

L'impact de la crise sur le parcours de notation des firmes

1. Introduction

L'évolution (dite encore "migration") des notes attribuées notamment par les trois grandes agences de notation joue un rôle très important au sein de la sphère financière, notamment dans la détermination des spreads de crédit qui conditionnent l'émission des obligations. La crise financière n'a pas fondamentalement changé la donne. La notation financière continue de jouer un rôle primordial dans la détermination des crédits accordés tant au monde de l'entreprise qu'à celui des pays souverains. Son rôle est toujours d'analyser la situation économique et financière de l'entité en question voire d'anticiper ses perspectives futures de développement et de rendement.

Les réactions suite à un déclassement (« bad news ») aussi bien que suite au surclassement (« good news ») montrent toute l'attention portée par les acteurs financiers aux annonces des agences de notation. Il est important de souligner qu'un changement de note, en particulier une dégradation, peut avoir des conséquences graves sur la cotation sur les marchés et sur le coût de financement de l'entité. En effet, l'abaissement de la note d'une entreprise touche directement le marché obligataire ainsi que le marché des actions. Par suite, les analystes revoient leurs anticipations de bénéfices à la baisse tant pour la société que pour les investisseurs en ces actions.

La question qui se pose actuellement est celle de l'impact de la crise sur le processus de notation des firmes. La crise financière de 2007/2008 n'a pas épargné d'importants groupes d'entreprises. Elle frapperait plus durement certains secteurs tels que la construction, l'automobile, le tourisme, la finance, les services et l'immobilier et plus particulièrement certaines zones géographiques. En effet, selon l'AMF, les agences de notation ont brutalement abaissé leur note pendant et après la crise à raison de 155 abaissements en 2008 contre 56 abaissements en 2007.

Les abaissements ayant doublé en 2008, de nombreuses critiques ont été émises vis à vis des agences de notation, plus particulièrement de la part des investisseurs concernés par la performance réelle des actifs financiers qui avaient les meilleures notations. De nombreux titres notés AAA-AA ont ainsi connu de fortes baisses à cause de la méthodologie adoptée par certaines agences. D'autres critiques visent essentiellement la relation entre les agences de notation et les émetteurs. En effet, l'agence étant rémunérée par l'entreprise

émettrice dans la majorité des cas, les notes attribuées ont tendance à être surévaluées car ces agences se retrouvent en situation de relative dépendance par rapport à leurs clients.

Donc, nous pouvons être tentés de remettre en question la qualité d'expertise des agences en matière d'évaluation du risque de crédit. Notons cependant qu'à l'heure actuelle, aucune alternative n'a été mise en place, en dépit de certaines annonces sans doute prématurées. Tenues de réviser leurs notes et leurs méthodologies, les agences doivent mieux tenir compte des risques tels ceux de la liquidité, de contrepartie et des phénomènes de contagion. En effet, leur notation ne porte que sur le risque de défaillance, mais celui-ci est lié aux risques précédents qui se sont avérés importants lors des dysfonctionnements des marchés pendant la crise.

L'objectif de ce chapitre est d'analyser le processus de transition de la note et d'estimer les propriétés fondamentales de son processus de migration afin de mesurer l'effet de la crise sur ce processus de notation. Nous nous intéressons dans ce travail à modéliser les parcours de notation des firmes ainsi que la durée entre les variations des notes dans ce nouveau contexte. L'importance de cette étude est de mettre au point une nomenclature d'états exclusifs à partir de laquelle on peut identifier et décrire entièrement la trajectoire des notations pour l'ensemble des firmes de notre échantillon.

La méthodologie utilisée à ce sujet est le modèle ACD *Autoregressive conditional Duration* où la moyenne conditionnelle de la durée entre deux notes est modélisée comme un processus latent afin de permettre aux variables non observables d'influencer la durée entre les notes. Un modèle probit ordonné est aussi mis en point afin de décrire les directions prises par les notes en présence des états multiples de la note, et ceux avant et après la crise. Les paramètres du modèle sont estimés par la méthode du maximum de vraisemblance.

Le chapitre est organisé comme suit : La section 2 rappelle certains travaux sur le changement de notation en tenant compte d'un facteur d'hétérogénéité. Les sections 3 et 4 examinent un échantillon de données empiriques, illustrant notre problématique et la mise en œuvre de notre méthodologie. La section 5 enfin met en évidence l'effet d'un facteur inobservable sur le processus de notation des firmes.

2. Revue de la littérature

Les modèles de migration des notations de firmes ont fait l'objet de nombreux travaux récents qui évaluent les changements de notation depuis les récentes crises financières. Si quelques auteurs mettent en œuvre des modèles théoriques de migration en se basant sur les processus de Markov, rares sont les études qui évaluent l'impact des crises sur les changements de parcours de notation des firmes. Nous utilisons ici un modèle probit ordonné pour les différents parcours de notation des firmes afin d'évaluer les impacts de crise sur les migrations de notation.

L'étude des changements de note a été déjà mis en œuvre dans de nombreuses études telles que Feng et Gouriou¹, Gagliardini et Gouriou (2005a, 2005b). En utilisant une modélisation de la structure par terme des primes, Bangia *et al.* (2002) évaluent les risques inhérents aux portefeuilles et les prix des dérivés de crédit à l'aide de modèle de migration des notations. En séparant l'économie en deux états ou deux régimes, expansion et contraction, ils montrent que la distribution des pertes de portefeuille de crédit peut varier considérablement, tout comme le niveau de capital économique à affecter par l'établissement financier. Ils se basent sur le facteur de volatilité macroéconomique comme un élément clé d'un cadre conceptuel utile pour tester les portefeuilles de crédit (stress) et sur les matrices de migration de crédit entre les conditions macroéconomiques et la qualité des actifs pour caractériser les changements attendus de la qualité de crédit. Leurs modèles ont des applications différentes telles que la structure par terme des primes de risques de crédit et le prix des produits dérivés.

D'autres modèles comme ceux de Frydman et Schuermann (2007) proposent un modèle de Markov mixte pour étudier les liens entre les matrices de transition et le risque de crédit. Ils estiment le modèle en utilisant l'historique de notation de crédit et montrent que le modèle mixte est meilleur que le modèle de Markov simple. ils montrent également que la note future de l'entreprise dépend de sa note actuelle et de son historique de notation. En effet, ils constatent que deux entreprises ayant les mêmes notes peuvent avoir sensiblement différents vecteurs de probabilités de transition. Ils comparent les performances du modèle mixte et de la chaîne de Markov. Nickell *et al.* (2000) étudient la dépendance de la probabilité de transition des notes avec le cycle économique. Ils emploient des modèles probit ordonnés. Cette approche donne une idée plus précise sur l'importance des facteurs en comparant les matrices de transition estimées à partir de différents échantillons.

A la lumière de ces études, deux approches pour l'estimation des probabilités de changement de notation sont mis en œuvre. La première est une simple approche non paramétrique qui consiste simplement à estimer les probabilités en fonction des fréquences par rapport aux ensembles de données distinctes

¹Les changements de note de crédit sont anticipés en se basant sur les matrices de transition qui décrivent ainsi l'évolution de la qualité de la dette des entreprises.

correspondant à différents types de débiteurs ou observées à différents stades du cycle économique. La deuxième approche utilise un modèle paramétrique de type probit ordonné. Ceci a l'avantage de pouvoir estimer l'impact sur les probabilités de changement de notation de la modification d'une seule caractéristique d'un débiteur, compte tenu d'autres caractéristiques et d'un certain stade fixé du cycle économique. A partir de notre base de données, nous mettons en œuvre un modèle de transition des notations et évaluons l'impact de ces transitions à la lumière des crises actuelles.

3. Modèle

Ce que nous cherchons à modéliser est un processus joint décrivant les parcours de notation des firmes en fonction des durées de notation (nombre de mois qui séparent les dates de deux changements de notes successifs) et les directions empruntées par les notes à l'issue des changements annoncés par l'agence S&P.

Pour progresser, nous écrivons, pour chaque épisode de notation n ($n = 1, 2, \dots, N^f - 1$) d'une firme donnée f ($f = 1, 2, \dots, F$), la distribution jointe du couple $y_n^f = (x_{\tau_n}^f, d_n^f)$ de la manière suivante :

$$f_Y(x_n^f, d_n^f / z_{1n}^f, z_{2n}^f, v, I_{n-1}^f; \theta) = f_X(x_n^f / d_n^f, z_{1n}^f, v; \theta) f_D(d_n^f / z_{2n}^f, v, I_{n-1}^f; \theta) \quad (41)$$

où :

- (1) $f_X(x_n^f / d_n^f, z_{1n}^f, v; \theta)$ désigne la densité de probabilité des différentes directions que peut emprunter la note à l'issue du n -ième épisode de notation. Celles-ci sont modélisées par une variable polytomique dont les modalités sont ordonnées de la manière suivante ² :

$$x_n^f \begin{cases} 1 \mapsto \text{Abaissement majeur de la note} \\ 2 \mapsto \text{Abaissement mineur de la note} \\ 3 \mapsto \text{Augmentation mineure de la note} \\ 4 \mapsto \text{Augmentation majeure de la note} \end{cases}$$

Cette fonction est établie conditionnellement à un ensemble de caractéristiques observables, z_{1n}^f , et non observables v , ainsi qu'à la durée de l'épisode de notation donnant lieu au n -ième changement annoncé pour la firme f , d_n^f .

