

Observabilité des entrées inconnues et reconstruction des défauts

4.1. Introduction	96
4.2. Méthodes de reconstruction et d'identification des défauts	96
4.2.1. Méthodes de [Yan et Edwards, 2007].....	97
4.2.2. Méthode de [De Persis et Isidori, 2000 ; 2001].....	102
4.2.3. Approche de [Hou et Patton, 1998].....	107
4.3. Observabilité des entrées inconnues (identification des entrées inconnues)	109
4.3.1. Généralité.....	109
4.3.2. Définitions et systèmes en considération.....	109
4.4. Principaux résultats exprimés sous forme normale	111
4.5. Le cas générique 3-5	113
4.6. Choix de l'observateur à grand gain pour le cas des systèmes 3-5	115
4.6.1. Etude préliminaire.....	115
4.6.2. Observateur grand gain de Luenberger multi-sorties.....	116
4.7. Application et résultats de simulation	116
4.7.1. Défauts capteurs.....	121
4.7.2. Défauts actionneurs.....	124
4.8. Schémas de détection et isolation des défauts	126
4.8.1. Méthode de FDI par banc d'observateur de [Fragkoulis et al., 2011].....	127
4.8.2. Méthode de FDI et résultats de simulation.....	128
a. <i>Génération des résidus</i>	129
b. <i>Détection de défaut</i>	130
c. <i>Isolation des défauts</i>	131
d. <i>Résultats de simulation</i>	131
4.9. Conclusion	140

4.1. Introduction

La moindre défaillance sur un processus est néfaste dans un environnement où le rendement est primordial. Il est donc nécessaire d'assurer en permanence le bon fonctionnement du processus vis-à-vis des objectifs qui lui ont été assignés. La solution présentée pour répondre à ces besoins est d'intégrer un bloc de diagnostic qui assure la fiabilité du processus surveillé. Notre travail s'inscrit dans le même contexte. Ce chapitre est regroupé en deux parties :

- Dans la première partie, nous proposons une méthodologie générale d'identification et reconstruction des défauts capteurs et actionneurs des systèmes dynamiques. Cette méthodologie est issue de la théorie générale d'identification développée dans des articles de Busvelle et Gauthier [Busvelle et Gauthier, 2003; 2004; 2005]. Cette théorie fournit également une étude générale du problème d'observabilité des entrées inconnues. En effet, plusieurs problèmes de détection et localisation des défauts peuvent être considérés comme des problèmes d'observabilité, les défauts étant simplement considérés comme des entrées inconnues. Le modèle de la station d'épuration des eaux usées par boues activées décrits au chapitre 3, constitue le contexte académique idéal pour appliquer cette théorie. Cette dernière conduit à l'utilisation des observateurs à grand gain.
- Dans la deuxième partie, une méthodologie de détection et isolation des défauts capteurs et actionneurs est proposée. Elle constitue la suite de l'approche de reconstruction et d'identification proposée dans la première partie de ce chapitre. Après une analyse de la propriété d'observabilité des entrées inconnues, une banque d'observateurs à grand gain de Luenberger permet de générer un ensemble de résidus qui permettent de détecter et d'isoler les défauts de la même station biologique décrite au chapitre 3.

4.2. Méthodes de reconstruction et d'identification des défauts

L'objectif fondamental d'une méthode de détection et localisation de défaut (FDI) est de générer une alarme quand une panne survient et d'identifier aussi la nature et l'emplacement de l'élément défectueux. Dans le cas des approches de diagnostic à base de modèle, une alarme est déclenchée lorsque le comportement du processus réel s'écarte du comportement attendu décrit par des équations mathématiques. Ainsi, la première étape d'une procédure de diagnostic est de concevoir un ensemble de signaux (ce qu'on appelle des résidus), qui peuvent refléter la présence ou non d'un défaut. Les observateurs, les filtres, les relations de redondances analytiques et les techniques d'estimation paramétrique sont des méthodes utilisées afin de générer ces résidus (pour plus de détails voir chapitre 2). Ces résidus sont conçus de façon qu'ils soient très petits, en absence de défaut. Si un défaut survient, une partie des résidus réagissent en devenant supérieurs à un certain seuil prédéfini à l'avance. Cependant en présence de bruit et d'incertitude, l'effet du défaut peut être masqué. Une méthode statique de prise de décision peut être appliquée par la suite, pour décider si un défaut est présent ou non. Ainsi, l'ensemble des vecteurs obtenus forme une table de signature permettant de déterminer quel composant (ou ensemble de composant) est défectueux. Cependant, dans certains cas, il est nécessaire que le système continue à accomplir les missions souhaitées, ou le cas échéant, d'atteindre de nouveaux objectifs afin d'éviter des trajectoires catastrophiques, même en présence d'un ou plusieurs défauts. Dans ce

cas, on parle de la commande tolérante aux défauts. Cette commande peut être active ou passive.

De plus, les défauts graduels et intermittents sont deux types de défauts qui sont difficiles à être détectés par les méthodes de FDI standards.

Les deux problèmes critiques, énoncés ci-dessus, ont motivé des travaux de recherche dans le domaine de reconstruction et d'identification des défauts. La reconstruction de défauts peut être considérée comme une extension aux approches de détection et localisation des défauts puisque une estimation de l'allure et de l'amplitude d'un défaut implique automatiquement sa détection. La reconstruction et l'identification d'un défaut est utile pour la détection directe d'un défaut capteur ou actionneur de faible amplitude. Par ailleurs, cette approche trouve un large champ d'application dans la commande tolérante au défaut (FTC).

Une vue rapide dans la littérature existante révèle que les trois tâches de FDII (la détection, l'isolation et l'identification de défaut) n'ont pas été abordées équitablement. Ceci est dû aux différents niveaux de complexité de chaque tâche. En général, l'identification de défauts est plus compliquée que la détection et la localisation (chapitre 2). Cela est particulièrement vrai pour les systèmes non linéaires.

Le travail d'Isermann [Isermann, 1994] peut être considéré comme le premier travail d'estimation de défaut. Dans son travail, il a considéré les défauts agissant sur les paramètres physiques de processus. Ainsi les défauts peuvent être identifiés par une estimation en ligne des paramètres du système. Toutefois l'approche d'estimation paramétrique d'Isermann a été développée pour les systèmes linéaires à cause de la disponibilité de nombreuses méthodes d'estimation paramétrique linéaires.

4.2.1. Méthodes de [Yan et Edwards, 2007]

Les observateurs à mode glissant sont une classe particulière d'observateurs non linéaires. Plusieurs résultats de recherche concernant l'utilisation de ces observateurs pour résoudre des problèmes de détection et reconstruction des défauts ont été publiés. Ainsi une approche est proposée dans [Sreedhar et Fernandez, 1993], mais en supposant que les états du système sont tous accessibles. Dans ce même contexte, Tan et Edwards [Tan et Edwards, 2003], ont appliqué le concept « d'injection de la sortie équivalente », afin de reconstruire les défauts pour les systèmes linéaires en utilisant des observateurs à mode glissant. Chen et Saif [Chen et Saif, 2007] ont étendu cette approche pour l'identification de défaut actionneur pour une classe des systèmes non linéaires. Plus précisément ils ont modifié l'approche de Tan et Edwards [Tan et Edwards, 2003] de deux manières : 1) au lieu des systèmes linéaires, ils ont considéré une classe spécifique des systèmes non linéaires incertains. 2) au lieu de reconstruire seulement les défauts, ils construisent en même temps les entrées et les défauts. Néanmoins leur approche a également deux limitations. D'abord, cette méthode a été développée spécifiquement pour les défauts actionneurs et son application à l'identification des défauts capteurs et composants n'a pas été examinée. Deuxièmement, elle est applicable seulement à une classe spécifique des systèmes non linéaires plutôt qu'une présentation plus générale. Plus récemment, une autre méthode de diagnostic de défauts a été proposée par Yan et Edwards [Yan et Edwards, 2007]. Ils ont étendu les résultats

établis pour des systèmes linéaires à une classe des systèmes non linéaires avec incertitude décrite par les équations :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + g(x, u) + E\psi(x, u, t) + Dd(y, u, t) \\ y = Cx \end{cases} \quad (4.1)$$

Où $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, et $y \in \mathbb{R}^p$ sont respectivement le vecteur d'état, d'entrées et de sorties. $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $E \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $D \in \mathbb{R}^{n \times q}$ et $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ ($q \leq p < n$) sont des matrices constantes, avec D et C d'ordre plein. La fonction inconnue $g(x, u)$ est Lipchitzienne par rapport à x , et uniformément par rapport à $u \in U$ (U est l'ensemble des entrées admissibles). Le terme non linéaire inconnue $\psi(x, u, t)$ représente les incertitudes de modélisation et les perturbations qui agissent sur le système. Dans ce cas, la fonction inconnue $d(y, u, t) \in \mathbb{R}^q$ représente les défauts actionneurs et vérifie :

$$\|d(y, u, t)\| \leq \rho(y, u, t) \quad (4.2)$$

Aussi, il existe une fonction $\xi(t, u, x)$ Lipchitzienne par rapport à x , et uniformément par rapport à u tel que :

$$\|\psi(x, u, t)\| \leq \xi(x, u, t) \quad (4.3)$$

Supposons que $\text{rang}[E \ D] = \bar{q}$. Une autre condition à satisfaire est :

$$\text{rang}(C[E \ D]) = \text{rang}([E \ D]),$$

Si cette condition est satisfaite, alors il existe un changement de coordonnées, tel que le triplet $(A, [E \ D], C)$ a la structure suivante :

$$\left(\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0_{(n-p) \times r} & 0_{(n-p) \times q} \\ E_2 & D_2 \end{bmatrix}, [0_{p \times (n-p)} \ C_2] \right) \quad (4.4)$$

Où $A_1 \in \mathbb{R}^{(n-p) \times (n-p)}$, $C_2 \in \mathbb{R}^{p \times p}$ sont des matrices non singulières et

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0_{(p-\bar{q}) \times r} \\ E_{22} \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0_{(p-\bar{q}) \times q} \\ D_{22} \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

où $E_{22} \in \mathbb{R}^{\bar{q} \times r}$ et $D_{22} \in \mathbb{R}^{\bar{q} \times q}$ sont deux matrices d'ordre plein. Ainsi le système (4.1) peut donc être mis sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + A_2 x_2 + g_1(x, u) \\ \dot{x}_2 = A_3 x_1 + A_4 x_2 + g_2(x, u) + E_2 \psi(x, u, t) + D_2 d(y, u, t) \\ y = C_2 x_2 \end{cases} \quad (4.6)$$

Le zéro invariant de $(A, [E \ D], C)$ sont dans \mathbb{C}^- , alors il existe une matrice L de la forme $L = [L_1 \ 0_{(n-p) \times \bar{q}}]$ tel que $A_1 + LA_3$ est stable.

Conception de l'observateur à mode glissant

On considère le système (4.6). En appliquant le changement de coordonnées suivant :

$$z = \begin{bmatrix} I_{n-p} & L \\ 0 & I_p \end{bmatrix} x \quad (4.7)$$

On obtient

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= (A_1 + LA_3)z_1 + (A_2 + LA_4 - (A_1 + LA_3)L)z_2 + [I_{n-p} \quad L]g_1(T^{-1}z, u) \\ \dot{z}_2 &= A_3z_1 + (A_4 - A_3L)z_2 + g_2(T^{-1}z, u) + E_2\psi(T^{-1}z, u, t) + D_2d(y, u, t) \\ y &= C_2z_2 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Ainsi, un observateur à mode glissant pour le système (4.8) est donné par:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_1 &= (A_1 + LA_3)\hat{z}_1 + (A_2 + LA_4 - (A_1 + LA_3)L)C_2^{-1}y + [I_{n-p} \quad L]g(T^{-1}\hat{z}, u) \\ \dot{\hat{z}}_2 &= A_3\hat{z}_1 + (A_4 - A_3L)\hat{z}_2 - K(y - C_2\hat{z}_2) + g_2(T^{-1}\hat{z}, u) + \vartheta(t, u, y, \hat{y}, \hat{z}) \\ \hat{y} &= C_2\hat{z}_2 \end{aligned} \quad (4.9)$$

La matrice de gain K est choisie de manière que $C_2(A_4 - A_3L)C_2^{-1} + C_2K$ soit symétrique définie négative. La fonction ϑ est de la forme :

$$\vartheta = k(\cdot)C_2^{-1} \frac{y - \hat{y}}{\|y - \hat{y}\|} \quad \text{si } y - \hat{y} \neq 0 \quad (4.10)$$

Où $k(\cdot)$ est un scalaire positif à déterminer. On peut alors introduire les variables d'erreur $e_1 = z_1 - \hat{z}_1$ et $e_y = y - \hat{y} = C_2(z_2 - \hat{z}_2)$, la dynamique de l'erreur d'estimation est donnée par:

$$\dot{e}_1 = (A_1 + LA_3)e_1 + [I_{n-p} \quad L](G(T^{-1}z, u) - G(T^{-1}\hat{z}, u)) \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_y &= C_2A_3e_1 + (C_2(A_4 - A_3L)C_2^{-1} + C_2K)e_y + C_2 \left(G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u) \right) \\ &\quad + C_2E_2\psi(T^{-1}z, u, t) + C_2D_2d(y, u, t) - C_2\vartheta \end{aligned} \quad (4.12)$$

Considérons la surface de glissement :

$$S = \{(e_1, e_y) | e_y = 0\} \quad (4.13)$$

e_1 est asymptotiquement stable si l'inégalité matricielle $\bar{A}'\bar{P} + \bar{P}\bar{A} + \frac{1}{\epsilon}\bar{P}\bar{P}' + \epsilon\gamma_g^2I_{n-p} + \alpha P < 0$ se résout pour \bar{P} . Où $\bar{P} = P [I_{n-p} \quad L]$, $\bar{A} = [A_1 \quad A_3]'$, $P > 0$, α et ϵ sont des constantes positives et γ_g est une constante Lipchitz de $g(x, u)$ par rapport à x . La fonction scalaire $k(\cdot)$ satisfait $k(t, u, y, \hat{z}) \geq (\|C_2A_3\| + \|C_2\|\gamma_g + \|C_2E_2\|\gamma_\xi)\hat{w}(t) + \eta + \|C_2D_2\|\rho(y, u, t) + \|C_2E_2\|\xi(T^{-1}\hat{z}, u, t)$.

Où η est une constante positive et \hat{w} est la solution de l'équation différentielle $\dot{\hat{w}} = -\frac{1}{2}\alpha\hat{w}(t)$.

Reconstruction de défaut

On suppose que l'observateur à mode glissant présenté dans le paragraphe précédent est construit. L'objectif de cette section est la reconstruction du défaut actionneur $d(t)$.

Les deux conditions suivantes sont équivalentes :

- i) $Im(E_{22}) \cap Im(D_{22}) = \{0\}$
- ii) Il existe une matrice non singulière $W \in R^{\hat{q} \times \hat{q}}$ satisfaisant

$$W[E_{22} \quad D_{22}] = \begin{bmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & H_2 \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$
 où $H_1 \in R^{(\hat{q}-a) \times r}$ et $H_2 \in R^{a \times a}$ sont des matrices non singulières.

Remarque 4.1

La condition énoncée ci-dessus garantit l'existence d'une matrice W permettant le découplage des défauts et des incertitudes, ce qui donne une reconstruction précise de défaut.

Considérons alors le système (4.1):

Théorème 4.1 [Yan et Edwards, 2007]

i) Il existe une fonction continue $m(t)$ satisfaisant $\lim_{t \rightarrow \infty} m(t) = 0$ tel que :

$$\|\hat{d}(t) - d(y(t), u(t), t)\| \leq \|D_2^+ E_2\| \xi(x, u, t) + m(t), \quad (4.15)$$

où D_2^+ est la pseudo-inverse de D_2 et

$$\hat{d}(t) = k(\cdot) D_2^+ C_2^{-1} \frac{y - \hat{y}}{\|y - \hat{y}\| + \sigma_1 e^{(-\sigma_2 t)}}, \quad (4.16)$$

où σ_1 et σ_2 sont deux constantes positives.

ii) $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{d}(t) - d(y(t), u(t), t)\| = 0$ si $\text{Im}(E_{22}) \cap \text{Im}(D_{22}) = \{0\}$, où

$$\hat{d}(t) = k(\cdot) H_2^{-1} W_2 [0_{\bar{q} \times (p - \bar{q})} \quad I_{\bar{q}}] C_2^{-1} \frac{y - \hat{y}}{\|y - \hat{y}\| + \sigma_1 e^{(-\sigma_2 t)}}, \quad (4.17)$$

où W_2 désigne les q dernières lignes de la matrice W .

Preuve et interprétation de ce théorème

Parmi les propriétés de l'observateur à mode glissant conçu précédemment est que les dynamiques des erreurs d'observation (4.11) et (4.12) évoluent vers la surface de glissement S (4.13) et le mode de glissement sera maintenu par la suite. Durant le mode de glissement :

$$e_y = 0 \text{ et } \dot{e}_y = 0 \quad (4.18)$$

Puisque C_2 est nonsingulière, on obtient d'après (4.12) et (4.18)

$$\phi(e_1, z, \hat{z}, u) + E_2 \psi(T^{-1}z, u, t) + D_2 d(y, u, t) - \vartheta_{eq} = 0 \quad (4.19)$$

Où ϑ_{eq} représente le signal d'injection de sortie équivalente requise pour maintenir le mode de glissement et $\phi(\cdot)$ est défini par :

$$\phi(e_1, z, \hat{z}, u) = A_3 e_1 + G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u) \quad (4.20)$$

Il a été démontré au cours de l'article de [Yan et Edwards, 2007] que :

$$\|G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u)\| \leq \gamma_g \|e_1\| \quad (4.21)$$

D'après (4.21), on aura :

$$\|\phi(e_1, z, \hat{z}, u)\| \leq (\|A_3\| + \gamma_g) \|e_1\| \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty) \quad (4.22)$$

Puisque $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$. Afin de reconstruire le signal de défaut $d(y, u, t)$, la valeur de ϑ_{eq} est requise. Une approximation de cette quantité est donnée dans des travaux précédents d'Edwards et ces collaborateurs :

$$\vartheta_{eq} \simeq k(\cdot) C_2^{-1} \frac{y - \hat{y}}{\|y - \hat{y}\| + \sigma_1 e^{(-\sigma_2 t)}} \quad (4.23)$$

Avec σ_1 et σ_2 sont deux constantes positives.

i) En Multipliant l'équation (4.19) par le pseudo-inverse D_2^+ ($D_2^+ D_2 = I_q$), on obtient:

$$d(y, u, t) = D_2^+ \vartheta_{eq} - D_2^+ \phi(e_1, z, \hat{z}, u) - D_2^+ E_2 \psi(T^{-1}z, u, t) \quad (4.24)$$

D'après l'équation (4.3), en remplaçant ϑ_{eq} par son expression donnée par l'équation (4.23) et en tenant compte de la définition de \hat{d} dans (4.16), alors on obtient :

$$\begin{aligned} \|\hat{d}(t) - d(y, u, t)\| &\leq \|D_2^+ E_2\| \|\psi(T^{-1}z, u, t)\| + m(t) \\ &\leq \|D_2^+ E_2\| \xi(x, u, t) + m(t) \end{aligned}$$

Avec $m(t) = \|D_2^+ \phi(e_1(t), z(t), \hat{z}(t), u(t))\|$. D'après (4.22), $\lim_{t \rightarrow \infty} m(t) = 0$.

ii) En remplaçant E_2 et D_2 par leurs expressions données par l'équation (4.5) dans l'équation (4.19), on aura :

$$\vartheta_{eq2} = \phi_2(e_1, z, \hat{z}, u) + [E_{22} \quad D_{22}] \begin{bmatrix} \psi(T^{-1}z, u, t) \\ d(y, u, t) \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Où ϑ_{eq2} et ϕ_2 désignent respectivement les \tilde{q} derniers composants du ϑ_{eq} et ϕ .

