

l'objet physique à sa représentation dans le plan

3.1. Le point de vue institutionnel

Comme nous avons pu le voir jusqu'à présent, de nombreux obstacles se dressent dans l'apprentissage de la géométrie en générale et plus particulièrement dans celui de la géométrie dans l'espace. Après avoir clarifié, le développement des représentations de l'espace chez l'enfant et le statut du dessin vs la figure en géométrie, nous allons maintenant regarder comment ces notions sont abordées sur le plan institutionnel et au regard des programmes de l'école primaire et du collège.

3.1.1. Au primaire

Les commentaires des programmes 2008 du primaire indiquent concernant plus particulièrement la géométrie que :

« L'apprentissage des mathématiques développe l'imagination, la rigueur et la précision ainsi que le goût du raisonnement. [...] L'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification.

Les élèves enrichissent leurs connaissances en matière d'orientation et de repérage. Ils apprennent à reconnaître et à décrire des figures planes et des solides. Ils utilisent des instruments et des techniques pour reproduire ou tracer des figures planes. Ils utilisent un vocabulaire spécifique. [...]

PREMIER PALIER POUR LA MAÎTRISE DU SOCLE COMMUN : COMPÉTENCES ATTENDUES À LA FIN DU CE1

[...] **Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique**

L'élève est capable de :

- situer un objet par rapport à soi ou à un autre objet, donner sa position et décrire son déplacement ;
- reconnaître, nommer et décrire les figures planes et les solides usuels ;

[...] La maîtrise des principaux éléments mathématiques aide à agir dans la vie quotidienne et prépare la poursuite d'études au collège.

[...] L'objectif principal de l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure.

Les solides usuels : cube, pavé droit, cylindre, prismes droits, pyramide.

- reconnaissance de ces solides et étude de quelques patrons ;
- vocabulaire spécifique relatif à ces solides : sommet, arête, face. [...]

**DEUXIÈME PALIER POUR LA MAÎTRISE DU SOCLE COMMUN :
COMPÉTENCES ATTENDUES À LA FIN DU CM2 [...]**

A) Les principaux éléments de mathématiques

- reconnaître, décrire et nommer les figures et solides usuels ;
- savoir organiser des informations numériques ou géométriques, justifier et apprécier la vraisemblance d'un résultat ; »

Le tableau 1.5 résume les connaissances et les compétences attendues des élèves en géométrie dans l'espace tout au long du primaire.

Classe	Connaissances et compétences attendues
CP	- Reconnaître et nommer le cube et le pavé droit.
CE1	- Connaître et utiliser un vocabulaire géométrique élémentaire approprié. - Reconnaître, décrire, nommer quelques solides droits : cube, pavé...
CE2	- Reconnaître, décrire et nommer : un cube, un pavé droit. - Utiliser en situation le vocabulaire : face, arête, sommet.
CM1	- Reconnaître, décrire et nommer les solides droits : cube, pavé, prisme. - Reconnaître ou compléter un patron de cube ou de pavé.
CM2	- Reconnaître, décrire et nommer les solides droits : cube, pavé, cylindre, prisme. - Reconnaître ou compléter un patron de solide droit.

Table 1.5 – Synthèse des programmes de l'école primaire concernant la géométrie dans l'espace.

Concernant les programmes de 2008 pour l'école primaire, aucun document d'accompagnement n'a été publié pour la géométrie. Nous partirons donc des documents d'accompagnement de 2002 pour clarifier certains points de ces programmes.

« Ce que la tradition appelle « enseignement de la géométrie » renvoie, à l'école primaire, à deux champs de connaissances : d'une part celui des connaissances nécessaires à l'enfant pour contrôler ses rapports usuels avec l'espace, champ souvent désigné par « structuration de l'espace » a, d'autre part celui de la géométrie proprement dite.

Savoir prendre, mémoriser, exploiter (en particulier communiquer) des informations spatiales pour se déplacer, pour reconnaître ou construire des objets, nécessite des apprentissages qui ne s'effectuent pas tous spontanément. C'est le cas, par exemple, de l'utilisation des cartes et des plans, en situation réelle. Ces compétences ne sont pas toutes formulables dans les termes usuels de la géométrie et elles relèvent aussi d'autres disciplines comme l'EPS ou la géographie. Elles constituent les bases nécessaires à toute maîtrise fine de certaines activités humaines qui se développent en relation avec l'espace. Ainsi, la représentation des objets en perspective pose des problèmes importants à des élèves de 15 ans s'ils n'ont jamais eu l'occasion auparavant de se poser la question de la différence entre ce qu'ils **voient** d'un objet et ce qu'ils en **savent**.

Le champ de la géométrie proprement dite constitue un savoir mathématique, élaboré au cours de l'histoire, dont l'intérêt pour les jeunes de la scolarité obligatoire est double :

- fournir des outils et développer des connaissances nécessaires pour résoudre des problèmes de l'espace physique, rencontrés dans le cadre de pratiques professionnelles, sociales et culturelles ;
- initier au raisonnement déductif.

Le premier aspect est abordé au cycle 2, puis développé au cycle 3. Le deuxième aspect n'est vraiment travaillé qu'au collège. Les élèves du cycle 2, qui ont entre 5 ans et demi et 8 ans, doivent encore consolider de nombreuses compétences spatiales avant de pouvoir tirer profit d'un enseignement visant la connaissance explicite de concepts géométriques. Aussi, les compétences visées en fin de cycle 2 renvoient-elles, pour une part importante, à la structuration de l'espace et sont-elles dans la continuité de celles attendues en fin de cycle 1: maîtrise du langage spatial dans différentes conditions, réalisation et/ou utilisation de plans ou de maquettes en rapport avec l'espace réel, développement de nouvelles connaissances comme l'alignement ou de nouvelles compétences comme la capacité à décrire, dans une situation spatiale, ce que voit quelqu'un placé à un autre endroit. »

Il est intéressant de noter que concernant la structuration de l'espace évoquée dans la citation précédente, on retrouve dans le document d'accompagnement des programmes de 2002 la situation des trois montagnes de Piaget comme activité à proposer aux élèves pour les faire travailler sur les compétences de décentration. Il est aussi important de noter que ce document

insiste aussi sur le fait que des élèves de 15 ans rencontrent encore des problèmes importants autour de la représentation des objets de l'espace en perspective.

