

les qualites optiques [GUENOT, 1997]

2.1	Les qualités optiques [GUENOT, 1997]	24
2.1.1	Quelques notions de base sur les propriétés optiques d'une fibre	24
2.1.1.1	Atténuation spectrale	24
2.1.1.2	Modèles physiques interprétant les excès de pertes dans les fibres optiques	25
2.1.2	Résultats des mesures de diffusion optique	26
2.1.3	Conclusion de l'étude optique	28
2.2	La modélisation des transferts radiatifs en milieux semi-transparents	28
2.2.1	L'équation de transfert radiatif [MULLER, 1994]	28
2.2.2	Flux radiatif et puissance volumique radiative [MULLER, 1994]	32
2.2.2.1	Flux radiatif	33
2.2.2.2	Équation aux limites opaques	33
2.2.2.3	Équation de conservation de l'énergie radiative	34
2.2.3	Résolution du transfert radiatif	34
2.3	La thermique dans le four : application au fibrage	35
2.3.1	Le rayonnement mutuel [MYERS, 1989]	35
2.3.2	Le problème thermique du fibrage vu par M. Myers [MYERS, 1989]	36
2.3.3	Résultats et conclusions	38
2.4	Conclusion de l'étude bibliographique	40

COMME nous l'avons vu dans le chapitre précédent, notre étude se concentre sur le fibrage à proprement parlé, *i.e.* dans la zone où le verre est sous forme liquide.

Compte tenu de la technique de fabrication de la préforme, nous pouvons considérer que la fibre est constituée de trois couches de matériaux distincts. Chaque couche se compose essentiellement de silice à laquelle sont ajoutés différents composants, qui vont sensiblement faire évoluer le comportement d'une couche par rapport à l'autre. En particulier, les viscosités vont être différentes.

Dans ce chapitre, nous allons mettre en place les équations générales qui régissent le problème du fibrage. Nous nous intéresserons particulièrement à l'équation de transfert thermique ; nous commencerons par une étude bibliographique de la thermique du procédé. Nous verrons que la complexité des échanges thermiques mis en jeux implique de faire un certain nombre d'hypothèses afin de simplifier l'équation de transfert thermique dans le but de la résoudre.

2.1 Les qualités optiques [GUENOT, 1997]

2.1.1 Quelques notions de base sur les propriétés optiques d'une fibre

Une fibre doit avoir de bonnes propriétés optiques. Ces propriétés sont mesurables et quantifiable par différentes grandeurs. Dans ce paragraphe, il s'agit de définir les plus courantes de ces grandeurs.

2.1.1.1 Atténuation spectrale

D'après les études menées par la société Alcatel par [GUENOT, 1997], l'un des critères de qualité pour une fibre est son atténuation.

L'atténuation spectrale caractérise les propriétés de transmission statique d'une fibre optique : considérons un signal lumineux de longueur d'onde λ , se propageant dans la fibre ; soient P_1 et P_2 les puissances respectives associées à ce signal aux abscisses z_1 et z_2 de la fibre (en km), alors le coefficient d'atténuation vérifie :

$$\alpha(\lambda) = \frac{10}{z_2 - z_1} \log_{10}\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \quad (2.1)$$

α est exprimé en décibel par kilomètre (dB/km) et représente les pertes dans la fibre.

Ces pertes optiques peuvent être classées en deux familles :

- ▷ les pertes intrinsèques au matériau : elles sont inévitables, fixées par le choix des compositions employées pour élaborer la fibre.
- ▷ les pertes extrinsèques ou extra-pertes : elles peuvent en théorie être évitées car elles résultent de facteurs extérieurs au matériau < idéal >.

On peut mesurer le coefficient d'atténuation moyen par une mesure de diffusion, puis exploiter les résultats soit de manière spectrale, soit en terme de puissance diffusée.

Dans le cas d'une fibre de bonne qualité optique, le coefficient d'atténuation α varie linéairement en $1/\lambda^4$ dans la zone spectrale du proche infra-rouge exempte de contributions de pertes par absorption. Pour les autres fibres, la méthode proposée est une méthode d'analyse graphique en $A/\lambda^4 + B$ qui repose sur l'hypothèse que l'atténuation totale mesurée résulte de deux contributions :

- ▷ pertes par diffusion Rayleigh, proportionnelles à $1/\lambda^4$: ce sont les pertes inévitables que l'on trouve pour toute fibre,
- ▷ pertes par imperfections géométriques de la structure du guide d'onde, indépendantes de la longueur d'onde.

Ainsi, la dépendance de l'atténuation en fonction de la longueur d'onde s'exprime par :

$$\alpha(\lambda) = \frac{A}{\lambda^4} + B$$

où α est l'atténuation totale, A et B des constantes représentant respectivement le coefficient de Rayleigh de la fibre en $dB.\mu m^4/km$, et la composante due aux pertes par imperfections en dB/km .

2.1.1.2 Modèles physiques interprétant les excès de pertes dans les fibres optiques

S'il est difficile de produire une fibre possédant des propriétés de transmission optimales dans des conditions industriellement rentables, il est par contre très facile de dégrader ces propriétés sans pour autant que les mécanismes responsables soient toujours clairement identifiés. Ainsi, Ph. Guénot [GUENOT, 1997] s'intéresse aux excès de pertes par diffusion Rayleigh, par absorption ou encore par imperfections de guidage qui peuvent apparaître dans certaines fibres.

