

la convection mixte influencée par l'effet Soret

1.1 Préliminaires

Dans une solution initialement homogène constituée d'au moins deux composants un gradient thermique engendre, par simple diffusion, des transferts de matière au sein du mélange. Il en résulte la formation d'un gradient de concentration (effet LUDWIG-SORET). La poussée d'ARCHIMEDE thermo-compositionnelle résultante donne naissance à un écoulement convectif au sein de la solution. Si cette dernière est confinée dans une colonne étroite appropriée, le couplage de la convection et de la thermodiffusion, appelée thermo-gravitation, peut conduire à une séparation des composants du mélange. Ce principe simple de la nature sera-t-il à l'origine du changement de la stabilité de la solution vu que les forces

thermiques et solutale peuvent coopérer ou s'opposer ? Et pourra-t-il être utilisable efficacement dans des applications de recherche ou industrielles ?

1.2 Notions de base

Au cours de ce travail nous serons amené à utiliser des termes spécifiques de la convection mixte de DRBS, c'est pour cela qu'on se propose de fournir au lecteur des définitions brèves des différents mots clefs afin de le familiariser avec le langage qui sera utilisé dans ce texte.

1.2.1 Convection naturelle, forcée et mixte

Le terme convection est utilisé pour définir les mouvements dus à l'agitation thermique engendrant des différences de densités entre les molécules d'un fluide. Un fluide est le terme désignant un liquide ou un gaz : corps pur ou mélange dont les molécules ont assez de liberté pour se mouvoir les une par rapports aux autres. On parle de convection naturelle lorsqu'il s'agit d'agitations induites dans le fluide par des forces (de volume ou de surface) agissant à l'intérieur du volume étudié. Les mouvements générés sont dus aux variations locales de la masse volumique du fluide en fonction de la température et/ou de la concentration pour le cas de la convection naturelle d'origine thermique et/ou massique. La convection forcée concerne les mouvements convectifs qui apparaissent sous l'action d'une source externe, telle qu'une pompe ou le déplacement d'un objet dans le fluide, i.e. les mouvements induits par une différence de pression sont des mouvements de convection forcée où l'écoulement persiste même en l'absence de gradient de température. Quand la convection est due aux effets couplés cités précédemment, on parle alors de convection mixte.

1.2.2 L'effet SORET ou LUDWIG

Dans un fluide soumis à un gradient de température il apparaît un gradient de concentration dû au gradient de la température, c'est l'effet SORET ou bien encore appelé effet LUDWIG (plus généralement, le nom "thermodiffusion" désigne cet effet en milieu gazeux, alors que l'expression effet SORET ou effet LUDWIG sera plus utilisée dans les liquides). Cet effet fut découvert simultanément par LUDWIG en 1856, et (mieux exploité) par C. SORET en 1879, d'où le nom attribué au phénomène. Dans le champ de pesanteur, la convection au sein d'un fluide pur est due aux changements locaux de la masse volumique qui dépend non seulement de la température, mais également de sa composition. Généralement, les phénomènes de

convection et de thermodiffusion ne peuvent être dissociés. Ce couplage est appelé diffusion thermo gravitationnelle. Il est important de noter les travaux de DUFOR qui, en 1872, avait déjà découvert l'effet inverse de l'effet SORET qui porte également son nom : l'effet DUFOR, qui consiste en l'apparition d'un gradient de température induit par un gradient de concentration. Toutefois, cet effet est négligeable en dehors des phases gazeuses. Dans notre étude, cet effet sera négligé devant l'effet SORET et ce quelle que soit la phase. L'effet SORET est un phénomène particulier puisqu'il appartient à la famille des phénomènes thermodynamiques "croisés", c'est-à-dire que le flux est créé par une force qui ne lui est pas conjuguée. La figure 1-1 permet de visualiser spatialement la migration préférentielle des espèces.

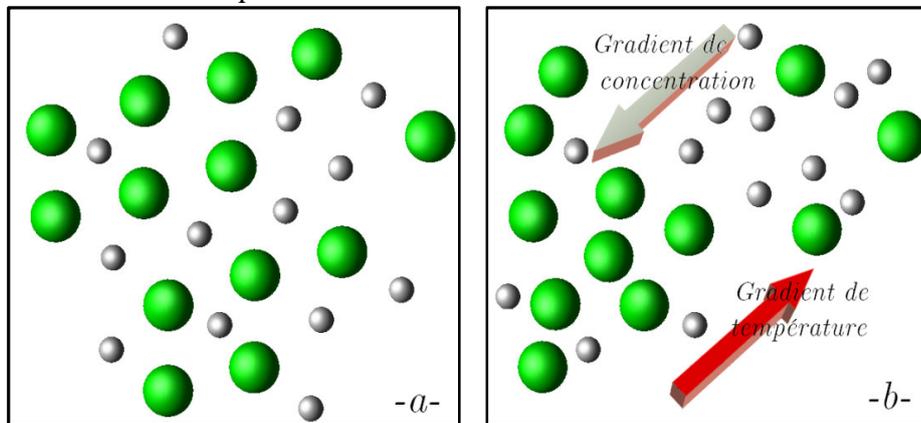


Figure 1-1 : représentation stérique de l'effet SORET. -a- Fluide multi-constituant en équilibre. -b- Genèse d'un gradient de concentration sous l'effet du gradient thermique

♦ Intérêt pratique et industriel de l'effet SORET

Les écoulements monophasiques et multi-constituants interviennent dans de nombreux secteurs industriels. Les combustibles sont en effet souvent stockés sous forme liquide ou solide pour les moteurs à combustion interne ou pour les moteurs fusées. Il est aussi possible de séparer les isotopes d'un même élément. De plus, en couplant la convection naturelle au phénomène de thermodiffusion, il est possible d'accroître notablement le degré de séparation. La maîtrise de la quantification des écoulements de BENARD est très importante aussi pour les métallurgistes lors des traitements thermo-chimiques des métaux dans les bains salins. Dans un but d'optimisation des coûts de production lors de l'extraction des fluides de gisements par les producteurs pétroliers (extraction à des profondeurs de plus en plus importantes et donc nécessitant des moyens technologiques

plus avancées), il est important de connaître de façon précise la distribution des différentes espèces à l'intérieur d'un gisement. Cette distribution s'est établie pendant de longues périodes de formation du gisement et a été principalement influencée par la gravité ainsi que par la distribution des pressions dans le réservoir. Des moyens importants ont été mis en œuvre afin d'obtenir des modèles thermodynamiques fiables, permettant de restituer de manière correcte la répartition des espèces dans le réservoir. Étant donné qu'il n'est pas possible de négliger l'importante extension verticale d'un gisement, il est très probable que cette répartition soit influencée par la convection naturelle (la gravité est l'une des premières composantes intégrées dans les modèles), mais aussi par le gradient géothermique (gradient de température naturel de la Terre). Ce gradient pourrait être la cause de la migration d'espèces par l'effet SORET. Ce dernier consiste en l'établissement d'un gradient de concentration d'un composant chimique par la présence d'un gradient thermique, i.e. l'existence d'un gradient thermique est cause d'une migration différenciée des espèces.

1.2.3 Milieu poreux

Un milieu poreux est un milieu continu, cohésif ou non, qui présente intérieurement une fraction de volume accessible à un fluide. Cette fraction de volume non solide, composée de cavernes, de crevasses, de pores etc. constitue ce que l'on appelle la porosité du milieu poreux. La porosité est évidemment un élément descriptif essentiel du milieu, toutefois, deux milieux poreux présentant la même porosité peuvent avoir des propriétés très différentes. On peut trouver dans un milieu poreux des pores ne débouchant pas (pores aveugles) ou occlus ; un milieu poreux contenant à la fois des pores aveugles et des pores ouverts plus ou moins interconnectés, pourra grâce à ces pores ouverts laisser s'écouler le fluide. Dans la réalité complexe que constitue un milieu poreux, des paramètres comme le diamètre de capillaire ou la porosité, ne constituent que des valeurs globales moyennes, incapables de traduire exactement la topologie complexe de l'écoulement réel à travers le milieu. Dans le cas où les espaces vides sont remplis par une même phase (liquide ou gazeuse), le milieu poreux est dit saturé par le fluide. Les milieux poreux jouent un rôle important dans de nombreux secteurs industriels et phénomènes naturels. Pour nous limiter à quelques exemples typiques : le génie pétrolier, le génie chimique, le génie civil, la médecine, etc.

◆ Porosité

La porosité d'un milieu poreux notée ε , est la fraction du volume moyen du milieu poreux occupé par les espaces vides. L'espace vide est égal au rapport du volume total du milieu poreux V duquel on soustrait le volume de la matrice solide V_s par le volume total du milieu poreux V_T .

$$\varepsilon = \frac{V_T - V_s}{V_T}$$

En outre on distingue plusieurs définitions de la porosité selon les littératures et les académies¹.

◆ Perméabilité

La perméabilité K d'un milieu poreux dépend de la porosité et de la géométrie de la matrice solide. L'unité de la perméabilité K est le DARCY (1 DARCY = perméabilité d'un milieu poreux de 1 cm² de section, 1 cm de longueur, soumis à une différence de pression de 1 bar traversé par un fluide dont la vitesse de filtration est 1 cm/s) 1 *Darcy* = 9,8710⁻⁹ m². La valeur de la perméabilité K est déterminée par la mesure expérimentale.

¹ - En prenant en compte la connexion entre les interstices il a été distingué deux types de porosité : LA POROSITE TOTALE OU ABSOLUE, elle est définie pour le milieu poreux idéal où tous les pores sont interconnectés car elle considère tous les pores y compris qui ne sont pas envahis par le fluide, et LA POROSITE EFFECTIVE OU ACCESSIBLE, qui est définie comme le rapport des pores connectés, à travers desquels s'effectue l'écoulement, sur le volume total du milieu. Cette définition n'est utilisée que si on connaît bien la structure du milieu poreux.

En hydrogéologie, des distinctions ne sont plus exclusivement géométriques mais se réfèrent à l'eau contenue dans le milieu poreux, à ses liaisons physiques avec la matrice solide et à ses mouvements possibles.

LA POROSITE EFFICACE (CASTANY, 1961) est le rapport du volume d'eau gravitaire qu'un milieu poreux peut contenir en état de saturation puis libéré sous l'effet d'un drainage complet (égouttage en laboratoire sur échantillon), à son volume total. Terme complémentaire de la capacité de rétention, elle équivaut en pratique au coefficient d'emmagasinement d'un milieu aquifère à nappe libre. Ce concept est dénommé aussi, suivant les auteurs : porosité effective (TISON, 1951), porosité de drainage (VACHAUD, 1968), porosité utile (MULLER-FEUGA, 1956), porosité dynamique (SCHOELLER, 1955), capacité d'écoulement (MULLER-FEUGA, 1960), capacité de libre écoulement (SCHOELLER, 1955), coefficient d'écoulement, coefficient de restitution, coefficient de stockage (RUBY, 1969). Absorption spécifique (FOURMARIER, 1939) ou capacité effective d'absorption (SCHOELLER, 1955) désignent le même concept, en considérant la quantité d'eau gravitaire à ajouter, au lieu de la quantité libérée par égouttage.