Nous pouvons aussi noter que nous sommes dans une géométrie de type GI. Les documents d'accompagnement précisent par ailleurs que les compétences liées au raisonnement déductif ne seront vraiment travaillées qu'en collège et c'est donc à ce moment là qu'il y aura un réel glissement entre les géométries de type GI et GII.

En lien avec les programmes de l'école primaire, nous allons maintenant nous pencher sur ceux du secondaire.

3.1.2. Dans le secondaire

Les programmes de 2008 du second degré se situent dans la continuité de ceux du primaire. Bien qu'il existe un document d'accompagnement concernant la géométrie, celui-ci ne fait que très brièvement référence à la géométrie dans l'espace si ce n'est pour signifier (contrairement au travail initié dans le plan sur le raisonnement déductif) : « Les objets de l'espace, quant à eux, continuent à faire l'objet d'une approche à caractère essentiellement expérimental au collège. ».

Les objectifs généraux du collège en géométrie sont les suivants :

- passer de l'identification perceptive (la reconnaissance par la vue) de figures et de configurations à leur caractérisation par des propriétés (passage du dessin à la figure) ;
- isoler dans une configuration les éléments à prendre en compte pour répondre à une question ;
- être familiarisé avec des représentations de l'espace, notamment avec l'utilisation de conventions usuelles pour les traitements permis par ces représentations ;
- découvrir quelques transformations géométriques simples: symétries : symétries axiales et centrales ;
- se constituer un premier répertoire de théorèmes et apprendre à les utiliser.

La progression proposée pour les quatre années de collège est la suivante :

En sixième

Objectifs :

- compléter la connaissance des propriétés des figures planes et des solides usuels,
- passer d'un objet de l'espace à ses représentations.

Connaissances	Capacités	Commentaires
Parallélépipède rectangle : patrons,	Fabriquer un parallélépipède rectangle de dimensions données, à partir de la	À l'école élémentaire les élèves ont déjà travaillé sur des solides droits de l'espace

représentation en perspective	<p>donnée du dessin de l'un de ses patrons.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître un parallélépipède rectangle de dimensions données à partir - du dessin d'un de ses patrons, - d'un dessin le représentant en perspective cavalière. - Reconnaître dans une représentation en perspective cavalière du parallélépipède rectangle les arêtes de même longueur, les angles droits, les arêtes, les faces parallèles ou perpendiculaires. - Dessiner ou compléter un patron d'un parallélépipède rectangle. 	<p>(description, construction, patron). Cette étude est poursuivie en 6e en mettant l'accent sur un aspect nouveau : la représentation en perspective cavalière, dont certaines caractéristiques sont précisées aux élèves. L'usage d'outils informatiques permet une visualisation de différentes représentations d'un même objet de l'espace. Même si les compétences attendues ne concernent que le parallélépipède rectangle, les travaux portent sur différents objets de l'espace et s'appuient sur l'étude de solides amenant à passer de l'objet à ses représentations et inversement.</p>
-------------------------------	---	--

Table 1.6 – Synthèse des programmes 2008 de sixième concernant la géométrie dans l'espace.

En cinquième

Objectif : familiariser les élèves avec les représentations de figures de l'espace.

Connaissances	Capacités	Commentaires
3.3 Prismes droits, cylindres de révolution	<ul style="list-style-type: none"> - Fabriquer un prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme et dont les dimensions sont données, en particulier à partir d'un patron. - Fabriquer un cylindre de révolution dont le rayon du cercle de base est donné. - Dessiner à main levée une représentation en perspective cavalière de ces deux solides. - Reconnaître dans une représentation en perspective cavalière d'un prisme droit les arêtes de même longueur, les angles droits, les arêtes, les faces parallèles ou perpendiculaires. 	<p>Comme en classe de sixième, l'objectif est d'entretenir et d'approfondir les acquis : représenter, décrire et construire des solides de l'espace, en particulier à l'aide de patrons. Passer de l'objet à ses représentations (et inversement) constitue encore l'essentiel du travail. L'observation et la manipulation d'objets usuels sont des points d'appui indispensables. L'usage d'outils informatiques (logiciels de géométrie dans l'espace) peut se révéler utile pour une meilleure découverte de ces solides.</p>

Table 1.7 – Synthèse des programmes 2008 de cinquième concernant la géométrie dans l'espace.

En quatrième

Objectifs :

- connaître les objets usuels du plan et de l'espace et d'utiliser leurs propriétés géométriques et les relations métriques associées ;
- poursuivre la familiarisation avec les représentations planes des solides de l'espace ;

Connaissances	Capacités	Commentaires
Pyramide et cône de révolution.	- Réaliser le patron d'une pyramide de dimensions données.	L'observation et la manipulation d'objets constituent des points d'appui indispensables. Ces activités doivent être complétées par l'observation et la manipulation d'images dynamiques données par des logiciels de géométrie. Les activités sur les pyramides exploitent des situations simples. L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et la réalisation de patrons. Ces travaux permettent de consolider les images mentales relatives à des situations d'orthogonalité.