- (2) La fonction $f_D(d_n^f / z_{2n}^f, v, I_{n-1}^f; \theta)$ correspond à la fonction de densité de la durée conditionnellement à I_{n-1}^f (toute l'information qui est jusque là disponible sur la dynamique décrivant le passé du parcours de notation de la firme f). Là encore, cette fonction est exprimée en

²Nous entendons par abaissement majeur, le passage d'une note d'une classe donnée à une autre classe. A titre d'exemple, une transition de la catégorie AA à la catégorie A, selon l'échelle de note de Standard and Poor's. Un abaissement mineur se traduit par le passage des notes affublées d'un "+" vers des notes affublées d'un "-", à titre d'exemple le passage de AAA⁺ à AAA⁻.

fonction d'un ensemble de caractéristiques observables, z_{2n}^f , et non observables v .

(3) Le terme θ est le vecteur de paramètres à estimer.

3.1. Un modèle Probit ordonné pour la direction des notes.

Le recours à un modèle Probit ordonné afin de modéliser la direction des notes est fondé sur l'idée que la classe de risque à laquelle est affectée une firme f à un moment donné est déterminée à partir de l'évaluation d'un score continu non observable. Dans notre cas, ce score est considéré comme étant une fonction décroissante de la probabilité de défaut estimée. Soit S_n^f , la valeur du score enregistrée par une firme f à l'issue du n ème épisode de notation.

Ce que nous retenons, ce sont les variations de ce score au fil du temps.

Ainsi, nous notons :

$$y_n^f \begin{cases} 1 \text{ si } \Delta S_n^f < c_1 \mapsto \text{Abaissement majeur de la note} \\ 2 \text{ si } c_1 \leq \Delta S_n^f < c_2 \mapsto \text{Abaissement mineur de la note} \\ 3 \text{ si } c_2 \leq \Delta S_n^f < c_3 \mapsto \text{Augmentation mineure de la note} \\ 4 \text{ si } \Delta S_n^f \geq c_3 \mapsto \text{Augmentation majeure de la note} \end{cases}$$

avec :

$$\Delta S_n^f = S_n^f - S_{n-1}^f = \beta_0 + x_n^{f'} \beta + \beta_v v + \varepsilon \quad (42)$$

Dans cette formulation (42), ΔS_n^f indique la différence entre les scores de fin et de début du $n^{\text{ème}}$ épisode de notation de la firme f . Cette différence est exprimée en fonction d'un ensemble de variables explicatives observables $x_n^{f'}$, (indiquant la durée et l'ordre de l'épisode en cours, d'une part, et les périodes avant et après la crise, d'autre part), un facteur d'hétérogénéité non observable v et un terme d'erreur ε qui est distribué selon une loi normale de moyenne zéro et de variance σ^2 .

Suite à cette écriture, trois seuils sont retenus afin de faire ressortir quatre scénarios qui déterminent le sens et l'ampleur de variation de la note (abaissement majeur de la note, abaissement mineur de la note, élévation mineure de la note, élévation majeure de la note).

Notre optique, consiste donc à estimer le vecteur de paramètres :

$$(c_1, c_2, c_3, \beta, \beta_v, \sigma)$$

où c_i représente les seuils à estimer en utilisant la méthode de maximum de vraisemblance tenant compte des paramètres β .

Les probabilités associées aux quatre modalités sont définies de la façon suivante :

$$\Pr(y_n^f = 1/d_n^f, I_{n-1}^f, v) = \Pr(\Delta S_n^f < c_1) \quad (43)$$

$$= \Pr(\varepsilon < c_1 - \beta_0 - x_n^{f'}\beta - \beta_v v) \quad (44)$$

$$= \Phi\left(\frac{c_1 - \beta_0 - x_n^{f'}\beta - \beta_v v}{\sigma}\right)$$

$$\Pr(y_n^f = 2/d_n^f, I_{n-1}^f, v) = \Pr(c_1 \leq \Delta S_n^f < c_2) \quad (45)$$

$$= \Pr(c_1 - \beta_0 - x_n^{f'}\beta - \beta_v v < \varepsilon < c_2 - \beta_0 - x_n^{f'}\beta - \beta_v v)$$

$$= \Phi\left(\frac{c_2 - \beta_0 - x_n^{f'}\beta - \beta_v v}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{c_1 - \beta_0 - x_n^{f'}\beta - \beta_v v}{\sigma}\right)$$

$$\Pr(y_n^f = 3/d_n^f, I_{n-1}^f, v) = \Pr(c_2 \leq \Delta S_n^f < c_3) \quad (46)$$

$$= \Pr(c_2 - \beta_0 - x_n^{f'}\beta - \beta_v v < \varepsilon < c_3 - \beta_0 - x_n^{f'}\beta - \beta_v v)$$

$$= \Phi\left(\frac{c_3 - \beta_0 - x_n^{f'}\beta - \beta_v v}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{c_2 - \beta_0 - x_n^{f'}\beta - \beta_v v}{\sigma}\right)$$

$$\Pr(y_n^f = 4/d_n^f, I_{n-1}^f, v) = \Pr(\Delta S_n^f \geq c_3) \quad (47)$$

$$= \Pr(\varepsilon \geq c_3 - \beta_0 - x_n^{f'}\beta - \beta_v v) \quad (48)$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{c_3 - \beta_0 - x_n^{f'}\beta - \beta_v v}{\sigma}\right)$$

Pour des raisons d'identification, la variance du terme d'erreur ε est normalisée à un (i.e. $\sigma = 1$).

3.2. Un modèle LOG-ACD pour la durée des épisodes de notation.

Pour modéliser les durées des épisodes de notation, nous faisons appel à un modèle LOG-ACD. Comme indiqué dans le chapitre précédent ce type de modèle présente l'avantage de tenir compte de la dépendance temporelle entre les durées de notation d'une même firme. Cette dépendance temporelle est exprimée par une structure autorégressive que nous retenons pour modéliser les espérances conditionnelles des durées.

Ainsi, supposons que chaque réalisation d_n^f , peut se présenter comme le produit de deux composantes indépendantes :

- Une première composante déterministe $\Psi_{n/I_{n-1}^f}^f \propto \ln\left[E\left(D_n^f/I_{n-1}^f\right)\right]$ qui est proportionnelle au logarithme de l'espérance conditionnelle de la durée de l'épisode n .
- Une deuxième composante aléatoire dont les termes ε_n , sont identiquement et indépendamment distribués, I_{n-1}^f étant toute l'information disponible sur la firme f à la date τ_{n-1}^f .

Sur le plan formel, le processus de durée de notation est exprimé pour chaque firme f de la manière suivante :

$$d_n^f = \exp(\Psi_{n/I_{n-1}^f}^f) \varepsilon_n \quad (49)$$

pour $n = 2, \dots, N^f - 1$

$$\Psi_{n/I_{n-1}^f}^f = \alpha' z_n^f + \alpha_v v \quad (50)$$

$$\text{avec } E\left(D_n^f / I_{n-1}^f\right) = \mu \exp(\Psi_{n/I_{n-1}^f}^f) \quad (51)$$

$$E\left(\varepsilon_n / I_{n-1}^f\right) = \mu$$

$$\text{var}\left(\varepsilon_n / I_{n-1}^f\right) = 1$$

Pour compléter l'écriture de la fonction de vraisemblance, nous supposons que, conditionnellement à I_{n-1}^f , les termes ε_n sont distribués selon une loi de Weibull avec la fonction de densité suivante :

$$f_k(\varepsilon_n) = \gamma \mu^\gamma \exp(-\gamma \mu^\gamma \varepsilon_n^\gamma) \quad (52)$$

avec $\gamma > 0$ et une moyenne : $\mu = \Gamma(1 + \frac{1}{\gamma})$.

En procédant à un simple changement de variables, on peut voir que, conditionnellement à I_{n-1}^f , la distribution de D_n^f est aussi donnée par une loi de Weibull de paramètres donnés par :

$$\left(\left[\frac{\Gamma(1 + \frac{1}{\gamma})}{\Psi_{n/I_{n-1}^f}^f} \right]^{\gamma_k}, \gamma \right).$$

Dans le cas d'une distribution de Weibull, la fonction de hasard conditionnelle est monotone. Elle est strictement croissante en fonction de la durée $\gamma_k > 1$, strictement décroissante pour $\gamma_k < 1$, et reste constante pour $\gamma_k = 1$. Dans ce dernier cas, la loi de Weibull est réduite à une loi exponentielle de paramètre $(\Psi_{n/I_{n-1}^f}^f)^{-1}$.

3.3. La fonction de vraisemblance.

Comme nous pouvons le constater, nous avons exprimé $f_X(\cdot)$ et $f_D(\cdot)$ en fonction d'un terme aléatoire non observable v afin de tenir compte de l'hétérogénéité des observations dans leurs dimensions individuelles. En effet, il correspond à des facteurs d'hétérogénéité inter-temporelles non observables susceptibles d'influencer le processus de notation.

Sur le plan statistique, nous supposons, à l'instar de Green (1990), que ν est distribué selon une loi de probabilité discrète qui est définie sur un ensemble de m points de masse, notée $v_1, v_2; \dots, v_m$ avec les poids respectifs p_1, p_2, \dots, p_m ($\sum_{k=1}^m p_k = 1$).

