

Le modèle de Harrod – Domar

Le modèle Harrod-Domar est le premier modèle économique formalisé de la croissance. Ce modèle a ouvert la voie aux modèles modernes de la croissance, en particulier au modèle de Solow. Le modèle Harrod-Domar vise à étendre sur la longue période la Théorie générale de Keynes, qui ne portait que sur le court terme. Tout comme la Théorie générale, ce modèle vise à faire ressortir le caractère instable de la croissance économique, et la nécessité de l'intervention étatique. Ce modèle, même s'il est un peu «rudimentaire» et soumis à nombreuses critiques, constitue un élément de base essentiel à la compréhension de modèles de croissance plus sophistiqués.

³⁸ Robert Solow, « A contribution to the theory of economic growth », dans *Quarterly Journal of Economics*, 1956.

On va traiter dans cette section la problématique de la croissance de Harrod et Domar qui implique des nouveautés dans la tradition keynésienne. Ces deux modèles de croissance avec progrès technique endogène (implicite dans ce modèle), introduisent d'abord l'idée de nécessité d'un taux de croissance du revenu à l'équilibre et ensuite ils montrent la forte instabilité de cet équilibre. Dans le modèle Harrod-Domar, rien ne garantit qu'une économie soit sur un sentier de croissance stable.

1.1. Le modèle de Domar

Pour Domar, l'investissement est une dépense mais aussi une variation du stock de capital qui dégage des capacités de production. L'hypothèse de Domar évoque que tout investissement a deux effets. A court terme, il augmente la demande globale puisqu'il implique une demande de biens de production. Au delà de la courte période, l'investissement a également un effet sur l'offre : il conduit, en effet, à accroître les capacités de production. Keynes, dans la théorie générale, néglige le second effet : dans la mesure où il se situe dans la courte période, l'investissement n'exerce un effet que sur la demande, effet dont Keynes affirme qu'il dépend de ce qu'il appelle le multiplicateur d'investissement³⁹.

L'investissement accroît donc simultanément la demande de biens et l'offre de biens. La question qui se pose est donc: Le surcroît d'offre est-il égal au surcroît de demande? Ou bien: à quelle condition une économie peut bénéficier d'un taux de croissance stable «équilibrée», une croissance stable étant une croissance où l'offre de biens et la demande de biens augmentent de pair? Harrod et Domar arrivent par des voies différentes à la même réponse : si le taux de croissance est juste égal au rapport du taux d'épargne national sur le coefficient de capital.

1.1.1 Les capacités de production et le taux de croissance

Domar se demande à quelle condition l'accroissement du revenu est compatible avec l'augmentation des capacités de production ? Il veut déterminer les conditions qui permettent à l'augmentation de la demande d'être suffisante par rapport à l'augmentation de l'offre que suscite l'investissement. Selon Domar, pour analyser le processus de la croissance, il faut voir l'investissement non seulement comme un instrument générateur de revenu, mais aussi comme un créateur de capacités de production. Une économie en plein emploi avec un revenu de plein emploi et avec un investissement annuel, peut s'attendre à que ce niveau de plein emploi soit maintenu.

Cependant, s'il y a eu investissement, forcément il y a eu une formation de capital, et donc, s'il y a eu une formation de capital, forcément, les capacités de production de l'économie ont augmenté. Alors, si ce niveau de revenu de plein emploi est maintenu, les capacités de production créées resteront inutilisées, on aura du chômage. A ce moment là, c'est un niveau de revenu supérieur qui permettra d'écouler ce supplément de capacité de production et éviter ainsi le chômage. La solution au problème du chômage réside donc dans un revenu croissant.

³⁹ Un effet multiplicateur est un phénomène d'entraînement qui, pour une variation initiale d'une variable, provoque une variation finale plus importante.

Le problème que se pose alors Domar, c'est: si l'investissement augmente la capacité de production et crée du revenu, quel doit être le taux de croissance de l'investissement de manière à rendre l'augmentation du revenu égale à celle de la production pour que des capacités de production ne restent pas inutilisées ?

1.1.2 La formalisation de la condition de Domar

Domar s'interroge sur l'effet de l'investissement dans le temps. Il admet que l'investissement ne fait pas qu'augmenter le revenu de l'économie mais également augmente les capacités de production. Ces deux effets peuvent créer un déséquilibre. Si les capacités de production augmentent plus vite que le revenu de l'économie, il y aura beaucoup de biens disponibles dans l'économie mais pas assez d'argent pour que les consommateurs puissent les acheter. Economiquement, l'offre est supérieure à la demande. Cela peut entraîner une crise de surproduction. En revanche si l'effet créateur de revenu de l'investissement est supérieur à l'effet d'augmentation des capacités de production, les consommateurs sont plus riches mais il y a trop peu de biens à acheter. Economiquement, c'est la demande qui est supérieure à l'offre. Cette situation va naturellement entraîner une augmentation des prix des biens donc de l'inflation.

Naturellement, on peut conclure à première vue que, pour ne pas créer de déséquilibre il faut que l'investissement soit tel que l'effet créateur de revenu et l'effet augmentation des capacités de production doivent être égaux. On peut parler de ce résultat comme étant la condition de Domar. Mais quelle valeur doit-il prendre? Pour répondre à cette question nous allons avoir besoin d'utiliser l'outil mathématique.

Afin de simplifier la démonstration, nous allons poser un certain nombre d'hypothèses.

Hypothèse 1: On suppose que nous nous trouvons dans une économie capitaliste fermée et sans état. Techniquement les importations, les exportations, les dépenses publiques et les impôts sont égaux à 0.

Hypothèse 2: La fonction de production ne prend en compte qu'un seul facteur, le capital. Domar ne prend pas en considération le facteur travail (qui est bien évidemment très important).

$$Y_t = f(K_t)$$

Afin d'obtenir une solution analytique nous supposons que la fonction de production est de la forme :

$$Y_t = \frac{K_t}{v}$$

Où Y_t est la production à l'instant t , K_t le capital à l'instant t et v un coefficient technique. C'est cette hypothèse qui va nous permettre de quantifier l'effet augmentation des capacités de production de l'investissement. En effet, l'investissement est un flux, une variation du capital entre deux dates consécutives.

$$I_t = DK_t = \frac{\partial K_t}{\partial t}$$

Où DK_t est la variation du capital entre deux dates très proches. On parle de variation infinitésimale. C'est donc la dérivée du capital par rapport au temps. On peut donc remarquer que la variation de la production dans le temps est déterminée par la dérivée de la production par rapport au temps.

$$\frac{\partial Y_t}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{\partial K_t}{\partial t} = \frac{1}{v} I_t$$

L'effet de l'investissement sur la production est donc une fonction linéaire de l'investissement. En d'autres termes si l'investissement augmente de une unité, la production augmentera de $1/v$ unités.

