

Présentation du radar de sol

Le radar de sol (appelé aussi géoradar ou radar géologique de surface) est une méthode de prospection géophysique basée sur la propagation des ondes électromagnétiques (EM) de fréquences variant de 1 à 3000 MHz. Les ondes électromagnétiques sont réfléchies ou diffractées aux frontières d'objets qui présentent des différences de propriétés électriques et/ou magnétiques. La permittivité diélectrique, la conductivité électrique et la perméabilité magnétique sont les trois paramètres pétrophysiques qui déterminent la réflectivité de limites de couches et la profondeur de pénétration. Ce chapitre est destiné à rappeler brièvement la théorie de l'électromagnétisme pour comprendre les phénomènes impliqués. D'abord, nous allons définir les trois paramètres pétrophysiques caractérisant le comportement électromagnétique d'un milieu. Puis nous décrirons les équations régissant la propagation et la réflexion des ondes électromagnétiques dans un milieu hétérogène. Nous développerons le cas de la propagation des ondes électromagnétiques appliquée à la méthode du radar de sol. Puis nous introduirons la méthode de simulation numérique de propagation d'ondes électromagnétiques par différences finies en domaine temporel. Ces développements s'appuient sur des manuscrits de thèse sur le géoradar (Leparoux, 1997; Saintenoy, 1998; Lutz, 2002), des livres (Daniels, 2004; Sato, 2009), des chapitres de livres (Blindow et al., 2007; Mari et al., 1998; Moorman, 2002) et différents articles (Knight, 2001; Perez, 2005; Davis and Annan, 1989).

1.1 Notions d'électromagnétisme

1.1.1 Paramètres électromagnétiques

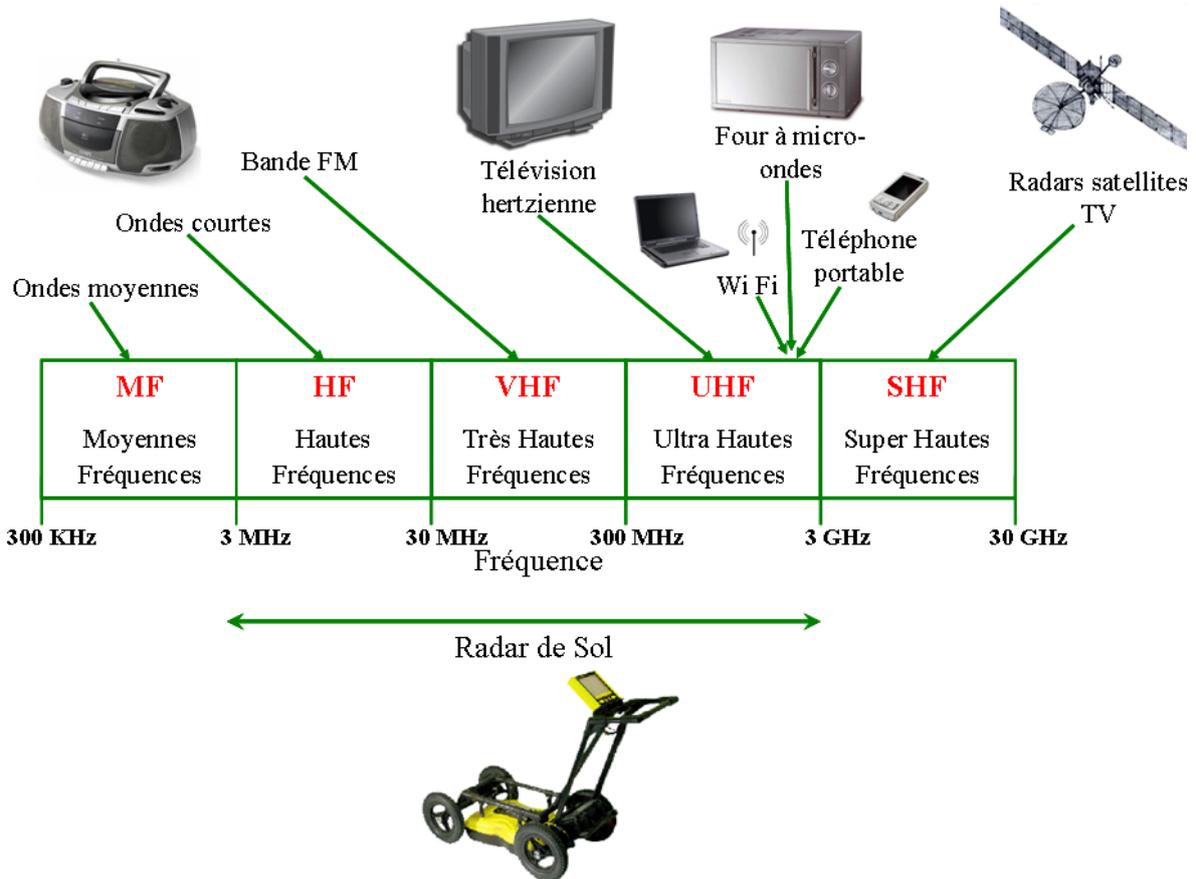


FIGURE 1.1: Ondes électromagnétiques en fonction de leurs fréquences et leur utilisation dans la vie courante.

Les ondes électromagnétiques sont composées de champs électriques et magnétiques qui se propagent dans l'espace et le temps. Ces ondes électromagnétiques sont caractérisées par leur fréquence, qui est mesurée par le nombre de cycles par seconde (Hertz, Hz) des champs électriques et magnétiques (Fig. 1.1).

Les ondes électromagnétiques sont régies par les équations de Maxwell (Maxwell, 1881). Ces quatre équations différentielles couplées fournissent les relations entre le champ électrique, le champ magnétique, le temps t et l'espace. Ces équations utilisent trois paramètres qui rendent compte des propriétés électromagnétiques du milieu qui sont la perméabilité magnétique, la permittivité diélectrique, et la conductivité électrique. Il faut donc connaître ces trois propriétés pour décrire le comportement des champs électromagnétiques.

La perméabilité magnétique

La perméabilité magnétique correspond à l'énergie stockée ou perdue dans le matériau suite aux phénomènes d'induction magnétique. Elle est utilisée pour décrire le comportement électromagnétique de la matière soumise à un champ magnétique. Dans le vide, en absence de sources externes, la relation entre l'induction magnétique \vec{B} et le champ magnétique \vec{H} s'écrit

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (1.1)$$

avec $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{Hm}^{-1}$, la perméabilité magnétique du vide.

Or, la grande majorité des matériaux géologiques rencontrés dans la pratique ne réagissent que très faiblement à une excitation magnétique et la perméabilité magnétique relative sera souvent prise égale à 1. Seuls quelques minéraux, tels que la magnétite ou l'hématite ont une susceptibilité magnétique non négligeable. Ces minéraux étant en quantité infime dans les milieux favorables à l'utilisation du géoradar, l'estimation $\mu \approx 1$ est très souvent adoptée. Par ailleurs, nous considérerons dans cette thèse que la perméabilité magnétique est réelle et ne dépend pas de la fréquence.

La permittivité diélectrique

La permittivité diélectrique d'un matériau rend compte de sa capacité à être polarisé sous l'influence d'un champ électrique, ce qui provoque le déplacement relatif de charges liées positives et négatives (Lutz, 2002). Nous utiliserons la notation usuelle en électromagnétisme en définissant la permittivité complexe ε^* , qui prend en compte le déplacement de charges électriques dans sa partie réelle, ε' et la dissipation associée au déplacement des charges et les pertes de conduction dans sa partie imaginaire, ε'' . Nous avons

$$\varepsilon^* = \varepsilon' - i \varepsilon'', \quad (1.2)$$

où ε' est la partie réelle, et ε'' est la partie imaginaire de la permittivité diélectrique avec $i^2 = -1$. Le paramètre ε'' est parfois appelé «facteur de perte». Il se rapporte aux pertes d'énergie responsables de l'atténuation et de la dispersion du signal radar. On définit l'angle de perte, δ , tel que, $\tan \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$.

Le paramètre ε_r est le ratio de la permittivité diélectrique du matériau à la permittivité diélectrique du vide ε_0 et peut être exprimé comme

$$\varepsilon_r = \varepsilon^*/\varepsilon_0 = \varepsilon'_r - i\varepsilon''_r \quad (1.3)$$

avec $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$. La partie réelle ε'_r de la permittivité relative est le paramètre le plus couramment utilisé pour décrire la permittivité diélectrique d'un milieu.

La conductivité électrique

La conductivité électrique σ d'un matériau s'exprime en Siemens par mètre (S/m), et décrit le flux de charges électriques pendant le passage d'une onde électromagnétique, et peut grandement affecter la perte d'énergie ou de l'atténuation du signal électromagnétique (Blindow et al., 2007). D'après la loi d'Ohm, les courants de conduction sont reliés au champ électrique dans le cas d'un conducteur linéaire, homogène et isotrope par la relation

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E}, \quad (1.4)$$

avec \vec{J}_c , la densité de courant des charges libres (en A/m^2) et \vec{E} , le champ électrique appliqué (en V/m).