Dans ces conditions, la fonction de vraisemblance pour l'ensemble des firmes de notre échantillon s'établit comme suit :

$$L(\theta) = \prod_{f=1}^F \prod_{n=1}^{N_{f-1}} \sum_{k=1}^m p_k \left[f_X \left(x_n^f / d_n^f, x_n^f, v_k; \theta \right) f_D \left(d_n^f / z_n^f, v_k, I_{n-1}^f; \theta \right) \right] \quad (53)$$

Le nombre de points de masses à retenir pour ν est déterminé par une méthode de balayage qui consiste à maximiser par rapport à θ la valeur de la fonction de vraisemblance, fonction que nous retenons pour estimer tous les paramètres du modèle.

A l'issu de l'estimation des paramètres du modèle, les valeurs prises par le terme aléatoire ν vont être à l'origine de la création d'un ensemble de classes permettant une typologie des épisodes de notation. L'affectation aux différentes classes est réalisée moyennant les probabilités à posteriori d'appartenir une classes donnée :

$$j(j = 1, 2, \dots, m) : \pi_n^f(j) = \Pr(\text{classe } j / d_n^f, x_n^f, z_n^f, I_{n-1}^f; \theta) = \frac{p_j \left[f_X \left(x_n^f / d_n^f, z_{1n}^f, v_j; \theta \right) f_D \left(d_n^f / z_{2n}^f, v_j, I_{n-1}^f; \theta \right) \right]}{\sum_{k=1}^m p_k \left[f_X \left(x_n^f / d_n^f, z_{1n}^f, v_k; \theta \right) f_D \left(d_n^f / z_{2n}^f, v_k, I_{n-1}^f; \theta \right) \right]} \quad (54)$$

Cette expression montre que la probabilité conditionnelle à posteriori d'appartenance aux différentes classes dépend à la fois de tous les paramètres du modèle et de tous les variables caractérisant le processus joint des durées et directions de notation des firmes. Cette constatation nous donne le droit de considérer notre modèle comme étant un modèle à classes latentes, puisque le processus d'appartenance au groupe est régi par un processus aléatoire endogène non observable.

4. Données

L'échantillon retenu dans cette section concerne le parcours de notation de 5579 firmes notées par l'agence S&P durant la période 1989-2009. Ces firmes se répartissent en trois zones géographiques de la manière suivante : 518 firmes de la region Asie, 900 de la zone Europe, 4161 de la zone USA.³

Durant la période d'observation, les entreprises sont affectées à l'occasion de chaque changement de notation à l'une des 11 classes suivantes :

$$AAA - AA - A - BBB - BB - B - CCC - CC - C - SD - D.$$

³On a regroupé les firmes appartenant aux secteurs Asie, Europe à cause de la faiblesse de l'échantillon par rapport à la zone USA.

De la même manière que le chapitre précédent, ce processus d'observation des firmes, nous a servi comme base pour constituer un échantillon de 18262 épisodes de notation qui se répartissent comme suit : 1320 épisodes de notation pour les firmes de la région Asie , 2816 épisodes en Europe et 14125 épisodes en USA.

Etant donné le nombre élevé des classes de risques, ces dernières ont été agrégées de manière à faire ressortir quatre directions possibles que peut emprunter la note à l'issu de chaque épisode de notation :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{"Baisse majeure"} \\ \text{"Baisse mineure"} \\ \text{"Augmentation majeure"} \\ \text{"Augmentation mineure"} \end{array} \right. ,$$

Conformément à l'objectif de ce chapitre, une attention toute particulière est accordée à l'effet de la crise sur le processus de notation des firmes. Le graphique 1 ci-dessous donne la répartition de l'échantillon selon l'issu des différents épisodes et ce avant et après la crise. Ce graphique montre que la part des épisodes qui ont été sanctionnés par un abaissement de la note à augmenter de manière significative durant la période après la crise. En effet, ce graphique révèle qu'avant la crise, 34.41% des épisodes de notation ont conduit à une baisse majeure contre 54.86% après la crise. Parallèlement, les situations d'augmentation de la note ont enregistré une baisse importante durant les périodes après la crise : on note 18.37% avant la crise contre 4.37% après la crise.

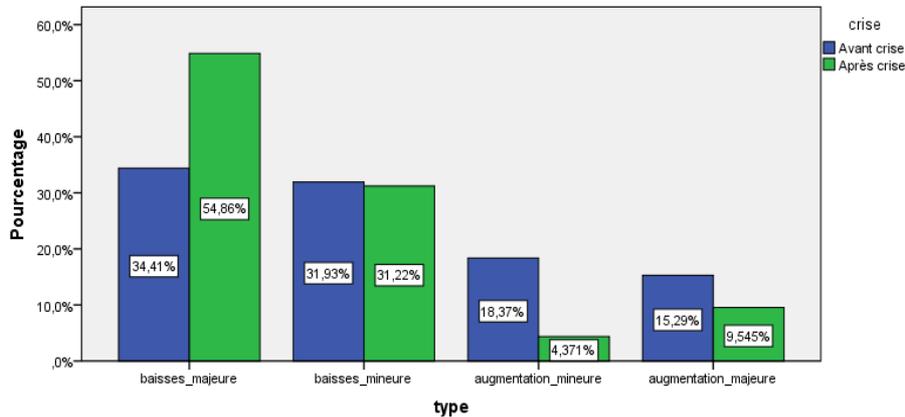


FIG. 1. Evolution des notes avant et après la crise

Ces résultats montrent que la crise des subprimes a déclenché une cascade d'abaissement des notes révélant la fragilité financière des entreprises et en particulier leur niveau de solvabilité. Cette instabilité a conduit les agences

de notation à descendre les notes des entreprises de façon parfois très brutale, amplifiant les effets de la crise.

Dans le même ordre d'idée, un graphique est retenu pour faire ressortir l'évolution de la durée moyenne des épisodes de notation entre les périodes avant et après la crise. Là encore, la crise semble influencer le processus de notation à travers les durées des épisodes. La figure 2 montre que la durée moyenne d'un épisode de notation est de 5 mois, sachant que la durée moyenne avant la crise était de 22 mois. En effet, que quelque soit le type d'événement après la crise, on a une accélération des changements de note..

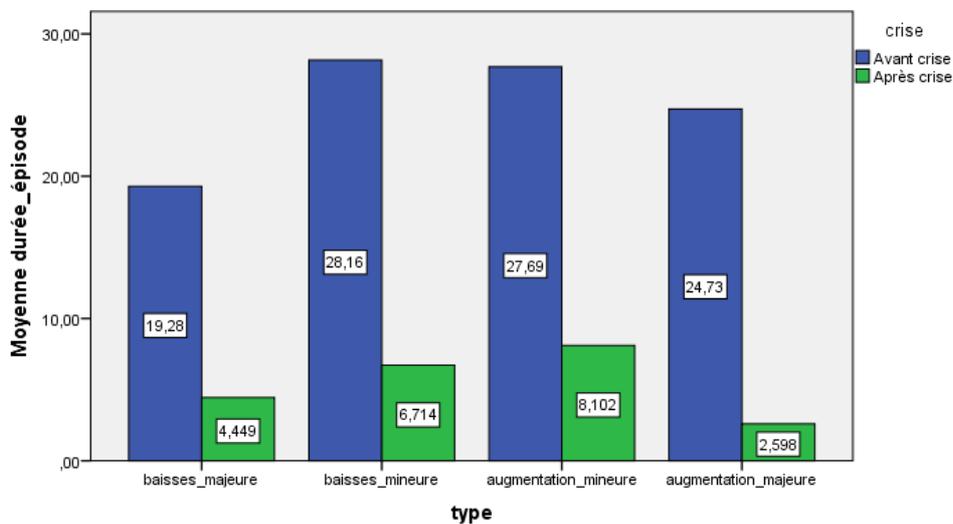


FIG. 2. Durée moyenne des épisodes de notation avant et après la crise

Pour compléter l'analyse, nous avons retenu le test de student afin de comparer la durée moyenne des épisodes de notation (voir tableau 1). A ce niveau les résultats du test sont sans ambiguïté. Le niveau de significativité de la statistique du test ne peut que conforter l'hypothèse de différence de moyenne de la durée des épisodes de notation. Cette dernière était de l'ordre de 24 mois, elle est passée à 5 mois après la crise. En effet, avant la crise, les notations de la plupart des entreprises changeaient peu. Cependant de nombreux indices indiquaient qu'elles étaient sensibles à l'évolution du cycle économique. Les agences de notation surveillaient en permanence la situation des entreprises. Elles ne réagissaient pas aux modifications mineures de leurs profils de risque. Toutefois, après la crise, les agences de notation sont devenues plus attentives aux moindres changements pouvant affecter la situation financière d'une firme. Elles ont donc eu tendance à revoir très vite la note dès qu'il y avait un événement particulier à survenir.

TAB. 1. Test de Student pour la variable de durée

	N	Moyenne	écart type	Erreur standard
Durée de l'épisode avant la crise	11468	24.4962	24.61944	.22990
Durée de l'épisode après la crise	1121	5.1392	5.0536	.15094

H_0 :égalité des moyennes; H_1 :moyennes différentes

Statistique du test de Student : 136.33

Degré de liberté : 1 ;Niveau de significativité < 0.01

On accepte H_1

5. Résultats et interprétations du modèle

Dans cette section, nous revenons sur l'estimation du modèle global moyennant la méthode du maximum de vraisemblance (cf : expression 53). La contribution de chaque firme à l'écriture de cette fonction traduit son parcours de notation. C'est dans ce cadre que le modèle probit ordonné est combiné avec le modèle ACD, pour rendre compte respectivement de la direction de la note et de la durée entre les épisodes de notation.

