

## L'apport des nouvelles technologies et de la géométrie dynamique dans l'espace

Il existe de nombreux logiciels de géométrie dynamique dans le plan, comme Geoplan, Geonext, MathGraph32, Cabri-géomètre, Tracenpoche, CaRMetal ou encore GeoGebra qui est sans doute le plus connu et le plus utilisé. A contrario, les logiciels destinés à la géométrie dans l'espace sont bien plus rares. Nous pouvons tout de même citer Geospace, Calque 3D, Série3D, et Cabri-3D (figure 1.20).

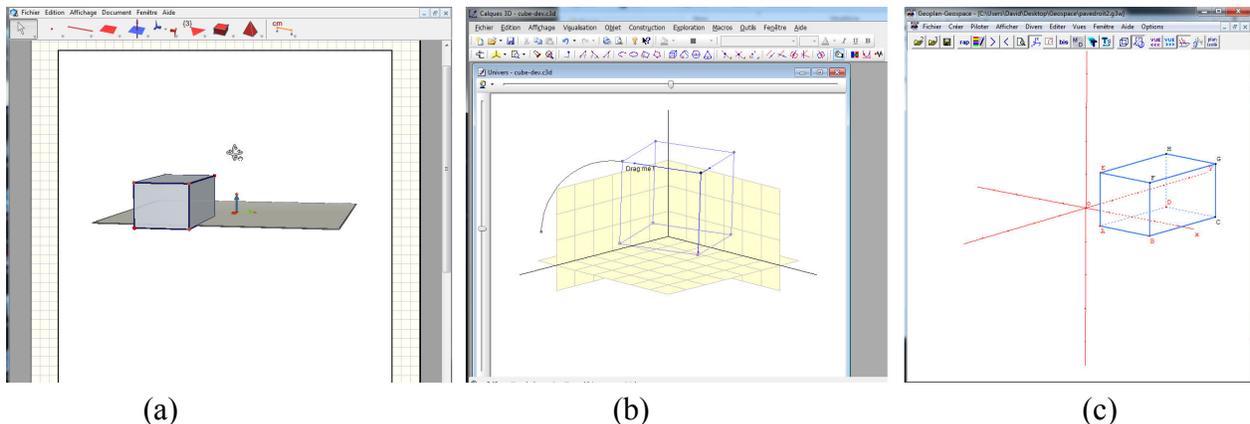


Figure 1.20 – Trois logiciels différents de géométrie dynamique dans l'espace : (a) Cabri 3D, (b) Calque 3D, (c) Geospace.

L'utilisation de ces logiciels de géométrie dynamique et plus particulièrement de géométrie dans l'espace occupe une part importante dans les programmes, tout au moins dans les

programmes du secondaire. On peut d'ailleurs s'interroger sur l'absence d'une telle préconisation dans le cycle 3 du primaire. En effet, dans le cas où l'utilisation de tels logiciels apporterait un gain pédagogique, cela permettrait un passage continu entre le primaire et le secondaire en facilitant le passage du solide de l'espace physique à sa représentation déjà largement utilisée dans les manuels scolaires (figure 1.14).

La première question que nous pouvons donc nous poser est : Quel est l'apport des logiciels de géométrie dans l'espace ?

La seconde question que l'on peut se poser est : Quelle est la part de la « technologie » dans cet éventuel apport ?

