La Théorie Néoclassique de Croissance

L'explosion démographique en Europe du Dix-huitième Siècle a cessé, le taux de natalité a baissé, et le taux de croissance de la population est devenu modéré ; la théorie de la croissance démographique que prônait Malthus ne tenait plus. D'après les Néoclassiques, le taux de croissance de la population est, certes, affecté par des facteurs économiques, mais pas automatiquement.

Deux facteurs sont supposés être les plus influents sur la croissance démographique : [1]

- Tant que les salaires accordés aux femmes s'élevaient, et les possibilités de trouver un travail s'agrandissaient, le coût d'opportunité d'avoir des enfants devenait plus important, alors les familles préféraient avoir moins d'enfants ;
- Les progrès technologiques ont amélioré les systèmes de santé, l'espérance de vie à la naissance ne cessait de s'allonger.

Ces deux forces économiques, étant opposées, s'effaçaient entre elles ; à partir de là, les Néoclassiques affirment que le taux de croissance d'une population est indépendant du taux de croissance de son économie.

La Théorie Néoclassique de Croissance a été, tout d'abord, développée par Frank Ramsey dans les années 1920 ; mais c'est Robert Solow qui, en 1956, propose sa version la plus populaire. Pour ces travaux, et bien d'autres, Solow a été récompensé par le Prix Nobel de l'économie en 1987.

L'aspect majeur du modèle de Solow réside dans la forme néoclassique que prend la fonction de production ; la fonction a des rendements d'échelle constants, chaque facteur à part a des rendements décroissants, une certaine élasticité de substitution entre les facteurs et une règle de taux d'épargne constant, ce qui génère un modèle à équilibre général des plus simples[2].

2.1. Présentation du Modèle Néoclassique

Dans son modèle, Solow a levé l'hypothèse de rigidité des techniques de production maintenue par Harrod. En plus, il assume qu'à chaque moment, les décisions d'épargne et d'investissement coïncident ; le problème de coordination est alors résolu[3].

Des hypothèses plus simplificatrices peuvent être formulées[4] :

- Le monde consiste de pays qui produisent et consomment un bien unique et homogène (la production nationale) ;
- Il n'y a pas de commerce international dans le modèle puisqu'il n'y a qu'un seul bien ;

[1] Mattheus K., Parkin M. & Powell M, op.cit, p 691.
[2] Barro R.J. & Sala-i-Martin X "*Economic Growth*" Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 2ème éd., 2004, p 17.
[3] Guellec D. & Ralle P "*Les Nouvelles Théories de la Croissance*" op.cit, p 31.
[4] Jones C.I, op.cit, pp 18-19.

- La technologie disponible aux entreprises dans ce monde simplifié n'est nullement affectée par les actions de ces entreprises, elle est fixée en dehors du modèle.

2.1.1. Caractéristiques du Modèle Néoclassique

Une fonction de production est dite néoclassique si elle satisfait les propriétés suivantes[1] :

* Les rendements d'échelle sont constants : $F(\lambda K, \lambda L) = \lambda . F(K, L)$ pour tout $\lambda > 0$
La définition d'échelle inclut uniquement les facteurs rivaux, K et L ;
* Les rendements d'échelle aux facteurs sont positifs et décroissants : pour tout $K > 0$ et $L > 0$, $F(.)$ présente une production marginale positive et décroissante par rapport à chaque facteur :

$$\frac{\partial F}{\partial K} > 0\ , \quad \frac{\partial^2 F}{\partial^2 K} < 0$$
$$\frac{\partial F}{\partial L} > 0\ , \quad \frac{\partial^2 F}{\partial^2 L} < 0$$

La Théorie Néoclassique assume que, *ceteris paribus*, chaque unité additionnelle du capital augmente la production, mais cette augmentation diminue tant que le nombre d'unités du capital augmente ; la même propriété s'applique au travail;
* Les conditions d'Inada : la production marginale du capital (ou du travail) tend vers l'infini lorsque le capital (ou le travail) s'approche du zéro, et s'approche du zéro lorsque le capital (ou le travail) tend vers l'infini :

$$\lim_{K\to 0}\left(\frac{\partial F}{\partial K}\right) = \lim_{L\to 0}\left(\frac{\partial F}{\partial L}\right) = \infty$$
$$\lim_{K\to \infty}\left(\frac{\partial F}{\partial K}\right) = \lim_{L\to \infty}\left(\frac{\partial F}{\partial L}\right) = 0$$

* L'Indispensabilité : un facteur de production est indispensable si son montant doit être strictement positif pour obtenir un montant positif de production: $F(0, L) = F(K, 0) = 0$. Cette propriété implique aussi que la production tend vers l'infini si au moins l'un des facteurs tend vers l'infini lui aussi : $F(\infty, L) = F(K, \infty) = \infty$.

2.1.2. La Durabilité de la Croissance Economique

Vers la fin des années 1950, juste après que Solow ait expliqué sa théorie, le Royaume Uni connaissait une croissance démographique lente (1%), un revenu par habitant respectable (£6000), un taux d'épargne acceptable (20% du revenu) et surtout de grandes avancées technologiques[2]. Dans l'ensemble, l'économie Britannique jouissait de niveaux élevés en matière de croissance et de prospérité ; mais est-ce possible que cette situation se perpétue ?

La Théorie Néoclassique de Croissance affirme que la prospérité durera (le taux de croissance de la population n'est pas assez haut pour affecter les salaires, comme prédit par la Théorie Classique), mais la croissance risque de s'affaiblir, sauf si la technologie ne cesse d'évoluer (à cause de la propriété des rendements décroissants au capital).

---

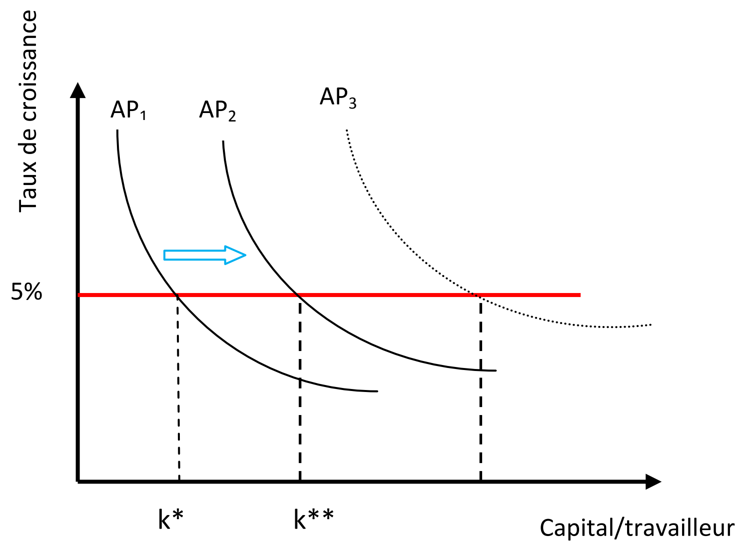
[1] Barro R.J. & Sala-i-Martin X "*Economic Growth*" op.cit, pp 27-28.
[2] Mattheus K., Parkin M. & Powell M, op.cit, pp 691-692.

