

Présentation des outils numériques

Sommaire

2.1	Théorie de l'écoulement potentiel	16
2.1.1	Équation principale	16
2.1.2	Conditions aux limites	17
2.1.3	Solution intégrale	18
2.2	Méthode des singularités	20
2.2.1	Source tridimensionnelle	21
2.2.2	Source bidimensionnelle	21
2.2.3	Doublet tridimensionnel	21
2.2.4	Doublet bidimensionnel	22
2.2.5	Tourbillon	22
2.3	Théorie des images	23
2.4	Code potentiel bidimensionnel	24
2.5	Code potentiel tridimensionnel	25
2.6	Technique des vitesses de transpiration	26

2.1 Théorie de l'écoulement potentiel

Dans cette section, la théorie de l'écoulement potentiel est présentée. Une partie de cette description est fortement inspirée de Katz and Plotkin (2001), une référence incontournable du domaine.

2.1.1 Équation principale

On considère un domaine de fluide V entouré par les surfaces $S = S_B + S_W + S_\infty$ où S_B désigne la surface d'un corps solide, S_W la surface de sillage et S_∞ la surface à l'infini représente la limite extérieure (voir la Figure 2.1). Les vecteurs normaux \vec{n} sont définis de telle façon qu'ils pointent vers l'extérieur du domaine de fluide.

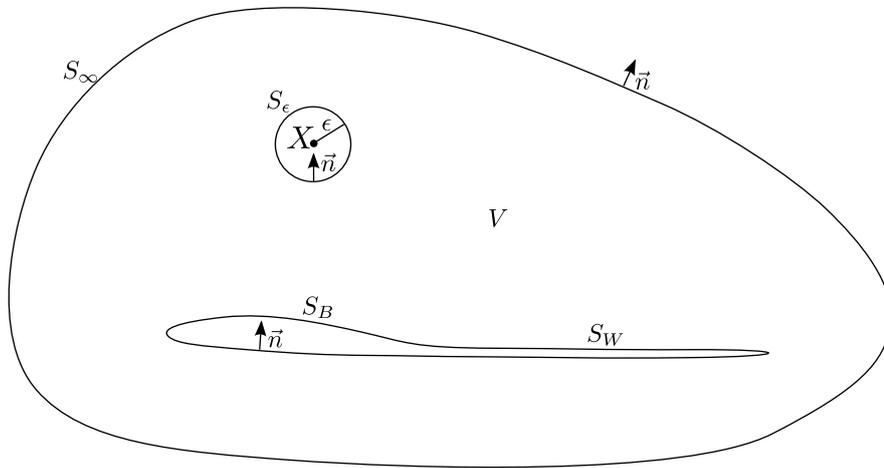


Figure 2.1. Définition du problème potentiel

Si on suppose que le fluide est incompressible, l'équation de la conservation de masse autrement appelée l'équation de la continuité peut s'écrire comme suit :

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0 \quad (2.1)$$

Si de plus on suppose que le fluide est non-visqueux et irrotationnel, les vitesses dérivent d'un gradient d'une fonction scalaire Φ appelée potentiel des vitesses.

$$\vec{v} = \vec{\nabla} \Phi \quad (2.2)$$

La substitution de l'Equation 2.2 dans l'Equation 2.1 amène à une équation différentielle appelée l'équation de Laplace (baptisée d'après Pierre-Simon De Laplace 1749-1827) :

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (2.3)$$

Cette équation est l'équation principale du problème. Les pressions sont calculées à partir de la relation de Bernoulli qui dérive des hypothèse précédentes à partir des équations de conservation de la quantité de mouvement.

2.1.2 Conditions aux limites

2.1.2.1 Condition de glissement

Sur la surface solide, puisque l'on néglige l'effet visqueux, la condition d'adhérence (vitesse relative nulle à la paroi) n'est plus utilisable. Elle doit donc être remplacée par la condition de glissement dans le repère fixé sur le corps solide :

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = \vec{\nabla} \Phi \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{sur } S_B \quad (2.4)$$

2.1.2.2 Condition à l'infini

De plus, les vitesses de perturbation induites par le corps doivent s'atténuer en s'éloignant du corps :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left(\vec{\nabla} \Phi - \vec{U}_\infty \right) = 0 \quad (2.5)$$

où r désigne la distance entre le point considéré et le corps et \vec{U}_∞ est la vitesse en amont. Cette condition est appelée la condition de régularité (atténuation) à l'infini.

2.1.2.3 Condition de Kutta

Spécifiquement pour les simulations potentielles des corps portants, une condition supplémentaire doit être respectée, la condition de Kutta. Elle spécifie que l'écoulement sort doucement du bord de fuite d'un corps portant et que la vitesse au bord de fuite est finie. Elle est généralement traduite par le fait qu'au bord de fuite la différence de pression entre les deux cotés : l'intrados et l'extrados est nulle.