#### **4.1. Avantages des logiciels de géométrie dans l'espace**

Comme le souligne Osta (1987), l'introduction de l'informatique à l'école a été polémique et a soulevé de nombreuses questions sur le gain potentiel que peut offrir le numérique (à l'époque l'ordinateur). Dans son étude, il considère l'ordinateur comme un outil d'aide à l'enseignement et non pas comme un objet d'étude en soit. Il s'intéresse plus particulièrement au rôle que cet outil peut jouer comme facilitateur du passage de l'espace physique réel à l'espace graphique de la représentation dans le plan. D'après Osta (1987) l'outil informatique apporte une nouvelle dimension dans les situations d'apprentissage de la géométrie dans l'espace grâce à un « traitement dynamique des informations » qui permet de sortir du caractère statique du dessin :

« Le dessin n'est plus un support statique de représentation de l'objet, il est au cœur du problème, et c'est à travers lui que se manifestent et évoluent les conceptions des élèves. »

Cependant, l'étude d'Osta, même si elle montre que l'intégration de l'outil informatique dans une séquence d'enseignement est possible du point de vue de la conception et de la réflexion didactique, ne vérifie pas les résultats obtenus lors d'une mise en situation de cette séquence. Des études plus récentes comme celles de Chaachoua (1997) puis celles de Mithalal (2010), ont confirmé les éléments pressentis par Osta en 1987. Dans sa thèse de doctorat, Chaachoua (1997) met en avant les limitations de l'interprétation du dessin d'un objet géométrique de l'espace dans l'environnement « papier-crayon » :

« [...] nous avons montré que le domaine d'interprétation d'un dessin, modèle d'un objet géométrique dans l'espace, est très réduit, et fonctionne selon des règles différentes de celles du dessin, modèle d'un objet géométrique du plan. »

Après avoir mené ses études à partir des deux logiciels de géométrie dans l'espace (Geospace et Cabri 3D), Chaachoua (1997) est arrivé à la conclusion que l'environnement informatique permet d'élargir le champ du dessin :

« [...] l'environnement informatique peut élargir le champ d'expérimentation du dessin modèle d'un objet géométrique du plan ou de l'espace. »

De son côté Mithalal (2010), évalue l'apport de l'informatique à partir des différentes fonctions du dessin (cf. 2.3) et en prenant appui sur le logiciel Cabri-3D. Dans le cadre d'un environnement informatique, Mithalal note une « meilleure fonction d'illustration » essentiellement liée à une baisse de complexité de l'examen perceptif, ce qui permet à l'environnement informatique de venir combler un vide en se positionnant entre la maquette et la représentation plane sur papier :

« Cette baisse de complexité est un avantage majeur des représentations informatisées, qui les rapproche à ce titre des maquettes. »

Cette baisse de complexité est aussi en partie due à la possibilité des environnements informatiques de simuler une vision tridimensionnelle et ce sans forcément utiliser des lunettes 3D, mais simplement en animant de façon continue un solide comme le souligne Bakò (2003) :

« Although the screens are two-dimensional and computers can produce only drawings, if we take time into account and use continuously changing pictures, it can help to giving the impression of a three dimensional vision. »

Cependant bien que les représentations en environnement informatique permettent d'aller au delà des limites imposées par la projection plane, elles restent des représentations du plan et conservent une distance entre représentant et représenté. La conservation de cette distance entre représentant et représenté est toutefois souhaitable puisqu'elle est essentielle pour que l'élève réussisse la transition entre dessin et figure. Par ailleurs, Laborde (1999) considère en effet que de tels logiciels « favorisent la distinction entre dessin et figure ».

Bellemain (1992) met aussi en avant les possibilités qu'apportent ces logiciels en terme d'investigation grâce aux multiples essais et conjectures possibles dans des situations d'exploration ou d'expérimentation.

Enfin, nous pouvons noter que même si des études avec des logiciels de géométrie dynamique dans le plan ont été faites en collège ou au primaire, l'ensemble des études réalisées avec des logiciels de géométrie dans l'espace porte sur des élèves de lycée, ce qui nous interroge encore une fois sur la possibilité et l'apport de tels logiciels dans des classes de collège et de primaire. Nous allons donc étudier les limites de ces logiciels pour essayer de comprendre les restrictions actuelles de leur utilisation.