La génération d'un excès de diffusion Rayleigh peut se faire en fonction de la composition, de l'histoire thermique ou encore des conditions de fibrage.

La génération d'un excès de pertes par absorption est expliquée, par certains auteurs, par un modèle d'extra-absorption photo-induite [GUENOT, 1997], qui n'a jamais été validé. D'autres auteurs [AINSLIE *et al.*, 1982] expliquent ces extra-pertes par des phénomènes de génération de défauts absorbants en présence de contraintes suffisamment intenses dans le verre.

Enfin, les modèles d'extra-pertes par imperfections géométriques sont le point de départ de cette étude. Pour la plupart des auteurs, ces modèles sont complémentaires au modèle d'extra-diffusion Rayleigh généré au fibrage.

Dans le cas de fibres dopées germanium, les pertes optiques augmentent fortement en diminuant la tension de fibrage : cette dégradation des propriétés optiques se traduit sur le spectre d'atténuation (figure 2.1) par un accroissement de la pente A de la droite et par l'apparition d'une ordonnée à l'origine B dans l'analyse graphique $A/\lambda^4 + B$.

Cette propriété est interprétée comme la **génération lors du fibrage d'imperfections géométriques dans la structure du guide d'onde, conduisant à des pertes indépendantes de la longueur d'onde**.

2.1.2 Résultats des mesures de diffusion optique

Ph. Guénot a étudié deux types d'échantillons de fibres : un premier échantillon de fibres **standards** présentant de bas niveaux d'atténuation, et ayant été élaborées dans des conditions standards ; un échantillonnage de fibres **non standards** qui présentent quant à elles des niveaux d'atténuation élevés.

Sur les figures 2.1 sont représentées les courbes d'atténuation spectrale de différentes fibres issues des échantillons standards et non standards. Il apparaît que l'analyse conventionnelle $A/\lambda^4 + B$ s'applique bien, même dans le cas des fibres issues de l'échantillon non standard (figure 2.1).

Nous pouvons exploiter une représentation spatiale : puissance diffusée en fonction de l'angle de diffusion θ . La dépendance de cette puissance pour un régime Rayleigh est en $(1 + \cos^2 \theta)$.

Les résultats obtenus par la société Alcatel [GUENOT, 1997] sont représentés figure 2.2. Nous pouvons observer une augmentation de la puissance diffusée aux petits angles ($\theta \leq 40^\circ$).

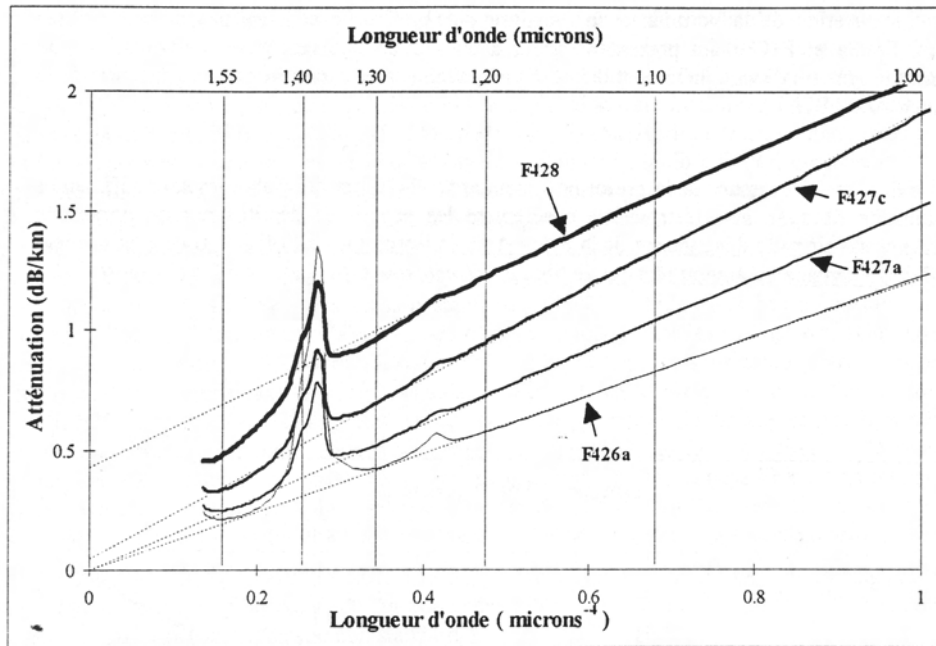


FIG. 2.1 – Représentation de l'atténuation spectrale en fonction de $1/\lambda^4$ [GUENOT, 1997]