Selon la Théorie Néoclassique de Croissance, tous les pays ont accès à la même technologie, et les capitaux sont en libre circulation à travers le monde ; donc les taux de croissance, ainsi que les niveaux de revenu par habitant de tous les pays sont entrain de converger. En réalité, on peut apercevoir quelques signes de convergence parmi les pays développés, mais pas dans le monde entier[1].

Les Néoclassiques insistent sur le rôle des marchés libres dans l'allocation efficace des ressources ; la décision de consommer ou d'investir dépend des signaux qu'émettent ces marchés, et non pas des stratégies politiques. Toutefois, investir dans un capital dont les rendements d'échelle sont décroissants impose, tout d'abord, une comparaison entre les revenus actualisés de l'investissement et le taux d'intérêt en vigueur dans les marchés financiers[2].

Supposant un taux de croissance de la population inchangé, si le stock du capital croît plus rapidement que la force ouvrière, le taux du revenu sur le capital baissera ; donc il doit croître suffisamment pour équiper les nouveaux ouvriers, mais pas plus que ça[3]. En même temps, les standards de vie s'améliorent sur le court terme mais seulement jusqu'à ce que le capital par travailleur atteigne son point d'équilibre ; à partir de là, ils sont condamnés à la stagnation, de même pour le taux de croissance.

Schéma 1.6 : Le progrès technologique exogène



Source : Cleaver T "*Economics. The Basics*" Routledge, 2004, p 180.

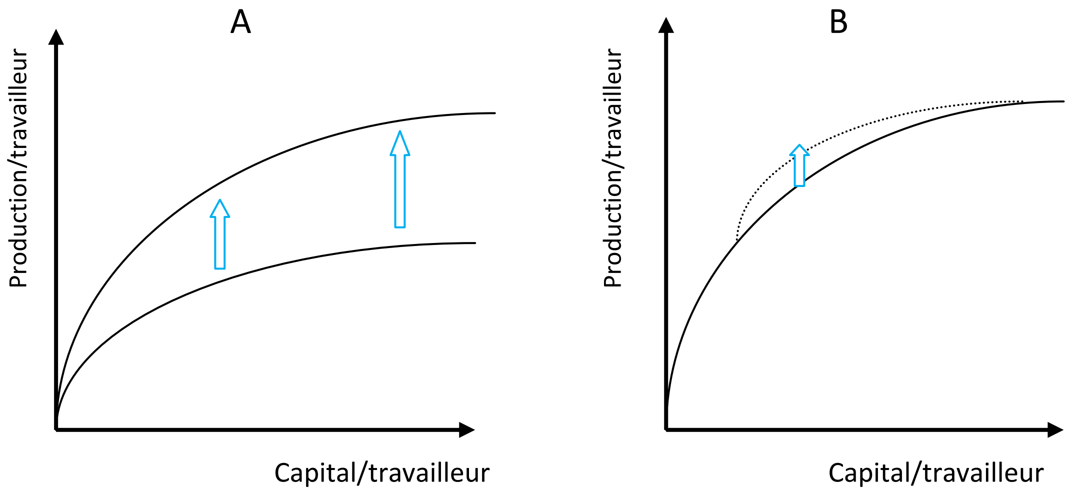
La seule solution pour que la tendance puisse se renverser est qu'un progrès technologique exogène vienne stimuler la productivité. Cet effet est présenté dans le schéma 1.6 par un déplacement qui intervient sur la courbe *AP* ; même si cette dernière garde sa

[1] Mattheus K., Parkin M. & Powell M, op.cit, p 693.
[2] Cleaver T, op.cit, pp 177-178.
[3] Ibid, p 179.

direction vers le bas, ça n'empêche que la valeur à l'état stationnaire du capital par travailleur augmente pour atteindre k^{**}.

La littérature récente sur le progrès technologique a été majoritairement basée sur l'hypothèse que l'effet de ce progrès s'illustre par un déplacement de la courbe de production, comme le schéma 1.7/A le montre. La technologie est alors censée augmenter la productivité de toutes les techniques concernées par un certain bien ; mais là on néglige un point important, si une technologie apporte un perfectionnement à une certaine technique, il y a toujours une possibilité que cette dernière sois la seule à être affectée, ou au moins beaucoup plus que les autres[1]. Dans ce cas là, la courbe de production est déformée dans un point particulier, et non pas totalement déplacée. Cet effet est représenté dans le schéma 1.7/B.

Schéma 1.7 : Les effets du progrès technologique



Source : Atkinson A.B. & Stiglitz J.E, op.cit, p 573.

La majorité des modèles de croissance étudiés, ou mentionnés, dans ce travail a la même structure d'équilibre général[2]. En premier lieu, les ménages possèdent les facteurs de production et des participations dans des entreprises, ils choisissent les parts de leurs revenus qu'ils dédient à la consommation ou à l'épargne. Chaque ménage détermine le nombre d'enfants à avoir, choisit entre étudier ou joindre la force ouvrière, et combien de temps consacrer à l'un ou à l'autre.

Deuxièmement, les entreprises louent les facteurs de production, et les utilisent à produire des biens qu'elles vendent aux ménages ou à d'autres producteurs ; elles ont accès à la technologie nécessaire au bon fonctionnement de la production.

Troisièmement, les marchés existent pour permettre les échanges de facteurs de production et de biens entre ménages et entreprises, et entre les entreprises elles-mêmes. Les prix auxquels les produits et les facteurs sont cédés dépendent des quantités offertes et demandées.

[1] Atkinson A.B. & Stiglitz J.E "A New View of Technological Change" *The Economic Journal*, vol. 79, n° 315, 09.1969, p 573.
[2] Barro R.J. & Sala-i-Martin X "*Economic Growth*" op.cit, p 23.

