres). Selon le moment d'introduction de ces préférences, ce modèle est généralement classé dans la catégorie des méthodes avec une intégration *a priori* de cette information. Toutefois, certaines versions du GP ont adopté une approche interactive qui permet d'introduire progressivement les préférences du décideur.

Références

- Abd El-Wahed, W. F. and S. M. Lee, «Interactive Fuzzy Goal Programming Multi-Objective Transportation Problems», *Omega*, Vol. 34, No. 2, 2006 (158-166).
- Anderson, D. R., D. J. Sweeney and T. A. Williams, *An Introduction to Management Science: Quantitative Approaches to Decision Making*, Thomson, Ohio, USA, 2005.
- Aouni, B., «Introduction des préférences du décideur dans le modèle du Goal Programming : Une nouvelle formulation et application», *Essai de maîtrise non publiée*, Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval, 1988.
- Aouni, B., «Le modèle de programmation mathématique avec buts dans un environnement imprécis: sa formulation, sa résolution et une application», *Thèse de doctorat non publiée*, Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval, 1998.
- Aouni, B., F. Ben Abdelaziz and J.-M. Martel, «Decision-Maker's Preferences Modeling in the Stochastic Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 162, No. 3, 2005 (610-618).
- Aouni, B. and O. Kettani, «Goal Programming Model: A Glorious History and a Promising Future», *European Journal of Operational Research*, Vol. 133, No. 2, 2001 (225-231).
- Aouni, B., O. Kettani and J.-M. Martel, «Estimation Through the Imprecise Goal Programming Model», dans R. Caballero, F. Ruiz, R.E. Steuer (Eds.), *Advances in Multiple Objective and Goal Programming, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 455, Springer-Verlag, 1997 (120-130).
- Aouni, B. and J.-M. Martel, «Property Assessment through an Imprecise Goal Programming Model», *INFOR*, Vol. 42, No. 3, 2004 (189-200).
- Awerbuch, S., J. G. Ecker and W. A. Wallace, «A Note: Hidden Nonlinearities in the Application of Goal Programming», *Management Science*, Vol. 22, No.8, 1976 (918-920).

- Ballestero, E., «Stochastic Goal Programming: a Mean-Variance Approach», *European Journal of Operational Research*, Vol. 131, No. 3, 2001 (476-481).
- Ballestero, E., «Using Stochastic Goal Programming: Some Applications to Management and a Case of Industrial Production», *INFOR*, Vol. 43, No. 2, 2005 (63-77).
- Ballestero, E., and I. Gonzalez, «Cleaning Versus Replacement in Power Plant Air Preheaters: A Comparison between Deterministic and Stochastic Goal Programming Models», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 12, No. 6, 2003 (311-320).
- Bellman, R. E. and L. A. Zadeh, «Decision-Making in a Fuzzy Environment», *Management Science*, Vol. 17, No. 4, 1970 (B141-B164).
- Ben Abdelaziz, F., B. Aouni and R. El Fayedh, «Multi-Objective Stochastic Programming for Portfolio Selection», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1811-1823).
- Ben Abdelaziz, F., and S. Mejri, «Application of Goal Programming in a Multi-Objective Reservoir Operation Model in Tunisia», *European Journal of Operational Research*, Vol. 133, No. 2, 2001 (352-361).
- Biswas, A. and B. B. Pal, «Application of Fuzzy Goal Programming Technique to Land Use Planning in Agricultural System», *Omega*, Vol. 33, No. 5, 2005 (391-398).
- Brans, J.P., B. Mareschal and Ph. Vincke, «PROMETHEE: A New Family of Outranking Methods in Multicriteria Analysis», in *Operational Research '84*, Brans (Ed.) Elsevier Science Publisher, North Holland, 1984 (477-490).
- Caballero, R. and M. Hernández, «Restoration of Efficiency in a Goal Programming Problem with Linear Fractional Criteria», *European Journal of Operational Research*, Vol. 172, No. 1, 2006 (31-39).
- Caballero, R., L. Rey and F. Ruiz, «Lexicographic Improvement of the Target Values in Convex Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 107, No. 3, 1998 (644-655).

