L'approche multi-physique pour l'ingénierie de l'hélicoptère

1.1 Problématiques générales soulevées par le développement d'un hélicoptère

La société *Airbus Helicopters* développe et industrialise des hélicoptères depuis le début du XXème siècle. Elle a su acquérir l'expertise scientifique, technique, et industrielle qui en fait un acteur majeur du secteur au niveau international. Avec plus de vingt modèles à son catalogue, elle continue de développer sa gamme avec le nouvel H160 (ou X4). Elle cherche aussi à étendre le champ d'application de ses produits, ce qui passe par des prototypes innovants comme le X3, premier aéronef de type gyrodyne à atteindre une vitesse d'avance de près de 500 km/h.

Cependant, les freins à ces développements restent nombreux. En effet, les comportements qui régissent un hélicoptère sont complexes, très souvent non linéaires. De plus, sa structure se compose de nombreux organes, conférant à ce système une grande dimension. Les liens d'interaction entre ces organes sont nombreux, difficiles à identifier, qualifier, quantifier et représenter. Enfin, notons que nombre des organes présents sur un hélicoptère ont pour finalité de maîtriser, souvent localement, un comportement spécifique. Alors, s'ajoute à la difficulté d'explicitation des phénomènes physiques, un obstacle de représentation et d'analyse des solutions technologiques utilisées pour maîtriser ces comportements dans un système de grande dimension.

La spécificité d'un aéronef à voilure tournante réside dans la présence d'un (ou plusieurs) rotor(s) de forte inertie et tournant à grande vitesse. Ses pales, fixées au mât par liaison élastique, transmettent la puissance nécessaire à la portance, mais aussi interagissent avec la structure porteuse. Ces interactions engendrent de nombreux phénomènes vibratoires conduisant à des instabilités. Les plus connus d'entre eux sont la «*Résonance Air* » et la «*Résonance Sol* » [4]. Le pilote non plus n'est pas isolé de certains couplages mécaniques. Ces couplages sont regroupés sous l'appelation «*Rotorcraft Pilot Couplings* » [5], [6]. On comprend alors la criticité de la nécessaire qualité de l'interaction pilote-machine, à travers les manches de pilotage comme via les effets dynamiques du vol.

Afin de cibler les freins à la modélisation et à la maîtrise de ces comportements, la fondation d'entreprises Airbus Group a mis en place, en partenariat avec l'équipe INSM du laboratoire LSIS et les écoles d'ingénieurs Arts et Métiers ParisTech et Centrale-Marseille, la chaire industrielle intitulée « Dynamique des systèmes mécaniques complexes », qui vise à la modélisation et l'amélioration des comportements de ce type de système. Dans ce cadre, deux thèses ont été soutenues [7] et [8], une troisième prévue pour fin 2015. Ces travaux s'articulent selon l'axe de recherche *Maîtrise des phénomènes multi-physiques couplés* de l'équipe INSM.

Afin de répondre au besoin de description des interactions entre les organes constitutifs d'un hélicoptère, les premiers travaux ont visé à proposer une décomposition structurelle d'un aéronef à voilure tournante, et de la représenter à l'aide d'un outil adapté. Tout d'abord, notons que comme tout aéronef, son vol est permis grâce à l'interaction entre une voilure mécanique et des efforts aérodynamiques (voir fig. 1-1). La puissance nécessaire à générer ces efforts aérodynamiques est obtenue par combustion d'hydrocarbures. Enfin, pour maîtriser cette puissance, de nombreux organes actifs (électriques ou hydrauliques) sont présents. Force est de constater que cette grande diversité de domaines de la physique impose des expertises métiers complémentaires.



fig. 1-1 – Représentation organique à grande échelle [7]

A partir de la représentation proposée fig. 1-1, il faut noter que les organes sont liés par de nombreuses interactions dont la plupart se traduisent à travers un échange de puissance entre ceux-ci. *A fortiori*, les interactions homme-machine se traduisent elles aussi par des échanges de puissance mais ces puissances appartiennent à des domaines physiques différents. Aussi, le paradigme de modélisation multi-physique a semblé le plus adapté à ce type de problème. Toutefois, cette représentation macroscopique n'est pas suffisamment détaillée pour atteindre la finesse d'analyse nécessaire. D'autre part, une représentation détaillée et exhaustive serait d'une dimension trop importante pour permettre une analyse aisée. Donc, l'outil de modélisation utilisé doit permettre des représentations à échelles différentes. Il sera alors qualifié de multi-échelle [**8**].

Au-delà de sa capacité à décrire le système, l'outil de modélisation doit aussi permettre les activités nécessaires à l'ingénierie, notamment la conception et la vérification, que ce soit au niveau structurel ou au niveau comportemental. Il doit posséder les qualités nécessaires à l'analyse structurelle et permettre le dimensionnement. Si la complexité (structurelle, comportementale) est un obstacle à ces activités, l'outil de modélisation doit permettre l'explicitation des complexités. Le paradigme énergétique (§1.2) est une approche de modélisation multi-physique qui permet cette explicitation. L'outil de modélisation doit aussi pouvoir simuler le comportement du système. Cette capacité passe par un outil logiciel : le modèle doit pouvoir être supporté et simulé informatiquement sans altérer les lois de comportement. Enfin, afin de pouvoir s'intégrer dans une démarche industrielle de conception, l'outil de modélisation doit permettre l'évolution et la réutilisation du modèle. Il doit posséder une qualité de modularité.

Afin de répondre à ces exigences de moyens méthodologiques, le paradigme de modélisation énergétique, et les différents outils logiciels qui lui sont associés, apparaît le plus adapté. Les fondamentaux de cette approche sont développés §1.2.1, une illustration est présentée §1.2.3. Il présente aussi l'intérêt d'être le support méthodologique de synthèse de commande (voir §1.2.4).

1.2 La modélisation multi-physique pour une approche modulaire

1.2.1 Modélisation multi-physique : le paradigme énergétique

De par la nature de ses organes et de ses interactions avec l'environnement, un hélicoptère fait appel à des équations de comportement issues de différents domaines de la physique. Il fait partie des systèmes pluri-technologiques (mécanique, électrique, hydraulique, etc.).