$$\Delta P_{TE} = 0 \quad (2.6)$$

En réalité, la portance est liée à l'effet visqueux. Pour les codes de calcul de type Navier-Stokes, il suffit pour simuler des corps portants que l'écoulement soit visqueux, qu'il soit laminaire ou turbulent. On ne peut pas simuler la portance avec un code de type Euler. La meilleure illustration du fait que la portance est liée à la viscosité est le cas du cylindre tournant. Quand un cylindre est placé dans un écoulement uniforme, l'écoulement autour du cylindre est symétrique (voir la Figure 2.2(a)). Lorsque le cylindre tourne, la rotation va modifier l'écoulement autour du cylindre par frottement et crée ainsi une circulation. L'écoulement résultant est asymétrique. D'un côté, le fluide est accéléré et la pression diminue. De l'autre côté le fluide est ralenti et la pression augmente. La différence de pression génère la portance, l'effort perpendiculaire à la vitesse en amont, voir la Figure 2.2(b). Cet effet est appelé l'effet Magnus (baptisé après Heinrich Gustav Magnus 1802-1870). Sans l'effet de la viscosité, l'écoulement serait identique à celui de la Figure 2.2(a) et la portance serait nulle. La théorie des profils portants est basée sur l'étude du cylindre tournant. La relation de Joukowski permet de relier la portance à la circulation. Pour simuler l'effet visqueux on rajoute un tourbillon centré qui force la rotation de l'écoulement en générant ainsi de la circulation et donc de la portance. Par

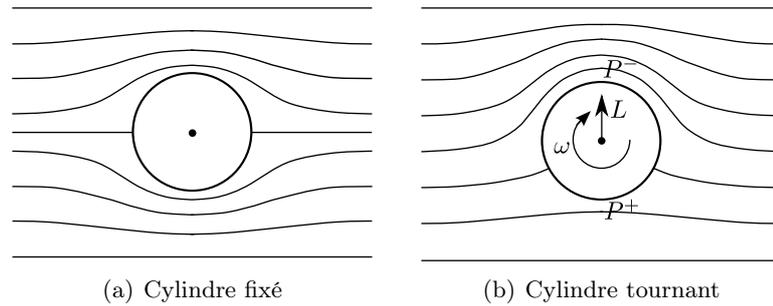


Figure 2.2. Effet Magnus sur un cylindre tournant

transformation conforme de Joukovski, on met en évidence la nécessité de placer un point d'arrêt au bord de fuite.

En écoulement non-visqueux autour d'un profil, on doit donc ajouter cette condition supplémentaire. Cette condition dite de Kutta permet de forcer un point d'arrêt au bord de fuite simulant ainsi l'action de la viscosité sur les lignes de courant. Si on considère un foil placé en incidence dans un écoulement de fluide parfait, sans la condition de Kutta, le point d'arrêt en aval ne coïncide pas avec le bord de fuite et la portance est nulle, voir la Figure 2.3(a). Avec la condition de Kutta, le point d'arrêt en aval coïncide avec le bord de fuite et la portance estimée est alors très voisine de la portance réelle, voir la Figure 2.3(b). Cette modélisation est pertinente tant qu'il n'y a pas présence de décollement de la couche limite. A fort nombre de Reynolds et pour des petits angles d'attaque, le décollement de la couche limite ne se produit pas ce qui est le cas des sections de pale d'hélice qui sont bien sûr conçues pour cela.

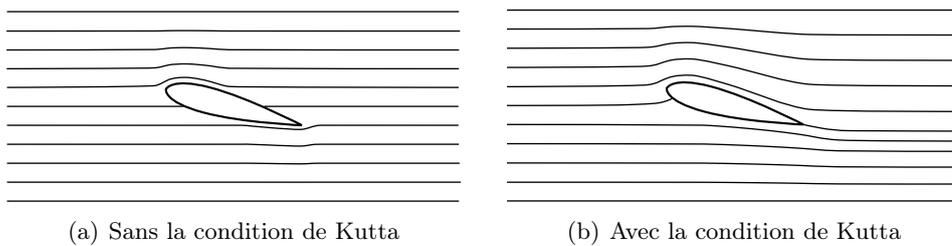


Figure 2.3. Effet de la condition de Kutta sur l'écoulement de fluide parfait autour d'un foil

2.1.3 Solution intégrale

L'équation de Laplace (Equation 2.3) doit être déterminée pour le domaine fluide défini à la Figure 2.1. On suppose que les fonctions scalaires Φ_1 et Φ_2 sont des solutions de l'équation de Laplace. En utilisant le théorème de la divergence pour réduire le domaine de calcul volumique en un domaine surfacique, on écrit

$$\int_S \left(\Phi_1 \vec{\nabla} \Phi_2 - \Phi_2 \vec{\nabla} \Phi_1 \right) \cdot \vec{n} dS = \int_V \left(\Phi_1 \nabla^2 \Phi_2 - \Phi_2 \nabla^2 \Phi_1 \right) dV \quad (2.7)$$

De plus, on définit $\Phi_1 = G$ et $\Phi_2 = \Phi$ où G désigne la fonction de Green et Φ la fonction potentielle de vitesse. L'Equation 2.7 se réduit à :

$$\int_S \left(G \vec{\nabla} \Phi - \Phi \vec{\nabla} G \right) \cdot \vec{n} \, dS = 0 \quad (2.8)$$

Maintenant on considère le point X situé dans le domaine volumique V . Ce point X est entouré par une petite sphère de rayon ϵ . On obtient alors

$$\int_{S+S_\epsilon} \left(G \vec{\nabla} \Phi - \Phi \vec{\nabla} G \right) \cdot \vec{n} \, dS = 0 \quad (2.9)$$