Table 1.8 – Synthèse des programmes 2008 de quatrième concernant la géométrie dans l'espace.

En troisième

Objectifs :

- connaître les objets usuels du plan et de l'espace, de calculer les grandeurs attachées à ces objets,
- familiariser les élèves aux sections de solides de l'espace.

Connaissances	Capacités	Commentaires
3.2 Configurations dans l'espace Problèmes de sections planes de solides.	- Connaître et utiliser la nature des sections du cube, du parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face, à une arête. - Connaître et utiliser la nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe. - Connaître et utiliser les sections d'un cône de révolution et d'une pyramide par un plan parallèle à la base.	L'utilisation de logiciels de géométrie dans l'espace permet de conjecturer ou d'illustrer la nature des sections planes. C'est aussi l'occasion de faire des calculs de longueur et d'utiliser les propriétés rencontrées dans d'autres rubriques ou les années antérieures. Les élèves sont également confrontés au problème de représentation d'objets à 3 dimensions, ainsi qu'à celle de la représentation en vraie grandeur d'une partie de ces objets dans un plan (par exemple : section plane, polygone déterminé par des points de l'objet...).
Sphère, centre, rayon. Sections planes d'une sphère.	- Connaître la nature de la section d'une sphère par un plan. - Calculer le rayon du cercle intersection connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère. - Représenter la sphère et certains de ses grands cercles.	Les grands cercles de la sphère et les couples de points diamétralement opposés sont mis en évidence. Le fait que le centre du cercle d'intersection est l'intersection du plan et de la perpendiculaire menée du centre de la sphère à ce plan est admis. Le cas particulier où le plan est tangent

		à la sphère est également étudié. Aucune difficulté n'est soulevée sur ces représentations. Le rapprochement est fait avec les connaissances que les élèves ont déjà de la sphère terrestre, notamment pour le repérage sur la sphère à l'aide des méridiens et des parallèles.
--	--	--

Table 1.9 – Synthèse des programmes 2008 de troisième concernant la géométrie dans l'espace.

3.1.3. Bilan sur les programmes du collège

Il est intéressant de noter plusieurs éléments qui soient ne changent pas par rapport au primaire, soient apparaissent dans les programmes de 2008 du collège. Ainsi, nous pouvons tout d'abord remarquer que pour chacune des années du collège, les objectifs concernant l'enseignement de la géométrie dans l'espace sont bien affirmés comme étant la poursuite de la familiarisation des élèves avec les représentations planes des objets de l'espace. D'une part, cela confirme la difficulté qu'il y a de passer de l'objet physique du monde sensible à sa représentation dans le plan et d'autre part cela montre que nous restons bien dans une géométrie de type GI tout comme dans les programmes de l'école primaire. On peut alors se poser la question de la mise en œuvre de l'enseignement de la géométrie dans l'espace sur l'ensemble du primaire et du collège. Il semble essentiel de réussir à faire passer l'élève du solide à sa représentation. Nous pouvons à ce sujet remarquer que dans les programmes du collège apparaît pour la première fois l'utilisation de logiciels de géométrie dans l'espace.

3.2. Enseigner la géométrie dans l'espace

Bien qu'il semble évident que la manipulation d'objets physiques et de solides réels soit essentielle, elle ne représente qu'une condition nécessaire mais non suffisante. On peut voir dans les programmes du collège que dès la sixième les connaissances portent sur la représentation en perspective du parallélépipède rectangle. Il est intéressant de constater que pour avoir des précisions quant à la nature de la représentation en perspective, il faut aller regarder la colonne des commentaires (tableau 1.6). Ceci laisse donc le champ libre pour pouvoir étudier dans un premier temps plusieurs représentations en perspective pour en dégager celle qui serait la plus pertinente. Nous nous attarderons sur ce point un peu plus loin. De plus, bien que le terme de « perspective » n'apparaisse pas dans les programmes de l'école primaire, celle-ci est très largement utilisée dans tous les manuels (figure 1.14).

On pourra alors citer Bonafé et Sauter (1998) sur l'importance de la mise en place rapide au collège d'un procédé de représentation de l'espace :

« Un enseignement de la géométrie dans l'espace ne peut avoir des chances de réussite, qu'à condition que soit mis en place dès les premières années du collège au moins un

procédé de représentation de l'espace, avec tout ce que cela comporte de savoir-faire et d'apprentissage. Une prise de conscience sur les différences géométriques entre l'objet et sa représentation est indispensable, un élève ne pourra travailler sur le dessin d'un objet que s'il a une bonne image mentale de cet objet et aussi une parfaite connaissance des règles de représentation lui permettant de décoder ce dessin. »

Dans ce contexte, Bonafé et Sauter (1998) proposent d'adopter une progression identique pour l'étude de tous les solides. Cette progression se découpe en deux grands axes que nous allons brièvement détaillés :

- 1) manipulation avec les objets ;
- 2) apprentissage de la représentation de ces objets.

Bonafé et Sauter préconisent de commencer l'étude d'un solide de façon systématique en utilisant des objets réels de la vie courante et des maquettes que les élèves auraient construites à partir de patrons fournis par l'enseignant. Le fait d'utiliser des objets construits par les élèves et du quotidien permet de travailler sur le vocabulaire à l'aide d'un repère visuel propre au solide étudié. De plus, la maquette que chaque élève aura fabriquée pourra alors servir d'objet de référence par la suite.

Dans un second temps les auteurs se penchent sur la représentation des solides. Ils conseillent de commencer par une situation permettant de comparer le solide physique du monde sensible avec sa représentation afin de dégager les propriétés qui sont modifiées et celles qui sont conservées lors du passage à la représentation plane.

