

---

## Problèmes direct et inverse - Déformation graduelle

---

Cette partie présente les problèmes direct et inverse ainsi que la méthode de déformation graduelle. Le problème direct est défini à partir des équations décrivant les écoulements de fluides en milieu poreux. Le problème inverse explique comment à partir de données indirectes, on peut caractériser la perméabilité au sein du réservoir. On définit ce qu'est une fonction objectif et on explique le schéma de la boucle de calage mis en place pour le calage d'historique. Enfin, on rappelle les principes de la méthode de déformation graduelle : il s'agit d'une méthode de paramétrisation qui permet de modifier un modèle de réservoir à partir d'un nombre réduit de paramètres.

### 2.1. Problème direct

Les écoulements dans le réservoir sont décrits par un ensemble d'équations. Les lois utilisées sont principalement la loi de conservation de la masse et les lois de Darcy. Pour simplifier les calculs, on considère l'écoulement de deux phases incompressibles et immiscibles dans un milieu dont la perméabilité est isotrope.

Les lois de Darcy s'écrivent alors :

$$u_o = -\frac{k_{ro}(s_o)}{\mu_o} K \nabla(P_o)$$
$$u_w = -\frac{k_{rw}(s_w)}{\mu_w} K \nabla(P_w)$$

**Equation 1**

Les indices  $w$  et  $o$  se rapportent à l'eau et à l'huile, respectivement. Ce sont les deux seules phases présentes dans le réservoir.  $P$  fait référence à la pression et  $s$  à la saturation.  $\mu$  représente la viscosité et  $u$  la vitesse d'écoulement de la phase donnée.  $K$  est le tenseur de perméabilité symétrique du milieu considéré. La perméabilité relative  $k_r$  est une fonction de la saturation : elle est souvent donnée par une loi puissance, de type Corey (Corey, 1977) :

$$k_{rw}(s_w) = k_{rwmax} \left( \frac{s_w - s_{wir}}{1 - s_{wir} - s_{or}} \right)^{n_w}$$
$$k_{ro}(s_o) = k_{romax} \left( \frac{s_o - s_{or}}{1 - s_{wir} - s_{or}} \right)^{n_o}$$

**Equation 2**

$k_{rwmax}$  est la perméabilité relative maximale pour l'eau,  $s_{wir}$  est la saturation irréductible à l'eau et  $s_{or}$  la saturation irréductible à l'huile.  $n_w$  et  $n_o$  sont les exposants de Corey pour l'eau et l'huile.

La fermeture du système est obtenue en supposant que le support poreux est complètement saturé et que la pression capillaire est donnée par :

$$\begin{aligned} s_o + s_w &= 1 \\ p_o - p_w &= p_c(s_w) \end{aligned} \tag{Equation 3}$$

La loi de conservation de la masse pour une phase  $i$  est donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_i s_i) + \text{div} \left( \sum_i \rho_i \mathbf{v}_i \right) + \delta q_i = 0 \tag{Equation 4}$$

Avec :  $\rho_i$  la densité de la phase  $i$  (eau ou huile),  $s_i$  la saturation de la phase  $i$ ,  $\delta q_i$  le débit d'injection ou de production de la phase  $i$ ,  $\mathbf{v}_i$  la vitesse d'écoulement de la phase  $i$ .

On a alors un système d'équations couplées non-linéaires. Les conditions initiales dépendent de l'étude menée suivant que l'on est en exploration ou en production. En exploration on considérera le réservoir à l'équilibre de pression, alors qu'en production on connaît les pressions au moment du commencement de l'exploitation. Les conditions aux limites sont généralement que le réservoir est imperméable à l'écoulement.

A partir de ces lois, pour un modèle de réservoir donné, peuplé par des propriétés pétrophysiques, on obtient des réponses dynamiques comme les pressions et les débits aux puits ou encore les saturations dans tout le réservoir à un temps donné.

## 2.2. Problème inverse – Calage d'historique de production

Le problème inverse consistant à intégrer les données de production tels les débits et les pressions est appelé, en ingénierie de réservoir, calage d'historique de production. Il consiste à identifier un modèle de réservoir, qui une fois donné en entrée au système d'équations d'écoulement, donne des réponses proches des données dynamiques connues. On distingue deux types de méthodes pour résoudre ce type de problème. Le premier regroupe les méthodes de type Monte Carlo ou probabilistes (Evensen, 1994, 2009). Ces méthodes sont fondées sur la génération d'un ensemble de réalisations de la variable recherchée, ce qui donne une distribution a priori. On résout le problème direct pour chaque réalisation jusqu'au temps où on a la première mesure. Chaque variable est alors mise à jour à partir de la théorie des filtres de Kalman. Ce processus est répété jusqu'à ce que toutes les données soient assimilées. Les filtres de Kalman ont beaucoup été utilisés. Cependant, il reste un certain nombre de questions à propos du sur-paramétrage, de la mauvaise quantification des incertitudes ou encore de la gestion des solutions non-physiques (Gu et Oliver, 2005). Le second type de méthodes regroupe les approches variationnelles (Jacquard, 1965). Dans ce cadre, la solution recherchée minimise une fonction que l'on appelle fonction objectif. Cette fonction quantifie l'écart entre les données dynamiques et les réponses simulées pour le modèle de réservoir. Ce processus revient à implémenter un algorithme d'optimisation itératif. A chaque itération, les paramètres du réservoir sont ajustés et on effectue une simulation d'écoulement. Ces paramètres sont modifiés jusqu'à ce que les réponses simulées correspondent aux données dynamiques.

Le schéma de calage utilisé à IFPEN (Figure 6) est décrit ci-dessous.

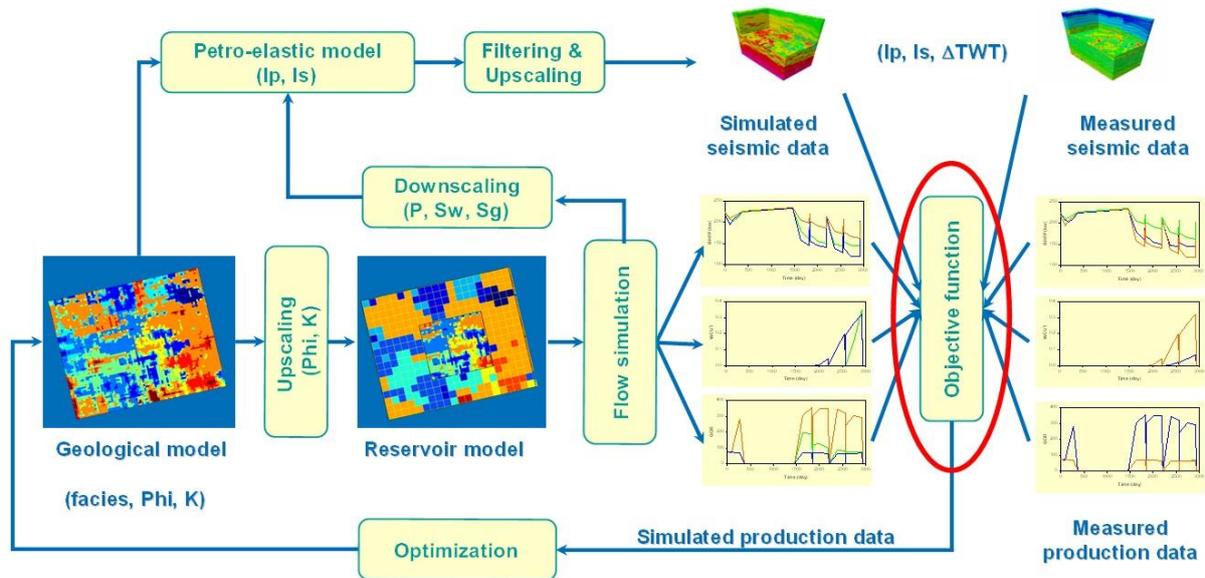


Figure 6. Schéma de calage d'historique de production.

Le but est de construire un modèle de réservoir qui respecte au mieux les données disponibles, aussi bien statiques (mesures aux puits,...) que dynamiques (débits, pression,...). La boucle de calage montre comment on contraint le modèle de réservoir. La description détaillée de cette boucle de calage est disponible dans Le Ravalec *et al.* (2012 OGST), ici nous ne faisons qu'un résumé.

- Premièrement, on construit un modèle géologique, sur une grille fine, à partir des données statiques telles que les mesures sur carotte, les diagraphies ou les modèles de sédimentation ou de déposition.
- La deuxième étape consiste à amener ce modèle vers une échelle grossière. On parle ici d' « upscaling ». L'intérêt est de réduire le temps de calcul lié à la simulation d'écoulement. On travaille donc sur une grille de moindre résolution où les propriétés pétrophysiques sont moyennées (à l'aide d'une moyenne arithmétique, géométrique,...).
- Dans un troisième temps, on donne ce modèle grossier en entrée au simulateur d'écoulement qui fournit alors des réponses en production (débits au cours de la production, pressions, "water-cut",...). A partir du modèle géologique et des résultats en pression et saturation issus du simulateur d'écoulement, on construit un modèle pétroélastique, qui nous permet de simuler les attributs sismiques (données déduites de la sismique).
- La dernière étape de la boucle est le calcul de la fonction objectif, qui compare les données de production et les données sismiques simulées avec les données réelles.
- Pour réduire cette fonction objectif on perturbe le modèle géologique construit à l'étape 1 à l'aide de techniques telles que la méthode de déformation graduelle. On répète cette chaîne de simulation jusqu'à ce que la fonction objectif passe sous un seuil préalablement défini.

La fonction objectif est définie par :

$$J(v) = \frac{1}{2} (g(v) - d_{obs})' (C_D)^{-1} (g(v) - d_{obs}) \quad \text{Equation 5}$$

Elle mesure l'écart entre les réponses simulées  $g(v)$  et les données dynamiques  $d_{obs}$ .  $g$  est l'opérateur qui permet de passer de l'espace des paramètres  $v$  aux réponses dynamiques : il s'agit ici du simulateur d'écoulement.  $C_D$  est la matrice de covariance qui quantifie les incertitudes expérimentales et théoriques. Généralement, un modèle de réservoir est composé de millions de mailles. Donc, il y a au moins autant d'inconnues que de mailles : chaque maille doit contenir une valeur de porosité, de perméabilité, de saturation, *etc.* D'un autre côté, le nombre de données dynamiques est nettement moins grand, ce qui rend le problème mal posé. Pour que le problème soit "mieux" posé, on utilise différentes techniques de régularisation. On peut par exemple ajouter de l'information dans la fonction objectif :

$$J(v) = \frac{1}{2} (g(v) - d_{obs})' (C_D)^{-1} (g(v) - d_{obs}) + \frac{1}{2} (v - v_o)' (C_V)^{-1} (v - v_o) \quad \text{Equation 6}$$

Le terme ajouté sur la droite évalue l'écart entre le modèle courant  $v$  et le modèle a priori  $v_o$ . La matrice de covariance  $C_V$  caractérise les incertitudes sur  $v_o$ .

Une autre technique de régularisation consiste à limiter l'espace de recherche. On peut alors utiliser des méthodes de paramétrisation géostatistiques telle que la méthode de déformation graduelle (Hu, 2000). Cette méthode, intégrée dans un processus d'optimisation, permet d'ajuster le paramètre de déformation de manière à minimiser la fonction objectif (cette méthode est détaillée section 2.3). Comme la méthode de déformation graduelle tient compte de l'information a priori, la fonction objectif est réduite au terme de différence entre les données. La méthode de déformation graduelle est rappelée plus loin.

De manière plus générale le problème d'optimisation s'écrit :

$$\min_{v \in \Omega} J(v) \quad \text{Equation 7}$$

On rappelle que  $J$  est la fonction objectif et  $v$  les paramètres inconnus du modèles tels que la porosité, la perméabilité, *etc.*  $J$  est généralement fortement non linéaire dans le cadre du calage d'historique. Différentes méthodes d'optimisation sont utilisées pour résoudre ce problème : méthodes stochastiques (Gao *et al.*, 2007) ou déterministes (de Montleau *et al.*, 2006), méthodes globales (Bouzarkouna, 2012) ou locales (Bissell *et al.*, 1994), *etc.*

Les méthodes globales permettent un meilleur calage mais sont généralement trop couteuse en temps de calcul. Elles demandent un grand nombre d'évaluations de la fonction objectif et donc de simulations d'écoulement. Les méthodes locales sont souvent préférées. Nous détaillerons ici les 3 catégories en les expliquant rapidement.