2.2. Le Modèle de Base de Solow

La version initiale du modèle de Solow est trop proche de la Théorie Classique de Croissance vu qu'elle exclut tout progrès technologique ; cependant, comprendre les modèles élargis exige le passage par cette version simpliste. [1]

2.2.1. Le Modèle

Le modèle de Solow est construit autour d'une fonction de production et d'une équation d'accumulation du capital. La fonction de production décrit comment les facteurs, tels que les bâtiments, les véhicules, les fermiers et les courtiers sont utilisés pour produire un bien consommable. Ces facteurs sont exclusifs ; chaque unité du capital ne peut être utilisée que par un seul producteur à la fois.

De façon générale, les facteurs de production sont groupés en deux catégories distinctes : le capital, K, et le travail, L ; Y représente la production obtenue. On suppose que la fonction de production prend une forme Cobb-Douglas[2], et est donnée comme suit :

$$Y = F(K, L) = K^{\alpha} L^{1-\alpha} \tag{1.1}$$

Où α est une constante comprise entre 0 et 1.

Notons que: $f'(k) = \alpha k^{\alpha-1} > 0$, $f''(k) = -\alpha - (1-\alpha)k^{\alpha-2} < 0$, $\lim_{k\to\infty} f'(k) = 0$, $\lim_{k\to 0} f'(k) = \infty$. Donc, la forme Cobb-Douglas satisfait aux propriétés d'une fonction de production néoclassique[3].

Les entreprises récompensent les travailleurs par des salaires w pour chaque unité de travail, et payent une rente r pour chaque unité de capital louée durant une seule période. Un nombre important d'entreprises existe, la concurrence est donc assumée parfaite ; maximiser les profits des entreprises se fait en résolvant le problème[4] :

$$\max_{K,L} F(K, L) - rK - wL$$

Les entreprises continueront à embaucher des travailleurs jusqu'à ce que le produit marginal du travail soit égal au salaire, et à louer du capital jusqu'à ce que sa production marginale soit égale au prix de la rente payé :

$$w = \frac{\partial F}{\partial L} = (1-\alpha)\frac{Y}{L},$$
$$r = \frac{\partial F}{\partial K} = \alpha \frac{Y}{K}$$

[1] Pour l'unification des termes et des signes utilisés, ainsi que de la méthode de développement des modèles, il a été décidé de reproduire la méthodologie utilisée par Jones C.I (1998) pour sa simplicité. On signale que les développements mathématiques des modèles ont été intentionnellement négligés pour ne pas trop encombrer le mémoire, c'est leurs interprétations économiques qui importent le plus.

[2] Cette forme de la fonction de production a été proposée par Charles W. Cobb et Paul H. Douglas dans un article paru en 1928 ; Ce n'est pas la seule forme qu'une fonction de production peut prendre, mais elle est relativement plus maniable pour les démonstrations.

[3] Barro R.J. & Sala-i-Martin X "*Economic Growth*" op.cit, p 30.

[4] Jones C.I, op.cit, pp 20-21.

On remarque que $wL + rK = Y$, ceci signifie que les entreprises, à ce stade, ne réalisent aucun bénéfice.

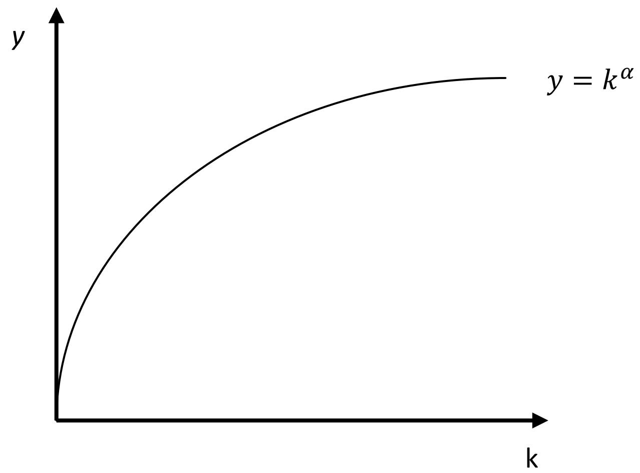
Pratiquement, les variables par habitant sont plus représentatives lorsqu'il s'agit de faire des comparaisons entre les pays[1], et puisque la définition des rendements d'échelle constants s'applique à toute valeur de λ, elle s'applique aussi à $\lambda = 1/L$.

La fonction de production citée en (1.1) peut être réécrite en termes de production par travailleur $y \equiv Y/L$, et de capital par travailleur $k \equiv K/L$:[2]

$$y = f(k) = k^{\alpha} \tag{1.2}$$

Le schéma 1.8 montre que la fonction de production en termes de nombre de travailleurs est exposée à loi des rendements décroissants ; chaque unité additionnelle du capital qu'on donne à un travailleur augmente sa production, mais de moins en moins.

Schéma 1.8 : La fonction de production du type Cobb-Douglas



Source : Jones C.I, op.cit, p 21.

La seconde équation clé du modèle de Solow est celle de l'accumulation du capital : [3]

$$\dot{K} = sY - dK \tag{1.3}$$

$\dot{K}$ est la version continue en termes de temps de $K_t - K_{t-1}$, qui est aussi le changement du stock du capital durant une période. Le point au dessus d'une variable indique une dérivée par rapport au temps : $\dot{K} = \partial K/\partial t$.

sY est l'investissement brut ; Solow assume que chaque travailleur/consommateur épargne une fraction fixe, s, de son revenu. L'économie est fermée, donc l'épargne est égal à l'investissement: $I(t) = S(t) \equiv Y(t) - C(t)$.

[1] Selon des données de la Banque Mondiale, en 2013, le PIB de la Russie valait 35 fois celui du Luxembourg, mais vu la grande différence en nombre d'habitants entre les deux pays, le PIB par habitant Luxembourgeois était 11 fois plus élevé que celui d'un citoyen Russe.
[2] Barro R.J. & Sala-i-Martin X "*Economic Growth*" op.cit, p 28.
[3] Jones C.I, op.cit, p 22.

dK est la dépréciation que subit le stock du capital durant le processus de production ; la fonction de production qu'on utilise ici estime que le taux de dépréciation d est fixe (peu importe la quantité de biens déjà produits). Avant leur épuisement total, toutes les unités du capital sont assumées être productives au même niveau.