Enfin, ils mettent en avant trois éléments qui semblent permettre à l'élève de se créer une bonne image mentale :

- le passage de l'objet au dessin,
- le passage du dessin à l'objet : l'élève doit reconstituer un objet à partir de sa représentation,
- le passage du dessin au dessin sans l'objet : l'élève doit passer d'une représentation de l'objet à une autre en se basant uniquement sur sa représentation mentale de l'objet.

En repartant de cette progression proposée par Bonafé et Sauter, on peut en proposer une qui recouvre l'ensemble du primaire et du collège, en y ajoutant quelques éléments qui nous semblent importants. Le passage des objets de l'espace vers leur représentation dans le plan se fait donc de façon progressive. On peut alors proposer la progression suivante :

- Observation et manipulation de solides physiques ;
- Réalisation de maquettes des solides ;
- Travail sur des photos de solides pour faire dégager des premières règles de représentation dans le plan issues d'une situation qui a du sens pour les élèves ;
- Premières représentations réalisées par les élèves ;
- Confrontation entre le solide et sa première représentation ;
- Reprise des éléments apportés par Bonafé et Sauter.

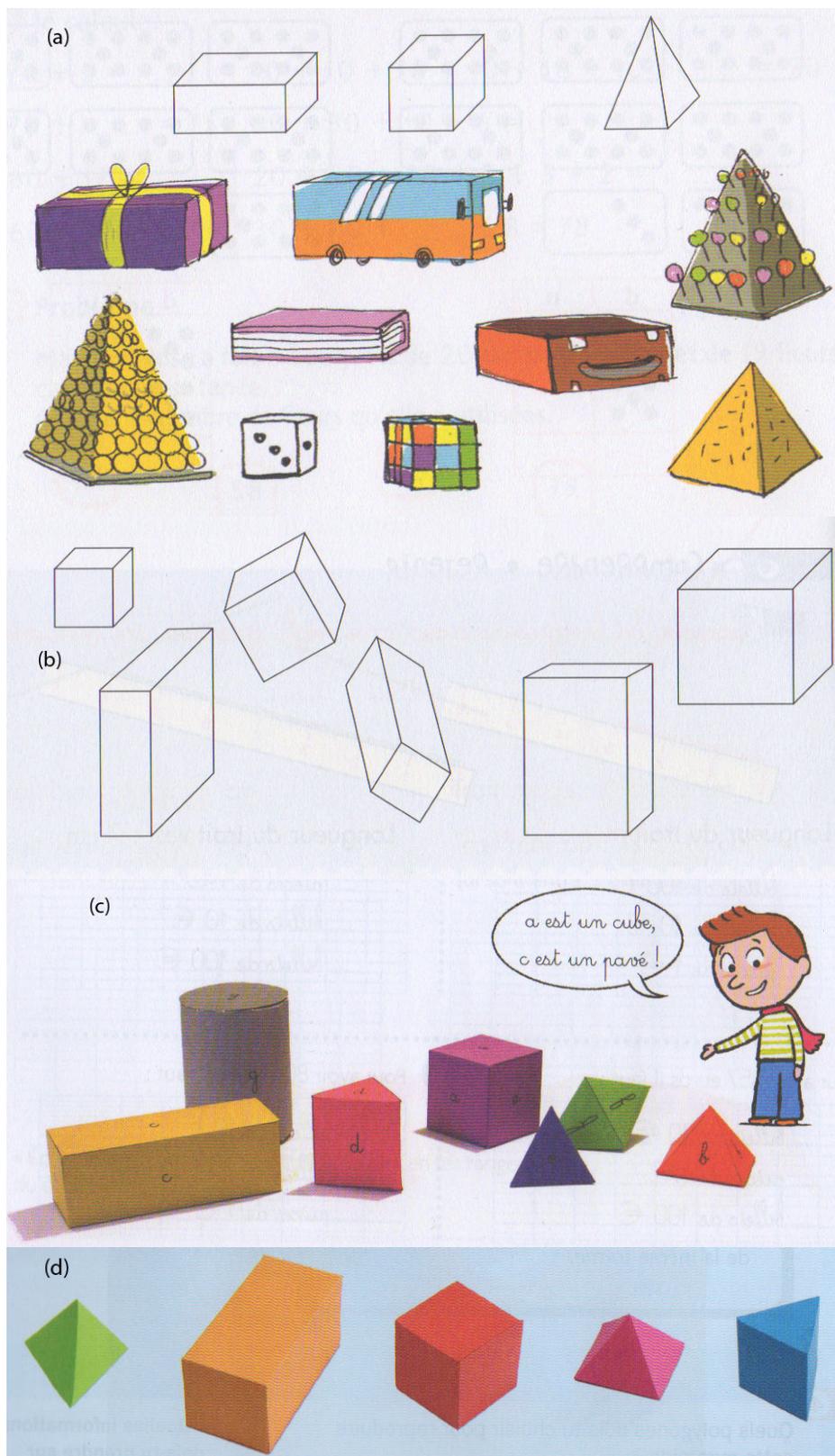


Figure 1.14 – Représentations en perspective utilisées dans des manuels scolaires de primaire :
 (a) La tribu des maths CP, (b) Maths+ CP, (c) Cap Maths CE1, (d) Cap Maths CE2.

Nous avons jusque là évoqué les représentations dans le plan des objets de l'espace et plus particulièrement les représentations en perspective sans pour autant rentrer dans les détails de ces différents types de représentation. Hors dans la progression que nous proposons, la représentation donnée par une photographie et celle en perspective cavalière sont différentes. Nous allons donc maintenant voir les différents types de représentations, tout au moins les plus courantes dans l'enseignement, afin de voir les choix possibles et la justification de ceux-ci.