- *Les méthodes de descente.*

Ces méthodes s'appuient sur le calcul l'estimation du gradient ou de la Hessienne de  $J$ . En effet, la première étape de ces algorithmes est de partir d'un point initial et de le mettre à jour en se déplaçant dans la direction de descente. C'est cette direction de descente qui est calculée à partir des dérivées au premier et second ordre. Cependant dans les cas pétroliers ces dérivées n'ont jamais d'expression analytique, il faut donc calculer des approximations. On peut estimer le gradient par état adjoint. Cela consiste à créer un problème adjoint à la simulation d'écoulement et à résoudre les deux problèmes. Cependant peu de simulateur

d'écoulement proposent un code adjoint. On peut estimer le gradient par différences finies, en perturbant chaque paramètres. Mais cela implique de faire une évaluation de la fonction objectif pour chaque perturbation. Enfin citons la méthode bien connue de Quasi-Newton, qui s'appuie sur l'estimation de la Hessienne pour la direction de descente. De même la Hessienne est approximée à partir des calculs du gradient à chaque itérations.

- *Les méthodes de recherche par région de confiance*

Ces méthodes sont basées sur la construction de modèles approchés de  $J$  dans une région de confiance, recalculée à chaque itération. Ces modèles, souvent quadratiques, sont très facile à optimiser. Ils peuvent être calculés à partir de l'estimation du gradient et de la Hessienne comme dans SQP (Sequential Quadratic Programming) ou par interpolation (Bissell, *et al.*, 1994).

- *Les méthodes de recherche directe*

Ces méthodes ne nécessitent pas la connaissance des dérivées et sont très simples à implémentées. La première étape consiste à échantillonner la fonction objectif sur un certain nombre de points, puis de décider des prochaines évaluations à faire en se basant sur l'échantillonnage précédent. On retrouve deux types de méthodes : les méthodes par recherche directionnelle (Conn *et al.*, 2009) et les méthodes par simplexe (Nelder et Mead, 1965).

Une des principales préoccupations lors d'un calage d'historique de production est le temps de calcul, qui augmente avec le nombre d'itérations. Beaucoup de techniques ont été étudiées pour accélérer les techniques d'optimisation. L'approche développée ici se concentre sur la réduction des dimensions de l'espace de recherche, c'est-à-dire du nombre de paramètres inconnus. Comme expliqué précédemment, elle fait intervenir une paramétrisation multi-échelles des réalisations représentant les variations des propriétés pétrophysiques dans le réservoir. L'idée principale est de se donner la possibilité de changer les propriétés pétrophysiques à différentes échelles tout en préservant les liens entre les échelles. Pour résumer, on veut pouvoir changer les tendances d'une propriété à l'échelle grossière ou les variations plus fines de cette même propriété à une échelle plus fine. L'intérêt de cette approche est de gérer un nombre de paramètres qui dépend de l'échelle considérée. Ainsi, à l'échelle grossière, le nombre de paramètres inconnus est plus petit qu'à l'échelle fine. On cherche donc à déterminer d'abord les paramètres à l'échelle grossière. Puis, dans un deuxième temps, on envisage de raffiner le modèle de la propriété recherchée en variant les paramètres à l'échelle fine. Chaque fois qu'un modèle est raffiné, le nombre de paramètres augmente.

Dans le cas multi-échelles le modèle géologique se compose de plusieurs échelles de résolution différente qui peuvent être perturbées chacune indépendamment les unes des autres. Le schéma de calage utilisé est alors un peu différent de celui en Figure 6, il intègre ces nouvelles échelles. La Figure 7 illustre ce nouveau schéma.

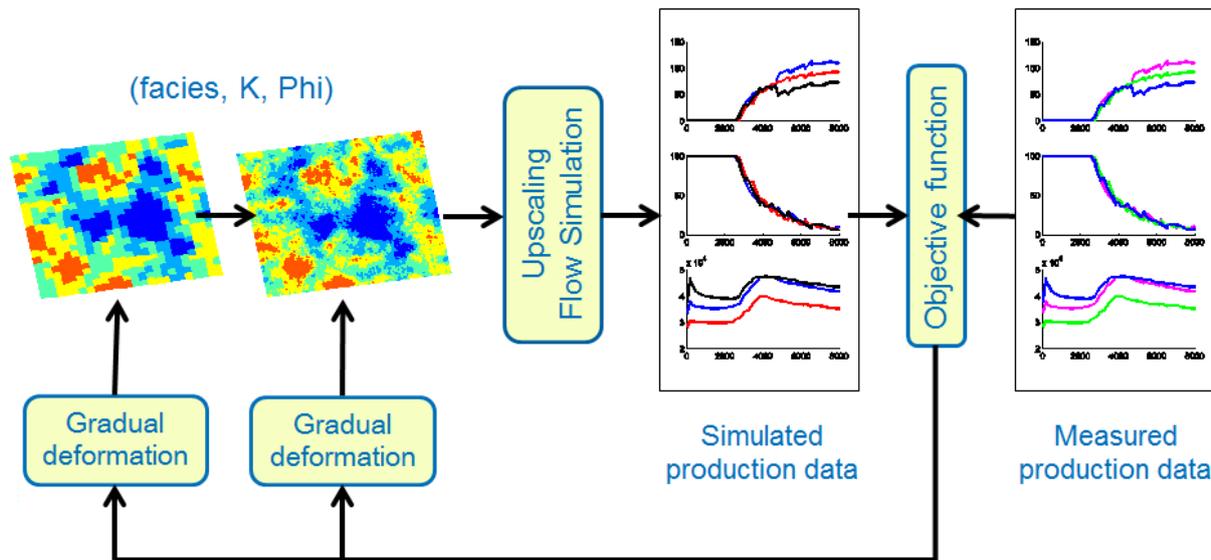


Figure 7 Schéma multi-échelles de calage d'historique de production.

La différence principale se situe dans la simulation du modèle géologique. Il est constitué de deux grilles de résolution différente intimement liées l'une à l'autre. Le calcul du modèle géologique débute donc par la construction d'un modèle à l'échelle la plus grossière, puis par la construction du modèle à l'échelle la plus fine contrainte par le modèle que l'on vient de construire à l'échelle grossière. La boucle de calage reprend alors les étapes précédentes, on envoie ce modèle fin à l'upsaling et en entrée du simulateur d'écoulement, pour obtenir les réponses en production et les comparer aux données réelles.

### 2.3. Déformation graduelle

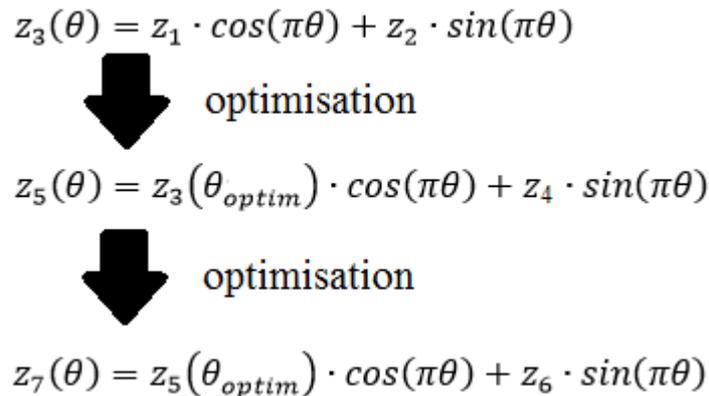
La méthode de déformation graduelle est une technique de paramétrisation géostatistique utilisée pour perturber une réalisation d'une variable aléatoire à l'aide d'un nombre réduit de paramètres tout en préservant la variabilité spatiale. Son schéma de base implique la combinaison de deux bruits blancs Gaussiens indépendants :

$$z(\theta) = z_1 \cos(\pi\theta) + z_2 \sin(\pi\theta) \quad \text{Equation 8}$$

$z_1$  et  $z_2$  sont deux bruits blancs Gaussiens indépendants. Quelle que soit la valeur du paramètre de déformation  $\theta$ , on peut montrer que  $z$  est aussi un bruit blanc Gaussien (Hu, 2000). Comme la règle de déformation est périodique,  $\theta$  est compris entre -1 et 1. Lorsque  $\theta = 0$ ,  $z$  est égal à  $z_1$  ; lorsque  $\theta = \frac{1}{2}$ ,  $z$  est égal à  $z_2$ .

Le bruit blanc Gaussien correspond aux nombres aléatoires attribués aux mailles où on veut simuler des valeurs de la variable. Faire varier le paramètre de déformation permet de varier le bruit blanc Gaussien utilisé pour générer la réalisation. Ce processus permet de déformer la réalisation déduite du bruit blanc Gaussien. Cette technique de paramétrisation, une fois intégrée au processus d'optimisation ou au calage d'historique, est un outil qui permet de parcourir des chaînes de réalisations dans l'espace de recherche. Parmi toutes celles-ci, on peut identifier une réalisation qui permet la décroissance de la fonction objective. La probabilité d'avoir un bon calage des données dynamiques est très faible si on se contente de parcourir une seule chaîne. Pour être efficace, la recherche par déformation graduelle doit se faire sur

plusieurs chaînes. Pour plus de détails sur la méthode de déformation graduelle, un ebook a été publié par Le Ravalec *et al.* (2014).