En supposant que $Im(E_{22}) \cap Im(D_{22}) = \{0\}$, alors l'équation (4.14) est vérifiée. La multiplication de l'équation (4.25) par W donne :

$$W\vartheta_{eq2} = W\phi_2(e_1, z, \hat{z}, u) + \begin{bmatrix} H_1 \psi(T^{-1}z, u, t) \\ H_2 d(y, u, t) \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Soit W_2 les q derniers lignes de W . Une réécriture de l'équation (4.26) est donnée par :

$$\begin{aligned} d(y, u, t) &= H_2^{-1} W_2 \left(\vartheta_{eq2} - \phi_2(e_1, z, \hat{z}, u) \right) \\ &= H_2^{-1} W_2 \left([0_{\tilde{q} \times (p-\tilde{q})} \quad I_{\tilde{q}}] \vartheta_{eq2} - \phi_2(e_1, z, \hat{z}, u) \right) \end{aligned}$$

Finalement, en considérant l'équation (4.23) et la définition de \tilde{d} dans (4.17), on aboutit à :

$$\tilde{d}(t) = k(\cdot) H_2^{-1} W_2 [0_{\tilde{q} \times (p-\tilde{q})} \quad I_{\tilde{q}}] C_2^{-1} \frac{y - \hat{y}}{\|y - \hat{y}\| + \sigma_1 e^{-\sigma_2 t}} \rightarrow d(y(t), u(t), t), (t \rightarrow \infty)$$

Remarque 4.2

D'après les équations (4.16) et (4.17), le défaut estimé \hat{d} et celui reconstruit \tilde{d} ne dépendent que des informations connus sur le système : la sortie du système y , la sortie estimé \hat{y} et les entrées u .

Remarque 4.3

Théorème (4.1) montre que \tilde{d} est une reconstruction précise du défaut d si $Im(E_{22}) \cap Im(D_{22}) = \{0\}$. Si cette condition n'est pas satisfaite, alors une estimation \hat{d} de défaut est possible. Cependant, \hat{d} peut s'écarter de la valeur nulle à cause de la présence d'incertitude et non d'un défaut. Une manière de réduire l'effet d'incertitude sur le signal estimé de défaut est de choisir une matrice D_2^+ tel que $\|D_2^+ E_2\|$ soit minimale. Cette approche est semblable à notre méthode puisqu'elle permet de reconstruire le signal de défaut avec une grande précision. Les observateurs à mode glissant présentent l'avantage d'être robustes vis-à-vis des incertitudes.

4.2.2. Méthode de [De Persis et Isidori, 2000 ; 2001]

Notre méthode s'inscrit dans le cadre général de la théorie de contrôle géométrique. Dans ce même contexte, une autre méthode populaire a été développée par [De Persis et Isidori, 2000 ; 2001]. Avant de mener une comparaison entre notre méthode et celle proposée par De Persis et Isidori, il est intéressant de présenter cette dernière.

Les premiers travaux présentant l'approche géométrique pour la détection et la localisation de défauts ont été mis en œuvre par Massoumnia pour les systèmes linéaires (Massoumnia, 1986). Ils furent étendus par Hammouri pour les systèmes non linéaires affines en l'état (Hammouri et al., 1998) et par De Persis et Isidori pour les systèmes affines en la commande (De Persis et Isidori, 2000, 2001).

D'une manière générale, le Problème Fondamental de la Génération de Résidus (Hammouri et al., 1998) (ou FPRG: Fundamental Problem of Residual Generation) à l'aide d'un observateur s'exprime de la manière suivante. Soit le système dynamique :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), \psi(t), d(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t), \psi(t), d(t)) \end{cases} \quad (4.27)$$

Résoudre le PFGR pour ce système, consiste à concevoir un système dynamique

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \Gamma(z(t), u(t), y(t)) \\ r(t) = \Psi(z(t), u(t), y(t)) \end{cases} \quad (4.28)$$

tel que

1. lorsque $\psi(t) = 0$ et $d(t) = 0$, $r(t)$ tend asymptotiquement vers 0, $\forall u, \forall y$ et $\forall x_0$,
2. $r(t)$ n'est pas affecté par $\psi(t)$,
3. $r(t)$ est affecté par $d(t)$.

La première condition correspond à la condition classique de convergence de l'observateur.

La seconde condition est la condition de robustesse vis à vis des perturbations. On parle alors d'observateurs à entrées inconnues.

La troisième condition est une condition de sensibilité des résidus vis à vis des défauts.

Le PFGR à l'aide d'observateurs a été largement étudié dans les 30 dernières années et de nombreuses solutions sont proposées dans la littérature suivant la nature du système considéré et la structure de l'observateur choisi.

Les premiers travaux concernent les systèmes linéaires et sont apparus dans les années 80. Afin de répondre au PFGR, des observateurs à entrées inconnues doivent être utilisés. Les conditions d'existence d'une solution ainsi que la synthèse de ces observateurs ont ainsi été établies et sont présentées dans [Massoumnia, 1986; Viswanadham et Srichandert, 1987; Patton et al., 1989; Hou and Muller, 1992]. Une théorie unifiée est maintenant bien établie. Les travaux sur les systèmes non linéaires sont plus récents et encore en plein développement. Contrairement au cas linéaire, il n'existe pas de théorie générale. Ainsi, pour chaque classe de système, des observateurs non linéaires de structure différente peuvent être utilisés. Les conditions de résolution du PFGR et la méthode de synthèse sont propres à la solution choisie. Parmi les travaux de référence sur cet axe de recherche, on peut citer par exemple [Hammouri et al., 1999] pour les systèmes bilinéaires,

[Hammouri et al., 1998; De Persis et Isidori, 1999, 2000, 2001] pour les systèmes affines en la commande, [Shields et Ashton, 1999] pour les systèmes polynomiaux.

Les deux principaux problèmes auxquels nous sommes confrontés lors de la synthèse d'un observateur pour la détection et localisation des défauts dans le cas non linéaire sont :

1. Quel observateur choisir? Quelle est sa structure? et comment garantir la stabilité de l'observateur?
2. Comment réaliser le découplage des perturbations et garantir la sensibilité des résidus aux défaillances?

Plusieurs solutions ont été proposées dans la littérature afin de déterminer les conditions d'existence des transformations d'état et de sortie, suivant la structure du système non linéaire. Ces travaux reposent sur les notions de géométrie différentielle [Isidori, 1995]. Formellement, la première étape de synthèse s'exprime de la manière suivante. On considère le système (4.27) précédent. Trouver une transformation d'état $\tilde{x} = N(x)$ et une transformation de sortie $\tilde{y} = M(y)$ telles que le système puisse se mettre sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t), u(t), d(t)) \\ \dot{x}_2(t) = f_2(x_1(t), x_2(t), u(t), \psi(t), d(t)) \\ y_1(t) = h_1(x_1(t), u(t), d(t)) \\ y_2(t) = h_2(x_1(t), x_2(t), u(t), \psi(t), d(t)) \end{cases} \quad (4.29)$$

Le sous système

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t), u(t), d(t)) \\ y_1(t) = h_1(x_1(t), u(t), d(t)) \end{cases} \quad (4.30)$$

est parfaitement découplé des perturbations.

La détermination des transformations d'état et de sortie est un problème difficile qui doit être résolue au cas par cas suivant la classe de systèmes non linéaires considérée et suivant la forme des fonctions f_1 et h_1 souhaitée (qui imposera une structure pour l'observateur).

Dans cette partie, nous donnons les bases de l'approche géométrique et les principaux résultats et théorèmes élaborés par [De Persis et Isidori, 1999, 2000, 2001]. La formulation et la solution du l-NLPGFR (local NonLinear Fundamental Problem of Residual Generation) seront présentées.

Lorsque le l-NLPGFR est résolu, nous obtenons un sous système, découplé des perturbations et d'un sous ensemble de pannes, et sur lequel nous pouvons implanter un observateur.

Dans leurs articles, De Persis et Isidori ont présenté une approche géométrique différentielle pour la détection et localisation de défaut (autrement dit le FPGR). Une condition nécessaire pour que le système soit résoluble est donnée en terme de distribution d'observabilité. L'existence de cette distribution implique l'existence d'un changement de coordonnées d'état et de sortie qui induit un système observable affecté par tous les défauts sauf un.

Dans leur travail, ils considèrent les systèmes non linéaires affines en la commande, c'est à dire les systèmes s'écrivant sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i + \sum_{i=1}^{m_d} l_i(x)d_i + \sum_{i=1}^{m_\psi} p_i(x)\psi_i \\ y(t) = h(x) \end{cases} \quad (4.31)$$

Où x est le vecteur d'état, défini sur un voisinage \mathcal{N} de l'origine dans \mathbb{R}^n , u_i sont les entrées de commande, y le vecteur des sorties mesurées, d_i sont les défauts et ψ_i les perturbations. Les fonctions $f(x)$, $g_i(x)$, $l_i(x)$ et $p_i(x)$ sont des champs de vecteurs lisses et les fonctions h_i (les composantes du vecteur h) sont lisses.

Pour cette classe de systèmes, le PFGR admet la définition locale suivante :

Definition 4.1 (Local NonLinear Fundamental Problem of Residual Generation (l-NLPGFR)):

Considérons le système (4.31), le l-NLPGFR consiste à trouver, si possible, un filtre :

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = \tilde{f}(y, \zeta) + \sum_{i=1}^m \tilde{g}_i(y, \zeta) u_i \\ e = \tilde{h}(y, \zeta) \end{cases} \quad (4.32)$$

où $\zeta \in \mathbb{R}^q$ avec $1 \leq q \leq n$, $e \in \mathbb{R}^s$ avec $1 \leq s \leq p$. \tilde{f} et \tilde{g}_i sont des champs de vecteurs lisses et \tilde{h} est un vecteur de fonctions lisses respectant $\tilde{f}(0,0) = 0$ et $\tilde{h}(0) = 0$. Ce filtre est construit tel que si le système en cascade suivant :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\zeta} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} f(x) \\ \tilde{f}(y, \zeta) \end{pmatrix}}_{f^e(x^e)} + \sum_{i=1}^m \underbrace{\begin{pmatrix} g_i(x) \\ \tilde{g}_i(y, \zeta) \end{pmatrix}}_{g_i^e(x^e)} u_i + \sum_{i=1}^{m_d} \underbrace{\begin{pmatrix} l_i(x) \\ 0 \end{pmatrix}}_{l^e(x^e)} d_i + \sum_{i=1}^{m_\psi} \underbrace{\begin{pmatrix} p_i(x) \\ 0 \end{pmatrix}}_{p^e(x^e)} \psi_i \\ e = \tilde{h}(y, \zeta) = h^e(x^e) \end{cases} \quad (4.33)$$

est défini sur un voisinage de l'origine $x^e = (x, \zeta)' = (0,0)'$, noté \mathcal{N}^e , alors les 3 propriétés suivantes sont respectées :

(i). si $d = 0$, alors e n'est pas affecté par u_i et ψ_i , $\forall i, j$.

(ii). e est affecté par d .

(iii). $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t; x^0, \zeta^0, u, d = 0, \psi)\| = 0$ pour toute condition initiale x^0 et ζ^0 choisie dans un espace convenable contenant l'origine $(x, \zeta)' = (0,0)'$ et pour tout ensemble d'entrées admissibles. On remarquera que la convergence vers zéro du résidu n'est imposée uniquement qu'en l'absence de défaut.

Dans cette définition, la condition (i), assure la robustesse du résidu, c'est-à-dire, que ni les signaux de commande u_i , ni les signaux de perturbations ψ_i n'affectent le résidu. La condition (ii) assure, quant à elle, la sensibilité des résidus vis-à-vis du signal de défaut. Enfin, la condition (iii) assure la stabilité du générateur de résidus dans le cas non défaillant.

Résolution du l-NLPGFR

Sans perte de généralité, seul le cas de défauts scalaires d sera présenté. Considérons le système en cascade (4.33). L'espace d'observabilité (ou encore l'espace des observations) de ce système, noté \mathcal{O}^e est défini comme le plus petit espace linéaire (sur \mathbb{R}) des fonctions sur $(X)^e$ contenant toutes les dérivées de Lie successives: $L_{X_1} L_{X_2} \dots L_{X_k} h_j^e$ pour $j \in [1, \dots, p]$, $k = 1, 2, \dots$, avec $X_i, i \in k$, l'ensemble des champs de vecteurs $\left\{ f^e, g_1^e, \dots, g_m^e, p_1^e, \dots, p_{m_\psi}^e \right\}$.

L'espace d'observabilité \mathcal{O}^e définit une codistribution d'observabilité $d\mathcal{O}^e$ par :

$$d\mathcal{O}^e(x^e) = \text{span}\{d\mathcal{O}(x^e), \mathcal{O} \subset \mathcal{O}^e\}, x^e \in \chi^e \quad (4.34)$$

où $d\mathcal{O}$ est l'opérateur de dérivation standard :

$$d\mathcal{O}(x^e) = \left(\frac{\partial \mathcal{O}}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial \mathcal{O}}{\partial x_{n+q}} \right)$$

L'annulateur de la codistribution d'observabilité, noté $(d\mathcal{O}^e)^\perp$ peut être interprété comme la distribution d'inobservabilité du système (4.33). En conséquence, les conditions (i) et (ii) de la définition (4.1) sont équivalentes aux deux interprétations géométriques suivantes :

$$\text{span}\{g^e, p^e\} \subset (d\mathcal{O}^e)^\perp \text{ et } (l^e \notin d\mathcal{O}^e)^\perp \quad (4.35)$$

Si $x^e = (x, \zeta)^T = (0,0)^T$ est un point régulier de $(d\mathcal{O}^e)$, alors $(d\mathcal{O}^e)$ peut être décrite par la plus petite codistribution invariante sous les champs de vecteurs $\{f^e, g^e, p^e\}$ et contenue dans $\text{span}\{dh^e\}$. Cette codistribution est notée Q^e . Ainsi, dans le voisinage de $(0,0)^T$, la relation suivante est correcte :

$$d\mathcal{O}^e = Q^e.$$

La condition (4.35) devient :

$$\text{span}\{g^e, p^e\} \subset (Q^e)^\perp \text{ et } (l^e \notin Q^e)^\perp \quad (4.36)$$

Les deux conditions (i) et (ii) de la définition (4.1) du l-NLPFGR peuvent être remplacées par les conditions (4.36).

Le but est de déterminer la distribution d'inobservabilité du système et le changement de variable permettant de scinder le système en deux sous-systèmes tels que l'un des deux sous-systèmes soit parfaitement découplé des entrées inconnues. Un observateur pourra alors être implanté sur ce sous-système permettant d'estimer un sous-ensemble de l'état et un sous-ensemble de sorties (éventuellement transformés par des difféomorphismes) sans être affectés par les perturbations. En d'autres termes il sera possible de synthétiser un UIO.

Théorème 4.2

Posons Q une distribution invariante conditionnée involutive telle que :

$$\text{span}\{p\} \subset Q \subset \ker\{d(\varphi \circ h)\} \text{ et } (l \notin Q), \quad (4.37)$$

pour une application surjective :

$$\varphi: \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^{\tilde{p}}$$

définie localement autour de $y = 0$. Alors, il existe un changement de coordonnées d'état $\tilde{x} = N(x)$ et un changement de coordonnées de sortie $\tilde{y} = M(y)$ définis localement autour respectivement de $y = 0$ et $y = 0$, tels que dans le nouveau système de coordonnées, le système (4.31) s'écrive sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{f}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_2) + \tilde{g}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_2)u + \tilde{l}_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)d \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \tilde{f}_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) + \tilde{g}_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)u + \tilde{l}_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)d + \tilde{p}_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)\psi \\ \tilde{y}_1 = \tilde{h}_1(\tilde{x}_1) \\ \tilde{y}_2 = \tilde{h}_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \end{cases} \quad (4.38)$$

avec $\tilde{x}_1 \in \mathbb{R}^\vartheta$, $\vartheta \triangleq \text{codim}(Q)$ et $\tilde{l}_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \neq 0$ localement autour de $M(0)$.

Le choix de la matrice Q est le point capital de la procédure de décomposition du système. Dans [De Persis and Isidori, 1999, 2000, 2001], un algorithme en deux phases est proposé pour obtenir une distribution Q permettant de résoudre, lorsque cela est possible, le l-NLPGFR. La distribution Q ainsi obtenue va garantir l'observabilité locale du sous-système découpé permettant ainsi d'envisager l'implémentation d'un observateur.

Le système original est décomposé suivant la procédure décrite dans la section précédente. Nous supposons donc que ce système est localement équivalent au système donné par l'équation (4.38). La première condition du l-NLPGFR (Définition 4.1) impose que les résidus soient insensibles aux perturbations lorsque les défauts sont nuls. Cette condition sera respectée si le sous-système (4.39) est considéré et que les résidus sont générés en soustrayant les sorties (éventuellement transformées) mesurées aux sorties estimées.

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{f}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_2) + \tilde{g}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_2)u + \tilde{l}_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)d \\ \tilde{y}_1 = \tilde{h}_1(\tilde{x}_1) \end{cases} \quad (4.39)$$

Un observateur pour ce sous-système est synthétisé sur la partie indépendante des défauts :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \tilde{f}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_2) + \tilde{g}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_2)u \\ \hat{y}_1 = \tilde{h}_1(\tilde{x}_1) \end{cases} \quad (4.40)$$

Les équations de l'observateur sont données par :

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = \hat{f}_1(\zeta, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, u) \\ \hat{x}_1 = \hat{h}_1(\zeta, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, u) \end{cases}$$

La sortie estimée du sous-système est donnée par :

$$\hat{y}_1 = \tilde{h}_1 \left(\hat{h}_1(\zeta, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, u) \right) \quad (4.41)$$

Les résidus générés en soustrayant les sorties mesurées aux sorties estimées :

$$e = \tilde{y}_1 - \hat{y}_1 \quad (4.42)$$

seront bien découplés des entrées inconnues et affectés par les défauts. Ils résolvent donc le l-NLPGFR.

La méthode de De Persis and Isidori (DPMI) et la notre sont deux méthodes qui s'inscrivent dans le cadre de la théorie de contrôle géométrique. La méthode de DPMI est étroitement liée à notre approche, cependant le problème fondamental est différent : leur but est la détection et localisation des défauts et le découplage des perturbations. Dans notre approche, on néglige le

problème de découplage de perturbations. Dans le cas d'absence de perturbation notre méthode présente les deux avantages suivants :

- i) Nous ne nous contentons pas de la détection et l'isolation de défaut, mais une identification et reconstruction de son graphe au cours de temps est donnée.
- ii) Nous ne nous limitons pas aux systèmes affines en la commande, mais nous considérons des non linéarités plus générales.

Le deuxième point nécessite plus de développement. Considérons par exemple un défaut capteur additif de la forme $y(t) = h(x) + d(t)$. Sans perte de généralité, on peut supposer $y(x) = x_1 + d$. Ensuite, si on pose $x_1 + d = \tilde{x}_1$, on obtient $y = \tilde{x}_1$. Les dynamiques des équations sont non linéaires par rapport à $d(t)$, et même en considérant un système affine par rapport à $d(t)$.

L'approche DPPI ne s'applique plus.

Si on considère l'exemple de [De Persis and Isidori, 2001], la méthode de DPPI fonctionne normalement mais aussi elle permet de reconstruire le défaut (« dans cet exemple particulier, il est même possible d'identifier la valeur de d »).