Il existe de nombreux formalismes qui permettent de modéliser les comportements dans différents domaines de la physique. Ils ne seront pas explicités ici, car la bibliographie dédiée est riche [9], [10], [11], [12], [13]. Néanmoins ils reposent tous sur certains principes fondateurs. Après avoir posé ces principes de la modélisation des comportements à travers le paradigme énergétique (\$1.2.1), nous exposerons comment ce formalisme peut être mis sous forme de représentation graphique structurée (\$1.2.2). Puis, nous illustrerons la méthodologie appliquée à deux cas d'étude et à travers deux outils de représentation graphique : la dynamique du vol dans le cas de la *Résonance Air* (\$1.2.3) et la synthèse des lois de commande des organes de la chaîne de commande de vol (\$1.2.4).

Une grandeur est commune aux différents domaines de la physique (fig. 1-2) : l'énergie (une même unité, le joule J). Cette notion, introduite sous une autre appellation par Lagrange permet d'obtenir les équations du comportement par une approche variationnelle. Ses travaux sont repris par Hamilton (début XIX^e) qui proposa une expression plus décomposée du comportement, mais surtout introduit la définition de l'énergie totale d'un système mécanique. Joule (1843) propose la première extension de l'énergie à un autre domaine de la physique : l'énergie calorifique. Planck (1887) généralisa le concept à tous les domaines de la physique, et par cela posa les bases de la mécanique quantique.



fig. 1-2 – Les domaines de la physique [14]

Il aura donc fallu attendre le XIX^{ème} siècle pour que le principe de conservation de l'énergie soit envisagé dans tous les domaines de la physique. Ce principe dit : « tout ensemble ou système isolé a une quantité d'énergie H qui se conserve ». Au sein du système, cette énergie n'est pas forcément figée. Elle peut évoluer d'un lieu à un autre. Mais, globalement, elle est constante.

Système Σ H = cst.

fig. 1-3 – Système isolé

Si l'on considère deux sous-ensembles (Σ_1 et Σ_2), une énergie peut être transmise de l'un à l'autre (en un point, à travers une surface, etc.). Le transfert (ou flux) d'énergie par unité de temps est défini par la puissance *P* : (unité : le watt W).



fig. 1-4 – Transfert de puissance

Dans ce cas, *P* sera définie positive pour Σ_2 : puissance entrante; et négative pour Σ_1 : puissance sortante. Sous l'effet de ce transfert d'énergie, les propriétés de Σ_1 et de Σ_2 sont modifiées. L'énergie peut alors être définie au sens physique comme quantifiant la capacité de Σ_1 à modifier Σ_2 . Notons qu'un système non isolé échange donc de l'énergie avec son environnement. Elle suit la loi :



On utilise aussi l'expression : « dissipation d'énergie ». L'énergie ne disparaît pas ainsi. A travers cette expression, on précise qu'une quantité de l'énergie disponible est transformée sous forme de chaleur (d'énergie calorifique). Dans de très nombreuses applications, cette chaleur n'est pas exploitable. Elle est donc « perdue », évacuée pour éviter d'endommager certains composants. Finalement, l'énergie peut être stockée dans un organe, transmise d'un organe à un autre, dissipée au sein d'un organe. Ce qui suit est donc vrai pour tous les domaines physiques.

Au-delà du sens physique qu'il est possible d'attribuer à la notion d'énergie, cette dernière doit être mathématiquement définie. Nous allons préciser cette définition dans le cadre de comportements élémentaires (simplistes), puis généraliser cette définition aux cas plus compliqués. Pour mettre en évidence un comportement élémentaire, nous partons d'une équation différentielle d'ordre 1 linéaire (à coefficient constant).

Supposons une loi de comportement élémentaire (relation constitutive) entre deux grandeurs u(t) et y(t) d'un composant décrivant y(t) comme étant proportionnelle à l'intégrale première de u(t).

Définition 1-1 : Comportement élémentaire de type intégral

$$b \cdot \frac{d y(t)}{dt} = u(t) \tag{1-2}$$

Introduisons une nouvelle grandeur x(t), appelée variable d'état énergétique, telle que :

$$\frac{dx}{dt} = b \cdot \frac{d y(t)}{dt} = u(t)$$
⁽¹⁻³⁾

Alors :

$$x(t) = \int_0^t u(t)dt + x(0)$$
(1-4)

où $x(0) = x_0$ est la condition initiale sur x.

Pour la suite, nous considèrerons cette condition initiale nulle (état énergétique nul à l'instant initial). Les démonstrations restent vraies en cas de condition initiale non nulle.

Le comportement s'écrit sous la forme intégrale (relation constitutive du comportement) :

$$y(t) = \frac{1}{b} \int u(t) dt = \frac{1}{b} x(t)$$
 (1-5)

L'énergie peut alors être introduite.

Définition 1-2 : L'énergie associée à un comportement élémentaire de type intégral est définie par une fonctionnelle H(x) de classe C^2 , si elle existe, telle que :

$$y(t) = \frac{dH}{dx} \tag{1-6}$$

H(x(t)) est appelée l'énergie stockée dans le composant.

On démontre alors :

$$dH = y(t)dx \tag{1-7}$$

$$H = \int y(t)dx = \int \frac{1}{b}x(t)dx = \frac{1}{2}\frac{x^{2}(t)}{b}$$
 (1-8)

Le comportement du composant est alors régi par les équations (1-9) :

$$\begin{cases} x(t) = \int u(t)dt \\ H(x) = \frac{1}{2} \frac{x^2(t)}{b} \\ y(t) = \frac{dH}{dx} \end{cases}$$
(1-9)

Ou plus simplement, sans faire apparaître l'expression de l'énergie :

$$\begin{cases} x(t) = \int u(t)dt \\ y(t) = \frac{x(t)}{b} \end{cases}$$
(1-10)

C'est sous l'une des trois formes (1-2), (1-9) ou (1-10) que les équations d'un comportement élémentaire de type stockage d'énergie seront renseignées dans les outils de modélisation multiphysique. Si les démonstrations se sont limitées au cas linéaire (b constant), elles peuvent tout à fait être développées au cas non linéaire où b(x) dépend de l'état x, l'équation (1-8) devant tenir compte de l'expression de b(x).

Ces expressions du comportement sont exprimées sous forme explicite, autrement dit causale. Il est aussi possible de les exprimer sous forme implicite ou acausale. En effet, l'expression explicite ou implicite du comportement conditionne d'une part la modularité du modèle, et d'autre part l'algorithme de simulation du comportement. Le principe de la causalité physique stipule qu'un effet ne peut précéder la cause qui l'engendre. L'effet est lié à sa cause par une relation algébrique (instantanée) ou intégrale. On parle de **causalité intégrale**. C'est la forme de l'expression causale du comportement exprimé équation (1-10) : u(t) est la cause, y(t) est l'effet. Ici, le signe *égal* prend le sens d'affectation.