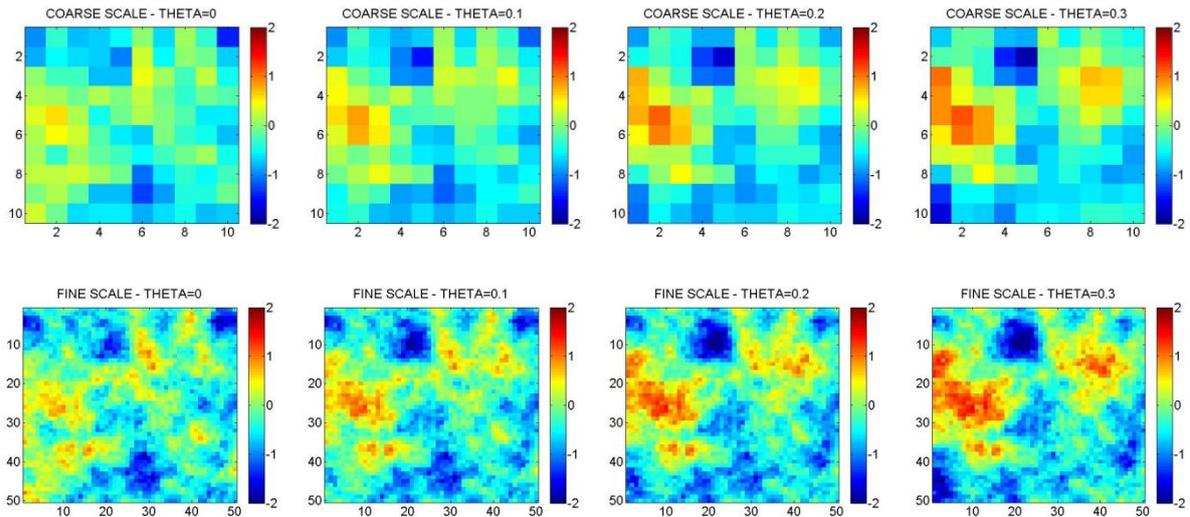


**Figure 8** Schéma d'une chaîne d'optimisation à un paramètre de déformation graduelle  $\theta$

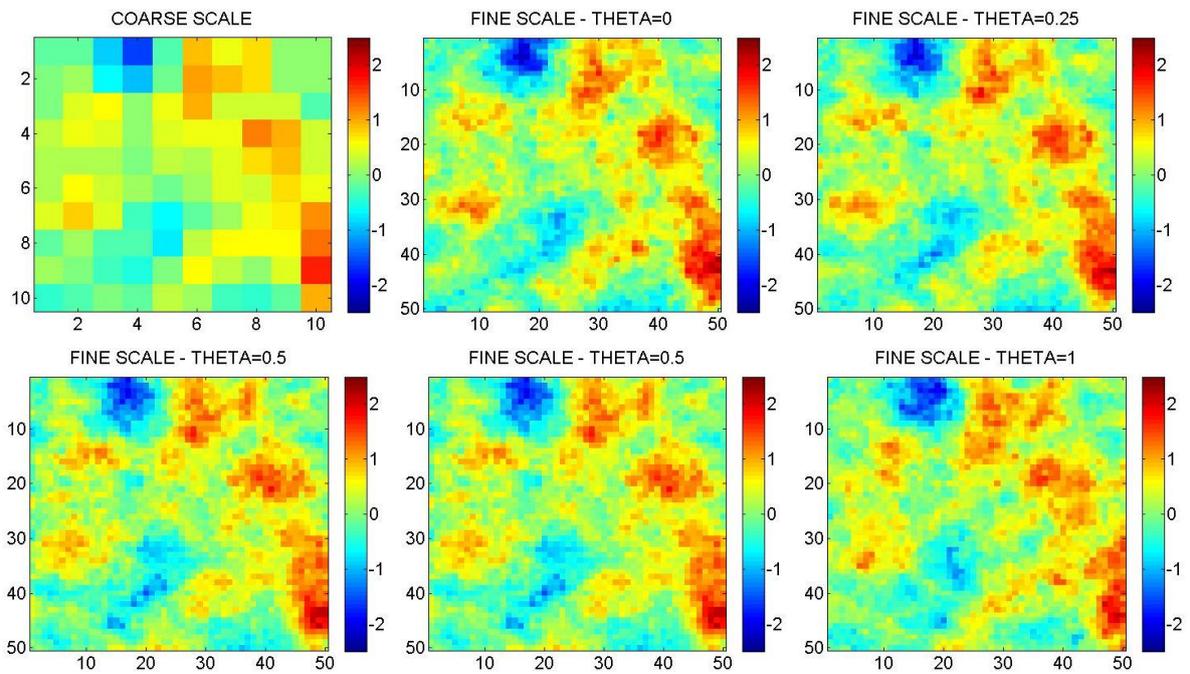
Pour chaque chaîne explorée, on a un processus d'optimisation. Au final, l'optimisation par déformation graduelle correspond à une séquence d'optimisations comme schématisée Figure 8. Une première chaîne est construite à partir de deux bruits blancs Gaussiens ( $z_1$  et  $z_2$ ). On lance un premier processus d'optimisation qui donne la réalisation réduisant le plus la fonction objectif. On obtient donc un  $\theta_{\text{optim}}$  qui donne le bruit blanc Gaussien qui réduit le plus la fonction objectif dans cette première chaîne. Comme une chaîne seule ne représente qu'une toute petite partie de l'espace de recherche, il faut répéter le processus. Le bruit blanc Gaussien correspondant à la réalisation optimale du processus d'optimisation précédent est utilisé pour mettre à jour  $z_1$  que l'on appelle ici dans la Figure 8,  $z_3(\theta_{\text{optim}})$ , et un nouveau bruit blanc Gaussien est tiré au hasard pour  $z_4$ . La combinaison de ces deux nouveaux bruits blancs Gaussiens donne une nouvelle chaîne de réalisations qui une fois parcourue amène à une réalisation optimale qui réduit la fonction objectif autant que possible, et ainsi de suite.

Dans ce contexte, on espère que le schéma multi-échelles apporte plus de flexibilité. Une réalisation dépend de deux bruits blancs Gaussiens : un à l'échelle fine et un à l'échelle grossière. Le bruit blanc Gaussien à l'échelle grossière permet de générer la tendance sur la grille grossière. Le bruit blanc Gaussien à l'échelle fine génère la réalisation sur la grille fine conditionnellement à la réalisation générée précédemment sur la grille grossière. En conséquence, la méthode de déformation graduelle peut être appliquée sur la grille grossière (Figure 9), sur la grille fine (Figure 10) ou sur les deux en même temps. La Figure 9 montre l'impact de la déformation graduelle sur la réalisation simulée sur la grille grossière et les modifications qui en résultent pour la réalisation sur la grille fine. La Figure 10, quant à elle, montre l'impact de la déformation graduelle sur la réalisation à l'échelle fine pour une réalisation grossière fixée. Pour ce dernier exemple, on remarque que la tendance reste la même à l'échelle fine, on joue seulement sur les variations autour de la tendance.

L'avantage de cette méthode de simulation imbriquée est qu'il est possible de changer une réalisation à une échelle donnée, avec un nombre d'inconnues dépendant de cette échelle. Plus l'échelle est grossière, moins il y a de mailles dans la grille associée et donc, moins il y a d'inconnues. Le calage devrait s'en trouver facilité : les données peuvent être intégrées à la bonne échelle avec moins d'inconnues.



**Figure 9.** Déformation graduelle d'une réalisation continue à l'échelle grossière. L'équation 6 est appliquée au bruit blanc Gaussien de la grille grossière alors que celui peuplant la grille fine reste inchangé. Le paramètre de déformation graduelle  $\theta$  est indiqué au-dessus de l'image. Les images du dessus montrent l'impact sur la réalisation grossière. Les images du dessous montrent l'impact sur la réalisation fine.



**Figure 10.** Déformation graduelle d'une réalisation continue à l'échelle fine. L'équation 6 est appliquée ici au bruit blanc Gaussien peuplant la grille fine alors que celui de la grille grossière reste inchangé. Le paramètre de déformation graduelle  $\theta$  est indiqué sur le dessus de l'image. En haut à gauche : la réalisation grossière ne change pas. Toutes les autres images montrent l'impact sur la grille fine.

---

### 3. Simulation séquentielle Gaussienne

---

Dans ce chapitre nous développons un modèle de réservoir issu de la géostatistique à deux points. Nous utilisons donc un variogramme pour modéliser les propriétés pétrophysiques du réservoir. Après une brève bibliographie sur les modèles couramment utilisés, nous présentons la simulation séquentielle Gaussienne, puis nous détaillons l'approche que nous avons proposée pour l'étendre à deux échelles. Nous l'illustrons dans un premier pour des propriétés continues, puis nous expliquons comment procéder pour des variables discrètes. Enfin nous mettons en place un cas synthétique pour mettre en évidence les points forts de la méthode.

#### 3.1. Etat de l'art

Les méthodes géostatistiques sont un ensemble de méthodes statistiques, dédiées à l'analyse de données définies par des coordonnées spatiales et temporelles. Jusqu'à la fin des années 1980, elles étaient essentiellement vues comme un moyen de décrire les variations spatiales à partir d'un variogramme et de prédire les valeurs des propriétés aux points non échantillonnés par krigeage (Vieira *et al.*, 1983 ; Trangmar *et al.*, 1985). Le krigeage, ou estimation, est un nom générique adopté par la communauté des géostatisticiens pour décrire une famille d'algorithmes de régression par moindre carré. Il existe de nombreuses méthodes de krigeage : simple, ordinaire, universel, ou avec tendance, cokrigeage, krigeage avec dérive externe, *etc.* Une présentation détaillée de ces méthodes mathématiques a été faite par Goovaerts (1997a, pp 125-258).

Le krigeage a tendance à lisser la variabilité spatiale de la propriété modélisée (Goovaerts, 1999). Au contraire, les méthodes de simulation stochastiques ne minimisent pas la variance de l'erreur, mais se concentrent sur la reproduction des propriétés statistiques, notamment la moyenne, la variance et la covariance (ou variogramme). La simulation stochastique est préférée au krigeage pour les applications où la variabilité spatiale de la propriété doit être préservée.

La simulation peut être faite à partir d'une large palette de techniques qui dépendent du modèle de la fonction aléatoire, du nombre et du type d'informations disponibles, et des spécifications sur le temps de calcul. Une revue détaillée est disponible dans le livre de Goovaerts (1997a, pp 376-424), notamment sur les techniques de recuit simulé (Deutsch et Lewis, 1992), d'approche par champ de probabilité (Froidevaux, 1992) et des algorithmes booléens, que nous ne détaillerons pas ici. Nous allons plutôt détailler la simulation séquentielle, méthode dans laquelle s'inscrit la simulation séquentielle Gaussienne.

La simulation séquentielle : au lieu de modéliser la fonction de répartition conditionnelle à  $N$ -points, on calcule une fonction de répartition conditionnelle à un point sur chaque nœud visité selon une séquence aléatoire. Pour s'assurer de reproduire le variogramme, chaque fonction de répartition conditionnelle est conditionnée non seulement aux données disponibles, mais aussi

aux points déjà simulés. Deux classes se distinguent : les techniques pour la simulation de fonctions aléatoires multi-Gaussiennes ou d'indicatrices.

- La simulation séquentielle Gaussienne (Desbarats, 1996 ; Deutsch et Journel, 1998) : la grille est parcourue séquentiellement. Pour une maille donnée, la moyenne et la variance de la loi conditionnelle (supposée Gaussienne) sont obtenues par krigeage. Cette méthode est détaillée dans la section 3.2
- La simulation séquentielle par indicatrices (Goovaerts, 1997b ; Garcia et Froidevaux, 1997) : la fonction de distribution se détermine à partir du calcul de quelques points de la courbe de distribution (calcul discret de la probabilité pour un certain nombre de seuils convenablement choisis). La simulation non paramétrique utilise des indicatrices.

### 3.2. Algorithme à une échelle

Nous cherchons à présent à simuler une réalisation d'une variable aléatoire stationnaire  $V(\mathbf{u})$ , connue en  $n$  points  $u_i, i \in [1, n]$ , de moyenne  $m$ , de variance  $\sigma^2$  et de covariance  $\mathbf{C}^V(\mathbf{h})$ . Les  $n$  valeurs connues de  $V$  sont aussi appelées données dures. Pour ce faire, nous appliquons la méthode de simulation séquentielle Gaussienne, identifiée par l'acronyme SGSim. Les principales étapes de cet algorithme sont présentées ci-dessous.

- i) Remplir la grille de départ avec un bruit blanc Gaussien.
- ii) Déterminer un chemin aléatoire pour parcourir toute la grille.
- iii) Pour chaque maille  $i$  visitée, vérifier qu'il n'y a ni donnée dure, ni valeur déjà simulée. Si c'est le cas :

- chercher dans un voisinage proche toutes les données disponibles (les données dures et les valeurs déjà simulées)
- calculer les moyenne  $m^{SK}$  et variance  $\sigma^{2 SK}$  de la fonction de densité de probabilité (pdf) en utilisant un krigeage simple :

$$m_i^{SK}(u_i) = m + \sum_{k=1}^{n_i(u_i)} \lambda_k^{SK}(u_i)(v(u_k) - m)$$

$$\sigma_i^{2 SK}(u_i) = \sigma^2 - \sum_{k=1}^{n_i(u_i)} \lambda_k^{SK}(u_i)B(u_k)$$

Equation 9

Les coefficients  $\lambda$  sont les poids du krigeage. Ils sont obtenus par la résolution du système  $\mathbf{C}^V \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{B}^V$ .  $\mathbf{C}^V$  est la matrice de covariance calculée pour les mailles avec des données ou des valeurs déjà simulées.  $\mathbf{B}^V$  est le vecteur des covariances pour les distances entre la maille  $i$  visitée et les mailles voisines contenant des données ou des valeurs déjà simulées.

- à partir de cette pdf et du nombre aléatoire assigné à la maille courante, on obtient une valeur que l'on attribue à la maille  $i$ .
- iv) Revenir à l'étape iii jusqu'à ce que la grille soit entièrement remplie.

### 3.3. Algorithme à deux échelles

L'algorithme précédemment décrit permet d'intégrer  $n$  valeurs connues de la variable  $V$  en  $n$  points. Ces données, considérées comme des données dures, sont différentes de celles appelées données molles. Les données dures caractérisent la variable primaire et les données molles une variable secondaire.

Les données dures et les données molles sont des données statiques, mais elles diffèrent par leur source. Les données dures sont des mesures directes de la propriété  $V$  à modéliser, appelée variable primaire. Elles correspondent par exemple à des mesures de perméabilité si on cherche à simuler une réalisation d'une variable aléatoire correspondant à la perméabilité. Il n'y en a pas beaucoup, mais elles sont en général précises. Les données molles sont par exemple des données sismiques. Ce ne sont pas des mesures directes de  $V$ , même si elles donnent des informations sur cette propriété. En général il y a beaucoup de données molles, mais elles ne sont pas très précises. Combiner données dures et données molles peut aider à simuler une réalisation de  $V$  plus réaliste.