Pour le modèle probit ordonné quatre scénarios possibles sont retenus et sont classés du plus défavorable au plus favorable (i-e : "abaissement majeur", "augmentation majeure") en passant par les situations intermédiaires à savoir "abaissement mineur " et "augmentation mineure" :

$$x_n^f \begin{cases} 1 \mapsto \text{Abaissement majeur de la note} \\ 2 \mapsto \text{Abaissement mineur de la note} \\ 3 \mapsto \text{Élévation mineure de la note} \\ 4 \mapsto \text{Élévation majeure de la note} \end{cases}$$

Au plan formel, le modèle probit ordonné est défini par l'équation suivante :

$$\Delta S_n^f = \beta_0 + \beta_1 \log(d_n^f) + \beta_2 \text{ordre} + \beta_3 v + u,$$

avec $u \longrightarrow Normal(0, \sigma^2)$.

Le signe positif et le caractère significatif des coefficients β_1, β_2 et β_3 indiquent respectivement un effet positif des variables " durée de l'épisode de notation ", " ordre de l'épisode de notation " et les facteurs d'hétérogénéité non observables sur la probabilité d'occuper une meilleure position sur l'échelle de notation de S&P.

De son côté le modèle ACD est défini par l'équation suivante :

$$\Psi_n^f / I_{n-1}^f = w_0 + w_1 \log(d_{n-1}^f) + w_2 \text{ordre} + w_3 \Psi_{n-1}^f / I_{n-1}^f + v + \varepsilon_n \quad (55)$$

avec $\varepsilon_n \longrightarrow Weibull(\gamma)$

et $v_1, v_2 = 0, v_3$ et v_4 avec les probabilités respectives

$$((1 - (p_1 + p_2 + p_3)), p_2, p_3, p_4)$$

Les résultats de l'estimation des paramètres du modèle par la méthode du maximum de vraisemblance sont donnés dans le tableau 2. Les deuxième et troisième colonnes de ce tableau fournissent le résultat des estimations respectivement pour la zone Europe-Asie et la zone Amérique. Dans la quatrième colonne, on retrouve les résultats de l'estimation pour l'ensemble de l'échantillon. Bien que ces estimations soient conduites sur trois zones différentes, les résultats semblent fournir le même schéma d'interprétation et conférer par la même occasion au modèle une certaine validité.

La première partie du tableau 2 revient sur les résultats de l'estimation de la partie quantitative du modèle de durée. Globalement ces derniers rejoignent les résultats obtenus dans le chapitre précédent.

Pour documenter l'interdépendance des épisodes de notation survenant chez une même firme, nous examinons les paramètres w_1 , w_2 et w_3 . En effet, les derniers se révèlent tous comme significatifs et confortent par la même occasion la spécification autorégressive retenue dans l'expression 55. D'une manière plus précise, les signes négatifs des paramètres w_1 , w_2 et w_3 montrent que la durée moyenne d'un épisode de notation donné est d'autant plus courte que la durée de l'épisode précédent et l'ordre de l'épisode courant sont respectivement plus importants.

Par ailleurs les valeurs enregistrées pour le paramètre de forme gamma (zone Europe Asie : γ_1 zone Amérique : γ_2) mettent en avant une dépendance positive de la fonction de hasard à l'égard de la durée et nous conduisent à dire que la fonction de hasard est strictement croissante donc le risque est strictement croissant.

Dans la deuxième partie du tableau sont exposés les paramètres relatifs à la partie qualitative du modèle (modèle probit ordonné). Ces résultats montrent que la récurrence de la notation et l'accroissement de la durée moyenne de l'épisode de notation et de l'ordre d'un épisode sont de nature à prédire une amélioration de la note.

Les coefficients c_1 , c_2 et c_3 indiquent les valeurs du score (seuils) à partir desquels on passe d'une situation à une autre. Ces derniers sont respectivement de l'ordre de :

- -2 ,28 pour indiquer le passage d'une situation d'un "abaissement majeur" vers "abaissement mineur" ;
- -0,903 pour distinguer entre une "baisse mineure" et une "augmentation mineure" ;
- 0,7795 pour différencier les situations d'une "augmentation mineure" des situations d'une "augmentation majeure" ;

Le dernier coefficient β_0 se réfère à la constante de l'équation du score qui affiche un signe négatif pour les différents échantillons.

TAB. 2. Estimation des paramètres

Paramètres	Europe/Asie	USA	Global
Paramètres du modèle ACD			
w_0	2.9140***(0.0480)	3.0424***(0.0241)	3.0056***(0.0208)
w_1	-0.0604***(0.0226)	-0.058***(0.0171)	-0.0011(0.0109)
w_2	-0.7254***(0.0411)	-0.6966***(0.0269)	-0.7038***(0.0217)
w_3	-0.1307***(0.0354)	-0.1854***(0.0404)	-0.1319***(0.0134)
γ	1.6291***(0.0696)	1.7555***(0.0367)	1.7479***(0.0305)
Paramètres du modèle Probit			
c_1	-2.2806***(0.0571)	-2.1090***(0.0234)	-2.1196***(0.0213)
c_2	-0.9037***(0.0293)	-0.8878***(0.0139)	-0.8814***(0.0123)
c_3	0.7795***(0.0298)	0.5531***(0.0129)	0.5958***(0.0118)
β_0	-1.0485***(0.0833)	-1.2110***(0.0397)	-1.1449***(0.0348)
β_1	0.0568***(0.0304)	0.2178***(0.0149)	0.1875***(0.0131)
β_2	0.0897***(0.0116)	0.0127***(0.0051)	0.0221***(0.0045)
β_3	0.2615***(0.0364)	0.0986***(0.0161)	0.1237***(0.0141)
Paramètres associés aux facteurs d'hétérogénéité			
v_1	-1.5255***(0.1064)	-1.6316***(0.0508)	-1.6335***(0.0446)
p_1	0.0810***(0.0093)	0.0983***(0.0057)	0.0925***(0.0047)
v_3	0.9876***(0.0618)	0.9183***(0.0317)	0.9459***(0.0262)
p_3	0.3644***(0.0190)	0.3401***(0.0095)	0.3490***(0.0083)
v_4	3.2312***(0.1534)	3.5634***(0.0911)	3.5272***(0.0725)
p_4	0.4622***(0.0237)	0.3730***(0.0085)	0.3821***(0.0075)
Log-vrai	-59844.8	-16282.19	-76252.45
Nb d'ob	4136	14125	18261

a- *** : valeur significative

b- Les termes entre () désignent les écarts types estimés

c- La valeur de v_2 a été retenu comme étant égale à 0 pour des raisons d'identification des paramètresd- $p_2=1-(p_1+p_3+p_4)$

La troisième partie du tableau est retenue pour les paramètres du processus générateur de l'hétérogénéité non observable dans l'échantillon. Dans notre cas, ce dernier est caractérisé par un support formé de quatre points de masse notés v_1, v_2, v_3 et v_4 dont les valeurs respectives sont de l'ordre de $-1.5255, 0, 0.9876$ et 3.2312 . Selon l'expression 54, quatre classes d'observations seront ainsi établies, les valeurs enregistrées respectivement pour p_1, p_2, p_3 et p_4 vont servir comme valeurs des probabilités a priori d'appartenance aux groupes 1, 2, 3 et 4 dont les caractéristiques sont données dans le tableau 3.

Comme indiqué précédemment (tableau 2), on a vu que, plus la valeur de v est faible, plus on a tendance à récupérer une baisse des notes avec une réduction de la durée. Cela montre qu'on est dans un contexte défavorable. En revanche lorsque v prend des valeurs élevées, cela montre une amélioration de la note avec des durées plus longues et dans ce cas on se retrouve dans

un contexte favorable. En effet, dans un contexte défavorable, les agences de notation sont amenées à réévaluer rapidement les notes.

Dans ce qui suit, les groupes issus de l'étape précédente sont ordonnés de la manière suivante pour donner lieu à une variable polytomique dont les modalités pour chaque notation :

$$y : \text{Contexte} \begin{cases} 1 : \text{Contexte défavorable} \\ 2 : \text{Contexte assez défavorable} \\ 3 : \text{Contexte assez favorable} \\ 4 : \text{Contexte favorable} \end{cases}$$

L'affectation aux groupes repose sur les probabilités à postériori mentionné dans l'expression 54. Ainsi quatre probabilités seront générées pour chaque épisode de notation, afin qu'ils soient affectés aux groupes j , avec qui il enregistre la probabilité la plus élevée $\pi_n^f(j)$.

Formellement, la règle d'affectation aux groupes se présentent comme suit :

$$\text{si } \pi_n^f(j) = \max \{ \pi_n^f(1), \pi_n^f(2), \pi_n^f(3), \pi_n^f(4) \}$$

alors le $n^{\text{ème}}$ épisode de la firme f sera classé dans le groupe j .