Hypothèse 3 : L'effet de l'investissement sur le revenu de l'économie est déterminé à partir de l'égalité emplois-ressources. Compte tenu de l'hypothèse 1, l'égalité emplois-ressources se réduit à :

$$Y_t = C_t + I_t$$

Hypothèse 4 : nous supposons que la fonction de consommation C_t est une fonction keynésienne de court terme du type :

$$C_t = cY_t$$

Où c est la propension marginale à consommer⁴⁰.

1.1.3 La double nature de l'investissement

Pour que l'effet de capacité de l'investissement reste égal à son effet créateur de revenu, il faut que l'investissement augmente à un taux constant égal au rapport entre la propension marginale à épargner et le coefficient technologique du capital dans la fonction de production. Domar essaie d'établir une telle équation. Cette équation représente les deux natures de l'investissement: L'effet revenu, du côté de la demande et l'effet capacité, du côté de l'offre.

1.1.3.1 L'effet "revenu" de l'investissement

Du côté de la demande, l'effet de l'investissement est analysé à travers le multiplicateur d'investissement keynésien⁴¹. On a donc, en notant ΔY^d , l'augmentation de la demande :

$$\Delta Y^d = m \Delta I \dots \dots \dots (1.1)$$

Où le multiplicateur d'investissement m vaut : $m = 1 / (1 - c)$

Si on note s la propension à épargner. D'après Keynes, tout revenu est soit consommé, soit épargné, donc la somme des propensions moyennes à consommer et épargner vaut 1 et la somme des propensions marginales à consommer et épargner vaut aussi 1. On peut donc écrire " s " la propension marginale à épargner sous la forme: $(1 - c)$ et " c " la propension

⁴⁰La propension marginale à consommer (PmC) est la part d'une unité de revenu supplémentaire consacrée à la consommation, c'est-à-dire le rapport entre la variation de la consommation et la variation du revenu ($\partial C / \partial R$). La propension moyenne à consommer (PMC) est la part du revenu consacrée à la consommation (C/R).

⁴¹ Le multiplicateur keynésien établit une relation multiplicative entre une variation de la dépense de l'État dans une économie, et la variation de la demande agrégée qui en découle.

marginale à consommer sous la forme: $(1 - s)$. s et c ont tous les deux une valeur comprise entre 0 et 1. On en déduit mathématiquement que pour une unité supplémentaire de revenu acquise, la consommation augmentera mais dans de moins grandes proportions que le revenu.

On a, par définition : $c + s = 1$, Par conséquent, l'équation (1.1) peut s'écrire :

$$\Delta Y^d = \Delta I / s \dots \dots \dots (1.2)$$

1.1.3.2 L'effet "capacité" de l'investissement

D'autre part, l'investissement augmente l'offre. En notant cette augmentation de l'offre, ΔY^s , on a :

$$\Delta Y^s = I / v \dots \dots \dots (1.3)$$

Où v est le coefficient de capital, qui correspond à l'inverse de la productivité du capital. Domar présuppose, en effet, que la productivité du capital (Y/K) est constante: chaque unité de capital supplémentaire engendre la même croissance supplémentaire.

Dans d'autres termes, $1/v$ indique l'augmentation de la capacité de production qui accompagne chaque dollar investi et non pas la croissance du revenu produite par chaque dollar investi. Soit I l'investissement annuel de l'économie, I/v définit alors l'accroissement possible pour l'économie. C'est le côté de l'offre de l'équation. S'il est élevé cela indique que l'économie est capable d'augmenter sa production relativement vite : la question est de savoir si cette capacité accrue amènera à une plus grande production ou à un chômage. Cela dépendra du comportement du revenu monétaire.

1.1.4 La nécessité d'un taux de croissance à l'équilibre

A l'équilibre dynamique la masse de revenu crée par l'accroissement de l'investissement doit permettre d'écouler la masse supplémentaire de biens produits par l'accroissement des capacités de production. Pour qu'il n'y ait pas de capacités de production inutilisées il faut que l'effet capacité et l'effet revenu dégagés par la variation de l'investissement soient égaux.

Autrement dit, pour que la croissance soit équilibrée, il faut que l'augmentation de la demande soit égale à l'augmentation de l'offre, donc que $\Delta Y^d = \Delta Y^s$. Pour maintenir cette égalité, il faut que l'investissement et par conséquent la production croissent à un taux constant et égal au rapport du taux d'épargne national ss sur le coefficient de capital v .

On arrangeant (1.2) et (1.3) on obtient :

$$\Delta I / I = s / v \dots \dots \dots (1.4)$$

Cette dernière équation définit le taux de croissance annuel de l'investissement s/v nécessaire au maintien du plein emploi sans gaspillage de capacités de production. Domar veut faire remarquer le fait que l'accroissement du revenu n'est pas fonction du montant investi, il est fonction de l'accroissement de l'investissement. C'est la totalité de l'investissement qui accroît la capacité de production, mais seul la part correspondante à un accroissement de cet investissement augmente le revenu national. En d'autre terme, on

constate que l'effet d'offre de l'investissement est proportionnel à cet investissement, alors que l'effet sur la demande est proportionnel à la variation de l'investissement, ce qui laisse supposer que rien ne garantit que la croissance de la demande soit suffisante pour valider la croissance de l'offre. Rien ne garantit donc que la croissance soit équilibrée.

Plus précisément, en prétendant, que le coefficient de capital est constant, le taux de croissance de l'investissement est égal au taux de croissance ($\Delta I/I = \gamma$). Donc le taux de croissance de la production γ est simplement égal à l'augmentation de la production divisée par le montant total de celle-ci, ainsi γ sera d'autant plus élevé que s est fort et v (capital/production) est faible. L'équation (1.4) signifie donc que pour que la croissance soit équilibrée, il faut qu'elle soit égale au rapport s/v . Or, la propension à épargner, le coefficient de capital et le taux de croissance de la production sont indépendants les uns des autres. Il n'y a donc aucune raison pour que le taux de croissance permettant une croissance équilibrée se réalise.

➤ Interprétation des résultats

Si l'investissement croît au taux s/v alors toutes les autres variables du modèle croissent au même taux. En particulier, Domar distingue deux situations :

Un coefficient technologique v faible est synonyme d'une technologie efficace. En effet pour un même niveau de capital K_t , plus v est faible plus la production Y_t est élevée. Ainsi il est possible de déduire que le taux de croissance de l'économie est d'autant plus élevé que la technologie est efficace. Si l'augmentation de la demande est supérieure à l'augmentation de l'offre, c'est à dire si $\gamma > s/v$, alors le déséquilibre engendrera de l'inflation.