#### **4.2. Limites des logiciels de géométrie dans l'espace et conséquences**

Même s'ils présentent des avantages, les logiciels de géométrie dans l'espace ont toutefois certaines limites. L'une de ces limites est directement liée aux Interactions/Interfaces Homme-

Machine (IHM). En effet, d'après Chaachoua (1997) qui reprend des éléments déjà évoqués par Balacheff (1994), les problématiques des interfaces des logiciels de géométrie dynamique en général et de géométrie dans l'espace en particulier viennent se combiner aux problématiques didactiques (figure 1.21) :

« Pour tout environnement informatique d'apprentissage, les concepteurs sont amenés à faire des choix au niveau de l'interface, et par là au niveau de l'univers interne. Ces choix peuvent devenir des contraintes spécifiques à l'environnement informatique : contraintes de l'interface et contraintes de contenu.

Les objets de savoir vont donc vivre dans un environnement informatique non seulement sous les contraintes de la transposition didactique mais aussi sous d'autres contraintes spécifiques à l'environnement informatique, notion introduite par Balacheff (1994a, p.364) »

Par univers interne, Balacheff entend les langages de programmation qui peuvent avoir un impact sur les choix d'implémentation et de développement de l'interface. Dans le développement d'un logiciel de géométrie, il ne faut pas que les choix en terme d'interface viennent contredire ceux qui devraient être faits pour des raisons didactiques.

Aussi, Chaachoua (1997) préconise ce qui justifie à lui seul ce premier chapitre et qui illustre par là même l'importance et la difficulté des IHM :

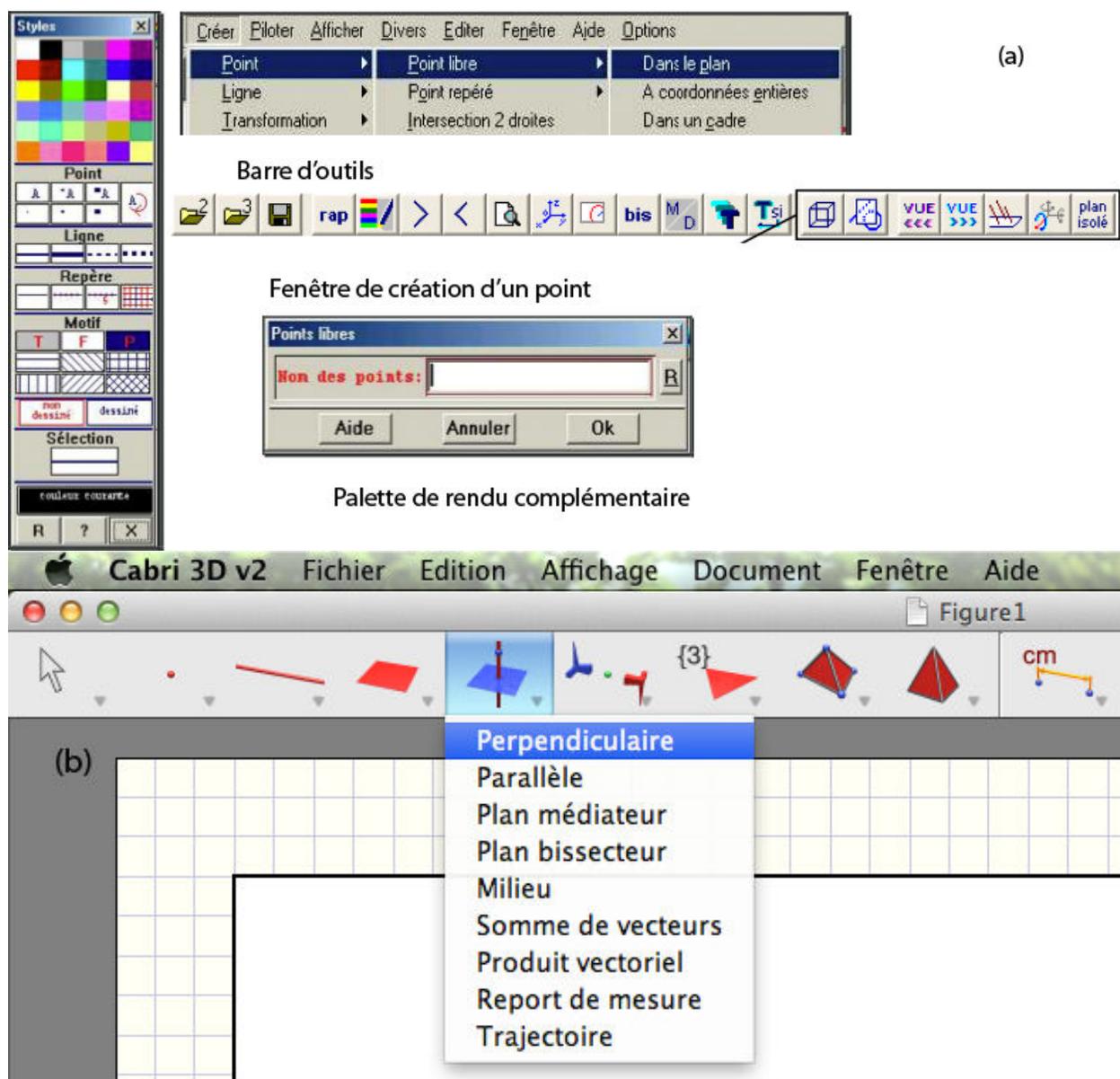
« Il est nécessaire de mener une analyse didactique pour la conception d'un environnement informatique destiné à l'enseignement. Pour la géométrie dans l'espace, cette analyse concerne au moins trois pôles : manipulation directe, choix de représentation et les primitives géométriques. »

