Notions générales sur les systèmes d'imagerie et les cristaux phononiques

En préambule à l'étude de la propagation des ondes acoustiques à travers les milieux périodiques élastiques que sont les cristaux phononiques, ce chapitre expose les concepts initialement développés pour l'imagerie (acoustique entre autres). En premier lieu, les lentilles classiques et les limitations associées sont présentées. Partant d'exemples simples, les propriétés liées à la propagation des ondes dans les réseaux périodiques sont introduites : diagramme de bandes, bandes interdites, réfraction négative et modes de Bloch. Ces propriétés permettent d'analyser et interpréter les images obtenues à l'aide de lentilles à base de cristaux phononiques.

1.1 Formation d'images en acoustique

1.1.1 Propagation d'ondes acoustiques

Une onde mécanique est un mouvement oscillatoire à l'échelle des particules se transmettant de proche en proche dans un milieu élastique. Si la vibration des particules correspond à la direction de propagation, l'onde est dite polarisée longitudinalement. C'est la polarisation dominante dans les gaz et les fluides. Pour les ondes transverses, la vibration des particules se fait dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation. Les ondes avec ces deux types polarisations sont simultanément présentes dans les solides élastiques et les vitesses de propagation associées sont respectivement dénommées vitesse longitudinale et vitesse transverse.

Pour les fluides, l'équation de propagation s'identifie à l'équation de d'Alembert :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \tag{1.1}$$

où p désigne le champ de pression. $c = \frac{1}{\sqrt{\rho \chi_s}}$ est la vitesse de propagation des ondes dans le fluide, ρ la masse volumique, χ_s le coefficient de compressibilité isentropique. $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ est le Laplacien du système et (x, y, z) les coordonnées cartésiennes du repère direct.

L'équation de propagation dans les solides élastiques est plus compliquée, du fait d'un plus grand nombre de paramètres décrivant la dynamique dans un solide élastique. Elle sera présentée en même temps que le modèle de calcul des structures de bandes dans les milieux périodiques (cf paragraphe 2.2.1.2).

1.1.2 Généralités sur les ondes acoustiques

Deux approches seront très souvent utilisées dans ce manuscrit. La première concerne le tracé géométrique des rayons qui permet de représenter la propagation dans un milieu donné ainsi qu'à l'interface entre deux milieux distincts. Elle correspond à la prise en compte du trajet balistique de l'onde. Le second concept est utilisé pour modéliser l'interaction de l'onde avec des objets de tailles comparables à la longueur d'onde. En effet, l'aspect ondulatoire permet de définir une double périodicité temporelle et spatiale. En propagation linéaire, la périodicité temporelle T ne dépend pas du milieu traversé, mais de l'excitation. La fréquence f de l'onde est l'inverse de la période temporelle, et se déduit de la pulsation ω ($\omega = 2\pi f$). La seconde périodicité est spatiale, la longueur d'onde λ. Elle dépend du milieu traversé. La pulsation associée, $k = 2\pi/\lambda$, est appelée nombre d'onde. k est le module du vecteur d'onde, parallèle à la direction de propagation de la phase de l'onde. La relation entre les deux périodes est $\lambda = cT$, où c est la vitesse de propagation de la phase de l'onde dans le milieu de propagation.

Il est possible d'associer un indice de réfraction et une impédance acoustique à chaque milieu isotrope. L'indice de réfraction d'un milieu est donné par le rapport $n = \frac{k_m}{k_e}$, avec k_m le nombre d'onde du milieu isotrope et k_e le nombre d'onde de l'eau. L'eau, milieu dans lequel auront lieu toutes les mesures, est choisie d'indice unitaire. Enfin, l'impédance acoustique Z_A du milieu est définie par le produit ρc et s'exprime en Pa·s·m^{-1}.

1.1.3 Propriétés d'un système d'imagerie

1.1.3.1 Focalisation à travers les lentilles

Les lentilles courantes sont constituées d'un milieu isotrope homogène et la réflexion (réfraction) des ondes aux interfaces entre deux milieux distincts est dictée par les valeurs des indices. Pour faire converger (respectivement diverger) la trajectoire des ondes, les surfaces des lentilles minces convergentes (divergentes) classiques épousent une forme convexe (respectivement concave), figure 1.1. Le foyer image F' de la lentille est défini comme étant le point de convergence de tous les rayons issus de l'infini et parallèles à l'axe de la lentille. Pour une lentille divergente, ces rayons sont déviés selon des directions divergentes d'un foyer objet F situé en amont de la lentille.