Numériquement, la **causalité intégrale** est calculable. D'autres cas sont envisageables. Un comportement exprimé en **causalité dérivée** correspond alors à l'expression inverse de la précédente : y(t) est la cause, u(t) est l'effet.

$$\begin{cases} x(t) = b. y(t) \\ u(t) = \frac{dx}{dt} \end{cases}$$
(1-11)

Elle trouve son utilité par exemple dans le cas d'une inversion de modèle. Cette démarche peut servir à la définition de commande par anticipation ou pour le dimensionnement. Dans le cas d'une utilisation d'un outil de simulation, formellement la dérivation ne pose aucun problème (outil MapleSim, par exemple). Numériquement, l'erreur de calcul reste bornée. Reste à définir les paramètres de simulation de façon à ce que cette erreur soit raisonnable. En revanche, il peut être utile de rappeler que l'usage d'une dérivée numérique dans une boucle d'asservissement reste à utiliser avec vigilance, à cause du déphasage qu'elle introduit en se rapprochant de la fréquence de repliement de spectre.

Pour ne pas contraindre le comportement trop tôt dans la démarche de modélisation en spécifiant une cause et un effet, certains outils de modélisation multi-physique utilisent une description **acausale** du comportement : parmi les deux grandeurs u(t) et y(t), la cause et l'effet ne sont pas précisés *a priori*. Ne sont spécifiées que les relations nécessaires à décrire le comportement. Elles peuvent prendre la forme implicite :

$$\begin{cases} 0 = x(t) - \int u(t)dt \\ 0 = b.y(t) - x(t) \end{cases}$$
(1-12)

1.2.1.2 Energie, puissance et tables d'analogie.

L'expression de ces comportements élémentaires étant identique pour tous les domaines de la physique, il est donc possible de mettre en évidence une analogie entre certaines variables spécifiques au domaine technologique concerné.

Composant		Grandeur	Variable	Expression	(dans le cas d'une causali		
Ĩ		descriptive du	d'énergie :	de l'énergie	intégrale)		
		stockage	_	stockée			
		d'énergie : b	x(t)		Grandeur	Grandeur	
				H [J]	cause : $u(t)$	effet : $y(t)$	
Mécanique	Ressort	Compliance : C	Allongement	$1 q(t)^2$	Vitesse de	Effort du	
		[m/N]	q(t) [m]	2 <i>C</i>	déplacement	ressort	
					<i>V</i> (<i>t</i>) [m/s]	F(t) [N]	
		Masse	Quantité de	$1 p(t)^2$	Effort	Vitesse	
	Inertie	inertielle : m	mouvement	$\frac{1}{2}$ m	extérieur	inertielle	
		[kg]	p(t) [kg·	2 110	F(t) [N]	<i>V</i> (<i>t</i>) [m/s]	
			m/s]				
ectrique		Inductance : L	Flux	$1\phi(t)^2$	Tension	Courant	
	Bobine	[H]	magnétique	$\frac{1}{2}L$	v(t) [V]	<i>i</i> (<i>t</i>) [A]	
			ϕ [Wb]				
		Capacité	Charge q [C]	$1 q(t)^2$	Courant	Tension	
El	Condensateur	électrique : C		$\frac{1}{2}$ C	<i>i</i> (<i>t</i>) [A]	v(t) [V]	
		[F]					
Etc.			1		1		

tab. 1-1 – Analogie sur l'énergie

On remarque que pour chaque domaine de la physique, deux types de stockage sont définis. L'appellation générale pour ceux-ci est respectivement stockage capacitif et stockage inertiel. Un stockage d'énergie peut accumuler la puissance qu'il reçoit (stockage d'énergie) ou la restituer (déstockage d'énergie).

Définition 1-3 : La puissance P(t) échangée par le composant est la variation de son énergie par rapport au temps.

$$P(t) = \frac{dH}{dt}$$

$$P(t) = \frac{dH(x(t))}{dt} = \frac{dH}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = y(t) \cdot u(t)$$
(1-13)

La puissance instantanée est donc directement exprimée par le produit des grandeurs en interaction. Si elle est positive, H(x) augmente avec le temps. P(t) est l'énergie par unité de temps entrante dans le composant.

S'il a été abordé le cas d'une loi de comportement liant u(t) et y(t) de type différentiel, il est aussi nécessaire d'expliciter le comportement énergétique dans le cas d'une équation algébrique :

Définition 1-4 : Un comportement élémentaire de type algébrique s'écrit :

y(t) = c.u(t) (1-14)

Où *c* est une constante et u(t) et y(t) sont deux grandeurs d'un composant, paramétrées avec cohérence (même orientation). Le produit $D(t) = y(t) \cdot u(t) = c \cdot u^2(t)$ est homogène à une puissance. Autrement dit, D(t) est la puissance traversant la frontière définissant le composant.

Cette puissance n'est pas stockée au sein du composant, puisque nous ne pouvons pas définir d'état énergétique x(t), ni d'énergie H(x). Elle est donc dissipée ou « créée ».

Deux cas sont envisageables :

- $D(t) \ge 0$, la puissance est reçue par le composant, qui ne la stocke pas. Il la dissipe. La puissance disparaît sous forme de chaleur (ce qui peut être décrit comme une élévation de la température). Le comportement est dit **passif** ou **dissipatif**. Forcément, c > 0;
- D(t) < 0, la puissance est sortante du composant. Le composant est une source de puissance. Cela implique une hypothèse sur celui-ci, comme par exemple une pile de capacité infinie. L'introduction de cette typologie de comportement dans un système est qualifiée de source active.

Remarquons que P(t) est le produit de deux grandeurs quel que soit le domaine physique considéré. Voilà le point de départ qui permet de faire des analogies entre les comportements dans les différents domaines. Des tables d'analogie existent donc, mais ne respectent pas la même convention. Les formalismes de modélisation énergétique utilisent l'une de ces conventions. Selon une première convention (tab. 1-2), afin de faciliter les analogies, ces deux grandeurs u(t) et y(t) seront classées selon deux catégories : grandeur de flux f(t) et grandeur d'effort e(t).