Comme le souligne Mithalal (2010), la problématique ne se limite pas à l'interface des logiciels de géométrie dans l'espace mais va bien s'ancrer dans celle des IHM. En effet, aux possibles difficultés de navigation dans les menus, viennent se rajouter des difficultés de déclaration des objets mathématiques ou encore d'utilisation des outils :

« Il faut cependant souligner que l'usage de ces environnements n'a rien de *naturel*. Leur complexité contraint les utilisateurs — et à plus forte raison les enseignants — à un apprentissage de l'utilisation du logiciel pour lui-même : déclaration des objets, navigation dans les menus, utilisation des outils. . .

Qui plus est, les représentations mêmes produites par ces logiciels possèdent des caractéristiques qu'il faudra prendre en compte. C'est notamment le cas des propriétés de résistance au déplacement des représentations : elles offriront un terrain d'expérimentation élargi, mais supposent un apprentissage spécifique, comme l'a montré Restrepo (2008). »

On peut ainsi noter que les environnements informatiques de géométrie dans l'espace nécessitent un apprentissage et que leur usage n'a rien de « naturel ». Ces deux derniers points permettent sans doute de comprendre partiellement la non préconisation de tels logiciels dans les programmes de primaire. On peut simplement illustrer ces propos en regardant la création d'un des objets géométriques de l'espace le plus connu : le cube. Pour cela nous allons regarder les interactions et manipulations nécessaires pour créer un cube avec deux logiciels de géométrie dans l'espace. Le premier Geospace est celui qui est mis à la disposition des étudiants candidats au CAPES de mathématiques et le second est celui qui à l'heure actuelle fait référence en terme de simplicité d'utilisation d'après les enseignants.