Comme la permittivité diélectrique, la conductivité électrique peut être définie par une grandeur complexe

$$\sigma^* = \sigma' + i \sigma'', \quad (1.5)$$

où σ' et σ'' sont respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de la conductivité électrique. Lorsque l'on considère uniquement les pertes ohmiques (*i.e.* uniquement la partie réelle de la conductivité), on peut écrire que la partie réelle de la conductivité électrique σ' est liée à la partie imaginaire de la permittivité diélectrique ε'' et à la fréquence f par

$$\varepsilon'' = \frac{\sigma'}{\omega}, \quad (1.6)$$

où $\omega = 2\pi f$ est la pulsation du signal.

On considérera dans la suite de ce manuscrit que la conductivité électrique est indépendante de la fréquence.

Les valeurs de la conductivité électrique des matériaux varient sur plusieurs ordres de grandeurs. Ils existent deux facteurs qui augmentent la conductivité électrique. D'une part la quantité de sels présents dans l'eau du matériau, d'autre part la présence d'argile en raison de la structure moléculaire ionique particulière à ces derniers qui ont des niveaux élevés de cations échangeables¹. Nous reviendrons sur la conductivité électrique dans la deuxième partie de ce manuscrit.

1. La forme particulière colloïdale des particules d'argile est aussi à l'origine de dissipation

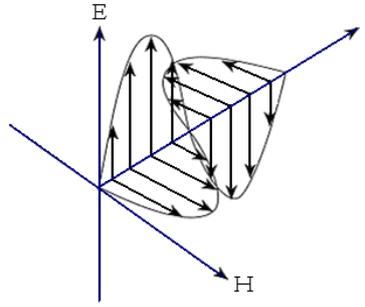


FIGURE 1.2: Propagation des ondes électromagnétiques dans l'espace libre (d'après Daniels, 2004).

1.1.2 Les équations de Maxwell

La propagation des ondes électromagnétiques dans le vide est entièrement décrite par les équations de Maxwell (Maxwell, 1881),

$$\begin{aligned}
 \vec{\nabla} \wedge \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{J}_m, \\
 \vec{\nabla} \wedge \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}_e, \\
 \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0, \\
 \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= q_v,
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

où \vec{E} est le champ électrique en V/m , \vec{H} est le champ magnétique en A/m , \vec{D} est l'induction électrique en C/m^2 , \vec{B} est l'induction magnétique en W/m^2 , \vec{J}_e est la densité de courant électrique en A/m^2 , \vec{J}_m est la densité de courant magnétique en V/m^2 , q_v est la densité volumique de charges libres en C/m^3 , et t le temps en seconde. Ces équations décrivent les relations entre le champ électrique \vec{E} et le champ magnétique \vec{H} qui sont dans le plan d'onde, perpendiculaires entre eux et à la direction de propagation comme présentés sur la Figure 1.2. Ces équations peuvent être réécrites en supposant un milieu non vide (Jackson, 1975).

Les équations de Maxwell sont couplées et ne peuvent être découplées qu'au détriment d'élever leur ordre en obtenant alors une équation aux dérivées partielles d'ordre 2, appelée l'équation des ondes (Balanis, 1989). En considérant un milieu homogène et isotrope, sans charges libres et amagnétique, les lois de propagation de l'onde s'écrivent sous la forme (Perez, 2005)

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu_0 \varepsilon^* \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \tag{1.8}$$

et

$$\Delta \vec{H} - \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu_0 \varepsilon^* \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \vec{0}. \tag{1.9}$$

Solution harmonique

Des solutions importantes et simples pour les équations de Maxwell sont les ondes harmoniques. Dans un système de coordonnées cartésiennes, l'équation de diffusion-propagation relative au champ électrique $\vec{E} = (E_x, 0, 0)$ avec la propagation dans la direction z s'écrit

$$E_x = E_0 e^{i\omega t - \gamma z} \quad (1.10)$$

où E_0 est l'amplitude de l'onde à l'instant initial $t = 0$ et en $z = 0$ et γ est le facteur de propagation des ondes électromagnétiques. En utilisant la solution harmonique 1.10, l'équation 1.8 devient, l'équation de dispersion :

$$\gamma^2 E_x - i\omega\mu_0\sigma E_x + \omega^2\mu_0\varepsilon^* E_x = 0. \quad (1.11)$$

En écrivant

$$\gamma = \alpha + i\beta, \quad (1.12)$$

il vient alors

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu_0\varepsilon_0\varepsilon'_r}{2}(\sqrt{1 + \tan^2\delta} - 1)} \quad (1.13)$$

et

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu_0\varepsilon_0\varepsilon'_r}{2}(\sqrt{1 + \tan^2\delta} + 1)}, \quad (1.14)$$

où l'angle de perte δ est défini comme

$$\tan\delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}. \quad (1.15)$$

Si l'on ne considère que les pertes ohmiques on peut utiliser l'équation 1.6, et l'angle de perte vaut alors

$$\tan\delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon'}. \quad (1.16)$$

Quand $\tan\delta = 1$, les courants de conduction sont égaux aux courants de déplacement. La propagation de l'onde électromagnétique a lieu pour $\tan\delta < 1$, tandis que pour $\tan\delta > 1$ le processus diffusif domine (c'est le cas des méthodes électromagnétiques basses fréquences, comme la radio-magnéto-tellurie ou les appareils de prospection électromagnétique EM31 ou EM38).

Cas des milieux propices à la propagation

Si le milieu est tel que $\tan\delta \ll 1$, l'équation 1.14 se simplifie en

$$\beta = \omega \sqrt{\mu_0\varepsilon_0\varepsilon'_r}. \quad (1.17)$$

Ce coefficient est par définition inversement proportionnel à la vitesse de propagation de l'onde harmonique de l'équation 1.10. La vitesse s'écrit donc

$$v = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}, \quad (1.18)$$

avec

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}, \quad (1.19)$$

la vitesse de l'onde électromagnétique dans le vide. Cette vitesse est celle de la lumière qui est mesurée à $299792458 \text{ m.s}^{-1}$. Nous utiliserons $c_0 = 0,3 \text{ m/ns}$. L'équation 1.18 est très utilisée par les géophysiciens même si en théorie elle n'est valable que pour décrire un milieu homogène, isotrope, sans charges libres, amagnétiques et où la partie imaginaire de la permittivité se résume aux pertes ohmiques.

Nous rappelons que la longueur d'onde se définit comme le rapport de la vitesse de propagation sur la fréquence d'oscillation. Nous aurons donc

$$\lambda = \frac{v}{f}. \quad (1.20)$$

Par ailleurs, toujours dans le cas où $\tan^2 \delta \ll 1$, l'équation 1.13 se simplifie en

$$\alpha = \frac{\sqrt{\mu_0} \sigma}{2\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r}}. \quad (1.21)$$

En remplaçant avec les valeurs numériques, on obtient

$$\alpha = 188,41 \frac{\sigma}{\sqrt{\varepsilon_r}}, \quad (1.22)$$

où σ est exprimé en S/m et α , le coefficient d'atténuation, est en m^{-1} . On utilise aussi le coefficient d'atténuation en décibel par mètre α_{db} qui vaut alors

$$\alpha_{db} = 1690 \frac{\sigma}{\sqrt{\varepsilon_r}}. \quad (1.23)$$

Propriétés d'une onde électromagnétique en milieu terrestre

Le tableau 1.1 (d'après Davis et Annan (1989)) donne les paramètres électromagnétiques de différents matériaux géologiques usuels mesurés à 100 MHz. Pour un sol à faible perte avec $\varepsilon_r = 9$ nous calculons à partir de l'équation 1.18 que la vitesse dans le sol est un tiers de la vitesse de la lumière, soit $v = 0,1 \text{ m/ns}$. D'après l'équation 1.20, à une fréquence f de 100 MHz ($=0,1 \text{ GHz}$) la longueur d'onde dans ce sol sera 1 m.

Dans ce tableau 1.1, on remarque que le milieu naturel avec la plus forte permittivité diélectrique est l'eau. Ainsi, la teneur en eau joue un rôle très important dans la valeur

Matériau	ε'_r [sans dimension]	σ [mS/m]	v [m/ns]	α_{db} [dB/m]
Air	1	0	0.3	0
Eau distillée	80	0.01	0.033	0.002
Eau douce	80	0.5	0.033	0.11
Eau de mer	80	$3 \cdot 10^4$	0.01	1000
Sable sec	3-5	0.01	0.15	0.01
Sable saturé	20-30	0.1-1	0.06	0.03-0.3
Silt	5-30	1-100	0.07	1-100
Argile	5-40	2-1000	0.06	1-300
Calcaire	4-8	0.5-2	0.12	0.4-1
Schiste	5-15	1-100	0.09	1-100
Granite	6	0.01-1	0.13	0.01-1
Sel sec	5-6	0.01-1	0.125	0.01-1
Glace	3-4	0.01	0.168	0.02

TABLE 1.1: Valeur des paramètres électromagnétiques dans quelques milieux terrestres usuels : la permittivité diélectrique relative ε_r , la conductivité électrique σ , la vitesse v et l'atténuation α_{db} d'une onde électromagnétique de fréquence 100 MHz (d'après Davis et Annan, 1989).

de permittivité d'un sable. Elle varie entre 3 et 5 pour cent pour un sable sec et peut monter jusqu'à 30 % pour un sable saturé en eau. Il existe plusieurs relations théoriques et/ou empiriques pour déterminer la permittivité d'un milieu en fonction de sa teneur en eau (Hoekstra and Delaney, 1974; Topp et al., 1980). La forte dépendance de la permittivité avec la teneur en eau est la raison du développement des capteurs de teneur en eau comme les Time Domain Reflectometer (Noborio, 2001; Pettinelli et al., 2002).