Domaine de la physique	Mécanique en translation rectiligne	Mécanique en rotation autour d'un axe fixe	Electrique	Hydraulique	Chimique	Etc.
Variable de flux $f(t)$	Vitesse : V(t) [m/s]	Vitesse angulaire : $\omega(t)$ [rad/s]	Courant : $i(t)$ [A]	Débit volumique : Q(t) $[m^3/s]$	Flux molaire <i>n</i> [mol/s]	
Variable d'effort $e(t)$	Force : <i>F</i> (<i>t</i>) [N]	Couple : $C(t)$ [N·m]	Tension : $v(t)$ [V]	Pression : $p(t) [N/m^2]$	Potentiel chimique μ [J/mol]	
Expression de la puissance [W]	F.V	<i>C.ω</i>	v.i	p.Q	μ. 'n	

tab. 1-2 – Analogie flux-effort

Cette classification présente l'intérêt de refléter une convention physique : dans les différents domaines de la physique, parmi les deux stockages d'énergie possibles, l'un est dit potentiel, l'autre est dit cinétique. L'énergie est dénommée potentielle lorsqu'elle ne dépend que de la configuration et de l'état physique et chimique du système. L'énergie est dénommée cinétique lorsqu'elle ne dépend que des mouvements de ses différentes parties. Dans les différents domaines de la physique, la grandeur « effet » sortante d'un stockage d'énergie potentielle est définie comme la variable d'effort.

La deuxième convention généralement utilisée est héritée des notations électriques (tab. 1-3) : la puissance aux bornes d'un composant électrique s'écrit $P_e(t) = v(t).i(t)$.



fig. 1-6 – Circuit électrique

- *i*(*t*) traverse le composant. Elle se mesure en un point (en série avec le composant). Elle sera appelée variable **traversante**, ou *Through* en anglais ;
- v(t) est définie comme une différence de potentiel aux bornes du composant. Elle se mesure entre 2 points (en parallèle avec le composant). Elle sera appelée variable **encadrante**, ou *Across* en anglais.



Domaine du	Mécanique	Mécanique	Electriqu	Hydraulique	Etc.
	en translation rectiligne	en rotation autour d'un axe fixe	C		
Variable encadrante	Vitesse : V(t) [m/s]	Vitesse angulaire : $\omega(t)$ [rad/s]	Tension : $v(t)$ [V]	Pression : $p(t)$ [N/m ²]	
Variable traversante	Force : <i>F</i> (<i>t</i>) [N]	Couple : $C(t)$ [N · m]	Courant : <i>i</i> (<i>t</i>) [A]	Débit volumique : $Q(t) [m^3/s]$	

tab. 1-3 – Analogie traversante-encadrante

Les différents formalismes et outils de représentations utiliseront l'une ou l'autre des tables d'analogies. Par exemple, la représentation bond graph utilise la convention *effort-flux* (tab. 1-2). Le langage Modelica utilise, lui, la convention *encadrante-traversante* (tab. 1-3). Cette distinction de convention aura une conséquence sur l'usage de l'outil de représentation utilisé. Mais, notons que l'approche multi-physique reste identique dans les deux cas.

1.2.1.3 Comportements non élémentaires : formalisme hamiltonien à ports

A ce stade, nous avons défini deux équations de comportements élémentaires : relation algébrique ou intégrale entre les grandeurs u(t) et y(t) indépendante des variables d'espace. Si le système considéré est en interaction avec l'extérieur, selon les hypothèses, il sera en interaction en un point, à travers une surface ou sur tout un volume. Nous nous limitons au cas d'interactions colocalisées en un ou plusieurs points. Le cas de lois de comportement sur une surface ou un volume faisant apparaître des équations aux dérivées partielles par rapport aux variables d'espace ne sera pas abordé. Les comportements seront aussi limités à des modèles à paramètres localisés. Le cas de la modélisation multi-physique répartie sur des volumes ou à travers des surfaces n'est pas développé dans ce présent mémoire.

Définition 1-5 : *Port : Représentation ponctuelle d'un lieu physique d'interaction entre une grandeur notée* u(t) *et une autre grandeur notée* y(t)*. Il est situé à la frontière d'un ensemble isolé.*

Le couple $\{u, y\}$ forme les grandeurs en interaction au port, $\{u\}$ étant le vecteur des variables d'action et $\{y\}$ étant le vecteur des variables de réaction. Le produit scalaire $\{y\}^T \cdot \{u\}$ représente la puissance échangée au port.

Les équations issues des principaux fondamentaux de la physique régissant les comportements ne sont que rarement élémentaires. Le modèle associé présentera un niveau de complication supérieur et sera décrit par une équation différentielle d'ordre supérieur ou égal à 1, à coefficients variants ou constants. Si ce type de modèle est tout à fait acceptable pour être simulé numériquement, l'analyse du comportement n'est pas immédiate car le contenu de l'expression mathématique du comportement n'est pas explicite.

Afin de dégager une expression au contenu plus explicite, il est tout à fait possible de retranscrire un comportement compliqué en une composition de comportements élémentaires dans une démarche de modélisation [15]. Dans le cas d'une équation différentielle à coefficients constants, cette décomposition peut prendre la forme d'une représentation d'état à matrice compagne. Notons que cette représentation ne respecte pas forcément le paradigme énergétique. Le formalisme adapté à cette expression mathématique du comportement d'un ensemble isolé porte le nom de *formalisme hamiltonien à ports*.

Comme précédemment, la démarche de modélisation s'appuie sur l'expression de l'énergie totale contenue dans l'ensemble isolé, qui peut comprendre plus d'un stockage. Si cet ensemble isolé ne fait pas apparaître de dissipation, l'énergie totale stockée dans l'organe est constante (avec *H* explicitement indépendant du temps $\left(\frac{\partial H}{\partial t} = 0\right)$).

Afin d'exprimer *H*, nous définissons $\{x_g\}$ le vecteur d'état généralisé associé au système étudié, et dont les variables sont judicieusement choisies parmi les variables d'énergie du tab. 1-1. $H(\{x_g\})$ est de classe C². $\{x_g\} = \{q_g, p_g\}$ est formé des variables d'état énergétique associées respectivement à des stockages d'énergie inertielle et potentielle d'un mécanisme et est de dimension 2n.