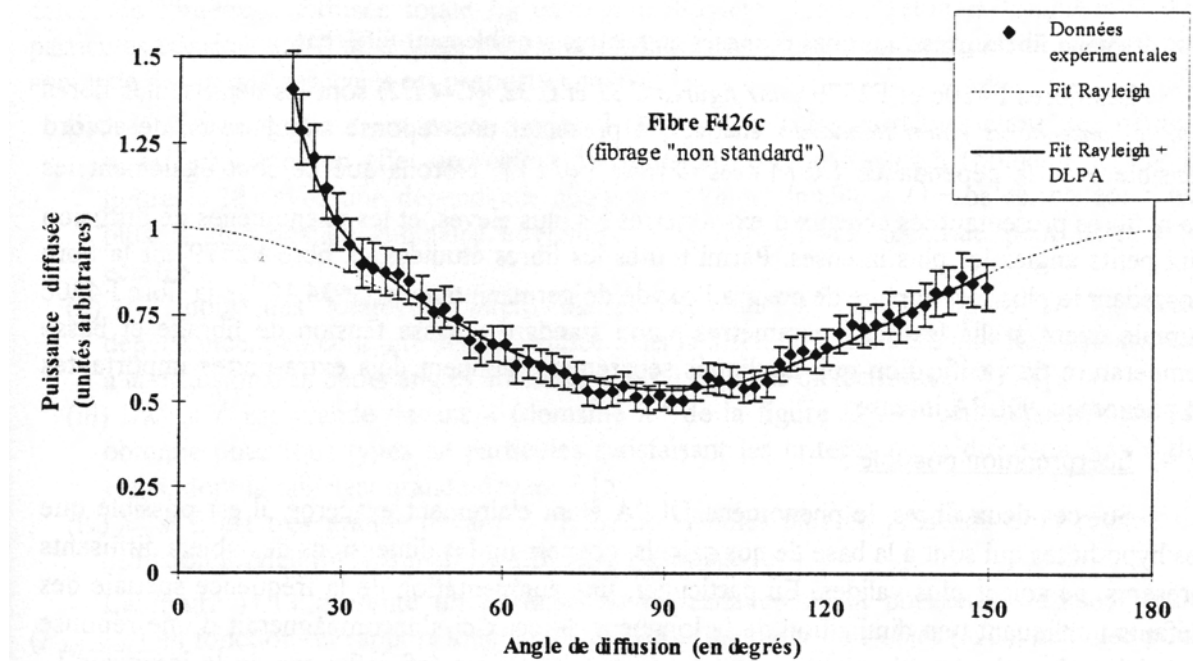


FIG. 2.2 – Mesures angulaires de puissance diffusée [GUENOT, 1997]

2.1.3 Conclusion de l'étude optique

L'étude des spectres d'atténuation de différentes fibres a mis en évidence un phénomène d'extra-pertes extrinsèques.

L'analyse de Ph. Guénot permet de montrer que ce phénomène peut être interprété comme une diffusion optique sur des défauts de forme très allongée, d'axes alignés avec l'axe de la fibre et localisés aux interfaces. Leur largeur serait de l'ordre de $\lambda/10$ et leur longueur de l'ordre de 50λ . Ce modèle permet d'expliquer, dans l'approche $A/\lambda^4 + B$ des spectres d'atténuation, une remontée de la pente A et l'apparition d'une ordonnée à l'origine B .

L'étude de la diffusion aux petits angles sur des fibres de type non standard permet d'émettre une hypothèse sur l'origine de ces extra-pertes : un phénomène d'instabilité mécanique se produirait lors du fibrage, se traduisant par la génération de microdéformations des différentes interfaces présentent dans la fibre, ces défauts étant perçus par la lumière comme des sources supplémentaires de diffusion optique.

2.2 La modélisation des transferts radiatifs en milieux semi-transparents

Nous nous intéressons ici à la modélisation possible du rayonnement dans un milieu non opaque puisque la fibre est transparente. Pour cela, nous utilisons les travaux de Jérôme Muller [MULLER, 1994] qui a modélisé les transferts radiatifs intervenants dans un milieu dit radiativement participatif (milieu semi-transparent) délimité par des milieux opaques (qui participent également au transfert d'énergie radiative). Cette étude a été menée en vue de modéliser les échanges de chaleur par rayonnement dans des fours sidérurgiques.

Nous commençons cette partie par un peu de théorie sur les transferts de chaleur par rayonnement, notamment l'équation de transfert radiatif. Nous verrons ensuite les méthodes de résolution de cette équation puis comment adapter ces méthode au cas qui nous intéresse.

2.2.1 L'équation de transfert radiatif [MULLER, 1994]

Afin d'explicitier l'ensemble des phénomènes existants dans un milieu semi-transparent, nous allons considérer la propagation d'un rayonnement le long d'une direction rectiligne Ω , à travers un élément de volume dV et une section dA . Cet élément est représenté sur la figure 2.3.

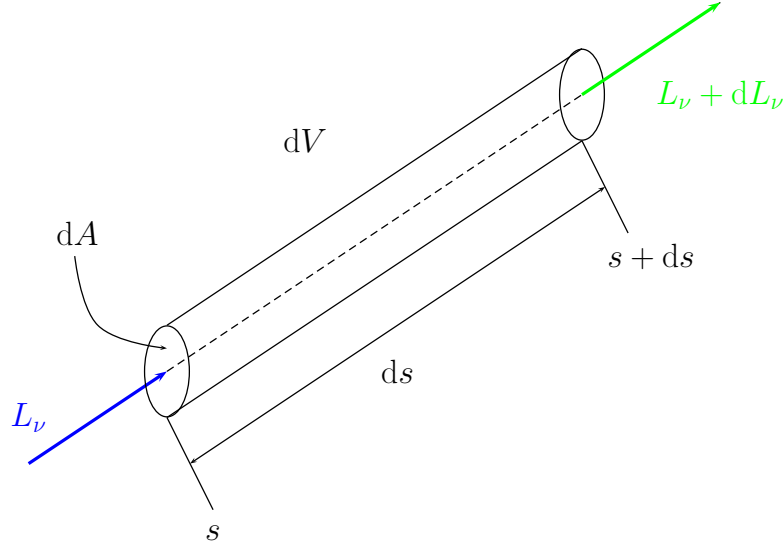


FIG. 2.3 – Principe de propagation dans une direction donnée dans un élément de volume dV