Dans ce contexte, on se concentre sur la simulation de la réalisation de la variable  $V(u)$ ,  $V$  étant caractérisée par une moyenne  $m$ , une variance  $\sigma^2$  et une covariance  $\mathbf{C}^V$ . On suppose que  $V$  est connue en  $n_i$  points  $u_i$ ,  $i \in [1, n_i]$ . Ce seront les données dures. Une seconde variable  $S$ , la variable secondaire, de moyenne  $\langle S \rangle$  et de covariance  $\mathbf{C}^S$ , est connue en  $n_j$  points,  $j \in [1, n_j]$ . Ces données supplémentaires sont considérées comme des données molles. Dans ces conditions, l'algorithme SGSim est très proche de celui introduit dans la section précédente. La seule différence résulte de la définition de la fonction de densité de probabilité calculée au point visité. La moyenne ( $m^{SCK}$ ) et la variance ( $\sigma^{2 SCK}$ ) sont calculées par cokrigage pour tenir également compte des données molles et non plus par krigeage simple.

$$m^{SCK}(u) = m + \sum_{i=1}^{n_i(u)} \mu_i^{SCK}(u) (V(u_i) - m) + \sum_{j=1}^{n_j(u)} \nu_j^{SCK}(u) (S(u_j) - \langle S \rangle)$$

$$\sigma^{2 SCK}(u) = \sigma^2 - \sum_{k=1}^{n_i(u)+n_j(u)} \lambda_k^{SCK}(u) B(u_k)$$

Equation 10

Le vecteur  $\lambda$  contient les poids  $\mu$  et  $\nu$  de cokrigage qui font référence, respectivement, aux données dures et aux données molles. Ces poids sont calculés à partir de la résolution du système  $\mathbf{C}\lambda = \mathbf{B}$  avec  $\mathbf{C}$  la matrice de covariance et  $\mathbf{B}$  le vecteur définis par :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{mn, (m,n) \in [1, n_i(u)]}^V & \mathbf{C}_{mn, m \in [1, n_i(u)], n \in [1, n_j(u)]}^{VS} \\ \mathbf{C}_{mn, m \in [1, n_i(u)], n \in [1, n_j(u)]}^{VS} & \mathbf{C}_{mn, (m,n) \in [1, n_j(u)]}^S \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{um, m \in [1, n_i(u)]}^V \\ \mathbf{C}_{un, n \in [1, n_j(u)]}^S \end{pmatrix}$$

Equation 11

Les matrices de covariance  $\mathbf{C}^V$  et  $\mathbf{C}^S$  correspondent aux variables  $V$  et  $S$ , tandis que  $\mathbf{C}^{VS}$  est la matrice de covariance croisée entre ces deux variables.

Dans la section précédente, on a rappelé la méthode classique de simulation séquentielle Gaussienne. L'approche par co-krigeage est lui aussi connu depuis longtemps. Mais dans cette

deuxième section on propose de considérer que  $S$  est donnée par la moyenne de  $V$ . De cette façon on cherche à faire apparaître une deuxième échelle, plus grossière. Aussi la simulation stochastique se fait-elle sur deux échelles, une fine et une grossière, en tenant compte d'un lien entre ces deux échelles défini à partir de la moyenne arithmétique.

Il ne s'agit pas ici de proposer une méthode de mise à l'échelle pour construire un modèle de réservoir grossier. On reste dans le domaine de la simulation géostatistique. Le modèle fin ainsi obtenu, même s'il met en œuvre un processus de simulation sur deux échelles, sera ensuite mis à l'échelle suivant une technique appropriée pour obtenir le modèle de réservoir grossier qui sera finalement donné en entrée du simulateur d'écoulement.

### 3.4. Quelques exemples d'application pour des variables continues

Par souci de simplification, on se concentre sur une variable  $V$  associée à 2 échelles : une fine et une grossière. La variable  $V$  est associée à l'échelle fine et donc à la grille fine. On définit une variable  $V_B$  comme étant la moyenne de  $V$  sur une maille grossière de taille/mesure  $B$ . La variable  $V_B$  est associée à l'échelle grossière. On suppose qu'on connaît le variogramme de  $V$ .

#### 3.4.1. Calcul de la covariance à l'échelle grossière et de la covariance croisée

$V(\mathbf{u})$  est supposée connue en  $n_\alpha$  points  $\mathbf{u}_\alpha$ ,  $\alpha \in [1, n_\alpha]$ . On appelle  $m$  sa moyenne et  $\mathbf{C}$  sa matrice de covariance. La moyenne arithmétique de  $V$  sur une maille de mesure  $B$  et centrée en  $\mathbf{u}$  est donnée par :

$$V_B(\mathbf{u}) = \frac{1}{|B|} \int_{B(\mathbf{u})} V(u') du' \approx \frac{1}{N_B} \sum_{j, u_j \in B} V(u_j) \quad \text{Equation 12}$$

L'intégrale est approchée par la moyenne de  $V$  sur les  $N_B$  points qui discrétisent la maille grossière choisie. La moyenne de  $V$  sur la maille de mesure  $B$  et centrée en  $\mathbf{u}_k$  est de façon équivalente notée  $V_B(\mathbf{u}_k)$  ou  $V_{Bk}$ . Comme la somme de variables aléatoires est une variable aléatoire,  $V_B$  est aussi une variable aléatoire.

Dans une première étape on détermine la covariance de  $V_B$  et la covariance croisée entre  $V$  et  $V_B$ . La covariance croisée est calculée comme suit (pour plus de précision, voir Le Ravalec-Dupin, 2010) :

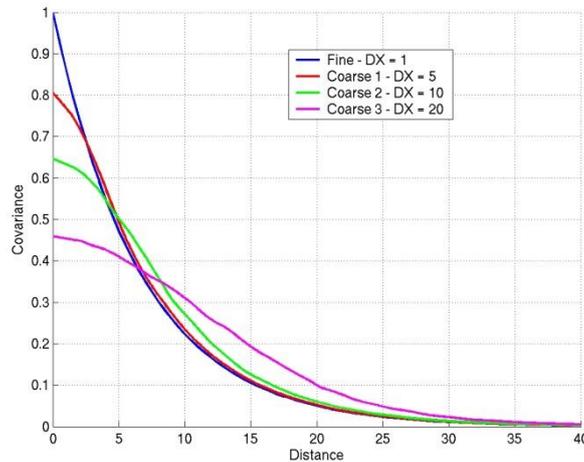
$$\overline{C_{iBk}} = \frac{1}{N_{Bk}} \sum_{j, u_j \in B_k} C_{ij} \quad \text{Equation 13}$$

Cette covariance représente la moyenne arithmétique des valeurs de la covariance à l'échelle fine calculée pour les distances entre un point  $\mathbf{u}_i$  et les  $N_{Bk}$  points de la maille grossière centrée en  $\mathbf{u}_k$ . On peut aussi montrer que la covariance de  $V_B$  à l'échelle grossière est égale à :

$$\overline{\overline{C_{BiBj}}} = \frac{1}{N_{Bi} N_{Bj}} \sum_{k, u_k \in Bi} \sum_{l, u_l \in Bj} C_{kl} \quad \text{Equation 14}$$

$\overline{\overline{C_{BiBj}}}$  est la moyenne arithmétique des valeurs de la covariance à l'échelle fine calculées pour les distances entre les  $N_{Bj}$  points de la maille grossière centrée en  $\mathbf{u}_j$  et les  $N_{Bi}$  points de la maille

grossière centrée en  $\mathbf{u}$ . La Figure 11 montre la covariance calculée à l'échelle grossière en supposant que la covariance à l'échelle fine est exponentielle avec une portée de 20 unités. On peut voir, comme on s'y attendait, que plus la grille est grossière et plus la variance (*i.e.*, la covariance pour une distance nulle) est petite. En outre, les variations spatiales de  $V_B$  s'en trouvent d'autant plus lissées : le comportement de la covariance de  $V$  pour l'échelle fine est linéaire à l'origine alors que celui mis en évidence à l'échelle grossière tend à être parabolique.

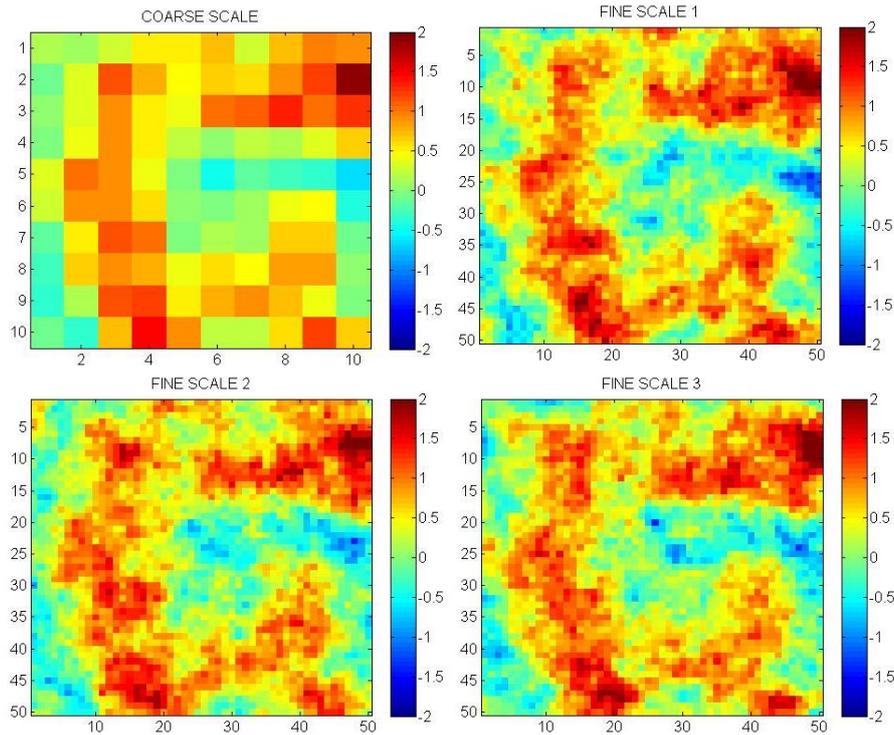


**Figure 11.** Covariances calculées à l'échelle grossière connaissant la covariance à l'échelle fine. L'échelle fine est associée à une grille de taille de maille l'unité. La covariance à l'échelle fine est exponentielle et de portée égale à 20 unités. Trois grilles grossières sont considérées avec des tailles de mailles respectivement de 5, 10 et 20 unités.

### 3.4.2. Exemples d'applications

Toutes les covariances étant à présent connues (covariance à l'échelle fine, covariance à l'échelle grossière, covariance croisée), l'algorithme usuel de simulation séquentielle Gaussienne peut être étendu comme suit. Premièrement on simule une réalisation de  $V_B$  à l'échelle grossière comme expliqué dans la section 3.2. Puis, on considère que la réalisation à l'échelle grossière est une donnée molle. L'étape suivante consiste à simuler une réalisation de  $V$  à l'échelle fine conditionnée par la réalisation simulée au préalable à l'échelle grossière. L'algorithme est explicité dans la section 3.3. Clairement, la moyenne de  $V_B$  est la même que la moyenne de  $V$ .

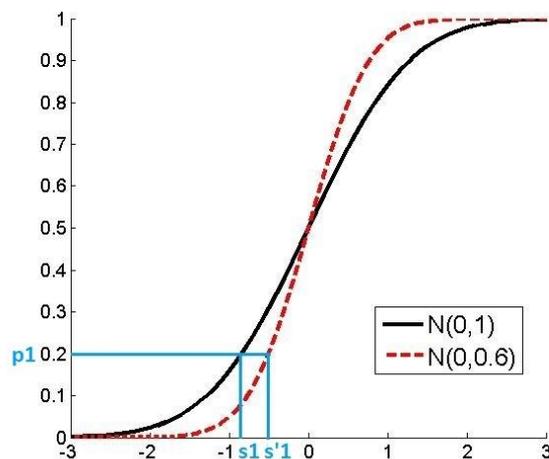
La Figure 12 illustre ce processus de simulation à deux échelles. La première réalisation obtenue à l'échelle grossière est montrée en haut, à gauche. Ensuite, trois autres réalisations sont simulées à l'échelle fine tout en étant conditionnées par la réalisation à l'échelle grossière. La seule différence entre les trois réalisations est le germe utilisé pour initialiser le processus aléatoire. On peut voir que les simulations à l'échelle fine respectent la tendance donnée par la réalisation à l'échelle grossière.