Les équations canoniques de Hamilton, initialement obtenues par approche variationnelle sur le lagrangien d'un mécanisme [16], prennent la forme de l'équation (1-15) :

Définition 1-6 : Equations canoniques de Hamilton :

$$\{ \dot{x_g} \} = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{bmatrix} \nabla H(\{ x_g \})$$
 (1-15)

Propriété 1-1 : La matrice hessienne de $H\{x_a\}$ (ou $J_{\nabla H}$) est symétrique

Preuve : Le théorème de Schwarz rappelle : si H(x) est C^2 , pour i $\neq j$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial H}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial H}{\partial x_j} \right)$$
(1-16)

Cette propriété s'illustre par exemple dans le cas de la matrice d'inductance d'un moteur synchrone à aimant permanent (stockage d'énergie magnétique), ou pour la matrice d'inertie d'un corps (stockage d'énergie cinétique).

Propriété 1-2 : *Dans le cas d'un comportement linéaire :* $J_{\nabla H} = [Q] = cst$, *et :*

$$H = \frac{1}{2} \{ x_g \}^T . [Q] . \{ x_g \}$$
(1-17)

[Q] est la matrice jacobienne des équations constitutives du comportement.

Preuve : si le comportement est linéaire, d'après (1-15) :

$$\nabla H(\{x_g\}) = [Q] \cdot \{x_g\}$$

Propriété 1-3 : Le système est conservatif si : $\frac{dH}{dt} = 0$

Preuve :

$$\frac{dH}{dt} = \left\{ \frac{\partial H}{\partial x_g} \right\}^T \cdot \left\{ \frac{dx_g}{dt} \right\} = \nabla H^T \cdot \dot{x_g}$$

$$\frac{dH}{dt} = \nabla H^T \begin{bmatrix} 0 & Id \\ -Id & 0 \end{bmatrix} \nabla H = 0$$
(1-18)

Lors du paramétrage du mécanisme, ou pour un système autre que mécanique, les coordonnées mises en place ne correspondent pas forcément aux coordonnées généralisées. Il est alors plus aisé d'utiliser les coordonnées locales. Le vecteur d'état s'écrit alors $\{x\}$. Les équations de Hamilton deviennent alors :

Définition 1-7 : Formalisme hamiltonien associé à un système conservatif isolé :

$$\{\dot{x}\} = [J(x)] \cdot \nabla H(\{x\})$$
(1-19)

Où [J(x)] est la matrice de structure énergétique de l'ensemble isolé. Elle décrit les échanges d'énergie possibles entre les différents stockages. La structure est dite conservative.

Propriété 1-4 : [J(x)] *est une matrice anti-symétrique*

Preuve : Cf [16], chapitre 6, p. 143

Définition 1-8 : Formalisme hamiltonien associé à un système non isolé, dont la structure est conservative et affine par rapport aux excitations $\{u\}$:

$$\{\dot{x}\} = [J(x)] \cdot \nabla H(\{x\}) + [g(\{x\})] \cdot \{u\}$$
(1-20)

où [g] est la matrice reliant les actions $\{u\}$ aux stockages d'énergie.

Propriété 1-5 : Les réactions aux ports s'expriment par la relation :

$$\{y\} = [g(x)]^T \cdot \nabla H(\{x\})$$
(1-21)

Preuve : La structure étant conservative ([J(x)] anti-sumétrique) :

$$\frac{dH}{dt} = \{y\}^T \cdot \{u\}$$
(1-22)

Or :

$$\frac{dH}{dt} = \nabla H^T \cdot \{\dot{x}\} = \nabla H^T ([J(x)] \cdot \nabla H + [g(x)], \{u\})$$

$$= \underbrace{\nabla H^T [J(x)] \nabla H (x_g)}_{=0} + \nabla H^T ([g(x)], \{u\}) = \{y\}^T \cdot \{u\}$$
(1-23)
Donc : $\nabla H^T [g(x)] = \{y\}^T$

Les systèmes conservatifs sont rares dans notre environnement proche. Dans la majorité des cas, les systèmes physiques sont dits passifs.

Définition 1-9 : *Système passif : un système est passif s'il ne stocke pas plus d'énergie que celle fournie par son environnement, la différence entre les deux étant l'énergie dissipée :*

$$H(x(t)) - H(x(0)) \le \int_0^t \{y\}^T \cdot \{u\} d\tau$$
(1-24)

ou :

$$\dot{H} = \frac{dH}{dt} \le \{y\}^T \cdot \{u\}$$
(1-25)

Introduisons dans l'expression hamiltonienne les comportements non conservatifs à travers une matrice de dissipation [R(x)]:

Définition 1-10 : Formalisme Hamiltonien à ports (ISO PHS)

$$\{\dot{x}\} = [J(x) - R(x)] \cdot \nabla H(x) + [g(x)] \cdot \{u\}$$

$$\{y\} = [g(x)]^T \cdot \nabla H(x)$$

$$(1-26)$$

Propriété 1-6 : Le système est passif si et seulement si [R(x)] est une matrice définie positive. *Preuve :*

$$\frac{dH}{dt} = \nabla H^T \cdot \dot{x} = \nabla H^T ([J(x) - R(x)]\nabla H(x_g) + [g] \cdot \{u\})$$

$$\frac{dH}{dt} = \underbrace{\nabla H^T [J(x)]\nabla H(x_g)}_{=0} - \nabla H^T [R(x)]\nabla H(x_g) + \{y\}^T \cdot \{u\}$$
(1-27)

Donc $\frac{dH}{dt} \leq \{y\}^T \cdot \{u\}$ si et seulement si R(x) est définie positive.

Un comportement physique exprimé dans le formalisme hamiltonien à ports est donc défini *a minima* par l'équation (1-26) et :

- une matrice de structure [J(x)];
- une matrice de dissipation [R(x)];
- une matrice sur les entrées [g(x)];
- un Hamiltonien H(x);

où $x \in X$, coordonnées locales, $\{u\}$ les grandeurs d'action aux ports, $\{y\}$ les grandeurs effet. Si l'introduction du formalisme s'est focalisée sur l'expression d'un comportement linéaire, le formalisme peut être généralisé à un comportement dynamique invariant par rapport au temps et affine par rapport aux entrées et non linéaires par rapport à l'état, c'est-à-dire une représentation d'état de type de l'équation (1-28)).