La propagation à la traversée de l'interface entre deux milieux distincts d'indices n_1 et n_2 (figure 1.2) est régie par la loi de Snell-Descartes. Une partie de l'énergie incidente est réfléchie dans le milieu 1 du fait de la différence d'impédance entre les deux milieux, alors que la seconde partie est réfractée dans le milieu 2. Les trois ondes (incidente, réfléchie et transmise) se propagent dans le même plan. Les changements de direction de

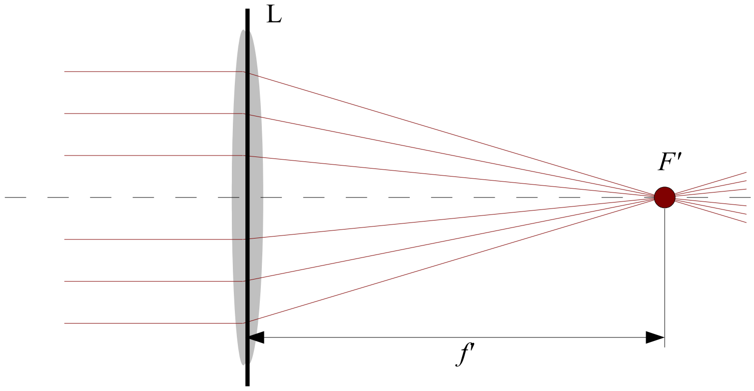


Figure 1.1 – *Lentille bi-convexe (L) permettant de faire converger des rayons incidents parallèles à l'axe au foyer image F'.*

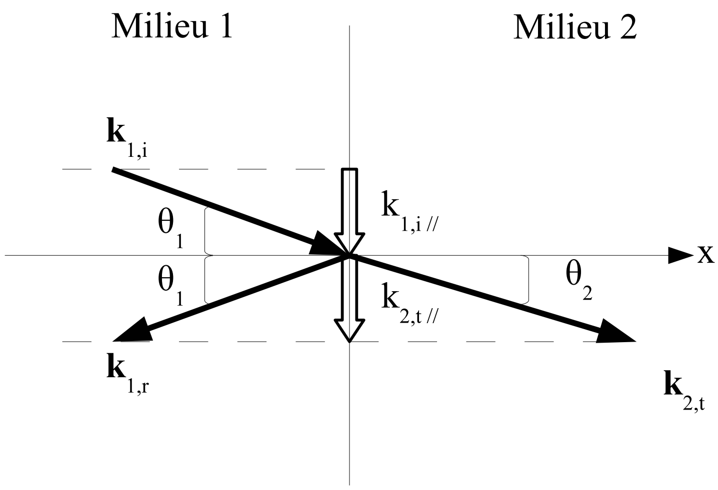


Figure 1.2 – *Réfraction à l'interface entre deux milieux d'indices différents.*

propagation des ondes à l'interface entre les deux milieux sont basés sur l'égalité de la composante tangentielle des vecteurs d'ondes incident $\mathbf{k}_{1,i}$, réfléchi $\mathbf{k}_{1,r}$ et réfracté $\mathbf{k}_{2,t}$. Pour la réfraction, elle s'écrit :

$$k_{1,i} \sin\theta_1 = k_{2,t} \sin\theta_2, \tag{1.2}$$

$$\text{soit} \quad n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2, \tag{1.3}$$

avec n_1 et n_2 les indices des milieux 1 et 2 respectivement. θ_1 et θ_2 sont les angles associés, repérés par rapport à la normale à l'interface (voir figure 1.2).
Par la suite, en considérant les milieux périodiques étudiés comme des milieux effectifs, la loi de Snell-Descartes permet de déterminer les angles de réfraction aux interfaces.

De manière à effectuer l'image d'une source, les dispositifs optiques d'imagerie classiques nécessitent l'emploi de deux lentilles convergentes. Dans un tel système, qualifié d'afocal, les foyers image F_1' et objet F_2 sont confondus (figure 1.3). Les paragraphes suivants définissent les caractéristiques classiques de ce type de système.