Si le taux d'épargne de l'économie est faible, alors le taux de croissance de l'investissement à l'équilibre entraîne un taux de croissance de l'économie faible. Autrement dit si l'augmentation de la demande est insuffisante par rapport à celle de l'offre, c'est à dire si $\gamma < s/v$, alors le déséquilibre engendrera une crise déflationniste.

En partant d'un niveau d'investissement d'équilibre, correspondant à une situation de plein emploi, si l'investissement croît à un taux inférieur à s/v , alors les capacités de production augmenteront plus que la demande: il en résultera du chômage. C'est cette seconde situation qui paraît la plus probable à Domar, marqué par la crise de 1929. Elle lui semble d'autant plus probable que selon la Théorie générale⁴², la propension à épargner doit croître avec l'accroissement des revenus. Malheureusement, il est extrêmement difficile de vérifier empiriquement de tels résultats. La raison est que ce modèle est trop simpliste pour être testé empiriquement.

Domar retrouve ainsi, en longue période, les conclusions que Keynes formulait pour la courte période : l'équilibre de sous-emploi est le plus probable dans une économie de marché. L'augmentation de l'investissement ne suffit pas, la plupart du temps, à générer une demande suffisante face aux capacités de production supplémentaires qu'elle induit : le chômage en est la conséquence.

⁴² Avec la Théorie générale, Keynes a développé l'hypothèse que la demande est le principal facteur déterminant le niveau de la production et par conséquent celui de l'emploi.

1.1.5 Critiques du modèle de Domar

Le modèle de Domar doit affronter plusieurs critiques assez sévères : En premier lieu, Domar extrait une condition d'équilibre mais ne dit rien sur les situations hors équilibre ce qui est assez paradoxale pour un keynésien. Nous savons seulement que si le taux de croissance de l'investissement est inférieur à s/v l'économie connaîtra de l'inflation puisque la production augmente moins vite que les revenus. Par ailleurs, si le taux de croissance de l'investissement est supérieur à s/v il y a un risque de déflation ou de crise de sur production puisque la production croît plus vite que les revenus.

En second lieu, Domar n'introduit pas le travail dans la fonction de production. Or manifestement le facteur travail ne doit pas être oublié. Domar raisonne comme si le marché du travail était toujours à l'équilibre. Cet «oubli» va être réparé par Harrod dès 1939.

Le message le plus important du modèle de Domar est que la croissance n'est pas systématique. Ce n'est pas parce qu'on accumule du capital qu'il y aura de la croissance et donc une augmentation du bien être. Encore faut-il que l'investissement croisse à un taux déterminé par des paramètres exogènes pour que la croissance ne crée pas de déséquilibre.

1.1.6 L'investissement, remède et cause

Domar retrouve également Keynes dans les conclusions qu'il en tire : il accorde à l'État un rôle essentiel de régulateur de la demande globale. En effet, l'équation (1.1) est valable pour toute dépense autonome : l'État peut ainsi stimuler la demande, sans augmenter l'investissement et donc sans accroître les capacités d'offre, restaurant ainsi l'équilibre de plein emploi. De même, l'Etat peut modifier, par sa politique fiscale notamment, la répartition des revenus de manière à accroître les revenus des plus pauvres, qui épargnent également le moins, au détriment des plus riches. Cela pour effet de diminuer la propension à épargner de l'économie, s . Par suite, le ratio s/v baisse : le taux de croissance de l'investissement nécessaire au maintien du plein emploi est donc plus faible.

Dans ce modèle, le taux d'épargne (s) est très difficile à faire varier et fait qu'on ne puisse obtenir un niveau de revenu et donc d'emploi plus élevé qu'à travers un accroissement de l'investissement. Mais cet investissement, en raison de l'effet «capacité» fait que l'économie se trouve dans un dilemme : «si des investissements suffisants ne sont pas atteints aujourd'hui il y aura chômage. Mais si on investit assez aujourd'hui il faudra investir encore plus demain si on ne veut pas qu'il y ait chômage demain. » (Domar, « Expansion et Emploi » 1973). En effet, l'effet «revenu» de l'investissement, à travers le multiplicateur est temporaire tandis que la capacité de production a été accrue pour de bon. Finalement, par rapport au chômage l'investissement est «en même temps un remède contre la maladie et la cause de plus grands troubles pour le futur » (Domar).

Ce modèle reste limité au sens où il n'est pas un modèle réellement dynamique. En particulier, il n'incorpore aucune fonction d'investissement. Il ne fait que transposer deux conditions d'équilibre de courte période sur la longue période. Le modèle de Harrod, en incorporant une fonction d'investissement élémentaire, dépasse en partie cette limitation, même si ses conclusions sont proches.

1.2 Le modèle de Harrod

Harrod va soutenir l'argument de Domar d'impossibilité d'une croissance équilibrée. Dès lors, la croissance ne peut qu'être instable et conduire soit à un suremplei des facteurs de production conduisant à l'inflation, soit à un sous-emploi aboutissant à un chômage permanent. Selon Harrod, le capitalisme est donc incapable de maintenir le plein-emploi. Sous l'influence de Keynes, Harrod appuie son raisonnement sur les anticipations de débouchés des entrepreneurs. Keynes place au centre de sa théorie les prévisions de demande des entreprises. Mais seulement dans un modèle de courte période.

1.2.1 Présentation du modèle

Harrod détermine d'abord γ qui est le taux de croissance effectif, c'est une transposition dynamique du concept de revenu effectif et représente donc le taux au quel le revenu croît effectivement dans l'économie. Il définit ensuite γ^e comme le taux de croissance qui permet à l'économie de suivre un sentier d'équilibre. Sur ce sentier, les firmes planifient en permanence un montant d'investissement qui correspond exactement à la fraction du revenu qui a été épargnée. Pour le déterminer, Harrod associe la théorie du multiplicateur de Keynes et le principe d'accélération⁴³. L'investissement désiré des entrepreneurs à l'équilibre doit être égale à l'investissement effectivement réalisé.

Le modèle de Harrod s'articule donc autour de trois notions fondamentales.

- Le taux de croissance garanti (γ^e) correspond au taux de croissance qui permet l'équilibre sur le marché des biens sur la longue période, c'est-à-dire celui où les décisions d'épargne des ménages sont égales aux décisions d'investissement des entreprises ex-ante sur le long terme, permettant ainsi aux investissements désirés par les entrepreneurs d'être réalisés.
- le taux de croissance réalisé γ , c'est à dire le taux de croissance effectif de l'économie.
- le taux de croissance naturel de la population active n , qui est supposé exogène à l'économie.