La luminance $L_\nu(s, \Omega, t)$ d'un faisceau de rayonnement monochromatique subit une variation $dL_\nu(s, \Omega, t)$ entre s et $s + ds$ lors de la traversée du milieu. La variation d'énergie radiative entre s et $s + ds$, durant l'intervalle de temps dt , dans l'intervalle de fréquence $d\nu$ et dans l'angle solide $d\Omega$ s'écrit :

$$dL_\nu(s, \Omega, t) \cdot dA \cdot d\Omega \cdot d\nu \cdot dt \quad (2.2)$$

Soit Φ_ν le gain d'énergie radiative par unité de volume, de temps, de fréquence et d'angle solide. Alors, le gain net d'énergie radiative peut être défini en fonction de Φ_ν par :

$$\Phi_\nu \cdot ds \cdot dA \cdot d\Omega \cdot d\nu \cdot dt \quad (2.3)$$

Donc, en égalant les deux expressions du gain net d'énergie radiative, (2.2) et (2.3), nous obtenons la forme la plus générale de l'équation de transfert radiatif :

$$\frac{dL_\nu(s, \Omega, t)}{ds} = \Phi_\nu \quad (2.4)$$

Il s'agit maintenant de définir les termes intervenant dans le gain d'énergie radiative unitaire Φ_ν . Ceux-ci sont définis schématiquement sur la figure 2.4.

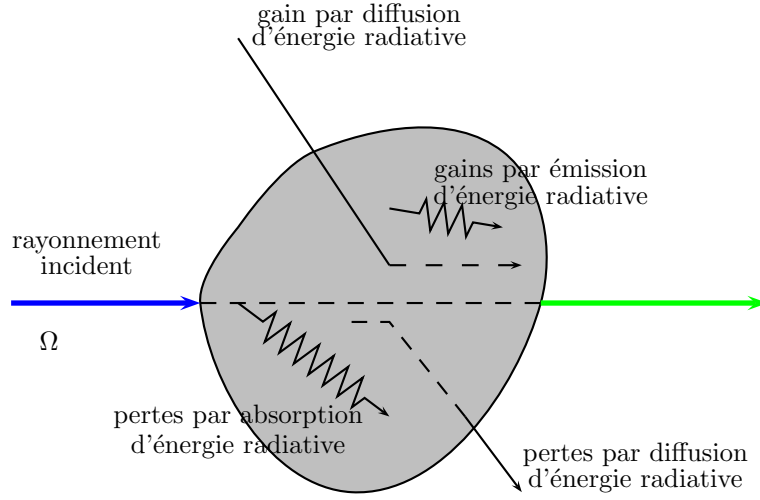


FIG. 2.4 – Contributions intervenant dans le gain d'énergie

- ▷ Pour décrire les pertes d'énergie par absorption, il est nécessaire d'introduire le coefficient d'absorption monochromatique κ_ν qui dépend de la composition du milieu et de sa température. Ainsi, les pertes d'énergie par absorption sont définies par :

$$\Phi_{\nu,a} = \kappa_\nu(s) \cdot L_\nu(s, \Omega, t) \quad (2.5)$$

- ▷ Les gains d'énergie radiative par émission s'écrivent [MULLER, 1994] :

$$\Phi_{\nu,e} = \kappa_\nu(s) \cdot L_\nu^0(T(s)) \quad (2.6)$$

où $L_\nu^0(T(s))$ représente la luminance monochromatique du rayonnement d'équilibre (rayonnement du corps noir) à la température $T(s)$. Cette luminance est donnée par la loi de Plank :

$$L_\nu^0(T(s)) = \frac{2h\nu^3}{c^2 \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1 \right]} \quad (2.7)$$

avec : c : vitesse du rayonnement électromagnétique dans le milieu
 h : constante de Plank = $6.62608 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
 k : constante de Boltzmann = $1.38066 \cdot 10^{-24} \text{ J.K}$

Dans le cas de milieux semi-transparents, il est d'usage de ramener les grandeurs au nombre d'onde $\eta = \frac{\nu}{c}$ (cm^{-1}) ; sachant que $L_\nu^0(T)d\nu = L_\eta^0(T)d\eta$, l'expression de $L_\eta^0(T(s))$ est :

$$L_\eta^0(T) = \frac{2h\eta^3}{c_0^2 \left[\exp\left(\frac{h\eta c_0}{kT}\right) - 1 \right]} \quad (2.8)$$

- ▷ Le phénomène de diffusion correspond à des changements de direction de propagation du rayonnement incident. L'effet de la diffusion est double :
 - ◇ une partie du flux qui se propageait dans l'angle solide $d\Omega$ est dévié dans des directions Ω' n'appartenant plus à $d\Omega$. En introduisant le coefficient de diffusion σ_ν , les pertes par diffusion sont données par :

$$\Phi_{\nu,d}^- = \sigma_\nu(s).L_\nu(s, \Omega, t) \quad (2.9)$$

- ◇ Le flux se propageant suivant Ω est renforcé par la diffusion du rayonnement incident provenant de certaines ou de toutes les autres directions de propagation. Le gain par diffusion s'explicite en introduisant une fonction de phase $P_\nu(s, \Omega', \Omega)$. Ainsi, les gains par diffusion s'expriment, en faisant l'hypothèse de diffusion cohérente (pas de changement de phase) par :

$$\Phi_{\nu,d}^+ = \frac{\sigma_\nu(s)}{4\pi} \int_{4\pi} P_\nu(s, \Omega', \Omega).L_\nu(s, \Omega', t) d\Omega' \quad (2.10)$$