- Caballero, R., F. Ruiz, M. V. Rodríguez Uría and C. Romero, «Interactive Meta-Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 175, No. 1, 2006 (135-154).
- Calvete, H. I., C. Galé, M-J. Oliveros and B. Sánchez-Valverde, «A Goal Programming Approach to Vehicle Routing Problems with Soft Time Windows», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1720-1733).
- Can, E.K. and M.H. Houck, «Real-time Reservoir Operations by Goal Programming», *Journal of Water Resources Planning Management*, Vol. 110, No. 3, 1984 (297-309).
- Chan, F. T. S., R. Swarnkar and M. K. Tiwari, «Fuzzy Goal-Programming Model with an Artificial Immune System (AIS) Approach for a Machine Tool Selection and Operation Allocation Problem in a Flexible Manufacturing System», *International Journal of Production Research*, Vol. 43, No. 19, 2005 (4147-4163).
- Chanas, S. and D. Kuchta, «Fuzzy Goal Programming – One Notion, Many Meanings», *Control and Cybernetics*, Vol. 31, No. 4, 2002 (871-890).
- Chang, C-T, «Mixed Binary Interval Goal Programming», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 57, No. 4, 2006 (469-473).
- Chang, N-B. and S. F. Wang, «A Fuzzy Goal Programming Approach for the Optimal Planning of Metropolitan Solid Waste Management Systems», *European Journal of Operational Research*, Vol. 99, No. 2, 1997 (303-321).
- Changchit, C. and M. P. Terrell, «A Multiobjective Reservoir Operation Model with Stochastic Inflows», *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 24, No. 2, 1993 (303-313).
- Charnes, A. and B. Collomb, «Optimal Economic Stabilization Policy: Linear Goal-Interval Programming Models», *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol. 6, No. 4, 1972 (431-435).
- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Chance Constraints and Normal Deviates», *Journal of American Statistics Association*, Vol. 57, No. 297, 1952 (134-148).

- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Chance-Constrained Programming», *Management Sciences*, Vol. 6, No. 1, 1959 (73-79).
- Charnes, A. and W.W. Cooper, *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*, Wiley, New-York, 1961.
- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Programming with Linear Fractional Functionals», *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 9, No. 3-4, 1962 (181-186).
- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Deterministic Equivalents for Optimising and Satisfying Under Chance Constraints», *Operations Research*, Vol. 11, No. 1, 1963 (18-39).
- Charnes, A. and W.W. Cooper, «Goal Programming and Multiple Objectives Optimization- Part 1», *European Journal of Operational Research*, Vol. 1, No. 1, 1977 (39-54).
- Charnes, A., W.W. Cooper and R. Ferguson, «Optimal Estimation of Executive Compensation by Linear Programming», *Management Science*, Vol. 1, No. 2, 1955 (138-151).
- Charnes, A., W.W. Cooper, J. Harrald, K. Karwan, and W. Wallace, «A Goal Interval Programming Model for Resource Allocation in a Marine Environmental Protection Program», *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 3, No. 4, 1976 (347-362).
- Charnes, A., W.W. Cooper, K. Karwan, and W. Wallace, «A Chance-Constrained Goal Programming Model to Evaluate Response Resources for Marine Pollution Disasters», *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 6, No. 3, 1979 (244-274).
- Chen, L-H. and F-C. Tsai, «Fuzzy Goal Programming with Different Importance and Priorities», *European Journal of Operational Research*, Vol. 133, No. 3, 2001 (548-556).
- Chen, L-H. and M-C. Weng, «An Evaluation Approach to Engineering Design in QFD Processes Using Fuzzy Goal Programming Models», *European Journal of Operational Research*, Vol. 172, No. 1, 2006 (230-248).