Deux questions essentielles se posent pour Harrod. Premièrement, à quelles conditions le taux de croissance réalisé peut-il être égal au taux de croissance garanti? Autrement dit, l'économie peut-elle être sur un sentier de croissance stable, permettant un équilibre durable des décisions d'épargne et d'investissement?

D'autre part, le taux de croissance garanti est-il compatible avec le taux de croissance naturel? C'est à dire, le taux de croissance d'équilibre de l'économie est-il suffisant pour que l'augmentation de la population active ne débouche pas sur une augmentation du chômage?

⁴³ Le principe d'accélération intègre l'idée selon la quelle les entrepreneurs fondent leurs projets d'investissement non pas sur le niveau de revenu mais sur la vitesse de son évolution.

1.2.2 La fonction de production Keynésienne

Dans le court terme⁴⁴, il est impossible de «jouer» sur la substituabilité des facteurs de production et aussi de remplacer du capital par du travail et inversement. Pour tenir compte de telles rigidités, il convient de prendre une fonction de production à facteurs de production complémentaires. La forme adoptée par Harrod est la suivante :

$$Y_t = \min \left\{ \frac{K_t}{v}; \frac{L_t}{u} \right\}$$

Cette fonction nous dit que la production est égale au minimum des deux termes qui se trouvent entre parenthèses. En d'autres termes on peut écrire que :

Si $K_t/L_t < v/u$ alors la production est déterminée par $Y_t = K_t/v$. Dans ce cas, la production est contrainte par le manque de capital physique. Le terme K_t/L_t est le capital par travailleur, s'il est faible (inférieur à v/u) la production ne dépend que de la quantité de capital disponible dans l'économie.

Si $K_t/L_t > v/u$ alors la production est déterminée par $Y_t = L_t/u$. Dans ce cas, la production est contrainte par le manque de travail.

La fonction de production keynésienne peut être exprimée par tête:

$$y_t = \frac{Y_t}{L_t} = \min \left\{ \frac{K_t}{vL_t}; \frac{L_t}{uL_t} \right\} = \min \left\{ \frac{k_t}{v}; \frac{1}{u} \right\}$$

Où y_t est la production par tête, et k_t le capital par tête.

1.2.3 La structure du modèle de Harrod

Hypothèse 1: Par soucis de simplification on suppose que l'économie est de type capitaliste et fermée.

Hypothèse 2: La fonction de production par tête est une fonction de court terme qui prend la forme suivante :

$$Y_t = \min \left\{ \frac{K_t}{v}; \frac{L_t}{u} \right\}$$

Hypothèse 3: On suppose que la force de travail croît à taux constant n .

$$\gamma_L = \frac{DL_t}{L_t} = n$$

Hypothèse 4: La fonction de consommation est une fonction keynésienne de long terme :

$$C_t = cY_t$$

⁴⁴Les Keynésiens s'opposent aux classiques et considèrent que l'analyse économique doit se mener dans le court terme et non dans le long terme. Ils ne remettent pas totalement en cause l'analyse de long terme mais considèrent que ce type d'analyse dissimule les problèmes de déséquilibre dans le court terme.

Hypothèse 5: La fonction d'investissement est fonction de la production attendue :

$$Y_t = \frac{K_t}{v}$$

Pour atteindre un niveau de production Y_t^e , il faudra donc un capital égal à :

$$K_t^e = v Y_t^e$$

On en déduit que le taux de croissance anticipé du capital doit être égal au taux de croissance de la production anticipée

$$\frac{DK_t^e}{K_t^e} = \frac{DY_t^e}{Y_t^e} = \gamma^e$$

$$I_t = \gamma^e K_t$$

L'investissement par tête est obtenu en divisant par la population

$$\frac{I_t}{L_t} = \gamma^e k_t$$

Hypothèse 6: L'égalité emploi ressource est:

$$Y_t = C_t + I_t$$

En divisant l'égalité emplois-ressources par L_t puis en remplaçant l'investissement par tête par l'expression précédente on obtient :

$$y_t = c_t + \gamma^e k_t$$

1.2.4 Le sentier d'équilibre

En partant des formulations de Keynes, Harrod pose que l'épargne (S) est proportionnelle au revenu (Y) :

$$S = sY \dots \dots \dots (1.5)$$

Où s est la propension à épargner, comprise entre 0 et 1.

Harrod suppose également que l'investissement (I) est proportionnel aux variations du revenu, selon le principe de l'accélérateur d'investissement⁴⁵ :

Soit $Y_0; Y_1$ revenu à la période 0 et à la période 1, et $v(Y_1 - Y_0)$, l'investissement désiré,

$$I = v \cdot \Delta Y \dots \dots \dots (1.6)$$

⁴⁵L'effet accélérateur désigne en économie l'effet d'entraînement réciproque entre la croissance de la demande et de celle de l'investissement productif.

Où v est le rapport entre le capital disponible et la production qu'il permet de mettre en œuvre (K/Y). Le coefficient marginal du capital est nécessaire à la maximisation du profit des entrepreneurs

A l'équilibre on doit avoir l'égalité entre l'investissement désiré et l'investissement effectivement réalisé qui correspond à l'épargne réalisée. Pour qu'il y ait équilibre sur le marché des biens, on doit avoir $I = S$.

$$S = sY = I = v \cdot \Delta Y \dots \dots (1.7)$$

$$s \cdot Y = v \cdot \Delta Y \dots \dots \dots (1.8)$$

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \gamma = s/v \dots \dots \dots (1.9)$$

Il existe donc un taux de croissance du produit brut qui permet la satisfaction des plans des entrepreneurs. A ce taux les plans d'investissement sont parfaitement coordonnés avec les plans de consommation (ou épargne). Une telle problématique tire son inspiration de Keynes qui disait déjà dans sa Théorie Générale que les défauts de coordination conduisent les agents à faire des anticipations de dépenses que ne se réalisent pas, c'est à dire que la demande effective ne permet pas le plein usage des capacités.

Le problème est donc de savoir si ce taux qui satisfait les plans des producteurs coïncide avec le taux de croissance effectif du revenu, constaté dans l'économie. En effet si les producteurs n'anticipent pas bien les plans de consommation, le taux de croissance garanti γ^e ne sera pas égal au taux de croissance réel ou effectif γ , ceci est le premier problème de Harrod.

Harrod soulève un second problème : même si l'économie restait sur son sentier équilibré «taux garanti» il n'y a aucune raison que ce taux assure le plein-emploi. Harrod appelle le taux naturel le taux qui garantit l'absorption de la main d'œuvre totale. Admettons que l'économie progresse au taux garanti mais que le taux naturel soit inférieur. La croissance va résorber le chômage puis buter sur le plein-emploi. L'économie devra donc admettre un taux inférieur au taux garanti.