Nous pouvons à présent écrire le bilan d'énergie radiative :

$$\Phi_\nu = \Phi_{\nu,e} - \Phi_{\nu,a} + \Phi_{\nu,d}^+ - \Phi_{\nu,d}^- \quad (2.11)$$

Soit, en remplaçant les différents termes par leurs expressions, nous obtenons l'équation du transfert radiatif dans le milieu :

$$\begin{aligned} \frac{dL_\nu(s, \Omega, t)}{ds} = & -(\kappa_\nu(s) + \sigma_\nu(s)).L_\nu(s, \Omega, t) + \kappa_\nu(s).L_\nu^0(T(s)) \\ & + \frac{\sigma_\nu(s)}{4\pi} \int_{4\pi} P_\nu(s, \Omega', \Omega).L_\nu(s, \Omega', t) d\Omega' \end{aligned} \quad (2.12)$$

Sous certaines hypothèses [MULLER, 1994], l'équation de transfert radiatif s'écrit dans la plupart des cas sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{dL_\nu(s, \Omega)}{ds} = & -(\kappa_\nu(s) + \sigma_\nu(s)).L_\nu(s, \Omega) + \kappa_\nu(s).L_\nu^0(T(s)) \\ & + \frac{\sigma_\nu(s)}{4\pi} \int_{4\pi} P_\nu(s, \Omega', \Omega).L_\nu(s, \Omega') d\Omega' \end{aligned} \quad (2.13)$$

ou encore :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\beta_\nu(s)} \frac{\partial L_\nu(s, \Omega)}{\partial s} + L_\nu(s, \Omega) = & -(\kappa_\nu(s) + (1 - \omega_\nu(s)).L_\nu^0(T(s)) \\ & + \frac{\omega_\nu(s)}{4\pi} \int_{4\pi} P_\nu(s, \Omega', \Omega).L_\nu(s, \Omega') d\Omega' \end{aligned} \quad (2.14)$$

où ont été définies les grandeurs suivantes :

▷ le coefficient d'extinction volumique monochromatique $\beta_\nu(s)$, vérifiant :

$$\beta_\nu(s) = \kappa_\nu(s) + \sigma_\nu(s) \quad (2.15)$$

▷ l'albédo¹ monochromatique $\omega_\nu(s)$, représentant la part des pertes par diffusion par rapport aux pertes totales par absorption et diffusion :

$$\omega_\nu(s) = \frac{\sigma_\nu(s)}{\beta_\nu(s)} \quad (2.16)$$

2.2.2 Flux radiatif et puissance volumique radiative [MULLER, 1994]

L'équation du transfert radiatif vue précédemment permet d'accéder au champ de luminance dans le milieu semi-transparent. Cependant, la grandeur énergétique intervenant dans l'équation de conservation de l'énergie du milieu est la puissance volumique radiative. Il en est de même aux limites opaques où la grandeur énergétique nécessaire est le flux net radiatif. Nous allons donc montrer comment, à partir du champ de luminance, sont définies ces grandeurs.

¹fraction diffusée ou réfléchiée par un corps de l'énergie de rayonnement incidente

2.2.2.1 Flux radiatif

Le flux net radiatif monochromatique par unité de surface s'exprime en tout point du milieux ou aux limites opaques en fonction du champ de luminance par :

$$\phi_{r,\nu} = \int_{4\pi} L_\nu(s, \Omega) \cdot \vec{\Omega} \cdot \vec{n} d\Omega \quad (2.17)$$

ou encore, en posant $\theta = \widehat{(\vec{\Omega}; \vec{n})}$ angle entre la normale à la surface et la direction de propagation :

$$\phi_{r,\nu} = \int_{4\pi} L_\nu(s, \Omega) \cos \theta d\Omega \quad (2.18)$$

2.2.2.2 Équation aux limites opaques

L'équation de transfert radiatif n'étant valable que dans le milieu semi-transparent, il est nécessaire d'écrire l'équation permettant le calcul des luminances aux limites opaques du domaine physique.

La luminance monochromatique partant d'un point s_0 d'un élément de surface dA se compose d'une partie émise due à la température en ds_0 et d'une partie réfléchie et s'écrit donc :

$$L_\nu(s_0, \Omega) = \epsilon_\nu(s_0, \Omega) \cdot L_\nu^0(T(s_0)) + \int_{2\pi} \text{fr}_\nu(s_0, \Omega', \Omega) \cdot L_\nu(s_0, \Omega') \cdot \cos \theta' d\Omega \quad (2.19)$$

où :

- ▷ θ' représente l'angle entre les directions incidentes Ω' et la normale à la surface dirigée vers l'intérieur du domaine.
- ▷ $\text{fr}_\nu(s_0, \Omega', \Omega)$ représente la fonction de distribution de la réflexion qui dépend des directions incidentes et des directions de réflexion (car fr_ν représente le rapport entre la luminance réfléchie suivant une direction Ω et l'éclairement suivant une direction Ω').

L'obtention de cette fonction pour un matériau donné est très difficile car elle nécessiterait des mesures radiatives complexes et lourdes. Nous ferons l'hypothèse que les surfaces opaques (précisément, le four pour l'application qui nous concerne), sont des émetteurs et réflecteurs diffus (pas de dépendance angulaire des propriétés radiatives).