**Figure 12.** En haut à gauche : réalisation simulée à l'échelle grossière. En haut à droite et en dessous : réalisations simulées à l'échelle fine conditionnellement à la réalisation à l'échelle grossière. A l'échelle fine  $V$  est caractérisée par une moyenne nulle, une variance égale à 1 et une covariance exponentielle de portée 15 unités. La taille des mailles est de 1 unité à l'échelle fine et de 5 unités à l'échelle grossière.

### 3.5. Simulation multi-échelles pour des variables discrètes

La méthode de simulation multi-échelles introduite ci-dessus pourrait être étendue à des variables discrètes en utilisant la méthode de simulation séquentielle par indicatrices (Goovaerts, 1997). L'alternative développée dans le cadre de ce travail s'appuie sur la combinaison de la méthode de simulation séquentielle Gaussienne et de la méthode des gaussiennes tronquées (Chilès et Delfiner, 1999).

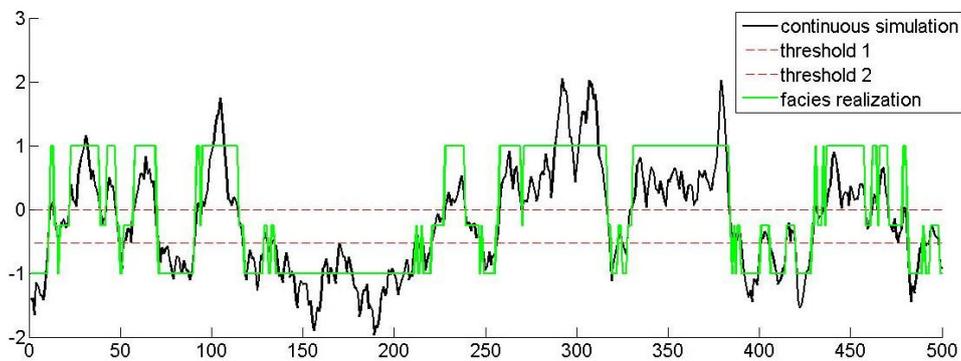


**Figure 13.** Estimation des seuils de troncature déduits des proportions de faciès. Pour cela il faut inverser la fonction de densité de probabilité cumulée de la variable continue à tronquer. A l'échelle fine, le seuil associé à  $p_1$  (proportion de faciès 1) est  $s_1$  tandis que à l'échelle grossière il devient  $s'_1$ .

La méthode des Gaussiennes tronquées consiste à tronquer une variable Gaussienne continue à l'aide de seuils préalablement calculés à partir des proportions des différentes classes de la variable discrète. Considérons la simulation d'une réalisation comportant 3 faciès, notés F1, F2 et F3, de proportions  $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_3$ . On génère dans un premier temps une réalisation continue de moyenne nulle, de variance 1 et de covariance  $C$ . Puis, on déduit les valeurs des seuils de la formule suivante :

$$s_i = G^{-1}\left(\sum_{k=1}^i p_k\right) \quad \text{Equation 15}$$

où  $G$  représente la fonction de répartition de la loi normale standard et  $i$  le faciès considéré. L'exemple de la Figure 10 montre le lien entre la proportion  $p_1$  de faciès F1 et le seuil  $s_1$ . Les seuils étant connus, la réalisation continue est transformée en une réalisation discrète : les valeurs se trouvant entre deux seuils  $s_{i-1}$  et  $s_i$  sont converties en indicateur  $i$ , qui représente le faciès  $F_i$  (Figure 14).



**Figure 14.** Simulation 1D d'une réalisation de 3 faciès par la méthode des Gaussiennes tronquées. La courbe verte montre la réalisation en faciès alors que la courbe noire montre la réalisation continue normale standard sous-jacente. Les proportions des faciès F1, F2 et F3 sont respectivement de 30%, 20% and 50%. La covariance de la variable continue est exponentielle de portée 25 unités.

Passer à une méthode multi-échelles ne nécessite que peu de changements. Encore une fois, pour plus de simplicité, on se restreint à deux échelles.

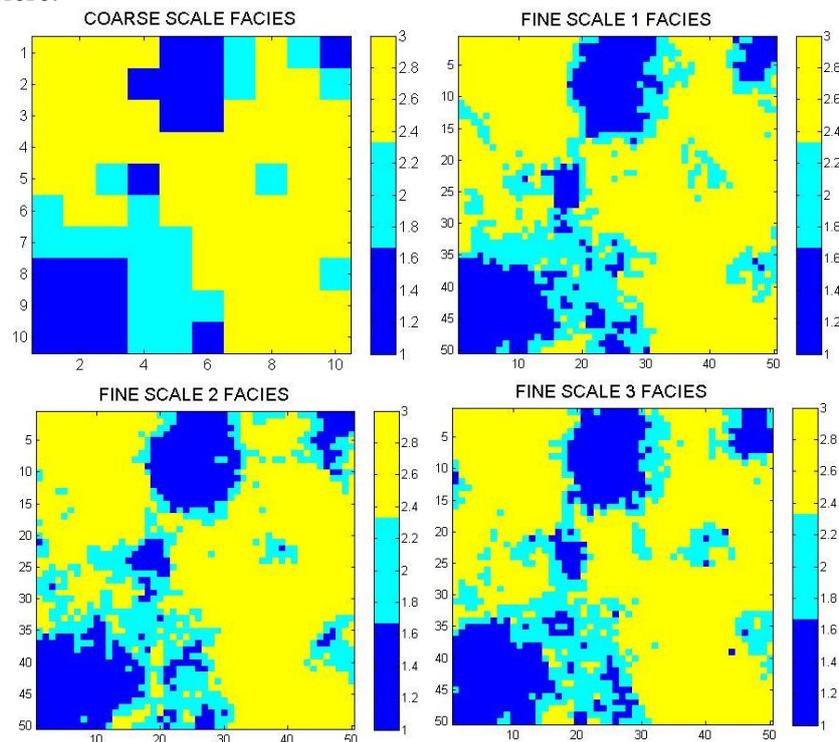
Pour la simulation de la réalisation continue sous-jacente, il suffit d'appliquer l'algorithme de simulation séquentielle Gaussienne multi-échelles décrit précédemment. Autrement dit, on génère une réalisation continue de  $V_B$  à l'échelle grossière, puis on simule une réalisation continue de  $V$  à l'échelle fine conditionnellement à la réalisation à l'échelle grossière.  $V$  est une variable Gaussienne normale standard, sa moyenne est nulle, sa variance vaut 1 et sa covariance est  $C$ .

Le variogramme de  $V$  étant connu, on peut caractériser  $V_B$  : sa moyenne est nulle, sa variance est égale à  $\overline{C_{BiBj}}(0)$  et sa covariance à  $\overline{C_{BiBj}}(h)$  (voir Equation 14).

L'étape suivante consiste à convertir les deux réalisations continues (fine et grossière) en réalisations discrètes. Pour cela, on a besoin des seuils de troncature. Les proportions des faciès sont les mêmes pour toutes les échelles. A l'échelle fine, les seuils peuvent être calculés à partir de l'Equation 15 puisque la variable sous-jacente suit une loi normale standard. A l'échelle grossière,  $V_B$  suit aussi une loi normale, mais de variance inférieure à 1 à cause de la prise de moyenne. Aussi, pour l'échelle grossière, les seuils sont-ils calculés à partir de l'inverse

de la fonction de répartition de la loi normale de moyenne nulle et de variance  $\overline{C_{BiBj}}(0)$  (Figure 10). A l'échelle fine, le seuil  $s_1$  associé à la proportion  $p_1$  de faciès F1 est calculé à partir de l'inverse de la fonction de répartition de la loi  $N(0, I)$ . A l'échelle grossière, la variance de  $V_B$  est égale à 0.6 pour le cas considéré. Dans ces conditions, le seuil associé à la proportion  $p_1$  de faciès F1 n'est plus  $s_1$ , mais  $s'_1$ . Cette procédure assure l'équivalence des proportions à l'échelle fine et à l'échelle grossière.

Un exemple de simulation à deux échelles est donné sur la Figure 15. La réalisation à l'échelle grossière est en haut, à gauche. Trois réalisations en faciès différentes sont générées à l'échelle fine, conditionnellement à la réalisation à l'échelle grossière. Encore une fois, on peut voir que les réalisations à l'échelle fine respectent la tendance donnée par la réalisation à l'échelle grossière.



**Figure 15.** En haut à gauche : réalisation discrète simulée à l'échelle grossière. En haut à droite et en dessous : réalisations discrètes simulées à l'échelle fine conditionnées par la réalisation à l'échelle grossière. La covariance de la variable normale standard à l'échelle fine est exponentielle et de portée 150 unités. Il y a 3 faciès de proportions 30%, 20% et 50%. La taille d'une maille à l'échelle fine est de 10 unités et à l'échelle grossière de 50 unités.

### 3.6. Exemple de calage multi-échelles

Cette section vise à mettre en avant le potentiel de la technique de paramétrisation multi-échelles à partir de l'étude d'un cas synthétique. On cherche à construire un modèle de réservoir respectant à la fois des données de production et des données de saturation. Ces dernières peuvent être plus ou moins comparées à des données sismiques au sens où elles représentent une information couvrant tout le réservoir.

Dans un premier temps, on construit un modèle de réservoir de référence. Ce modèle est donné en entrée à un simulateur d'écoulement pour définir les données de référence (débits d'huile et d'eau, pressions au puits injecteur, et grilles de saturation). Dans un deuxième temps,

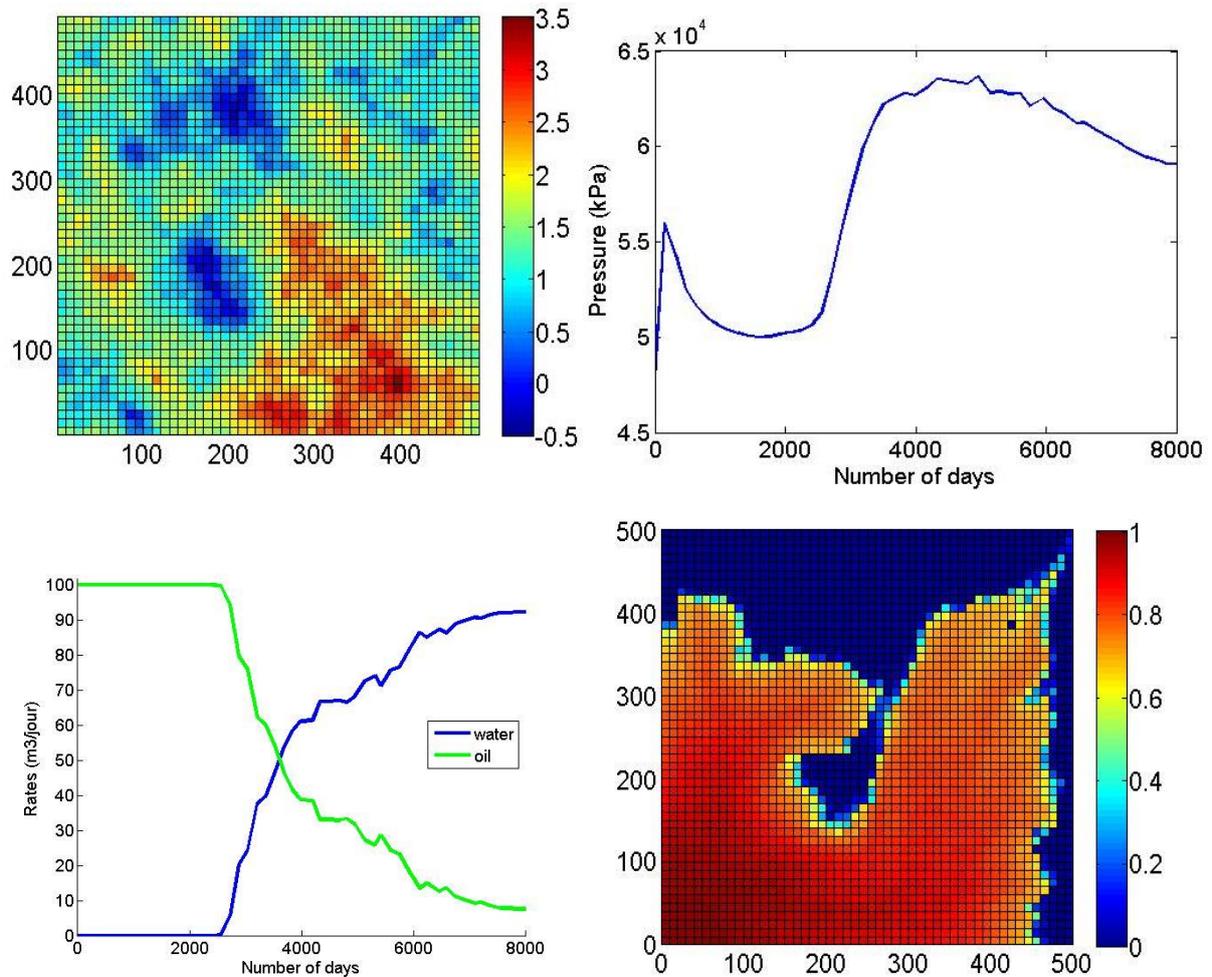
on suppose le modèle de réservoir de référence inconnu. On met alors en place un processus de calage basé sur la méthode de déformation graduelle afin de déterminer un modèle de réservoir reproduisant les données de référence.