Finalement, dans ce tableau 1.1, les milieux présentant le plus grand facteur d'atténuation sont l'eau de mer et l'argile. Ainsi les sols argileux, et les sols salés, peuvent prévenir l'acquisition de données radar lorsque l'atténuation devient telle que la sensibilité du radar est insuffisante pour détecter le signal reçu par rapport au bruit ambiant.

1.1.3 Réflexion, transmission et réfraction à une interface

Dans un milieu naturel, la propagation des ondes électromagnétiques est liée à la perméabilité magnétique μ , la permittivité diélectrique ε et la conductivité électrique σ . Tout contraste d'un de ces trois paramètres peut provoquer une réflexion de l'onde ou une transmission. Soient deux milieux homogènes et isotropes caractérisés respectivement par les paramètres $\mu_1, \varepsilon_1, \sigma_1$ et $\mu_2, \varepsilon_2, \sigma_2$, séparés par une interface plane. L'onde incidente

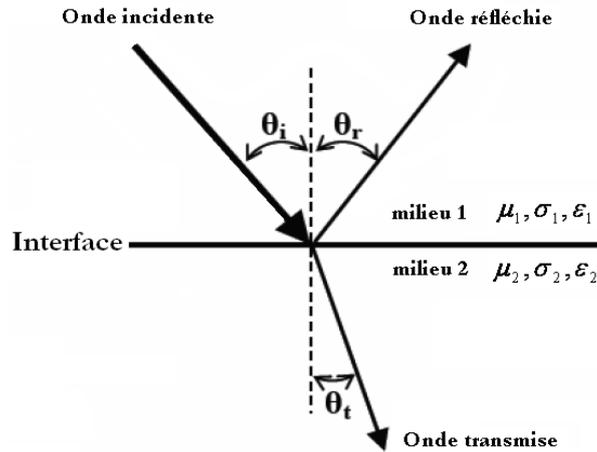


FIGURE 1.3: Schéma représentant les phénomènes de réflexion et de transmission à l'interface entre deux milieux qui représentent des contrastes diélectriques différents.

sur l'interface des deux milieux est réfléchi dans le milieu 1 et transmis dans le milieu 2. Les directions des ondes incidente, réfléchi et transmis sont reliées par les lois de Snell-Descartes :

$$\frac{\sin \theta_i}{v_1} = \frac{\sin \theta_r}{v_1} = \frac{\sin \theta_t}{v_2}, \quad (1.24)$$

où θ_i est l'angle d'incidence, θ_r l'angle de réflexion et θ_t l'angle de transmission, v_1 est la vitesse du milieu 1 et v_2 la vitesse du milieu 2.

Dans un milieu non conducteur et non magnétique, l'indice de réfraction n_{21} est lié à la permittivité par

$$n_{21} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1}}. \quad (1.25)$$

Lorsque la vitesse du milieu 2 est supérieure à celle du milieu 1, il y a un angle critique θ_c pour lequel θ_t vaut 90° . On parle alors de réfraction critique de l'onde. L'onde réfractée se déplace le long de l'interface à la vitesse v_2 . Pour tous les cas où l'angle d'incidence $\theta_i > \theta_c$, il y a réflexion totale. La quantité d'énergie radar réfléchi est indiquée par le coefficient de réflexion r , qui est déterminé par le contraste des vitesses des ondes électromagnétiques, et plus fondamentalement, par le contraste de la permittivité diélectrique relative des médias adjacents (Knight, 2001; Sato, 2009). L'application des équations de Maxwell, à l'interface entre deux milieux, couplée à la loi de Snell-Descartes, permet de remonter aux conditions de passage, c'est à dire aux conditions de continuité des champs électriques et magnétiques entre les deux milieux. La polarisation de l'onde incidente joue bien sûr un rôle important dans l'expression de ces coefficients de réflexion. Le plan d'incidence est le plan qui contient le rayon incident et la normale à la surface au point d'incidence.

On distingue deux cas :

de	à	r
Eau ($\varepsilon_r = 80$)	Sédiment saturé en eau ($\varepsilon_r = 50$)	0,12
Sédiment saturé en eau ($\varepsilon_r = 50$)	Sédiment non saturé ($\varepsilon_r = 25$)	0,17
Eau ($\varepsilon_r = 80$)	Sédiment non saturé ($\varepsilon_r = 25$)	0,28
Sédiment non saturé ($\varepsilon_r = 25$)	Roche encaissante ($\varepsilon_r = 8$)	0,28
Eau ($\varepsilon_r = 80$)	Roche encaissante ($\varepsilon_r = 8$)	0,52
Glace ($\varepsilon_r = 3.8$)	Eau ($\varepsilon_r = 80$)	-0,67

TABLE 1.2: Coefficients de réflexion r à incidence verticale en milieu lacustre (d'après Moorman, 2002).

- Transverse Magnétique (TM) : la polarisation du champ magnétique est perpendiculaire au plan d'incidence.
- Transverse Electrique (TE) : la polarisation du champs électrique est perpendiculaire au plan d'incidence.

Le mode TE est le plus utilisé lors d'acquisition radar de sol de surface. Dans ce mode, le coefficient de réflexion r_{TE} , dit de Fresnel, entre deux matériaux diélectriques parfaits (non conducteurs et amagnétiques) vaut

$$r_{TE} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} \cos(\theta_i) - \sqrt{\varepsilon_2} \cos(\theta_t)}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos(\theta_i) + \sqrt{\varepsilon_2} \cos(\theta_t)}. \quad (1.26)$$

En utilisant la relations de Snell-Descartes, $\sqrt{\varepsilon_1} \sin(\theta_i) = \sqrt{\varepsilon_2} \sin(\theta_t)$, on obtient, l'expression du coefficient de réflexion uniquement en fonction de l'angle d'incidence,

$$r_{TE} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} \cos(\theta_i) - \sqrt{\varepsilon_2} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2(\theta_i)}}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos(\theta_i) + \sqrt{\varepsilon_2} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2(\theta_i)}}. \quad (1.27)$$

Ce coefficient pour le cas d'une incidence normale, vaut

$$r = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} - \sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2}}. \quad (1.28)$$

Afin d'avoir un ordre d'idée des valeurs des coefficients de réflexions, nous joignons quelques exemples dans le cas d'un angle d'incidence normale, dans le tableau 1.2, obtenu d'après Moorman (2002).

L'eau a la constante diélectrique la plus élevée (environ 80) et l'air a la plus faible ($\varepsilon_r = 1$). Le tableau 1.1 montre que la plupart des matériaux géologiques ont des valeurs de permittivité diélectrique relative entre 2 et 30. Le coefficient de réflexion maximal est alors de 0.8.

Dans tous les cas, les valeurs d'amplitude de r varient entre -1 et $+1$ et la proportion d'amplitude transmise est égale à $1 - r$. La valeur négative obtenue dans le cas du passage

de la glace à de l'eau (dernière ligne du tableau 1.2) signifie une inversion d'amplitude (déphasage de 180°) entre le signal réfléchi et le signal incident. La valeur absolue de 0.67 signifie que 67% de l'amplitude de l'onde incidente sur l'interface est renvoyée vers la surface. La valeur enregistrée à la surface du sol dépendra de ce coefficient de réflexion en plus de l'atténuation liée au paramètre α et à l'atténuation géométrique (cette dernière atténuation étant proportionnelle à l'inverse du carré de la distance). D'ailleurs, ces phénomènes d'atténuation de l'onde lors de sa propagation sont tels que les réflexions multiples sont rapidement indécélables dans les données radar.