La fonction de Green G est choisie de telle manière que la condition d'atténuation à l'infini (Equation 2.5) soit satisfaite. Dans le cas tridimensionnel, elle est choisie comme suit :

$$G = \frac{1}{r} \quad (2.10)$$

L'Equation 2.9 devient

$$\int_{S+S_\epsilon} \left(\frac{1}{r} \vec{\nabla} \Phi - \Phi \vec{\nabla} \frac{1}{r} \right) \cdot \vec{n} \, dS = 0 \quad (2.11)$$

Afin de déterminer la valeur de la fonction Φ au point X , on utilise la coordonnée sphérique. Le vecteur \vec{n} équivaut à $-\vec{e}_r$, $\vec{n} \cdot \vec{\nabla} \Phi = -\partial\Phi/\partial r$ et $\vec{\nabla} 1/r = -(1/r^2)\vec{e}_r$ avec $-\vec{e}_r = \frac{-\vec{r}}{r}$. On obtient

$$-\int_{S_\epsilon} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{\Phi}{r^2} \right) dS + \int_S \left(\frac{1}{r} \vec{\nabla} \Phi - \Phi \vec{\nabla} \frac{1}{r} \right) \cdot \vec{n} \, dS = 0 \quad (2.12)$$

On suppose que la fonction Φ ne varie pas beaucoup dans la petite sphère ($\epsilon \rightarrow 0$), $\partial\Phi/\partial r \approx 0$. De plus, $\int_{S_\epsilon} dS = 4\pi\epsilon^2$. Le terme intégral sur la surface sphérique ϵ est donc

$$-\int_{S_\epsilon} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{\Phi}{r^2} \right) dS = -\int_{S_\epsilon} \left(\frac{\Phi}{r^2} \right) dS = -4\pi\Phi(X) \quad (2.13)$$

L'Equation 2.9 devient alors

$$\Phi(X) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left(\frac{1}{r} \vec{\nabla} \Phi - \Phi \vec{\nabla} \frac{1}{r} \right) \cdot \vec{n} \, dS \quad (2.14)$$

On considère maintenant l'écoulement interne à l'intérieur de la surface S_B . Le Φ_i désigne le potentiel interne. En combinant l'Equation 2.8 et l'Equation 2.10, on obtient

$$0 = \frac{1}{4\pi} \int_{S_B} \left(\frac{1}{r} \vec{\nabla} \Phi_i - \Phi_i \vec{\nabla} \frac{1}{r} \right) \cdot \vec{n} \, dS \quad (2.15)$$

En prenant l'influence du potentiel interne, l'Equation 2.14 devient

$$\begin{aligned} \Phi(X) &= \frac{1}{4\pi} \int_{S_B} \left(\frac{1}{r} \vec{\nabla} (\Phi - \Phi_i) - (\Phi - \Phi_i) \vec{\nabla} \frac{1}{r} \right) \cdot \vec{n} \, dS \\ &\quad + \frac{1}{4\pi} \int_{S_W+S_\infty} \left(\frac{1}{r} \vec{\nabla} \Phi - \Phi \vec{\nabla} \frac{1}{r} \right) \cdot \vec{n} \, dS \end{aligned} \quad (2.16)$$

L'intégrale sur la surface à l'infini peut être définie comme

$$\Phi_\infty(X) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_\infty} \left(\frac{1}{r} \vec{\nabla} \Phi - \Phi \vec{\nabla} \frac{1}{r} \right) \cdot \vec{n} \, dS \quad (2.17)$$

Pour un écoulement uniforme :

$$\vec{\nabla} \Phi_\infty = U_\infty \vec{x} + V_\infty \vec{y} + W_\infty \vec{z} \quad (2.18)$$

Dans le cas d'une hélice, il faut ajouter la vitesse due à la rotation de l'hélice.

$$\vec{\nabla} \Phi_\infty = U_\infty \vec{x} + V_\infty \vec{y} + W_\infty \vec{z} + \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (2.19)$$

De plus, la surface de sillage S_W est supposée être fine, tel que le potentiel soit constant à travers cette surface, $\partial\Phi/\partial n = 0$. L'Equation 2.16 devient

$$\Phi(X) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_B} \left(\frac{1}{r} \vec{\nabla} (\Phi - \Phi_i) - (\Phi - \Phi_i) \vec{\nabla} \frac{1}{r} \right) \cdot \vec{n} \, dS - \frac{1}{4\pi} \int_{S_W} \Phi \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} \, dS + \Phi_\infty \quad (2.20)$$

On définit

$$-\sigma = \frac{\partial\Phi}{\partial n} - \frac{\partial\Phi_i}{\partial n} \quad (2.21)$$

et

$$-\mu = \Phi - \Phi_i \quad (2.22)$$

L'Equation 2.20 peut donc s'écrire

$$\Phi(X) = -\frac{1}{4\pi} \int_{S_B} \left(\sigma \frac{1}{r} - \mu \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} \right) \, dS + \frac{1}{4\pi} \int_{S_W} \mu \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} \, dS + \Phi_\infty(X) \quad (2.23)$$

Enfin, on peut déterminer le potentiel Φ au point X dans le domaine V à partir de la valeur des sources σ et doublets μ distribués sur les surfaces S_B et S_W . Par conséquent, le problème est réduit à la détermination de ces quantités.