### 3.6.1. Cas de référence

Le modèle de perméabilité de référence (Figure 16, en haut à gauche) est généré en utilisant l'algorithme standard de simulation séquentielle Gaussienne. Il est constitué d'une grille de 50×50 mailles, chacune de dimension 10×10 m<sup>2</sup>. Le logarithme de la perméabilité est caractérisé par une moyenne de 1.5, une variance de 0.8 et un variogramme exponentiel de portée 150 m, donné par :

$$\gamma(h) = \sigma^2 \left[ 1 - \exp\left(-3 \frac{h}{l_c}\right) \right] \quad \text{Equation 16}$$

$h$  représente la distance entre 2 points,  $l_c$  la portée et  $\sigma^2$  la variance. La perméabilité est définie en millidarcy (mD). Par souci de simplification, la porosité est fixée à 0,2 partout. Le réservoir est initialement saturé en huile. La production est basée sur une injection d'eau. Un puits injecteur est situé dans la maille (1;1) et un puits producteur à l'opposé dans la maille (50;50). On suppose qu'on connaît la perméabilité aux puits :  $\log_{10}(k)$  est égale à 1,6015 mD à l'injecteur et 1,2795 mD au producteur. Les 8000 jours d'historique de production sont simulés à partir d'un simulateur black-oil à deux phases. Le débit d'injection d'eau est fixé à 100m<sup>3</sup>/jour et la pression au puits producteur à 5000 kPa. On obtient alors un ensemble de données de référence : la pression à l'injecteur (Figure 16, en haut à droite), les débits d'eau et d'huile au producteur (Figure 16, en bas à gauche) et la saturation dans tout le réservoir après 1500 jours et 2700 jours d'injection (Figure 16, en bas à droite).



**Figure 16.** En haut à gauche : champ de log-perméabilité de référence – l’unité de la perméabilité est le mD. En haut à droite : pression au cours du temps à l’injecteur. En bas à gauche : en bleu débit d’eau au producteur et en vert débit d’huile. En bas à droite : saturation en haut sur tout le réservoir après 2700 jours d’injection.

### 3.6.2. Schéma de calage

A ce stade, le champ de référence de la perméabilité est supposé inconnu. Le but est de générer un modèle de perméabilité initial et de l’ajuster en utilisant la méthode de déformation graduelle pour qu’il reproduise les données de référence.

Le schéma de calage est décrit sur la Figure 7 (section 2.2). La première étape est la simulation d’un modèle de perméabilité. Il s’agit de simuler une réalisation du logarithme de la perméabilité à l’échelle grossière, puis, de simuler une réalisation du logarithme de la perméabilité à l’échelle fine conditionnellement à la réalisation déjà simulée à l’échelle grossière. La deuxième étape consiste à donner ce modèle de perméabilité fin au simulateur d’écoulement pour calculer les réponses numériques requises pour le calage : les pressions à l’injecteur, les débits d’huile et d’eau au producteur et les saturations sur tout le réservoir aux temps 1500 jours et 2700 jours. La troisième étape est le calcul de la fonction objectif qui mesure l’écart entre les données de référence et les réponses simulées :

$$J(\mathbf{v}) = w_p \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \left( \frac{g(\mathbf{v}) - d_p}{\sigma_p} \right)^2 + w_s \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} \left( \frac{g(\mathbf{v}) - d_s}{\sigma_s} \right)^2 \quad \text{Equation 17}$$

Le premier terme mesure l'écart par rapport aux données de production : il dépend des données à l'injecteur et au producteur. Le second terme mesure l'écart par rapport aux données de saturation : il est relié aux grilles de saturation. Le vecteur  $\mathbf{v}$  représente le modèle de perméabilité et l'opérateur  $g$  le simulateur d'écoulement.  $N$  est le nombre de séries de données et  $\mathbf{d}$  le vecteur des données de référence.  $\sigma$  est la déviation standard des erreurs de données. Les indices  $p$  et  $s$  font référence, respectivement, aux réponses en production et en saturation. Les coefficients  $w$  sont des poids utilisés pour normaliser la contribution des deux termes d'erreur. Ils sont choisis de façon à initialiser la fonction objectif à 2 : 1 pour le terme d'erreur sur la production et 1 pour le terme d'erreur sur la saturation.

Le but du processus de calage est de déterminer  $\mathbf{v}$  tel que la fonction objectif soit aussi petite que possible. Comme expliqué ci-dessus,  $\mathbf{v}$  est le modèle de perméabilité fin. Il dépend des bruits blancs Gaussiens générés à l'échelle fine et à l'échelle grossière. La grille fine est la grille 50×50 utilisée pour construire le modèle de référence. La grille grossière est une grille de 10×10 mailles, chacune de dimension 50×50 m<sup>2</sup>.

Dans ce cas d'étude, on combine le processus de minimisation et la méthode de déformation graduelle et on examine trois cas :

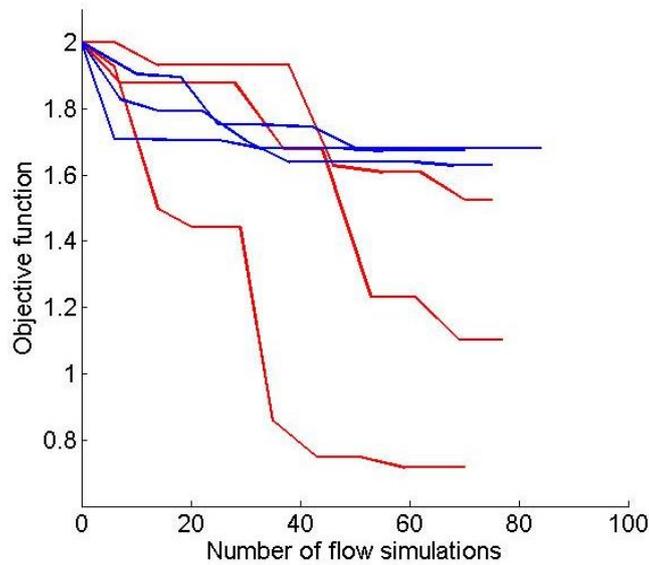
- 1) on applique la méthode de déformation graduelle pour perturber la réalisation à l'échelle grossière seulement ;
- 2) on applique la méthode de déformation graduelle pour perturber la réalisation à l'échelle fine seulement ;
- 3) on applique la méthode de déformation graduelle d'abord à l'échelle grossière, puis à l'échelle fine.

Dans tous les cas, le processus de minimisation est contrôlé par un unique paramètre de déformation.

### 3.6.3. Résultats

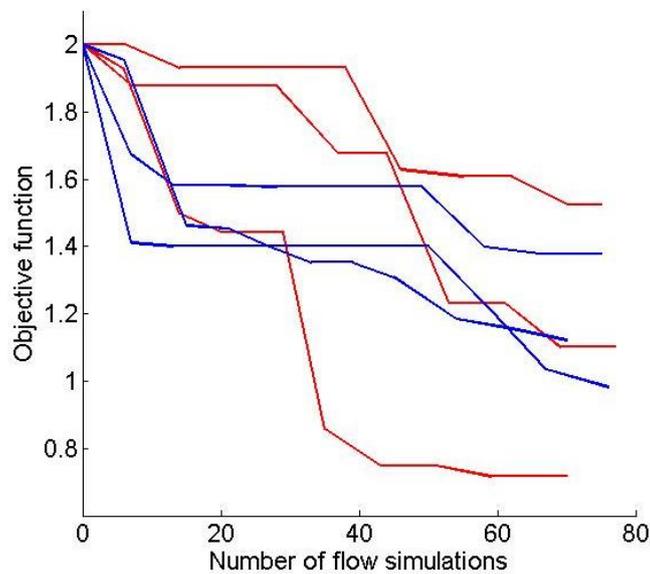
#### 3.6.3.1 Test 1: déformation à l'échelle grossière

Dans un premier temps, on procède à trois calages (comme décrit dans la Figure 7 section 2.2) en partant d'un même modèle initial de perméabilité et en appliquant la méthode de déformation graduelle au bruit blanc Gaussien de la grille grossière. Chaque processus de calage comprend 10 optimisations successives visant à investiguer ainsi 10 chaînes de réalisations. Chaque processus d'optimisation nécessite entre 8 et 10 simulations d'écoulement. Les différences entre les 3 tests découlent uniquement des bruits blancs Gaussiens ( $z_2$ ) générés au début de chaque processus d'optimisation pour faire une combinaison graduelle (Equation 8). La Figure 17 montre l'évolution de la fonction objectif au cours des itérations, chaque itération nécessitant une simulation d'écoulement. Elle décroît de 30 à 60% suivant le cas considéré.



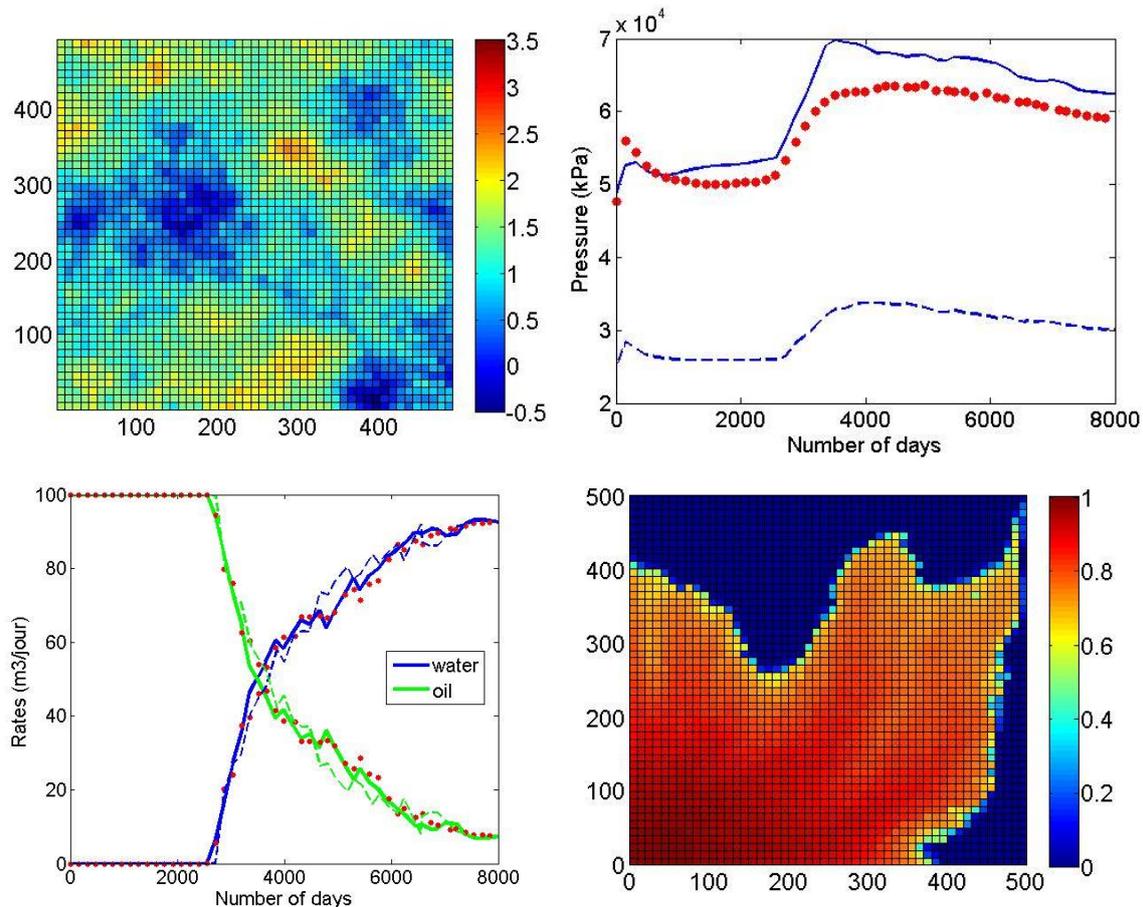
**Figure 17.** Évolution de la fonction objectif en fonction du nombre de simulations d'écoulement. En rouge : optimisation avec déformation graduelle à l'échelle grossière. En bleu : optimisation avec déformation graduelle à l'échelle fine.