LA POROSITE CINEMATIQUE est le rapport de la vitesse de déplacement moyenne de l'eau en mouvement dans un milieu perméable, déterminée expérimentalement (notamment par traçage), à la vitesse de filtration (de DARCY). Il est équivalent au rapport du volume des interstices réellement parcourus par l'eau en mouvement (à des vitesses variées) au volume total du milieu (saturé ou non) : c'est la teneur en eau mobile. Ce concept est dénommé aussi, suivant les auteurs : porosité effective cinématique, porosité effective dynamique, porosité de surface, coefficient superficiel de porosité. Il est équivalent à « effective porosity » dans la terminologie américaine moderne recommandée par l'U.S.G.S. - "interconnected pore space available for fluid transmission" (1972) - différent de l'« effective porosity » de MEINTZER, et équivalent à porosité "active" des auteurs russes (CHESTAKOV, 1974).

C'est le moyen le plus efficace pour évaluer cette valeur. Plusieurs évaluations de K ont été proposées.

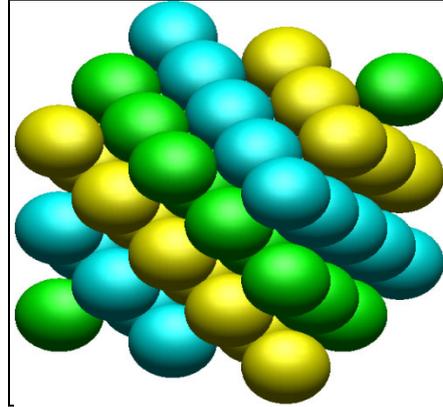


Figure 1-2 : Exemple de géométrie de KOZENY-KARMAN

La relation de KOZENY-CARMAN (1927) pour un milieu poreux non consolidé constitué d'éléments identiques de géométrie simple :

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^3}{36 C_0 (1 - \varepsilon)^2}$$

où d désigne une dimension caractéristique des éléments constituant la matrice poreuse et C_0 une constante dépendant de la forme des grains ($3.6 < C_0 < 5$). La relation d'ERGUN (1927), semblable à l'équation ci-dessus établie en considérant l'écoulement unidirectionnel d'un fluide incompressible, au sein d'une colonne poreuse constituée de particules sphériques, de diamètre d . La colonne est soumise à un gradient de pression :

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^3}{150 (1 - \varepsilon)^2}$$

Cette relation est identique à la relation de la loi de KOZENY-CARMAN pour la valeur de $C_0 = 4.16$. Quand on modélise la matrice poreuse comme un faisceau de tubes capillaires parallèles, l'expression de la perméabilité est :

$$K = \varepsilon^2 \frac{d^2}{32}$$

où $\varepsilon = n\pi d^2/4$ et n est le nombre de capillaires par unité de surface perpendiculaire au sens de l'écoulement et d le diamètre des capillaires.

◆ Tortuosité

La description de la géométrie des pores fait intervenir la notion de connectivité, correspondant à la complexité d'un chemin continu à travers l'espace des pores. Il faut aussi tenir compte des 'bras morts', qui sont nombreux dans les milieux peu poreux et très hétérogènes. Pour décrire ces différents aspects, on introduit un paramètre τ , appelé tortuosité, que l'on définit de la manière suivante :

$$\tau = \left(\frac{L_e}{L}\right)^2$$

où L_e est la longueur réelle des lignes de courant du fluide traversant un échantillon de longueur L . La tortuosité joue un rôle important en diffusion.

◆ Conductivité thermique équivalente

La conductivité équivalente est une fonction complexe des conductivités du solide et du fluide. En général, on ne pourrait pas évaluer la valeur exacte de la conductivité. Le moyen efficace est la mesure expérimentale dans les conditions d'utilisation en régime permanent. Pour plus de détail sur l'évaluation de la conductivité, nous pouvons citer les travaux de, TOBBAL et BENNACER (1997), BEJI (1989).

◆ Domaine homogène équivalent ou Volume Élémentaire Représentatif (V.E.R)

L'étude des écoulements impose la description des phénomènes intervenant dans le milieu poreux saturé. L'échelle des pores, ou échelle microscopique est associée au diamètre moyen des pores d . A l'intérieur de cette échelle les grandeurs locales peuvent très largement varier. A l'échelle du milieu poreux, ou échelle macroscopique, la variation des grandeurs physiques est définie en moyenne, sur un certain volume de milieu poreux, appelé volume élémentaire représentatif et noté V.E.R. Cette échelle macroscopique est associée à une dimension géométrique L_a du milieu. Soit L la dimension caractéristique du V.E.R. Cette dimension L doit satisfaire à la double inégalité suivante :

$$d \ll L \ll L_a$$

Plusieurs méthodes ont été proposées pour passer de l'échelle des pores à l'échelle macroscopique.

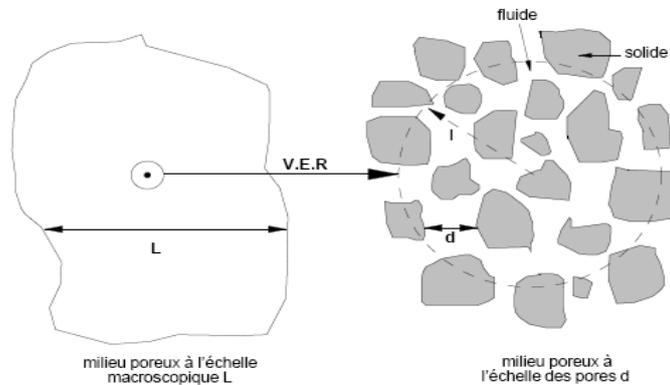


Figure 1-3 : Illustration de la taille intermédiaire l (du V.E.R) entre la taille du milieu poreux à l'échelle macroscopique L et à l'échelle des pores d

1.2.4 Modèles d'écoulement en milieux poreux

Les lois des écoulements en milieu poreux ne constituent que des approximations. On s'intéresse en général qu'aux phénomènes à l'échelle macroscopique. Plusieurs lois phénoménales sont utilisées.

◆ La loi de DARCY

Établie par DARCY (1856) sur la base d'observations expérimentales, c'est une relation empirique qui décrit macroscopiquement les écoulements dans les milieux poreux, moyennant la vitesse de filtration.

$$\vec{V} = \frac{K}{\nu} \left(-\frac{\vec{\nabla}P}{\rho} + \vec{g} \right)$$

où K est la perméabilité et ν la viscosité cinématique du fluide. L'équation de DARCY a été vérifiée pour les écoulements de faible vitesse. La valeur du nombre de REYNOLDS est utilisée comme critère pour caractériser la transition d'un régime d'écoulement laminaire à un régime turbulent. Pour cela on a défini un nombre de REYNOLDS de pore pour les écoulements en milieu poreux. En définissant d comme longueur caractéristique qui représente la dimension caractéristique des pores, le nombre de REYNOLDS s'écrit :

$$Re = V \frac{d}{\nu}$$

En termes de détermination de d , COLLINS (1961) a proposé l'expression $d = \sqrt{K/\mathcal{E}}$, alors que WARD (1964) a plutôt suggéré que $d = \sqrt{K}$ quelle que soit la porosité.

◆ Formulation de FORCHHEIMER

La formulation de DARCY-FORCHHEIMER (1950) la plus couramment utilisée, pour décrire l'écoulement d'un fluide incompressible à travers un milieu poreux homogène et isotrope, en régime stationnaire et en présence de pesanteur, est la suivante :

$$\nabla P^* = \rho g - \frac{\mu}{K} V^* + \frac{b\rho}{\sqrt{K}} |V^*| V^*$$

où b est un paramètre caractéristique de la géométrie du milieu poreux, appelé paramètre de FORCHHEIMER. Résultant de la prise de moyenne sous fortes hypothèses, cette formulation introduit un terme convectif qui exprime la contribution inertielle devenant importante avec les Re croissant.

◆ Formulation de BRINKMAN

BRINKMAN (1947) a encore généralisé la loi de DARCY en introduisant un terme équivalent au terme de dissipation visqueuse dans la loi de STOKES.

$$\nabla P^* = \rho g - \frac{\mu}{K} V^* + \mu_{eff} \nabla^2 V^*$$

Cette loi empirique est connue sous le nom de formulation de DARCY BRINKMAN, fortement utile pour le cas des hautes porosités. Le premier terme de droite de l'équation ci dessus contenant la viscosité μ est le terme de DARCY et le deuxième contenant la viscosité effective μ_{eff} est appelé le terme de BRINKMAN. La difficulté dans l'utilisation de ce modèle réside dans l'évaluation de la viscosité équivalente du milieu μ_{eff} . En effet cette grandeur est fonction non seulement de la porosité du milieu mais aussi de sa géométrie (tortuosité). BRINKMAN a assimilé la viscosité équivalente du milieu à celle du fluide ($\mu_{eff} \approx \mu$). Cette approximation a été prouvée expérimentalement et elle est en accord avec les travaux de NEALE et NADER (1974) et BECKERMANN et VISKANTA (1988). Le modèle de BRINKMAN permet ainsi d'imposer la condition de non glissement au champ de vitesse de filtration, au niveau des parois imperméables.

◆ Modèle général

On généralise les trois dernières équations en introduisant un terme transitoire et le terme convectif $(V^* \nabla) V^*$, ce qui conduit à l'équation suivante :

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial V^*}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon^2} (V^* \nabla) V^* = -\nabla P^* + \rho g - \frac{\mu}{K} V^* + \frac{b\rho}{\sqrt{K}} |V^*| V^* + \mu_{eff} \nabla^2 V^*$$

Cette équation est équivalente à l'équation de NAVIER STOKES issue du bilan de quantité de mouvement en milieu fluide. Il faut également noter que la complexité d'un écoulement en milieu poreux peut être le résultat des effets d'inertie et de viscosité, et d'une variation importante de la porosité au niveau des parois.

1.3 Revue bibliographique sur les systèmes de RAYLEIGH BENARD

Dans cette section nous donnons les principales études antérieures traitant les types d'écoulements déjà présentés, tout en essayant de garder la logique de tenir comme référence le problème de RB, afin de permettre une comparaison par rapport à des résultats déjà célèbres et qu'on ne manquera pas de rappeler.

1.3.1 Mécanisme fondamental de RAYLEIGH BENARD

Le problème de l'écoulement de RB, est un problème d'instabilité dans un fluide confiné entre deux plaques horizontales portées à deux températures différentes. Si la plaque supérieure est la plus chaude, le système reste stable¹ et stratifié en température. Mais, si la paroi inférieure est la plus chaude et si une perturbation est introduite dans le système, alors pour une valeur critique de la différence de température entre les deux plaques il peut apparaître des mouvements à l'intérieur du fluide, le système est instable et des mouvements sont organisés en rouleaux périodiques contrarotatifs. Ces rouleaux, également appelées cellules de RB, apparaissent quand il y a un couplage entre le champ dynamique et le champ thermique.