Le tableau suivant donne la répartition de l'échantillon globale selon l'affectation à postériori des épisodes de notation :

TAB. 3. Caractéristique des groupes de références

Groupes	Affectation à priori P_j	Affectation à postériori des épisodes de notation	Caractéristique des groupes
1	0.0925	1.29%(163)	situation défavorable
2	0.1704	2.79%(352)	situation assez défavorable
3	0.3490	5.18%(653)	situation assez favorable
4	0.3881	90.72%(11421)	situation favorable

a- Affectation des épisodes selon la probabilité à postériori (voir l'expression 54)

b- Les termes entre () désignent l'effectifs

D'après le tableau 3, la part des épisodes associés à des contextes favorables à la notation des firmes, semble être moins dominante lorsqu'on applique les probabilités à priori (non conditionnelle) par rapport à celle enregistrée avec les probabilités à postériori. Cette différence, nous l'imputons au fait que les probabilités à postériori tiennent compte, contrairement aux probabilités à priori, des parcours de notation des firmes. Ainsi le processus de notation semble intervenir de manière assez systématique en faveur des entreprises notées. Ce résultat nous amène à s'interroger sur l'impartialité des agences de notation dans l'évaluation des entreprises.

Dans ce qui suit, nous revenons sur le résultat de l'analyse conduite initialement pour apprécier la relation entre la variable y (contexte de notation) et les deux variables du processus de notation (durée et direction de la note) Le graphique (3) issu d'une analyse de la variance montre que, plus le contexte de notation est favorable, plus la durée moyenne estimée de l'épisode est élevé.

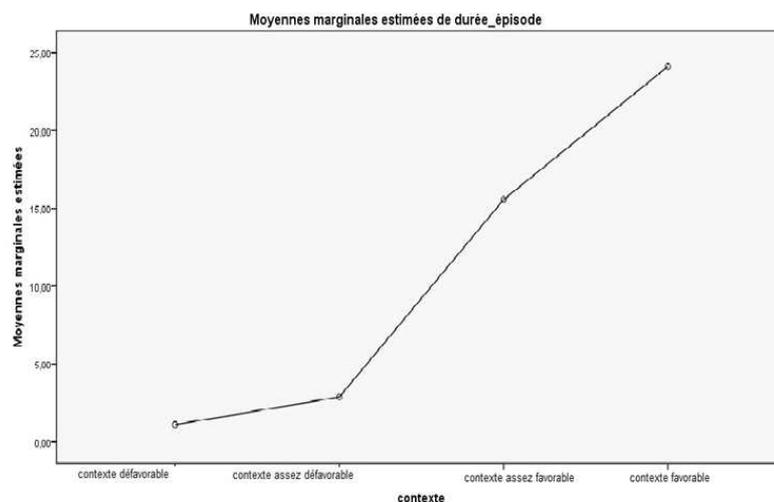


FIG. 3. Evolution du contexte des épisodes de notation en fonction de la durée

Parallèlement, cette même relation positive est constatée avec la variable direction de la note. En effet les résultats de la régression avec codage optimal⁴, mobilisée à l'occasion, affiche un coefficient positif et significatif pour la variable direction de la note (voir tableau 4). c'est à dire que dans le cas d'une augmentation de la note, on a tendance à se retrouver dans le contexte favorable donc dans le groupe 4.

TAB. 4. Résultat de la régression avec codage optimal

	Béta	Erreur standard	ddl	χ^2	Sig
Type	.172	.008	2	469.273	.000

⁴Cette méthode d'analyse est appropriée car, elle facilite l'usage parallèle de variables de tout type, deuxièmement les résultats ne sont pas trop affectés par d'éventuels phénomènes de multi-colinéarité entre les variables indépendantes (voir Young et al., 1976 ; Breiman et Friedman, 1985).

Pour résumer, on peut dire que, plus la valeur de v est faible, plus on a tendance à récupérer "une baisse des notes" avec une réduction de la durée moyenne des épisodes de notation. En revanche, lorsque v prend des valeurs élevées, nous nous retrouvons avec "une amélioration de la note" et une moyenne des durées plus longues. Ces résultats sont de nature à associer les réalisations de v au contexte de notation, contexte allant des situations les plus défavorables pour les valeurs les plus faibles de v , vers les situations les plus favorables pour les valeurs les plus élevées de v .

6. Effet de la crise sur le processus de notation des firmes

Comme nous pouvons l'anticiper, la crise a modifié profondément les conditions dans lesquelles les notes sont attribuées. D'après le graphique (4), cette tendance semble se reproduire pour les trois grandes zones géographiques (à savoir, l'europe, l'asie et l'amérique du nord) mais avec une perte de vitesse pour la période après la crise. En effet il y a clairement un excès d'optimisme avant la crise de la part des agences pour les trois zones. Après la crise il y a une relative indécision au niveau de la situation favorable et défavorable pour les régions Europe et USA. Cette indécision est moins marquée pour la zone Asie (globalement 63% comme situation favorable ou assez favorable), la différence entre cette zone et les deux autres proviennent essentiellement du pourcentage des situations nettement défavorables (1.61% pour la première et autour de 15 % pour les deux autres)

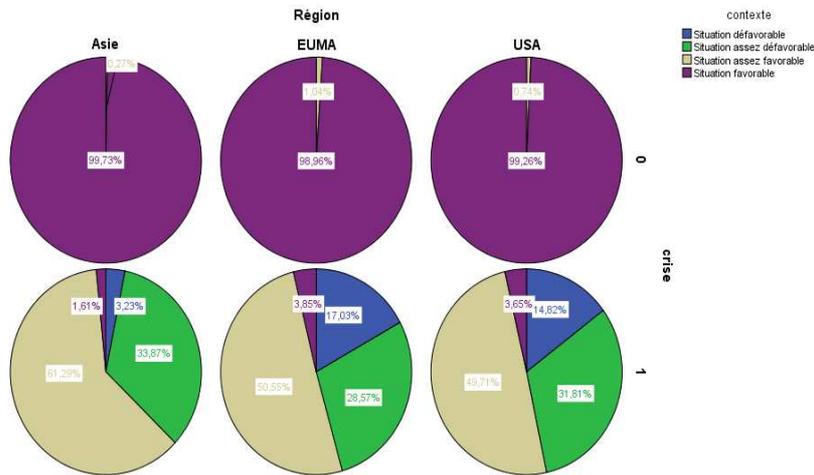


FIG. 4. Répartition des probabilités d'appartenance à un groupe par région et par crise

Dans ce qui suit, nous analysons de manière plus fine les premières conclusions générales tirées de l'observation du graphique (4) précédent. Les enseignements que nous tirons en matière d'influence de la crise sur le processus

de notation des firmes sont établis à partir des résultats d'un modèle probit ordonné exprimant la variable contexte en fonction d'une variable binaire que nous notons crise qui prend la valeur 1 lorsque la notation est réalisée après la date de la crise, 0 sinon. D'après le test de rapport de vraisemblance le modèle est significatif. Suite à l'estimation de ce modèle, nous déterminons trois seuils classés dans un ordre croissant c_1 , c_2 et c_3 pour discriminer entre les quatre modalités de la variable contexte (cf : se référer au tableau 5).

Les coefficients obtenus pour les modalités de la variable crise montre que globalement le contexte de notation s'est détérioré après la date de juin 2007, c'est à dire la date de la crise. D'une manière plus explicite, la valeur de 4,233 montre que durant la période avant la crise la probabilité de se trouver dans un contexte favorable est plus importante que celle qu'on peut espérer durant la période après la crise. Cette dernière situation est retenue comme une situation de référence ce qui explique la valeur 0 pour la modalité crise =1.

Ces résultats ne peuvent que conforter l'idée selon laquelle les facteurs d'hétérogénéité non observables retenus dans notre modèle sont de nature à capter le contexte dans lequel sont opérées les notations des différentes firmes et donc notamment le contexte d'avant et après la crise.

TAB. 5. Estimation des paramètres par la méthode probit

Contexte	Estimation	Erreur std	wald (ddl)	Intervalle de confiance 95%	
				Borne inf	Borne sup
seuil 1	-1.057***	.046	525.141(1)	-1.147	-.966
seuil 2	-.102***	.037	7.444(1)	-.176	-.029
seuil 3	1.805***	.070	656.967(1)	1.667	1.943
crise=0	4.233***	.080	2778.608(1)	4.076	4.391
crise=1	0				

Log-vrais (sous H_0) : 6542.575 ; log-vrais (sous H_1) : 6516.62

Statistique du test du rapport de vraisemblance : 25.94

Degré de liberté : 1 ; Niveau de significativité < 0.01

Modèle globalement significatif

Finalement, les modèles probit introduisant un facteur latent non observable pour modéliser les paramètres (la moyenne, les seuils et la variance) fournissent des résultats satisfaisant. L'avantage d'utiliser un facteur latent non observable est dans le calcul de la probabilité à posteriori d'appartenance à des groupes. De plus ce facteur v nous a permis de classer les firmes selon leurs classe de risque (à travers la corrélation des changement de note) ce qui nous permet d'aboutir au fait que l'agence de notation Standard and Poor's avait tendance à accorder d'excellentes notes à des entreprises mais depuis la crise de 2007-2008, ces notes étaient ensuite subitement et fortement dégradées, ce qui remet en cause la qualité des prédictions de cette agence de notation, accusée d'avoir surévalué certaines firmes.