Dans le cas, m =nombre de commande=3, m_d =nombre des entrées inconnues =1. En supposant que les commandes sont des constantes connues, alors nous sommes dans le cas générique $m = 3$ sorties, $m_d = 1 =$ entrée inconnue. En fait, il est facile de voir que le théorème (4.6) suivant s'applique, et que le changement de variables choisi de [De Persis and Isidori, 2001] conduit exactement à la forme normale définie par le théorème (4.6) suivant. Mais dans le cas où les commandes sont variables, il est facile de vérifier que nous obtenons la même forme normale, avec une légère différence ; la partie linéaire devient dépendante du temps à travers les trois commandes. Ainsi, le même observateur à grand gain reste toujours valable, ce qui a été plus au moins suggéré par De Persis and Isidori.

4.2.3. Approche de [Hou et Patton, 1998]

D'un autre côté, les problèmes de détection et localisation de défaut peuvent être reformulés en problème d'observabilité ; les défauts étant juste considérés comme des entrées inconnues. Dans leur article, [Hou et Patton, 1998] ont présenté une méthode d'observabilité et de reconstruction des entrées inconnues. Les entrées peuvent être des défauts (semblable à notre méthode) ou incertitudes.

Cette approche se déroule en deux étapes

- 1) L'étude d'observabilité des entrées inconnues. D'une façon générale l'observabilité des entrées inconnues signifie qu'un changement des entrées du système dynamique entraîne un changement dans les mesures,
- 2) Si les entrées inconnues sont observables, la question qui reste est comment reconstruire ces entrées.

Soit le système linéaire à temps invariant suivant:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (4.43)$$

Définition 4.2 [Hou et Patton et, 1998]

Les vecteurs des entrées $u(t)$ est dit observable si le vecteur de mesures $y(t) = 0$ pour tout $t \geq 0$ implique $u(t) = 0$ pour tout $t > 0$.

Les conditions nécessaires et suffisantes de l'observabilité de ces entrées sont données par le théorème suivant :

Théorème 4.3

L'entrée $u(t)$ du système (4.43) est observable si et seulement si:

$$\text{spe} \left(\begin{bmatrix} -\lambda I + A & B \\ C & D \end{bmatrix} \right) = \text{spe} \left(\begin{bmatrix} -\lambda I + A \\ C \end{bmatrix} \right)$$

spe est l'ensemble des valeurs propres finies de la matrice système Σ_{sys} et le faisceau d'observabilité Σ_{AC} .

$$\Sigma_{sys} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}, \quad \Sigma_{AC} = \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix},$$

Ainsi, si le vecteur d'entrée est observable, une estimation de la forme suivante permet de reconstruire ce vecteur d'entrées :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = F_1 x(t) + F_2 u(t) \\ \hat{u}(t) = G_1 x(t) + \sum_{i=0}^p G_{2,i} y^{(i)}(t) \end{cases} \quad (4.44)$$

Ainsi, nous remarquons que cette construction est réalisée par différentiation des mesures des systèmes linéaires, qui sont les plus entachés par les bruits de mesure. Or, le résultat d'une dérivation est très sensible à de tels signaux. Par conséquent, l'estimation fournie des entrées inconnues est malheureusement fortement noyée dans le bruit amplifié par la dérivation.

Cette méthode est différente de la notre puisqu'elle s'intéresse au système linéaire. Cependant, l'étude de l'observabilité des entrées inconnues, puis la reconstruction de ces entrées constituent les étapes fondamentales de ces deux approches.

Une méthode de reconstruction et d'identification de défaut ne se contente pas de détecter et de localiser un défaut mais aussi elle tente de reconstruire son évolution au cours de temps. Cette approche est très utile pour les défauts graduels et intermittents qui sont difficile à être détectés. En outre, cette méthode est très utile pour la commande tolérante aux défauts (FTC), dans le sens qu'elle ne nécessite plus une reconfiguration de la loi de commande puisque les actionneurs et les capteurs défectueux peuvent être réparés et une simple loi de la commande reste efficace.

Motivé par ces utiles fonctionnalités de la reconstruction et identification de défauts, nous proposons dans le paragraphe suivant une méthodologie générale d'identification et de reconstruction de défauts capteurs et actionneurs des processus dynamiques. Notre application à la détection des défauts capteurs et actionneurs pour une station d'épuration biologique à boues activées (équation 3.9) constitue le cadre académique idéal pour appliquer la théorie : pour cette application (3 sorties-5 états), la théorie s'applique d'une manière générique, et de plus pour le système

mis sous la forme canonique d'observabilité, on peut appliquer n'importe quel type d'observateur grand gain de [Gauthier et Kupka ; 1994].

4.3. Observabilité des entrées inconnues (identification des entrées inconnues)

4.3.1. Généralité

Il s'avère que le concept d'observabilité pour les entrées inconnues peut être vu comme une reformulation du concept d'identifiabilité élaboré par [Busvelle et Gauthier 2003 ; 2004 ; 2005]. Ces trois papiers présentent une théorie complète de l'identification d'une seule fonction inconnue sur la base des mesures, conjointement avec la reconstruction des variables d'états non mesurées via un observateur. Dans un contexte de FDI, une entrée inconnue correspond à un seul défaut (de type additif dans notre cas). Si plusieurs défauts se reproduisent simultanément, nous devons considérer, par conséquent, plusieurs entrées inconnues (i.e. exemple des défauts additifs affectant simultanément des capteurs ou actionneurs).

La théorie d'identifiabilité est étroitement liée à la théorie d'observabilité élaborée par [Gauthier et Kupka 1994 ; 1996 ; 2001] et requiert les mêmes méthodes et outils mathématiques. Dans cette section nous énonçons les principaux résultats de la théorie. Bien que les résultats puissent être énoncés de façon intrinsèquement plus simple, nous nous limitons à des caractérisations en termes de formes normales. En plus, nous ignorons certaines difficultés classiques à savoir (Lipshtiz globales..). Pour plus de détails, les lecteurs peuvent se référer à [Busvelle et Gauthier, 2003 ; 2004; 2005].

Le concept de généricité considéré est celui de la topologie différentielle. Puisque dans la plupart des problèmes on considère un espace d'état compact. En pratique, il suffit de considérer la topologie métrique C^∞ : une fonction est proche de zéro si sa valeur ainsi que toutes ses dérivées sont très petites.

L'idée principale que le lecteur doit garder à l'esprit est la suivante : la propriété d'observabilité (respectivement d'identifiabilité ou d'observabilité des entrées inconnues) est la propriété d'injectivité de l'application :

$$[\text{État initial} \rightarrow \text{sortie en tant que fonction}]$$

Cependant cette propriété est très instable par simple ajout d'une faible fonction ou perturbation. En raison de cette instabilité, il s'avère impossible d'aboutir à des résultats puissants et généraux. Toutefois l'injectivité devient stable si on introduit une propriété supplémentaire qui est « l'injectivité infinitésimale ».

4.3.2. Définitions et systèmes en considération

On considère les systèmes (C^w ou C^∞) de la forme

$$\sum \begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, \varphi(t)) \\ y = h(x, \varphi(t)) \end{cases} \quad (4.45)$$

Où

- La variable d'état $x = x(t)$ appartient à une variété X de dimension n , $x(0) = x_0$.
- La variable y est dans \mathbb{R}^{d_y} .
- f et h sont respectivement un champ de vecteur lisse paramétré et une fonction lisse.
- La fonction φ (l'entrée inconnue) est une fonction du temps (dans un contexte d'identification c'est une fonction inconnue d'une partie de l'état).

Pour simplifier, toutes les trajectoires du système (4.45) seront supposées définies dans des intervalles $[0, T_{x_0, \varphi}]$, dépendant à la fois des conditions initiales et de la fonction inconnue φ , mais contenant un intervalle de temps fixe $I = [0, i]$.

Notre but est donc d'estimer à la fois l'état x du système et une fonction inconnue $\varphi: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$. Dans la partie application de ce chapitre, la fonction φ est notée par d .

Soit $\Sigma = X \times L^\infty[I]$, où $L^\infty[I]$ est un ensemble des fonctions mesurables et bornées sur tout I . $L^\infty[\mathbb{R}^{d_y}]$ est l'ensemble des fonctions mesurables et bornées de I dans \mathbb{R}^{d_y} .

On définit l'application entrée/sortie P_Σ par :

$$P_\Sigma: \quad \Omega \rightarrow L^\infty[\mathbb{R}^{d_y}] \quad (4.46)$$

$$(x_0, \widehat{\varphi}(\cdot)) \rightarrow y(\cdot)$$

La définition naturelle de l'observabilité des entrées inconnues est la suivante :

Définition 4.3

Σ a des entrées inconnues observables si P_Σ est injective.

De même pour l'observabilité (voir chapitre 2), la version d'observabilité infinitésimale des entrées inconnues est définie comme suit :

Considérons une variation d'ordre 1 du système (4.45), où T_x est l'application tangente de f par rapport à x et d_x est le différentiel par rapport à x :

$$T\Sigma_{x_0, \widehat{\varphi}, \xi_0, \eta} \begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, \widehat{\varphi}) \\ \frac{d\xi}{dt} = T_x f(x, \widehat{\varphi})\xi + d_\varphi f(x, \widehat{\varphi})\eta \\ \hat{y} = d_x h(x, \widehat{\varphi})\xi + d_\varphi h(x, \widehat{\varphi})\eta \end{cases} \quad (4.47)$$

et l'application entrées/ sorties de $T\Sigma$ est

$$P_{T\Sigma, x_0, \widehat{\varphi}}: \quad T_{x_0} X \times L^\infty[\mathbb{R}] \rightarrow L^\infty[\mathbb{R}^{d_y}] \quad (4.48)$$

$$(\xi_0, \eta(\cdot)) \rightarrow \hat{y}(\cdot)$$

Définition 4.4

Σ est dit à entrées inconnues infinitésimalement observables si $P_{T\Sigma, x_0, \hat{\varphi}}$ est injective pour tout $(x_0, \hat{\varphi}(\cdot)) \in \Omega$ i.e. $\text{Ker}(P_{T\Sigma, x_0, \hat{\varphi}}) = \{0\}$ pour tout $(x_0, \hat{\varphi}(\cdot))$.

Remarque: Il est à signaler que l'observabilité infinitésimale et l'identifiabilité signifie l'injectivité de certaines applications. Il est clair que l'injectivité dépend du domaine (en restreignant le domaine, cette propriété devient plus faible). Par conséquent, il pourrait sembler que ces notions ne sont pas bien définies, car elles dépendent de la régularité des entrées (domaine de $\hat{\varphi}$). En fait, ce n'est plus le cas. En effet, si un système analytique n'a pas d'entrées inconnues observables (ou infinitésimalement observables) dans la classe des fonctions L^∞ alors il existe une fonction analytique qui rend le système à entrées inconnues non observables.

4.4. Principaux résultats exprimés sous forme normale

L'approche est issue de la théorie d'observabilité déterministe de [Gauthier et Kupka, 2001] : chaque système qui a des entrées inconnues observables peut être mis (suite à un changement de coordonnée) sous l'une des trois formes canoniques énoncées dans les théorèmes (4.4), (4.5), (4.6) ci-dessous.

Pour réaliser la reconstruction de défauts, il suffit de développer un observateur adapté à chacune de ces formes canoniques.

Dans des papiers précédents [Busvelle et Gauthier ; 2003 ; 2004; 2005], les résultats suivants ont été élaborés :

- L'observabilité des entrées inconnues est une propriété générique si et seulement si le nombre des observations est supérieur ou égale à 3. Dans ce cas, le système générique peut être mis sous la forme canonique de théorème (4.6) ci-dessous.
- En revanche la propriété de l'observabilité des entrées inconnues n'est plus générique dans le cas où le nombre de sorties est inférieur ou égale à 2. Dans ce cas, la propriété d'observabilité infinitésimale des entrées inconnues est équivalente aux formes normales présentées dans les théorèmes (4.4) et (4.5) ci-dessous.

Théorème 4.4 ($d_y = 1$)

Si Σ a des entrées inconnues infinitésimalement observables, alors il existe un sous ensemble sous-analytique fermé Z de X , de codimension 1 au moins, tel que pour tout $x_0 \in X \setminus Z$, il existe un système de coordonnée $(x_1, \dots, x_n, V_{x_0}), V_{x_0} \subset X \setminus Z$ dans lequel Σ (restreint à V_{x_0}) peut s'écrire:

$$\Sigma_1 \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = \psi(x, \varphi) \\ y = x_1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \psi(x, \varphi)}{\partial \varphi} \neq 0 \quad (4.49)$$

Théorème 4.5 ($d_y = 2$)

Si Σ a des entrées inconnues infinitésimalement observables, alors il existe un semi-analytique ouvert dense $\tilde{U} \subset X \times \mathbb{R}$ tel que pour tout point (x_0, φ_0) de \tilde{U} , possède un voisinage $V_{x_0} \times I_{\varphi_0}$, et des coordonnées x dans V_{x_0} telles que le système Σ restreint à $V_{x_0} \times I_{\varphi_0}$, noté $\Sigma|_{V_{x_0} \times I_{\varphi_0}}$, admette l'une des formes suivantes :

- **Forme normale type 1 :**

$$\Sigma_{2,1} \begin{cases} y_1 = x_1 & y_2 = x_2 \\ \dot{x}_1 = x_3 & \dot{x}_2 = x_4 \\ \vdots & \vdots \\ \dot{x}_{2k-3} = x_{2k-1} & \dot{x}_{2k-2} = x_{2k} \\ \dot{x}_{2k-1} = f_{2k-1}(x_1, \dots, x_{2k+1}) \\ \dot{x}_{2k} = x_{2k+1} \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = f_n(x, \dots, \varphi) \end{cases} \quad (4.50)$$

Avec $\frac{\partial f_n}{\partial \varphi} \neq 0$

- **Forme normale type 2 :**

$$\Sigma_{2,2} \begin{cases} y_1 = x_1 & y_2 = x_2 \\ \dot{x}_1 = x_3 & \dot{x}_2 = x_4 \\ \vdots & \vdots \\ \dot{x}_{2r-3} = x_{2r-1} & \dot{x}_{2r-2} = x_{2r} \\ \dot{x}_{2r-1} = \psi(x, \varphi) & \dot{x}_{2r} = F_{2r}(x_1, \dots, x_{2r+1}, \psi(x, \varphi)) \\ & \dot{x}_{2r+1} = F_{2r+1}(x_1, \dots, x_{2r+2}, \psi(x, \varphi)) \\ & \vdots \\ & \dot{x}_{n-1} = F_{n-1}(x, \psi(x, \varphi)) \\ & \dot{x}_n = F_n(x, \varphi) \end{cases} \quad (4.51)$$

Avec $\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \neq 0, \frac{\partial F_{2r}}{\partial x_{2r+1}} \neq 0, \dots, \frac{\partial F_{n-1}}{\partial x_n} \neq 0$

- **Forme normale type 3 :**

$$\Sigma_{2,3} \begin{cases} y_1 = x_1 & y_2 = x_2 \\ \dot{x}_1 = x_3 & \dot{x}_2 = x_4 \\ \vdots & \vdots \\ \dot{x}_{n-3} = x_{n-1} & \dot{x}_{n-2} = x_n \\ \dot{x}_{n-1} = f_{n-1}(x, \varphi) & \dot{x}_n = f_n(x, \varphi) \end{cases} \quad (4.52)$$

Avec $\frac{\partial(f_{n-1}, f_n)}{\partial \varphi} \neq 0$

Le résultat dans le cas générique est le suivant :

Théorème 4.6 ($d_y \geq 3$)

Si Σ est un système générique qui a des entrées inconnues observables, alors il existe un sous-espace ouvert et dense Z de X , tel que pour tout $x_0 \in X \setminus Z$, il existe une fonction F de classe C^∞ , et un prolongement $\Phi_{\check{y}, \dots, \check{y}^{(2n)}}(x)$ dépendant de $(\check{y}, \check{y}', \dots, \check{y}^{(2n)})$ tel que en dehors de Z , les trajectoires de $\Sigma|_{x_0, \varphi}$ soient envoyées par $\Phi_{\check{y}, \dots, \check{y}^{(2n)}}$ sur les trajectoires du système suivant :

$$\Sigma_{3+} \begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \vdots \\ \dot{z}_{2n} = z_{2n+1} \\ \dot{z}_{2n+1} = F(z_1, \dots, z_{2n+1}, \check{y}, \dots, \check{y}^{(2n+1)}) \\ \bar{y} = z_1 \end{cases} \quad (4.53)$$

Où $z_i, i = 1, \dots, 2n + 1$ est un vecteur de dimension $p - 1$, et où

$$\begin{cases} x = \Phi_{\check{y}, \dots, \check{y}^{(2n)}}^{-1}(z) \\ \varphi = \psi(x, \check{y}) \end{cases} \quad (4.54)$$

\check{y} est une certaine sortie sélectionnée parmi les sorties y_i , par exemple y_1 , et \bar{y} représente les sorties restantes y_2 et y_3 .

Des résultats plus détaillés de ce cas générique, ainsi que la preuve de ce théorème, peuvent être trouvés dans le papier de [Busvelle et Gauthier, 2004]. Ceci représente le résultat crucial pour notre application.

4.5. Le cas générique 3-5

3-sorties 5-états représente le cas générique le plus simple. De plus il est naturellement sous une certaine forme canonique car les sorties font partie des états.

Nous débutons avec un système de la forme :

$$Y = (y_1, y_2, y_3) = (x_1, x_2, x_3), \quad x = (x_1, \dots, x_5), \quad \dot{x}(t) = f(x)$$

Notre but est de construire un défaut capteur de type additif $d(t)$ sur la première sortie. En fait $y_1(t) = x_1(t) + d(t)$. Soient $z_1(t) = x_1(t) + d(t)$, $z_2(t) = x_2(t)$, \dots , $z_5(t) = x_5(t)$, on obtient la nouvelle réécriture du système :

$$\begin{aligned} y_1(t) &= z_1(t), \quad y_2(t) = z_2(t), \quad y_3(t) = z_3(t), \\ \dot{z}_1(t) &= f_1(z_1(t) - d(t), z_2(t), \dots, z_5(t)) + \dot{d} \\ \dot{z}_i(t) &= f_i(z_1(t) - d(t), z_2(t), \dots, z_5(t)), \quad i = 2, \dots, 5 \end{aligned} \quad (4.55)$$

Où

$$\dot{z} = g(z, d, \dot{d}) \quad (4.56)$$

Une façon simple de procéder est de supposer $\dot{d} = 0$. Ainsi nous obtenons une équation de 6 états de la forme :

$$\dot{z}(t) = g(z_1(t), z_2(t), \dots, z_5(t), d) \quad (4.57)$$

$$\dot{d} = 0$$

Introduisons un changement de variable suivant : $Z = (z, d)$,

$$\dot{Z} = G(Z) \quad (4.58)$$

$$Y = (Z_1, Z_2, Z_3)$$

Ainsi un défaut abrupt d correspond exactement à un saut de l'état Z du modèle (4.58). Dans ce cas, un observateur à grand gain est l'observateur idéal pour faire la reconstruction de défaut : il a spécialement la propriété de recouvrir arbitrairement les grandes variations dans les conditions initiales.

En effet, en général (pour tout système générique), la matrice d'ordre 3×3 formée par les lignes :

$$\left(\frac{\partial G_i}{\partial z_4}, \frac{\partial G_i}{\partial z_5}, \frac{\partial G_i}{\partial d} \right), i = 1, \dots, 3 \quad (4.59)$$

est inversible, ce qui signifie d'après le théorème des fonctions implicites, qu'en gelant ou en fixant les variables z_1, z_2 et z_3 , l'application $\tilde{G} = (G_1(z_4, z_5, d), G_2(z_4, z_5, d), G_3(z_4, z_5, d))$ a un inverse \tilde{G}_1 .

Il est clair, ainsi, que le système a des entrées inconnues observables. En connaissant la sortie $Y(t) = (z_1(t), z_2(t), z_3(t))$ et en différentiant, on obtient $(\dot{z}_1(t), \dot{z}_2(t), \dot{z}_3(t)) = \tilde{G}(z_4(t), z_5(t), d(t))$ dont nous pouvons inverser pour chaque valeur de $z_1(t), z_2(t), z_3(t)$ et nous obtenons ainsi une connaissance de $z_4(t), z_5(t), d(t)$.