La situation générale est donc celle d'un fluide présentant une masse volumique croissante avec l'altitude et manifestant dès lors un caractère potentiellement instable. Ce système physique couple ainsi un problème de stabilité mécanique lié aux variations de densité et un problème de transport de chaleur lié aux variations de température. Si en un lieu donné du fluide, une perturbation initiale positive de température apparaît, la poussée d'ARCHIMEDE induira un mouvement ascendant du fluide. Si la perturbation est négative, la poussée d'ARCHIMEDE induira un mouvement descendant. Il résulte de cela un apport convectif local des particules fluides venant des couches inférieures plus chaudes dans le premier cas, des couches

¹ À l'exception de fluides ayant un maximum de densité (à un stade donné la masse volumique n'est pas décroissante quand la température croît). Ex. (Eau~ 4°C, Bismuth, Antimoine...)

supérieures plus froides dans le second cas, et qui renforcent la perturbation initiale et entretiennent le mouvement. Le déplacement ascendant ou descendant se transmet ainsi jusqu'à ce que le fluide rencontre une interface. La conservation de la masse implique alors un mouvement du fluide parallèle à cette interface. Ce déplacement horizontal se fait jusqu'à ce que le fluide rencontre une nouvelle zone de mouvement ascendant s'il se trouve sur l'interface inférieure, ou descendant s'il se trouve sur l'interface supérieure. Le raccordement par ces déplacements horizontaux d'une zone d'ascension et d'une zone de descente forme alors des rouleaux (bidimensionnels) contrarotatifs ou des cellules (tridimensionnelles), suivant les caractéristiques géométriques et physiques du système. Il apparaît donc un mouvement d'ensemble régulier et auto organisé au sein du fluide.

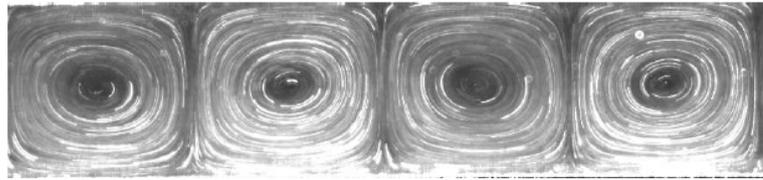


Figure 1-4 : Rouleaux transversaux de RAYLEIGH BENARD dans une cellule expérimentale¹ remplie avec de l'eau pure. $\Delta T=4^{\circ}\text{C}$, température à l'extérieur : 21°C

Cependant, celui-ci ne peut s'établir que si les mécanismes amortissant, qui sont la conductivité thermique (qui diffuse la perturbation de température) et la viscosité (qui atténue la perturbation de vitesse) ne sont pas trop importants. Ces mécanismes microscopiques de diffusion sont d'autant plus importants que les gradients de température et de vitesse sont élevés. Un mouvement du fluide a lieu lorsque la différence de température excède une certaine valeur, appelée seuil critique d'instabilité. La taille -la longueur d'onde- des rouleaux est aussi contrainte par ces deux mécanismes de diffusion d'énergie. Considérons en effet des rouleaux très serrés. Les forts gradients de vitesse et de température entre les rouleaux permettent de fortes diffusions de quantité de mouvement et de chaleur qui, en réduisant les déséquilibres moteurs, entravent le mouvement. D'autre part, si on considère des rouleaux très écartés, le frottement pariétal, lié au mouvement horizontal du fluide au niveau des plaques, devient de plus en plus important et freine le mouvement. Les rouleaux ne doivent donc être ni trop serrés ni trop allongés. En pratique, les rouleaux présentent en effet un rapport d'aspect au voisinage de l'unité (cf. Figure 1-4). On peut aussi donner une description de l'organisation du système physique en termes de

¹- Cliché réalisé par Vélocimétrie laser par Images de Particules, tiré du travail de Piquet E.

transfert de chaleur. Au-dessous du seuil critique d'instabilité, le transfert de chaleur est purement conductif, par transmission microscopique de l'agitation thermique.

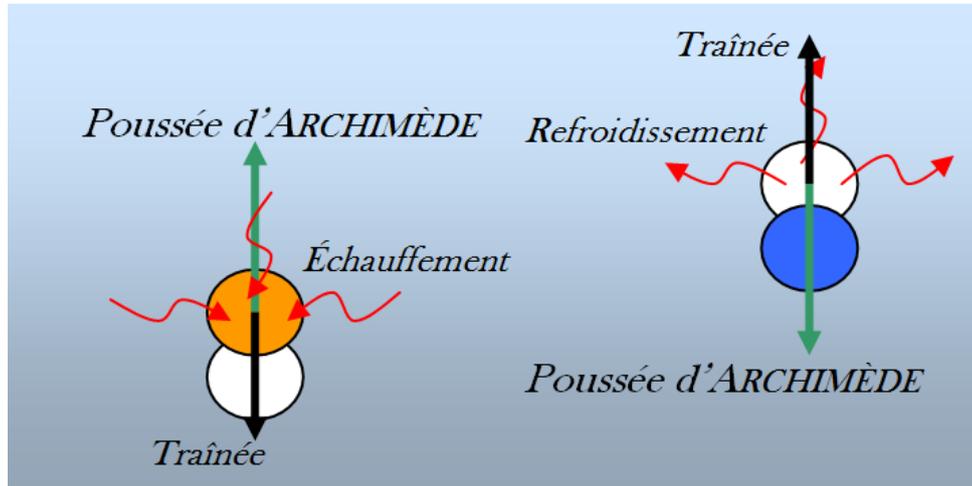


Figure 1-5 : Schéma de principe de la convection de RAYLEIGH-BENARD. Les flèches vertes donnent les poussées d'ARCHIMEDE différentielles, moteurs du mouvement. Et les flèches noires donnent les diffusions de quantité de mouvement par viscosité et de chaleur par conduction, entraves au mouvement

Ce mode de transport peu efficace est suffisant pour un flux de chaleur faible entre les plaques chaude et froide. Au-dessus, un ensemble de rouleaux contrarotatifs apparaît et le transfert de chaleur devient convectif, par transport macroscopique de l'agitation thermique. Ce mode de transport est plus efficace et permet des flux de chaleur plus élevés, mais son établissement est généré par les phénomènes diffusifs créés par les mouvements du fluide. Microscopiquement, le transfert de chaleur au niveau des parois se fait toujours par diffusion mais le mouvement de convection permet d'accroître les gradients de température pour rendre cette diffusion plus efficace. Au seuil d'apparition des mouvements, le système physique en transport conductif devient instable, ce qui signifie que dans le bruit de fond, invariablement présent dans toute réalisation pratique, certaines structures des champs de vitesse, température et pression, qui sont les variables à considérer, se trouvent amplifiées au cours du temps.

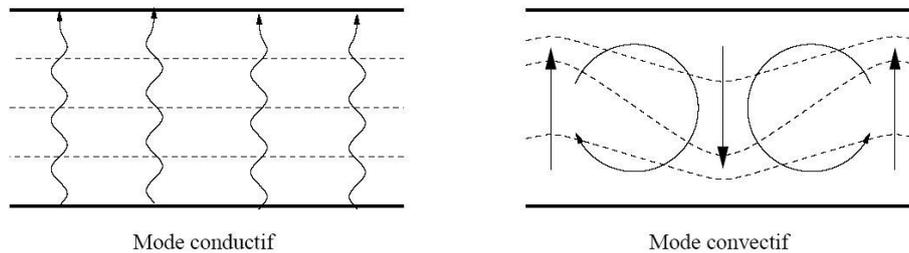


Figure 1-6 : Comparaison schématique des modes de transfert de chaleur conductif et convectif. Les flèches ondulantes représentent une diffusion de chaleur, celles rectilignes un déplacement de fluide. Les lignes discontinues représentent les isothermes attendues dans les deux situations

◆ Caractéristique de stabilité de l'écoulement RB en fonction du milieu

Tenant compte de ce que le système de RB perd sa stabilité pour des valeurs données de l'écart de température traduit par le nombre de RAYLEIGH, plusieurs travaux ont été réalisés afin de déterminer ces valeurs. Certaines sont possibles théoriquement et sont données par : $Ra_c = 1707.76$ pour le cas fluide, et $Ra \times Da = 4\pi^2$ si on a affaire à une matrice poreuse saturée par le fluide. Il est à noter que l'analogie du problème de RB en milieu poreux est connu sous le nom de HORTON ROGERS LAPWOOD (1945-1948), et aussi sous le nom de RAYLEIGH DARCY. Néanmoins nous allons, afin d'homogénéiser les nominations utiliser la désignation RAYLEIGH BENARD DARCY, et le symbole RBD.

Da	10^2	10^0	10^{-2}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-82}
$R_T = Ra \cdot Da$	17.08E2	1752.37	60.4557	40.5838	40.17604	39.4792	39.47841

Tableau 1-1 : Nombres de RAYLEIGH critiques issus de la stabilité linéaire numérique, décrivant la limite de la bifurcation supercritique dans un fluide, un milieu de Darcy BRINKMAN et un milieu de Darcy

1.3.2 Un peu d'histoire : de RUMFORD à RAYLEIGH

La première description de la convection thermique a été présentée en 1790 par BENJAMIN THOMPSON, pour expliquer le transfert de chaleur dans une tarte aux pommes ! Les recherches systématiques n'ont commencé que bien plus tard, en 1900, l'expérience la plus significative et la plus pertinente étant celle de HENRI BENARD : il a étudié un système convectif simple en apparence, sans savoir qu'il était en réalité tellement compliqué que certains des principes physiques sur lesquels il était basé n'ont été découverts que très récemment ! Peu après JOHN WILLIAM STRUTT, LORD

RAYLEIGH, s'intéressa à son tour à la convection, formulant sa célèbre théorie. C'est dans l'un de ses derniers articles (1916) qu'il essaya d'expliquer ce que l'on désigne aujourd'hui par la Convection de RAYLEIGH- BENARD, introduisant un nombre sans dimensions qui, comme nous le verrons, joue un rôle essentiel dans la description de la stabilité thermique.

Parmi les trois modes de transfert de chaleur, par conduction, convection ou rayonnement, le mode convectif est historiquement le premier à être utilisé à des finalités pratiques. On trouve ainsi dans les ruines des maisons romaines des systèmes de chauffage central amenant de l'air chaud d'un foyer dans les pièces. Même si le terme convection apparaît en 1834 dans les textes de PROUT (1834), son étude qualitative débute avec RUMFORD en 1797. Ce lien notable entre mouvement et transport de chaleur est sûrement l'une des causes qui sont à l'origine de la théorie calorique de CARNOT (1824), interprétant la chaleur comme un fluide passant d'un corps à un autre. Alors qu'au début du dix-neuvième siècle la théorie calorique est mise en défaut par RUMFORD, JOULE et CLAUSIUS, les liens entre mouvements de fluides et transport de chaleur ne font quasiment plus l'objet d'explications et de recherches. En 1882, THOMSON observe la formation de structures régulières au sein d'un fluide chauffé par le bas et animé d'un mouvement de convection. Les études quantitatives de ces structures attendront 1901, et les expériences de BENARD (1900) dans lesquelles une fine couche de blanc de baleine liquide contenue dans un récipient est chauffée par dessous. BENARD caractérise les structures spatiales organisées en cellules hexagonales comme celles de la Figure 1-7 et l'interface formée par le fluide et l'air mais pas la température minimale nécessaire à la mise en mouvement.