Valeurs du coefficient de réflexion dans le cas d'une incidence supérieure ou égale à l'angle critique

Comme introduit dans le début de ce paragraphe, en mode TE, lorsque la permittivité du milieu 2 est inférieure à celle du milieu 1, il existe un angle critique θ_c pour lequel θ_t vaut 90° . Dans le cas où l'on dépasse l'angle critique, nous sommes dans le cas d'une réflexion totale. L'angle est supérieur à l'angle critique, donc on a $\frac{\sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2}} \sin(\theta_i) > 1$. Cette valeur, supérieure à 1, va poser problème dans l'expression de r_{TE} (expression 1.27). La valeur sous la racine sera négative, ce qui aura pour conséquence un coefficient de Fresnel complexe. On l'écrira

$$r_{TE} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} \cos(\theta_i) + i\sqrt{\varepsilon_2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2(\theta_i) - 1}}{\sqrt{\varepsilon_1} \cos(\theta_i) - i\sqrt{\varepsilon_2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2(\theta_i) - 1}}, \quad (1.29)$$

que l'on peut réécrire en séparant la partie réelle et imaginaire comme

$$Re(r_{TE}) = \frac{\varepsilon_1 \cos(\theta_i) - \varepsilon_2 \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2(\theta_i) - 1 \right)}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_1 \cos(2\theta_i) + \varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}. \quad (1.30)$$

$$Im(r_{TE}) = \frac{2\varepsilon_1 \cos(\theta_i) \sqrt{\varepsilon_1 \sin^2(\theta_i) - \varepsilon_2}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}. \quad (1.31)$$

Les expressions (1.30) et (1.31), nous permettent d'obtenir les variations de la partie réelle et imaginaire du coefficient de réflexion, en fonction de l'angle d'incidence. Cet angle d'incidence est lié à la séparation des antennes dans le cas d'un profil multi-déport ainsi qu'à l'épaisseur de la couche de permittivité ε_1 .

1.2 Le radar de sol

Le radar de sol est un outil de prospection géophysique basé sur l'émission d'une onde électromagnétique et la réception de l'onde réfléchie, qui porte des informations sur les hétérogénéités du milieu sondé. La première publication parlant du radar de sol est celle de Stern (1929) qui présente des mesures radar pour sonder la profondeur d'un glacier autrichien. À la fin des années 50, un accident d'avion de l'U.S. Air Force au Groënland marque le départ des recherches sur l'imagerie du sous-sol à l'aide de la propagation des ondes électromagnétiques². Entre 1936-1971, 36 brevets sont déposés. En 1967, on envoie sur la lune un système assez similaire à celui proposé par Stern, dans l'expérience Apollo 17 (Simmons, 1974). En 2012, il y a eu plus de 2000 brevets déposés concernant le radar de sol, de nombreux fabricants, et de nombreuses sociétés de géophysique appliquée proposent des prospections radar de sol.

1.2.1 Principe d'utilisation

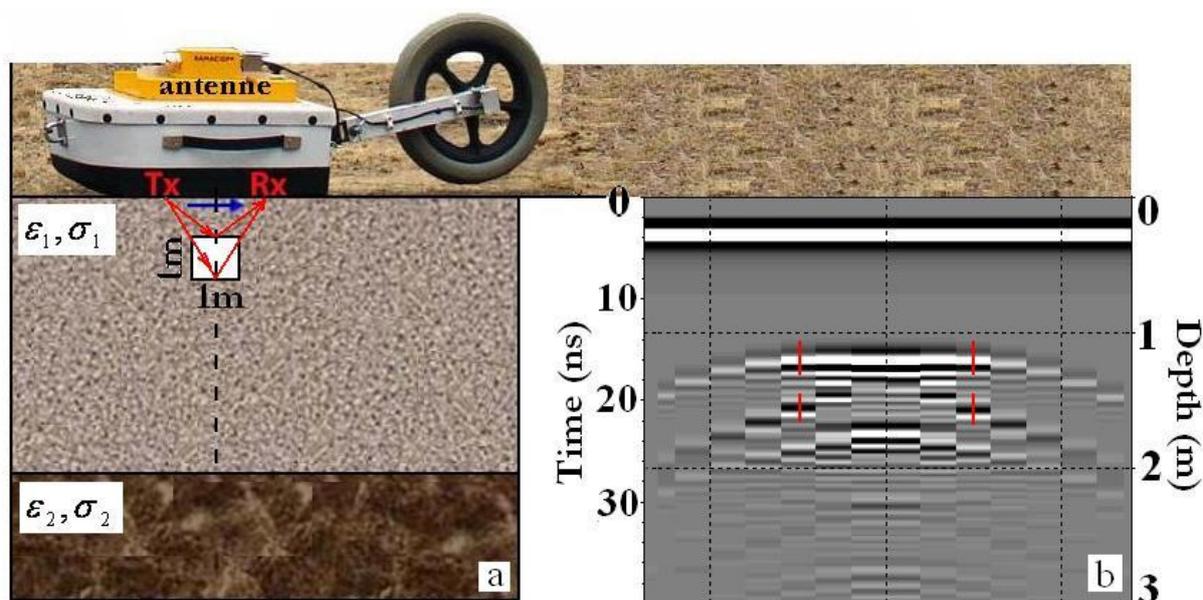


FIGURE 1.4: Principe d'une acquisition radar de sol.

L'Université Paris Sud possède un radar de sol Ramac fabriqué par la société suédoise MALÅ avec des antennes de surface blindées. Cet appareil est montré en utilisation classique sur la Fig. 1.4. La boîte contenant une antenne source et une autre réceptrice est traînée sur le sol le long d'une route. L'émetteur génère au niveau de l'antenne source

² L'accident d'avion fut expliqué par une mauvaise interprétation du signal radar de l'avion servant à déterminer son altitude

une impulsion de courant de quelques nanosecondes. Il se crée alors un champ électromagnétique qui se propage dans le sous-sol et est réfracté, diffracté ou réfléchi par les hétérogénéités qu'il rencontre. L'antenne réceptrice, du même type que l'antenne source mais électriquement et physiquement indépendante de cette dernière, capte l'énergie qui lui revient. Cette énergie est convertie en une nouvelle impulsion de courant qui se trouve amplifiée, échantillonnée et transmise à l'unité de contrôle pour traitement et enregistrement en fonction du temps. Chaque enregistrement constitue une «trace». Il s'agit donc des variations de l'amplitude du champ électrique en fonction du temps. La juxtaposition de ces traces les unes à côté des autres constitue un «radargramme». La Figure 1.4 résume le principe d'acquisition d'un profil radar.

Les opérations d'émission des impulsions de courant et d'échantillonnage des signaux sont dirigées par l'unité de contrôle grâce à divers microprocesseurs et horloge de synchronisation dont les ordres sont transmis aux antennes par les câbles optiques. L'utilisateur choisit la fréquence centrale de prospection, la fréquence d'échantillonnage des signaux et la durée d'écoute du signal (relié au nombre d'échantillons par trace).

Le pas d'échantillonnage étant de l'ordre de 0,1 nanoseconde, les radars à impulsion du commerce ont recours à une astuce pour palier à la «lenteur» de l'électronique. Une trace de 512 échantillons est en fait reconstituée à partir de 512 émissions d'impulsion. La synchronisation entre la source et le récepteur est primordiale pour permettre au système d'enregistrer uniquement la valeur de l'amplitude du champ électrique correspondant à l'échantillon de la trace en cours de constitution. La fréquence de répétition des impulsions est fixe (30 kHz pour le PULSEKKO , 50 kHz pour le GSSI et le Ramac).

Un inconvénient du radar impulsif est la perte du «temps zéro» (instant d'émission du signal) qui dépend du temps de parcours dans les câbles et donc de leur longueur et de leur état. Préalablement à toute acquisition, l'utilisateur doit penser à chercher la fenêtre d'écoute dans laquelle se situe le signal à enregistrer.

Il est également possible d'opérer avec une onde dont la fréquence varie de façon discrète et dont le retour est analysé en termes de phase et d'amplitude. Il s'agit des radars à impulsions synthétiques. Dans ce manuscrit de thèse nous ne parlerons que des systèmes à impulsions temporelles.

D'autres marques de radar de sol existent, notamment le PulseEkko de Sensors et Software et le radar de Geophysical Survey Systems, Inc, abrégé en GSSI. Le radar de sol est un équipement relativement facile à transporter. Un coffre de voiture suffit. Son prix varie de 30 000 euros à 100 000 euros selon les fabricants et le nombre d'antennes d'acquisition proposées. Les antennes peuvent être fabriquées en vue d'utilisation en forage.

Le diagramme de rayonnement des antennes utilisées dépend des propriétés électromagnétiques du milieu sur lequel l'antenne est posée. Plus le milieu contient de l'eau, plus

l'antenne est directive (l'angle d'émission se ressert). Mais il faut garder en mémoire que les antennes «voient» aussi sur les cotés. Le champ électrique émis est polarisé linéairement. Les antennes sont généralement utilisées parallèles entre elles car c'est la position optimale par rapport à la polarisation des champs. Cependant il peut parfois être utile de changer la direction relative de la source et du récepteur pour diminuer l'intensité d'un signal masquant comme celui résultant de la réverbération dans une couche d'eau proche de la surface (Radzevicius et al., 2000). L'antenne émet aussi dans le plan horizontal, ainsi que dans l'air. C'est pourquoi les radargrammes peuvent montrer des échos sur des objets aériens comme les arbres ou les pylônes. Pour prévenir ces problèmes, les antennes sont parfois blindées par des mousses absorbantes, dans les directions de propagations inutiles³.