Dans le cas bidimensionnel, l'intégrale surfacique est remplacée par l'intégrale curviligne et la fonction de Green G est choisie comme suit :

$$G = \ln r \quad (2.24)$$

De la même manière, le potentiel bidimensionnel peut se déterminer par l'équation suivante :

$$\Phi(X) = \frac{1}{2\pi} \int_{S_B} \left(\sigma \ln r - \mu \frac{\partial}{\partial n} (\ln r) \right) \, dS - \frac{1}{2\pi} \int_{S_W} \mu \frac{\partial}{\partial n} (\ln r) \, dS + \Phi_\infty(X) \quad (2.25)$$

2.2 Méthode des singularités

La méthode est basée sur l'utilisation de solutions élémentaires de l'équation de Laplace. Ces solutions peuvent être utilisées comme des éléments pour simuler un écoulement similaire à un écoulement réel. Ces éléments sont appelés des singularités car le coeur de

ces éléments est une fonction qui présente un point singulier (mathématiquement non-défini, par exemple division par zéro). Afin de simuler un écoulement, il faut distribuer des singularités au bon endroit et avec la bonne intensité. Les singularités ponctuelles tridimensionnelles ainsi que bidimensionnelles sont présentées ici. Ces singularités ponctuelles peuvent ensuite être distribuées de façon linéique ou surfacique de manière à représenter les surfaces des obstacles solides ou les nappes tourbillonnaires.

2.2.1 Source tridimensionnelle

La source σ est la singularité dont le champ de vitesse n'a que la composante radiale, voir la Figure 2.4. C'est une des deux solutions élémentaires présentées dans l'Equation 2.23.

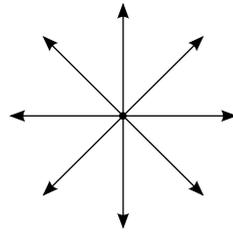


Figure 2.4. Champ de vitesse dû à une source

Le potentiel d'une source a alors la forme suivante :

$$\Phi = -\frac{\sigma}{4\pi r} \quad (2.26)$$

où σ est l'intensité de la source. Le champ de vitesse qui est le gradient du potentiel est

$$\vec{v} = -\frac{\sigma}{4\pi r^3} \vec{r} \quad (2.27)$$

2.2.2 Source bidimensionnelle

Pour l'écoulement bidimensionnel, le potentiel d'une source σ a la forme

$$\Phi = \frac{\sigma}{2\pi} \ln r \quad (2.28)$$

et le champ de vitesse résultant est :

$$\vec{v} = \frac{\sigma}{2\pi r^2} \vec{r} \quad (2.29)$$

2.2.3 Doublet tridimensionnel

L'autre solution élémentaire présentée dans l'Equation 2.23 est le doublet μ . Mathématiquement, elle équivaut à deux sources dont les intensités sont opposées (positive et négative) et la distance entre les deux sources approche de zéro ($\lim l \rightarrow 0$). Le champ

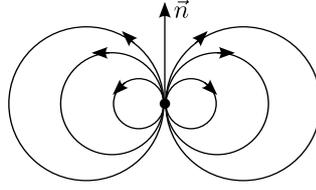


Figure 2.5. Champ de vitesse dû à un doublet

de potentiel et le champ de vitesse dus à un doublet dépendent du vecteur porteur \vec{n} du doublet (voir la Figure 2.5). Le champ de potentiel dû au doublet a la forme

$$\Phi = \frac{\mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) \quad (2.30)$$

Dans un repère cartésien si le doublet est placé à l'origine (0,0,0) du repère et le vecteur \vec{n} s'aligne sur le vecteur \vec{x} , les trois composantes du champ de vitesse dû au doublet sont

$$u = \frac{\mu}{4\pi} \frac{y^2 + z^2 - 2x^2}{[x^2 + y^2 + z^2]^{5/2}} \quad (2.31)$$

$$v = \frac{3\mu}{4\pi} \frac{xy}{[x^2 + y^2 + z^2]^{5/2}} \quad (2.32)$$

$$w = \frac{3\mu}{4\pi} \frac{xz}{[x^2 + y^2 + z^2]^{5/2}} \quad (2.33)$$

2.2.4 Doublet bidimensionnel

Similaires aux sources, les doublets μ ont également une forme bidimensionnelle. Le champ de potentiel bidimensionnel du doublet est

$$\Phi = \frac{\mu}{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} (\ln r) \quad (2.34)$$

Les deux composantes du champ de vitesse dû à un doublet placé à l'origine (0,0,0) dans un repère cartésien avec le vecteur \vec{n} aligné sur le vecteur \vec{x} sont

$$u = \frac{\mu}{2\pi} \frac{x^2 - y^2}{[x^2 + y^2]^2} \quad (2.35)$$

$$v = \frac{\mu}{2\pi} \frac{2xy}{[x^2 + y^2]^2} \quad (2.36)$$

2.2.5 Tourbillon

Le tourbillon Γ est une autre solution élémentaire de l'équation de Laplace qui n'est pas utilisé dans l'Equation 2.23 mais qui est couramment utilisé dans des simulations potentielles. C'est cette singularité qui est utilisée pour faire tourner l'écoulement et donc générer la circulation autour du cylindre tournant. Contrairement aux sources, le champ