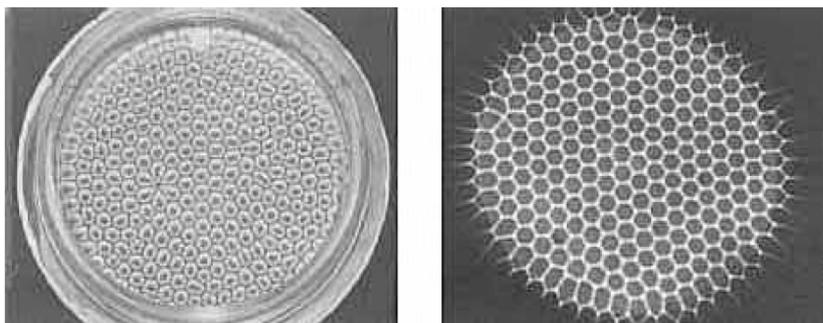


Figure 1-7 : Cellules hexagonales obtenues dans des conditions similaires à celles de BENARD observées par KOSCHMIEDER et PALLAS (1974)

Ces premières expériences ne rencontrent guère d'écho, mais RAYLEIGH y trouve tout de même un intéressant champ d'application aux calculs de stabilité linéaire, déjà utilisés en mécanique des fluides par ORR,

SOMMERFELD et KELVIN sur les couches de cisaillement. En partant des équations de NAVIER STOKES et en se plaçant dans l'approximation de BOUSSINESQ, RAYLEIGH propose en 1916 un calcul de la différence de température et de la longueur d'onde critique pour un mouvement de convection s'organisant en rouleaux bidimensionnels au sein d'une couche infinie de fluide contenu entre deux interfaces planes horizontales infinies aux températures imposées et le long desquelles le fluide peut glisser librement. L'accord entre résultats expérimentaux et prévisions analytiques est bon et le phénomène est baptisé écoulement de RAYLEIGH BENARD (RB). Cet accord nous apparaît maintenant pour le moins fortuit, la modélisation de RAYLEIGH n'étant pas idoine pour décrire l'expérience de BENARD. D'une part, le liquide repose sur un support solide imposant l'adhérence du fluide sur la surface inférieure. En 1940, PELLEW et SOUTHWELL (1940) déterminent la différence de température critique et la longueur d'onde des rouleaux au seuil de l'instabilité pour une couche confinée entre deux parois sur lesquelles le fluide ne peut glisser, situation plus proche de celles observées et obtenues en pratique, même si ce n'est pas exactement celle de l'expérience originelle. D'autre part les variations de la tension superficielle avec la température, nommées l'effet MARANGONI thermique, sont à prendre en compte pour une interface se déformant, ce qui est le cas dans l'expérience de BENARD. Cet effet s'ajoute à la poussée d'ARCHIMEDE, atténuée par la minceur de la couche fluide, pour mettre en mouvement et organiser le fluide. Cet effet, qui ne sera mis en évidence par PEARSON qu'en 1958, explique notamment l'établissement d'hexagones et non de rouleaux, le phénomène étant baptisé convection de BENARD MARANGONI.

1.3.3 Convection mixte en configuration de Rayleigh Bénard

La convection mixte en configuration de RB se divise en deux catégories : écoulements de PRB en milieux purement fluides et partiellement poreux, et en écoulements en C_M RBD en milieux de DARCY. Aucune étude en milieu de DARCY BRINKMAN jusqu'à présent n'a été révélée. Très rares sont les études de ce problème en milieu de DARCY. L'écoulement PRB en milieux fluides, a suscité de nombreux travaux de recherche en raison d'intérêts fondamentaux et industriels. Cette configuration est riche en structures d'écoulements convectifs (sous forme de rouleaux transverses, parallèles, obliques, sinueux, variqueux, etc.) et constitue un problème type en matière d'analyse de stabilité et contrôle d'écoulements. Dans ce qui suit nous allons présenter le problème de PRB qui sera ensuite suivi par le problème de C_M RBD.

◆ Définition de l'écoulement PRB et modes convectifs observables

Un écoulement de **PRB** est un système de **RB** en milieu fluide sur lequel on vient introduire de la convection forcée, en d'autres termes on a modifié les conditions aux limites du système soit en imposant un gradient de pression horizontal sur toute la longueur de la cavité, soit en imposant un profil de **POISEUILLE** à l'entrée de la cavité et une condition de sortie qui permet la conservation de la matière et de la contrainte dans le cas incompressible. D'une manière simpliste, le profil approché de **POISEUILLE** à l'entrée est approché par :

$$V(0, y, z) = -6RePr. z(z - 1) \frac{y}{A_y} \left(1 - \frac{y}{A_y} \right)$$

forme proportionnelle au nombre de **REYNOLDS**. Par suite un $Re = 0$ nous ramène au cas de **RB**. Le problème de **PRB** dépend de plusieurs paramètres : la hauteur de la cavité, ses rapports d'aspects, l'écart de la température, les propriétés du fluide et sa vitesse d'entrée. Plusieurs structures convectives peuvent apparaître. Des combinaisons données de ces grandeurs, constituent les paramètres universels, non dimensionnels, de contrôle. A savoir : Re, Ra, Pr, Ax, Ay .

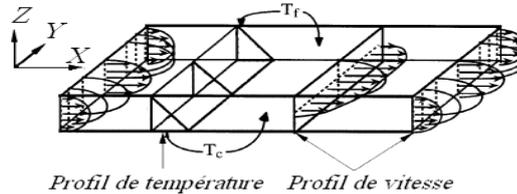


Figure 1-8 : Cellule de PRB avec profil de **POISEUILLE** purement conductif : écoulement de base pour l'analyse de stabilité temporelle¹

D'une manière simpliste, partant de l'écoulement de **POISEUILLE** de base, on se met à chauffer par le bas, jusqu'à atteindre un nombre de Ra critique ($Ra_c = 1707.76$ pour une cavité d'extension latérale infinie) à partir duquel la solution n'est plus stratifiée en température et deux solutions sont possibles (cf. Figure 1-9) : l'apparition de R_{\perp} ou R_{\parallel} mais les R_{\perp} restent possibles uniquement pour des faibles nombres de Re (en général $Re < 10$).

¹ Figure tirée de l'article de NICOLAS (2001)

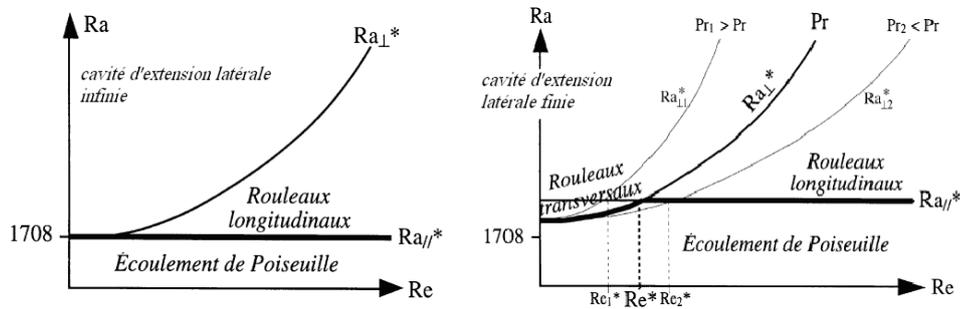


Figure 1-9 : Diagrammes de stabilité linéaire temporelle ¹ de l'écoulement de PRB

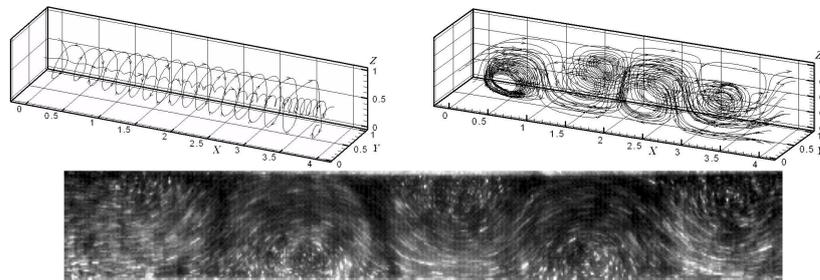


Figure 1-10 : rouleau longitudinal : R_{\parallel} à gauche, rouleaux transversaux : R_{\perp} à droite et en bas visualisation expérimentale (PIV) des R_{\perp}

Au delà d'un nombre de Re donné, les rouleaux transversaux cèdent définitivement la place pour les rouleaux longitudinaux. Si on continue à chauffer une nouvelle bifurcation aura lieu, cette nouvelle transition est la naissance de rouleaux longitudinaux du second ordre comme schématisé dans la Figure 1-11.

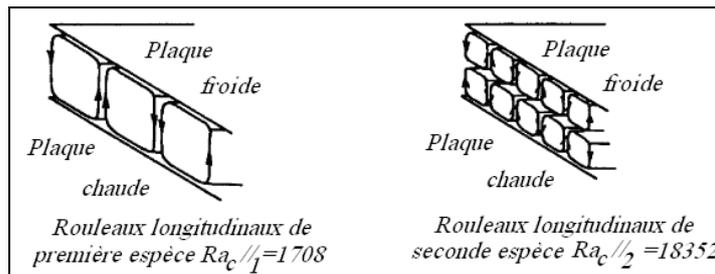


Figure 1-11 : Rouleaux longitudinaux de première et de deuxième espèce selon MORI et UCHIDA (1966)²

¹ - Ces diagrammes sont extraits de NICOLAS et al. (2000) d'après un graphe de LUIJKX et al. (1981). L'exposant * désigne selon l'auteur la valeur critique.

² - Figure tirée de MORI & UCHIDA (1966).

Entre temps les R_{\parallel} ne restent pas stationnaires pendant toute la phase du changement de Ra et Re jusqu'à $Ra_{C_{\parallel}}$. Une analyse de stabilité linéaire temporelle de ces rouleaux entre deux plaques d'extensions infinies menée par CLEVER et BUSSE (1991) a montré l'existence d'une instabilité sinueuse dans une zone définissant approximativement un quadrant : $Re > 75$ et $Ra > 2200$, et d'une instabilité oscillatoire dans une zone définissant approximativement un quadrant : $Re < 100$ et $Ra > 6000$ (cf. Figure 1.10).