Cela permet de montrer que le système a des entrées inconnues observables et fournit également un moyen pratique de l'observer en utilisant les dérivées approximatives.

Gauthier et Busvelle [Gauthier et Busvelle, 2003; 2004; 2005] ont utilisé une stratégie plus générale pour représenter la fonction $d(t)$. Par exemple un simple modèle local $d^{(k)} = 0$. La question derrière le choix de cette forme polynomiale n'est pas qu'elle modélise la fonction globalement comme étant une fonction de temps, mais seulement localement, sur des intervalles de temps raisonnables (raisonnable par rapport aux performances requises pour la reconstruction des entrées et de l'état).

Ainsi, nous sommes dans le cas général d'un système à $6 + k$ -états, 3-sorties. Le fait que le système original (équation 4.58) a des entrées inconnues infinitésimalement observables implique que le système étendu $6 + k$ états peut être mis sous une certaine forme normale appropriée.

De même, pour cette forme, les dérivées approximatives permettent la reconstruction de l'état.

Il est à signaler que pour toutes les formes normales décrites ci-dessus, un tel modèle polynomial local permet d'utiliser les observateurs à grand gain de [Gauthier et Kupka, 2001] (voir chapitre 2, section 2.3.6). Une explication plus détaillée de la reconstruction des défauts capteurs et actionneurs d'une station d'épuration, pour un modèle simple de défaut de la forme $\dot{d} = 0$, fera l'objet de la section suivante.

Mais avant d'aborder la partie applicative une question très intéressante se pose : ***pourquoi est-il nécessaire d'effectuer une telle lourde analyse théorique pour aboutir à une telle conclusion triviale d'utilisation d'observateurs à grand gain ?***

Pour répondre à cette question, nous prenons l'exemple du système linéaire suivant :

$$\Sigma_e \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - u \\ \dot{x}_2 = u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.60)$$

Ce système n'a pas d'entrées inconnues observables : en effet, en posant $X = (x_{10}, x_{20})$, l'application $(u(\cdot), X) \rightarrow y(\cdot)$ est linéaire, et non injective ; son noyau K est l'ensemble de couple de la forme $(u = e^t x_{20}, X = (0, x_{20}))$.

Cependant sans analyse d'observabilité et en ajoutant un modèle local de la forme $u^{(k)} = 0$, on obtient le système linéaire étendu suivant :

$$\Sigma_{e,1} \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - u \\ \dot{x}_2 = u \\ \dot{u} = u_1 \\ \vdots \\ \dot{u}_{k-1} = 0 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.61)$$

Le système obtenu $(\Sigma_{e,1})$ est observable, et un observateur de Luenberger standard peut assurer une convergence exponentielle des états estimés vers ceux réels. Cependant, ces résultats n'ont aucune signification. En effet, bien que le système ait des entrées inconnues non observables, ces entrées inconnues sont observables dans le cas des systèmes polynomiaux. Bien que le système soit linéaire, il mène à l'utilisation de l'observateur standard de Luenberger. On peut imaginer que dans le cas non linéaire de pires résultats peuvent apparaître. Ainsi l'étude de l'observabilité des entrées inconnues est absolument nécessaire, comme indique l'exemple (4.60).

4.6. Choix de l'observateur à grand gain pour le cas des systèmes 3-5

4.6.1. Etude préliminaire

Revenons au système (4.58), on considère la matrice J d'ordre 3×3 définie par la formule (4.59) ci-dessus, $J_{ij} = \frac{\partial G_i}{\partial Z_j}$, $i = 1, \dots, 3; j = 4, \dots, 6$.

L'inversibilité de cette matrice Jacobéenne caractérise l'observabilité infinitésimale dans le sens de [Gauthier et Kupka, 2001].

Cette forme particulière d'ordre 3×5 , est une généralisation de la forme normale d'observabilité des systèmes mono-sortie représentés dans le livre de [Gauthier et Kupka, 2001] (à voir aussi le théorème (2.1) p.22 de Gauthier et Kupka, 2001). En fait, dans le cas des systèmes mono-sortie d'ordre 2 considéré, nous aurions la forme normale suivante :

$$\begin{cases} y = x_1 \\ \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, u) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, u) \end{cases} \quad \text{avec } \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \neq 0 \quad (4.62)$$

La condition $\frac{\partial f_1}{\partial x_2} \neq 0$ de l'observabilité infinitésimale est analogue, dans notre cas à l'inversibilité de la matrice J .

A ce stade, nous pouvons, suite à un changement de coordonnées, appliquer un filtre de Kalman étendu grand gain. Cependant, une solution plus simple se présente. Une version multi-sorties généralisée élaborée par [Hammouri et Farza, 2003], montre qu'il est plus convenable d'appliquer la version de base d'un observateur grand-gain de Luenberger.

4.6.2. Observateur grand gain de Luenberger multi-sorties

Dans notre cas, nous ne considérons pas les problèmes habituels des observateurs à grand gain, qui consiste à un prolongement des fonctions en dehors du domaine physique en veillant à ce que le prolongement soit Lipchitz. Dans notre cas, cela est plus ou moins trivial.

L'espace physique est défini par :

$$P_s = \{M_1 \geq z_1 - d \geq \varepsilon_1, M_i \geq z_i \geq \varepsilon_i > 0\}, \quad (4.63)$$

pour $i = 2, \dots, 5$.

Dans le cas des systèmes 3-sorties 5-états, on se rend compte facilement que la condition d'usage d'un observateur grand gain de Luenberger donné par [Hammouri et Farza, 2003] se réduit à la propriété (P) suivante:

(P) Il existe une matrice S constante d'ordre 3×3 tel que toutes les matrices J d'ordre 3×3 satisfont : $S^T J + J^T S \leq -a Id$, où $a > 0$.

Soulignons encore une fois que, quand la propriété (P) est vérifiée, il est possible de construire un observateur grand gain de Luenberger à gain constant qui permet une reconstruction rapide de l'état et du défaut (dans notre cas le défaut actionneur ou capteur est de type additif).

4.7. Application et résultats de simulation

Nous avons signalé dans le premier et le troisième chapitre que les normes sur le rejet des eaux usées des stations d'épuration deviennent de plus en plus strictes. La maîtrise de coûts de fonctionnement et des impacts de ces rejets sur le milieu naturel ne s'obtient pas uniquement par une amélioration de la commande pour optimiser le fonctionnement. En effet, tout défaut conduit à la génération de commande qui ne correspond pas à l'état réel du processus, d'où une diminution de fiabilité et des performances. Ainsi, le diagnostic de fonctionnement constitue un élément nécessaire de toute procédure d'automatisation. Après une modification de l'équation (3.9) du modèle d'une station d'épuration biologique on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= - \left(\alpha_1 \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} \right) \tilde{x}_4 + \left(\frac{Q^{in}}{V} (S_{NO}^{in} - x_1) + \alpha_2 \frac{x_2}{K_{NH,A} + x_2} \frac{x_3}{K_{O,A} + x_3} \right) \\ \dot{x}_2 &= - \left(\alpha_3 \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} + \alpha_4 \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} \right) \tilde{x}_4 + \alpha_5 x_5 \\ &\quad + \left(\frac{Q^{in}}{V} (S_{NH}^{in} - x_2) - \alpha_2 \frac{x_2}{K_{NH,A} + x_2} \frac{x_3}{K_{O,A} + x_3} \right) \\ \dot{x}_3 &= - \left(\alpha_6 \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} \right) \tilde{x}_4 - \left(\frac{Q^{in}}{V} x_3 + \alpha_7 \frac{x_2}{K_{NH,A} + x_2} \frac{x_3}{K_{O,A} + x_3} - k_l a (S_O^{sat} - x_3) \right) \end{aligned} \quad (4.64)$$

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}_4 &= \frac{\left(\frac{Q^{in}}{V} X_{DCO}^{in} + \alpha_{11}\right)}{K_{DCO}} (1 - \tilde{x}_4)^2 - \frac{Q^{in}}{V} \alpha_8 (1 - \tilde{x}_4) \tilde{x}_4 \\ &\quad - \frac{1}{K_{DCO}} \left(\alpha_9 \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} + \alpha_{10} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} \right) (1 - \tilde{x}_4)^2 \tilde{x}_4 \\ \dot{x}_5 &= \frac{Q^{in}}{V} (S_{ND}^{in} - x_5) - \alpha_5 x_5 \\ &\quad + \left(\alpha_{12} \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} + \alpha_{13} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} \right) \frac{\tilde{x}_4 K_{DCO}}{K_{ND} + \tilde{x}_4 (K_{ND} - K_{DCO})}\end{aligned}$$

Avec

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \mu_H X_{B,H} \eta_{NO,g} \frac{1-Y_H}{2.86 Y_H}, \alpha_2 = \frac{\mu_A}{Y_A} X_{B,A}, \alpha_3 = \mu_H X_{B,H} i_{NBM}, \alpha_4 = \mu_H X_{B,H} i_{NBM} \eta_{NO,g}, \alpha_5 = \\ &k_a X_{B,H}, \alpha_6 = \mu_H X_{B,H} \frac{1-Y_H}{Y_H}, \alpha_7 = 4.57 \frac{\mu_A}{Y_A} X_{B,A}, \alpha_8 = \frac{K_S}{K_{DCO}}, \alpha_9 = \frac{\mu_H X_{B,H}}{Y_H}, \alpha_{10} = \frac{\mu_H X_{B,H}}{Y_H} \eta_{NO,g}, \\ \alpha_{11} &= (1 - f_{r_{XI}}) (b_H X_{B,H} + b_A X_{B,A}), \alpha_{12} = k_h \frac{X_{ND}}{X_S} X_{B,H}, \alpha_{13} = k_h \frac{X_{ND}}{X_S} X_{B,H} \eta_{NO,h}.\end{aligned}$$

Dans ce chapitre, nous mènerons plusieurs simulations à l'aide des données générées par l'équipe de modélisation et simulation de Laboratoire de Technologie industrielle de Hudor à Luxembourg, en utilisant le modèle ASM1 et le logiciel SIMBA (<http://www.ensic.inpl-nancy.fr/COSTWWTP/Benchmark>). Les fichiers de données temps sec, temps pluvieux et temps orageux sont recueillis à partir du modèle de référence de Benchmark.

Les concentrations mesurées de cette station d'épuration biologique des eaux usées sont : l'oxygène dissous S_O , l'azote sous forme d'ammoniaque S_{NH} , azote sous forme de nitrites et nitrates S_{NO} .

Les actionneurs du système sont : Q^{in} le débit d'entrée et u : $u = 1$ au cours des périodes d'aération et $u = 0$ lors de période d'arrêt de l'aérateur.

Ainsi notre but est de reconstruire les défauts capteurs et actionneurs de cette station d'épuration [Methnani et al., 2011 (a)]. Un défaut est représenté par une fonction inconnue qui sera identifiée en ligne. Considérons le système ASM1 réduit décrit par l'équation (4.64), la méthode de reconstruction de défaut appliqué au premier capteur S_{NO} est donnée en détail. Le reste des défauts capteurs et actionneurs sera traité de la même façon. Dans ce cas, la fonction inconnue d désigne un défaut additif. Comme expliqué ci-dessus, le vecteur d'état est étendu en ajoutant une variable d'état supplémentaire d . La fonction est modélisée comme étant un saut dans les conditions initiales $\dot{d} = 0$.

Le vecteur $G(Z)$ est donné par :

$$G(Z) = \begin{pmatrix} D^{in}(S_{NO}^{in} - (z_1 - d)) + \alpha_2 \frac{z_2}{K_{NH,A} + z_2} \frac{z_3}{K_{O,A} + z_3} \\ -\alpha_1 \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + z_3} \frac{(z_1 - d)}{K_{NO} + (z_1 - d)} z_4, \\ D^{in}(S_{NH}^{in} - z_2) - \alpha_2 \frac{z_2}{K_{NH,A} + z_2} \frac{z_3}{K_{O,A} + z_3} + \alpha_5 z_5 \\ - \left(\alpha_3 \frac{z_3}{K_{O,H} + z_3} + \alpha_4 \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + z_3} \frac{(z_1 - d)}{K_{NO} + (z_1 - d)} \right) z_4, \\ -D^{in} z_3 - \alpha_7 \frac{z_2}{K_{NH,A} + z_2} \frac{z_3}{K_{O,A} + z_3} + k_1 a (S_O^{sat} - z_3) - \alpha_6 \frac{z_3}{K_{O,H} + z_3} z_4, \\ \frac{(D^{in} X_{DCO}^{in} + \alpha_{11})}{K_{DCO}} (1 - z_4)^2 - D^{in} \alpha_8 (1 - z_4) z_4 \\ - \frac{1}{K_{DCO}} \left(\alpha_9 \frac{z_3}{K_{O,H} + z_3} + \alpha_{10} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + z_3} \frac{(z_1 - d)}{K_{NO} + (z_1 - d)} \right) (1 - z_4)^2 z_4, \\ + \left(\alpha_{12} \frac{z_3}{K_{O,H} + z_3} + \alpha_{13} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + z_3} \frac{(z_1 - d)}{K_{NO} + (z_1 - d)} \right) \frac{z_4 K_{DCO}}{K_{ND} + z_4 (K_{ND} - K_{DCO})}, \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ici, $z_6 = d$.

L'équation standard d'un observateur grand gain de Luenberger est donnée par :

$$\dot{\hat{X}}(t) = G(\hat{X}) - K_\theta (C\hat{X} - y) \quad (4.65)$$

Où $K_\theta = \Delta_\theta K$, pour $\theta > 1$, où θ est un paramètre supposé grand et :

- Δ_θ est une matrice diagonale par bloc, $\Delta_\theta = BD(\theta I_3, \theta^2 I_3)$ avec I_3 est la matrice d'identité d'ordre 3.
- K est un certain gain constant qui satisfait : $(\tilde{G}^*(\hat{X}) - KC)' L - L (\tilde{G}^*(\hat{X}) - KC) \leq -a Id, a > 0$ où L est une matrice constante symétrique définie positive.

Ici, $\tilde{G}^*(X)$ désigne la matrice Jacobienne de $\tilde{G}(X)$ par rapport à X ($\tilde{G}(X)$ est définie dans la section (4.5)).

Pour le cas des systèmes mono-sortie, l'existence de K est prouvé par [Gauthier et Kupka, 1994]. Cependant, dans le cas des systèmes multi-entrées, multi-sorties, la situation est beaucoup plus compliquée. Elle a été étudiée plus en détail par [Hammouri et Franza, 2003].

Dans notre cas, l'existence de K est garantie par la propriété (P) définie dans la section (4.6.2) ci-dessus. Pour vérifier que la propriété P est vraie dans notre cas, il suffit de remarquer que la matrice Jacobienne J a la forme suivante dans l'espace physique P_s :

$$J = \begin{pmatrix} -a & 0 & f \\ -b & \alpha & e \\ -c & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ où } a, b, c, f, e, \alpha \text{ sont des constantes strictement positives.}$$

Le lemme technique suivant démontre la propriété (P) .

Lemme technique

Soit C un sous-ensemble compact contenu dans l'ensemble des matrices de la forme :

$$A = \begin{pmatrix} -a & 0 & f \\ -b & \alpha & e \\ -c & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ avec } a, b, c, f, e, \alpha > 0$$

N est une autre matrice de la forme

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -r \\ 0 & -1 & 0 \\ rs & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Alors, pour $r, s > 0$ suffisamment grand

$$N'A + A'N < -\beta Id, \beta > 0 \forall A \in C$$

Preuve

$$N'A = \begin{pmatrix} -crs & 0 & 0 \\ b & -\alpha & -e \\ ar & 0 & -dr \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$X'N'AX = -crsx^2 - \alpha y^2 - drz^2 + bxy - eyz + arxz$$

$$-\alpha y^2 + bxy - eyz = - \left(\alpha y^2 - 2\sqrt{\alpha}y \frac{bx - ez}{2\sqrt{\alpha}} + \left(\frac{bx - ez}{2\sqrt{\alpha}} \right)^2 \right) + \frac{(bx - ez)^2}{4\alpha^2}$$

$$-\alpha y^2 + bxy - eyz = - \left(\sqrt{\alpha}y - \frac{bx - ez}{2\sqrt{\alpha}} \right)^2 + \frac{b^2x^2}{4\alpha^2} + \frac{e^2z^2}{4\alpha^2} - \frac{bexz}{2\alpha^2}$$

$$X'N'AX = - \left(\sqrt{\alpha}y - \frac{bx - ez}{2\sqrt{\alpha}} \right)^2 + \left(\left(\frac{b^2}{4\alpha^2} - crs \right) x^2 + \left(\frac{e^2}{4\alpha^2} - dr \right) z^2 + \left(ar - \frac{be}{2\alpha^2} \right) xz \right)$$

Ici, nous n'avons pas utilisé la construction explicite de gain K proposée par [Hammouri et Farza, 2003], mais nous proposons une reconstruction heuristique qui donne des bons résultats pratiques. $K = L^{-1}C'$, où L est la solution de l'équation de Ricatti suivante :

$$-G'L - LG + C'C - LQL = 0 \tag{4.66}$$

Avec $Q = \text{diag}(10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-1})$, et

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_1(x)}{\partial x_4} & \frac{\partial g_1(x)}{\partial x_5} & \frac{\partial g_1(x)}{\partial d} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_2(x)}{\partial x_4} & \frac{\partial g_2(x)}{\partial x_5} & \frac{\partial g_2(x)}{\partial d} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_3(x)}{\partial x_4} & \frac{\partial g_3(x)}{\partial x_5} & \frac{\partial g_3(x)}{\partial d} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ en un point } x.$$

Nous obtenons, ainsi, le gain K suivant :

$$K = \begin{pmatrix} 3.73 & 1.43 \times 10^{-2} & 5 \times 10^{-3} \\ 1.43 \times 10^{-2} & 5.69 \times 10^{-1} & 4.255 \times 10^{-1} \\ 5 \times 10^{-3} & 4.255 \times 10^{-1} & 2.9189 \\ 0 & -2 \times 10^{-4} & -10^{-3} \\ 0 & 10^{-3} & -2 \times 10^{-4} \\ 10^{-1} & 3 \times 10^{-4} & -5 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Les trois sorties du système sont corrompues d'un bruit coloré additif. Ce bruit est obtenu en simulant un processus d'Ornstein-Uhlenbeck (Uhlenbeck et Ornstein, 1930). Pour bien comprendre la simulation, il est nécessaire de donner quelques définitions :

Un processus stochastique représente les états du système qui dépendent à la fois du temps et des variables aléatoires. Il est exprimé par un ensemble de variables aléatoires indexées par le temps $\{X_t; t \geq 0\}$

Définition 4.5

Un processus de Wiener ou mouvement brownien de variance σ^2 à $t = 0$, est un processus stochastique $\{B_t; t \geq 0\}$ à valeur dans \mathbb{R} et vérifiant :

1. $B_0 = 0$,
2. Pour tout $t_1 < t_2 < \dots < t_n$, les variables $B_{t_1}, B_{t_2} - B_{t_1}, \dots, B_{t_n} - B_{t_{n-1}}$ sont indépendantes,
3. Pour tout $s < t$, l'accroissement $B_t - B_s$ est une variable aléatoire normale de moyenne nulle et de variance $(t - s)\sigma^2$,
4. la fonction $t \rightarrow B_t$ est continue

Enfin nous pouvons définir un processus d'Ornstein-Uhlenbeck comme étant un processus stochastique décrit par l'équation différentielle stochastique suivante :

$$dX_t = -\rho X_t dt + \alpha dB_t, \quad (4.67)$$

où B_t est le mouvement brownien, ρ et α sont deux constantes positives. L'équation (4.67) peut être réécrite :

$d[e^{\rho t} X_t] = \alpha e^{\rho t} dB_t$. Ainsi, $X_t = e^{-\rho t} \left[X_0 + \int_0^t \alpha e^{\rho s} dB_s \right]$. Le processus stochastique X_t est tel que :

1. Si X_0 est une variable gaussienne de moyenne nulle et de variance égale à $\frac{\alpha^2}{2\rho}$, alors X_t est gaussien et stationnaire de covariance : $\mathbb{E}[X(t)X(s+t)] = \frac{\alpha^2}{2\rho} e^{-r\rho|s|}$,
2. $X(t)$ est un processus markovien,
3. quand $X(0) = c$, la loi stochastique de $X(t)$ est une loi normale de moyenne $e^{-\rho t} c$ et de variance $\frac{\alpha^2}{2\rho} (1 - e^{2\rho t})$.