3.3. Les différentes représentations des objets de l'espace

Comme nous avons pu le voir précédemment dans la progression proposée par Bonafé et Sauter que nous avons complétée, il existe deux grands types de représentations des objets de l'espace :

- Les maquettes
- Les représentations planes

3.3.1. Les maquettes

Les maquettes sont le premier mode de représentation des objets de l'espace que les élèves peuvent rencontrer. Dès le primaire, les élèves sont confrontés à ce genre de représentation dont on retrouve des traces d'utilisation institutionnelle dès la fin du XIXe siècle. Cette représentation a l'avantage d'être tridimensionnel et d'appartenir tout comme les objets de l'espace au monde sensible. De plus, suivant le type de maquette utilisé, il est possible de se focaliser davantage sur différents éléments de l'objet de l'espace comme ses faces ou ses arêtes. En effet, on retrouve dans les écoles des maquettes en tout genre, que ce soit en papier cartonné, en tiges rigides pour faire ressortir les arêtes et les sommets, en Polydrons qui permettent de travailler sur les faces ou encore par découpage de blocs en mousse pour travailler sur l'objet dans sa globalité (figure 1.15). Nous retrouvons donc suivant le type de maquette utilisée la possibilité d'apporter les premiers éléments qui permettront plus tard à l'élève d'avoir une vision non-iconique dans les représentations planes des solides.

Par ailleurs, comme le note Grenier et Tanguay (2008) de nombreuses études de didactique ont largement souligné l'importance de l'utilisation de ces maquettes dans l'apprentissage de la géométrie dans l'espace :

« La plupart des études didactiques sur la géométrie de l'espace [...] font valoir que le développement du « sens spatial » doit, pour se faire efficacement, passer par une phase de travail (construction, manipulation, observation, description...) avec des *modèles tridimensionnels manipulables* des objets géométriques. »

Toujours en se référant aux progressions proposées précédemment, il faut par la suite réussir la transition (et c'est là qu'est toute la difficulté) entre la représentation tridimensionnelle du monde sensible et la représentation plane de l'objet de l'espace.

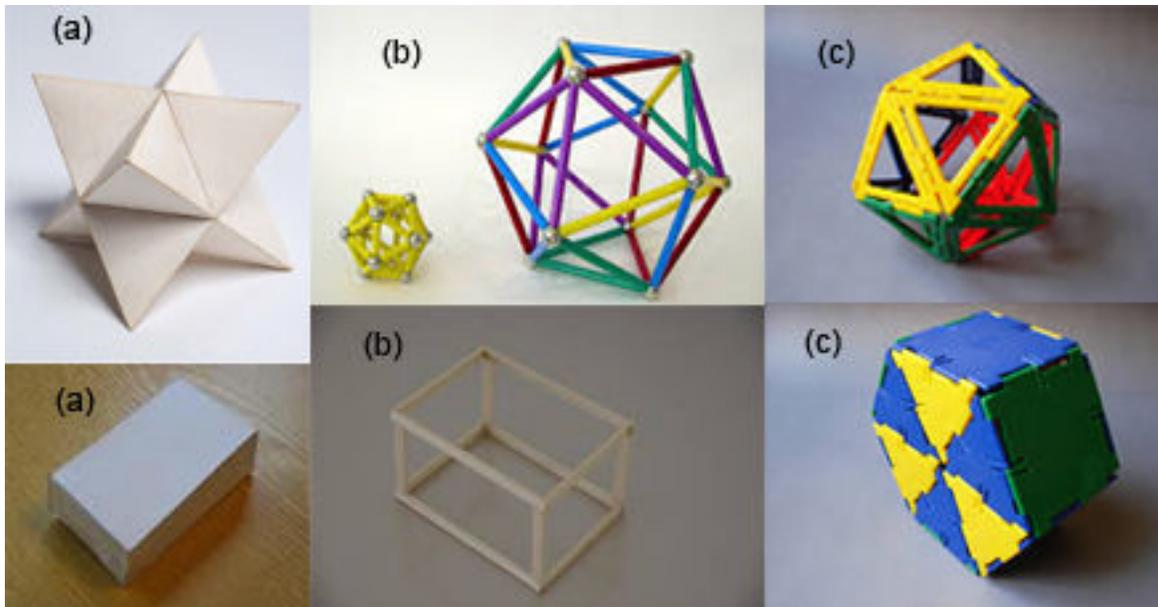


Figure 1.15 – Différents types de maquette rencontrés à l'école primaire et au collège (a) en papier cartonné, (b) tiges rigides, (c) Polydron.

3.3.2. Les représentations planes des objets de l'espace

Lorsque l'élève (et/ou l'enseignant) passe d'une représentation tridimensionnelle à une représentation plane, il se pose encore le choix de la représentation plane à utiliser. Le passage de l'espace au plan se fait généralement par l'utilisation de projections, ce qui implique de nombreuses possibilités de représentations comme la perspective centrale, la perspective cavalière, la perspective isométrique, la perspective sphérique, les quatre vues du dessin technique, ... (figure 1.16)

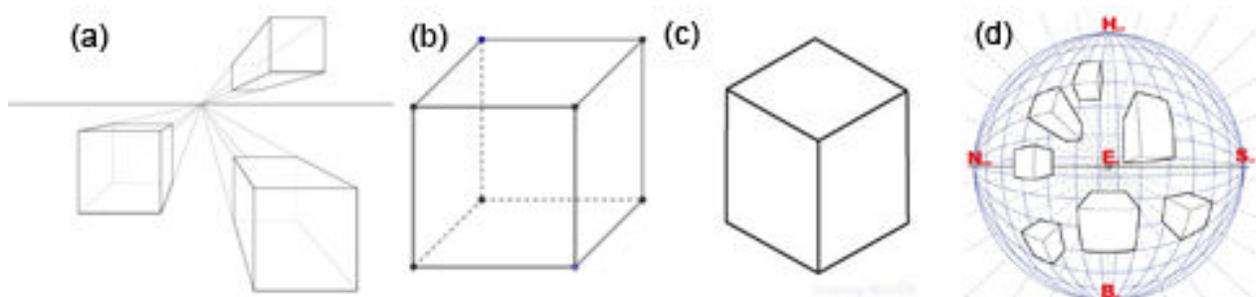


Figure 1.16 – Différents types de représentation en perspective : (a) perspective centrale, (b) perspective cavalière, (c) perspective isométrique, (d) perspective sphérique.