#### 4.2.1. Construction d'un cube avec Geospace

Pour créer un cube avec le logiciel Geospace, la démarche est la suivante :

- 1) On définit une variable  $a$  afin de pouvoir modifier les dimensions du cube par la suite :  
**[CREER][NUMERIQUE][VARIABLE REELLE LIBRE]**
- 2) On affecte une valeur à cette variable :  
**[PILOTER][AFFECTER UNE VARIABLE NUMERIQUE LIBRE]**
- 3) On place les huit sommets dans le repère en donnant leurs coordonnées :  $A(0 ; 0 ; 0)$ ,  $B(a ; 0 ; 0)$ ,  $C(a ; a ; 0)$ ,  $D(0 ; a ; 0)$ ,  $E(0 ; 0 ; a)$ ,  $F(a ; 0 ; a)$ ,  $G(a ; a ; a)$ ,  $H(0 ; a ; a)$   
**[CREER][POINT REPERES][DANS L'ESPACE]**



- 4) On crée le cube : **[CREER][SOLIDE][POLYEDRE CONVEXE][DEFINI PAR SES SOMMET]**

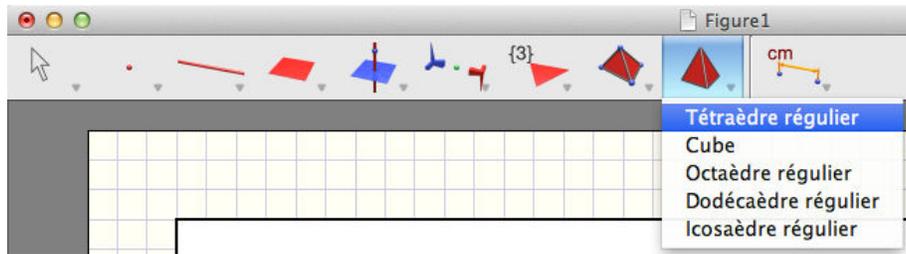


Il aura fallu pas moins de 11 étapes avec 10 boîtes de dialogue pour réussir à créer le cube avec ce logiciel. De plus, on peut constater qu'au regard des programmes de primaire et de collège, cela ne peut pas être fait par les élèves puisque le repérage dans l'espace n'est pas au programme et apparaît seulement au lycée.

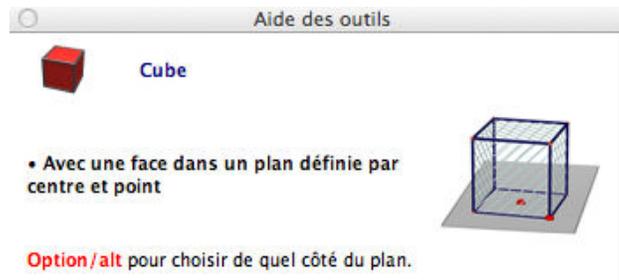
#### 4.2.2. Construction d'un cube avec Cabri-3D

Pour créer un cube avec le logiciel Cabri-3D, la démarche est la suivante :