D'après [Gillespie, 1996], pour un temps d'échantillonnage Δt , l'équation de mise à jour d'un processus d'Ornstein-Uhlenbeck est donnée par :

$$X(t + \Delta t) = X(t)\mu + \gamma z_n, \quad (4.68)$$

où :

- $\mu = e^{-\rho\Delta t}$,
- $\gamma^2 = (1 - e^{-2\rho\Delta t}) \left(\frac{\alpha^2}{2\mu}\right)$,
- z_n est distribution gaussienne standard $\mathcal{N}(0,1)$.

$dX_t = -\beta X_t dt + \sigma\sqrt{2\beta}dB_t$, où β et σ sont deux constantes positives. Ainsi, si $X(0) = 0$, la valeur moyenne de X_t est nulle et sa variance $\frac{\alpha^2}{2\rho}$ devient σ^2 .

Pour simuler le processus d'Ornstein-Uhlenbeck, nous considérons l'équation (4.68) et remplaçons :

- α par $\sigma\sqrt{2\beta}$,
- ρ par β .

Par conséquent l'équation devient : $X(t + \Delta t) = X(t)\mu + \sigma(1 - \mu^2)z_n$.

Le schéma suivant résume le diagramme de bruit coloré avec $X(0) = 0$, $\mu \in [0,1]$ et $\sigma > 0$.

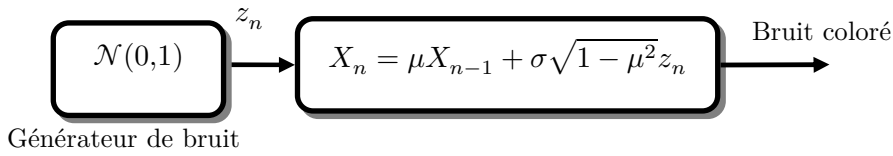


Figure 4.1. Simulation de bruit coloré

En simulant ce diagramme nous obtenons un bruit réaliste.

Les paramètres cinétiques et stœchiométriques sont ceux définis pour le modèle ASM1. Les autres paramètres sont définies dans le tableau (3.5).

4.7.1. Défauts capteurs

défauts abrupt

A $t=2$ jours un défaut est appliqué au 1^{er} capteur S_{NO} (figure 4.2). L'amplitude du défaut est égale à (1 mg/l) (comparée à une valeur moyenne de (6 mg/l)). Les résultats de simulation donnés par les figures (4.3), (4.4) et (4.5) affichent les sorties d'observateur d , X_{DCO} et S_{ND} .

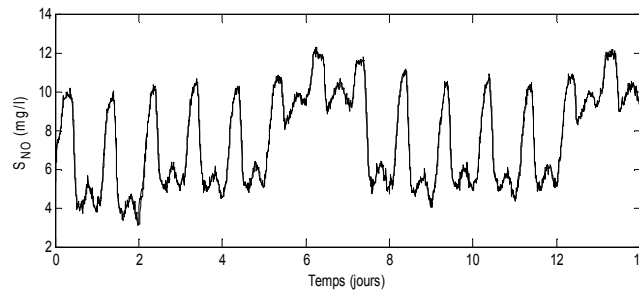


Figure 4.2. Capteur S_{NO} en défaut (défaut abrupt).

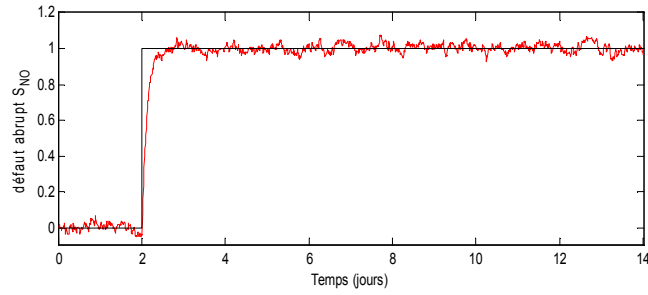


Figure 4.3. Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le capteur S_{NO} et celui reconstruit.

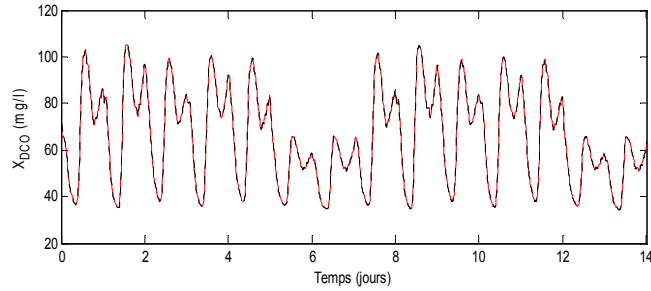


Figure 4.4. Différence entre l'état X_{DCO} réel et celui estimé pour un défaut abrupt sur S_{NO} .

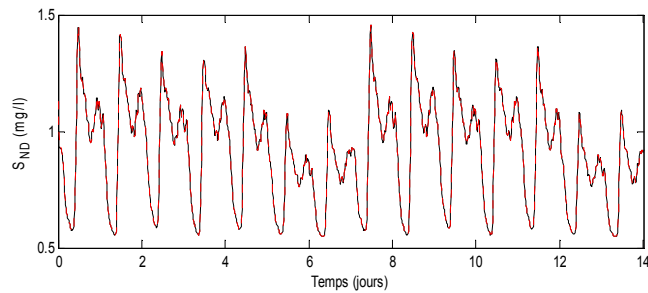


Figure 4.5. Différence entre l'état S_{ND} réel et celui estimé pour un défaut abrupt sur S_{NO} .

Ces résultats démontrent l'efficacité de la méthode proposée pour l'estimation d'états et la reconstruction simultanée des défauts capteurs, même pour des systèmes soumis à des mesures bruitées.

De même, les résultats de simulation de l'application d'un défaut abrupt sur le deuxième et troisième capteur (S_{NH} et S_O) sont donnés respectivement par les figures (4.6), (4.7) et les figures (4.8), (4.9).

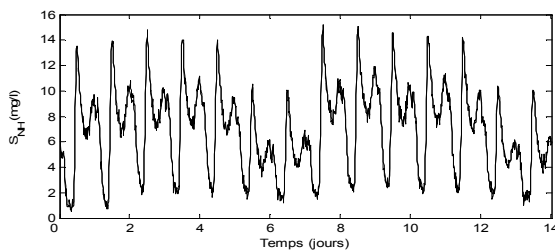


Figure 4.6. Capteur S_{NH} en défaut (défaut abrupt).

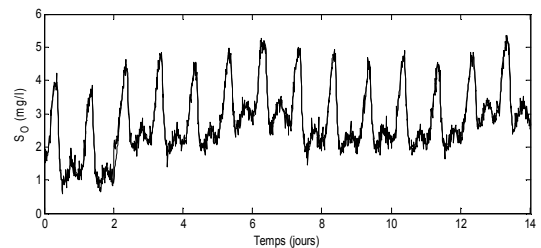


Figure 4.8. Capteur S_O en défaut (défaut abrupt).

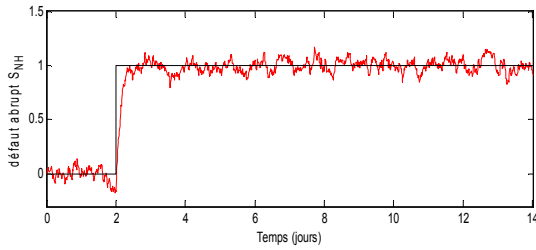


Figure 4.7. Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le capteur S_{NH} et celui reconstruit.

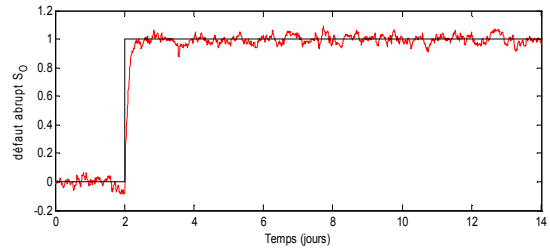


Figure 4.9. Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le capteur S_O et celui reconstruit.

Bien que nous reconstruisions simultanément les variables d'états inconnues X_{DCO} et S_{ND} , le but principal est de reconstruire les défauts capteurs d .

La variable d schématisée par les figures (4.3), (4.7) et (4.9) est presque nulle avant l'application du défaut (avant $t = 2$ jours), tandis qu'elle atteint rapidement la valeur de 1 mg/l , lorsque un défaut survient.

Défaut graduel de faible pente et défaut intermittent

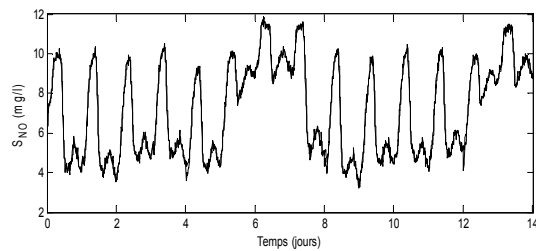


Figure 4.10. Capteur S_{NO} en défaut (défaut intermittent).

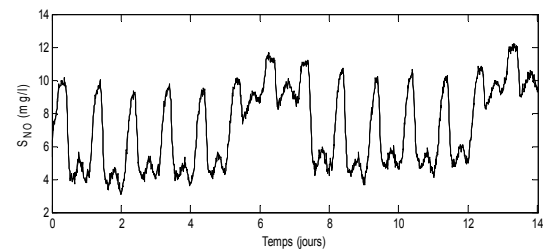


Figure 4.14. Capteur S_{NO} en défaut (défaut graduel).

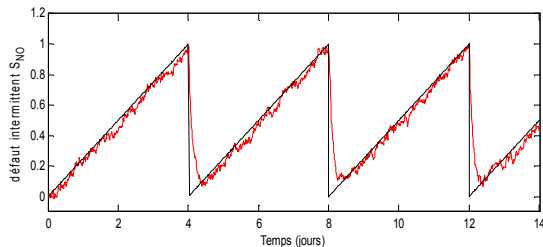


Figure 4.11. Différence entre un défaut intermittent appliqué sur le capteur S_{NO} et celui reconstruit.

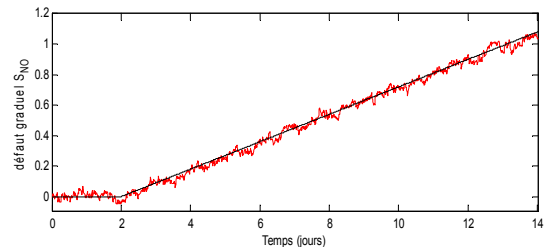


Figure 4.15. Différence entre un défaut graduel appliqué sur le capteur S_{NO} et celui reconstruit.

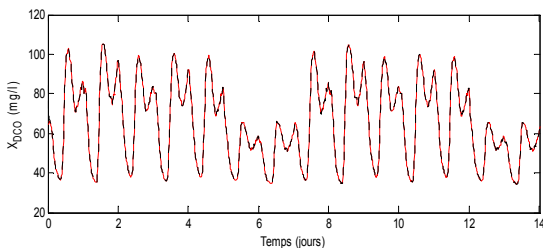


Figure 4.12. Différence entre l'état X_{DCO} réel et celui estimé pour un défaut intermittent sur S_{NO} .

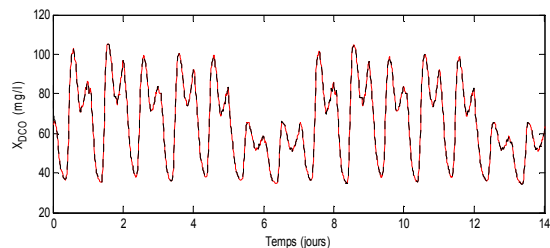


Figure 4.16. Différence entre l'état X_{DCO} réel et celui estimé pour un défaut graduel sur S_{NO} .

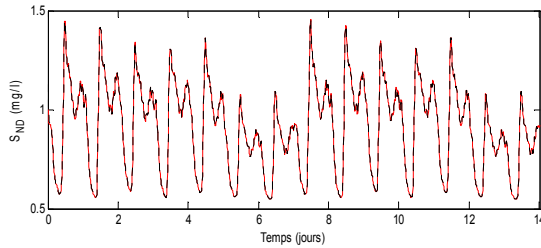


Figure 4.13. Différence entre l'état S_{ND} réel et celui estimé pour un défaut intermittent sur S_{NO} .

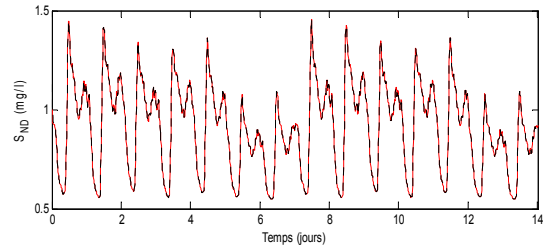


Figure 4.17. Différence entre l'état S_{ND} réel et celui estimé pour un défaut graduel sur S_{NO} .

Pour s'assurer de l'efficacité de la méthode proposée, il s'avère intéressant de considérer d'autres types de défauts que l'abrupt : des défauts difficiles à être détectés tel que les défauts intermittents et les défauts graduels. Les résultats de simulation correspondants pour les trois capteurs sont présentés par les figures (4.10 à 4.13), figures (4.14 à 4.17) et figures (4.18 à 4.21).

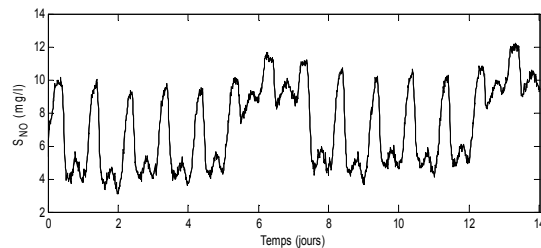


Figure 4.18. Capteur S_{NH} en défaut (défaut intermittent).

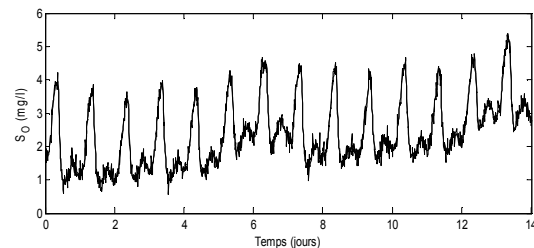


Figure 4.20. Capteur S_O en défaut (défaut graduel).

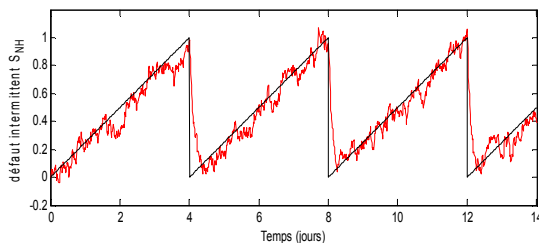


Figure 4.19. Différence entre un défaut intermittent appliqué sur le capteur S_{NH} et celui reconstruit.

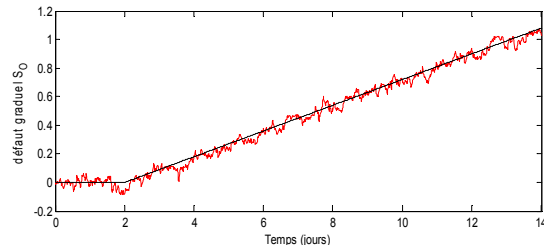


Figure 4.21. Différence entre un défaut graduel appliqué sur le capteur S_O et celui reconstruit.

Il est apparent, d'après les figures précédentes, que la méthode proposée préserve la forme et l'amplitude de défaut avec une grande fidélité, et même en présence des mesures bruitées.

4.7.2. Défauts actionneurs

Défaut abrupt

La même méthode est appliquée pour la reconstruction des défauts actionneurs additifs et l'estimation simultanée des variables d'états inconnues. Les défauts de type abrupt sont appliqués au 1^{er} actionneur Q^{in} et au deuxième u . Les figures (4.22) à (4.25) montrent la capacité de l'observateur à grand gain de Luenberger de reconstruire rapidement les graphes de défauts.

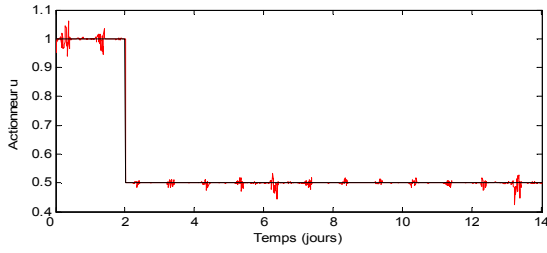


Figure 4.22. 1^{er} actionneur u en défaut (défaut abrupt).

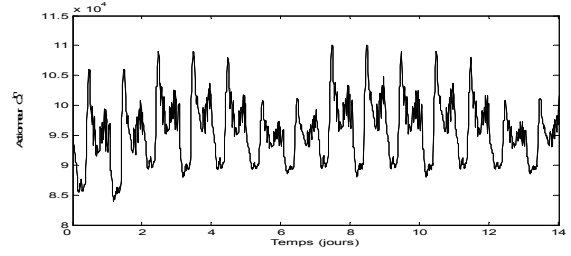


Figure 4.24. 2^{ème} actionneur Q^{in} en défaut (défaut abrupt).

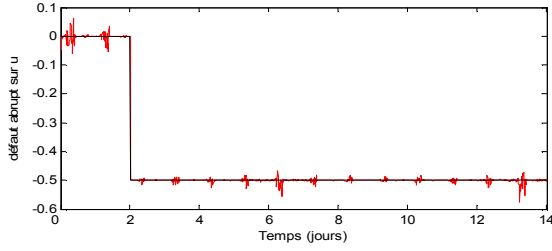


Figure 4.23. Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le 1^{er} actionneur u et celui reconstruit.

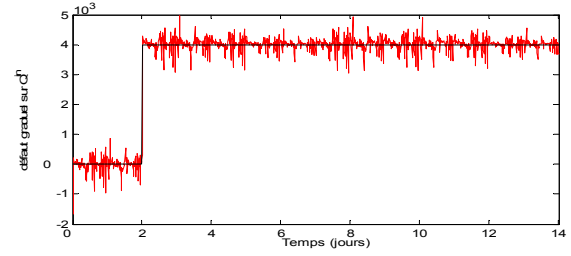


Figure 4.25. Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le 2^{ème} actionneur Q^{in} et celui reconstruit.

Défaut intermittent et défaut graduel de faible pente

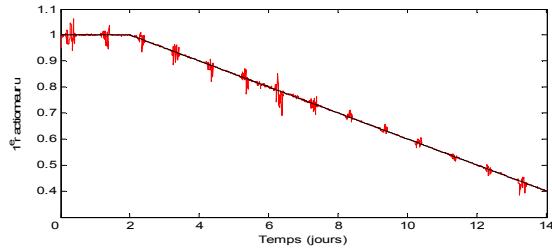


Figure 4.26. 1^{er} actionneur u en défaut (défaut graduel).

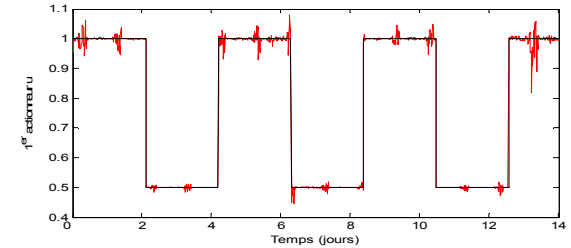


Figure 4.28. 1^{er} actionneur u en défaut (défaut intermittent).