Dans ce cas, la fonction de distribution de la réflexion est indépendante des directions considérées et vaut $\rho_\nu(s_0)/\pi$, où ρ_ν représente la réflectivité spectrale de la surface. L'équation aux limites opaques s'écrit donc :

$$L_\nu(s_0) = \epsilon_\nu(s_0).L_\nu^0(T(s_0)) + \frac{\rho_\nu(s_0)}{\pi} \int_{2\pi} L_\nu(s_0, \Omega'). \cos \theta' d\Omega \quad (2.20)$$

2.2.2.3 Équation de conservation de l'énergie radiative

L'équation de conservation de l'énergie radiative encore appelée terme source est une grandeur fondamentale puisqu'elle intervient directement dans l'équation de conservation de l'énergie du milieu. Elle s'exprime en fonction du flux net radiatif en chaque point par la relation :

$$S_{r,\nu} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{\phi}_{r,\nu} = - \int_{4\pi} \frac{\partial L_\nu(s, \Omega)}{\partial s} d\Omega \quad (2.21)$$

En remplaçant la variation de la luminance sur le trajet ds par l'équation (2.13) et en normalisant la fonction de phase, ce terme source s'écrit :

$$S_{r,\nu} = \int_{4\pi} \kappa_\nu(s).L_\nu(s, \Omega) d\Omega - 4\pi\kappa_\nu(s).L_\nu^0(T(s)) \quad (2.22)$$

L'énergie radiative nette totale s'obtient en intégrant le terme source sur l'ensemble du spectre des fréquences :

$$S_r = \int_0^\infty S_{r,\nu} d\nu$$

Nous venons de poser les bases du rayonnement, nous allons à présent nous intéresser plus particulièrement au rayonnement dans le four de fibrage et à la résolution de l'ETR.

2.2.3 Résolution du transfert radiatif

Il existe plusieurs méthodes de résolution de l'équation de transfert radiatif. Les solutions exactes ne peuvent pas être envisagées uniquement dans le cas de géométries simples en introduisant certaines hypothèses. Les différentes méthodes sont détaillées dans l'ouvrage de Siegel et Howell [SIEGEL et HOWELL, 1992] ou encore dans la thèse de J. Muller [MULLER, 1994]. Ce dernier a choisi une résolution par la méthode des ordonnées discrètes. Elle consiste à discrétiser l'équation de transfert radiatif suivant un nombre fini de direction de propagation du rayonnement dans l'espace et à l'intégrer ensuite sur un volume de contrôle afin de réaliser la discrétisation spatiale du domaine physique.

Cette dernière méthode est très populaire en transferts radiatifs ([ANDRIEU, 2003]). Toutefois, il apparaît que dans le cas du fibrage, elle ne soit pas utilisée. C'est pourquoi, nous ne la détaillerons pas ici.

2.3 La thermique dans le four : application au fibrage

Comme nous le rappelle [KAMINSKI, 1995], le premier modèle d'écoulement et de transfert thermique d'une fibre de verre a été publié par [GLISCKMAN, 1968]. Cette étude portait sur la dynamique d'un jet de verre chauffé pour lequel les champs de vitesse et de température étaient unidimensionnels et les échanges de chaleur par rayonnement étaient négligés. Une amélioration de ce modèle fut proposée par [STEHLE et BRUCKNER, 1979] qui considérèrent un champ thermique 2D et un modèle de rayonnement surfacique.

Un modèle plus pertinent pour le fibrage a été publié par [PAEK et RUNK, 1978]. Les champs de vitesse et de température sont uniaxiaux et le modèle de rayonnement est plus réaliste.

Un des modèles le plus pertinent reste celui de M. Myers [MYERS, 1989] sur lequel nous allons nous attarder.

2.3.1 Le rayonnement mutuel [MYERS, 1989]

Dans de nombreux cas, une facette de l'élément étudié en voit d'autres : la facette reçoit de l'énergie rayonnée par toutes celles qu'elle voit et réciproquement, rayonne sur elles. Il est alors nécessaire de prendre en compte le rayonnement mutuel entre les surfaces. Intéressons-nous au rayonnement entre la fibre et les parois du four comme décrit sur la figure 2.5.

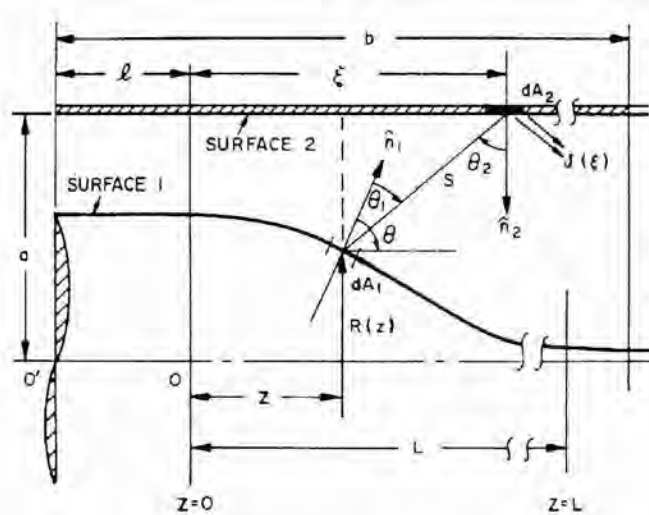


FIG. 2.5 – Relations géométriques pour le calcul des facteurs de vue dans le cas du fibrage [PAEK et RUNK, 1978]

Le problème qui se pose est le suivant : un élément de surface dA_1 de la fibre émet de manière diffuse un certain rayonnement. Une fraction de ce rayonnement arrive sur un élément de surface dA_2 appartenant au four : d'une part, cet élément émet son propre rayonnement et, d'autre part, réfléchit dans toutes les directions une partie de ce que lui envoie dA_1 , en particulier vers dA_1 . Celle-ci récupère donc, après réflexion, une partie de ce qu'elle a envoyé. Il s'agit alors de faire le bilan des échanges radiatifs entre dA_1 et dA_2 .