Nous ne détaillerons ici que les deux perspectives couramment utilisées dans l'enseignement que sont la perspective centrale (aussi appelée perspective linéaire ou conique) et la perspective cavalière.

3.3.2.1. La perspective centrale

La perspective centrale est sans doute le mode de représentation en perspective qui se rapproche le plus de la vision humaine. En effet, la perspective centrale est très proche de la photo. Lismont et Rouche (1999), ont défini la représentation en perspective centrale en utilisant l'image du tableau de la façon suivante :

« La perspective centrale consiste à reproduire sur un tableau ce qu'un œil (immobile et ponctuel) verrait au travers d'une "fenêtre". L'idée est que le tableau pourrait prendre la place de la fenêtre, l'œil n'y verrait que du feu... Ce type de représentation a les caractéristiques suivantes :

- on suppose que l'œil est un point ;
- chaque point de l'objet à représenter est relié à cet œil par un rayon visuel rectiligne ;
- chaque point de la représentation est l'intersection de ce rayon visuel avec le tableau. »

Dans le cadre de la progression que nous avons proposée pour l'enseignement de la géométrie dans l'espace, la perspective centrale a donc toute sa place tout au moins au début en continuité de l'étude de solide à partir de photos. La comparaison de cette représentation en perspective avec la photo ne pose pas de problème mais en revanche sa comparaison avec les solides physiques du monde sensible fait ressortir son principal défaut qui est de ne pas respecter les propriétés mathématiques. En effet, dans cette représentation en perspective, les droites parallèles dans la réalité ne le sont plus forcément sur le dessin, les milieux ne sont pas forcément conservés, ...

Pour pouvoir par la suite raisonner au moins partiellement à partir de la figure et tout au moins conserver le maximum de propriétés mathématiques, il est essentiel d'utiliser un autre type de représentation en perspective.

3.3.2.2. La perspective cavalière

Bien que toute représentation plane d'un objet de l'espace entraîne une perte d'information, il convient tout de même de choisir la représentation plane la plus appropriée à l'enseignement de la géométrie dans l'espace. D'après Audibert et Keita (1987), cette représentation est la perspective cavalière :

« Et AUDIBERT G. (1985) de proposer l'hypothèse d'enseignement suivante : l'élève a besoin d'une perspective ; la perspective cavalière est la représentation la plus satisfaisante pour lui. »

Si la perspective cavalière est bien adaptée, c'est parce qu'elle fait appel à des règles de dessins qui ont déjà été bien assimilées par les élèves. Ainsi Dolle (1980), Audibert (1985), puis Audibert et Bonafé (1987) ont mis en avant l'importance et l'avantage de ces règles :

« [...] les verticales restent verticales, et ils constatent [les auteurs] que ce critère est pris en compte à 11 ans. [...] Une deuxième règle fait spontanément l'unanimité chez nos élèves celle de la conservation du milieu [...]. Une troisième règle est spontanément admise : la face avant, parallèle au plan de dessin est représentée en vraie grandeur. [...] La spontanéité avec laquelle ces trois règles de la PC [perspective cavalière] sont utilisées par nos élèves renforce encore l'hypothèse que la PC est un outil approprié. »

On peut aussi rajouter à ces trois règles la conservation du parallélisme qui est mise en avant dans la définition de Bautier et al. (1987) :

« La perspective cavalière est une projection parallèle déterminée par la donnée d'un plan D et d'une direction de droite d , non parallèle à D (direction des projetantes). L'image d'un point M de l'espace est le point m , intersection de la droite de direction d passant par M avec le plan D ; tous les points de l'espace ont une image.

La perspective cavalière est une transformation affine; en tant que telle elle conserve le milieu des segments, le parallélisme des droites et les rapports des longueurs de segments parallèles; toutes ces propriétés sont faciles à mettre en œuvre dans les constructions de dessin. »

De son côté, Parzysz (1991) considère la perspective cavalière comme étant une représentation qui permet le transfert de propriétés et par là même un équilibre entre ce qui est vu et ce qui est su par l'élève :

« La raison de ce choix pour les dessins de géométrie, outre la facilité d'exécution, doit être cherchée dans le fait que la perspective parallèle réalise un compromis acceptable entre le voir et le savoir (transfert de propriétés). »

Bien que dans ces différentes justifications sur l'intérêt de la perspective cavalière des termes comme « spontanément », « facile », « facilité » apparaissent, la représentation en perspective cavalière est loin d'être facile pour les élèves. En effet, Keita (1986) met en avant le fait que 70% des étudiants en première année d'Université ne respectent pas les règles de la représentation en perspective cavalière. Par la suite, Audibert et Keita (1987) ont souligné les

difficultés des élèves à réaliser et à interpréter correctement des dessins en perspective cavalière (Figure 1.17).