1.2.4.1 Confrontation de l'offre et de la demande

L'offre de biens et services dans le modèle d'Harrod est :

$$y_t^s = \min \left\{ \frac{k_t}{v}; \frac{1}{u} \right\}$$

La demande dans le modèle d'Harrod est :

$$y_t^d = c_t + \gamma^e k_t$$

Nous allons étudier les cas de l'équilibre. Deux cas se présentent soit l'offre est inférieure à la demande, soit la demande est inférieure à l'offre.

➤ Situations de demande excédentaire

Si l'offre est inférieure à la demande, nous avons deux cas de figure puisque l'offre peut prendre deux valeurs :

1^{er} cas : $y_t^s = k_t/v$ c'est à dire : $k < v/u$, la demande est :

$$y_t^d = c \frac{k_t}{v} + \gamma^e k_t$$

L'offre est inférieure à la demande si :

$$y_t^s < y_t^d \Rightarrow \frac{k_t}{v} < c \frac{k_t}{v} + \gamma^e k_t$$

En simplifiant par k_t et en arrangeant on obtient :

$$\gamma^e > \frac{1-c}{v} = \frac{s}{v}$$

Dans ce cas, l'offre est contrainte par le manque de capital et la demande n'est pas satisfaite. Pourtant, il existe dans l'économie assez de travailleur pour produire plus mais le système de production manque cruellement de capital. Comme la fonction de production est à facteur complémentaire, il y a des chômeurs dans cette économie. On parle de chômage classique puisque c'est l'offre (qui pourrait être plus importante) qui est à l'origine du chômage.

Comme le taux de croissance anticipé par les producteurs est supérieur à la valeur s/v et que l'offre est inférieure à la demande, on s'attend, dans le paradigme néoclassique à ce que les prix augmentent. Mais dans un paradigme Keynésien, ce sont les quantités qui s'ajustent et donc les producteurs vont augmenter leurs investissements de façon à augmenter leur production pour répondre à une demande excédentaire. Ainsi, le taux de croissance anticipé de l'économie γ^e est reconsidéré à la hausse.

Quel est l'effet sur l'évolution du capital par tête?

$$k_t = \frac{K_t}{L_t} \Rightarrow \frac{Dk_t}{k_t} = \frac{DK_t}{K_t} - \frac{DL_t}{L_t} = \gamma^e - n$$

$$Dk_t = (\gamma^e - n)k_t \dots \dots \dots (1.10)$$

Les variations du capital par tête dépendent de la différence entre le taux de croissance anticipé et le taux de croissance de la population. Si le taux de croissance anticipé est inférieur au taux de croissance de la population, le capital par tête diminue (le capital augmente moins vite que la population). En revanche, si le taux de croissance anticipé de la production est supérieur au taux de croissance de la population, le capital par tête augmente (le capital augmente plus vite que la population).

Synthèse de ce premier cas: Il y a chômage keynésien si :

$$\begin{cases} k < v/u \\ \gamma^e > s/v \end{cases}$$

Le capital par tête varie de la façon suivante: si

$$\begin{aligned} \gamma^e > n &\Rightarrow k \uparrow \\ \gamma^e < n &\Rightarrow k \downarrow \end{aligned}$$

Les anticipations des producteurs augmentent $\gamma^e \uparrow$

2^{ème} cas : $y_t^s = 1/u$ c'est à dire : $k > v/u$

Dans ce cas, l'offre est constante. C'est le nombre de travailleurs qui détermine les quantités offertes. Il n'y a pas donc de chômage. On parle encore de plein emploi du facteur travail. La production est contrainte par le manque de "mais d'œuvres". La demande est :

$$y_t^d = c \frac{1}{u} + \gamma^e k_t$$

L'offre est inférieure à la demande si :

$$y_t^s < y_t^d \Rightarrow \frac{1}{u} < c \frac{1}{u} + \gamma^e k_t$$

$$\gamma^e > \frac{s}{v} \frac{1}{k_t}$$

Si le taux de croissance anticipé par les producteurs est supérieur à la valeur (s/vk_t) alors l'offre restera inférieure à la demande. Dans un paradigme néoclassique, on peut s'attendre à ce que les prix augmentent. Mais dans un paradigme Keynésien, ce sont les quantités qui s'ajustent. Mais, augmenter l'investissement ne permettra pas d'augmenter l'offre, car on ne peut plus embaucher. Ainsi, le taux de croissance anticipé de l'économie γ^e est reconsidéré à la baisse.

Quel est l'effet sur l'évolution du capital par tête?

$$Dk_t = (\gamma^e - n)k_t$$

Si le taux de croissance anticipé est inférieur au taux de croissance de la population, le capital par tête diminue. En revanche, si le taux de croissance anticipé de la production est supérieur au taux de croissance de la population, le capital par tête augmente.

Synthèse de ce deuxième cas : Il y a chômage keynésien,
Si :

$$\begin{cases} k > v/u \\ \gamma^e > \frac{s}{v} \frac{1}{k_t} \end{cases}$$

Le capital par tête varie de la façon suivante:

Si :

$$\begin{aligned}\gamma^e > n &\Rightarrow k \uparrow \\ \gamma^e < n &\Rightarrow k \downarrow\end{aligned}$$

Les anticipations des producteurs diminuent $\gamma^e \downarrow$

➤ **Situations d'offre excédentaire**

L'économie produit des biens et services mais la demande est trop faible. En d'autres termes l'effet de capacité de l'investissement est supérieur à l'effet créateur de revenu. Le premier cas est naturellement celui pour lequel :

$$\begin{cases} k < v/u \\ \gamma^e < s/v \end{cases}$$

Dans cette situation, l'offre est supérieure à la demande. Si l'effet créateur de revenu était plus important, l'offre pourrait être écoulee. On parle de chômage keynésien puisqu'il suffit de "payer" plus les travailleurs de façon à ce qu'ils augmentent leur demande et puisse acheter l'offre excédentaire. Mais les producteurs n'anticipent pas cette possibilité, ne pouvant écouler leur production révisent leurs anticipations à la baisse $\gamma^e \downarrow$.

Cette situation ne change rien à la dynamique du capital.