L'énergie rayonnée par dA_2 qui est absorbée par dA_1 est :

$$d^2Q_a = \frac{\cos(\theta_1) \cos(\theta_2) dA_1 dA_2}{S^2} \int_{\lambda} \alpha'_{\lambda} i'_{\lambda,2} d\lambda \quad (2.23)$$

où θ_1 et θ_2 sont les angles entre les normales respectives à chaque surface et la droite joignant les deux éléments de surface ; S est la distance entre dA_1 et dA_2 , $i'_{\lambda,2}$ est l'intensité spectrale du rayonnement issu de dA_2 et α'_{λ} est le pouvoir d'absorption spectral directionnel.

2.3.2 Le problème thermique du fibrage vu par M. Myers [MYERS, 1989]

Ce modèle est intéressant car il est unidimensionnel. En effet, il est très proche, du modèle que nous utiliserons dans le chapitre 4.

L'équation de la chaleur est écrite sous la forme :

$$\rho C_p \pi R^2 \left(\frac{\partial T}{\partial t} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} (k \pi R^2 \frac{\partial T}{\partial z}) - 2\pi R (q_e - q_a + q_c) \quad (2.24)$$

avec :

- q_e : énergie radiative émise par unité d'aire,
- q_a : énergie radiative absorbée par unité d'aire,
- q_c : transfert de chaleur convectif du gaz autour de la fibre,
- C_p : chaleur spécifique du verre,
- k : conductivité thermique,
- $R = R(z)$: rayon de la fibre à la cote z .

Grâce à des estimations des facteurs radiatifs et convectifs, [MYERS, 1989] démontre que la conduction peut être négligée devant les échanges radiatifs avec le mur (parois du four) ; l'équation thermique est alors :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + w \frac{\partial T}{\partial z} = - \frac{2}{\rho C_p R} (q_e - q_a) \quad (2.25)$$

- ▷ Le rayonnement du verre à l'extérieur n'affecte pas significativement la température extérieure. L'hypothèse est légitime car la fibre n'occupe qu'une petite partie du volume du four.
- ▷ Le four est considéré comme une surface grise diffuse.
- ▷ La dépendance directionnelle de l'émissivité et du pouvoir absorbant de la préforme est négligée : le verre est modélisé comme une surface spectrale diffuse.

L'énergie radiative émise par unité d'aire par un élément de surface du verre est par définition :

$$q_e = \int_{\lambda} e_{\lambda b} \varepsilon_{\lambda} d\lambda \quad (2.26)$$

En faisant comme hypothèse que l'émissivité est constante par bande de longueur d'onde, l'énergie émise devient :

$$q_e = \sum_i \varepsilon_{\lambda,i} \int_{\lambda_i}^{\lambda_{i+1}} e_{\lambda b} d\lambda \quad (2.27)$$

$e_{\lambda b}$ est donné par la loi de Plank équation (2.7) où L_{λ}^0 et $e_{b\lambda}$ sont liées par la relation :

$$e_{b\lambda} = \pi L_{\lambda}^0 \quad (2.28)$$

Sachant que $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c_0^2 h^3}$ et en faisant le changement de variable $\xi = \frac{hc_0}{k\lambda T}$, l'équation (2.27) devient :

$$q_e = \sigma T^4 \sum_i \varepsilon_{\lambda,i} \frac{15}{\pi^4} \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \frac{\xi^3}{\exp(\xi) - 1} d\xi \quad (2.29)$$

Le calcul de l'énergie radiative absorbée par le verre s'obtient par intégration sur toute la surface du four de la quantité d^2Q_a (cf. eq. 2.23) ramenée à une unité de la surface du verre :

$$q_a = \frac{\int_{A_2} d^2Q_a}{dA_1} = \int_0^L U(z_2) F(z, R, z_2) dz_2 \sum_i \varepsilon_{\lambda,i} \frac{15}{\pi^4} \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \frac{\xi^3}{\exp(\xi) - 1} d\xi \quad (2.30)$$

où z et R sont les coordonnées d'un point de la fibre, F est appelé le facteur de vue et U est l'énergie totale issue de la paroi du four.

Les facteurs de vue peuvent être calculés dès lors que les géométries de la fibre et du four sont connues.

Le calcul de U est plus délicat. Il est basé sur l'hypothèse que la température est suffisamment élevée de sorte que les transferts de chaleurs autres que le rayonnement peuvent être négligés.