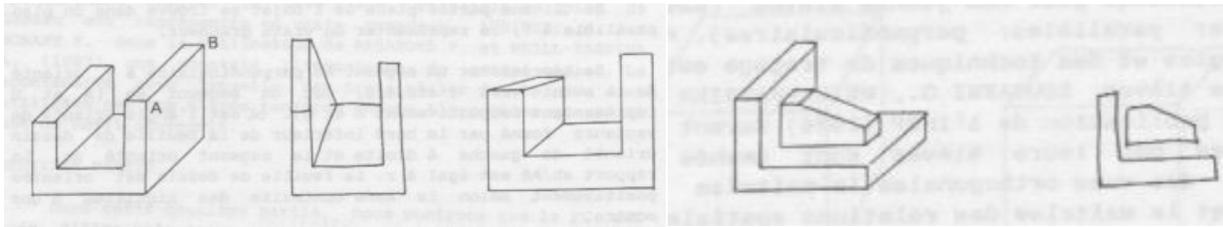


Figure 1.17 – Deux productions d’élèves qui ont représenté la vue de face à partir de la vue en perspective.

3.4. Le conflit entre le VU et le SU chez l’enfant

Comme nous venons de le voir à propos de la perspective cavalière, Parzysz voit la perspective cavalière comme « un compromis acceptable entre le voir et le savoir ». Sans remettre en cause les travaux de Piaget, Colmez et Parzysz (1993) propose un modèle un peu différent basé sur la position des productions d’élèves par rapport à deux grands pôles opposés :

- le VU : pôle où l’élève va représenter l’objet en fonction de la visualisation qu’il s’imagine ;
- le SU : pôle où l’élève va représenter l’objet en fonction des propriétés qu’il estime importantes.

L’élève navigue alors entre ces deux pôles en réalisant les compromis nécessaires à l’obtention d’une représentation qu’il juge la meilleure possible. Ces compromis évoluent en fonction de différents éléments comme l’âge (ce qui rejoint le modèle de Piaget), les connaissances géométriques ou encore le type de tâche demandée.

Lors de leurs recherches, Colmez et Parzysz ont analysé 1 500 dessins de plus de 1 200 élèves de 8 à 17 ans. Ils ont alors pu regrouper les productions des élèves en 21 catégories qui elles mêmes ont pu être divisées en deux familles de dessins (figure 1.18). La première de ces deux familles regroupe les représentations mettant en avant une arête, alors que la seconde regroupe celles mettant en avant une face.

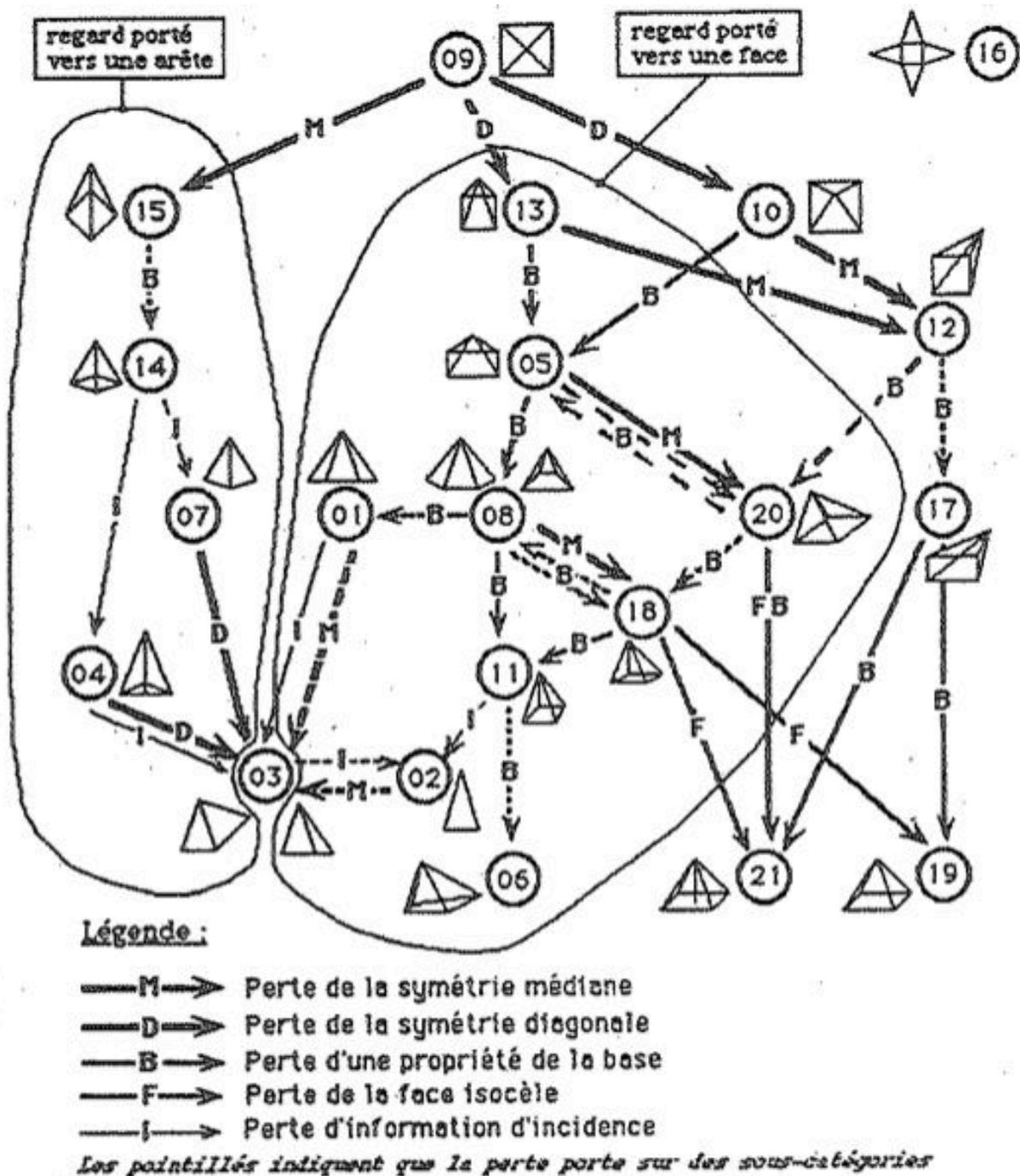


Figure 1.18 – Diagramme montrant l'organisation des catégories en fonction du SU (Colmez et Parzysz, 1993).