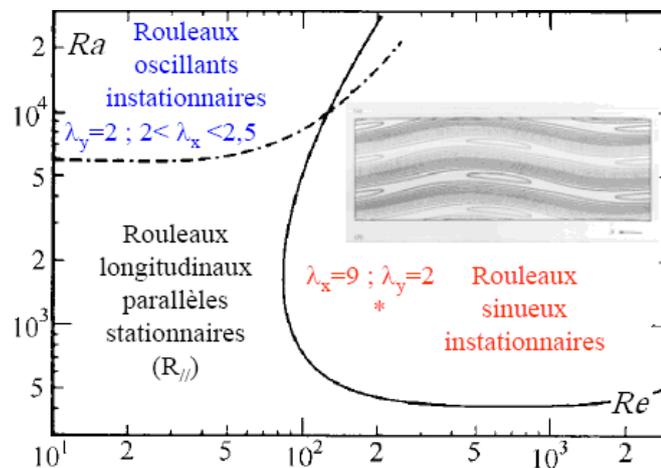


Figure 1-12 : Diagramme de stabilité des rouleaux longitudinaux stationnaires dû à CLEVER et al. (1991)

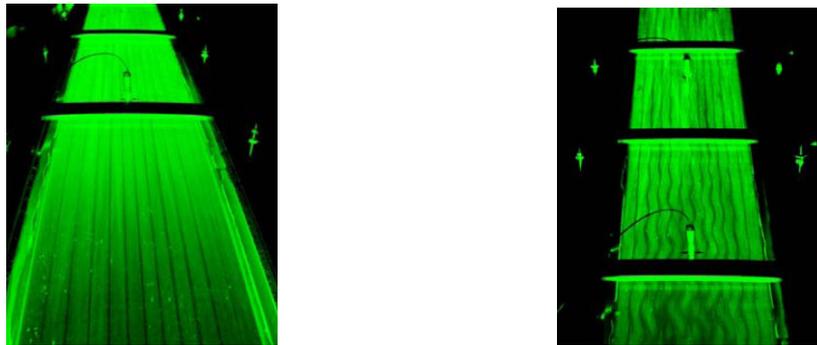


Figure 1-13 : Rouleaux longitudinaux observés grâce à la visualisation par plans LASER. A gauche R_{\parallel} stationnaires et à droite R_{\parallel} sinueux¹ oscillant en phase. Images tirées du travail de XIN et al. (2005)

¹ - Les rouleaux sinueux ne sont observés expérimentalement qu'en perturbant mécaniquement le système par vibration continue.

Ainsi nous avons donné une vue globale de ce qui peut se passer en manipulant les paramètres de contrôle d'un écoulement de PRB. D'autres structures dérivant de celles déjà décrites existent, tels que des rouleaux obliques et variqueux. Jusqu'à présent on ignore le comportement des R_{\parallel} de seconde espèce. Et bien qu'on ait avancé sur l'aspect qualitatif des écoulements de PRB, il reste beaucoup de travail à faire : à l'heure actuelle on ne dispose pas d'un diagramme de stabilité universel qui décrit toutes les transitions possibles de l'écoulement ainsi que les structures correspondantes à ses bifurcations.

◆ Un peu d'histoire

La première étude sur le problème de RB en présence d'un écoulement, est attribuée à IDRAC (1920). Ce dernier a pu visualiser des rouleaux longitudinaux (1921) au cours de ses études sur les planeurs à voile. L'étude des rouleaux longitudinaux R_{\parallel} a été ensuite répandue dans plusieurs milieux de recherche. Des résultats expérimentaux de visualisation de ces écoulements ont été réalisés, en essayant d'expliquer l'alignement des bandes nuageuses sous l'action du vent, par le météorologue japonais TERADA (1928). L'écoulement considéré est donc un écoulement cisailé de type COUETTE, souvent choisi pour reproduire l'entraînement cisailé dû au vent. La première observation de rouleaux transversaux, en écoulement cisailé pour de petits nombre de REYNOLDS, est attribuée aux anglais PHILIPS et WALKER (1932) qui ont réalisé des expériences dans des couches d'air de 6 mm d'épaisseur. L'existence des R_{\perp} sera ensuite confirmée par GRAHAM (1933). BENARD et AVSEC lancent alors des études systématiques sur tous les problèmes de la famille PRB. Ainsi jusqu'en 1938, AVSEC va expérimenter beaucoup de configurations et visualiser à son tour les R_{\perp} et R_{\parallel} . Tous ces résultats sont reportés dans un article de synthèse (1938) dû à BENARD lui même.

◆ Revue bibliographique sur les écoulements de PRB

La période de la seconde guerre mondiale a connu une « hibernation » des recherches, mais vers 1949 les recherches sur le problème de PRB ont repris. La théorie de la stabilité linéaire a connu une époque d'or pendant 30 ans. Différents auteurs se sont donc intéressés à l'analyse de stabilité du problème, établi et transitoire, tant au niveau thermique que dynamique, d'autres ont restreint leurs études à la zone d'entrée thermique, là où naissent les structures convectives. Un important travail résumant cette période de recherche, est dû à NICOLAS (2000). Au début des années 80, et avec l'accès de l'informatique aux laboratoires du

monde scientifique, la mode des simulations numériques directes motivée par l'application industrielle s'est installée. La plupart des recherches sont initiées par des applications industrielles à fort enjeux économiques telles que l'étude des dépôts de vapeurs chimiques (Chemical Vapor Deposition : CVD) ou le refroidissement des composants électroniques. Le but dans le premier cas est de contrôler finement le dépôt chimique afin d'optimiser la fabrication de composants électroniques par exemple, dans l'autre cas, l'objectif est d'augmenter les transferts thermiques afin d'accroître la capacité de refroidissement de composants de plus en plus miniaturisés. Ainsi, on peut citer les travaux plus fondamentaux de MÜLLER et al. (1989) et les travaux de OUAZZANI et al. (1989-1995) sur le problème de la convection mixte entre deux plans horizontaux à températures différentes. Tous ces travaux sont présentés dans la revue bibliographique de NICOLAS (2002). Cette revue couvre la période 1920-2001 et comporte 154 références. La gamme des paramètres concernés est : $0 < Pr < 1000$, $0 < Re < 100$ et $0 < Ra < 10^6$.

Depuis lors, les recherches sur ce type de problème se sont poursuivies. Du point de vue numérique, ROTH et al. (1996) ont étudié l'influence des conditions aux limites sur la formation des structures convectives. KATO (2000) s'est intéressé à la compétition qui naît de la formation simultanée de R_{\perp} et R_{\parallel} en présence d'écoulement dans une cavité rectangulaire chauffée par le bas. Dans la même configuration, des études de l'analyse de stabilité linéaire du problème de PRB en cavité confinée avec des conditions aux limites aussi proches que possible de la réalité permettent une confrontation avec des simulations numériques et des résultats expérimentaux.

HUANG (1997), YU et LIN (1997), LIR et al. (2001) ont étudié le comportement d'écoulement d'air dans des cavités rectangulaires chauffées par le bas d'un point de vue expérimental. Ces écoulements d'air sont généralement obtenus pour de grandes valeurs des nombres de RAYLEIGH et de REYNOLDS, ne permettant la formation que de R_{\parallel} et de rouleaux sinueux dans certains cas. Les derniers résultats expérimentaux ont porté sur l'influence du confinement longitudinal des cellules expérimentales et sur la formation des rouleaux longitudinaux, ainsi que sur l'étude à faible nombre de REYNOLDS, c'est-à-dire proche de la convection naturelle. Actuellement plusieurs auteurs sont en train de contribuer à l'établissement d'un benchmark numérique traitant le problème de PRB. Le travail est encore en cours. Les dernières années, ont permis d'avoir une compréhension plus juste de la dynamique linéaire et faiblement non linéaire de ces structures convectives.

♦ **Seuil d'apparition des R_{\perp} en conduite d'extension latérale infinie et vérification expérimentale de l'augmentation de $Ra_{C\perp}$ avec Re**

GAGE et REID (1968) ont abordé une analyse de stabilité linéaire de pour $Ay \rightarrow \infty$ se limitant à $Pr = 1$ lorsque $Ra > 0$ et s'étend sur $0 < Ra < 10^6$. Leurs hypothèses de départ autorisent des perturbations donnant naissance à des R_{\parallel} , à des R_{\perp} ou à des cellules thermoconvectives 3D quelconques telles que des cellules d'axes obliques à la direction de l'écoulement de base. Pour ces structures le nombre de RAYLEIGH critique est une fonction croissante de Re et se situe entre $Ra_{C\parallel} = 1708$ et $Ra_{C\perp}$. Pour $Re \geq 7200$ les instabilités d'origine visqueuse donnent naissance à des ondes transverses de type TOLLMEN-SCHLICHTING, responsables par leur amplification de la transition laminaire-turbulent de la couche limite. PLATTEN (1971), en considérant des perturbations 2D ne permettant la naissance que des R_{\perp} , et TVEITEREID (1974), en considérant la naissance d'instabilités sous la forme de R_{\perp} , de R_{\parallel} , et d'ondes de TOLLMEN-SCHLICHTING, vérifient, pour tous les nombres de PRANDTL, les résultats obtenus par GAGE et REID. Les premiers qui ont étudié expérimentalement l'action de la vitesse de l'écoulement sur le nombre de RAYLEIGH critique Ra_c en particulier sur l'augmentation de $Ra_{C\perp}$ avec Re , sont PLATTEN et LEFEBVRE (1971). En montant une expérience de type SCHMIDT-MILVERTON (1935) avec de l'eau dans une conduite d'allongements 150/80, ils montrent que Ra_C croît de 1708 à 2063 lorsque l'on passe de $Re = 0$ à $Re = 28$. Ils en déduisent que la preuve expérimentale de l'augmentation de Ra_C avec Re , montrée théoriquement par PLATTEN (1971) est apportée. Cependant, dans le cas d'un écoulement d'eau ($Pr = 6,4$), OUAZZANI (1990) trouve que dans une conduite d'allongement transversal $A_y = 80$, pour un REYNOLDS considérable pour ce type d'écoulements ($Re = 28$), les structures thermoconvectives ne sont pas des R_{\perp} mais des R_{\parallel} pour lesquels $Ra_{C\parallel}$ ne varie pas avec Re . Donc, la variation de Ra_c dans l'expérience de PLATTEN et LEFEBVRE à une autre cause.

Plusieurs explications à ce problème ont été données. PLATTEN et LEGROS (1984) (au Chapitre VIII, pp. 545 à 556) recherchent théoriquement si une structure résiduelle, se superposant à l'écoulement de R_{\parallel} et ayant une périodicité dans la direction longitudinale, ne pourrait pas provoquer l'augmentation de Ra_c . La structure qui résulterait de cette superposition pourrait avoir l'apparence des R_{\parallel} obliques ou de rouleaux sinueux. PLATTEN et LEGROS vérifient leur hypothèse expérimentalement en enregistrant un signal sinusoïdal témoignant de la présence effective d'une périodicité longitudinale résiduelle dans l'écoulement. Cependant, ces observations sont faites à $Re \approx 1,5$; elles ne concordent pas avec des photos

prises à des nombres de REYNOLDS plus élevés ($Re = 28$) montrant des R_{\parallel} parfaitement réguliers et ne laissant apparaître ni inclinaison ni sinuosité.