1.2.2 Les chemins des ondes électromagnétiques

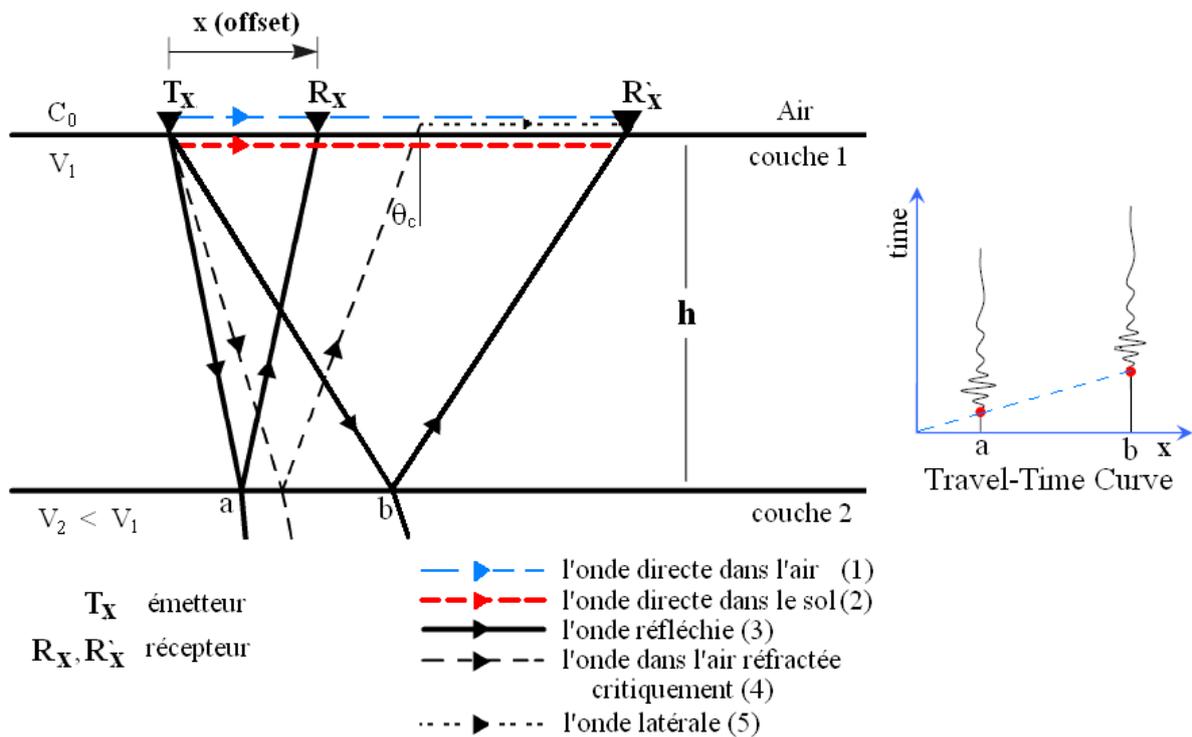


FIGURE 1.5: Représentation de la transmission des ondes dans le modèle d'une interface plane et horizontale entre deux milieux de différentes vitesses. La vitesse du second milieu v_2 est inférieure à celle du milieu supérieure v_1 . La courbe des temps de parcours (Travel Time Curve) montre que le temps d'arrivée de l'onde au point a est inférieur à celui au point b.

3. L'épaisseur du blindage dépendant inversement de la fréquence, les blindages ne sont pas possibles pratiquement pour des antennes de basses fréquences.

La propagation des ondes électromagnétiques peut être décrite par une représentation en rais comme en optique et en sismique réflexion. Les différents chemins suivis par ces rais sont décrits sur la Fig. 1.5 pour un milieu à deux couches : air, couche 1 et couche 2. Les interfaces entre ses couches sont planes. Dans un tel exemple, il y a trois types d'ondes à considérer : les ondes directes, les ondes réfléchies et les ondes réfractées.

Les ondes qui se propagent directement de la source vers le récepteur sont appelées les ondes directes. Lorsque les antennes sont posées sur le sol, cette onde se propage en partie dans l'air, appelée alors «onde directe dans l'air», et en partie dans le sol, donnant l'«onde directe dans le sol». Dans nos applications sub-surfaciques, nous chercherons à comparer des vitesses de propagation dans le sol et dans l'air. Nous considérerons donc que la vitesse de propagation d'une onde électromagnétique dans l'air est égale à celle de la lumière dans le vide, soit 0,3 m/ns. Cette vitesse étant la plus grande, et le chemin entre la source et le récepteur étant le plus court dans la plupart des acquisitions de profils réflexions, l'onde directe dans l'air est la première à arriver au récepteur. Son temps d'arrivée peut servir de référence pour palier à la perte du «temps zéro», le temps auquel l'onde a été initiée à l'antenne source. Le temps d'arrivée t pour une onde directe est facile à calculer. Il est tout simplement la distance parcourue d divisée par la vitesse de l'onde dans le milieu traversé v ,

$$t = \frac{d}{v}. \quad (1.32)$$

Sur le schéma 1.5, le temps d'arrivée pour une onde réfléchie est la distance parcourue divisée par la vitesse du milieu 1, v_1 . Dans le cas de la première réfléchie, la distance parcourue est deux fois l'hypoténuse du triangle rectangle $(T_{x,a,m})$ où m est le point milieu de l'émetteur et du récepteur. Par le théorème de Pythagore on obtient

$$t = \frac{\sqrt{x^2 + 4h^2}}{v}, \quad (1.33)$$

où x est la distance entre l'émetteur et le récepteur (appelé aussi déport, en français, ou «offset» en anglais), et h est l'épaisseur de la couche de milieu 1.

Le phénomène de réfraction post-critique se produit lorsque l'on passe d'un milieu lent à un milieu rapide pour lequel nous observons un angle critique comme expliqué dans le paragraphe 1.1.3. Sur notre exemple, il existe une onde réfractée lorsque l'onde réfléchie incide sur l'interface entre le milieu 1 et l'air. Cette onde est générée pour un angle critique

$$\theta_c = \arcsin(v/c_0), \quad (1.34)$$

correspondant au déport critique X_c ,

$$\theta_c = \frac{2hv}{\sqrt{c_0^2 - v^2}}. \quad (1.35)$$

Le temps d'arrivée de cette onde réfractée est

$$t = \frac{x}{c_0} + 2h\sqrt{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c_0^2}}. \quad (1.36)$$

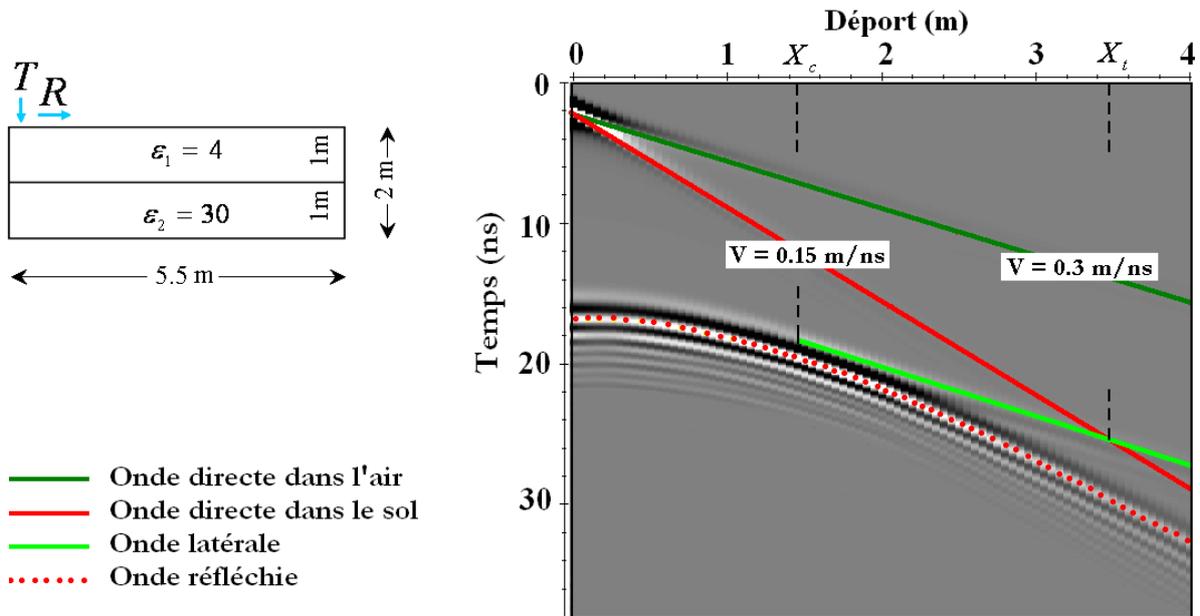


FIGURE 1.6: A droite : Courbes temps - déport obtenues surimposées au radargramme simulé avec pour modèle l'exemple tri-couches décrit à gauche.