Les conclusions de notre étude rejoignent celles de la littérature qui porte sur l'effet d'un facteur d'hétérogénéité v (et/ou non observable). En effet, Altman et Kao (1992), Carty et Fons (1993), Altman (1998), Nickell *et al.* (2000), Bangia *et al.* (2002), Lando et Skødeberg (2002), Hamilton et Cantor (2004) et d'autres ont montré la présence d'un comportement non-markovien, tel que l'impact des conditions macro économiques. Dans la plupart des études, ils ont considéré ce dernier comme observable et influençant les changements de note des entreprises. Or, dans notre étude, on considère ce facteur comme inobservable. Feng *et al.* (2007) ont proposé également un modèle probit pour modéliser la matrice de transition en tenant compte d'un facteur latent stochastique. Ils n'ont pas donné une spécification exacte de ce facteur et l'ont considéré comme inobservable représentant la conjoncture économique des entreprises notées. L'importance de ce facteur est dans l'anticipation des matrices de transition. Dans notre cas, ce facteur nous a permis d'expliquer les changements de notes des firmes et de voir l'effet de la crise sur ces changements.

7. Conclusion

Nous avons introduit une variable latente non observable dans le but de capter l'effet de la crise sur le processus de notation des firmes. Notre modèle peut être considéré comme un modèle joint de la durée et de la direction que peut prendre la note en tenant compte d'un facteur latent inobservable introduit dans Gourieroux (2004). Ce facteur nous a permis d'estimer les probabilités à posteriori d'appartenance à des groupes de référence qui se distinguent par la durée moyenne de notation et de la direction de la note.

A travers le modèle probit ordonné, on a montré que les épisodes de notation considérés après la crise ont tendance à appartenir au groupe caractérisé par une durée plus courte et un abaissement de la note. Ces éléments nous ont amené à considérer ce facteur inobservable comme étant un facteur qui reflète l'état de la nature et qui peut être influencé par la crise. L'impact de ce facteur a entraîné des abaissements de la note plutôt que des hausses. Ce résultat empirique montre que la probabilité d'avoir un abaissement de la note dépend également des conditions économiques et financières et pas seulement de l'historique de notation de la firme concernée.

8. Annexe

TAB. 6. Récapitulatif du traitement des observations

Marque début			Type					
			Censuré	B. Maj	B. Min	A. Min	A. Maj	Total
			D. Ep	D. Ep	D. Ep	D. Ep	D. Ep	D. Ep
AAA	0	Effectif	7	12	0	0	0	19
		N % ligne	36,8%	63,2%	,0%	,0%	,0%	100,0%
		N % colonne	100,0%	100,0%	,0%	,0%	,0%	100,0%
		Moyenne	153,71	92,50	.	.	.	115,05
		Ecart-type	59,29	65,78	.	.	.	68,82
	1	Effectif	0	0	0	0	0	0
		N % ligne	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%
		N % colonne	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%
		Moyenne
		Ecart-type
	Total	Effectif	7	12	0	0	0	19
		N % ligne	36,8%	63,2%	,0%	,0%	,0%	100,0%
		N % colonne	100,0%	100,0%	,0%	,0%	,0%	100,0%
		Moyenne	153,71	92,50	.	.	.	115,05
		Ecart-type	59,29	65,78	.	.	.	68,82
AA	0	Effectif	31	62	38	15	1	147
		N % ligne	21,1%	42,2%	25,9%	10,2%	,7%	100,0%
		N % colonne	67,4%	100,0%	97,4%	100,0%	100,0%	90,2%
		Moyenne	118,32	44,00	40,87	32,40	62,00	57,80
		Ecart-type	53,98	36,99	37,07	17,12	.	50,46
	1	Effectif	15	0	1	0	0	16
		N % ligne	93,8%	,0%	6,3%	,0%	,0%	100,0%
		N % colonne	32,6%	,0%	2,6%	,0%	,0%	9,8%
		Moyenne	10,40	.	3,00	.	.	9,94
		Ecart-type	6,52	6,57
	Total	Effectif	46	62	39	15	1	163
		N % ligne	28,2%	38,0%	23,9%	9,2%	,6%	100,0%
		N % colonne	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
		Moyenne	83,13	44,00	39,90	32,40	62,00	53,10
		Ecart-type	67,62	36,99	37,08	17,12	.	50,03
A	0	Effectif	98	128	158	47	10	441
		N % ligne	22,2%	29,0%	35,8%	10,7%	2,3%	100,0%
		N % colonne	66,2%	92,8%	96,3%	97,9%	100,0%	86,8%
		Moyenne	92,40	31,32	32,84	36,26	27,30	45,87
		Ecart-type	47,75	27,94	30,01	25,65	23,80	41,86
	1	Effectif	50	10	6	1	0	67
		N % ligne	74,6%	14,9%	9,0%	1,5%	,0%	100,0%
		N % colonne	33,8%	7,2%	3,7%	2,1%	,0%	13,2%
		Moyenne	9,78	9,00	11,67	15,00	.	9,91
		Ecart-type	7,05	5,77	7,17	.	.	6,80
	Total	Effectif	148	138	164	48	10	508
		N % ligne	29,1%	27,2%	32,3%	9,4%	2,0%	100,0%
		N % colonne	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
		Moyenne	64,49	29,70	32,06	35,81	27,30	41,13
		Ecart-type	55,30	27,56	29,75	25,56	23,80	40,93

TAB. 7. Récapitulatif du traitement des observations (suite)

Marque début			Type						
			Censuré	B. Maj	B. Min	A. Min	A. Maj	Total	
			D. Ep	D. Ep	D. Ep	D. Ep	D. Ep	D. Ep	
BBB	0	Effectif	115	74	178	89	50	506	
		N % ligne	22,7%	14,6%	35,2%	17,6%	9,9%	100,0%	
		N % colonne	52,5%	83,1%	92,2%	97,8%	92,6%	78,3%	
		Moyenne	66,84	23,42	31,983146	27,5506	26,94	37,38	
		Ecart-type	38,57	20,17	23,867922	24,1755	20,3243	31,63	
	1	Effectif	104	15	15	2	4	140	
		N % ligne	74,3%	10,7%	10,7%	1,4%	2,9%	100,0%	
		N % colonne	47,5%	16,9%	7,8%	2,2%	7,4%	21,7%	
		Moyenne	9,04808	8,8666667	7,9333333	9	7,5	8,86429	
		Ecart-type	6,90909	5,7924417	4,9923751	7,07107	0,57735	6,46542	
	Total	Effectif	219	89	193	91	54	646	
		N % ligne	33,9%	13,8%	29,9%	14,1%	8,4%	100,0%	
		N % colonne	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	
		Moyenne	39,40	20,97	30,11399	27,1429	25,5	31,20	
		Ecart-type	40,46	19,31	23,846677	24,0728	20,2072	30,51	
	BB	0	Effectif	123	116	57	98	46	440
			N % ligne	28,0%	26,4%	13,0%	22,3%	10,5%	100,0%
			N % colonne	65,1%	90,6%	75,0%	93,3%	100,0%	80,9%
Moyenne			57,39	18,91	21,51	19,70	22,20	30,52	
Ecart-type			32,18	16,72	19,90	14,56	14,3428	27,59	
1		Effectif	66	12	19	7	0	104	
		N % ligne	63,5%	11,5%	18,3%	6,7%	,0%	100,0%	
		N % colonne	34,9%	9,4%	25,0%	6,7%	,0%	19,1%	
		Moyenne	8,79	6,0833333	7,63	10	.	8,35	
		Ecart-type	7,24	6,0821398	5,3666721	1	.	6,57	
Total		Effectif	189	128	76	105	46	544	
		N % ligne	34,7%	23,5%	14,0%	19,3%	8,5%	100,0%	
		N % colonne	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	
		Moyenne	40,42	17,70	18,04	19,06	22,20	26,28	
		Ecart-type	35,07	16,44	18,42	14,28	14,3428	26,46	
B		0	Effectif	125	85	158	78	88	534
			N % ligne	23,4%	15,9%	29,6%	14,6%	16,5%	100,0%
			N % colonne	62,5%	74,6%	86,8%	97,5%	100,0%	80,4%
	Moyenne		68,44	10,98	17,22	19,95	21,09	29,25	
	Ecart-type		38,76	13,45	13,23	12,91	14,66	31,13	
	1	Effectif	75	29	24	2	0	130	
		N % ligne	57,7%	22,3%	18,5%	1,5%	,0%	100,0%	
		N % colonne	37,5%	25,4%	13,2%	2,5%	,0%	19,6%	
		Moyenne	10,13	3,72	6,79	4,00	.	7,99	
		Ecart-type	7,47	3,88	4,59	5,65685	.	6,82	
	Total	Effectif	200	114	182	80	88	664	
		N % ligne	30,1%	17,2%	27,4%	12,0%	13,3%	100,0%	
		N % colonne	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	
		Moyenne	46,58	9,13	15,84	19,55	21,09	25,09	
		Ecart-type	41,92	12,18	12,93	13,01	14,66	29,31	

TAB. 8. Récapitulatif du traitement des observations (suite)