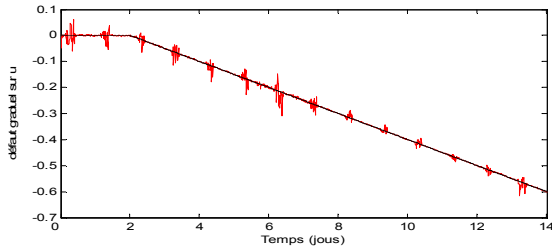


Figure 4.27. Différence entre un défaut graduel appliqué sur le 1^{er} actionneur u et celui reconstruit.

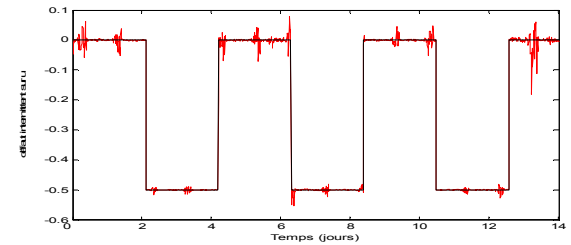


Figure 4.29. Différence entre un défaut intermittent appliqué sur le 1^{er} actionneur u et celui reconstruit.

Les défauts graduels et intermittents sont souvent difficiles à être détectés à cause de leur évolution temporelle qui peut être confondue à une variation paramétrique représentant la non stationnarité du processus. Les résultats de simulation pour ces types de défauts appliqués au 1^{er} actionneur u sont représentés respectivement par les figures (4.26) à (4.29).

Les méthodes existantes de détection et de localisation de défauts dans la littérature prêtent peu d'attention à l'identification des défauts ; les méthodes basées sur la théorie géométrique différentielle et les méthodes basées sur la théorie de l'espace de parité ne fournissent pas l'estimation des défauts.

Bien que les méthodes basées sur les observateurs adaptatifs fournissent une estimation des défauts (en général, cas des défauts composants ou paramétriques), mais la vitesse d'isolation et d'identification n'est pas idéale. Dans les parties précédentes, nous avons présenté une méthode d'identification et de reconstruction des défauts à base d'observateur. Cette approche identifie et reconstruit des défauts abrupts, des défauts intermittents et graduels de faible pente, en préservant leurs amplitudes et leurs évolutions temporelles, en dépit de la présence des bruits de mesures. Un autre avantage de la méthode proposée est que l'étude théorique de l'observabilité des entrées inconnues mène à une utilisation des observateurs grand gain de Luenberger. Ce type d'observateur est le prototype idéal pour la reconstruction des défauts, puisqu'il représente un outil excellent avec une réponse rapide aux perturbations aux erreurs initiales (propriété de convergence exponentielle).

4.8. Schémas de détection et isolation des défauts

Avec l'automatisation des boucles de contrôle, les systèmes industriels sont devenus de plus en plus complexes. Ainsi un fort intérêt s'est donc manifesté à propos de détection et d'isolation des défauts. L'objectif principal de ces méthodes de diagnostic est d'améliorer la sécurité et la fiabilité des processus en considération.

Il existe dans la littérature une large variété de méthodes de détection et localisation des défauts à base de modèles : méthodes par espace de parité, méthodes d'estimation paramétriques et les plus populaires sont les méthodes à base d'observateurs (chapitre 2, section (2.2.2)).

Quelque soit la méthode, une étape commune est de calculer les résidus qui représentent la différence entre le comportement actuel du système et son comportement souhaité. Ainsi, chaque résidu est conçu pour être sensible à un ensemble de défaut et robuste vis-à-vis du reste. Idéalement, si le seuil (adaptatif ou fixe) est dépassé, un défaut est détecté. L'ensemble de ces signaux génère une table de signature qui constitue l'outil d'isolation des défauts.

La détérioration progressive des ressources d'eau et la grande quantité d'eau polluée produite donne une importance fondamentale au processus de traitement des eaux usées. Néanmoins, dans les stations d'épuration biologiques, les défauts capteurs et actionneurs conduisent souvent à une baisse de performances ou à une augmentation de consommation et probablement à une panne de processus. Par conséquent différents méthode de FDI ont été proposée pour les stations de traitement des eaux usées :

- Des méthodes basées sur des données heuristiques telles que les réseaux de neurones [Olsson, 2006]
- Méthodes statistiques [Yoo et al., 2007].
- Méthodes à base du modèle (le cas de la méthode proposée).

L'objectif de cette partie est de concevoir une méthode de FDI des défauts capteurs et actionneurs à base d'observateurs. En effet cette partie constitue la suite de la méthode présentée dans la section (4.6) de ce chapitre. Nous considérons la même théorie générale d'observabilité d'une seule entrée inconnue évoquée précédemment.

Via la méthode de reconstruction des défauts capteurs et actionneurs mentionnée précédemment, il est possible de retrouver la forme, l'amplitude des défauts abrupts et même des défauts de faible pente, qui sont difficiles à être détectés. Dans la suite, un banc d'observateurs, est conçu afin de détecter et localiser les défauts capteurs et actionneurs. Ce banc est composé d'un ensemble d'observateur grand-gain de Luenberger. Parmi les méthodes les plus récentes et les plus semblables à notre approche, il existe la méthode de [Fragkoulis et al., 2011]. Une description détaillée de cette méthode ainsi qu'une comparaison avec la notre fera l'objet du paragraphe suivant.

4.8.1. Méthode de FDI par banc d'observateurs de [Fragkoulis et al., 2011].

[Fragkoulis et al., 2011] ont proposé une méthode de détection et isolation de défauts d'une station d'épuration des eaux usées. La méthode est basée sur la création d'une banque d'observateurs adaptatifs. Dans une première étape, ils ont considéré les défauts actionneurs. Cette approche est composée principalement de deux étapes :

- la détection des défauts à l'aide d'observateurs adaptatifs,
- l'isolation des défauts à l'aide d'une banque d'observateurs adaptatifs.

La classe des systèmes considérée dans leur article est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.69)$$

Ils ont traité seulement des défauts abrupts d_{aj} , c'est-à-dire $u_j^f = u_j + d_{aj} = \theta_{aj}$, pour $t \geq t_f$, $j \in 1, 2, \dots, m$ et $\lim_{t \rightarrow \infty} |u_j(t) - \theta_{aj}| \neq 0$, où d_{aj} est une constante et u_j^f est la sortie du $j^{\text{ème}}$ actionneur en défaut, tandis que $u_j(t)$ est la sortie lorsque cet actionneur ne présente pas de défaut. En présence d'un défaut d_{al} sur l'entrée l , le système devient :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{j \neq l} g_j(x)u_j + g_l(x)u_l^f \\ y = Cx \end{cases} \quad (4.70)$$

Ainsi pour détecter la présence de ces défauts, ils ont construit un ensemble d'observateurs adaptatifs. Le nombre d'observateurs est égale au nombre des actionneurs m à surveiller.

La forme de l'observateur adaptatif proposée pour la détection et localisation de défaut est :

$$1 \leq i \leq m \begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(x) + \sum_{j \neq i} g_j(x)u_j + g_i(x)\hat{\theta}_{ai} + H_i(\hat{x}_i - x) \\ \dot{\hat{\theta}}_{ai} = -2\gamma(\hat{x}_i - x)^T P_i g_i(x) \\ \hat{y}_i = C\hat{x}_i \end{cases} \quad (4.71)$$

Où H est une matrice de Hurwitz qui peut être choisie de telle sorte que l'observateur ait une dynamique plus rapide que le système, γ est une constante de conception et P est une matrice définie positive solution de l'équation de Lyapunov suivante :

$$H'P + PH = -Q$$

Où la matrice Q est aussi une matrice définie positive, qui peut être choisie librement. La matrice H est la matrice de gain de l'observateur qui assure la stabilité de l'observateur.

Pour l'évaluation des résidus, ils ont opté pour la norme 2 de la différence entre le vecteur de sortie estimé et le vecteur de la sortie mesuré. Ces résidus sont construits de telle façon qu'ils sont insensibles au défaut provenant d'un actionneur et sensibles aux défauts des autres actionneurs. Cependant dans le cas de défauts multiples, la procédure reste la même sauf que dans le cas d'isolation, on a besoin de m banques de m observateurs. La deuxième utilisation de ce type d'algorithme est la FDI des défauts capteurs ; pour la réaliser une reformulation des équations de l'observateur est nécessaire.

Bien qu'elle soit heuristique et aucune démonstration n'existe, cette méthode semble raisonnable. L'efficacité de cette méthode a été mise en œuvre (par simulation) dans le cas des défauts simple et multiple. Le principal inconvénient de cette méthode est le nombre d'observateurs requis pour la détection des défauts multiples. Dans ce même contexte, nous proposons une méthode de détection et isolation des défauts par banc d'observateurs. Elle permet non seulement la détection et l'isolation mais aussi l'identification des défauts abrupts, intermittents et graduels [Methnani et al., 2011 (c)].

4.8.2. Méthode de FDI et résultats de simulation

Dans la plupart des méthodes de diagnostic à base de modèles trois étapes sont requises. La première étape est la génération des résidus. Ces derniers sont fonction de l'erreur d'estimation. La deuxième étape est la détection de défaut. Elle permet de déterminer la présence ou non d'un défaut. La troisième étape est la localisation d'un défaut. Elle détermine l'élément défectueux dans le système. La distinction d'un défaut d'un autre requiert un ensemble de résidus. Une méthode fondamentale pour la génération des résidus est de concevoir une banque d'observateurs.

Rares sont les méthodes de FDI qui sont suivies par une quatrième étape qui est l'identification de défauts. Ces méthodes s'intéressent particulièrement aux défauts composants. Dans notre cas on s'intéresse aux défauts capteurs et actionneurs.

Dans le but de détecter des défauts capteurs et actionneurs, nous avons choisi d'implémenter m -Multi-entrées Multi-sorties observateurs à grand gain (m indique le nombre de capteurs et actionneurs à surveiller) (figure 4.30). Chaque observateur est consacré à un seul défaut. Cela signifie qu'on ne considère pas des défauts qui surviennent simultanément. Basé sur les signaux de sortie de cette banque d'observateurs, une table de signature est construite.

a. Génération des résidus

La première étape de méthode de FDI est la génération des résidus. Il existe dans la littérature différentes méthodes pour la génération des résidus. Parmi ces méthodes, les observateurs non linéaires ont reçu un intérêt particulier ces dernières années. Dans ces approches, les résidus sont des quantités qui reflètent l'incohérence entre les mesures issues du processus et les estimées en utilisant un modèle mathématique du système (pour plus de détail voir chapitre 2 section 2.2.3).

Ici nous appliquons la méthode de détection et isolation des défauts à une station d'épuration des eaux usées par boues activées représentée par les équations (3.9). Un défaut peut se produire soit sur les trois capteurs S_{NO} , S_{NH} et S_O ou sur les deux actionneurs du système Q^{in} et u .

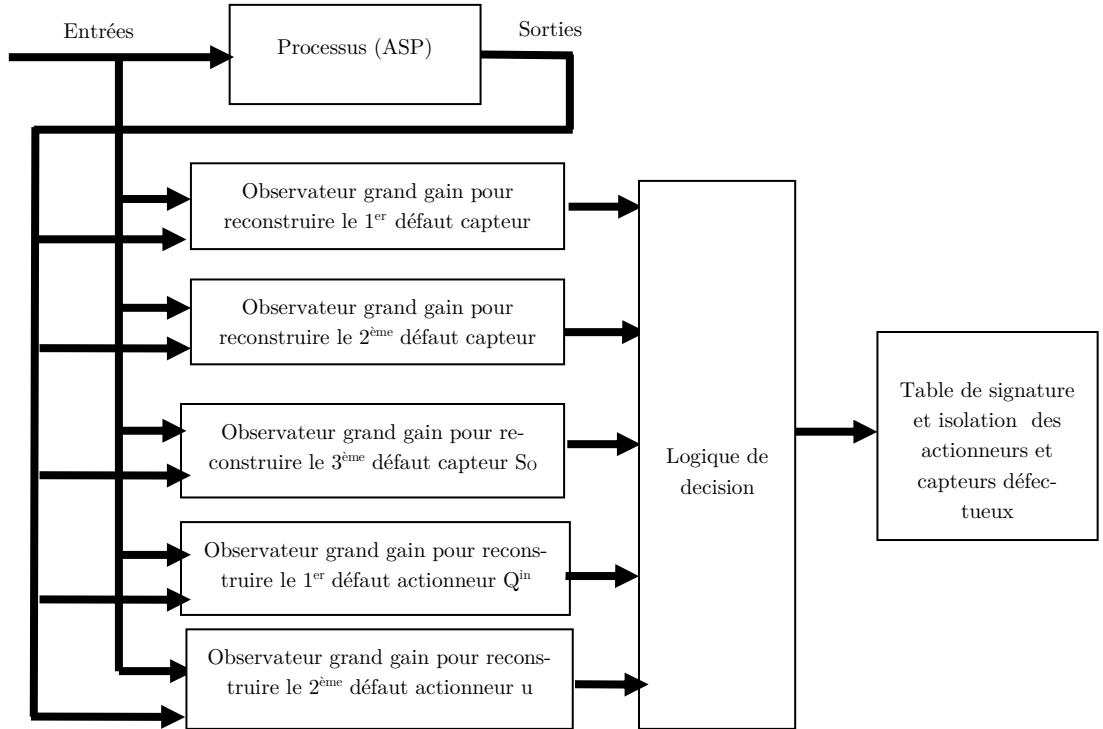


Figure 4.30. Banc d'observateurs grand gain pour la détection et localisation des défauts capteurs et actionneurs.

Pour tous les types de défauts actionneurs ou capteurs la même procédure, expliquée dans la section (4.6) de ce chapitre, est appliquée pour reconstruire le défaut. Le défaut est considéré comme étant une entrée inconnue appliqué successivement au variable S_{NO} , S_{NH} , S_O , Q^{in} et u . Ainsi la première étape est de construire les 5 observateurs grand gain de Luenberger et leur gain respectif $K_i = 1, \dots, 5$.

$$K_1 = \begin{bmatrix} 3.73 & 1.43 \times 10^{-2} & 5 \times 10^{-3} \\ 1.43 \times 10^{-2} & 5.69 \times 10^{-1} & 4.255 \times 10^{-1} \\ 5 \times 10^{-3} & 4.255 \times 10^{-1} & 2.9189 \\ 0 & -2 \times 10^{-4} & -10^{-3} \\ 0 & 10^{-3} & -2 \times 10^{-4} \\ 10^{-1} & 3 \times 10^{-4} & -5 \times 10^{-4} \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 2.5 \times 10^{-1} & -4.5 \times 10^{-1} & -1.3 \times 10^{-2} \\ -4.5 \times 10^{-1} & 3.65 & 9.1 \times 10^{-1} \\ 1.34 \times 10^{-2} & 9.1 \times 10^{-1} & 3.23 \\ -10^{-4} & 3 \times 10^{-4} & -10^{-3} \\ 10^{-3} & 2 \times 10^{-4} & 0 \\ -1.4 \times 10^{-2} & 9.4 \times 10^{-2} & 3.06 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 1.11 & 1.5 \times 10^{-1} & -1.34 \\ 1.5 \times 10^{-1} & 7.2 \times 10^{-1} & 1.14 \\ -1.34 & 1.14 & 12.8 \\ -9 \times 10^{-4} & -4 \times 10^{-4} & -10^{-4} \\ -4 \times 10^{-4} & 9 \times 10^{-4} & -10^{-4} \\ 1.52 \times 10^{-2} & 7.2 \times 10^{-3} & 9.8 \times 10^{-2} \end{bmatrix}, \quad K_4 = \begin{bmatrix} 1.1 \times 10^{-1} & -1.1 \times 10^{-1} & 5.3 \times 10^{-3} \\ -1.1 \times 10^{-1} & 2.2 \times 10^{-1} & 4.27 \times 10^{-2} \\ 5.3 \times 10^{-3} & 4.27 \times 10^{-2} & 2.9 \times 10^{-2} \\ 0 & -10^{-4} & 0 \\ -10^{-4} & 0 & 0 \\ -5.5 & 8.3 & 8.5 \times 10^{-1} \end{bmatrix},$$

$$K_5 = \begin{bmatrix} 1.4 \times 10^{-2} & 8 \times 10^{-3} & 0 \\ 8 \times 10^{-3} & 1.2 \times 10^{-1} & 2 \times 10^{-4} \\ 0 & 2 \times 10^{-4} & 1.98 \\ 0 & 0 & -10^{-4} \\ -10^{-4} & 0 & -10^{-4} \\ 0 & 0 & 10^{-3} \end{bmatrix}$$

Les mêmes fichiers de données pour un temps sec sont utilisés pour la simulation. De même les trois sorties du processus sont corrompues par un bruit blanc coloré ayant les mêmes caractéristiques décrites précédemment. La seule différence par rapport à l'approche décrite dans la section (4.7) est que nous avons introduit des incertitudes sur les paramètres cinétiques du modèle.

D'un point de vue modélisation des stations d'épuration des eaux usées, quelque soit les objectifs visés et les efforts consacrés, il est illusoire de vouloir reproduire intégralement la réalité sous forme d'équations mathématiques. Une représentation théorique d'un processus réel, éventuellement complexe, restera une application plus au moins précise, entachée inévitablement d'erreurs. La quantification des grandeurs incertaines est évidemment une opération périlleuse, souvent négligée. Bien qu'il soit impossible de connaître exactement les différentes perturbations inconnues susceptibles d'intervenir, il est toutefois possible, moyennant la disponibilité d'un minimum d'informations, d'esquisser une description qualitative de ces incertitudes. Par conséquent, les paramètres $[K_{NO}, K_{O,H}, K_{O,A}, K_S]$ peuvent être adaptés en tenant compte de l'effet d'incertitude. Ici, on a choisi d'ajouter à chacun de ces paramètres une fonction de la forme :

$$\Delta(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

Où A est l'amplitude de variation de ces paramètres par rapport à leur valeur nominale. A prend les valeurs suivantes $[\mp 10\%, \mp 10\%, \mp 10\%, \mp 5\%]$. La variable ω est choisie de façon à obtenir 3 périodes tout au long du temps de simulation (14 jours). φ est fixé comme suit $:\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{\pi}{3}, \pi$. Les perturbations simultanées mais asynchrones sont vraisemblablement bien plus importantes que ce qui peut apparaître dans la pratique.

b. Détection de défaut

Après la génération des résidus, la deuxième étape d'une procédure de FDI est la détection de défaut et l'évaluation des résidus. En absence d'incertitude et de perturbations, le résidu est supposé nul quand il n'y a pas de défaut. Toutefois, en pratique, cette situation idéale n'est jamais atteinte et le résidu s'écarte de zéro, même en absence de défaut.

L'évaluation des résidus se compose de deux étages : le choix de la méthode d'évaluation et la sélection du seuil. Selon [Frank et Ding, 1997], le choix de la méthode d'évaluation de résidus joue un rôle important dans la procédure de FDI, puisqu'elle influence sur les performances de la procédure de détection de défaut. Principalement il existe deux méthodes fondamentales pour l'évaluation des résidus. La première s'appuie sur les stratégies d'évaluation de la norme des résidus. Le premier travail basée sur l'évaluation de la norme de résidu a été développée par [Ema-

mi-Naeini et al., 1988]. Ils ont appliqué la moyenne quadratique (RMS) pour évaluer les résidus des systèmes dynamiques en présence d'incertitude de modélisation et des perturbations. Depuis, d'autres fonctions d'évaluation ont été proposées à savoir : la norme L_2 , la valeur crête à crête, la valeur moyenne (voir section (2.2.3) chapitre 2). La deuxième approche d'évaluation se base sur des approches statistiques. Dans [Basseville et Nikiforov, 1993], les lecteurs peuvent trouver des méthodes plus complexes d'évaluation des résidus.