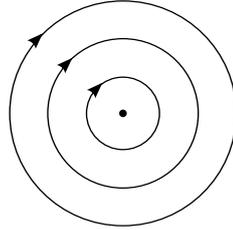


Figure 2.6. Champ de vitesse dû à un tourbillon

de vitesse dû à un tourbillon n'a pas de composante radiale. Il n'a que la composante tangentielle, voir la Figure 2.6. Le champ de potentiel dû au tourbillon est

$$\Phi = -\frac{\Gamma}{2\pi}\theta \quad (2.37)$$

Le champ de vitesse est donc

$$\vec{v} = -\frac{\Gamma}{2\pi r}\vec{e}_\theta \quad (2.38)$$

2.3 Théorie des images

Dans le cas d'un écoulement qui présente une symétrie par rapport à un plan, le calcul du corps complet conduit à des distributions de singularités de même intensité de chaque côté du plan de symétrie. La méthode des images consiste à ne considérer que la distribution de singularités sur le demi-corps placé d'un côté de la paroi et à prendre en compte l'effet de la distribution symétrique fictive de singularités à l'aide de ses coefficients d'influence potentielle associés. Le calcul ainsi effectué sur le demi-corps divise par deux le nombre d'inconnues du système à résoudre, ce qui représente une réduction importante du temps de calcul. Cette méthode permet également de ne mailler que le demi-corps.

Cette méthode garantit une condition de vitesse normale nulle dans le plan de symétrie. Elle permet donc également de modéliser une paroi réelle, laquelle se caractérise en écoulement potentiel par un champ de vitesse dont la composante normale à la paroi est nulle. Lors de l'étude en tunnel hydrodynamique ou en soufflerie aérodynamique de l'écoulement autour d'un corps confiné par les parois de la section d'essais, l'influence de ces parois doit être considérée. La méthode des images permet de prendre en compte l'influence des parois sur l'écoulement autour du corps. Ce dernier réduit la section de passage. L'écoulement perturbé par l'obstacle entraîne une modification des pressions et donc des efforts hydrodynamiques exercés sur le corps.

Dans le cas 2D, l'effet des deux parois est pris en compte en développant une série de corps images, c'est-à-dire des corps symétriques deux à deux par rapport aux deux parois.

Dans le cas 3D, l'extension de la méthode des images consiste à développer des séries de corps images dans les deux directions perpendiculaires à l'écoulement amont. En 2D comme en 3D, les coefficients d'influence diminuent rapidement avec la distance. Pour cette raison une série de 3 à 5 images suffit généralement pour prendre en compte les parois de la section d'essais avec une précision suffisante.

2.4 Code potentiel bidimensionnel

Le code bidimensionnel permet la simulation des écoulements bidimensionnels, stationnaires et subcavitants, autour d'un hydrofoil, en milieu infini, ou en milieu confiné entre deux plans parallèles. La méthode retenue pour modéliser l'écoulement est un couplage fluide parfait – couche limite intégrale classique, avec le confinement éventuel réalisé par la méthode des images exacte. Le code a été vérifié par rapport à XFOIL (Drela, 2001) en milieu infini (Leroux, 2003).

Le calcul fluide parfait est réalisé par une méthode des singularités. L'écoulement est modélisé par une répartition de sources et de tourbillons sur l'hydrofoil. L'écriture des conditions limites du problème fournit les équations permettant de calculer les singularités. La condition de glissement sur chaque facette fournit N équations. La condition de Kutta au bord de fuite fournit l'équation supplémentaire, nécessaire au calcul de l'intensité de la répartition constante de tourbillons. Le problème est écrit et résolu directement en vitesse de perturbation, par dérivation du potentiel de perturbation complexe.

Le confinement est pris en compte par la méthode des images. Dans ce cas, plutôt que d'utiliser un nombre fini d'images jusqu'à convergence, les nouveaux coefficients d'influences ont été obtenus à partir du calcul analytique classique des potentiels complexes d'une source ou d'un tourbillon entre deux parois parallèles.

Le calcul de la couche limite est réalisé par une méthode intégrale à deux équations. Les deux ouvrages de Cousteix (1988, 1989), ont été largement exploités. L'équation de Von Karman (équation intégrale de quantité de mouvement) et l'équation d'entraînement (équation globale de continuité) sont intégrées conjointement à partir de la donnée de la vitesse extérieure, par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (Demailly, 1991). Ces équations ont été écrites pour les inconnues θR_θ et $\delta_1 R_{\delta_1}$, ce qui réduit les difficultés numériques d'intégration notamment au voisinage du point d'arrêt.

Les relations de fermeture sont déduites en laminaire des solutions auto semblables de Falkner-Skan et Hartree, et en turbulent de l'étude des couches limites d'équilibre. Ceci permet de tenir compte du gradient de pression. En turbulent le taux de turbulence extérieure est pris en compte dans les équations. Il intervient également dans le critère de transition, type enveloppe e^n , retenu. La zone de transition laminaire - turbulent est calculée en pondérant les propriétés des couches limites laminaire et turbulente fictives par un facteur d'intermittence basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement, avec l'hypothèse que les couches limites fictives ont même valeur de la quantité δ_1/δ .

Ce type de calcul en mode direct (vitesse extérieure donnée) devient singulier au voisinage d'un décollement. Ainsi, quand le coefficient de frottement pariétal s'annule en laminaire, nous avons choisi de retourner 2 facettes en amont, et de forcer la transition en utilisant un facteur d'intermittence adapté. En turbulent, quand le facteur de forme dépasse 2.65 au voisinage du bord de fuite, le calcul est stoppé et l'épaisseur de déplacement est prolongée arbitrairement.