PLATTEN et LEGROS font alors une deuxième proposition : ils montrent qu'à $Re = 28$ l'intervalle de temps pendant lequel un volume d'eau élémentaire passe sur la plaque chauffée dans l'expérience de PLATTEN et LEFEBVRE (1971) est environ égal au double du temps caractéristique nécessaire pour atteindre l'état thermoconvectif stationnaire du problème de convection naturelle équivalent ($Re = 0$). Il est donc vraisemblable que les R_{\parallel} ne soient pas complètement établis dans cette expérience. En effet, lorsqu'on se trouve dans la zone d'entrée thermique Ra_C est plus élevé que dans la zone où l'écoulement est pleinement établi et il décroît lorsque x augmente. La mise en évidence de l'augmentation de $Ra_{C\perp}$ avec Re a été réalisée par LUIJKX et al. (1981) grâce à une expérience de visualisation dans de l'huile de silicone. Cette expérience a montré que les R_{\perp} disparaissent de plus en plus de la conduite quand Re augmente (cet élément visuel faisait défaut dans la première expérience de PLATTEN et LEFEBVRE (1971)). Le canal utilisé est très long $Ax \simeq 100$ et plus de 90 R_{\perp} peuvent s'y développer. Lorsque le débit est suffisamment élevé, les R_{\perp} disparaissent de la zone d'entrée du canal et, plus Re augmente, plus les R_{\perp} sont rejetés vers l'aval, jusqu'à disparaître complètement.

◆ Paramètres critiques en conduite d'extension latérale finie, obtenus par analyse de stabilité linéaire temporelle

Pour avoir une analyse qualitativement exacte de l'influence de Re , de Ay et de Pr sur les nombres de RAYLEIGH critiques d'apparition des R_{\perp} et des R_{\parallel} , dans le cas d'une conduite d'extension latérale finie, il faut attendre la parution de l'article de LUIJKX et al. (1981). Cette analyse peut se résumer graphiquement par le diagramme de stabilité de la Figure 1-9. On rappelle brièvement les résultats principaux de cette analyse :

$Ra_{C\parallel} = Ra_{C\parallel}(Ay)$	$Ra_{C\parallel}$ est indépendant de Re et de Pr .
$Ra_{C\perp} = Ra_{C\perp}(Ay, Re, Pr)$	$Ra_{C\perp}$ augmente si Re, Pr ou Ay augmente.
Si $0 < Re < Ra_{C\parallel} \Rightarrow Ra_{C\perp} \leq Ra_{C\parallel}$	formation de R_{\perp} à la transition.
Si $Re \geq Re^* \Rightarrow Ra_{C\perp} \geq Ra_{C\parallel}$	il apparaît des R_{\parallel} au seuil de transition.
$Re^* = Re^*(Pr, Ay)$	Re^* diminue si Pr augmente à Ay fixé.

On notera que ces résultats qualitatifs sont le fruit d'une étude de stabilité linéaire temporelle pour un écoulement de base 3D et des perturbations 3D, dont la théorie et la totalité des résultats quantitatifs se trouvent dans la thèse de LUIJKX (1983). Nous démontrons par ailleurs que

la deuxième conclusion est restrictive et que l'aspect Ay influence alternativement $Ra_{c\perp}$ (cf. § 5.1.2). KATO et FUJIMURA (2000) viennent aussi de publier une analyse théorique 3D qui, dans sa première partie, est comparable à celles que nous venons de citer (analyse linéaire temporelle en conduites d'extension latérale finie). Par contre, dans sa deuxième partie, elle va bien au-delà puisqu'elle étudie à partir de deux équations d'amplitudes couplées l'interaction faiblement non linéaire entre les R_{\perp} et les R_{\parallel} au voisinage du point triple en $Re = Re^*$ et $Ra = Ra_{c\perp} = Ra_{c\parallel}$ (cf. Figure 1-9), dans des conduites d'extension latérale finie avec des conditions aux limites thermiques adiabatiques et parfaitement conductrices sur les parois latérales. La stabilité de l'écoulement de POISEUILLE conductif, des R_{\perp} , des R_{\parallel} et d'une structure mixte se présentant comme la superposition de R_{\perp} et de R_{\parallel} est étudiée au voisinage de ce point triple.

♦ Critique des résultats obtenus par analyse de stabilité linéaire temporelle

Comme le montre la Figure 1-14 ou les travaux de KURTZWEG (1965) et de LUIJKX et PLATTEN (1981), l'analyse de la stabilité linéaire temporelle prédit la formation d'un nombre pair ou impair de R_{\parallel} stationnaires au-dessus du seuil de transition en fonction de la valeur du rapport de forme Ay . Ce résultat a été vérifié expérimentalement, et numériquement dans le cas convection naturelle. Cependant, en convection mixte, il est en contradiction avec toutes les expériences et les simulations numériques directes qui prévoient un nombre pair de R_{\parallel} quel que soit $Ay > 1,1$ et $Re > 0$. SHAHDA et NARUSAWA (1997) ont donné une explication théorique à cette contradiction. Ils ont calculé une expression analytique du profil de vitesse axiale $u(t)$ pour les écoulements de R_{\parallel} , en comparant les taux de croissance initiaux de ces profils ($\partial u / \partial t$ à $t = 0$) pour un nombre pair de R_{\parallel} et un nombre impair de R_{\parallel} . Ils montrent effectivement qu'un seul R_{\parallel} apparaît lorsque $Ay \leq 1.1$ et qu'un nombre pair de R_{\parallel} est sélectionné lorsque $1.1 < Ay \leq 10$. En appliquant le second principe de la thermodynamique, NARUSAWA (2001) montre également par une analyse théorique et des simulations numériques que le passage d'une paire à deux paires de R_{\parallel} pleinement établis est caractérisé par une variation brutale et discontinue des taux de production d'entropie liés aux dissipations thermiques et aux dissipations visqueuses. NICOLAS et al. (2000) comparent les courbes de transition $Ra_{c\parallel}$ et $Ra_{c\perp}$ déterminées par l'analyse linéaire temporelle pour A , fini aux courbes de transition déterminées expérimentalement ou par simulations numériques directes entre écoulement de POISEUILLE et R_{\parallel} d'une part, et entre écoulement de

POISEUILLE et R_{\perp} d'autre part. Ces comparaisons, effectuées pour les couples de valeurs $(Pr, A_y) = \{(0.7, 2), (6.4, 3.6), (453.5, 5.25)\}$, montrent que les résultats théoriques, expérimentaux et numériques coïncident quantitativement en ce qui concerne $Ra_{c\parallel}$.

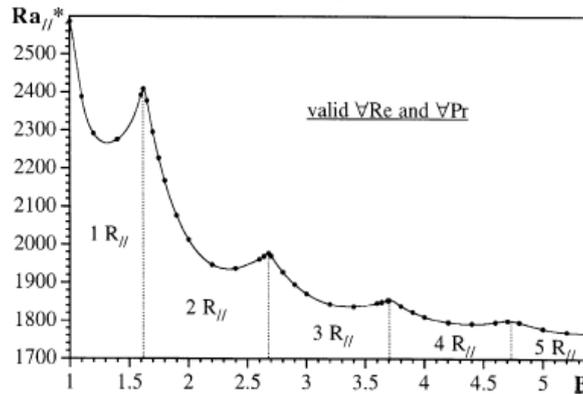


Figure 1-14 : Nombre de RAYLEIGH critique d'apparition des R_{\parallel} en fonction de la profondeur A_y ($=B$ en notations de l'auteur), et nombre de R_{\parallel} apparaissant au dessus du seuil de transition, d'après une analyse de stabilité linéaire temporelle de l'écoulement de POISEUILLE purement conductif (tiré de NICOLAS et al. (2000) avec notations de l'auteur).

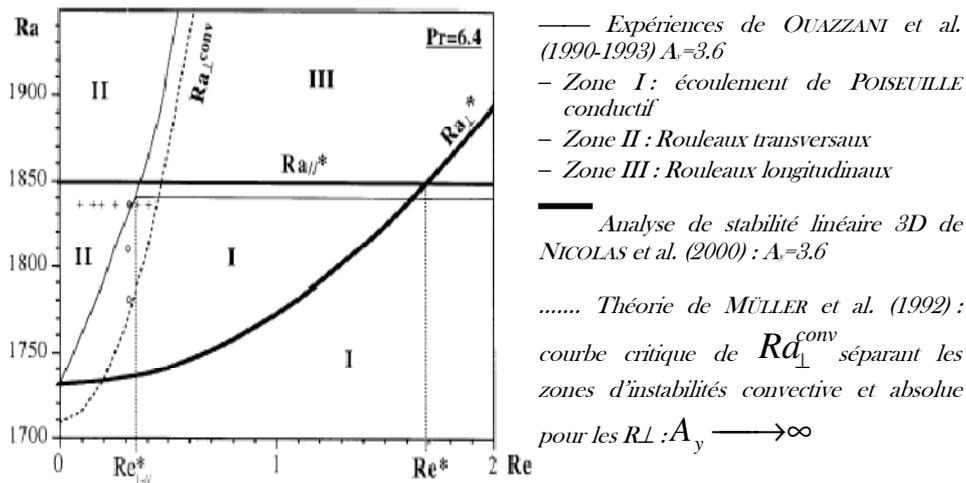


Figure 1-15 : Comparaison à $Pr=6.4$ entre le diagramme de stabilité déterminé expérimentalement par OUAZZANI et al. (1990-1993) ; les résultats de la stabilité linéaire temporelle par LUIJKX (1983) et NICOLAS et al. (2000) ; le courbe de transition entre les R_{\perp} convectivement et absolument instables calculés par MÜLLER et al. (1992) pour un écoulement PRB 2D.

Par contre, les courbes $Ra_{c\perp}(Re)$ dans le plan $Ra-Re$ sont toujours nettement en dessous des courbes de transition expérimentales (cf. Figure

1.14) et numériques entre écoulement de POISEUILLE et R_{\perp} . Ce décalage se répercute sur la valeur du nombre de REYNOLDS critique : la valeur de Re^* déterminée par la théorie linéaire est toujours très supérieure à la valeur de $Re_{\perp-\parallel}^*$ déterminée expérimentalement ou par simulations numériques (cf. Figure 1-14). On notera que Re est obtenu pour $Ra = Ra_{c\parallel} = Ra_{c\perp}$, c'est-à-dire qu'il se rapporte à des perturbations infinitésimales. Par contre, comme expérimentalement on ne peut mesurer que des perturbations finies, $Re_{\perp-\parallel}^*$ est déterminé en général pour des valeurs supercritiques du nombre de RAYLEIGH (c'est-à-dire pour $Ra > Ra_{c\perp}$ et $Ra = Ra_{c\parallel}$).

Quoi qu'il en soit, on vient de voir que la théorie de la stabilité linéaire temporelle n'est pas capable de retrouver quantitativement la valeur du nombre de RAYLEIGH critique expérimental entre l'écoulement de POISEUILLE et les R_{\perp} .