Un diagramme montrant les relations entre le temps d'arrivée t et le déport x des équations 1.32 à 1.36 est montré dans la Fig. 1.6. Nous voyons que la courbe du temps d'arrivée pour l'onde directe dans le sol est une droite de pente de $1/v_1$. Celle pour l'onde directe dans l'air est une droite de pente $1/c_0$. La courbe du temps d'arrivée pour les ondes réfléchies est une hyperbole. Elle tend asymptotiquement vers la courbe de l'onde directe dans le sol. L'onde latérale n'apparaît qu'au delà de l'angle critique et a pour courbe une droite de pente $1/c_0$.

1.2.3 Les différentes géométries d'acquisition

Profils réflexion à déport constant

L'acquisition de profils en gardant la distance entre la source et le récepteur fixe est la plus classique. Lors de l'acquisition d'un profil à déport constant, le temps d'acquisition d'une trace étant assez court (de l'ordre d'un dixième de seconde) le profil est acquis en traînant une boîte d'antennes sur le sol derrière soi, en marchant, ou derrière un tracteur, voire une voiture.

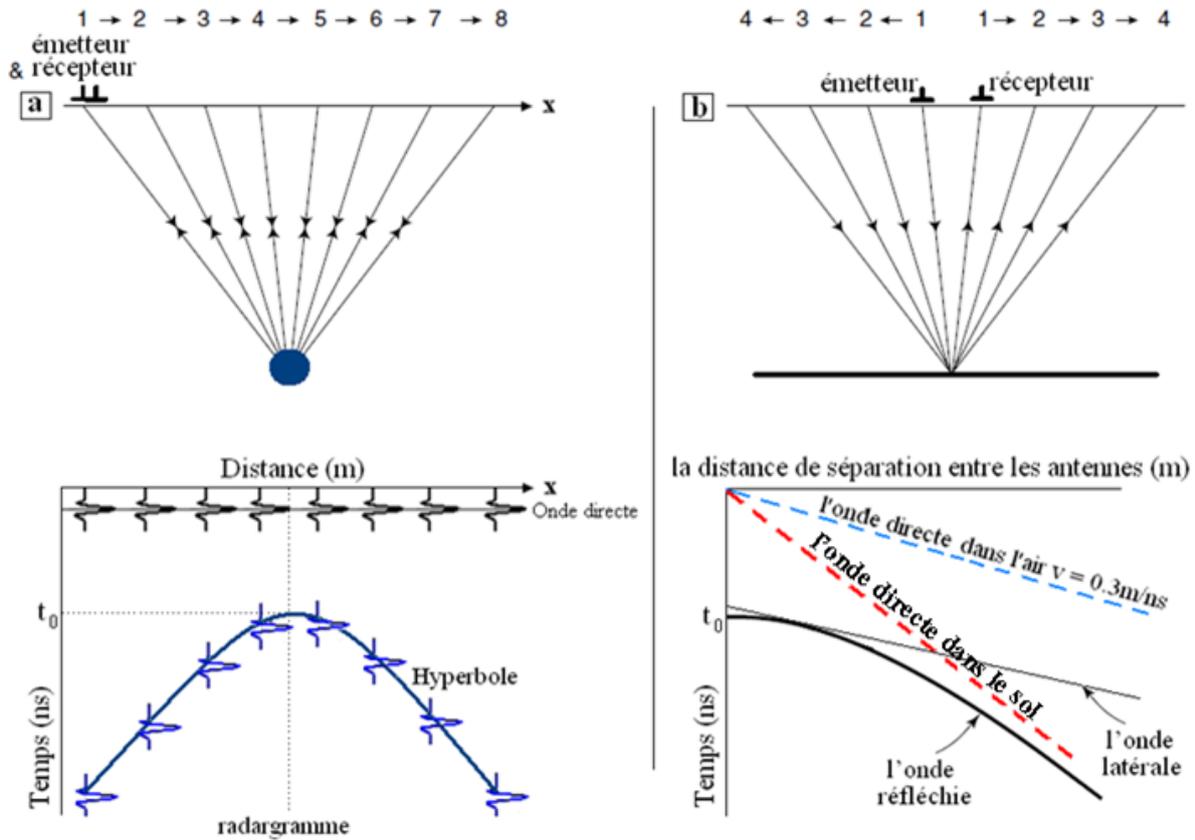


FIGURE 1.7: a) Radargramme (bas) acquis en réflexion à déport constant au dessus d'un objet (haut) et b) en mode multi-déport au dessus d'une interface plane.

Sur un radargramme acquis dans cette configuration, le signal renvoyé par un objet forme une hyperbole (Fig. 1.7a). L'apex de cette hyperbole correspond à la position pour laquelle le temps de parcours de l'onde entre l'antenne source, l'objet et l'antenne réceptrice est minimal (position où le milieu des deux antennes est juste au dessus de l'objet). Plus on s'éloigne de cette position, plus le temps de parcours augmente et l'on obtient les deux branches de l'hyperbole.

L'hyperbole a pour équation

$$t = \frac{2\sqrt{(x - x_0)^2 + h^2}}{v}, \tag{1.37}$$

où x est la distance parcourue par les antennes, x_0 est à la verticale de l'objet, h est la profondeur de l'objet.

L'ajustement de cette hyperbole permet de retrouver la vitesse apparente de propagation de l'onde entre les antennes et l'objet et donc de calculer sa profondeur.

Profils réflexion à déport variable

Une autre géométrie d'acquisition consiste à enregistrer les traces en déplaçant seulement une des antennes par rapport à l'autre (mesures Wide Angle Reflection and Refraction (WARR)) ou symétriquement par rapport à un point milieu (Common Mid Point (CMP)). La Figure 1.7b présente les deux types de mesures. Les radargrammes obtenus de la sorte permettent de faire des analyses de vitesses à partir de l'analyse des différentes courbes obtenues comme dans la Fig. 1.7.

Mesures en transmission

Lorsque l'émetteur et le récepteur sont de part et d'autre d'un milieu sondé, on parle de mesure en transmission. Ce type d'acquisition peut se faire avec des antennes de surface pour sonder un mur par exemple. Le mode de transmission est souvent associé à la tomographie. Pour chaque position de l'antenne émettrice, une trace est enregistrée pour une série de positions de l'antenne réceptrice. L'antenne émettrice est ensuite déplacée, et la séquence d'acquisition répétée. Le traitement de ce type de radargramme n'est pas direct et nécessite l'utilisation de méthodes d'inversion numériques (Hollender et al., 1999). Cette méthode est très utilisée avec des antennes de forage, en déplaçant les antennes émettrice et réceptrice dans deux puits adjacents.

1.2.4 Les paramètres d'acquisition

Comme toute méthode géophysique, la qualité pour ne pas dire les données en générale, dépendront des paramètres d'acquisition. Nous allons en présenter quelques uns, et leurs valeurs optimales en fonction de l'objectif recherché. Nous baserons ces paragraphes sur les travaux de Annan and Cosway (1992) et Annan (2002).

Estimation de la fenêtre d'écoute du signal

Commençons par l'un des paramètres qui peut sembler le plus trivial de prime abord, à savoir la fenêtre d'écoute. Afin de la déterminer correctement, nous avons besoin de la vitesse de l'onde au sein du milieu, mais pour déterminer cette dernière, nous avons besoin d'une acquisition radar... Ce problème sans fin est résolu par l'utilisation de table de permittivité, qui nous permettent de remonter à la vitesse. Partant de là, la fenêtre d'écoute peut s'approcher au temps nécessaire pour l'onde d'aller jusqu'à la profondeur souhaitée et revenir au récepteur,

$$t_f = (1, x) \frac{2d}{v}, \quad (1.38)$$

où t_f est la fenêtre d'écoute, d la profondeur, v la vitesse de l'onde au sein du milieu et x représentant le pourcentage d'incertitude de la vitesse du fait de l'inhomogénéité du sol avec la profondeur. Pour une erreur d'une trentaine de pour cent, $t_f = 1,3 \frac{2d}{v}$.

Choix des antennes

Par le choix des antennes nous entendons le choix de la fréquence afin d'optimiser au mieux l'information du signal radar en retour. Trois paramètres doivent être pris en compte :

- la résolution spatiale,
- la limitation du bruit du fait d'objets diffractant,
- la profondeur de pénétration.

La résolution spatiale peut être dans notre développement, assimilée au pouvoir séparateur en optique, c'est à dire qu'il faut que la largeur du signal soit plus faible ⁴ que la séparation de deux objets que nous souhaitons dissocier. Généralement, on pose que si le signal est deux fois plus court que la séparation des objets, nous arriverons à séparer les objets dans le signal. En supposant que la largeur de bande de la fréquence est très faible, donc que nous avons un signal à une seule fréquence bien définie, ce qui est impossible, on obtient la condition sur la fréquence centrale :

$$f_c > \frac{75}{\Delta Z \sqrt{\varepsilon}} \text{ MHz}, \quad (1.39)$$

où ΔZ est la résolution spatiale en mètre, que nous souhaitons discriminer.