Le couplage entre les deux calculs est réalisé par vitesses de transpiration, dérivées de l'épaisseur de déplacement. Ainsi la couche limite est prise en compte dans le calcul fluide parfait comme une modification des conditions limites à la paroi de l'hydrofoil. Ceci

évite notamment d'avoir à remailler l'hydrofoil épaissi de l'épaisseur de déplacement, ainsi que le calcul de nouveaux coefficients d'influences.

Une légère sous-relaxation sur la vitesse de l'écoulement extérieur a de plus été nécessaire pour stabiliser la convergence. Le critère de convergence retenu porte sur le nombre de chiffres stables des modules de la résultante des efforts de pression d'une part, et de la résultante des efforts de frottement d'autre part.

2.5 Code potentiel tridimensionnel

Le code tridimensionnel utilisé pour ce développement appartient à la catégorie des codes potentiels de deuxième génération dans le vocabulaire de Hoeijmakers (1992). Il n'est pas utile de rentrer dans les détails de la théorie utilisée dans ce code qui a déjà été apportée auparavant (Laurens, 2002). Disons que, dans les grandes lignes ; il utilise une condition de Dirichlet, $\Phi = 0$, pour l'intérieur du corps, les deux problèmes, intérieur et extérieur (celui qui nous intéresse), étant raccordés à la frontière c'est-à-dire à la surface du corps. Les surfaces mouillées sont discrétisées en facettes du premier ordre porteuses de distributions constantes de sources et de doublets. Le sillage en aval du corps portant, foil ou pale, est représenté par une nappe de facettes de premier ordre, porteuses de distributions constantes de doublets. Cette nappe est générée de manière lagrangienne ce qui permet une simulation instationnaire. Grâce à la condition de Dirichlet, les sources sont déterminées directement par la condition de glissement (si l'on connaît la géométrie, on connaît la distribution des intensités des sources, $\sigma = -\vec{U}_\infty \cdot \vec{n}$). De cette manière, les inconnues du problème sont les intensités de doublets. On recalcule à chaque pas de temps la position des sommets des facettes de la nappe de sillage mais l'intensité de doublets calculée quand la facette était au bord de fuite reste inchangée.

Les corps non-portants tels que le moyeu sont discrétisés avec des facettes de premier ordre porteuses de distribution de sources constantes. Même si le moyeu peut être facilement représenté de cette manière, il n'a en général qu'une très faible influence sur les coefficients hydrodynamiques globaux que sont les coefficients de poussée et de couple et il n'est pas représenté lors des travaux de développement comme celui-ci. Finalement, le frottement est pris en compte en utilisant la solution de Blasius en laminaire et la formule ITTC1957 (ITTC, 2002) en turbulent avec une transition abrupte imposée à un Reynolds spécifié, généralement 500 000. Plus de détails sur le code, sa vérification et sa validation sont présentées dans Laurens (1993).

Les inconnues du code sont donc les intensités de doublets. En conséquence, les méthodes pour lesquelles on calcule les doublets à partir d'une forme de poche alors que les sources sont à déterminer ne peuvent être utilisées sans une profonde refonte du code. Le code étant un code corps épais, la deuxième catégorie de méthodes impliquant un code de surfaces portantes est également exclue. Dans la troisième catégorie de méthodes les sources et les doublets sont inconnus. La méthode de calcul et le modèle de poche restent somme toute soumis au choix du code potentiel.

La méthode retenue utilise la technique des vitesses de transpiration. Les vitesses de transpiration, v^* , sont dirigées vers le fluide et sont normales à la paroi. Elles dévient ainsi

l'écoulement incident ce qui modifie la condition de glissement, soit l'intensité des sources. Les intensités de sources additionnelles et les vitesses de transpiration sont plus que de même nature, elles sont égales. Cette procédure, parce qu'elle a déjà été utilisée pour la couche limite (Laurens, 1993) est donc connue. On sait comment intervenir dans le code, reste à déterminer l'intensité des vitesses de transpiration.

2.6 Technique des vitesses de transpiration

La technique des vitesses de transpiration est une technique bien connue, utilisée pour simuler la couche limite en écoulement potentiel. Elle permet de dévier la ligne de courant sans le remaillage. La vitesse de transpiration est une vitesse perpendiculaire à la paroi. Elle est équivalente à l'intensité supplémentaire d'une source, σ^* . Le principe de cette technique est d'ajouter la vitesse de transpiration sur les facettes où l'on voudrait modifier la condition de glissement afin de dévier la ligne de courant.

$$\sigma = \vec{U}_\infty \cdot \vec{n} + v^* \quad (2.39)$$

Ainsi dans le code potentiel 3D, la relation entre le déplacement, δ , et l'intensité de la vitesse de transpiration, v^* , est présentée comme suit :

$$\frac{d\delta}{ds} = \frac{v^*}{u} \quad (2.40)$$

où u est la vitesse tangentielle et s est la coordonnée curviligne. Cette relation est schématiquement présentée à la Figure 2.7.