Si :

$$\begin{aligned}\gamma^e > n &\Rightarrow k \uparrow \\ \gamma^e < n &\Rightarrow k \downarrow\end{aligned}$$

Le second cas est naturellement celui pour lequel :

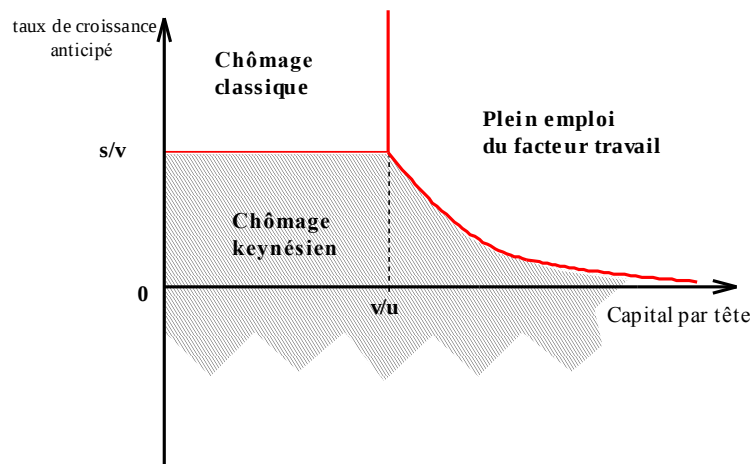
$$\begin{cases} k > v/u \\ \gamma^e < \frac{s}{v} \frac{1}{k_t} \end{cases}$$

La encore nous nous trouvons dans une situation de chômage keynésien. Le problème dans ce cas est que l'offre est déterminée par le nombre de "mains d'œuvres" disponibles dans l'économie. Mais la demande est inférieure à l'offre. Les producteurs vont chercher à réduire leur production pour s'ajuster à la demande. Leurs anticipations sont donc revues à la baisse $\gamma^e \downarrow$.

Cette situation ne change rien à la dynamique du capital.

Si :

$$\begin{aligned}\gamma^e > n &\Rightarrow k \uparrow \\ \gamma^e < n &\Rightarrow k \downarrow\end{aligned}$$



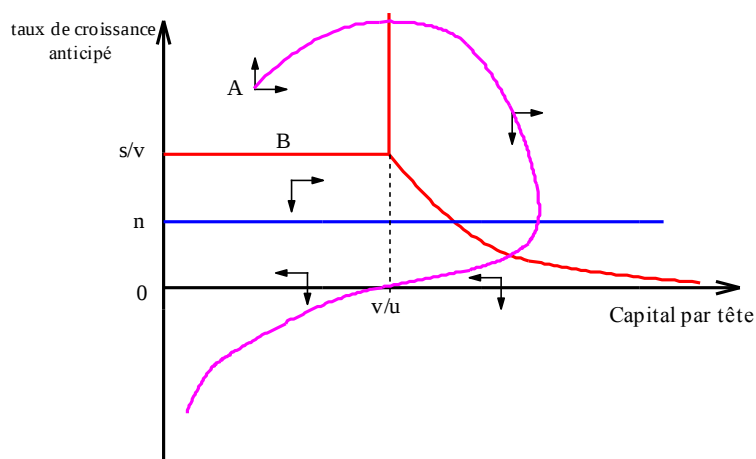
Graphe 1.1

➤ Synthèses graphiques des situations de déséquilibre

Nous allons présenter graphiquement les situations de déséquilibres (chômage classique, chômage keynésien, plein emploi du facteur travail) ainsi que les dynamiques du capital et des anticipations. Nous distinguerons trois cas lorsque le taux de croissance de la population est inférieur à s/v , ensuite lorsque le taux de croissance de la population est supérieur à s/v et enfin lorsque le taux de croissance de la population est strictement égal à s/v .

Nous allons observer que l'économie est vouée à la ruine dès lors que le taux de croissance de la population (n) est différent de s/v .

1^{er} cas : $n < s/v$



Graphe 1.2

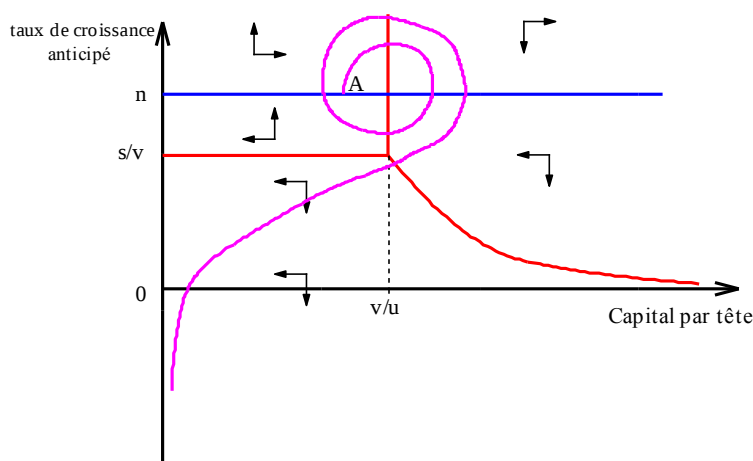
Si l'économie se trouve au point A (zone de chômage classique) et que le taux de croissance de la population est inférieur à s/v , alors l'investissement global croît à un rythme supérieur à celui de la population et donc le capital par tête augmente. Les anticipations sont révisées à la hausse puisqu'il suffit d'investir pour produire plus, répondre à la demande excédentaire et embaucher.

L'économie se déplace donc vers le "nord-est". Une fois le plein emploi réalisé, les perspectives de production sont revues à la baisse (taux de croissance de la production est supérieur à 0). On se déplace donc vers le "sud-est". Le taux de croissance de l'investissement devient inférieur au taux de croissance de la population, le capital par tête diminue. On se déplace donc vers le "sud-ouest". On entre dans la zone de chômage keynésien, la demande est trop faible par rapport à la production, le taux de croissance anticipé est revu à la baisse (jusqu'à en devenir négatif) et l'investissement est tellement faible que le capital par tête diminue. L'économie se trouve dans une situation dramatique qui va la conduire à la ruine.

On remarquera que même si l'économie démarre au point B elle atteint la zone de plein emploi du facteur travail pour finir ruinée dans la zone de chômage keynésien.