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t)) \cdot \{u\} \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases}$$
(1-28)

1.2.2 Structure du système et sa représentation graphique

L'approche de modélisation énergétique est donc particulièrement adaptée à la description des comportements physiques des organes. Cependant l'objet d'étude n'est ici pas un simple organe, mais un système. Rappelons une définition de système : ensemble d'éléments en interaction, organisés pour atteindre un ou plusieurs résultats déclarés [17]. Dans la mesure où la connaissance *a priori* du système décrit un tout composé d'organes interagissant à travers des flux de puissances (échangeant de l'énergie), il peut être mis sous la forme d'un réseau d'organes liés par des flux d'énergie. Les liens entre ces organes définissent la structure énergétique du système. La modélisation de ces éléments de connaissance amène au modèle structurel du système. De même, dans une démarche de conception d'un nouveau système, une des premières étapes est la conception de l'architecture du système, c'est-à-dire la définition du réseau d'organes et de sa structure énergétique, et l'émergence du modèle structurel.

Définition 1-11 : *Modèle structurel :* « modèle [...] où l'on ne retient du modèle de comportement que l'existence ou l'absence (1 ou 0) de liens, de contraintes entre les variables de description du système. Il est de nature qualitative, c'est le plus simple, mais aussi le plus pauvre, que l'on puisse élaborer par abstraction des relations du modèle de comportement. » [18]

De par sa nature binaire (existence ou absence de lien), un modèle structurel peut facilement être décrit par un graphe (au sens de la théorie mathématique du même nom). Or, à un graphe est associée une représentation symbolique où les nœuds ou sommets sont reliés par des liens ou arcs. La représentation graphique d'un système découle naturellement de son modèle structurel : les liens physiques sont représentés par des arcs, les organes ou comportements par des nœuds dont le symbole varie selon l'outil. L'association de nombreux composants forme un réseau. Les composants présentent des ports qui sont les points de connexion au réseau. Ces ports modélisent deux grandeurs physiques (flux/effort ou encadrante/traversante selon la convention). Le réseau lie les ports, et indirectement les comportements de chaque composant, indépendamment de toute étude causale. Il peut servir à obtenir le comportement global qui sera l'objet de l'étude. Les représentations graphiques des systèmes sont depuis très longtemps utilisées pour représenter des domaines spécifiques (tel qu'illustré fig. 1-8 et fig. 1-9).



fig. 1-8 – Schéma électrique



fig. 1-9 – Schéma cinématique d'un régulateur de Watt

Un point fondamental distingue les outils de représentation graphique : l'orientation ou la nonorientation des arcs du graphe. Dans le cas où un graphe est orienté, le lien entre deux composants est dit causal. L'information relative à une grandeur physique supportée par le lien est émise par un nœud et reçue par un autre. A un nœud, modélisant un composant ou un comportement, est donc associée une loi de comportement exprimée sous forme explicite ou causale, dans la grande majorité des cas en causalité intégrale. Un exemple d'outil de représentation présentant cette caractéristique est le Graphe Informationnel Causal [19], [20].



fig. 1-10 - Représentation graphique (a) et comportement associé (b) d'un modèle causal

Les deux grandeurs u et y forment l'interaction de l'organe avec le réseau. L'ensemble des organes formant le système peut être représenté par un réseau de comportements causaux (fig. 1-11).



fig. 1-11 – Représentation graphique causale d'un réseau d'une chaîne électro-mécanique

Il existe de nombreux outils de représentation graphique causaux. Le plus répandu d'entre eux est le schéma bloc. On peut aussi citer la Représentation Energétique Macroscopique ou *R.E.M.* [21], [22]. Mais, de par leur nature causale (cheminement orienté d'une information modélisant un phénomène), ils peuvent être utilisés pour modéliser d'autres types de flux que ceux de puissance, notamment des flux de matières ou d'informations. Dans notre cas d'étude, la modélisation de ce dernier type de flux est tout aussi nécessaire que celle d'un flux de puissance. Pour maîtriser des comportements, des capteurs et le traitement des informations délivrées par ceux-ci sont nécessaires. Un outil de représentation causal permet donc la double représentation des phénomènes physiques et de leurs liens, ainsi que des informations, leurs cheminements et leurs traitements.

Dans le cas d'un graphe non orienté représentatif des phénomènes physiques à travers le paradigme énergétique, l'appellation dédiée est la modélisation multi-physique. Il existe de nombreux formalismes et outils logiciels associés. On peut citer *Scilab/Xcos/Coselica*, *Matlab/Simulink/Simscape*, *ImagineLAB/AMESim*, *MapleSim/Modelica*, *Dymola/Modelica*, *20-Sim/Bond-Graph*, *OpenModelica/Modelica*, etc. Ils fonctionnent presque tous sur les mêmes principes de modélisation et d'utilisation. Toutefois, il convient de différencier deux catégories selon la la symbolique utilisée : un symbole (signifiant) peut faire référence à un organe ou un composant appartenant à un domaine technique ou physique ; son comportement, encapsulé dans sa description, n'est utile qu'à la simulation numérique. Dans le deuxième cas, celui du *bond graph*, le signifié est un comportement ; une annotation pourra préciser le composant concerné. L'usage du modèle sera alors différent, ce qui sera détaillé plus loin.

Dans les deux cas, la nature cause et effet du couple d'interaction $\{u, y\}$ reste *a priori* indéterminée. La notation *u* pour la cause et *y* pour l'effet est alors inadaptée. Aussi, nous utiliserons la convention d'analogie *effort-flux* (voir tab. 1-2). Ces deux grandeurs apparaîssant en un même point, elles sont représentées graphiquement en un même port. L'arc ayant pour extrémité ce port contient donc deux informations : le couple $\{e, f\}$. Une (demi-)flèche pourra apparaître pour préciser la convention de signe utilisée (fig. 1-12).



fig. 1-12 - Représentation graphique (a) et comportement associé (b) d'un modèle acausal

(cas du bond graph)

La représentation graphique met donc en évidence une structure énergétique du modèle.



fig. 1-13 – Représentation graphique acausale d'un réseau (a- modelica b- bond graph)



$$\sum_{i=0}^{n} e_i f_i = 0 \text{ (où } i \text{ est l'indice du port)}$$
(1-29)

Propriété 1-8: A un bond graph correspond à une représentation hamiltonienne à ports [24].