La quantité du travail change au fil du temps à cause de la croissance de la population, des changements dans le taux de participation, du changement du volume horaire accordé par un travailleur type, ainsi que des améliorations en matière de compétence et de qualité des travailleurs. Pour simplifier, Solow assume que chaque individu travaille le même volume horaire avec la même compétence, qui est d'ailleurs constante.

La croissance de la population reflète les comportements de fertilité, de mortalité et d'immigration[1]. Solow assume aussi que le taux de croissance de la force ouvrière, $\dot{L}/L$, est constant, et égal au taux de croissance de la population entière, qui est donné par le paramètre n. La croissance exponentielle du nombre de travailleurs est donnée par la relation suivante : [2]

$$L(t) = L_0 e^{nt}$$

La valeur de L_0 est généralement normalisée à 1.

À l'aide d'une transformation mathématique (ôter les logs et dériver), l'équation (1.3) peut être reformulée comme suit :

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{sY}{K} - n - d$$

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{sy}{k} - n - d$$

L'équation d'accumulation du capital par travailleur s'écrit :

$$\dot{k} = sy - (n + d)k$$

Le terme $(n + d)$ est le taux de dépréciation effective du capital par travailleur, k.

L'investissement en termes de nombre de travailleurs sy stimule k, la dépréciation par travailleur dk le réduit, de même pour la croissance de la population nk, parce que cela signifie plus de travailleurs pour la même quantité du capital.

Supposons une économie qui débute avec un stock de capital par travailleur k_0, un taux de croissance de la population n et un taux d'investissement s. La question fondamentale qu'on peut se poser est "comment l'économie croît ?"

Dans le schéma 1.9, le diagramme de Solow se distingue par deux courbes importantes. La première représente le montant d'investissement par travailleur sy, qui est supposée (la courbe) avoir la même forme que la fonction de production. La seconde reflète le montant de l'investissement par travailleur additionnel requis pour garder k constant, représentée par la ligne $(n + d)k$.

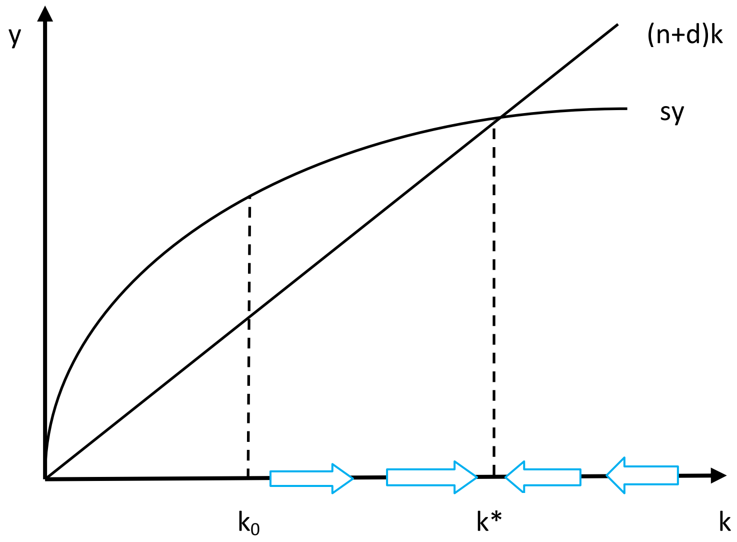
---

[1] Barro R.J. & Sala-i-Martin X "*Economic Growth*" op.cit, p 23.

[2] Solow R.M "A Contribution to the Theory of Economic Growth" *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 70, n° 1, 02.1956, p 67.

La différence entre ces deux courbes représente le changement dans le montant du capital par travailleur, soit $\dot{k}$. Lorsque cette différence est positive, l'économie augmente son capital par travailleur en partant de k_0, on parle d'*un approfondissement du capital*. Lorsque la différence est nulle, au point k^*, alors que le stock du capital K continue de croître à cause de la croissance démographique, là on parle d'*élargissement du capital*.

Schéma 1.9 : Le diagramme de base de Solow



Source : Jones C.I, op.cit, p 25.

Le point k^* représente le montant du capital par travailleur à l'*état stationnaire*. Si le k actuel est supérieur à k^*, le montant de l'investissement par travailleur fourni par l'économie ne suffit pas pour garder le capital par travailleur à un niveau stable ; $\dot{k}$ est alors négatif, ce qui suggère le déclin de k jusqu'au point k^*.

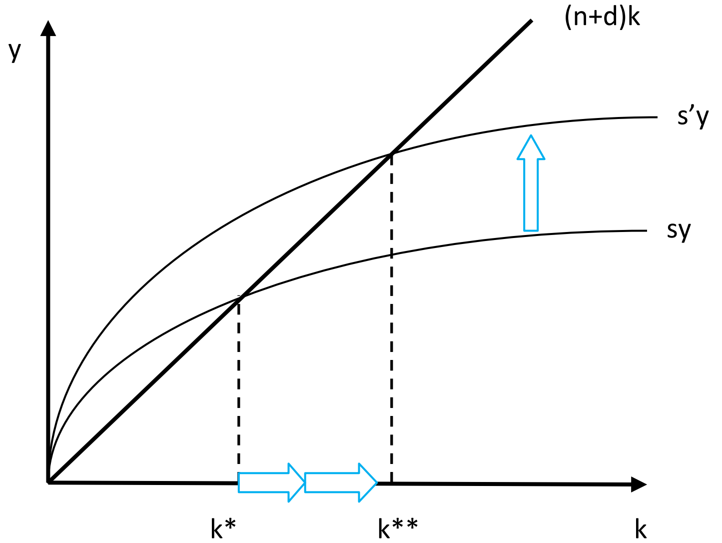
2.2.2. Etats Comparatifs

Etudier les états comparatifs d'un modèle permet d'examiner sa réponse en cas de changement dans la valeur de l'un de ses paramètres, tel que le taux d'investissement ou le taux de croissance de la population[1].

* *Une augmentation du taux d'investissement* : Considérons une économie avec un stock de capital par travailleur dans son état stationnaire, k^*. Si les consommateurs décident d'augmenter, de façon permanente, leur taux d'investissement de s à s', la courbe de l'investissement par travailleur se déplacera en haut de sy à $s'y$, comme apparaît dans le schéma 1.10. La différence positive entre les courbes sy et $(n+d)k$ suggère un approfondissement du stock du capital jusqu'à ce que le niveau du capital par travailleur atteigne son nouveau état stationnaire à k^{**}.

[1] Jones C.I, op.cit, pp 26-28.