Une fois la fonction d'évaluation déterminée, un seuil peut être sélectionné. Un peu d'attention a été accordé au calcul de seuil pour les systèmes non linéaires [Seliger et Frank, 2000]. Une exigence majeure sur le choix de seuil est d'éviter les fausses alarmes.

Soit r_{ij} les résidus calculés à partir de la différence entre l' $i^{\text{ème}}$ sortie du système et l' $i^{\text{ème}}$ sortie estimée avec l'observateur j

Pour détecter la présence ou non d'un défaut, une comparaison entre une fonction d'évaluation de résidu $r_i(t) = J(r_{ij}(t), j = 1 \dots n)$ et un seuil fixe adaptatif est réalisé. D'une manière booléenne nous pouvons représenter le vecteur code de défaut de la façon suivante :

$$\begin{aligned} r_i(t) &= 0 \text{ pour } r_i(t) \leq T(t) \\ r_i(t) &= 1 \text{ pour } r_i(t) > T(t) \end{aligned}$$

L'ensemble de ces vecteurs forment une table de signature. Dans notre application, $r_i(t) = J(r_{ij}(t), j = 1 \dots n)$ est choisi comme étant la norme 2 du vecteur des résidus, et une constante positive est utilisée pour $T(t)$.

c. Isolation des défauts (ou localisation)

Pour pouvoir localiser un défaut plusieurs résidus (ou vecteurs de résidus) sont souvent indispensables. Pour se faire, on construit une banque de m observateurs (dans notre cas $m = 5$) nombre de capteurs et actionneurs à surveiller, figure (4.30).

d. Résultats de simulation

L'application d'un module de diagnostic à base d'observateurs dépend de l'observabilité du modèle ASM1 réduit. L'étude menée au chapitre précédent, montre que l'observabilité de ce modèle varie selon les conditions d'aération du réacteur.

- En condition de fonctionnement aérobie, le modèle est observable via la seule mesure de la concentration en oxygène dissous.
- En condition de fonctionnement anoxie, le système n'est plus observable, en raison de l'absence d'oxygène dissous dans le réacteur, on a besoin d'une mesure supplémentaire pour rendre le système observable. Cette mesure c'est la concentration en ammoniacque.
- En condition d'anaérobie, le système n'est pas observable.

Le travail de détection et localisation des défauts capteurs et actionneurs sera consacré aux deux modes de fonctionnement possibles dans le traitement par voie biologique : les opérations aérobie et anaérobie.

d.1. cas de fonctionnement aérobie

Les performances de la méthode de détection et localisation de défaut proposée sont illustrées pour deux scenarios de défaut : défauts capteurs et défauts actionneurs.

Défauts capteurs S_{NO} , S_{NH} et S_O

Un défaut additif de 5% sur S_{NO} , de 5% sur S_{NH} et 10% S_O au temps $t=2$ jours. Les figures (4.31), (4.32) et (4.33) représentent les différents résidus simulés. La ligne en rouge schématise le seuil qui est choisi comme étant une constante par rapport au bruit. Par exemple, nous remarquons que pour un défaut sur S_{NH} les résidus r_2 et r_5 sont affectés, alors que les résidus r_1, r_3 et r_4 restent insensibles.

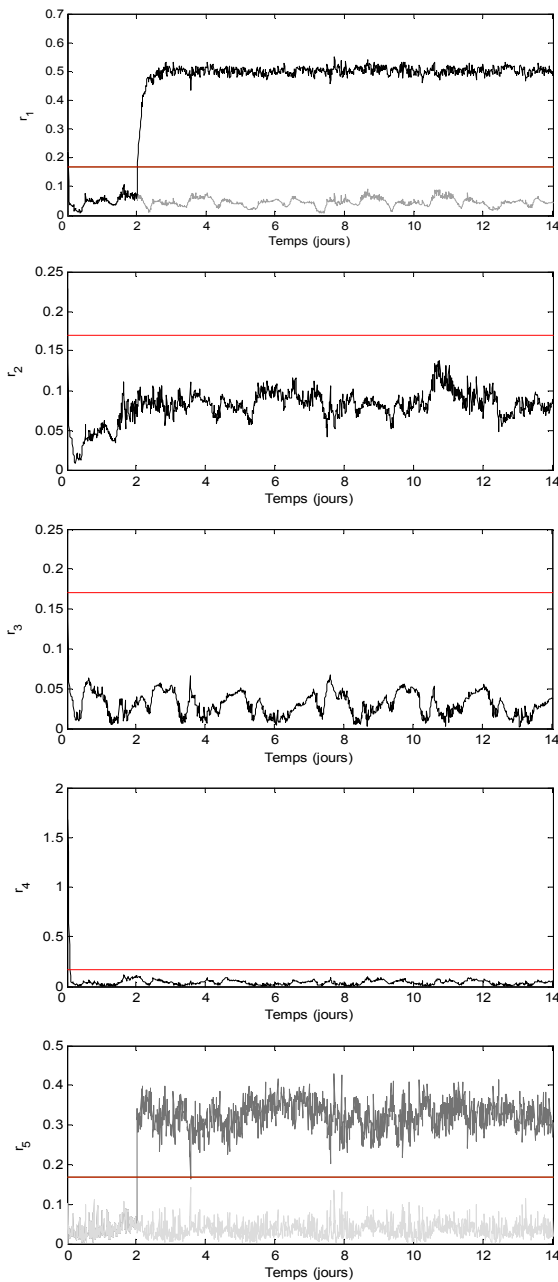


Figure 4.31. Résidus en présence d'un défaut sur le 1^{er} capteur S_{NO} (condition aérobie)

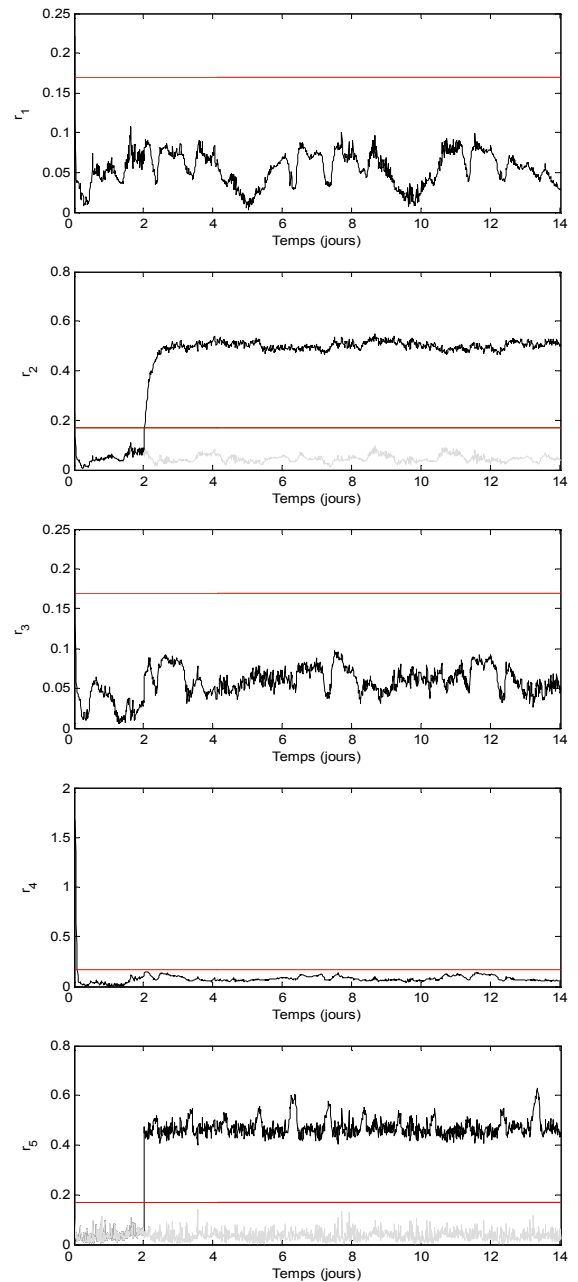


Figure 4.32. Résidus en présence d'un défaut sur le 2^{ème} capteur S_{NH} (condition aérobie)

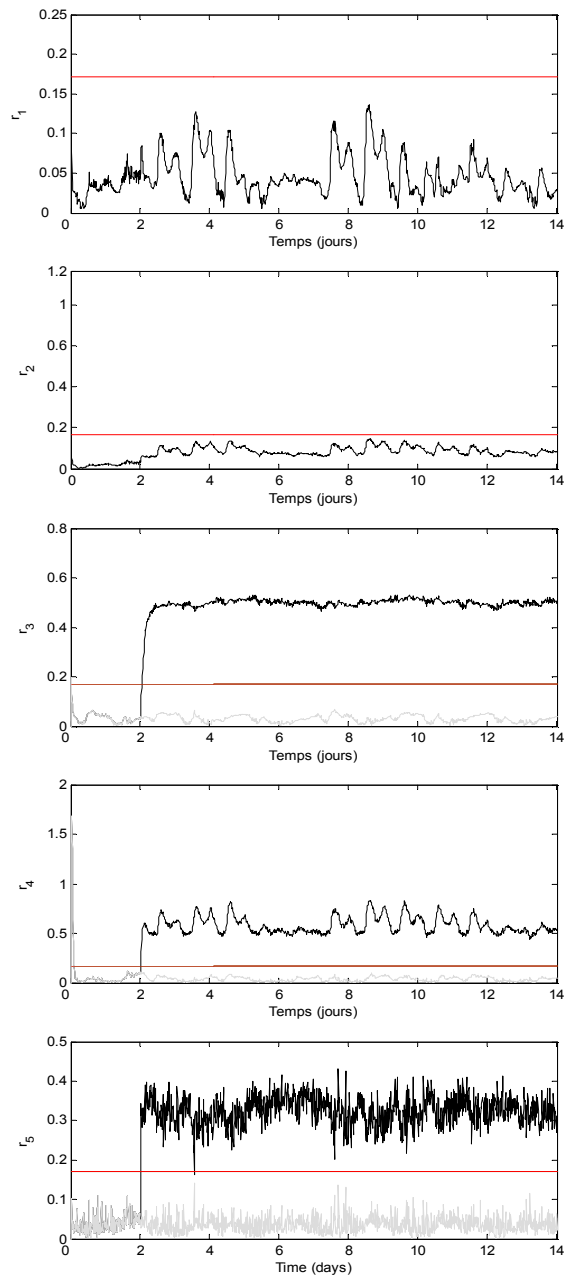
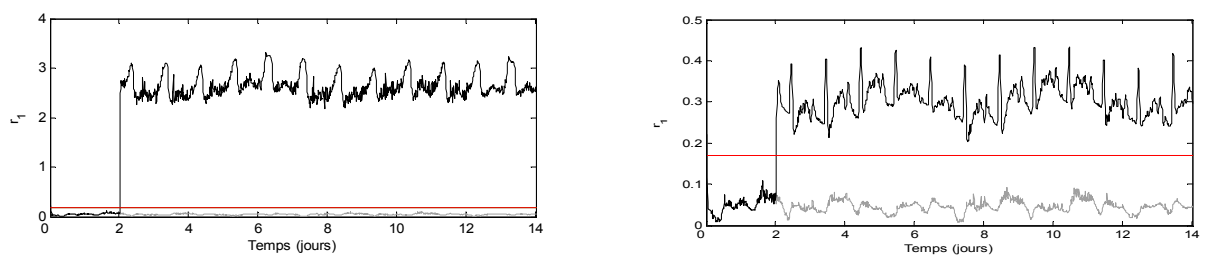


Figure 4.33. Résidus en présence d'un défaut sur le 3^{ème} capteur S_O (condition aérobie)

Défaut actionneur u et Q^{in}



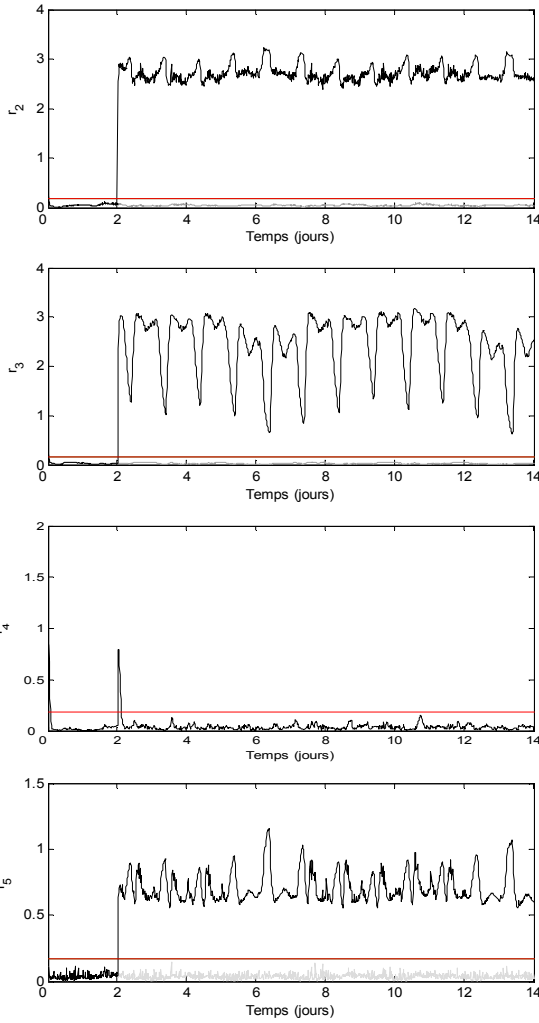


Figure 4.34. Résidus en présence d'un défaut sur le 1^{er} actionneur u (condition aérobie)

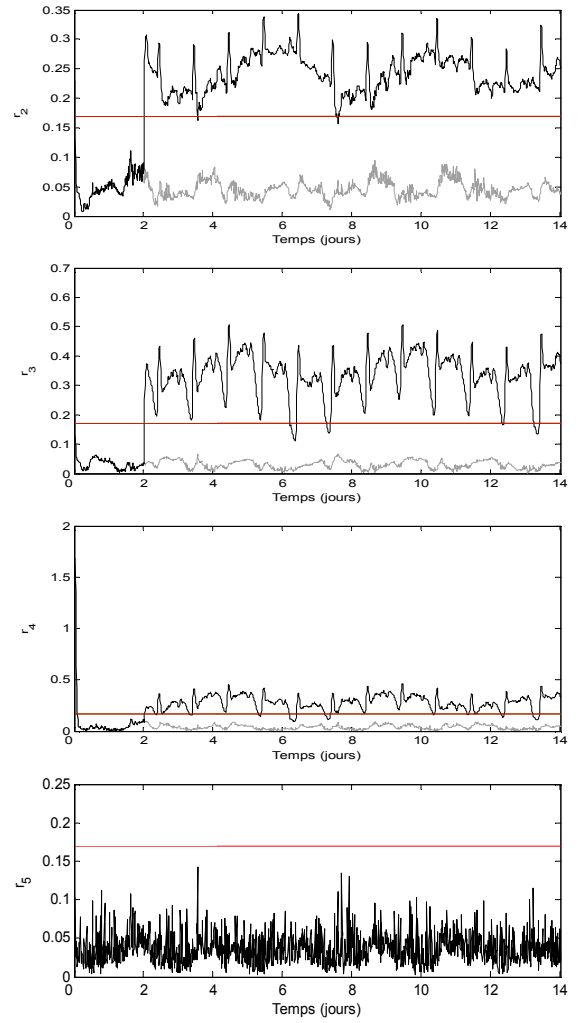


Figure 4.35. Résidus en présence d'un défaut sur le 2^{ème} actionneur Q^{in} (condition aérobie)

Un défaut abrupt d'amplitude +10% sur Q^{in} et -50% sur u au temps $t=2$ jours a été simulé également. Les résultats de simulation sont donnés par les figures (4.34) et (4.35). On peut voir sur la figure (4.35) que seul le résidu r_5 reste insensible au défaut, alors que le reste des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 dépassent le seuil fixé pour indiquer la présence d'un défaut sur Q^{in} .

Le tableau de signature (tableau 4.1) résume les capacités de cette méthode de FDI, dans le cas d'un seul défaut de type additif, survenant éventuellement sur chaque actionneur ou capteur.

	1 ^{er} capteur S_{NO}	2 ^{ème} capteur S_{NH}	3 ^{ème} capteur S_O	1 ^{er} actionneur u	2 ^{ème} actionneur Q^{in}
r_1	1	0	0	1	1
r_2	0	1	0	1	1
r_3	0	0	1	1	1
r_4	0	0	1	0	1
r_5	1	1	1	1	0

Tableau 4.1. Table de signature

Les résidus affectés par le défaut sont représentés par « 1 » sur le table de signature, un « 0 » reflète le fait qu'un résidu est insensible à la présence de ce défaut. La table de signature est fortement localisante (voir chap.2 section 2.2.3).

Le temps de détection joue un grand rôle dans une approche de FDI : par exemple afin de gérer les commandes tolérantes aux défauts, il est important de détecter et isoler les défauts rapidement.

Défaut	Temps d'occurrence de défaut t_0	Amplitude	θ (grand-gain)	Temps de détection t_d
Capteur S_{NO}	$t_0 = 2$ jours	0.5	2	2.82
			6	2.11
			10	2.08
capteur S_{NH}	$t_0 = 2$ jours	0.5	2	2.73
			6	2.15
			10	2.05
Capteur S_O	$t_0 = 2$ jours	0.5	2	3.02
			6	2.18
			10	2.08
Actionneur Q^{in}	$t_0 = 2$ jours	9×10^3	200	2.18
			400	2.10
			1000	2.02
Actionneur u	$t_0 = 2$ jours	0.5	20	2.19
			60	2.11
			100	2.02

Tableau 4.2. Temps de détection des défauts capteurs et actionneurs pour différents valeurs de grand gain θ .

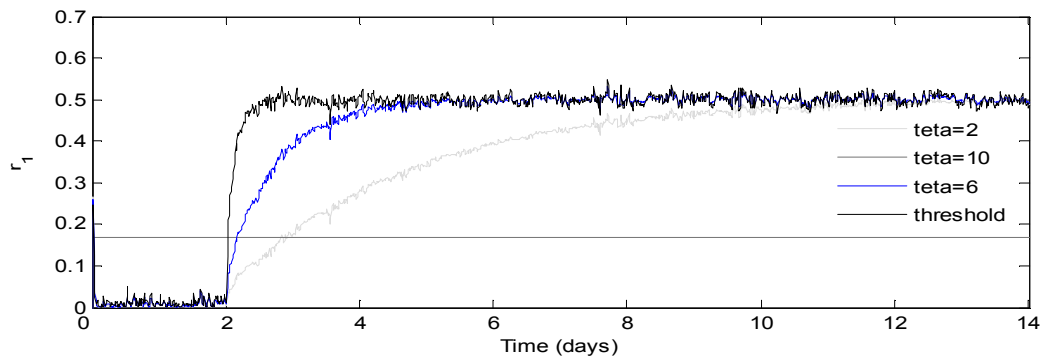


Figure 4.36. Résidus pour la localisation d'un défaut sur le 1^{er} capteur S_{NO} pour différentes valeurs de θ .

Comme le montre la figure (4.36), l'observateur à grand gain a la propriété de récupérer arbitrairement vite le défaut capteur sur S_{NO} . Il est clair aussi, d'après le tableau (4.2), qu'un gain élevé entraîne une amplification de bruit. Le choix de gain θ doit donc satisfaire un compromis entre une détection rapide de défaut et une réduction du bruit de mesure.

d.2. cas de fonctionnement anaérobie

Dans ce qui suit nous représentons les résultats de simulation dans le cas d'une commande qui varie entre $u = 1$ et $u = 0$ (figure 4.37).