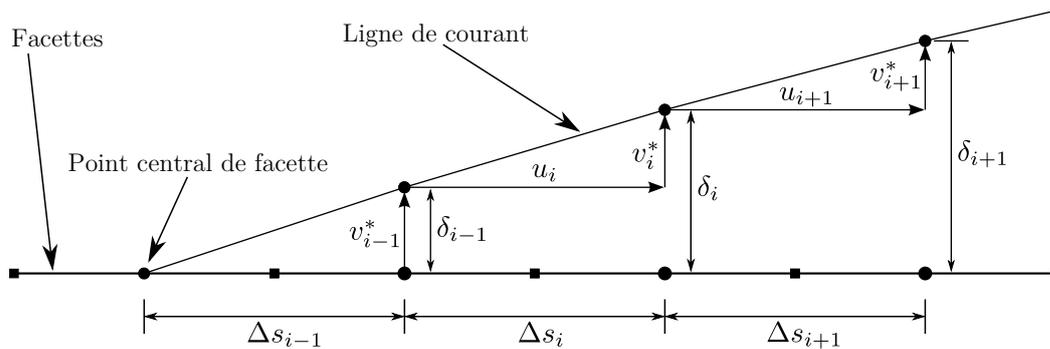
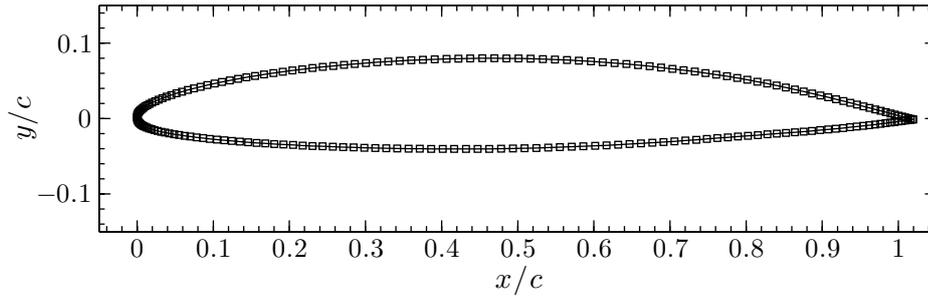


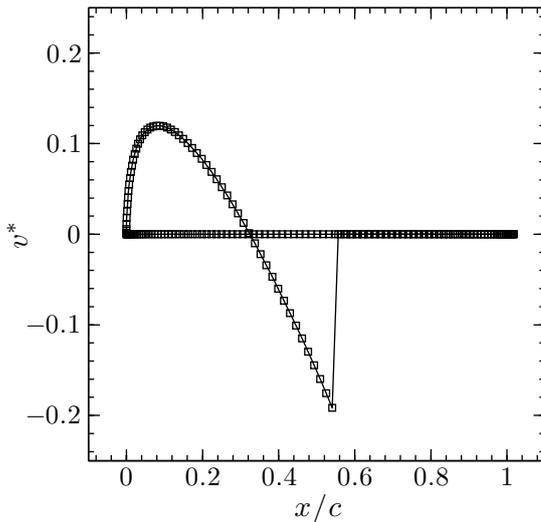
Figure 2.7. Schéma de présentation de la technique des vitesses de transpiration

Un exemple d'une simulation de cavitation à poche utilisant la technique des vitesses de transpiration est présenté en Figure 2.8. Le profil utilisé (voir la Figure 2.8(a)) est le NACA66(mod)-312 $a=0.8$ (Leroux, 2003), le même profil qui sera utilisé à la Section 4.1. La poche de cavitation est modélisée par des vitesses de transpiration, voir la Figure 2.8(b). Ces vitesses de transpiration sont déterminées en utilisant le modèle de cavitation qui sera présenté à la Section 3.4. Les résultats numériques au niveau des coefficients de

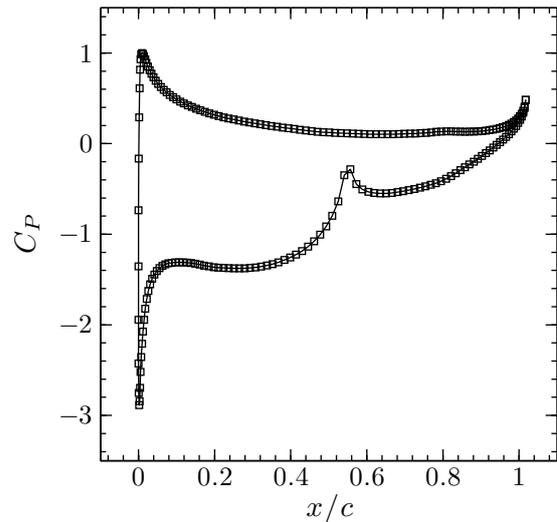
pression sont présentés à la Figure 2.8(c). Cette simulation est comparée avec une autre simulation de cavitation à poche en utilisant la modification de maillage (voir la Figure 2.9). La distribution des épaisseurs de la poche utilisée pour modifier le maillage du profil est calculée à partir de la relation présentée dans l'Equation 2.40. Le maillage modifié est présenté à la Figure 2.9(a).