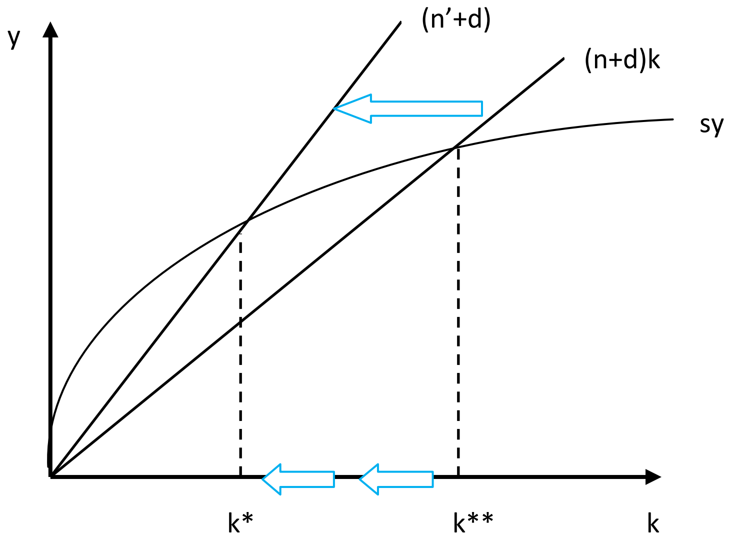
Schéma 1.10 : Une augmentation du taux d'investissement



Source : Jones C.I, op.cit, p 27.

* *Une augmentation du taux de croissance de la population* : Considérons notre économie à son état stationnaire k^*.

Schéma 1.11 : Une augmentation du taux de croissance démographique



Source : Jones C.I, op.cit, p 28.

Pour une quelconque raison (meilleur système sanitaire ou immigration), le taux de croissance de la population augmente de n à n', la pente de la courbe $(n + d)k$ augmente, ce qui la déplace en haut vers $(n' + d)k$. Par conséquent, la différence entre les deux courbes est négative, ce qui suggère un déclin du montant du capital par travailleur. A travers le schéma 1.11, on peut constater le nouveau point d'équilibre, en l'occurrence k^{**}.

2.2.3. Résoudre pour les Valeurs à l'Etat Stationnaire

Par définition, la quantité du capital par travailleur à l'état stationnaire est définie par la condition : $\dot{k} = 0$. En substituant (1.2) dans (1.3) on obtient : [1]

$$\dot{k} = sk^{\alpha} - (n + d)k$$

Mettre la partie droite de l'équation égale à zéro donne :

$$k^{*} = \left(\frac{s}{n + d}\right)^{1/(1-\alpha)}$$

Substituer ceci dans la fonction de production révèle la quantité du capital par travailleur à l'état stationnaire :

$$y^{*} = \left(\frac{s}{n + d}\right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Cette équation représente la réponse de Solow à la question "*Pourquoi nous sommes si riches et eux si pauvres ?*". Les pays ayant des taux d'épargne élevés accumulent plus de capital par travailleur, et par conséquent, plus de production par travailleur. Par contre, les pays où le taux de croissance de la population est élevé tendent à être plus pauvres parce que c'est à peine si l'épargne réussit à garder le capital par travailleur à un niveau stable.

Dans le modèle de base de Solow, il n'y a pas de croissance puisqu'on vient de démontrer que la production par travailleur est stable dans l'état stationnaire ; la production globale elle-même croît, mais seulement au même rythme que la croissance de la population.

On peut dire que le modèle de base a échoué dans la prédiction de la croissance soutenue qu'une économie peut réaliser, cet échec résulte de l'équation de l'accumulation du capital : [2]

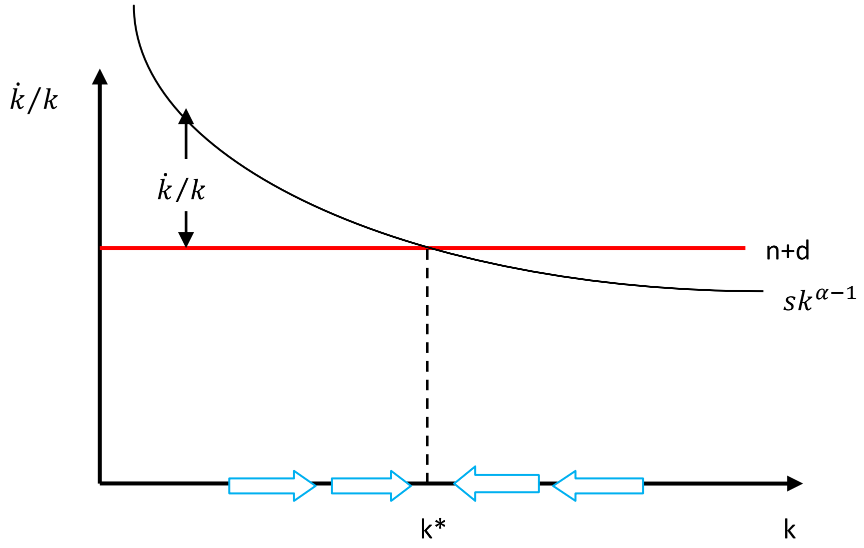
$$\dot{k}/k = sk^{\alpha-1} - (n + d) \tag{1.4}$$

La dynamique de transition expliquée par l'équation (1.4) est illustrée dans le schéma 1.12.

La courbe $sk^{\alpha-1}$ a une pente dirigée vers le bas puisque le produit moyen du capital y/k diminue lorsque k, le capital par travailleur, augmente. $(n + d)$ est fixé en dehors du modèle, il est donc représenté par une ligne horizontale. La différence entre les deux courbes représente le taux de croissance du stock du capital par travailleur, $\dot{k}/k$; plus loin une économie est au dessous de la valeur à l'état stationnaire de k, plus rapide est sa croissance.

[1] Jones C.I, op.cit, pp 28-29.
[2] Ibid., p 31.

Schéma 1.12 : Les dynamiques de transition



Source : Jones C.I, op.cit, p 32.

2.3. Le Modèle de Solow et la Technologie

Pour permettre une croissance économique stable, Solow a enrichi son modèle par l'introduction de la technologie, A ; on dit qu'il y a du progrès technologique lorsque A augmente au fil du temps. Le premier obstacle qui nous fait face est la manière d'introduire ce progrès technologique dans le modèle. Trois propositions populaires existent grâce à Hicks (1932), Harrod (1942) et Solow (1969)[1].