La limitation du bruit peut se faire par l'utilisation d'une longueur d'onde bien supérieure à la taille des petits objets diffractant (pierre, cailloux, failles ...), typiquement en prenant une longueur d'onde 10 fois supérieure à la taille du plus grand objet diffractant que nous ne souhaitons pas voir, nommons le ΔL . On obtient une condition sur la fréquence centrale :

$$f_c > \frac{30}{\Delta L \sqrt{\varepsilon}} \text{ MHz}, \quad (1.40)$$

Enfin la dernière condition concerne la profondeur de pénétration de l'onde. Un paramètre important concerne la section efficace de cet objet qui occupe une grande partie de l'onde émise par le radar. De plus sans trop rentrer dans les détails, il est nécessaire que l'objet soit de la taille la plus proche possible de la zone de Fresnel, afin de retourner un signal cohérent. Ceci donne une condition de plus sur la fréquence centrale :

$$f_c < \frac{v\beta\sqrt{\varepsilon-1}}{d}, \quad (1.41)$$

β étant le ratio entre la taille de l'impulsion radar (la longueur d'onde) et la taille de l'objet.

4. Nous parlons en temps

1.2.5 Les traitements de données

Une fois les données radar acquises, il est nécessaire d'appliquer plusieurs traitements aux profils pour leur interprétation. Pour les effectuer, nous avons principalement utilisé le logiciel REFLEXW de Sandmeier (2007).

Recentrage des traces

Cette première étape consiste à retirer la composante continue de chaque trace. Il existe plusieurs moyens de le faire :

- l'amplitude moyenne de la trace est calculée puis retranchée à chaque amplitude échantillonnée.
- on retranche l'amplitude moyenne à l'intérieur d'une fenêtre glissante d'une taille définie de manière à être supérieure à la taille temporelle du signal émis, et suffisamment faible pour pouvoir prendre en compte une éventuelle variation de la valeur moyenne au cours du temps d'acquisition de la trace.
- on effectue un filtre fréquentiel passe-haut pour supprimer les basses fréquences.

Référence temporelle

Le temps où le signal est émis par l'antenne source n'est pas connu. L'utilisateur place sa fenêtre d'écoute du signal en repérant l'arrivée des ondes directes. Il s'agit de prendre une référence temporelle (un temps zéro). Pour positionner ce temps, on peut

- acquérir une mesure au dessus d'une plaque métallique au départ de chaque profil. Le temps d'arrivée de la réflexion servira de référence.
- acquérir un profil en levant d'une distance métrique l'antenne au dessus du sol pour découpler celle-ci du sol. L'onde directe entre les antennes est alors indépendante du sol prospecté et son temps d'arrivée permet de temps de référence.
- acquérir quelques traces à une distance connue au dessus du sol et utiliser la réflexion sur l'interface air-sol.
- utiliser le temps d'arrivée d'une phase de l'onde directe (il s'agit de l'onde directe dans le sol lorsque l'on utilise des antennes blindées), comme référence. Il faut alors faire attention aux possibles inversions de polarisation du signal réfléchi sur les interfaces enfouies.
- enfoncer un réflecteur à une profondeur donnée (possible seulement en faisant une tranchée latérale) et repérer le temps d'arrivée de l'apex de l'hyperbole de diffraction obtenu sur cet objet.

- repérer une hyperbole de diffraction sur un profil mono départ et enfoncer une tige à son apex pour mesurer la profondeur de l'objet qui en est la cause (possible lors de la recherche d'objets "durs" dans des sols "mous" comme des racines d'arbres...)
- utiliser les réflexions latérales sur des réflecteurs de surface comme les murs (lors de mesures dans des bâtiments par exemple), ou sur des réflecteurs métalliques enfouies dans le sol à cet effet (Léger and Saintenoy, 2011).

Filtrage spectrale

Le radar à impulsion temporel émet une onde avec un spectre fréquentiel large. Les données sont bruitées par différents effets :

- comme vu deux paragraphes auparavant, chaque trace est centrée sur une valeur non nulle (DC value) résultant d'un manque de calibration de l'appareil électronique.
- chaque trace est polluée par un bruit électronique périodique, d'amplitude faible mais parfois masquant les signaux recherchés si ces derniers sont de petite amplitude. Ce bruit est d'autant plus masquant pour les réflexions les plus tardives ou dans des milieux atténuants.

Il est alors recommandé d'effectuer un filtrage fréquentiel passe-bande entre $F_c/3$ et $2F_c$ où F_c est la fréquence centrale du signal émis. De plus pour supprimer le bruit électronique, il est possible d'utiliser un filtre fk (Mari et al., 1997).

Amplification du signal

L'atténuation du signal radar étant très importante il est souvent difficile de voir autre chose que l'onde directe dans les données brutes. Souvent, seule la corrélation visuelle trace à trace permet de retrouver une hyperbole de diffraction ou une réflexion sur une interface en profondeur. Pour permettre cette interprétation visuelle, on peut jouer sur la palette de couleurs, ou sur la valeur à laquelle le signal maximum est tronqué. Cette troncature fait perdre sur la résolution des réflexions sur des interfaces proches de la surface. Une meilleure solution consiste à jouer sur l'amplification du signal en multipliant chaque trace par une fonction de gain G . Il existe plusieurs manières d'appliquer un gain. L'utilisateur peut choisir une fonction G somme d'un terme linéaire et d'un terme exponentielle en fonction du temps de parcours t . Une autre manière consiste à appliquer un gain à contrôle automatique (AGC) : une constante est déterminée pour amplifier l'amplitude à l'intérieur d'une fenêtre, de taille choisie par l'utilisateur, en fonction de son amplitude maximum (définie par sa moyenne quadratique) et de celle de la fenêtre du dessus (Sandmeier, 2007). Il est important de garder en tête que l'application d'un gain modifie les amplitudes réellement enregistrées. L'analyse post gain d'un radargramme ne peut plus se faire que sur les temps d'arrivée des réflexions intéressantes.

Analyse de vitesse

La vitesse de propagation d'une onde électromagnétique dépend fortement de la teneur en eau du milieu sondé. Ainsi une analyse de vitesse n'est valable que pour le lieu et l'instant auquel ont été effectuées les mesures.

Différentes méthodes existent pour déterminer la vitesse d'une onde radio dans le sol. La plus simple consiste à mesurer le temps de parcours de l'onde entre les antennes et un objet de profondeur connu dans le sol (Conyers and Lucius, 1996). Mais il faut faire attention à prendre des repères dans le signal transmis et réfléchi. La mesure peut-être faussée par une éventuelle inversion de phase dans le signal réfléchi (lorsque le milieu du dessous est caractérisé par une vitesse plus lente que le milieu du dessus). Et il faut prendre en compte la distance parcourue par l'onde entre l'émetteur et le récepteur. Or la vitesse de parcours de l'onde entre les deux antennes n'est pas connue. Ce temps de parcours direct entre les antennes n'est pas critique quand les objets sont profonds par rapport au déport. Mais ce n'est pas toujours le cas lors des acquisitions radar. Donc même dans le cas d'une réflexion sur une interface de profondeur connu, la détermination de la vitesse de l'onde électromagnétique n'est pas parfaite.

Une deuxième méthode consiste à trouver une hyperbole de diffraction dans le radargramme. L'équation de l'hyperbole de diffraction est connue pour un objet enfoui dans un milieu de vitesse v . Il suffit de retrouver la vitesse qui correspond à une hyperbole qui ajuste le mieux celle obtenue dans le radargramme (onglet disponible dans Reflexw). Cette méthode est plus fiable car la vitesse retrouvée dépend du temps zéro de référence. Dans le cas où l'on a une hyperbole sur un objet de profondeur connue, la vitesse retrouvée par adaptation de l'hyperbole n'est peut-être pas la vitesse absolue mais elle permet de convertir les temps d'arrivée en profondeur au sein du radargramme par rapport au temps «zéro» pris pour référence. Cependant, cela suppose que la vitesse est constante tout au long du radargramme.

Une troisième méthode consiste à effectuer des mesures en transmission entre forages, ou entre tranchées, ou de chaque côté d'un mur. Les temps de parcours de l'onde entre les antennes dépend de la position des antennes. Leur inversion permet de retrouver les variations de la vitesse électromagnétique du milieu sondé. Ce genre d'analyse a été très utilisé pour imager les zones entre forages (Gloaguen et al., 2007; Rucker, 2011).

Une quatrième méthode consiste à effectuer des mesures multi-dépôts en surface. Une analyse des données obtenues au-dessus de réflecteurs permet de retrouver les variations de vitesse en profondeur (Booth et al., 2010; Booth et al., 2011).

Migration

Un radargramme est une image distordue de la région imagée : chaque point diffractant du milieu sondé "apparaît" comme une hyperbole dans le radargramme et une réflexion enregistrée sur une trace ne provient pas obligatoirement d'un réflecteur situé à l'aplomb du point d'enregistrement de la trace. Le traitement consistant à transformer un radargramme espace-temps en une image dans laquelle les réflecteurs sont correctement positionnés et à taille réelle, s'appelle la migration. Les deux méthodes les plus couramment utilisées pour migrer les données radar sont la migration de Kirchhoff (Dorney et al., 2001) et la migration $f - k$, dite de Stolt (Stolt, 1978). Ces deux méthodes sont expliquées par Özdemir et al (2012).