Marque début			Type					
			Censuré	B. Maj	B. Min	A. Min	A. Maj	Total
			D. Ep	D. Ep	D. Ep	D. Ep	D. Ep	D. Ep
CCC	0	Effectif	13	43	11	8	16	91
		N % ligne	14,3%	47,3%	12,1%	8,8%	17,6%	100,0%
		N % colonne	37,1%	76,8%	84,6%	88,9%	94,1%	70,0%
		Moyenne	76,08	2,37	7,9090909	8,75	15,875	16,51
		Ecart-type	23,58	2,42	10,976835	6,45313	17,2158	27,67
	1	Effectif	22	13	2	1	1	39
		N % ligne	56,4%	33,3%	5,1%	2,6%	2,6%	100,0%
		N % colonne	62,9%	23,2%	15,4%	11,1%	5,9%	30,0%
		Moyenne	3,86364	3,4615385	14	8	1	4,28205
		Ecart-type	2,78252	3,1255769	0	.	.	3,64871
	Total	Effectif	35	56	13	9	17	130
		N % ligne	26,9%	43,1%	10,0%	6,9%	13,1%	100,0%
		N % colonne	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
		Moyenne	30,69	2,63	8,8461538	8,66667	15	12,84
		Ecart-type	38,14	2,61	10,278182	6,04152	17,0551	23,86
CC	0	Effectif	4	29	0	0	10	43
		N % ligne	9,3%	67,4%	,0%	,0%	23,3%	100,0%
		N % colonne	30,8%	76,3%	,0%	,0%	90,9%	69,4%
		Moyenne	72,50	3,10	.	.	15,70	12,49
		Ecart-type	51,19	3,26	.	.	15,2027	25,50
	1	Effectif	9	9	0	0	1	19
		N % ligne	47,4%	47,4%	,0%	,0%	5,3%	100,0%
		N % colonne	69,2%	23,7%	,0%	,0%	9,1%	30,6%
		Moyenne	1,11	0,4444444	.	.	2	,84
		Ecart-type	1,17	1,0137938	.	.	.	1,12
	Total	Effectif	13	38	0	0	11	62
		N % ligne	21,0%	61,3%	,0%	,0%	17,7%	100,0%
		N % colonne	100,0%	100,0%	,0%	,0%	100,0%	100,0%
		Moyenne	23,08	2,47	.	.	14,45	8,92
		Ecart-type	42,80	3,09	.	.	15,0024	21,85
C	0	Effectif	0	0	0	0	1	1
		N % ligne	,0%	,0%	,0%	,0%	100,0%	100,0%
		N % colonne	,0%	,0%	,0%	,0%	100,0%	100,0%
		Moyenne	13,00	13,00
		Ecart-type
	1	Effectif	0	0	0	0	0	0
		N % ligne	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%
		N % colonne	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%	,0%
		Moyenne
		Ecart-type
	Total	Effectif	0	0	0	0	1	1
		N % ligne	,0%	,0%	,0%	,0%	100,0%	100,0%
		N % colonne	,0%	,0%	,0%	,0%	100,0%	100,0%
		Moyenne	13,00	13,00
		Ecart-type

TAB. 9. Récapitulatif du traitement des observations (suite)

Marque début			Type					
			Censuré	B. Maj	B. Min	A. Min	A. Maj	Total
			D. Ep	D. Ep	D. Ep	D. Ep	D. Ep	D. Ep
D	0	Effectif	30	0	0	0	8	38
		N % ligne	78,9%	,0%	,0%	,0%	21,1%	100,0%
		N % colonne	83,3%	,0%	,0%	,0%	100,0%	86,4%
		Moyenne	80,07	.	.	.	11,625	65,66
		Ecart-type	21,03	.	.	.	10,1691	34,14
	1	Effectif	6	0	0	0	0	6
		N % ligne	100,0%	,0%	,0%	,0%	,0%	100,0%
		N % colonne	16,7%	,0%	,0%	,0%	,0%	13,6%
		Moyenne	4,5	4,5
		Ecart-type	3,08221	3,08221
	Total	Effectif	36	0	0	0	8	44
		N % ligne	81,8%	,0%	,0%	,0%	18,2%	100,0%
		N % colonne	100,0%	,0%	,0%	,0%	100,0%	100,0%
		Moyenne	67,47	.	.	.	11,625	57,32
		Ecart-type	34,40	.	.	.	10,1691	38,14
SD	0	Effectif	8	4	0	0	7	19
		N % ligne	42,1%	21,1%	,0%	,0%	36,8%	100,0%
		N % colonne	50,0%	50,0%	,0%	,0%	63,6%	54,3%
		Moyenne	98,00	4,75	.	.	7,43	45,00
		Ecart-type	31,98	4,50	.	.	7,2078	50,75
	1	Effectif	8	4	0	0	4	16
		N % ligne	50,0%	25,0%	,0%	,0%	25,0%	100,0%
		N % colonne	50,0%	50,0%	,0%	,0%	36,4%	45,7%
		Moyenne	7,25	1,75	.	.	0	4,06
		Ecart-type	9,79	0,9574271	.	.	0	7,50
	Total	Effectif	16	8	0	0	11	35
		N % ligne	45,7%	22,9%	,0%	,0%	31,4%	100,0%
		N % colonne	100,0%	100,0%	,0%	,0%	100,0%	100,0%
		Moyenne	52,63	3,25	.	.	4,73	26,29
		Ecart-type	52,14	3,41	.	.	6,72445	42,62
Total	0	Effectif	554	553	600	335	237	2279
		N % ligne	24,3%	24,3%	26,3%	14,7%	10,4%	100,0%
		N % colonne	60,9%	85,7%	90,0%	96,3%	96,0%	80,9%
		Moyenne	75,03	23,36	27,45	24,47	21,64	36,98
		Ecart-type	43,24	28,47	25,25	20,00	16,90	37,08
	1	Effectif	355	92	67	13	10	537
		N % ligne	66,1%	17,1%	12,5%	2,4%	1,9%	100,0%
		N % colonne	39,1%	14,3%	10,0%	3,7%	4,0%	19,1%
		Moyenne	8,75	5,00	7,88	9,15	3,3	7,91
		Ecart-type	7,09	5,17	5,26	3,89115	3,6833	6,64
	Total	Effectif	909	645	667	348	247	2816
		N % ligne	32,3%	22,9%	23,7%	12,4%	8,8%	100,0%
		N % colonne	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
		Moyenne	49,14	20,74	25,48	23,90	20,89	31,44
		Ecart-type	46,96	27,20	24,71	19,85	16,96	35,37

TAB. 10. Résultat des estimations par Gauss pour la region USA

```

                                out_asie.txt
=====
MAXLIK Version 4.0.24                                11/02/2012  1:39 pm
=====
                                Data Set:  new1
-----

return code =      0
normal convergence

Mean log-likelihood          -4.23681
Number of cases             14125

Covariance matrix of the parameters computed by the following method:
Inverse of computed Hessian

Parameters      Estimates      Std. err.  Est./s.e.  Prob.      Gradient
-----
P01              3.0424          0.0241    126.248    0.0000     0.0000
P02             -0.058            0.0171     -3.410    0.0000     0.0000
P03             -0.6966           0.0269    -25.939    0.0000     0.0000
P04              1.7555           0.0367     47.853    0.0000     0.0000
P05             -0.1340           0.0156     -8.594    0.0000     0.0000
P06             -2.1090           0.0234    -90.170    0.0000     0.0000
P07             -0.8878           0.0139    -63.906    0.0000     0.0000
P08              0.5531           0.0129     42.802    0.0000     0.0000
P09              0.2178           0.0149     14.643    0.0000     0.0000
P10              0.0127           0.0051      2.511    0.0060     0.0000
P11              0.0986           0.0161      6.142    0.0000     0.0000
P12             -0.5394           0.0535    -10.087    0.0000     0.0000
P13             -0.1854           0.0404     -4.584    0.0000     0.0000
P14              0.3730           0.0085     43.733    0.0000     0.0000
P15              3.5634           0.0911     39.111    0.0000     0.0000
P16              0.3401           0.0095     35.878    0.0000     0.0000
P17              0.9183           0.0317     29.009    0.0000     0.0000
P18             -1.2110           0.0397    -30.519    0.0000     0.0000
P19             -1.6316           0.0508    -32.120    0.0000     0.0000
P20              0.0983           0.0057     17.228    0.0000     0.0000

Correlation matrix of the parameters
  1.000  0.061 -0.187 -0.241 -0.069  0.021  0.011 -0.004  0.054
-0.012 -0.086 -0.040  0.007  0.152 -0.172 -0.359 -0.637  0.020
-0.030  0.296
  0.061  1.000 -0.522 -0.330 -0.416 -0.007 -0.015  0.019  0.096
  0.102 -0.014 -0.045 -0.003 -0.505  0.550  0.150 -0.372 -0.097
-0.089 -0.078
-0.187 -0.522  1.000  0.339  0.031  0.001  0.008 -0.010 -0.057
  0.036  0.019 -0.028 -0.011 -0.079 -0.203 -0.050  0.029  0.063
-0.419  0.109
-0.241 -0.330  0.339  1.000  0.353  0.011  0.013 -0.012 -0.097
-0.039  0.016  0.234  0.002 -0.083 -0.366 -0.357  0.473  0.133
-0.228  0.277
-0.069 -0.416  0.031  0.353  1.000 -0.004  0.000 -0.004 -0.144
-0.093  0.127  0.039 -0.019  0.206 -0.825 -0.424  0.494  0.149
  0.309  0.353
  0.021 -0.007  0.001  0.011 -0.004  1.000  0.488  0.106  0.002
  0.007 -0.193  0.005  0.041 -0.002  0.003 -0.008 -0.014  0.226
  0.007  0.018
  0.011 -0.015  0.008  0.013  0.000  0.488  1.000  0.132  0.043
-0.024 -0.147  0.005  0.041  0.002 -0.002 -0.005 -0.006  0.201
  0.001  0.011
-0.004  0.019 -0.010 -0.012 -0.004  0.106  0.132  1.000 -0.048
  0.032  0.087 -0.004 -0.025 -0.007  0.006  0.004 -0.001  0.100
-0.001 -0.006
  0.054  0.096 -0.057 -0.097 -0.144  0.002  0.043 -0.048  1.000
  0.215 -0.758 -0.023  0.252 -0.054  0.166  0.080 -0.118 -0.794
  0.025 -0.037
-0.012  0.102  0.036 -0.039 -0.093  0.007 -0.024  0.032  0.215