2^{ème} cas $n > s/v$

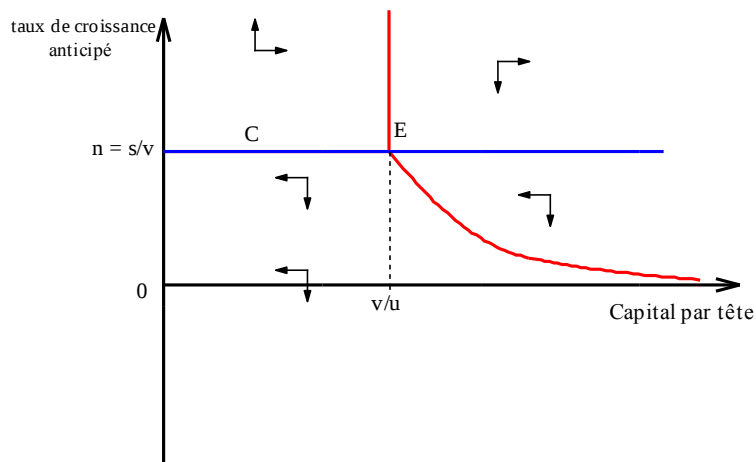
Le raisonnement reste globalement le même. Sur le graphique suivant il représente une dynamique peu plausible dans la réalité, qui laisse entrevoir un passage de la zone de plein emploi du facteur travail à une zone de chômage classique. Cela a pour effet de "relancer" la machine économique. Malheureusement l'économie atteint tôt ou tard la zone de chômage classique qui déstabilise l'économie et la voue à la ruine.



Graphe 1.3

3^{ème} cas : $n = s/v$

Dans ce cas les économies ayant les paramètres n, s et v tels que $n = s/v$ garde le capital par tête qu'elles avaient. La croissance économique se fait donc au rythme d'évolution de la population. On remarque qu'une économie qui débute au point E a un capital par tête supérieur tout au long de son existence à celle qui débute en C. Ainsi le modèle d'Harrod et Domar laisse entrevoir la possibilité d'existence de pays riches et de pays pauvres !



Graphe 1.4

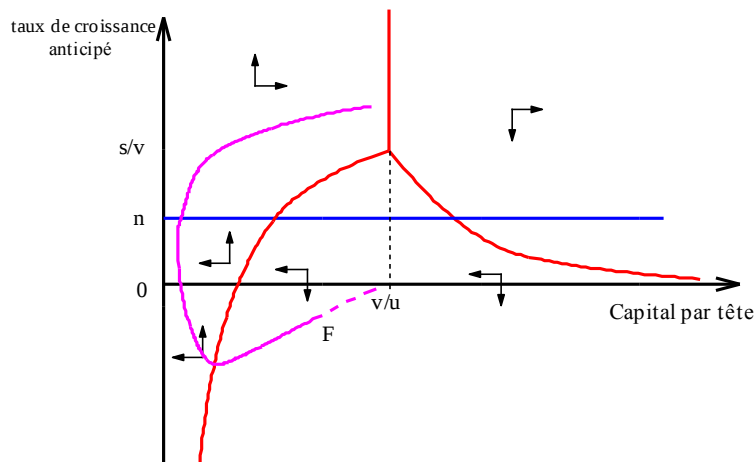
1.3 Les enseignements du modèle de Harrod et Domar

Pour ces deux keynésiens, la croissance économique est un phénomène extrêmement instable. Le but n'est pas forcément la critique du système capitaliste mais plutôt la recherche de la justification de l'intervention de l'Etat. La question qui se pose est bien sûr : que peut faire l'Etat pour empêcher l'économie de rentrer dans la zone de chômage keynésien qui sera déstabilisatrice ?

C'est la faiblesse de la demande qui est à l'origine de révisions à la baisse des anticipations. Il suffit donc que l'Etat crée une demande pour arrêter cette baisse. La fonction de demande va donc être augmentée des dépenses publiques faites par le gouvernement G_t :

$$y_t^d = c_t + \gamma^e k_t + G_t$$

Cette intervention a pour effet de modifier la frontière entre chômage classique et chômage keynésien. Ainsi l'économie qui se trouve en situation de chômage keynésien revient de façon systématique dans une zone de chômage classique où les anticipations sont révisées à la hausse.



Graphe 1-5

L'intervention de l'état dans la vie économique par le biais des dépenses publiques peut empêcher une économie d'être vouée à la ruine.

La croissance n'est stable que si le taux de croissance de la population est strictement égal à s/v . Or cette conditions est extrêmement difficile à réaliser car le taux de croissance de la population, le taux d'épargne et le coefficient de technologie sont donnés et exogène. Il suffirait de rendre endogène un de ces trois paramètres pour retrouver une stabilité de la croissance économique.

1.3.1 L'endogénéisation du taux de croissance de la population

Harrod note n le taux de croissance de la population active. Ce taux est exogène à l'économie, c'est-à-dire qu'il n'est pas influencé par les phénomènes économiques. Pour que le taux de chômage reste stable, il faut que la population active augmente au même rythme que le taux de croissance garanti : $n = \gamma^e$. Pour que la croissance soit équilibrée et sans chômage, on doit donc avoir :

$$n = s/v \dots \dots \dots (1.10)$$

Or, il n'y a aucune raison pour que cette dernière égalité soit réalisée : les trois variables n , s et v sont toutes indépendantes les unes des autres. Par conséquent, pour Harrod, la croissance est fondamentalement instable et porteuse de chômage.

Il serait nécessaire de trouver un mécanisme qui inciterait les ménages à faire des enfants de façon à ce que le taux de croissance de la population soit strictement égal à s/v . Il semble difficile de convaincre les ménages de faire des enfants en fonction du taux d'épargne social et de la technologie. Cela dit à technologie identique, le taux de croissance de la population devrait être d'autant plus élevé que le taux d'épargne est grand. En retour, le taux de croissance de la population devrait être d'autant plus élevé que la technologie est efficace. On constate empiriquement que les pays qui ont un fort taux de croissance de la population n'ont ni un taux d'épargne élevé ni une technologie très performante.

1.3.2 L'endogénéisation du taux d'épargne social

Les implications sur le taux d'épargne dépendent des caractéristiques de l'économie. L'épargne est une vertu si le taux de croissance garanti est inférieur au taux naturel. Il est un vice dans le cas contraire.

Il serait donc nécessaire de trouver un mécanisme qui ajusterait le taux d'épargne social à nv . L'idée a été retenue par Kaldor qui suppose que l'économie est constituée de capitalistes qui ne vivent que du revenu du capital et de travailleurs qui ne vivent que du revenu de leur travail. Les capitalistes ont un taux d'épargne supérieur à celui des travailleurs. Ainsi, en faisant varier la rémunération du capital ou du travail il devient possible de modifier la part de la production qui revient aux capitalistes et aux travailleurs. De ce fait, on s'offre la possibilité de faire varier le taux d'épargne social entre deux bornes, une baisse qui est le taux d'épargne des travailleurs et une élevée qui est le taux d'épargne des capitalistes.

1.3.3 L'endogénéisation de la technologie

La fonction de production keynésienne interdisait la substituabilité des facteurs de production. Si cela reste plausible dans le court terme, il n'est plus possible de soutenir une telle hypothèse dans le long terme. Ainsi, en prenant une fonction de production de type Cobb

Douglas on peut rendre variable $v = K/Y$ de façon à ce qu'il s'ajuste automatiquement à n/s . C'est ce que préconise Solow, dont on étudiera le modèle ultérieurement.