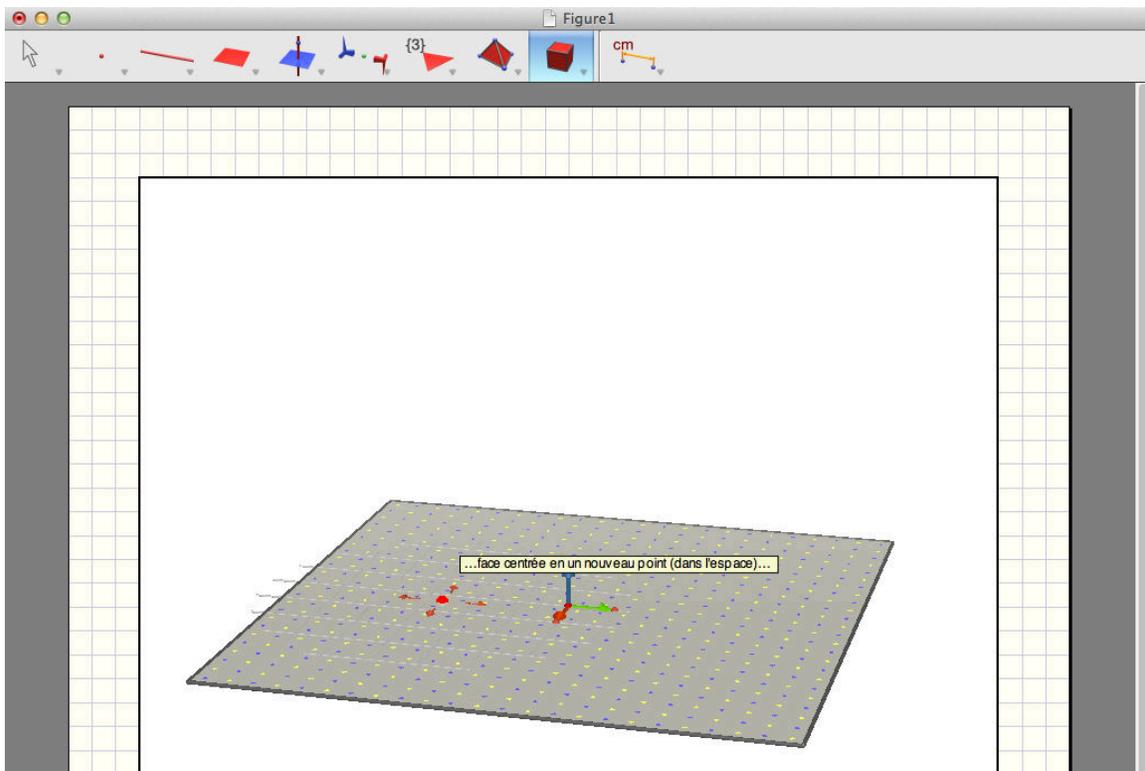
- 1) On sélectionne l'outil cube dans le menu des polyèdres réguliers.



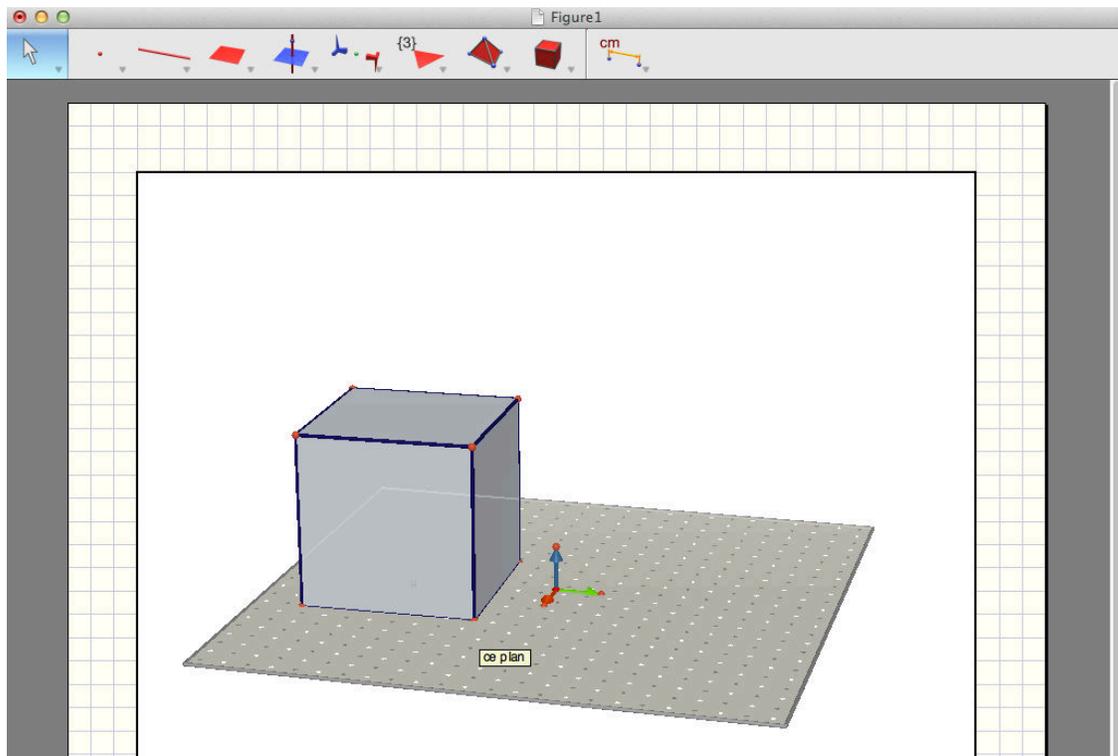
Une aide contextuelle apparaît.