◆ Cas des écoulements dans la zone d'entrée thermique

A partir de l'abscisse $x = 0$ où le gradient vertical de température est imposé, un écoulement pleinement développé hydro-dynamiquement a besoin d'une certaine distance pour s'établir thermo-convectivement. De nombreux auteurs se sont intéressés à cette zone et ont essayé d'y déterminer les conditions marquant la naissance des instabilités. Parmi les premiers à avoir étudié le cas de l'écoulement de PRB, on trouve HWANG et CHENG (1973). Ils réalisent une étude de stabilité linéaire pour un écoulement entre deux plaques infinies. Les modes normaux introduits dans les équations de perturbations linéarisées se rapportent uniquement aux R_{\parallel} stationnaires ; ils sont de la forme $f(x, y, z) = \hat{f}(z)e^{c_x x} e^{ik_y y}$. La stabilité marginale est obtenue lorsque le coefficient d'amplification spatiale dans la direction longitudinale c_x s'annule. Le profil thermique de l'écoulement de base est tel qu'en $x = 0$ (là où commence le chauffage) la température du fluide est uniforme et égale à la température de la plaque supérieure froide ; c'est à dire que la conduction axiale de la chaleur vers l'amont est négligée dans l'écoulement de base. Pour un nombre de PRANDTL $Pr \geq 0,7$ et à grand nombre de PECLET, il est montré que l'écoulement de base est plus stable dans la zone d'entrée que vers l'aval, le résultat est inverse pour $Pr \leq 0,2$. Dans les deux cas, lorsqu'on s'éloigne de l'entrée, on retrouve que Ra_c tend vers 1708. L'étude précédente est généralisée par CHENG et WU (1976) qui introduisent deux modifications importantes :

✂ les perturbations sont 3D avec des modes normaux de la forme

$$f(x, y, z) = \hat{f}(z)e^{c_x x} e^{i(k_x x + k_y y)} \text{ (les } R_{\perp} \text{ ne sont donc pas écartés) ;}$$

& la conduction de la chaleur vers l'amont est rendue possible en considérant un canal allant de $x = -\infty$ à $x = +\infty$ et en prenant des conditions aux limites adéquates.

L'étude montre que, pour $Pe < 25$, l'hypothèse de fluide à température uniforme en $x = 0$ est erronée et que la conduction axiale de la chaleur ne peut pas être négligée. A faible nombre de PECLET, la courbe $Ra_{c\parallel} = f(x)$ est nettement en dessous de celle obtenue par HWANG et CHENG (1973) car le problème est elliptique et les perturbations remontent vers l'amont. D'autre part, les R_{\perp} sont plus stables que les R_{\parallel} pour $Pe \leq 0,5$ et $Pr \geq 1$ et ils se développent uniquement en amont et juste en aval de $x = 0$ (cf. Figure 1-16). Plus loin en aval, on retrouve les R_{\parallel} . Sans avoir connaissance du travail de CHENG et WU (1976), KAMOTANI et OSTRACH (1976) puis KAMOTANI et al. (1979) étudient expérimentalement la zone d'entrée thermique dans des écoulements d'air. Les deux études concernent les gammes d'écoulements suivants :

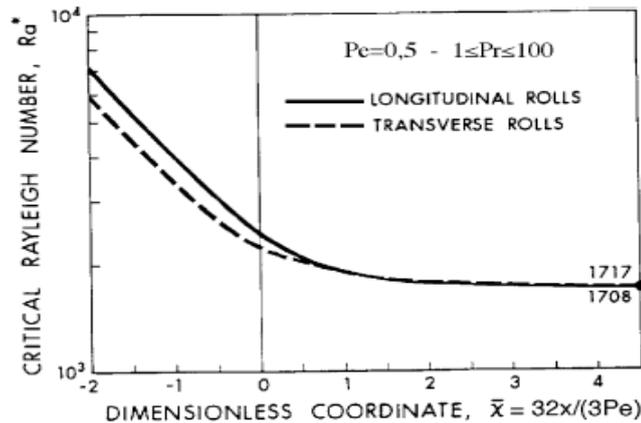


Figure 1-16 : Courbes de stabilité linéaire de l'écoulement de Poiseuille vis-à-vis des R_{\perp} et des R_{\parallel} dans la zone d'entrée thermique d'un canal d'extension infinie chauffé uniformément par le bas pour $1 \leq Pr \leq 100$ et $Pe=0.5$ (tiré de CHENG et WU (1976)).

& $1000 \leq Ra \leq 31000$ et $30 \leq Re \leq 1100$ pour la première.

& $2.2 \times 10^4 \leq Ra \leq 2.1$ et $50 \leq Re \leq 300$ pour la seconde.

Les auteurs constatent que la longueur d'entrée thermique décroît lorsque Ra croît ou lorsque Re^2/Gr décroît. Dans les expériences de KAMOTANI et al. (1979), Ra_c est déterminé lorsqu'on peut détecter une petite déviation dans le profil transversal de température en un x donné. Bien que l'on retrouve que Ra_c décroisse avec x , les valeurs expérimentales de Ra_c dans la zone d'entrée sont nettement supérieures aux valeurs théoriques : à la même position axiale $x = 0.01$, $Ra_c \approx 30000$ pour l'expérience alors que $Ra_c \approx 3000$ pour la théorie. Ce résultat sera confirmé peu après par une

expérience de même type réalisée par HWANG et LIU (1976). L'explication donnée est qu'en théorie les perturbations caractérisant Ra_c sont infinitésimales alors qu'expérimentalement les appareils de mesure n'enregistrent que des perturbations finies. LEE et HWANG (1991) ont aussi démontré que Ra_c décroît en s'éloignant de la zone d'entrée, quel que soit le nombre de PRANDTL (à la différence de HWANG et CHENG (1973)).

1.3.4 Convection mixte en milieu de DARCY : C_M RBD

Parmi les très rares travaux à ce niveau, DELACHE (2005) a étudié l'évolution spatio-temporelle des structures thermoconvectives en milieu poreux chauffé par le bas et soumis à un écoulement horizontal. Des données expérimentales montrent que dans la région laminaire, deux types de structures ont été observés : des rouleaux propagatifs transverses par rapport à l'écoulement de base R_{\perp} et des rouleaux fixes longitudinaux R_{\parallel} . Il a été obtenu, analogiquement au cas PRB, que l'analyse temporelle ne permet pas de prédire la sélection de structures observées, alors que la transition convectif absolu dans l'espace des paramètres correspond parfaitement à la transition entre les deux types de structures. Cet accord entre la théorie de l'instabilité absolue et l'expérience, a été retrouvé également lorsque l'on compare les périodes d'oscillations et les longueurs d'onde des R_{\perp} . Lorsque le rapport de forme transversal du milieu et l'inertie sont pris en compte, l'interaction non linéaire des R_{\perp} et des R_{\parallel} est étudié grâce à deux équations d'enveloppes, obtenues au voisinage d'un point de bifurcation double. La simulation numérique de ce modèle réduit en présence du bruit permet d'expliquer certaines observations expérimentales. D'autre part la résolution numérique directe bidimensionnelle du problème en méthode spectrale montre que les caractéristiques des modes globaux non linéaires sont identiques à celles obtenues par la théorie linéaire d'instabilité absolue. Par ailleurs le transfert de chaleur moyen est analysé et comparé à l'expérience. L'auteur a démontré que l'étude linéaire de stabilité temporelle prouve que la nature des structures thermoconvectives bifurquées dépend du rapport de forme latéral du milieu et de l'inertie poreuse. Dans le cadre de l'hypothèse d'un rapport de forme latéral infini, on trouve que :

- ⊗ la loi de DARCY conduit à une dégénérescence : toute structure convective, dont le nombre d'onde est $k_c = \pi$ peut apparaître au delà de $Ra_c = 4\pi^2$ et ce indépendamment du débit imposé.
- ⊗ la loi de DARCY FORCHHEIMER prévoit l'apparition de rouleaux longitudinaux indépendamment de la valeur prise par le débit. Ce résultat a été établi aussi par CARRIERE et MONKEWITZ (1999) par une analyse de stabilité linéaire du problème dans le cas d'un rapport

de forme latéral infini i.e. avec parois latérales verticales rejetées à l'infini et le spectre du nombre d'onde est continue.

La prise en compte d'un rapport de forme latéral fini a pour effet de stabiliser les rouleaux longitudinaux. Dans ce cas, le modèle de DARCY FORCHHEIMER met en évidence le rôle joué par le débit. Il existe une valeur critique Re_K^* telle que la solution de conduction perd sa stabilité au profit de structures tridimensionnelles propagatrices si $Re_K < Re_K^*$. En revanche pour des valeurs de $Re_K > Re_K^*$, on doit s'attendre à l'émergence de rouleaux longitudinaux fixes. Ce résultat est analogue à celui de NICOLAS dans son analyse du problème de PRB avec confinement latéral du milieu. Lorsque le rapport de forme latéral du milieu poreux est supposé infini, seuls les rouleaux transversaux peuvent devenir absolument instables. Les autres configurations thermoconvectives demeurent convectivement instables et ce quelle que soit la valeur du débit imposé. Un changement majeur intervient si l'on tient compte du confinement latéral. En effet, ce dernier peut promouvoir des instabilités absolues tridimensionnelles ou sous la forme de rouleaux longitudinaux. Cependant, du fait que leur taux d'accroissement temporel dans la région d'instabilité absolue est plus petit que celui des rouleaux transversaux, ces derniers constituent le motif le plus probable d'organisation de la convection dans une expérience de laboratoire.

1.3.5 Le RAYLEIGH BENARD SORET en milieu de DARCY : RBSD

◆ Définition

Cette configuration est définie comme la convection naturelle du problème de RB dans une matrice poreuse et là où on ne néglige pas l'effet SORET. Peu nombreux sont les travaux qui détaillent ce problème. Toutefois des cas particuliers sont traités. On notera que, pour les milieux partiellement poreux, on n'a pu trouver aucune référence.

◆ Revue bibliographique sur les écoulements de RBSD

BRAND et STEINBERG (1983) ont étudié des instabilités dans un milieu poreux saturé par un fluide binaire en fonction du signe de l'amplitude du coefficient de SORET. Ils ont montré que, quand le coefficient d'expansion volumique est supérieur à zéro, une instabilité oscillante apparaît si le chauffage se fait par le bas et dans ce cas le paramètre de SORET est négatif. Pour des valeurs positives de la conductivité thermique et le chauffage se faisant par le haut il n'y a pas d'instabilité. Pour certains paramètres du fluide binaire, une possibilité d'oscillations peut apparaître quand le chauffage se fait par le haut. Ces mêmes auteurs ont examiné le cas d'une couche poreuse horizontale saturée par un fluide

binaire. Ils ont considéré la convection au voisinage du point d'intersection de la ligne de la stabilité neutre et celle de la stabilité oscillante.