1.4 Le modèle de Harrod-Domar et l'économie du développement

Le modèle de Harrod-Domar a exercé une importante influence sur l'économie du développement durant les trente glorieuses⁴⁶. Dans la mesure où la productivité du capital ($1/v$) était supposée à l'époque constante, car dépendante de paramètres technologiques, le modèle suggérait que le seul moyen pour un pays en développement d'accroître son taux de croissance passait par une augmentation de son épargne. L'épargne privée étant insuffisante dans ces pays, seule l'aide étrangère et l'État, par une politique d'excédents budgétaires, pouvaient accroître le taux d'épargne de l'économie, finançant ainsi un taux d'investissement plus élevé.

Toutefois, comme le soutient Bhagwati (1998), le développement dépend plus de l'accroissement de la productivité du capital que de l'accroissement du taux d'investissement. Par ailleurs, rien ne garantit que l'aide étrangère se traduise par un accroissement identique de l'investissement, elle peut provoquer une baisse de l'épargne privée et de la productivité du capital.

1.4.1 Limite du modèle

Pour Harrod et Domar, la croissance est toujours "sur le fil du rasoir": elle est fondamentalement instable, et peut s'accompagner d'un chômage durable. Seul l'Etat est à même de stabiliser le sentier de croissance de l'économie, en régulant la demande globale. Ce modèle est néanmoins critiquable, en particulier en raison des hypothèses qui le fondent.

Premièrement, le modèle repose sur l'hypothèse que la propension à épargner est stable, et ne dépend pas des autres variables du modèle. Or, sur le long terme, la propension à épargner d'une économie varie. Cela a conduit les post keynésiens de Cambridge (Joan Robinson et Nicholas Kaldor) à élaborer à partir du modèle de Harrod-Domar et de l'œuvre de Michal Kalecki, des modèles de croissance où l'épargne joue le rôle de variable d'ajustement.

D'autre part, le modèle repose sur l'hypothèse fondamentale que le travail et le capital ne sont pas substituables : toute augmentation de la production implique un accroissement proportionnel du capital et de la main d'œuvre. La fonction de production est ainsi supposée être à proportion de facteurs fixe. Les ratios K/Y et K/L sont donc stables. Or, cette hypothèse est difficile à soutenir pour la longue période.

Le modèle de Harrod est fortement inspiré de la théorie de Keynes, par la contradiction de la loi de Say⁴⁷ et par l'effet du multiplicateur de l'investissement. L'apport majeur de ce modèle est l'approche par le capital, en considérant qu'une variation de l'investissement augmente non seulement le revenu, mais dégage aussi des capacités supplémentaires de production. Domar arrive donc à déterminer le taux de croissance nécessaire de l'investissement qui fait que l'augmentation du revenu qui en découle est suffisante pour combler les capacités de production dégagées par ce même accroissement de

⁴⁶ Les Trente Glorieuses sont la période de forte croissance économique qu'ont connu entre 1945 et 1973 une grande majorité des pays développés, principalement les membres de l'OCDE.

⁴⁷ L'offre crée sa propre demande, c'est-à-dire que la création d'un bien trouve toujours un débouché.

l'investissement. Harrod lui, montre l'instabilité de ce sentier de croissance équilibrée et que tout écart du sentier mènera à une expansion ou à une dépression cumulative qui s'écartera de plus en plus de l'équilibre.

Ces résultats négatifs, correspondent bien au pessimisme dû à l'instabilité économique et financière après la crise de 1929. Par la suite, le modèle de Solow modifiera ces résultats négatifs en relâchant certaines hypothèses restrictives du modèle Harrod-Domar, comme la rigidité du coefficient du capital (v) et en recourant à la substitutabilité des facteurs de production. Kaldor, aussi, corrigera le modèle Harrod-Domar en relâchant l'hypothèse de la rigidité de la propension marginale à épargner (s).

Le modèle de Domar est fondé sur la distinction entre les deux effets de tout investissement : un effet de revenu et un effet de capacité. Pour que la croissance soit équilibrée, il faudrait que ces deux effets soient égaux : la demande supplémentaire créée par l'augmentation des revenus ouvrant suffisamment de débouchés à l'offre supplémentaire créée par des capacités de production. Domar démontre qu'il n'y a aucune raison pour qu'il en soit durablement ainsi : le système capitaliste est condamné au déséquilibre, puis à la stagnation.

L'équilibre implique donc que le taux de croissance garanti soit égal au rapport s/v . Or, il n'y a pas de raison pour que le taux de croissance réalisé, qui dépend de décisions individuelles, respecte ce ratio, qui dépend des structures de l'économie (de sa propension à épargner et de son coefficient de capital). L'effet demande peut être plus ou moins fort selon que s est plus ou moins faible. De même, l'effet capacité dépend de la taille de v .

Domar en conclue à une tendance excessive à l'épargne ou à une faiblesse de la demande, $\gamma^e < sv$, soit encore : $s > \gamma^e v$. Dans ce cas l'effet de capacité est supérieur à l'effet de demande et la faiblesse cumulative des débouchés conduit à la stagnation. Le taux de croissance de l'investissement est faible est induit trop de capital et donc trop d'offre par rapport à la demande que génère l'investissement. L'idée est que la mise en place de capital nouveau génère une demande insuffisante par rapport au surcroît d'offre que cela entraîne.

La théorie de Harrod peut s'exposer en 3 points: à savoir le problème de l'existence de l'équilibre et le taux de croissance garanti, le problème de l'unicité de l'équilibre et ses propriétés et enfin le problème de la stabilité de l'équilibre à long terme, point qui fait la différence avec Domar. Harrod démontre alors que toute déviation à partir de l'équilibre a tendance à s'accroître, les taux de croissance anticipés et réalisés, s'éloignent de plus en plus du taux de croissance nécessaire. Il en conclut que le processus de croissance est fondamentalement instable et que la probabilité d'une croissance équilibrée de plein-emploi est, contrairement à ce que pensent les néoclassiques, très faible.

Le modèle de Harrod et celui de Domar sont proches, même si leurs problématiques ne sont pas identiques. Domar ne cherchait qu'à attirer l'attention des Keynésiens sur les effets sur le plein emploi de l'investissement au-delà de la courte période tandis que Harrod visait à dynamiser la théorie keynésienne pour en faire un modèle de la croissance de long terme. Domar abandonnera d'ailleurs son modèle au profit du modèle néoclassique de Solow.