Propriété 1-9 : L'interconnexion de deux systèmes hamiltoniens à ports est un système hamiltonien à ports (fig. 1-14 et fig. 1-15). [25], [26], [27]



fig. 1-14 – Interconnexion de systèmes hamiltoniens



fig. 1-15 – Représentation macroscopique de l'interconnexion

Chaque comportement étant modélisable dans le formalisme hamiltonien à ports, le comportement global peut être obtenu par interconnexion des comportements. De façon inverse, il est aussi possible de décomposer un comportement exprimé dans le formalisme hamiltonien à ports en un réseau de comportements élémentaires (stockage d'énergie ou dissipation) reliés par une structure d'énergie. Tout comportement physique, même complexe, peut trouver une représentation graphique mettant en évidence ses comportements élémentaires. C'est le principe du formalisme bond graph [11] qui décompose tout système en comportements élémentaires liés par une structure (fig. 1-13-b) et peut être complété par un formalisme moins détaillé, le bond graph à mot, pour lequel un bloc peut modéliser un comportement non élémentaire. Rappelons que l'extension à certains domaines (cinétique chimique, thermodynamique, etc.) présentent des divergences par rapport aux définitions précédentes. On utilise alors des pseudo bond graph et ou un formalisme pseudo hamiltonien.

1.2.3 Illustration 1 : cas de la dynamique du vol d'hélicoptère - résonance Air

Comme précisé précédemment, un hélicoptère est un système dont les principaux organes sont en interaction physique. Il est donc possible de représenter ce dernier par une approche énergétique. Dans un premier temps, afin de proposer un synoptique global de la structure physique liant les principaux organes, les travaux réalisés dans le cadre de la Chaire [7] ont choisi le formalisme bond gaph à mots (fig. 1-16). Le détail de ce formalisme, non explicité ici, peut être retrouvé dans [11] ou [27]. L'intérêt de ce formalisme est de représenter les principaux organes par des blocs encapsulant leurs constituants et comportements ; les liens d'interaction sont explicitement représentés par un arc entre deux blocs. Le caractère acausal des liens permet une souplesse et une modularité dans l'usage de cet outil. La représentation obtenue est une représentation macroscopique de haut niveau.

Un hélicoptère en phase de vol (fig. 1-16) se caractérise donc par une structure porteuse (fuselage), supportant et interagissant avec un certain nombre d'organes. D'une part, le moteur principal ou turbine transmet sa puissance aux rotors, principal et de queue, par des liens mécaniques (transmission et liaisons). Les interactions aérodynamiques assurent la sustentation

de l'engin. D'autre part, le pilote assure à travers les commandes de vol les modulations d'interactions nécessaires à atteindre les dynamiques et trajectoires souhaitées.



fig. 1-16 – Représentation macroscopique d'un hélicoptère [7]

Afin de compléter cette représentation macroscopique, nous devons détailler le contenu de chaque bloc. Rappelons (fig. 1-17 et fig. 1-18) la structure mécanique du rotor principal d'un hélicoptère, principale difficulté de modélisation, car elle constitue un mécanisme multi-corps complexe.



g. 1-17 – Synoptique de la cinematique d'ur hélicoptère en vol [7]

fig. 1-18 – Détail de l'articulation pale-mât [7]

Il est alors possible de représenter cette structure mécanique en utilisant un formalisme dédié aux problèmes mécaniques : le multi-bond graph [28]. Il est alors proposé une représentation intermédiaire de la structure du rotor principal (fig. 1-19), représentant corps et liaisons. Chaque bloc peut être représenté au plus haut niveau de détail, faisant apparaître une structure de comportements élémentaires symbolisés par trois lettres : I pour un stockage inertiel, C pour un stockage capacitif, et R pour une dissipation d'énergie (fig. III-23 et III-24 dans [7]). La mise en évidence des comportements élémentaires et de leur qualité est un atout essentiel du bond graph, car elle permet d'une part la mise en avant des comportements pour leur analyse, et borne d'autre part la modélisation à des comportements purement physiques. Enfin, elle matérialise les hypothèses de modélisation.



fig. 1-19 – Modèle multi-bond graph de l'hélicoptère [7]

Globalement, le modèle obtenu est acausal et présente trois niveaux de granularité complémentaires et nécessaires à la description de tous les phénomènes. Il peut être utilisé pour analyser ses propriétés [29], vérifier le comportement global à travers une simulation numérique, et/ou améliorer ses performances à travers une reconception. Pour pouvoir mener ces activités, il reste nécessaire de rendre le modèle causal en privilégiant la causalité intégrale pour faciliter la simulation. La procédure SCAP [30], par exemple, permet l'affectation des causalités dans le réseau et pour chaque comportement. D'autres procédures existent, plus adaptées selon le problème [28]. Dans notre cas d'étude, l'affectation de causalité fait apparaître des causalités dérivées, ce qui traduit des boucles algébriques ou relations nonholonomes entre les états, mais qui n'est pas un frein à la simulation ni à l'analyse.

La capacité du modèle multi-physique à simuler numériquement un comportement complexe a été évaluée dans le cas de figure de la « *Résonance Air* ». En effet, l'interaction entre les pales et le fuselage via le mât fait apparaître un mode vibratoire dû au couplage dynamique entre ces corps par effet gyroscopique. Ce mode oscillant critique de la structure mécanique n'apparaît que pour certaines conditions de vol bien précises. Les résultats de cette démarche originale de modélisation ont été validés par comparaison des résultats de simulation du modèle proposé avec des résultats expérimentaux : la modélisation multi-physique est donc adaptée pour représenter, communiquer, analyser et simuler les dynamiques complexes des aéronefs à voilure tournante.

1.2.4 Illustration 2 : chaînes de commande de vol d'hélicoptère

Dans l'illustration précédente, les modèles présentés ne mettent en œuvre que des organes passifs, mis à part le moteur principal. L'approche multi-physique est aussi utilisée pour la modélisation d'organes actifs, source de puissance [20]. Dans le cas d'un hélicoptère, ses organes sont majoritairement commandés pour maîtriser les comportements, ce qui implique un traitement de l'information. Certains se retrouvent à l'interface avec le pilote. Or, il a été discuté de la criticité du rôle du pilote dans la maîtrise de la dynamique du vol, car c'est à lui que revient la tâche de moduler, via les commandes de vol, les efforts aérodynamiques de la voilure tournante. L'ensemble des organes (actifs ou passifs) permettant au pilote d'agir sur les orientations des pales est appelé *Chaîne de commande de vol* (CdV).