- Contini, B., «A Stochastic Approach to Goal Programming», *Operations Research*, Vol. 16, No. 3, 1968 (576-586).
- Dash JR, G. H., and N. Kajiji, «Evolving Economy Bank asset-Liability and Risk Management Under Uncertainty with Hierarchical Objectives and Nonlinear Pricing», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 11, Nos. 4-5, 2002 (247-260).
- De, P. K., D. Acharya and K. C. Sahu, «A Chance-Constrained Goal Programming Model for Capital Budgeting», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 33, No. 7, 1982 (635-638).
- Dyer, J. S., «Interactive Goal Programming», *Management Science*, Vol. 19, No. 1, 1972 (62-70).
- Easton, F. F. and N. Mansour, «A Distributed Genetic Algorithm for Deterministic and Stochastic Labor Scheduling Problems», *European Journal of Operational Research*, Vol. 118, No. 3, 1999 (505-523).
- Easton, F. F. and D. F. Rossin, «A Stochastic Goal Program for Employee Scheduling», *Decision Sciences*, Vol. 27, No.3, 1996 (541-568).
- Evans, G.W., «An Overview of Techniques for Solving Multiobjective Mathematical Programs», *Management Science*, Vol. 30, No. 11, 1984 (1268-1282).
- Fichefet, J., «GPSTEM: An Interactive Multi-Objective Optimization Method», *Progress in Operations Research*, dans A. Prékopa (Ed.), Vol. 1, North Holland, Amsterdam, 1976 (317-332).
- Flavell, R. B., «A New Goal Programming Formulation», *OMEGA*, Vol. 4, No. 6, 1976 (731-732).
- Franz, L., S. M. Lee, «A Goal Programming Based Interactive Support System», *Organizations: Multiple Agents with Multiple Criteria*, dans J. N. Morse (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 190, Springer-Verlag, New York, 1981 (110-115).

- Ganjavi, O., B. Aouni, Z. Wang, «Technical Note on Balanced Solutions in Goal Programming, Compromise Programming and Reference Point Method», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 53, No. 8, 2002 (927-931).
- Gen, M., K. Ida, J. Lee and J. Kim, «Fuzzy Nonlinear Goal Programming Using Genetic Algorithm», *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 33, Nos. 1-2, 1997 (39-42).
- Geoffrion, A. M., J. S. Dyer and A. Feinberg, «An Interactive Approach for Multi-Criterion Optimization, with an Application to the Operation of an Academic Department», *Management Science*, Vol. 19, No. 4, 1972 (357-368).
- Goedhart, M. H. and J. Spronk, «Financial Planning with Fractional Goals», *European Journal of Operational Research*, Vol. 82, No. 1, 1995 (111-124).
- González-Pachón, J. and C. Romero (2004) «Satisficing Logic and Goal Programming: Towards an Axiomatic Link», *INFOR*, Vol. 42, No. 3, 2004 (157-161).
- Guitouni, A., J.-M. Martel et P. Vincke, «Un cadre de référence pour le choix d'une procédure d'agrégation multicritère», *Document de travail*, Faculté des Sciences de l'administration, Université Laval, Québec, No. 13, 1999 (1-24).
- Hämäläinen, R. P., and J. Mäntysaari, «A Dynamic Interval Goal Programming Approach to the Regulation of a Lake-River System», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 10, No. 2, 2001 (75-86).
- Hämäläinen, R. P., and J. Mäntysaari, «Dynamic Multi-Objective Heating Optimization», *European Journal of Operational Research*, Vol. 142, No. 1, 2002 (1-15).
- Hannan, E.L., «Effects of Substituting a Linear Goal for a Fractional Goal in the Goal Programming Problem», *Management Science*, Vol. 24, No. 1, 1977 (105-107).
- Hannan, E.L., On «An Interpretation of Fractional Objectives in Goal Programming as Related to Papers by Awerbuch *et al.* and Hannan», *Management Science*, Vol. 27, No. 7, 1981-a (847-848).
- Hannan, E.L., «On Fuzzy Goal Programming», *Decision Sciences*, Vol. 12, No. 3, 1981-b (522-531).