L'analyse des dessins des élèves leur a permis de dégager deux grands types de procédure. La première comporte les dessins qui ont été réalisés à partir d'une face latérale, et la seconde comporte les dessins réalisés à partir de la base (figure 1.19). On peut alors noter que le SU est omniprésent que ce soit par le dessin d'une base réellement carrée, d'une face latérale représentée par un triangle isocèle ou encore par la prise en compte de la hauteur de la pyramide.

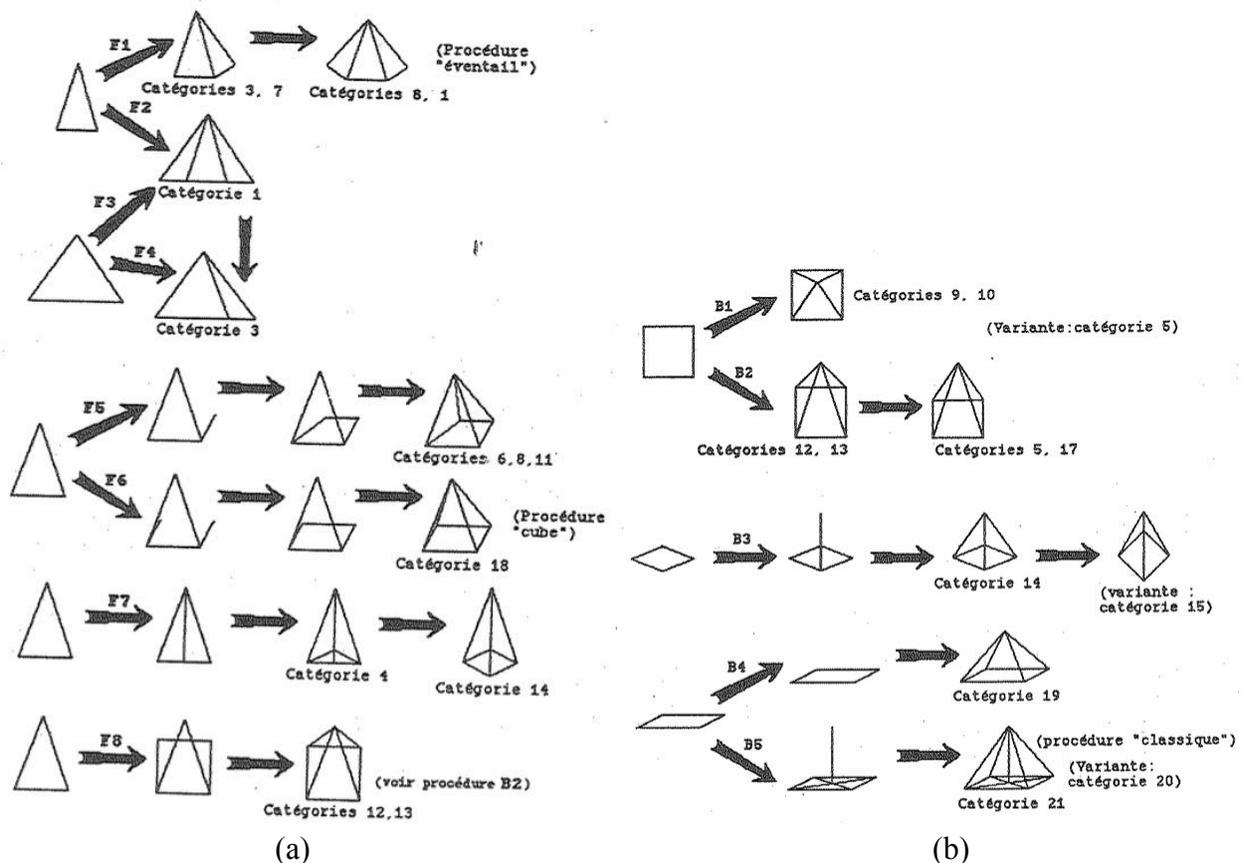


Figure 1.19 – Procédures réalisées à partir : (a) d'une FACE, (b) de la BASE (Colmez et Parzys, 1993).

Leur étude a ainsi mis en lumière trois stades différents :

- du CE2 au CM (entre 8 et 10 ans), les dessins en perspectives sont basés sur ce qui est VU ;
- du CM à la 3^{ème} (entre 10 et 15 ans), il y a un conflit dans les représentations entre ce qui est VU et ce qui est SU ;
- à partir de la 3^{ème} (15 ans), les dessins en perspectives sont basés sur ce qui est SU, il s'agit alors d'un SU complètement raisonné.

Tout comme dans le modèle de Piaget, les passages entre ces trois stades ne sont pas instantanés et les élèves passent progressivement de l'un à l'autre avec parfois des allers-retours entre ces différents stades.

Pour résoudre le conflit mental entre le solide et sa représentation dans le plan, Audibert et Bonafé (1986) recommandent fortement d'utiliser des solides réels ou de les faire construire aux élèves. Ils soulignent l'importance des manipulations qui permettent de montrer les contradictions entre le solide et sa représentation.