Considérons un cylindre creux de rayon b et de longueur L qui est chauffé par l'extérieur par une source $s(z)$. La température sur la surface du cylindre est T_e . Ainsi, d'après Usiskin et Siegel [USISKIN et SIEGEL, 1960], le flux radiatif total quittant la surface est :

$$U(z) = \sigma T^4 + \Gamma(z) \quad (2.31)$$

Où $\Gamma(z)$ est solution de l'équation :

$$\Gamma(z) = s(z) + \int_0^z \Gamma(\eta) K(z - \eta) d\eta \quad (2.32)$$

avec $K(x) = 1 - \frac{x^3 + 3x/2}{(x^2 + 1)^{3/2}}$, et la température de la paroi du four est obtenue par :

$$\sigma T_w^4(z) = \frac{1 - \epsilon_w}{\epsilon_w} s(z) + U(z) \quad (2.33)$$

ϵ_w est l'émissivité du four qui est toujours considéré comme une surface grise et diffuse [MYERS, 1989].

2.3.3 Résultats et conclusions

L'évolution de la viscosité en fonction de la température est importante. M. Myers [MYERS, 1989] a choisi une relation du type Arrhénius :

$$\mu(T) = \mu(T_s) \exp \left[\gamma \left(\frac{T}{T_s} - 1 \right) \right] \quad (2.34)$$

où γ est le coefficient de couplage viscosité-température.

Le modèle présenté ici sert de base à une étude de stabilité linéaire (introduction d'une petite perturbation de la solution stationnaire). Nous ne rentrerons pas dans les détails de la méthode utilisée ici puisque qu'elle ressemble beaucoup à celle que nous avons utilisée et qui est détaillée plus loin dans ce manuscrit (§ 4.3).

Contrairement à la nôtre, le taux d'étirage est une inconnue ainsi que le coefficient γ . Le système est résolu pour différentes valeurs de γ . Pour chacune de ces valeurs, est déterminé le taux d'étirage dit < critique > c'est-à-dire le taux pour lequel la partie réelle

de la première valeur propre vaut zéro (cf. § 4.3). Les résultats obtenus par [MYERS, 1989] sont représentés figures 2.6 et 2.7. Elles montrent respectivement l'évolution du rayon en fonction de la distance axiale (les grandeurs sont adimensionnelles) et l'évolution du taux d'étirage critique en fonction du coefficient de couplage viscosité-température. Ainsi, sur la figure 2.7, nous pouvons trouver un couple de valeurs (E, γ) pour lesquelles le procédé est stable.

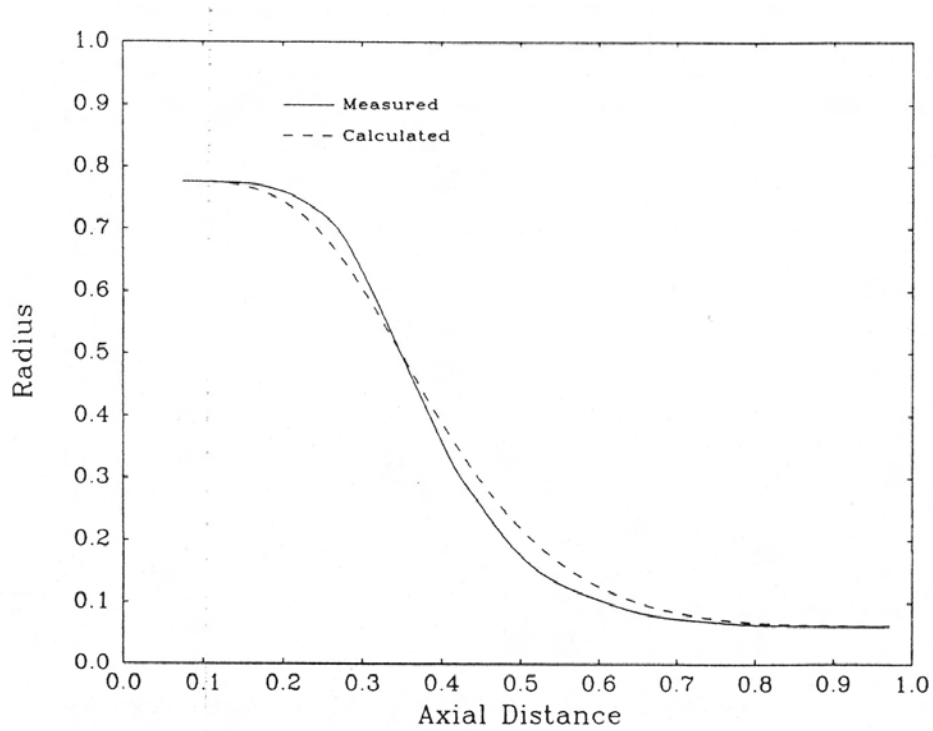


FIG. 2.6 – Rayon de la fibre mesuré et calculé [MYERS, 1989]

Par contre, nous pouvons remarquer, figure 2.6, que le diamètre calculé ne correspond pas tout à fait au profil réel de la fibre.

Basée sur la nature de l'émission et de l'absorption du verre, cette approximation est justifiée lorsque le verre a une température uniforme ou est optiquement épais. Bien que ces conditions ne soient pas toujours satisfaites, nous constatons que dans le domaine du fibrage, cette approche est toujours utilisée [LEE et JALURIA, 1995] car elle est simple d'analyse et ne demande pas beaucoup de données sur les propriétés du verre.

En conclusion de cette étude, le procédé semble être stable dans les conditions étudiées. Le modèle de transfert thermique est basé sur l'hypothèse que le rayonnement est dominant mais les détails de la résolution n'apparaissent pas clairement. Enfin, le modèle ne permet pas d'obtenir un profil géométrique acceptable par rapport au profil mesuré.