(a) Maillage du profil



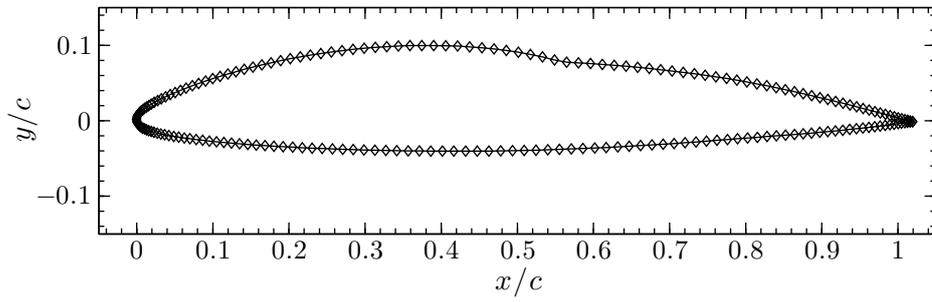
(b) Distribution des vitesses de transpiration



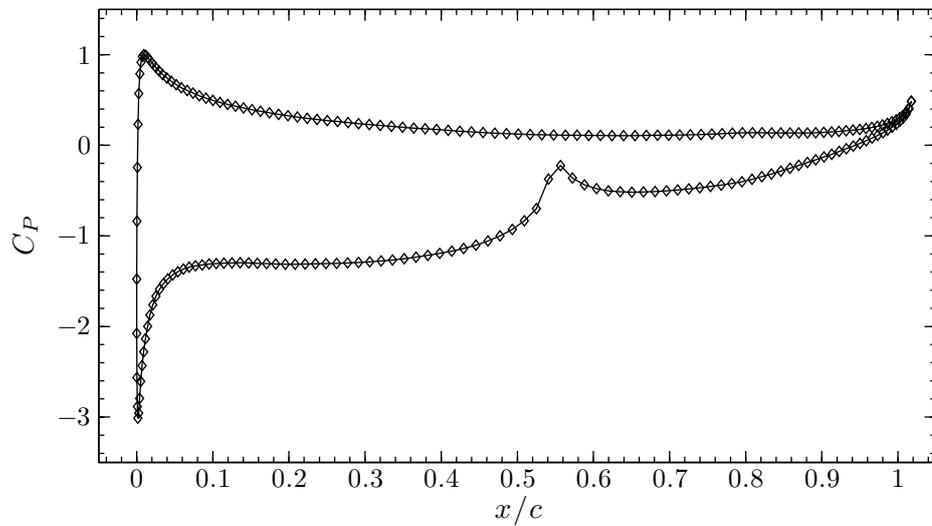
(c) Distribution des coefficients de pression

Figure 2.8. Simulation de cavitation à poche en utilisant la technique des vitesses de transpiration v^* ; profil NACA66(mod)-312 $a=0.8$, $\alpha = 6^\circ$, milieu infini non-visqueux, $\sigma_V = 1.35$

La comparaison des résultats des deux simulations est présentée en Figure 2.10. Les coefficients de pression obtenus pour les deux simulations sont quasiment superposés. La petite différence est plutôt due au fait que la simulation avec des vitesses de transpiration se fait au point central des mailles alors que la simulation avec la modification de maillage s'applique aux bords des mailles. Si on veut que les distributions des coefficients de pression des deux simulations soient identiques, une correction de la transformation des vitesses de transpiration doit être utilisée Yiu and Stow (1994).



(a) Maillage du profil modifié



(b) Distribution des coefficients de pression

Figure 2.9. Simulation de cavitation à poche en utilisant la modification de maillage; profil NACA66(mod)-312 $a=0.8$, $\alpha = 6^\circ$, milieu infini non-visqueux, $\sigma_V = 1.35$

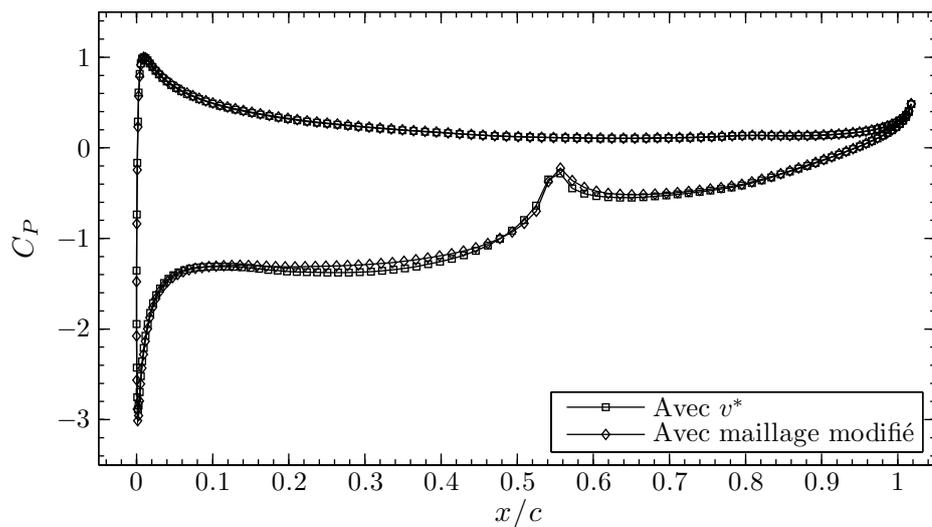


Figure 2.10. Comparaison des coefficients de pression des deux simulations des Figures 2.8 et 2.9; profil NACA66(mod)-312 $a=0.8$, $\alpha = 6^\circ$, milieu infini non-visqueux, $\sigma_V = 1.35$