SOVRAN et al. (2001) ont étudié la naissance de la convection dans une couche poreuse infinie, saturée par un fluide binaire, en présence d'effet SORET. Les parois horizontales, imperméables à la matière, sont maintenues à des températures constantes et différentes. Pour une cellule chauffée par le bas, la solution d'équilibre perd sa stabilité via une bifurcation stationnaire lorsque le facteur de séparation N est supérieur à N_0 , fonction du nombre de LEWIS et de la porosité normalisée ; pour $N < N_0$, elle perd sa stabilité via une bifurcation de HOPF (voir § 3.2.2). Dans le cas d'une cellule chauffée par le haut, la solution d'équilibre est infiniment linéairement stable pour $N > 0$, alors qu'elle perd sa stabilité via une bifurcation stationnaire pour $N < 0$. Ces résultats sont corroborés par une simulation numérique directe.

MANSOUR et al. (2004) ont traité numériquement, dans le même axe de recherche, l'effet SORET sur une solution à plusieurs constituants à l'équilibre dans une cavité carrée poreuse. Les parois horizontales sont imperméables et soumises à des gradients verticaux de température, par contre les parois verticales sont adiabatiques et sujettes à un gradient horizontal de concentration. Dans la formulation du problème, le modèle de DARCY est pris en compte, et les résultats numériques sont présentés pour $Ra = 100$, $Le = 0.1$, $N = 0.1$ et $-31.4 < Sr < 40$, où les nombres Ra, Le, N et Sr sont respectivement le RAYLEIGH thermique, le LEWIS, le rapport de flottabilité et le nombre de SORET. Ils ont analysé l'effet de ce dernier sur la structure de l'écoulement et le transfert thermique et massique introduit par chaque solution. Ils ont trouvé que le transfert thermique et massique change largement pour des systèmes dépendant du paramètre Sr .

1.3.6 Convection mixte en configuration de Rayleigh Bénard Soret

◆ Définition

En réalité la définition de ce problème ne diffère du problème de PRB ou C_M RBD que par la présence de l'effet SORET, que nous avons décrit dans le § 1.2.2 et qu'on va définir mathématiquement ultérieurement. Un problème de PRBS (respectivement C_M RBSD) sera donc un PRB (respectivement C_M RBD) là où on ne néglige pas l'effet SORET en fluide binaire. Également, toute étude en milieu de DARCY-BRINKMAN ou en milieu de DARCY est absente de l'historique des publications scientifiques.

Ainsi on se contentera dans la revue bibliographique de citer les travaux, déjà peu nombreux en configuration PRBS.

◆ Revue bibliographique sur les écoulements de PRBS

THOMAES (1950) était le premier à imaginer, Dans les années cinquante, une cellule cartésienne, d'épaisseur très mince, dans laquelle circulait un fluide binaire, afin de mettre en évidence l'effet SORET. Cette cellule expérimentale a été largement utilisée au cours des années 1970, PLATTEN et LEGROS (1978) ont présenté un bon recueil des expériences menées.

Les premières études théoriques et numériques sur le problème de PRBS, ont été entamées par LEGROS et PLATTEN dans une tentative d'expliquer les résultats obtenus au cours des expériences de LEGROS. L'analyse de stabilité linéaire du problème a montré que, dans le cas d'un mélange binaire caractérisé par un facteur de séparation négatif, il existe un maximum local sur la courbe $Ra = f(Re)$ caractérisant la naissance des rouleaux transversaux. Autrement dit lorsque le nombre de REYNOLDS est faible, l'écoulement, censé stabiliser la solution de base, a en fait, pour un petit intervalle, un effet déstabilisant. Ensuite, en augmentant le Re , on retrouve l'effet stabilisant classique dû à la présence d'un écoulement forcé. Nous retrouvons également, au cours de notre analyse de la stabilité, ce comportement dans le cas des mélanges à fort LEWIS. Les études effectuées par LEGROS et PLATTEN en 1977 et 1978 ont permis, malgré des moyens de calcul assez limités, d'extraire une allure du comportement général de la convection mixte en fluide binaire avec prise en compte de l'effet SORET.

JUNG et LÜCKE (1996) étudièrent les modifications apportées au comportement d'un écoulement de POISEUILLE de mélanges binaires, tel qu'on a $0 < Re < 1$, déstabilisé par un chauffage par le bas. Une méthode de tir a été exploitée pour résoudre les équations linéarisées. Les résultats de ce travail sont en accord avec le comportement théorique obtenu par LEGROS et PLATTEN. D'une manière générale, JUNG et LÜCKE montraient, pour différents mélanges, que la présence de l'écoulement modifie le seuil de la bifurcation, la vitesse de propagation, le nombre d'onde et les fonctions propres. Dans ce même article, JUNG et LÜCKE montrent qu'à la naissance de la convection mixte, pour des fluides binaires à facteur de séparation négatif, la solution de base perd sa stabilité pour laisser apparaître des rouleaux transverses allant dans le sens de l'écoulement moyen ou en sens inverse. Ils ont tracé des diagrammes correspondant à l'évolution des nombres de RAYLEIGH critiques, des nombres d'ondes critiques et des pulsations critiques en fonction du nombre de REYNOLDS. Ces résultats sont obtenus à l'aide de développements en fonction d'un paramètre (produit du

nombre de REYNOLDS, du nombre de PRANDTL et du nombre d'onde dans la direction infinie x) et comparés à ceux obtenus à partir d'une méthode variationnelle. Les courbes séparant les régions où l'écoulement est linéairement stable, convectivement instable et absolument instable sont tracées dans un plan (Re, Ra) . Récemment, BÜCHEL et LÜCKE (2000) publient deux articles traitant le problème de PRBS, l'écoulement de POISEUILLE étant borné par la gamme $0 < Re < 1$. Dans le premier article paru en avril 2000, BÜCHEL et LÜCKE étudient, à partir d'une analyse linéaire et non linéaire, l'influence de la présence d'un écoulement de type POISEUILLE sur l'apparition des rouleaux transversaux dans une couche de fluide binaire chauffé par le bas. Les solutions sont recherchées à l'aide de deux moyens de simulation numérique, l'un basé sur un code aux différences finies et l'autre utilisant une méthode de GALERKIN pour la recherche des valeurs propres du système d'équations aux perturbations. Les auteurs s'intéressaient à un mélange binaire dont les caractéristiques correspondent à un mélange eau-éthanol. Ils établissent des diagrammes de bifurcation, montrant la variation du nombre de NUSSELT et de la fréquence de propagation des structures convectives en fonction du taux du RAYLEIGH et également, des diagrammes plus classiques, donnant l'évolution de ces paramètres en fonction du nombre de REYNOLDS. Dans le second article de BÜCHEL et LÜCKE, les auteurs focalisent leur travail sur des couches de fluides binaires, chauffées par le bas, auxquelles on applique un écoulement de POISEUILLE et différents types de perturbations convectives. Les comportements linéaire et non linéaire de la couche fluide sont analysés avant et après l'application des perturbations. Pour cela, la réponse obtenue en résolvant numériquement le système complet d'équations non linéaires est comparée à celle obtenue à partir de l'approximation des équations d'amplitudes de type GINZBURG LANDAU. Pour de faibles valeurs du nombre de REYNOLDS, les auteurs montrent un bon accord entre les deux méthodes.

Plus récemment PIQUER et al. (2005) se sont intéressés plus profondément au problème PRBS, ils ont entrepris une étude numérique bidimensionnelle, avec un code de laboratoire et séparément avec le FEMLAB, afin d'obtenir des résultats comparatifs. Ils ont aussi établi une analyse de stabilité linéaire temporelle dans le but de caractériser la stabilité supercritique du système. Des simulations tridimensionnelles à titre indicatif ont été poussées à l'aide du logiciel FEMLAB. Et enfin ils ont visualisé expérimentalement les rouleaux mobiles à l'aide de la PIV. Le principal apport dans le travail est d'avoir généralisé le comportement des systèmes PRBS pour une large gamme de mélanges, et pour des valeurs de $0 < Re < 10$, tout en caractérisant précisément l'aspect ondulatoire de l'écoulement.

D'importants résultats traitant l'aspect spatio-temporel et fréquentiel ont été fournis. Ces auteurs ont été les premiers à mettre en évidence numériquement les ondes se déplaçant en aval. Leur travail est un travail de synthèse qui a résumé parfaitement le problème PRBS en 2D. Nous citerons les études expérimentales de LHOST et PLATTEN (1989) concernant l'apparition des 'Travelling waves' dans des mélanges eau-isopropanol où le facteur de séparation est négatif. Ces auteurs détectent la naissance de la convection oscillante en enregistrant la vitesse en un point par LDV (Vélocimétrie Laser Doppler). COLOMBANI et al. (1995) ont réalisé des visualisations similaires par interférométrie holographique dans les mélanges liquides ($LiCl, 9H_2O$).

1.4 Récapitulatif de bibliographie

Dans le Tableau 1-2 nous fournissons une récolte d'informations résumant les travaux de convection naturelle et mixte en configuration de RAYLEIGH BENARD et sous l'effet SORET ou non. Nous indiquons si le milieu est fluide, semi poreux ou poreux.

- Chaque case du tableau correspond à une configuration physique.
- Dans chaque case nous mettrons les auteurs des principaux travaux. Nous avons essayé de fournir les dates afin de renseigner le lecteur sur l'actualité du travail.
- Une case vide signifie que cette configuration physique est un champ de recherche pratiquement vierge.

1.5 Valeur ajoutée apportée par ce travail

Jusqu'à présent et à notre connaissance, et comme indiqué au Tableau 1-2. Il n'existe pas de travail numérique tridimensionnel qui traite de manière synthétique le problème PRBS, à part les expériences numériques tridimensionnelles préliminaires dues à PIQUER et al. (2005). Il n'existe pas de travail théorique, numérique ou expérimental traitant le problème de convection mixte en configuration de RB et avec effet SORET dans un milieu partiellement poreux ou en milieu de DARCY. Pour cela nous avons choisi de faire l'effort de contribuer à la compréhension du problème de convection mixte en configuration de RB et avec effet SORET dans différents milieux : contribution tridimensionnelle en milieu fluide et en milieu de DARCY, analyse de stabilité linéaire en milieu fluide et en milieu poreux. Les détails de ces contributions seront l'objet du reste de ce texte.

	Sans effet Soret		Avec effet Soret	
	Convection naturelle	Convection mixte	Convection naturelle	Convection mixte
Fluide pur	Thomson 1882, Bénard 1901 Rayleigh 1916 Pellew et al. 1940 Un nombre énorme de travaux récents	2D et exp. P. Idrac 1920/ Walker 1932/ Graham 1933 Un très grand nombre de travaux récents	un grande nombre de travaux récents	2D et exp. Platten/Legros 1978 Jung/Lücke 1996 Büchel/Lücke 2000 Piquer 2005
Darcy Brinkman				
Milieu de Darcy	Un grand nombre de travaux	Un grand nombre de travaux	Brand 1993 Sovran 2011 Mansour 2004 Bourich 2002	

Tableau 1-2 : Revue des principaux travaux sous différentes configurations dérivant du problème de Rayleigh Bénard