Les nombreuses acquisitions permettant d'effectuer des cubes de données sont traités de manière à prendre en compte la position azimutale des antennes par rapport à un point diffractant par des migrations 3D (Grasmueck et al., 2005; Radzevicius, 2008; Booth et al., 2008). Le temps d'acquisition de tels jeux de données 3D reste significativement long même si de nouvelles antennes permettent l'acquisition de plusieurs profils de manière simultanée.

1.3 La modélisation par FDTD

Dans le domaine temporel, la méthode de calcul numérique la plus générale et la plus répandue est la méthode dite par différences finies en domaine temporelle (Tafløve and Hagness, 2000), ou en anglais Finite Difference Time Domain (FDTD). Cette méthode a été utilisée intensivement pour modéliser la réponse d'un radar de sol au-dessus de cibles complexes (Bourgeois and Smith, 1996; Giannopoulos, 2005; Diamanti et al., 2008; Diamanti and Giannopoulos, 2011). Elle est souvent utilisée à cause de sa relative simplicité à être programmée et son application à une grande généralité de cas. Elle permet de simuler le comportement d'une onde électromagnétique dans tout type de milieu (dispersif et atténuant) tout en tenant compte de formes géométriques d'objets pouvant constituer la structure (Bergmann et al., 1998). Elle peut être utilisée pour modéliser le cas de milieu présentant une perméabilité magnétique non négligeable (Cassidy and Millington, 2009) et en 3 dimensions (Millington and Cassidy, 2010).

Nous nous sommes intéressés à la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD) telle que celle implémentée par Giannopoulos (1998; 2005) dans son logiciel libre GprMax (<http://www.gprmax.org>). Nous présentons ci-après le principe de cette modélisation numérique et l'algorithme utilisé, l'algorithme de Yee (1966).

Dans un milieu continu, linéaire, isotrope et homogène, de paramètres électromagnétiques ε , μ et σ , les deux premières équations de Maxwell s'écrivent

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\vec{\nabla} \wedge \vec{E} - \rho' \vec{H} \right), \quad (1.42)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\vec{\nabla} \wedge \vec{H} - \sigma \vec{E} \right), \quad (1.43)$$

$$(1.44)$$

où ρ' est un terme de pertes magnétique (Tafløve and Hagness, 2000; Perez, 2005). Dans la plupart des matériaux de construction, les pertes magnétiques sont négligeables. Ces équations se réécrivent alors dans un système de coordonnées cartésiennes x, y, z et en

fonction de la variable temps t comme

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \quad (1.45)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \quad (1.46)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \quad (1.47)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (1.48)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (1.49)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right). \quad (1.50)$$

Supposons que nous choisissons le plan x-y comme plan de propagation des ondes, c'est à dire que nous nous plaçons en mode Transverse Electric (TE). Nous avons alors $\partial/\partial z = 0$ et nous gardons seulement les composantes E_z , H_x et H_y . Avec ces conditions, le système d'équations 1.50 se réécrit

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (1.51)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \quad (1.52)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right). \quad (1.53)$$

Pour résoudre ce système d'équations numériquement, il faut créer un maillage dans lequel les valeurs des champs électrique et magnétique seront calculées en fonction des valeurs des champs dans les cellules voisines, par différences finies, pendant un temps défini discrétisé lui aussi. L'attribution des valeurs des champs en différents points du maillage doit être astucieuse pour permettre le calcul. Celui proposé par Yee (Yee, 1966) est présenté sur la Fig. 1.8.

Comme tout algorithme de différence finies, Yee transforme le système d'équations aux dérivées partielles en système d'additions et soustractions par maille. Ce qui fait qu'une fonction de l'espace et du temps est notée :

$$F^n(i, j, k) = F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t), \quad (1.54)$$

où Δx , Δy et Δz sont les dimensions de la maille dans les 3 dimensions qui est en fait l'incrément spatial et Δt l'incrément temporel. Pour des raisons de précisions, Yee utilisa la différence finie centrée, c'est à dire, dans l'espace (d'après la formulation de Taylor) :

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial x} = \frac{F^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - F^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} + o(\Delta x^2), \quad (1.55)$$

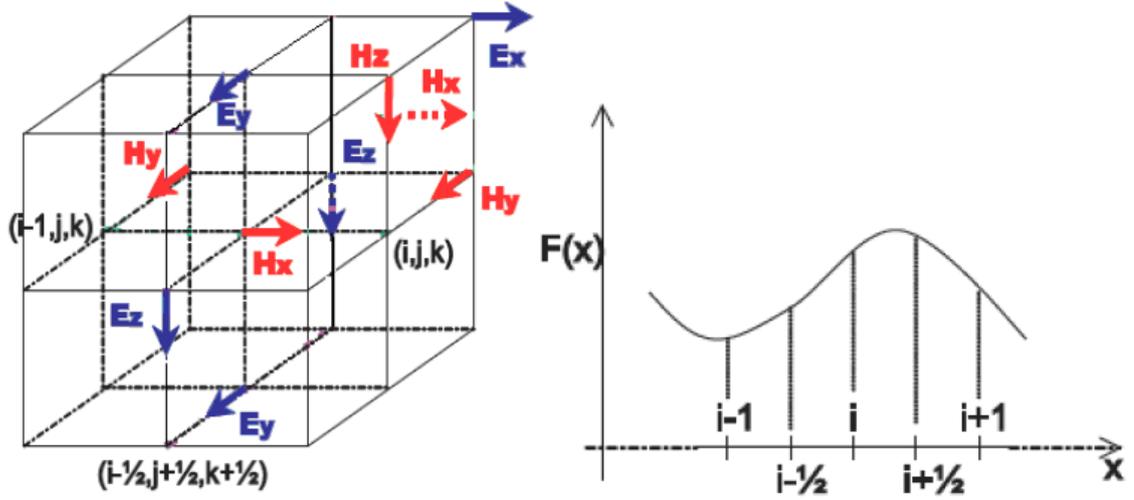


FIGURE 1.8: Maillage et discrétisation temporelle proposé par Yee (1966).

et en temps :

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial t} = \frac{F^{n+1/2}(i, j, k) - F^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} + o(\Delta t^2). \quad (1.56)$$

L'équivalent de l'équation 1.53, en termes de différences finies est :

$$\begin{aligned} E_z^{n+1}(i, j, k) = & \left[1 - \frac{\sigma(i, j, k)\Delta t}{\varepsilon(i, j, k)} \right] E_z^n(i, j, k) + \\ & \frac{\Delta t}{\varepsilon(i, j, k)\Delta x} \left[H_y^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j, k) - H_y^{n+1/2}(i - \frac{1}{2}, j, k) \right] - \\ & \frac{\Delta t}{\varepsilon(i, j, k)\Delta y} \left[H_x^{n+1/2}(i, j + \frac{1}{2}, k) - H_x^{n+1/2}(i, j - \frac{1}{2}, k) \right]. \end{aligned} \quad (1.57)$$

On voit sur ce système d'équations que les nouvelles valeurs des champs, en n'importe quel point du maillage sont calculées à partir de celles autour du point. Les valeurs des incréments spatiaux et temporels (Δx , Δy , Δz , Δt) doivent être choisis afin d'optimiser et de rendre la valeur obtenue la plus précise possible. Ceci se traduit physiquement par prendre une valeur d'incrément spatial plus faible que la longueur d'onde minimale ou plus faible que la longueur minimal sujette aux phénomènes de diffraction (Taflove and Hagness, 2000), c'est-à-dire,

$$C_{max}\Delta t \leq \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)^{1/2}, \quad (1.58)$$

où C_{max} est la vitesse de phase maximale. On voit dans la précédente inégalité qu'un des revers de la médaille d'un calcul de différence finies est la relation entre les incréments spatiaux et temporels. Ces deux incréments ne peuvent pas être déterminés indépendamment l'un de l'autre.

Un autre revers implicite, et typique d'une résolution en différence finies, concerne l'anisotropie créée par le maillage. En effet, la vitesse de phase varie en fonction de la direction de propagation et de la discrétisation. Pour plus de détails sur cet effet d'anisotropie, se référer à l'article de Taflove (Taflove, 1988).

Enfin l'un des derniers problèmes propres à la méthode de différences finies, est celui des conditions aux limites. En effet les différences finies ont des difficultés de calcul aux frontières du modèle. Pour palier à celles-ci, le logiciel GprMax2D/3D, effectue les calculs sur un milieu considéré comme infini, mais délimité par une frontière virtuelle qui a pour effet de faire tendre les champs magnétique et électrique vers zéro. Pour plus de renseignements, se référer à la thèse de Giannopoulos (1998), ou au manuel de Gprmax2D/3D.