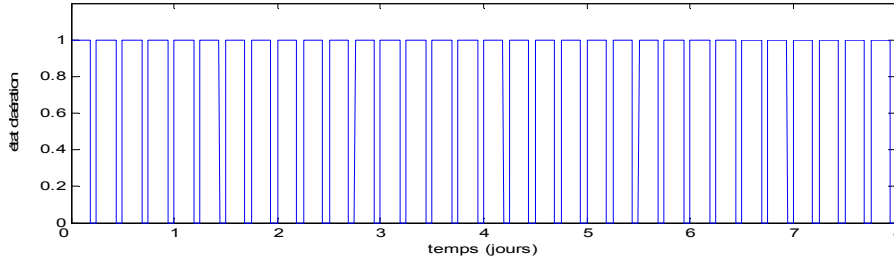


Figure 4.37. Etat d'aérateur.

Dans le cas où la commande $u = 1$, le système est observable donc nous pouvons appliquer le module de diagnostic proposé dans la section (4.8.2). Dans le cas contraire (commande $u = 0$), le système n'est plus observable donc nous forçons les résidus à zéro (figure 4.38).

Défauts capteurs S_{NO} , S_{NH} et S_O

Un défaut additif de 5% sur S_{NO} , de 5% sur S_{NH} et 10% sur S_O au temps $t=2$ jours. Les figures (4.39), (4.40) et (4.41) représentent les différents résidus simulés.

Pour interpréter l'évolution des résidus, on considère seulement les intervalles de temps dans le cas où la commande est égale $u = 1$ et on néglige ceux où le système est inobservable. Par exemple, nous remarquons que pour un défaut sur S_{NH} les résidus r_2 et r_5 sont affectés, alors que les résidus r_1 , r_3 et r_4 restent insensibles.

Défaut actionneur u et Q^{in}

Un défaut abrupt d'amplitude +10% sur Q^{in} et -50% sur u au temps $t=2$ jours. Les résultats de simulation sont donnés par les figures (4.42) et (4.43). En utilisant la même méthode expliquée précédemment, on peut voir sur la figure (4.43) que seul le résidu r_5 reste insensible au défaut, alors que le reste des résidus r_1, r_2, r_3 et r_4 dépassent le seuil fixé pour indiquer la présence d'un défaut sur Q^{in} .

Finalement, nous obtenons une table de signature identique à celle de fonctionnement aérobie. Ainsi, nous pouvons conclure que la méthode suivie pour dépasser le problème d'inobservabilité du modèle dans le cas du fonctionnement anaérobie permet de conduire à une table de signatures fortement localisante permettant de détecter l'origine d'un défaut.

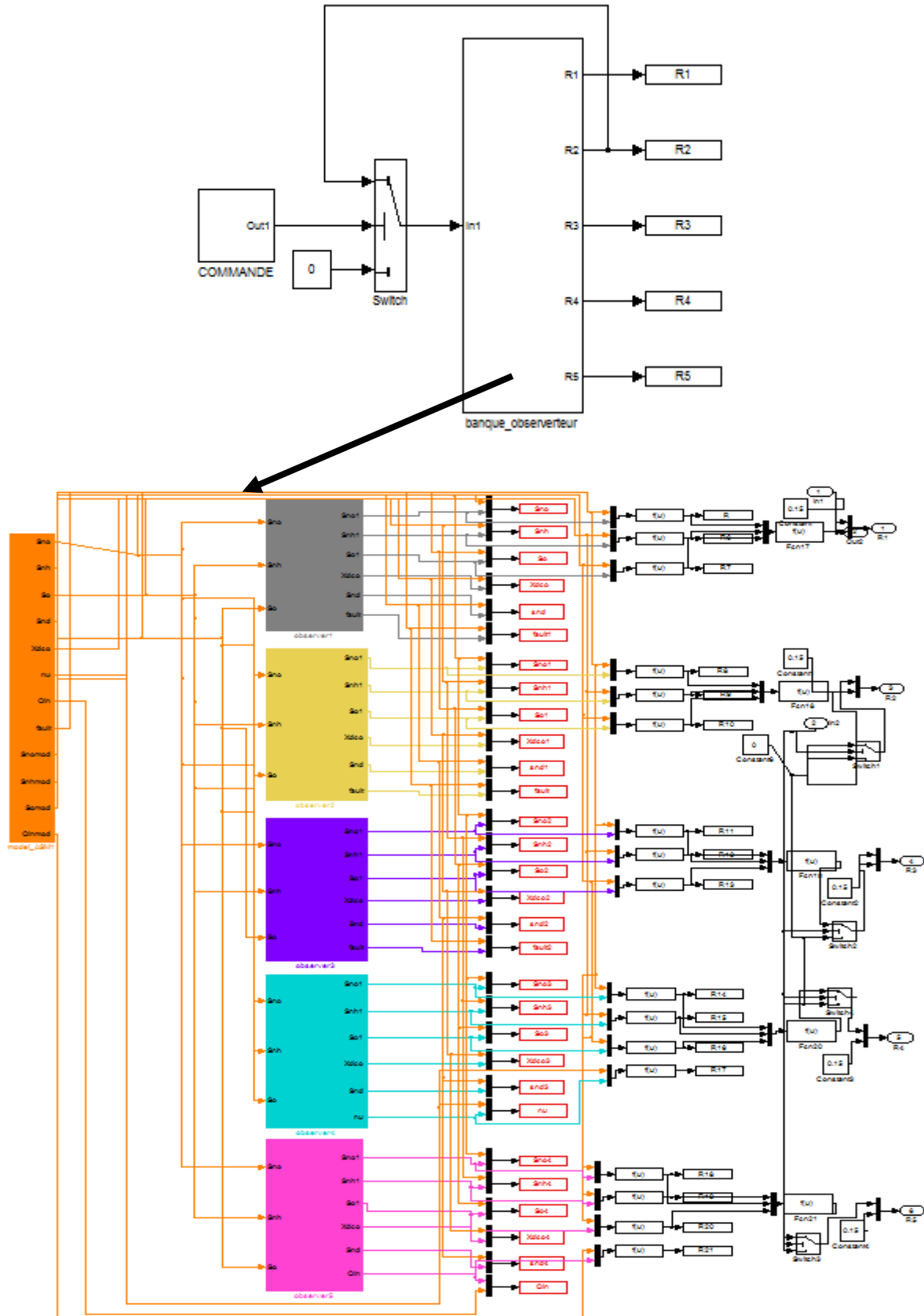


Figure 4.38. Diagramme Simulink de FDI dans le cas où la commande commute entre $u = 1$ et $u = 0$.

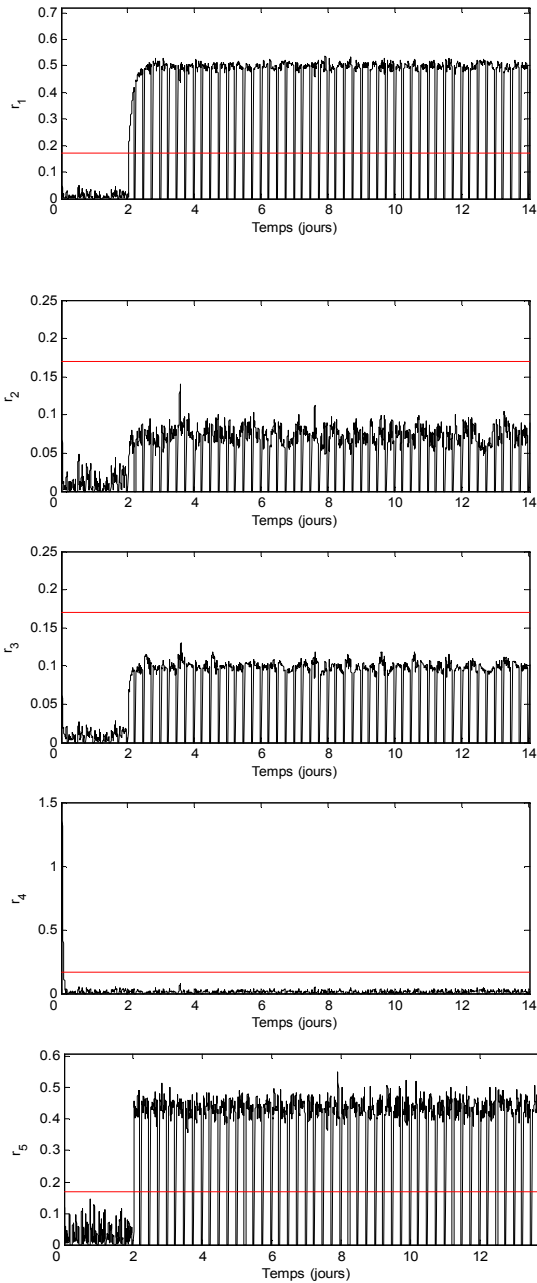


Figure 4.39. Résidus en présence d'un défaut sur le 1^{er} capteur S_{NO} (condition anaérobie)

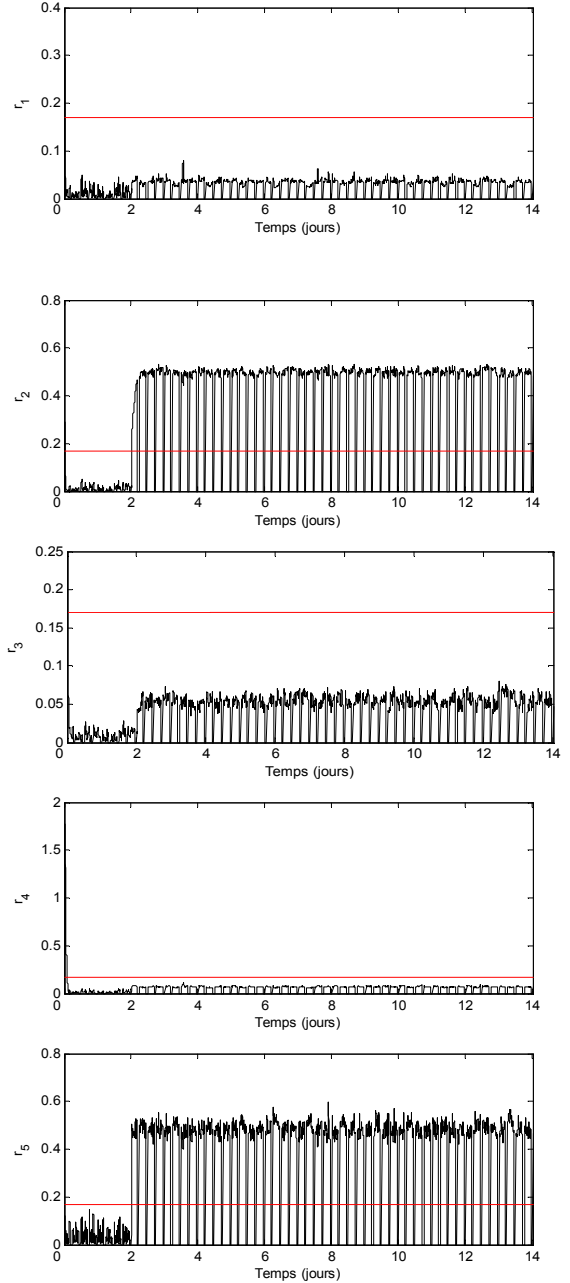
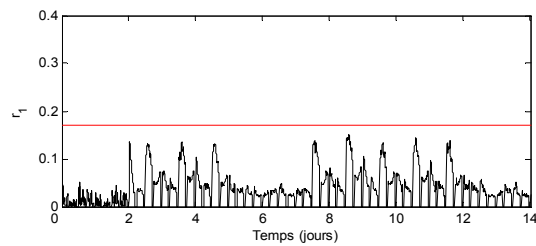


Figure 4.40. Résidus en présence d'un défaut sur le 2^{ème} capteur S_{NH} (condition anaérobie)



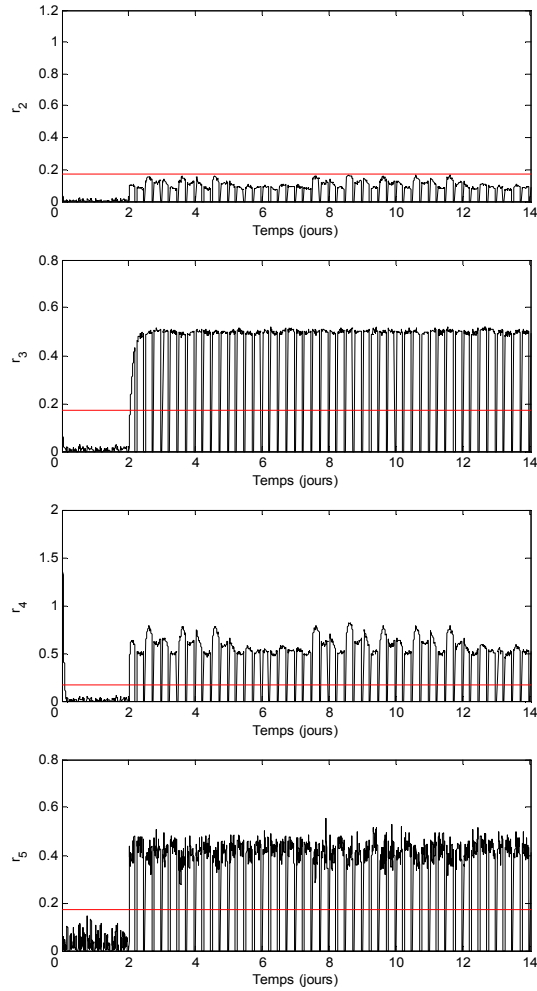
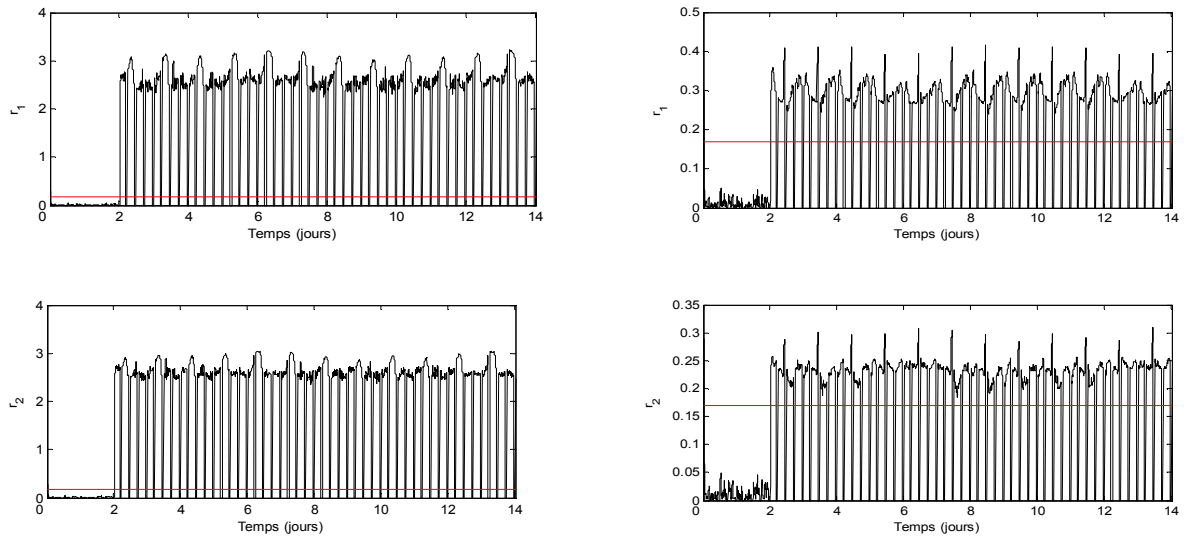


Figure 4.41. Résidus en présence d'un défaut sur le 3^{ème} capteur S_0 (condition anaérobie)



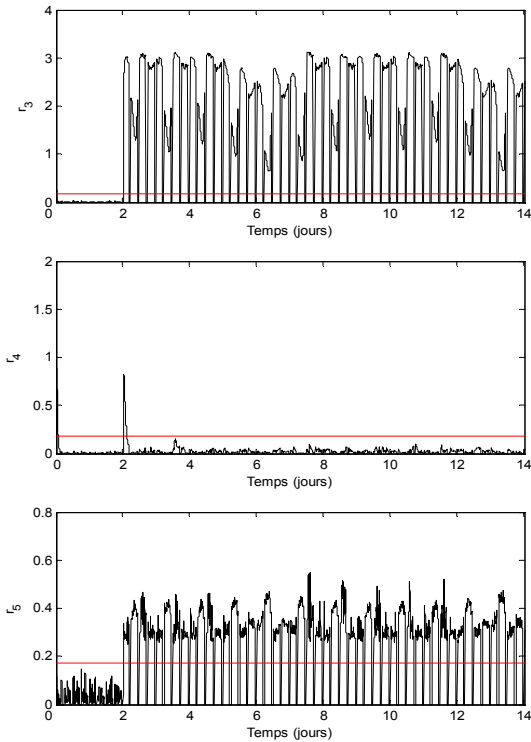


Figure 4.42. Résidus en présence d'un défaut sur le 1^{er} actionneur u (condition anaérobie)

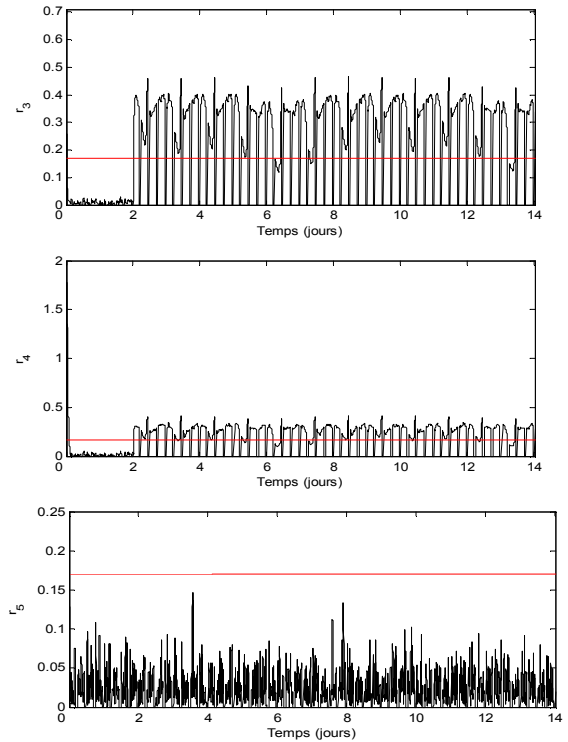


Figure 4.43. Résidus en présence d'un défaut sur le 2^{ème} actionneur Q^{in} (condition anaérobie)

4.10. Conclusion

Une méthode d'identification et de reconstruction des défauts pour une classe des systèmes non linéaires a été proposée dans la première partie de ce chapitre. Cette approche est basée sur la théorie d'observabilité des entrées inconnues. Les défauts capteurs et actionneurs sont considérés comme des entrées inconnues. Notre théorie, conduit naturellement à l'utilisation d'un observateur grand gain de Luenberger. Un modèle ASM1 réduit fournit l'étude du cas idéal. Les résultats de simulation sur une station d'épuration biologique montre l'efficacité de cette méthode et sa capacité à reconstruire les défauts avec une grande précision, même en présence de bruit.

Basée sur la théorie d'observabilité des entrées inconnues, la deuxième partie de ce chapitre est consacrée à la présentation d'une méthode de détection et d'isolation de défauts. Le schéma de FDI est basé sur une banque d'observateurs à grand gain de Luenberger. En mettant en œuvre cette banque d'observateurs, il est possible de calculer différents vecteurs résidus qui sont comparés par la suite à un certain seuil fixe et permettant ainsi de détecter l'existence ou non d'un défaut capteur ou actionneur et de localiser l'organe défectueux. L'implémentation de cette méthode de FDI au même modèle ASM1 réduit, en présence de bruit de mesures et d'incertitudes sur les paramètres cinétiques conduit à une table de signature fortement localisante.