- Hannan, E.L., «Some Further Comments on Fuzzy Priorities», *Decision Sciences*, Vol. 12, No. 3, 1981-c (539-541).
- Hannan, E.L., «An Assessment of Some Criticisms of Goal Programming», *Computers and Operations Research*, Vol. 12, No. 6, 1985 (525-541).
- Hu, C-F., C-J. Teng and S-Y. Li, «A Fuzzy Goal Programming Approach to Multi-Objective Optimization Problem with Priorities», *European Journal of Operational Research*, Vol. 176, No. 3, 2007 (1319-1333).
- Hwang, C.L., S.R. Paidy, K. Yoon and A.S.M. Masud, «Mathematical Programming with Multiple Objectives: A Tutorial», *Computers and Operations Research*, Vol. 7, No. 1-2, 1980 (5-31).
- Ignizio, J. P., *Goal Programming and Extensions*, Lexington Books, Lexington, MA, 1976.
- Ignizio, J. P., *Linear Programming in Single and Multiple Objective Systems*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1982-a.
- Ignizio, J. P., «Notes and Communications of the (Re)Discovery of Fuzzy Goal Programming», *Decision Sciences*, Vol. 13, No. 2, 1982-b (331-336).
- Ignizio, J. P., «Generalized Goal Programming», *Computers & Operations Research*, Vol. 10, No. 4, 1983 (277-289).
- Inuiguchi, M. and Y. Kume, «Goal Programming Problems with Interval Coefficients and Target Intervals», *European Journal of Operational Research*, Vol. 52, No. 3, 1991 (345-360).
- Ji, X., S. Zhu, S. Wang and S. Zhang, «A Stochastic Linear Goal Programming Approach to Multistage Portfolio Management Based on Scenario Generation via Linear Programming», *IIE Transactions*, Vol. 37, No. 10, 2005 (957-969).
- Jones, R.G., «Analyzing Initial and Growth Financing for Small Businesses», *Management Accounting*, Vol. 61, No. 5, 1979 (30-34).
- Jones, D.F. and M. Tamiz, «Expanding the Flexibility of Goal Programming via Preference Modelling Techniques», *Omega*, Vol. 23, No. 1, 1995 (41-48).

- Kalu, T. C. U., «An Algorithm for Systems Welfare Interactive Goal Programming Modelling», *European Journal of Operational Research*, Vol. 166, No. 3, 1999 (508-529).
- Kananen, I., P. Korhonen, J. Wallenius and H. Wallenius, «Multiple Objective Analysis of Input-Output Models for Emergency Management», *Operations Research*, Vol. 38, No.2, 1990 (193-201).
- Karpak, B., R. R. Kasuganti and E. Kumcu, «Are You Using Costly Outmoded Techniques to Purchase Materials», *Business Forum*, Vol. 27, No. 1, 2005 (14-19).
- Karpak, B., E. Kumcu and R. R. Kasuganti, «An Application of Visual Interactive Goal Programming: A Case in Vendor Selection Decisions», *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, Vol. 8, No.2, 1999 (93-105).
- Keown, A. J., «A Chance-Constrained Goal Programming Model for Bank Liquidity Management», *Decision Sciences*, Vol. 9, No. 7, 1978 (93-106).
- Keown, A. J. and J. D. Martin, «A Chance Constrained Goal Programming Model for Working Capital Management», *The Engineering Economist*, Vol. 22, No. 3, 1977 (153-174).
- Kettani, O., B. Aouni and J.-M. Martel, «The Double Role of the Weight Factor in the GP Model», *Computers and Operations Research*, Vol. 31, No. 11, 2004 (1833-1845).
- Kharrat, A., H. Chabchoub, B. Aouni and S. Smaoui, «Serial Correlation Estimation through the Imprecise Goal Programming Model», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1839-1851).
- Kim, J. S. and K-S. Whang, «A Tolerance Approach to the Fuzzy Goal Programming Problems with Unbalanced Triangular Membership Function», *European Journal of Operational Research*, Vol. 107, No.3, 1998 (614-624).
- Kongar, E. and S. M. Gupta, «Disassembly to Order System Under Uncertainty», *Omega*, Vol. 34, No. 6, 2006 (550-561).