```

TAB. 11. Résultat des estimations par Gauss pour la region USA (suite)

out_asie.txt								
1.000	-0.029	-0.019	-0.126	-0.093	0.111	0.051	-0.059	-0.564
-0.061	-0.020							
-0.086	-0.014	0.019	0.016	0.127	-0.193	-0.147	0.087	-0.758
-0.029	1.000	-0.014	-0.118	0.012	-0.126	-0.032	0.106	0.370
-0.009	-0.018							
-0.040	-0.045	-0.028	0.234	0.039	0.005	0.005	-0.004	-0.023
-0.019	-0.014	1.000	0.085	-0.126	-0.026	-0.153	0.140	0.042
-0.140	0.184							
0.007	-0.003	-0.011	0.002	-0.019	0.041	0.041	-0.025	0.252
-0.126	-0.118	0.085	1.000	-0.004	0.019	0.000	-0.006	-0.231
0.007	0.013							
0.152	-0.505	-0.079	-0.083	0.206	-0.002	0.002	-0.007	-0.054
-0.093	0.012	-0.126	-0.004	1.000	-0.412	-0.297	0.002	0.033
0.308	-0.068							
-0.172	0.550	-0.203	-0.366	-0.825	0.003	-0.002	0.006	0.166
0.111	-0.126	-0.026	0.019	-0.412	1.000	0.552	-0.208	-0.183
-0.182	-0.401							
-0.359	0.150	-0.050	-0.357	-0.424	-0.008	-0.005	0.004	0.080
0.051	-0.032	-0.153	0.000	-0.297	0.552	1.000	-0.071	-0.126
0.129	-0.310							
-0.637	-0.372	0.029	0.473	0.494	-0.014	-0.006	-0.001	-0.118
-0.059	0.106	0.140	-0.006	0.002	-0.208	-0.071	1.000	0.067
0.149	-0.112							
0.020	-0.097	0.063	0.133	0.149	0.226	0.201	0.100	-0.794
-0.564	0.370	0.042	-0.231	0.033	-0.183	-0.126	0.067	1.000
-0.031	0.101							
-0.030	-0.089	-0.419	-0.228	0.309	0.007	0.001	-0.001	0.025
-0.061	-0.009	-0.140	0.007	0.308	-0.182	0.129	0.149	-0.031
1.000	0.304							
0.296	-0.078	0.109	0.277	0.353	0.018	0.011	-0.006	-0.037
-0.020	-0.018	0.184	0.013	-0.068	-0.401	-0.310	-0.112	0.101
0.304	1.000							
Number of iterations 69								
Minutes to convergence 21.31225								

TAB. 12. Résultat des estimations par Gauss pour la region Europe-Asie

```

                                out_autre
=====
MAXLIK Version 4.0.24                                11/04/2010 11:19 am
=====
                                Data Set:  new1
-----

return code =      0
normal convergence

Mean log-likelihood      -3.93678
Number of cases      4136

Covariance matrix of the parameters computed by the following method:
Inverse of computed Hessian

Parameters      Estimates      Std. err.      Est./s.e.      Prob.      Gradient
-----
P01              2.9140           0.0480       60.768      0.0000      0.0000
P02             -0.0604           0.0226       -2.679      0.0037      0.0000
P03             -0.7254           0.0411      -17.647      0.0000      0.0000
P04              1.6291           0.0696       23.420      0.0000      0.0000
P05             -0.1307           0.0354       -3.696      0.0001      0.0000
P06             -2.2806           0.0571      -39.905      0.0000      0.0000
P07             -0.9037           0.0293      -30.831      0.0000      0.0000
P08              0.7795           0.0298       26.137      0.0000      0.0000
P09              0.0568           0.0304        1.868      0.0309      0.0000
P10              0.0897           0.0116        7.727      0.0000      0.0000
P11              0.2615           0.0364        7.190      0.0000      0.0000
P12             -0.1169           0.1022       -1.144      0.1263      0.0000
P13             -0.4553           0.0790       -5.765      0.0000      0.0000
P14              0.4622           0.0237       19.511      0.0000      0.0000
P15              3.2312           0.1534       21.064      0.0000      0.0000
P16              0.3644           0.0190       19.220      0.0000      0.0000
P17              0.9876           0.0618       15.980      0.0000      0.0000
P18             -1.0485           0.0833      -12.587      0.0000      0.0000
P19             -1.5255           0.1064      -14.340      0.0000      0.0000
P20              0.0810           0.0093        8.714      0.0000      0.0000

Correlation matrix of the parameters
  1.000 -0.128 -0.113 -0.361 -0.089 -0.064 -0.057  0.045 -0.127
-0.058  0.100  0.026  0.008  0.396 -0.314 -0.465 -0.734  0.123
-0.126  0.187
-0.128  1.000 -0.260  0.278 -0.039  0.114  0.075 -0.036  0.097
-0.010 -0.148  0.032  0.010 -0.555  0.109  0.170 -0.017  0.151
-0.357 -0.076
-0.113 -0.260  1.000  0.076 -0.140 -0.030 -0.020  0.015 -0.031
  0.167  0.050 -0.168 -0.058 -0.144 -0.027  0.103 -0.161  0.007
-0.310 -0.032
-0.361  0.278  0.076  1.000  0.332  0.171  0.127 -0.092 -0.029
  0.002 -0.153  0.196  0.031 -0.628 -0.072  0.012  0.487  0.301
-0.307  0.128
-0.089 -0.039 -0.140  0.332  1.000 -0.063 -0.049  0.028 -0.347
-0.075  0.396  0.155  0.006 -0.147 -0.800 -0.182  0.334  0.287
  0.136  0.351
-0.064  0.114 -0.030  0.171 -0.063  1.000  0.510 -0.022  0.195
-0.047 -0.440  0.039  0.072 -0.154  0.144  0.057  0.055  0.225
-0.067 -0.018
-0.057  0.075 -0.020  0.127 -0.049  0.510  1.000  0.032  0.204
-0.080 -0.363  0.027  0.069 -0.111  0.113  0.046  0.048  0.205
-0.055 -0.029
  0.045 -0.036  0.015 -0.092  0.028 -0.022  0.032  1.000 -0.177
  0.078  0.269 -0.021 -0.061  0.070 -0.077 -0.033 -0.041  0.078
  0.028  0.016
-0.127  0.097 -0.031 -0.029 -0.347  0.195  0.204 -0.177  1.000
  0.176 -0.736 -0.080  0.168 -0.088  0.446  0.220  0.004 -0.659
  0.005 -0.220
-0.058 -0.010  0.167  0.002 -0.075 -0.047 -0.080  0.078  0.176

```

TAB. 13. Résultat des estimations par Gauss pour la region Europe-Asie (suite)

				out_autre				
1.000	-0.001	-0.061	-0.084	-0.058	0.094	0.109	0.003	-0.539
-0.047	-0.052							
0.100	-0.148	0.050	-0.153	0.396	-0.440	-0.363	0.269	-0.736
-0.001	1.000	-0.018	-0.057	0.172	-0.521	-0.167	-0.021	0.141
0.110	0.148							
0.026	0.032	-0.168	0.196	0.155	0.039	0.027	-0.021	-0.080
-0.061	-0.018	1.000	0.217	-0.170	-0.085	-0.111	0.086	0.163
-0.177	0.174							
0.008	0.010	-0.058	0.031	0.006	0.072	0.069	-0.061	0.168
-0.084	-0.057	0.217	1.000	-0.025	0.014	-0.017	0.009	-0.164
0.000	0.048							
0.396	-0.555	-0.144	-0.628	-0.147	-0.154	-0.111	0.070	-0.088
-0.058	0.172	-0.170	-0.025	1.000	-0.160	-0.510	-0.386	-0.188
0.372	-0.026							
-0.314	0.109	-0.027	-0.072	-0.800	0.144	0.113	-0.077	0.446
0.094	-0.521	-0.085	0.014	-0.160	1.000	0.450	0.130	-0.318
-0.024	-0.370							
-0.465	0.170	0.103	0.012	-0.182	0.057	0.046	-0.033	0.220
0.109	-0.167	-0.111	-0.017	-0.510	0.450	1.000	0.185	-0.184
0.143	-0.049							
-0.734	-0.017	-0.161	0.487	0.334	0.055	0.048	-0.041	0.004
0.003	-0.021	0.086	0.009	-0.386	0.130	0.185	1.000	-0.013
0.142	-0.121							
0.123	0.151	0.007	0.301	0.287	0.225	0.205	0.078	-0.659
-0.539	0.141	0.163	-0.164	-0.188	-0.318	-0.184	-0.013	1.000
-0.200	0.231							
-0.126	-0.357	-0.310	-0.307	0.136	-0.067	-0.055	0.028	0.005
-0.047	0.110	-0.177	0.000	0.372	-0.024	0.143	0.142	-0.200
1.000	0.395							
0.187	-0.076	-0.032	0.128	0.351	-0.018	-0.029	0.016	-0.220
-0.052	0.148	0.174	0.048	-0.026	-0.370	-0.049	-0.121	0.231
0.395	1.000							

Number of iterations 72
 Minutes to convergence 7.44427