On répète le même test en partant à présent d'un modèle de perméabilité initial plus éloigné du cas de référence. Les résultats obtenus sont montrés sur la Figure 18. Une fois encore, on observe que la déformation à l'échelle grossière permet de décroître significativement la fonction objectif.



**Figure 18.** Évolution de la fonction en fonction du nombre de simulations d'écoulement avec déformation graduelle à l'échelle grossière seulement. En rouge : le modèle de perméabilité initial est plutôt proche du cas de référence. En bleu : le modèle de perméabilité initial est plus éloigné du cas de référence.

Le meilleur modèle de perméabilité obtenu au cours des tests ainsi que les réponses en écoulement calculées pour ce modèle sont montrés Figure 19. Ces réponses respectent assez bien les données de référence.



**Figure 19.** En haut à gauche : meilleur modèle de log-perméabilité obtenu – la perméabilité est en mD. En haut à droite : évolution de la pression à l’injecteur au cours du temps. En bas à gauche : débits d’huile (vert) et d’eau (bleu) au producteur au cours du temps. En bas à droite : carte de saturation en eau sur tout le réservoir au bout de 2700 jours. Points rouges : données de référence. Lignes pointillées : réponses simulées pour le modèle initial. Lignes pleines : réponses simulées pour le modèle en haut à gauche.

### 3.6.3.2 Test 2 : déformation à l’échelle fine

Dans un deuxième temps, on applique la méthode de déformation graduelle à l’échelle fine. On répète le processus de calage trois fois en partant du même modèle de perméabilité initial, mais en tirant à chaque processus d’optimisation des bruits blancs Gaussiens  $z_2$  différents pour l’échelle fine. Le modèle de perméabilité grossier reste le même tout le long des tests. La Figure 17 montre la décroissance de la fonction objectif : la fonction diminue beaucoup moins que lorsque la déformation graduelle est appliquée à l’échelle grossière. Au mieux, la fonction objectif décroît de 27%.

### 3.6.3.3 Test 3: déformation à l’échelle grossière, puis à l’échelle fine

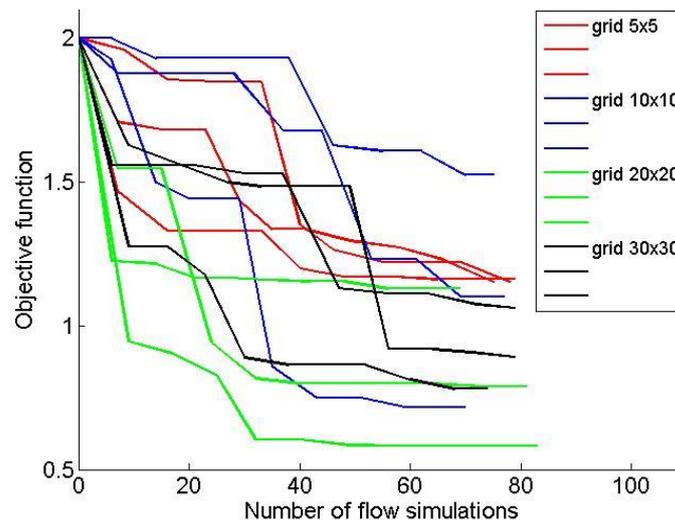
Les résultats obtenus précédemment mettent en évidence que la déformation à l’échelle grossière est plus efficace que la déformation à l’échelle fine, au moins pour le cas étudié. On examine maintenant le potentiel d’une approche avec déformation d’abord à l’échelle grossière, puis à l’échelle fine. On revient au modèle de perméabilité initial qui permet la décroissance la plus importante et on lance le processus de calage trois fois. On observe que la déformation à l’échelle fine au cours du second processus d’optimisation ne permet pas de réduire beaucoup plus la fonction objectif.

#### 3.6.3.4 Test 4: influence de la taille de la grille grossière

Dans un dernier test, on va chercher à comprendre l'influence de la taille de maille de la grille grossière sur le processus de calage. Les différentes grilles grossières considérées sont listées ci-après :

- une grille grossière avec 5×5 mailles de dimension 100×100 m<sup>2</sup>;
- une grille grossière avec 10×10 mailles de dimension 50×50 m<sup>2</sup>;
- une grille grossière avec 20×20 mailles de dimension 25×25 m<sup>2</sup>; et
- une grille grossière avec 30×30 mailles de dimension 16.67×16.67 m<sup>2</sup>.

La grille 10×10 est celle que l'on a prise pour les différents tests préalablement présentés. Encore une fois, on veut déterminer le modèle de perméabilité qui respecte toutes les données de référence, en appliquant la méthode de déformation graduelle à l'échelle grossière, l'échelle grossière correspondant aux grilles ci-dessus. L'évolution de la fonction objectif est montrée sur la Figure 20. On voit que plus la grille grossière est raffinée entre 5×5 et 20×20, plus la fonction objectif diminue. Toutefois, pour la grille 30×30, la diminution de la fonction objectif semble gênée. Au début, l'augmentation de la résolution de la grille grossière rend le processus de calage plus efficace, en augmentant sa flexibilité. Cependant, à partir d'un certain point, il y a trop d'inconnues pour un seul paramètre de déformation.



**Figure 20.** Évolution de la fonction objectif selon le nombre de simulations d'écoulement lors du processus d'optimisation avec déformation graduelle à l'échelle grossière. On teste l'influence de la résolution de la grille grossière, *i.e.*, les grilles ont 5×5, 10×10, 20×20 et 30×30 mailles.

### 3.7. Comparaison d'un calage avec SGSim classique et du calage 2 échelles avec déformation sur l'échelle grossière

Dans ce paragraphe on va comparer le calage avec SGSim classique à une seule échelle avec les résultats obtenus pour le calage à deux échelles.

On commence par faire le calage avec SGSim classique. On prend le même cas de référence que précédemment (décrit dans le paragraphe 3.6.1) :

- Grille de 50×50 mailles, chacune de dimension 10×10 m<sup>2</sup>
- Le logarithme de la perméabilité est caractérisé par une moyenne de 1.5, une variance de 0.8 et un variogramme exponentiel de portée 150 m
- La porosité est fixée à 0.2 partout

- Le réservoir est initialement entièrement saturé en huile, il y a un injecteur dans la maille (1,1) et un producteur dans la maille (50,50)
- On connaît le logarithme de la perméabilité aux puits qui est de 1.6015 mD à l'injecteur et 1.2795mD au producteur

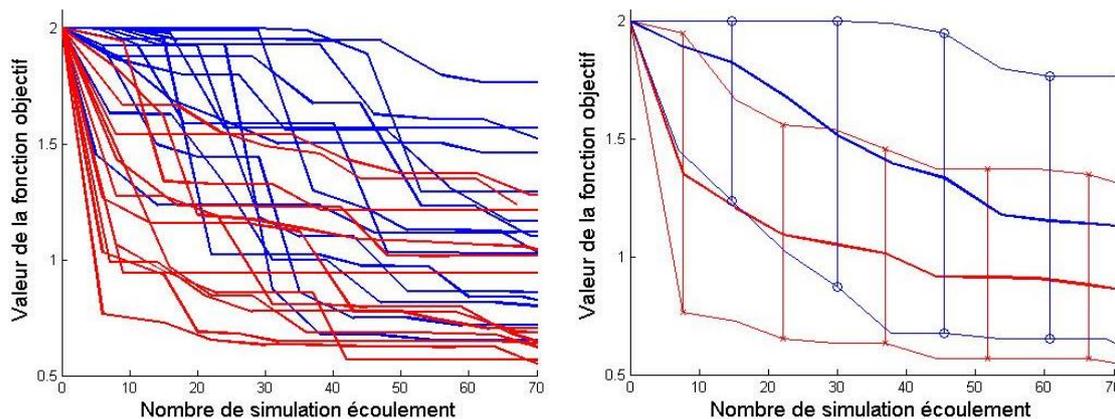
On simule sur 8000 jours avec comme contrainte, un débit d'injection d'eau de  $100\text{m}^3/\text{jour}$  et une pression à l'injecteur de 5000 kPa.

Ce sont les données que l'on obtient que l'on compare aux données de références.

Les étapes du calage sont donc :

- 1) Simulation du réservoir avec l'algorithme classique SGSim : on obtient une carte de perméabilité
- 2) La carte de perméabilité est envoyée dans le simulateur d'écoulement
- 3) Les réponses en pression, en débit et les cartes de saturation sont comparées aux données de références décrites dans le paragraphe 3.6.1
- 4) On perturbe le bruit blanc gaussien associé à l'unique grille et on revient à l'étape 1 jusqu'à avoir fait 10 itérations de calage

On compare ensuite l'évolution de la fonction objectif par rapport au calage du modèle multi-échelles avec déformation sur la grille grossière uniquement qui est le plus efficace.