2) On choisit le plan qui contiendra une des faces du cube, puis on clique pour marquer le centre de cette face.



- 3) On positionne le curseur sur la position correspondant à l'un des sommets de la face, puis on clique pour créer le cube.



On pourra noter premièrement que rien n'indique quel est le bouton correspondant aux polyèdres réguliers dans la barre d'outils (figure 1.22), son icône étant très proche de celle située immédiatement à gauche. Et deuxièmement, avec Cabri-3D, il aura encore fallu 4 interactions pour créer le cube.

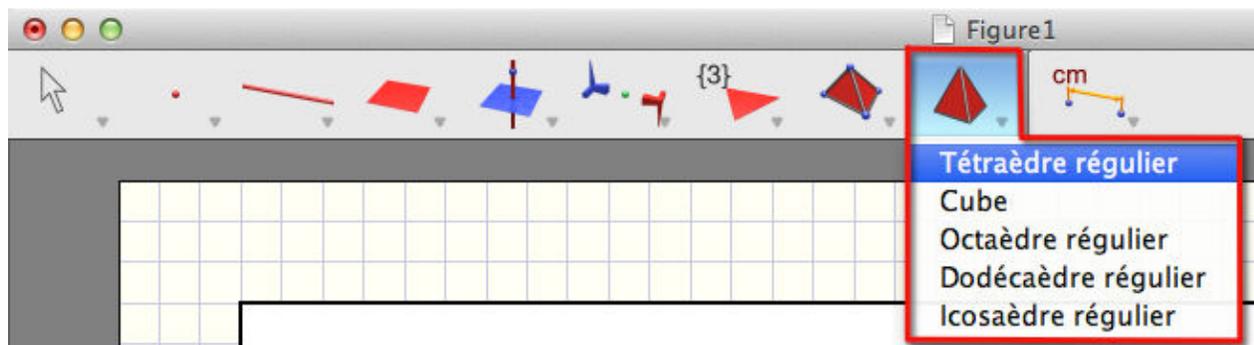


Figure 1.22 – Bouton de la barre d'outils permettant de choisir certains polyèdres réguliers après avoir cliqué dessus.

Cette brève présentation de la création d'un cube (censé être une des manipulations les plus simples) avec les deux logiciels les plus utilisés par les enseignants illustre et confirme les

propos de Restrepo (2008) et Mithalal (2010), c'est-à-dire les problèmes liés à l'interface et la nécessité d'un apprentissage par les élèves et les enseignants.

De son côté, Balacheff (1994) va même plus loin en terme de contraintes que celles uniquement liées à l'interface et aux interactions. Il évoque aussi les « contraintes matérielles des supports informatiques » qui viennent encore se rajouter aux contraintes liées à l'interface. En 1994, Balacheff entendait par « contraintes matérielles », les contraintes d'une part liées au système d'exploitation et aux langages de programmation et d'autres part aux composants électroniques qui constituait les machines et qui avait une puissance de calcul limitée. De nos jours les contraintes techniques existent toujours et même si la puissance de calcul est bien plus importante maintenant se pose des questions de mobilité ou d'interactions entre les terminaux. Ces « contraintes matérielles » supplémentaires, nous amène à nous interroger sur la pertinence des stations de bureau pour l'utilisation de logiciels de géométrie de l'espace et sur les possibilités d'utiliser d'autres moyens techniques qui pourraient être plus adaptés. En effet, nous avons vu que l'utilisation de logiciels de géométrie dans l'espace permet de faire des liens entre le monde physique et ses représentations dans le plan. Cependant, ces liens ne sont pas continus. En effet, si l'on reprend l'exemple des trois montagnes de Piaget, il est possible avec un logiciel sur une station de bureau de faire pivoter la scène, mais il est impossible pour l'élève d'aller se placer physiquement à la position de la poupée pour vérifier sa réponse en déplaçant son ordinateur.