2.3.1. Introduire le Progrès Technologique

Hicks dit que le progrès technologique est neutre, d'où la nomination "*Hicks-neutral*", si le ratio des produits marginaux reste inchangés pour un ratio capital-travail donné ; on peut l'écrire : $Y = A.F(K, L)$.

Harrod décrit une innovation comme neutre, "*Harrod-neutral*", si les parts relatives des facteurs, $(K.F_K)/(L.F_L)$, restent inchangées pour un ratio capital-produit donné ; mathématiquement : $Y = F[K, L.A]$. Cette forme de progrès stimule la production en améliorant la qualité du travail, même en gardant la même quantité de ce facteur.

Enfin, Solow considère une innovation comme neutre, "*Solow-neutral*", si les parts relatives des facteurs, $(L.F_L)/(K.F_K)$, restent inchangées pour un ratio travail-produit donné. Cette définition implique une fonction de production de la forme : $Y = F[K.A, L]$.

[1] Barro R.J. & Sala-i-Martin X "*Economic Growth*" op.cit, p 52.

Cependant, Acemoglu (2002b) refuse catégoriquement la neutralité du progrès technologique, il insiste sur le fait que, dans la plupart des cas, ce progrès fait bénéficier certains facteurs de production plus que d'autres[1].

Barro et Sala-i-Martin (2004) prouvent, à travers une étude, que seul le progrès du type *Harrod-neutral* s'accorde avec l'existence d'un état stationnaire, c'est-à-dire, avec les taux de croissance constants des différentes quantités de facteurs sur le long terme[2]. Pour cela, durant le reste de ce mémoire, le progrès technologique est défini comme stimulateur du travail.

La fonction de production devient alors : [3]

$$Y = F(K, AL) = K^{\alpha}(AL)^{1-\alpha}$$

A est supposé être exogène, alors il croît à un taux constant:

$$\frac{\dot{A}}{A} = g \Leftrightarrow A = A_0 e^{gt}$$

g est un paramètre qui représente le taux de croissance de la technologie.

L'équation de l'accumulation du capital reste la même que dans le modèle de base :

$$\dot{K}/K = s\frac{Y}{K} - d \tag{1.5}$$

La fonction de production est, ainsi, réécrite en termes de produit par travailleur :

$$y = k^{\alpha}A^{1-\alpha}$$

Après avoir ôté les logs et différentié, on obtient :

$$\dot{y}/y = \alpha.{}^{\dot{k}}/_{k} + (1-\alpha)\,{}^{\dot{A}}/_{A} \tag{1.6}$$

Dans l'équation (1.5), on remarque que le taux de croissance de K sera constant si Y/K est constant aussi (Y et K augmentant au même rythme) ; Cette situation est appelée "*sentier de croissance balancée*".

En utilisant la notation g_x (taux de croissance de la variable X), au cours d'un sentier de croissance balancée, on a : $g_y = g_k$, en substituant ceci dans l'équation (1.6) :

$$g_y = g_k = g$$

Le Modèle de Solow incluant la technologie révèle que le progrès technologique est la source unique d'une croissance économique soutenue.

La variable k n'est plus constante à long terme, donc on utilise une nouvelle variable, le ratio du capital par travailleur à la technologie (appelée aussi capital par travailleur effectif) : $\tilde{k} \equiv K/AL \equiv k/A$, on suppose que cette variable est constante le long du sentier de croissance balancée.

La fonction de production est réécrite en termes de $\tilde{k}$:

[1] Acemoglu D "Directed Technical Change" *The Review of Economic Studies*, vol. 69, n° 4, 10.2002b, pp 781-809.
[2] Barro R.J. & Sala-i-Martin X "*Economic Growth*" op.cit, p 53.
[3] Jones C.I, op.cit, pp 32-34.

$$\tilde{y} = \tilde{k}^{\alpha} \tag{1.7}$$

Où $\tilde{y} \equiv Y/AL \equiv y/A$ est dit ratio "production-technologie" (ou production par travailleur effectif).

En utilisant la même méthode que dans le modèle de base, on obtient l'équation de l'accumulation du capital : [1]

$$\dot{\tilde{k}} = s\tilde{y} - (n + g + d) \tag{1.8}$$

Le diagramme de Solow incluant le progrès technologique, comme représenté dans le schéma 1.13, est très similaire à celui du modèle de base vis-à-vis de l'analyse, mais c'est l'interprétation économique qui diffère légèrement puisque les variables sont exprimées en termes de travailleurs effectifs (et non plus en termes de travailleurs).

Le ratio production-technologie à l'état stationnaire est déterminé par la fonction de production et la condition $\dot{\tilde{k}} = 0$: [2]

$$\tilde{k}^* = \left(\frac{s}{n + g + d}\right)^{1/(1-\alpha)}$$

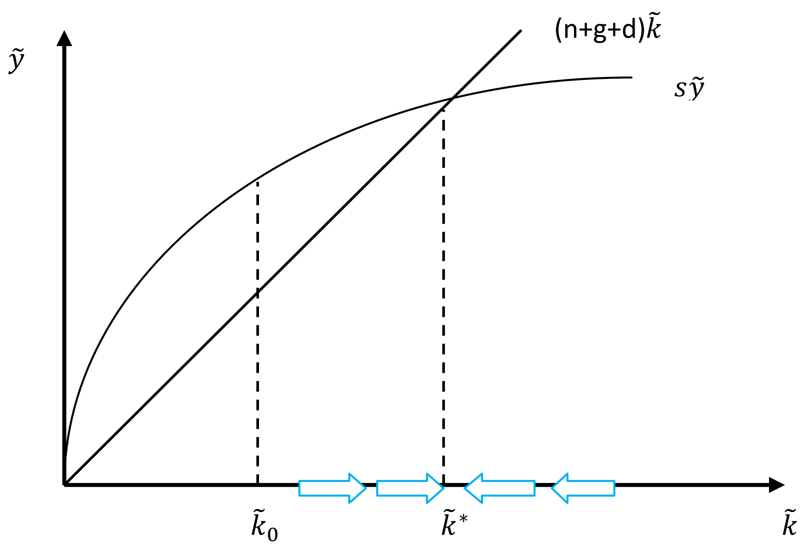
Substituer ceci dans la fonction de production :

$$\tilde{y}^* = \left(\frac{s}{n + g + d}\right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Réécrire la fonction en termes de nombre de travailleurs :

$$y^*(t) = A(t)\left(\frac{s}{n + g + d}\right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Schéma 1.13 : Le digramme de Solow avec progrès technologique



Source : Jones C.I, op.cit, p 35.