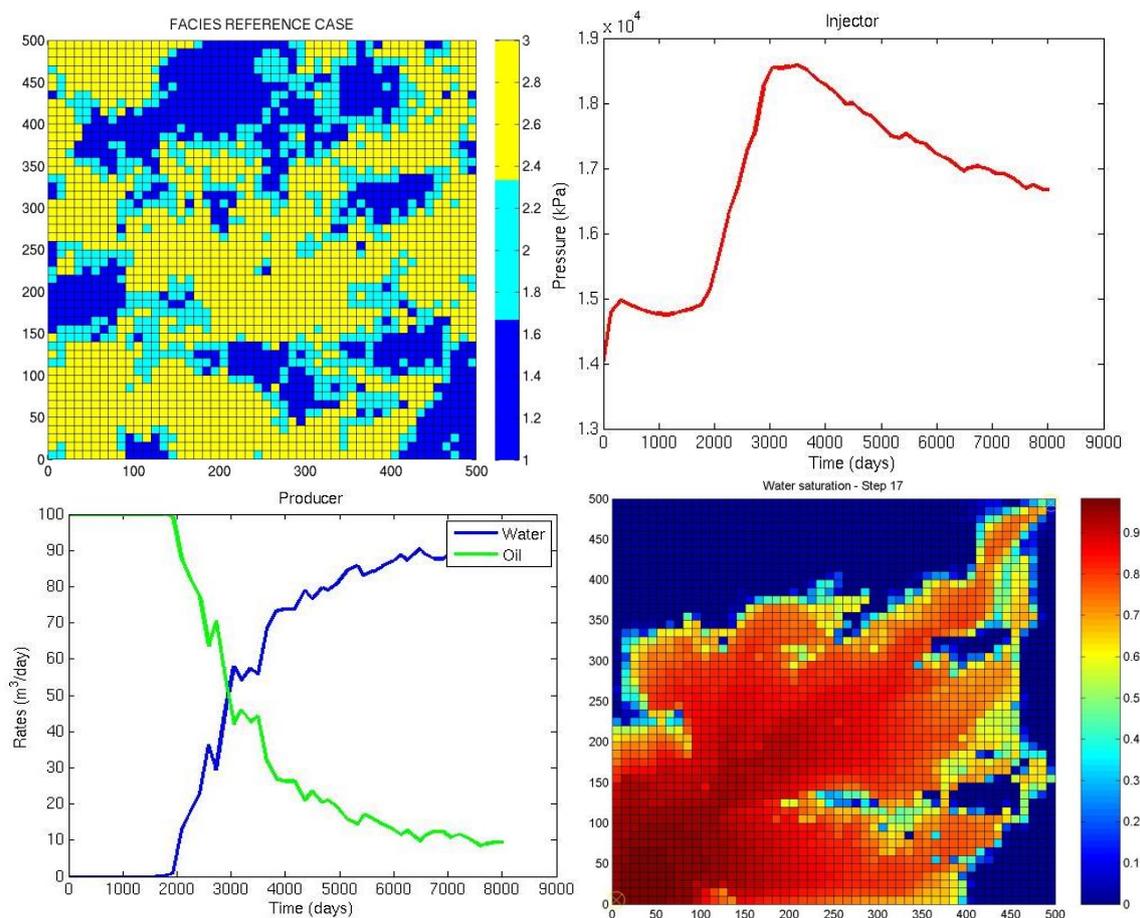
**Figure 21** Comparaison des calages sur le cas de référence. A gauche. Les courbes en bleu représentent les fonctions objectifs au cours des calages pour le calage multi-échelles en ne calant que la grille grossière. Les courbes en rouges représentent les fonctions objectifs pour le calage mono-échelle avec un SGSim classique. A droite. Les courbes en plein et gras représentent la moyenne des fonctions objectifs, en bleu pour le calage multi-échelles, en rouge pour le calage mono-échelle. Les courbes enveloppes représentent le minimum et le maximum obtenus lors des différents calages, en bleu pour le multi-échelles, en rouge pour le mono-échelle.

Ce dernier test ne permet pas vraiment de conclure sur le bénéfice ou non de la méthode multi-échelles dans le calage d'historique par rapport à la méthode mono-échelle. Sur 10 cycles d'optimisation, les deux méthodes présentent des cas où le calage marche bien et des cas où le calage ne marche pas vraiment. Les raisons étant qu'il n'y a qu'un seul paramètre de déformation graduelle et seulement 10 cycles d'optimisation. Pour conclure, il faut d'abord optimiser le code pour que le temps de simulation soit raisonnable et ensuite faire un cas qui soit plus réaliste. Cependant il est certain que ces résultats dépendront du cas choisi, s'il se prête ou non à une décomposition en plusieurs échelles.

### 3.8. Cas de propriétés discontinues : faciès

A partir du même modèle que précédemment (même modèle de variogramme, mêmes dimensions et même résolution de grille, même pression au producteur et même débit à

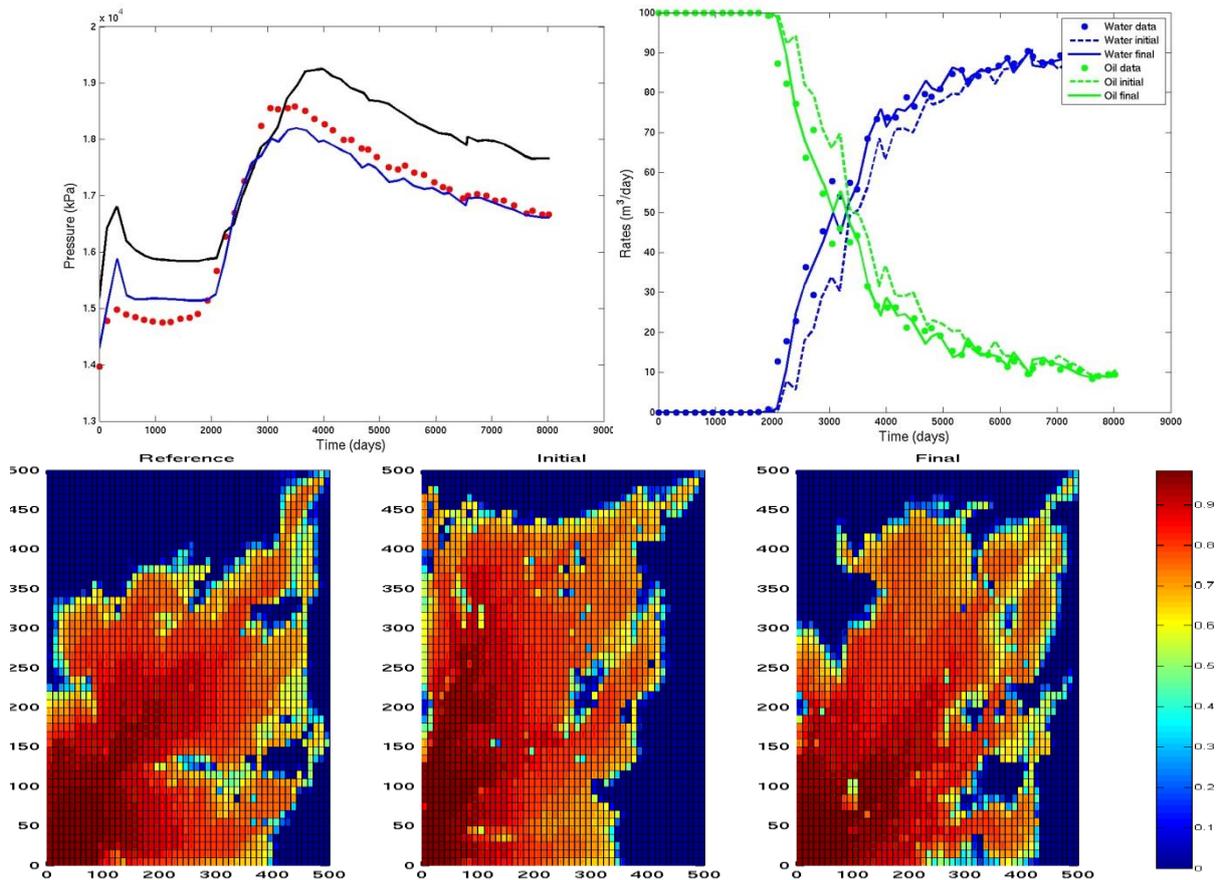
l'injecteur), on construit un modèle en faciès. Le seul changement est que la réalisation continue à l'échelle fine suit une loi normale standard. On suppose que le réservoir comprend 3 faciès F1, F2 et F3, de proportions 30, 20 et 50%. Les perméabilités associées à ces faciès sont constantes et valent 0,5, 3,2 et 1,8 mD. Le modèle en faciès de référence est montré sur la Figure 22, en haut, à gauche. Le simulateur d'écoulement donne pour ce modèle de référence un ensemble de données de production de référence : pressions à l'injecteur (Figure 22, en haut à droite), débits d'huile et d'eau au producteur (Figure 22, en bas à gauche) et carte de saturation en eau à 2700 jours (Figure 22, en bas à droite).



**Figure 22.** Cas de référence. En haut à gauche modèle en faciès. En haut à droite : pression à l'injecteur au cours du temps. En bas à gauche : débits d'huile et d'eau au producteur au cours du temps. En bas à droite : carte de saturation en eau à 2700 jours.

On garde le même schéma de calage que celui décrit dans la section 3.6.2 ci-dessus. On donne ici les résultats du meilleur calage.

On montre seulement la déformation à l'échelle grossière, cette approche étant celle qui fournit les meilleurs résultats. Les résultats sont similaires à ceux obtenus pour une propriété continue. La fonction objectif décroît de 40 à 60% environ.



**Figure 23.** Meilleur cas d'optimisation. En haut à gauche : Pression à l'injecteur, en noir la pression initiale, en bleu la pression finale et en rouge les données. En haut à droite : les débits d'huile et d'eau au producteur. En vert : l'huile, en bleu : l'eau. En pointillé : les valeurs initiales, en plein : les valeurs optimales et en point : les données de référence. En bas, de gauche à droite, saturation en eau à 2700 jours pour le modèle de référence, le modèle initial et le modèle final.

### 3.9. Conclusion

On a développé, dans ce chapitre, un algorithme de modélisation de réservoir multi-échelles, basé sur la simulation séquentielle Gaussienne. Puis on a paramétrisé la méthode pour le calage d'historique de production, de façon à ce que les échelles puissent être modifiées indépendamment les unes des autres. La méthode de perturbation choisie est la déformation graduelle, car elle a l'avantage de conserver la variabilité spatiale de la propriété modélisée. Enfin on a testé la méthode sur un cas synthétique.

Pour simplifier notre approche, on a choisi de considérer 2 échelles uniquement, une grossière et une fine. Cependant, l'extension de la méthode à plusieurs échelles est directe. Le but de la technique de simulation multi-échelles est de générer une réalisation d'une variable aléatoire  $V$  à l'échelle fine ainsi que sa moyenne à n'importe quelle échelle plus grossière. Tout d'abord, on s'est concentré sur le calcul de la covariance de la variable moyennée et de la covariance croisée à partir de la variable  $V$  à l'échelle fine. Ensuite, on a proposé de suivre le schéma suivant : on génère une première réalisation de la variable moyenne à l'échelle grossière, puis on simule la réalisation de  $V$  à l'échelle fine conditionnellement à la réalisation à l'échelle grossière. Après avoir considéré le cas des propriétés continues, nous avons étendu la méthode aux propriétés discrètes.

---

Puis, nous avons montré comment combiner la méthode de simulation multi-échelles proposée avec la méthode de déformation graduelle, le processus de déformation pouvant être effectué aussi bien à l'échelle grossière qu'à l'échelle fine. En d'autres termes, on peut varier la moyenne de la variable simulée à l'échelle grossière ou ses fluctuations autour de la moyenne à l'échelle fine.

Finalement, nous avons construit un cas synthétique pour apprécier le potentiel de la méthode proposée. De nombreux tests nous ont permis de voir que le processus de calage est plus efficace lorsqu'on applique la déformation graduelle à l'échelle grossière plutôt qu'à l'échelle fine.

L'idée derrière le développement de cet algorithme est de copier l'architecture du réservoir et de prendre en compte les différentes échelles de sa structure et des données qui y sont associées. Les grosses hétérogénéités sont représentées à l'échelle grossière (basse résolution) et les plus petites à l'échelle fine (haute résolution). Les données sismiques sont basse résolution comparées aux données de puits qui elles sont très haute résolution. Cette approche devrait rendre le calage d'historique de production plus flexible en le divisant en deux parties. Dans un premier temps, l'échelle grossière est calée pour obtenir la structure générale du réservoir. Puis dans un deuxième temps le calage de l'échelle fine permet d'ajuster le modèle. C'est cette flexibilité qui nous intéresse pour le calage d'historique : la réalisation à l'échelle grossière inclut moins de mailles et donc moins d'inconnues. Ce degré de flexibilité nous permet d'envisager une paramétrisation économique pour le calage d'historique de production. Dans le cas test, on voit que le calage est flexible, les échelles peuvent être modifiées indépendamment. Cependant sur ce cas la comparaison avec le calage mono-échelle n'est pas vraiment concluant. D'autres cas test plus complexes, plus réalistes sont à effectuer. De plus il serait intéressant d'étudier l'intégration des données selon leur échelle, pour savoir s'il y aurait un impact sur le calage.

La méthode de simulation stochastique utilisée s'inscrit dans le cadre d'une statistique à deux points : elle repose sur un variogramme qui rend compte des corrélations entre deux points du réservoir selon la distance qui les sépare. Le recours au variogramme est pratique et simple. Toutefois, il ne permet pas de rendre compte de la complexité géométrique de certains objets géologiques dans le réservoir comme des chenaux ou des méandres. C'est pourquoi, dans les quatrième et cinquième parties de ce rapport, nous abordons le problème de la simulation sous un angle différent. On considérera ainsi une statistique multipoint.