### 4.3. Conclusions partielles et premières hypothèses

En accord avec Chaachoua (1997), nous avons mené une analyse didactique théorique concernant la géométrie dans l'espace et la représentation des objets du monde physique dans le plan. Dans un premier temps, cette étude nous a conduit aux trois conclusions suivantes :

#### **Conclusion 1 :**

Les logiciels de géométrie dans l'espace permettent de faire des liens entre les objets géométriques de l'espace du monde réel physique (le monde sensible) et les représentations de ces objets de l'espace dans le plan (monde graphique).

#### **Conclusion 2 :**

Les logiciels de géométrie dynamique dans l'espace nécessitent un apprentissage et sont difficilement utilisables par des élèves de primaire et de collège.

#### **Conclusion 3 :**

Le matériel classique de type station de bureau et le paradigme écran, clavier, souris ne sont pas les plus adaptés à l'utilisation et à la mise en œuvre des logiciels de géométrie dans l'espace.

A partir de ces trois conclusions et de notre analyse didactique nous pouvons déjà émettre les trois hypothèses suivantes :

**Hypothèse 1 :**

En utilisant des technologies et surtout des interactions adaptées, il est possible de rendre les logiciels de géométrie dans l'espace accessibles aux élèves de primaire et de collège.

**Hypothèse 2 :**

En utilisant des technologies et surtout des interactions adaptées, il est possible de créer des liens continus entre les objets physiques du monde réel et leurs représentations graphiques dans le plan.

Il serait donc possible de « créer » un monde qui viendrait se situer entre le monde réel tridimensionnel et le monde graphique bidimensionnel en créant ainsi une continuité dans le passage entre ces deux mondes. Nous pouvons définir ce monde comme étant un monde en  $2D \frac{1}{2}$ . Bien que cette dénomination existe déjà entre autre dans les jeux-vidéos du point de vue des rendus graphiques, nous lui donnerons un autre sens ici dans le cadre du passage d'un objet tridimensionnel à sa représentation plane.

**Définition :**

Nous définissons le monde  $2D \frac{1}{2}$  en mathématiques, comme étant le monde permettant de lier l'espace réel physique (monde sensible) à l'espace graphique des représentations planes des objets de l'espace. Dans le monde  $2D \frac{1}{2}$ , les objets sont représentés en 3D sur des supports bidimensionnel et peuvent être manipulés comme dans le monde sensible sans y ajouter de contraintes particulières.

Nous pouvons enfin formuler une dernière hypothèse :

**Hypothèse 3 :**

En utilisant des technologies et surtout des interactions adaptées, il est possible de réduire la charge cognitive des élèves afin qu'ils ne se focalisent pas sur l'utilisation du logiciel de géométrie dans l'espace mais sur la notion en cours d'apprentissage et par là même améliorer l'apprentissage.

En partant de ces trois hypothèses, nous allons maintenant étudier les choix techniques qui s'offrent à nous et déterminer les plus pertinents afin de pouvoir étudier les interactions à mettre en place pour permettre aux élèves de 9 à 15 ans d'utiliser un logiciel de géométrie dans l'espace. Nous vérifierons si sous certaines contraintes, il est possible de diminuer la charge cognitive d'un élève dans le but qu'il ne se focalise pas sur l'utilisation du logiciel mais bien sur la notion dont il fait l'apprentissage.