- Korhonen, P. and J. Laakso, «Solving Generalized Goal Programming Problems Using a Visual Interactive Approach», *European Journal of Operational Research*, Vol. 26, No. 3, 1986-a (355-363).
- Korhonen, P., H. Moskowitz, P. Salminen, J. Wallenius «Further Developments and Tests of a Progressive Algorithm for Multiple Criteria Decision Making», *Operations Research*, Vol. 41, No. 6, 1993 (1033-1045).
- Kornbluth, J., «A Survey of Goal Programming», *Omega*, Vol. 1, No. 2, 1973 (193-205).
- Kornbluth, J. S. H. and R. E. Steuer, «Goal Programming with Linear Fractional Criteria», *European Journal of Operational Research*, Vol. 8, No. 1, 1981 (58-65).
- Kvanli, A.H., «Financial Planning Using Goal Programming», *Omega*, Vol. 8, No. 2, 1980 (207-218).
- Lee, S. M., *Goal Programming for Decision Analysis*, Auerbach Publishers, Philadelphia, 1972.
- Lee, S. M., and D. L. Olson, «A Gradient Algorithm for Chance Constrained Nonlinear Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 22, No. 3, 1985 (359-369).
- Lee, S. M. and D. L. Olson, «Goal Programming», dans Tomas Gal, Theodore J. Stewart and Thomas Hanne (Eds.), *Multicriteria Decision Making: Advances in MCDM Models, Algorithms, Theory and Applications*, Vol. 21, part 8, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1999 (1-33).
- Lee, S. M. and D. L. Olson, «Goal Programming Formulations for a Comparative Analysis of Scalar Norms and Ordinal vs. Ratio Data», *INFOR*, Vol. 42, No. 3, 2004 (163-174).
- Lee, S. M. and J. P. Shim, «Interactive Goal Programming on the Microcomputer to Establish Priorities for Small Business», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 37, No. 6, 1986 (571-577).
- Lin, W. T., «A Survey of Goal Programming Applications», *Omega*, Vol. 8, No. 1, 1980 (115-117).

- Lin, C. C., «A Weighted Max-Min Model for Fuzzy Goal Programming», *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 142, No. 3, 2004 (407-420).
- Liu, B., and K. Iwamura, «Modelling stochastic Decision Systems Using Dependent-Chance Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 101, No. 1, 1997 (193-203).
- Martel, J-M. and B. Aouni, «Incorporating the Decision-Maker's Preferences in the Goal Programming Model», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 41, No. 12, 1990 (1121-1132).
- Martel, J-M. et B. Aouni, «Méthode multicritère de choix d'un emplacement : le cas d'un aéroport dans le Nouveau-Québec», *INFOR*, Vol. 30, No. 2, 1992 (97-117).
- Martel, J-M. and B. Aouni, «Incorporating the Decision-Maker's Preferences in the Goal Programming Model with Fuzzy Goal Values : A New Formulation», *Multi-Objective Programming and Goal Programming*, dans Tamiz, M. (Ed.), *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 432, Springer-Verlag, 1996 (257-269).
- Martel, J-M. and B. Aouni, «Diverse Imprecise Goal Programming Model Formulations», *Journal of Global Optimization*, Vol. 12, No. 2, 1998 (127-138).
- Masud, A. S. M. and C. L. Hwang, «Interactive Sequential Goal Programming», *The Journal of the Operational Research Society*, Vol. 32, No. 5, 1981 (391-400).
- Min, H., «The Dynamic Expansion and Relocation of Capacitated Public Facilities: A Multi-Objective Approach», *Computers and Operations Research*, Vol. 15, No. 3, 1988 (243-252).
- Min, H., «A Model-Based Decision Support System for Locating Banks», *Information and Management*, Vol. 17, No. 4, 1989 (207-215).
- Min, H. and J. Storbeck, «On the Origin and Persistence of Misconceptions in Goal Programming», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 42, No. 4, 1991 (301-312).