Il a été illustré que chaque pale est reliée au mât du rotor par une liaison à trois degrés de liberté en rotation. Afin d'en limiter les déplacements, des rigidités sont associées à chacune de ces degrés de libertés. Pour moduler la portance de chaque pale, la rotation de pas est pilotée, via une biellette de pas et un plateau cyclique (voir fig. 1-20). L'intérêt du plateau cyclique est de piloter l'angle de pas de chaque pale en fonction de sa position relativement au fuselage, afin d'atteindre un comportement moyen indépendant de la position instantanée du rotor [**31**]. Les commandes de vol visent donc à déplacer le plateau cyclique selon trois degrés de liberté : translation selon le mât (déplacement collectif) et deux rotations (roulis et tangage). Elles se composent d'organes passifs mécaniques (tringleries, renvois d'angle, combinateur, cloches de friction) et d'organes actifs (électriques et hydrauliques).



fig. 1-20 – Principe de fonctionnement du plateau cyclique [32]

Les travaux de M. Martin [**33**] ont visé l'amélioration du comportement de la chaîne actuelle de commande vol par l'amélioration des lois de commande des organes actifs sur la structure prédéfinie correspondant à un hélicoptère de fort tonnage (fig. 1-21). Ces commandes de vol incluent, en tant qu'organes actifs, deux étages d'assistance hydraulique (les servo-commandes principales [**34**] et le bloc d'assistance hydraulique), un organe de restitution d'effort (le *trim*) et des vérins de stabilisation visant à rejeter certains modes vibratoires.



fig. 1-21 – Synoptique de la structure des CdV [33]

Les organes utilisés étant liés à des domaines de la physique différents, le paradigme énergétique a été utilisé. De plus, afin d'analyser et de représenter les cheminements et traitements des informations nécessaires au contrôle-commande, une représentation causale a été choisie : la Représentation Energétique Macroscopique (voir p. 24). L'intérêt de cette approche est, d'une part, de cibler les comportements complexes, définis par des équations différentielles et donc modélisables par des stockages d'énergie, à travers un symbole dédié. D'autre part, afin de maîtriser au plus près les comportements complexes, une méthode de définition de loi de commande est associée à cet outil de représentation : l'inversion directe/indirecte [**21**]. On obtient alors un modèle multi-domaine (fig. 1-22) de la structure physique et de la structure du contrôle-commande. Cette représentation est qualifiée de cyber-physique (*cyber-physical* en anglais). Ce dernier fait apparaître un générateur de trajectoire. Pour définir la trajectoire, une commande à modèle de référence interne a été utilisée.



fig. 1-22 – Structure de contrôle obtenue par inversion du modèle [33]

1.3 Conclusion : des besoins méthodologiques

Un aéronef à voilure tournante est un système complexe de grande dimension. Le développement d'un tel produit s'appuie sur des activités d'ingénierie qui prennent place dans une démarche globale qui peut être celle du cycle de vie en V [**35**]. Parmi ces activités, les plus importantes sont d'une part la modélisation, la conception (architecture et dimensionnement) et l'intégration du produit et, d'autre part, la spécification et la vérification des performances. Les travaux de la Chaire ont mis en évidence qu'une approche modulaire multi-physique basée sur l'expression énergétique de la structure et des comportements permet de faciliter ces activités.

En effet, cette approche propose, sur une base commune d'appréhension des phénomènes physiques, deux descriptions complémentaires du système : l'expression mathématique de son comportement et la représentation graphique de sa structure. Cette double description peut être réalisée à différents niveaux de granularité ou d'échelle : niveau macroscopique ou système, niveau organique et niveau élémentaire (fig. 1-23).

Ainsi, la représentation de l'architecture est structurée. Un bloc d'un niveau donné porte un symbole, un nom ou une annotation, qui pourra référer au nom de l'organe ou à son comportement. A ce bloc est associée une expression mathématique de son comportement, permettant simulation, dimensionnement, etc. Il est alors possible de détailler ce bloc en décomposant son comportement en une structure de comportements plus élémentaires, et en représentant graphiquement cette structure détaillée. On passe alors d'un niveau supérieur de représentation à un niveau plus détaillé. Inversement, un bloc prendra place dans une structure plus large du système. On passe alors d'une représentation détaillée à une représentation macroscopique, le comportement général pouvant être obtenu par interconnexion.



fig. 1-23 – Cartographie des représentations d'un système

Evidemment, toutes ces représentations aboutissent au même contenu sémantique de modèle. Le langage de modélisation reste indépendant de l'activité de modélisation ou de conception, même si ce premier influence le déroulement de cette dernière. L'ingénieur choisit alors la perspective adaptée à son besoin. L'approche énergétique a prouvé son efficience à soutenir ces activités dans le cas de la dynamique du vol d'un aéronef à voilure tournante.

L'approche de modélisation multi-physique peut aussi être avantageusement utilisée pour la définition des structures des commandes : une représentation acausale permet d'enrichir la modularité du modèle, mais ne permet pas la représentation des cheminements d'informations. En utilisant de manière complémentaire une représentation acausale, utile dans une démarche de modélisation, et une représentation causale pour la définition d'une structure de commande telle que réalisée dans [**33**], il est possible de réaliser la modélisation et le contrôle-commande dans un même formalisme. Mais, cette démarche inclut une transformation d'une représentation acausale à une représentation causale, ce qui est tout à fait possible puisque les fondamentaux sont communs aux outils de représentation multi-physique [**1**].

Ces derniers travaux répondent au besoin de définition d'une structure de l'information. Mais, ils ne répondent pas aux questions : Où placer les organes actifs dans une structure complexe de grande dimension ? Ces organes et leur loi de commande peuvent-ils être représentés à un niveau de granularité plus grossier ?

Le présent rapport, en se focalisant sur une chaîne organique incluant de nombreux organes actifs, c'est-à-dire les commandes de vol, propose à travers une méthode originale une solution à ces préoccupations. Dans un premier temps, les particularités des commandes de vol assistées, leur modélisation et leur spécifications par le paradigme multi-physique, seront détaillées (chapitre 2). Ensuite, sera développée la méthodologie originale permettant de définir la localisation des organes actifs et leur loi de commande, ainsi que la représentation macroscopique qui peut en être faite (chapitre 3). Enfin, la méthodologie sera appliquée aux commandes de vol d'un hélicoptère de fort tonnage afin de vérifier sa pertinence (chapitre 4).