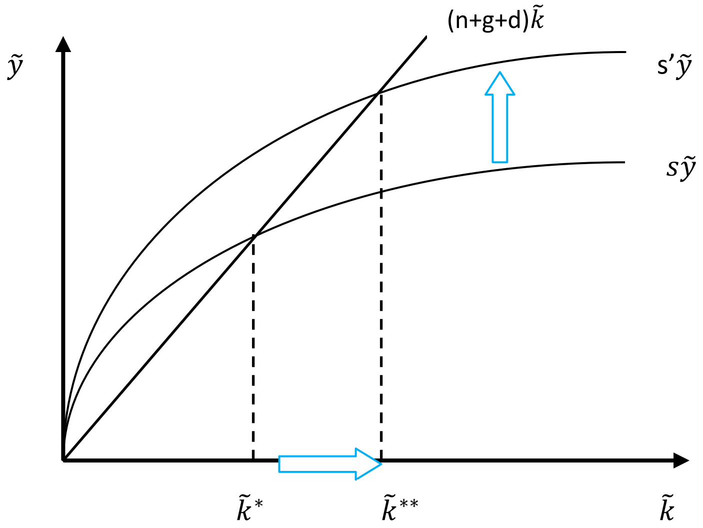
[1] Jones C.I, op.cit, p 35.
[2] Ibid, p 36.

2.3.2. Etats Comparatifs

Le long du sentier de croissance balancée, la production par travailleur est déterminée par la technologie, le taux d'investissement ainsi que le taux de croissance de la population. Ces deux dernières variables affectent le niveau de production par travailleur sur le long terme, mais n'ont aucun effet sur son taux de croissance.

Pour expliquer cette dernière idée, considérons une économie à l'état stationnaire, et puis il y a le taux d'investissement s qui augmente de façon permanente à s'. Le schéma 1.14 illustre la réponse de l'économie à ce changement ; sans surprise, on se retrouve avec une réaction identique à celle du modèle de base.

Schéma 1.14 : Une augmentation du taux d'investissement



Source : Jones C.I, op.cit p 37.

Pour considérer cet impact sur la croissance, on réécrit l'équation (1.8) de la sorte : [1]

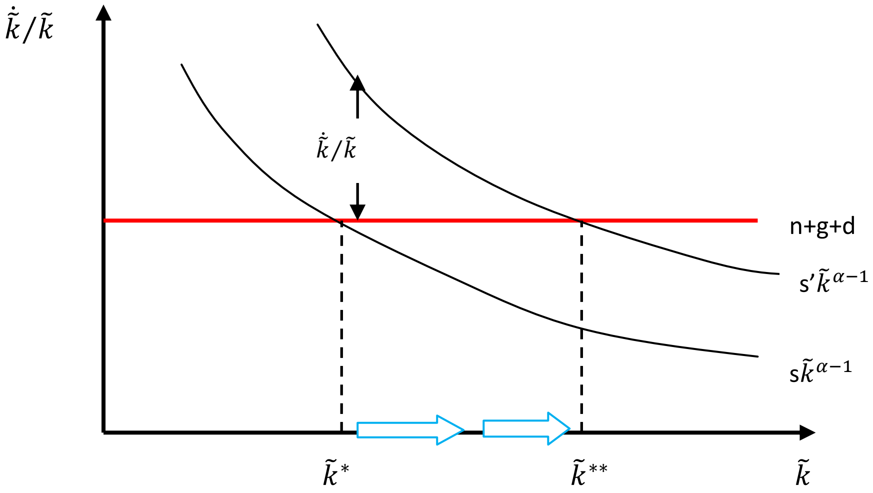
$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = s\frac{\tilde{y}}{\tilde{k}} - (n+g+d)$$

Le schéma 1.15 illustre la dynamique de transition impliquée par cette équation.

La hausse du taux d'investissement a stimulé temporairement le taux de croissance jusqu'à ce que l'économie ait atteint son nouveau état stationnaire à $\tilde{k}^{**}$; et puisque g est constant, une croissance plus rapide de $\tilde{k}$ indique que la production par travailleur croît plus rapidement que la technologie, soit : $\dot{y}/y > g$ comme illustré dans le schéma 1.16. Au moment du changement, t^*, le taux de croissance de la production par travailleur augmente brusquement, et puis recommence peu à peu à retourner à son niveau initial, ce qui coïncide avec l'établissement d'un nouveau état stationnaire.

[1] Jones C.I, op.cit, p 37.

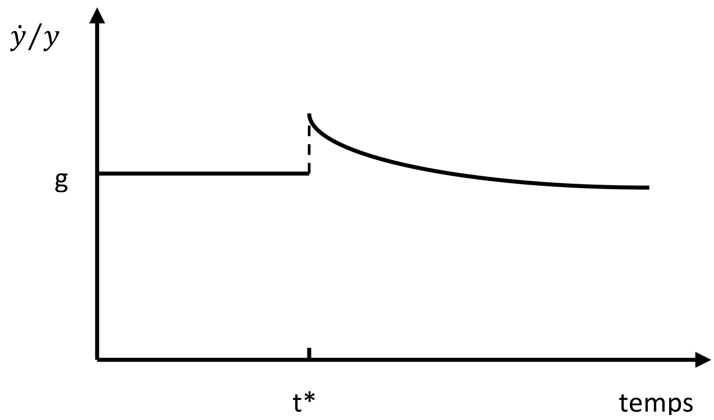
Schéma 1.15 : Une augmentation du taux d'investissement : Dynamiques de transition



Source : Jones C.I, op.cit, p 38.

Ce test de réaction aux choques a démontré que, dans le modèle de Solow, le changement permanent d'une variable peut influencer de façon permanente le niveau de la production par travailleur, mais juste temporairement son taux de croissance.

Schéma 1.16 : L'effet de l'augmentation du taux d'investissement sur la croissance



Source : Jones C.I, op.cit, p 38.

2.4. Le Modèle Néoclassique Elargi

Dans leur article paru en 1992, George Mankiw, Paul Romer et David Weil ont attesté, à travers une étude empirique, que le modèle de Solow est très proche des faits économiques réels ; toutefois, le modèle peut être perfectionné en incluant le capital humain puisque ce dernier accentue les effets de l'épargne et de la croissance démographique sur l'activité économique[1]. Pour le reste de cette section, nous allons revisiter les modifications apportées par les Néoclassiques à ce sujet.