- Mishra, S., Prakash, M. K. Tiwari and R. S. Lashkari, «A Fuzzy Goal-Programming Model of Machine-Tool Selection and Operation Allocation Problem in FMS: A Quick Converging Simulated Annealing-Based Approach», *International Journal of Production Research*, Vol. 44, No. 1, 2006 (43-76).
- Mohanty, B. K. and T. A. S. Vijayaraghavan, «A Multi-Objective Programming Problem and its equivalent Goal Programming Problem with Appropriate Priorities and Aspiration Levels: A Fuzzy approach», *Computers and Operations Research*, Vol. 22, No. 8, 1995 (771-778).
- Narasimhan, R., «Goal Programming in a Fuzzy Environment», *Decision Sciences*, Vol. 11, No. 2, 1980 (325-336).
- Nowak, M., «Aspiration Level Approach in Stochastic MCDM Problems», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1626-1640).
- Ogryczak, W., «Comments on Properties of the Minmax Solutions in Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 132, No. 1, 2001-a (17-21).
- Ogryczak, W., «On Goal Programming Formulations of the Reference Point Method», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 52, No. 6, 2001-b (691-698).
- Ohta, H. and T. Yamaguchi, «Linear Fractional Goal Programming in Consideration of Fuzzy solution», *European Journal of Operational Research*, Vol. 92, No. 1, 1996 (157-165).
- Pal, B. B. and B.N. Moitra, «Using Fuzzy Goal Programming for Long Range Production Planning in Agricultural Systems», *Indian Journal of Agricultural Economics*, Vol. 59, No. 1, 2004 (75-90).
- Piech, B. and T. Rehman, «Application of Multiple Criteria Decision Making Methods to Farm Planning: A Case Study», *Agricultural Systems*, Vol. 41, 1993 (305-319).
- Pongpeng, J. and J. Liston, «A Multicriteria Model's Survey: State of the Art and Some Necessary Capabilities of Future Models», *Construction Management and Economics*, Vol. 21, No. 7, 2003 (665-670).

- Puelz, A. V. and S. M. Lee, «A Multiple-Objective Programming Technique for Structuring Tax-Exempt Serial Revenue Debt Issues», *Management Science*, Vol. 38, No. 8, 1992 (1186-1200).
- Reeves, G.R. and S.R. Hedin, «A Generalized Interactive Goal Programming Procedure», *Computers Operational Research*, Vol. 20, No.7, 1993 (747-753).
- Ringuest, J.L. and T.R. Gullledge, «A Preemptive Value-Function Method Approach for Multiobjective Linear Programming Problems», *Decision Sciences*, Vol. 14, No. 1, 1983 (76-86).
- Ritzman, L., J. Bradford and R. Jacobs, «A Multiple Objective Approach to Space Planning for Academic Facilities», *Management Science*, Vol. 25, No. 9, 1979 (895-906).
- Rodríguez Uría, M.V., R. Caballero, F. Ruiz and C. Romero, «Meta-Goal Programming», *European Journal of Operational Research*, Vol. 136, No.2, 2002 (422-429).
- Romero, C., «A Note: Effects of Five-Side Penalty Functions in Goal Programming», *Omega*, Vol. 12, No. 4, 1984 (333).
- Romero, C., «Multiobjective and Goal Programming Approaches as a Distance Function Model», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 36, No. 3, 1985 (249-251).
- Romero, C., *Handbook of Critical Issues in Goal Programming*, Pergamon Press, Oxford, 1991.
- Romero, C., «A General Structure of Achievement Function for a Goal Programming Model», *European Journal of Operational Research*, Vol. 153, No. 3, 2004 (675-686).
- Romero, C. and F. Amador, «A Note: Effects of Logarithmic Transformations of Nonlinear Goals in the Goal Programming Problem», *Engineering Optimization*, Vol. 9, No. 4, 1986 (299-302).