Considérons une économie où la production Y est issue d'une combinaison du capital physique, K, et du travail compétent, H, à travers une fonction de production de type Cobb-Douglas à rendements d'échelle constants :[2]

$$Y = K^{\alpha}(AH)^{1-\alpha} \tag{1.9}$$

A est une technologie exogène stimulatrice du travail.

2.4.1. L'Accumulation du capital Humain

Notons u la fraction du temps qu'un individu passe à l'apprentissage de nouvelles compétences au lieu de travailler ; alors, L devient le nombre de travailleurs utilisés dans la production (population totale – population en apprentissage). H est généré via la formule suivante :

$$H = e^{\psi u}L \tag{1.10}$$

Où ψ est une constante positive. Si $u = 0$, alors $H = L$, ça veut dire que toute la force ouvrière n'a pas de compétence spécifique ; c'est en augmentant la valeur de u qu'on augmente aussi le nombre de travailleurs compétents, H, au sein du modèle. Le montant de cette augmentation peut être mesuré en transformant l'équation (1.10) :

$$\frac{d\log H}{du} = \psi$$

On peut comprendre que le moindre changement de u induit une augmentation de H par le pourcentage ψ.

Le capital physique s'accumule lorsqu'on réinvestit une partie de la production qu'on ne consomme pas :[3]

$$\dot{K} = s_K Y - dK$$

s_K est le taux d'investissement en capital physique.

La fonction de production issue de l'équation (1.9) peut être réécrite en termes de production par travailleur :

$$y = k^{\alpha}(Ah)^{1-\alpha} \tag{1.11}$$

De la même façon, l'équation (1.10) devient : $h = e^{\psi u}$, où u est supposé constant.

Le modèle est résolu en prenant en considération les variables à l'état stationnaire puisque h, g et y/k sont constants le long du sentier de la croissance balancée. En divisant l'équation (1.11) par Ah, le résultat serait :

$$\tilde{y} = \tilde{k}^{\alpha}$$

---

[1] Mankiw N.G., Romer P. & Weil D.N "A Contribution to the Empirics of Economic Growth" *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 107, n°2, 05.1992, pp 407-408.
[2] Jones C.I, op.cit, p 48.
[3] Ibid, p 49.

On se retrouve avec une forme similaire à l'équation (1.7), mais avec de différents termes. Suivant le même raisonnement précédemment utilisé, l'équation de l'accumulation du capital en termes de variables à l'état stationnaire serait : [1]

$$\dot{\tilde{k}} = s_K\tilde{y} - (n+g+d)\tilde{k}$$

On constate que l'ajout du capital humain renforce le modèle de croissance de Solow, mais ne modifie pas sa forme générale.

Mettons $\dot{\tilde{k}} = 0$, on obtient alors : [2]

$$\frac{\tilde{k}}{\tilde{y}} = \frac{s_K}{n+g+d}$$

En substituant ceci dans la fonction de production :

$$\tilde{y}^* = \left(\frac{s_K}{n+g+d}\right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Et puis, en la réécrivant en termes de production par travailleur :

$$y^*(t) = \left(\frac{s_K}{n+g+d}\right)^{\alpha/(1-\alpha)} hA(t) \qquad (1.12)$$

À l'état stationnaire, la production par tête croît au taux de croissance de la technologie g, comme dans le modèle de base de Solow.

2.4.2. L'Adaptabilité du Modèle Elargi

Utiliser le modèle néoclassique élargi pour analyser les différences des taux de croissance exige l'utilisation de sa version en termes de revenus relatifs. On définit un revenu relatif au revenu Américain par : [3]

$$\hat{y}^* = {y^*}/{y^*_{US}}$$

La variable $\hat{X}$ représente la variable X relative à sa valeur pour les Etats Unis. L'équation (1.12) devient alors :

$$\hat{y}^* = \left(\frac{\hat{s}_K}{\hat{X}}\right)^{\alpha/(1-\alpha)} \hat{h}\hat{A} \qquad (1.13)$$

Où $X = n+g+d$, et g est supposé le même dans tous les pays (cette hypothèse semble irréelle même si la technologie peut migrer via le commerce international, les publications scientifiques et l'immigration des chercheurs).

En l'absence de différences de technologie, le modèle néoclassique prédit assez efficacement la distribution du revenu par tête pour chaque pays, toutefois on ne peut pas

[1] Mankiw N.G. et al., op.cit, p 416.
[2] Jones C.I, op.cit, p 50.
[3] Ibid., p 51.

prétendre que tous les pays du monde jouissent du même niveau de technologie ; pour estimer ce niveau, on utilise l'équation (1.11) pour calculer les valeurs de A pour chaque économie : [1]

$$A = \left(\frac{y}{k}\right)^{\alpha/(1-\alpha)} \left(\frac{y}{h}\right)$$

Une Remarque importante à propos de cette équation réside dans le fait que ces valeurs estimées de A tendent beaucoup plus à être des résidus de la comptabilité de la croissance : elles recouvrent toute différence dans la production non incluse dans les facteurs. Donc, A ressemble, ici, à la productivité totale des facteurs.

Le modèle néoclassique a pu, dans un temps record, rompre le monopole de la Théorie Classique dans le domaine de la croissance. Même si son modèle de base n'en était pas trop différent, il a ouvert la porte à plus d'améliorations qui l'ont rapproché encore plus de la réalité. Cependant, le modèle néoclassique a échoué dans l'explication du taux de croissance de la technologie ; assumer cette dernière identique dans tous les pays, ou différente mais ayant le même taux de croissance l'éloigne de la réalité.

Le progrès technologique n'est pas le seul facteur à croître indépendamment du modèle mais qui, tout de même, affecte la croissance économique ; la croissance de la population et le taux d'investissement, sont aussi définis en dehors du modèle. Cela nous ramène à dire que le modèle en entier dépend de facteurs extérieurs.

Les Théories Modernes de la Croissance ont pour objectif principal d'introduire tous ces facteurs, et bien d'autres (chacun à la fois) pour essayer de donner une plus grande crédibilité à leurs modèles. Dans la section suivante, nous allons retourner aux origines des modèles de la croissance endogène, et insister sur les changements qu'elles ont apportés à notre compréhension de la croissance.

[1] Jones C.I, op.cit, p 53.