- Romero, C., M. Tamiz and D.F. Jones, «Goal Programming, Compromise Programming and Reference Point Method Formulations: Linkages and Utility Interpretations», *Journal of Operational Research Society*, Vol. 49, No. 9, 1998 (986-991).
- Roy, T. K., and M. Maiti, «Multi-Objective Inventory Models of Deteriorating Items with Some Constraints in a Fuzzy Environment», *Computers and Operations Research*, Vol. 25, No. 12, 1998 (1085-1095).
- Roy, B. and V. Mousseau, «A Theoretical Framework for Analysing the Notion of Relative Importance of Criteria», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 5, No. 2, 1996 (145-159).
- Sasaki, M., M. Gen and K. Ida, «Interactive Sequential Fuzzy Goal Programming», *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 19, Nos. 1-4, 1990 (567-571).
- Slomp, J. and N. C. Suresh, «The Shift Team Formation Problem in Multi-Shift Manufacturing Operations», *European Journal of Operational Research*, Vol. 165, No. 3, 2005 (708-728).
- Soyster, A. L. and B. Lev, «An Interpretation of Fractional Objectives in Goal Programming as Related to Papers by Awerbuch *et al.* and Hannan», *Management Science*, Vol. 24, No. 14, 1978 (1546-1549).
- Stewart, T.J., «Use of Piecewise Linear Value Functions in Interactive Multicriteria Decision Support: A Monte Carlo Study», *Management Science*, Vol. 39, No. 11, 1993 (1369-1381).
- Taguchi, T., K. Ida and M. Gen, «Method for Solving Nonlinear Goal Programming with Interval Coefficients using Genetic Algorithm», *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 33, Nos. 3-4, 1997 (597-600).
- Tamiz, M. and D.F. Jones, «Interactive Framework for Investigation of Goal Programming Models: Theory and Practice», *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Vol. 6, No. 1, 1997 (52-60).
- Tamiz, M., D.F. Jones and E. El-Darzi, «A Review of Goal Programming and its Applications», *Annals of Operations Research*, Vol. 58, No. 1-4, 1995 (39-53).

- Tamiz, M., D.F. Jones and C. Romero, «Goal Programming for Decision-Making: An Overview of the Current State-of-the-Art», *European Journal of Operational Research*, Vol. 111, No. 3, 1998 (569-581).
- Tiwari, R. N., S. Dharmar and J. R. Rao, «Fuzzy Goal Programming – An Additive Model», *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 24, No. 1, 1987 (27-34).
- Van Hop, N., «Fuzzy Stochastic Goal Programming Problems», *European Journal of Operational Research*, Vol. 176, No. 1, 2007 (77-86).
- Vincke, P., *L'aide multicritère à la décision*, Éditions de l'Université de Bruxelles, 1989.
- Vinso, J. D., «Financial Planning for the Multinational Corporation with Multiple Goals», *Journal of International Business Studies*, Vol. 13, No. 3, 1982 (43-58).
- Vitoriano, B. and C. Romero, «Extended Interval Goal Programming», *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 50, No. 12, 1999 (1280-1283).
- Wang, H-F. and C-C. Fu, «A Generalization of Fuzzy Goal Programming with Preemptive Structure», *Computers Operational Research*, Vol. 24, No.9, 1997 (819-828).
- Williams, H.P., *Model Building in Mathematical Programming*, Wiley, New York, 1978.
- Yaghoobi, M. A. and M. Tamiz, «A Method for Solving Fuzzy Goal Programming Problems Based on MINMAX Approach», *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 3, 2007 (1580-1590).
- Yang, J.B. and P. Sen, «Preference Modelling by Estimating Local Utility Functions for Multiobjective Optimization», *European Journal of Operational Research*, Vol. 95, No. 1, 1996 (115-138).
- Zadeh, L. A., «Fuzzy Sets», *Information and Control*, Vol. 8, No. 3, 1965 (338-353).
- Zeleny, M., «A Concept of Compromise Solutions and the Method of the Displaced Ideal», *Computers and Operations Research*, Vol. 1, No. 3-4, 1974-a (479-496).
- Zeleny, M., *Multiple Criteria Decision Making*, Mc Graw-Hill, New-York, 1982.

Zimmerman, H-J., «Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions», *Fuzzy Sets and systems*, Vol. 1, No.1, 1978 (45-55).