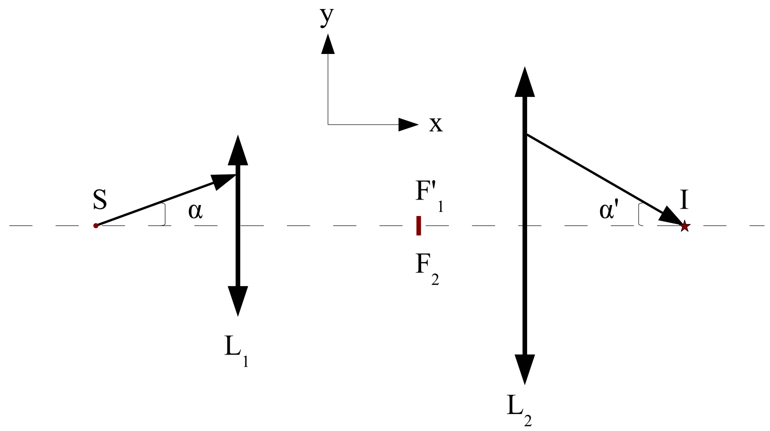


Figure 1.3 – *Dispositif d'imagerie afocal et stigmatique.*

1.1.3.2 Stigmatisme

Un système est dit centré si l'ensemble des éléments qui le constituent possède une symétrie de révolution autour d'un axe unique. En considérant un point S dans l'espace objet et le point image correspondant I dans l'espace image, le système est stigmatique si tous les rayons passant par S passent aussi par I. Ainsi, l'image d'un point est un point. Cependant, le stigmatisme rigoureux ne peut être qu'approché pour les systèmes réels. Dans ce cas, le système est caractérisé par un grandissement γ caractéristique de la déformation du point image I par rapport au point source S à travers le système.

Pour un objet étendu, la caractérisation du stigmatisme approché amène à considérer des objets plans (infiniment minces). Dans un premier temps, l'objet est considéré comme perpendiculaire à l'axe de symétrie du système (condition d'Abbe ou de Lagrange-Helmholtz) (figure 1.4(a)). La condition d'Abbe s'écrit :

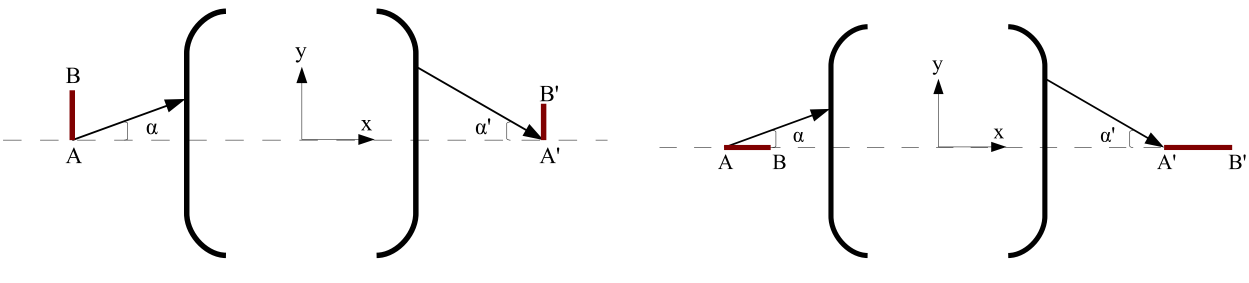
$$n\overline{AB}\sin\alpha = n'\overline{A'B'}\sin\alpha'. \tag{1.4}$$

Le grandissement latéral est alors défini comme le rapport (algébrique) $\gamma_y = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$. Si la condition d'Abbe est réalisée, l'image d'un plan est un plan : il s'agit donc d'une condition d'aplanétisme.

Dans le second cas où, l'objet est parallèle à l'axe du système centré, c'est la condition d'Herschel (figure 1.4(b)). Elle est donnée par :

$$n\overline{AB}\sin^2\frac{\alpha}{2} = n'\overline{A'B'}\sin^2\frac{\alpha'}{2}. \tag{1.5}$$

Elle permet de définir le grandissement axial donné par le rapport algébrique $\gamma_x = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$.
Ces deux conditions sont incompatibles : elles ne peuvent être satisfaites simultanément



(a) Condition d'Abbe (b) Condition d'Herschell

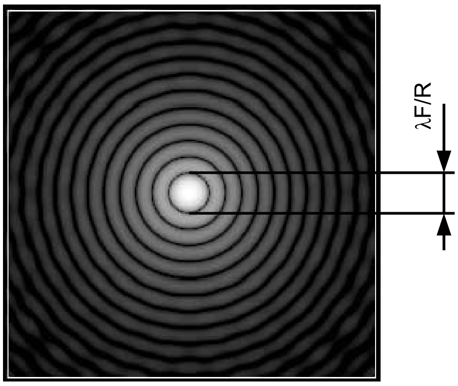
Figure 1.4 – *Système d'imagerie centré : (a) Condition d'Abbe ; (b) Condition d'Herschell.*

par le système d'imagerie. Les grandissements seront donc définis soit parallèlement à l'axe du système centré, soit perpendiculairement.

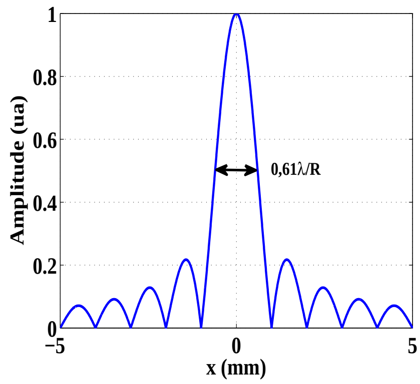
1.1.3.3 Résolution : le critère de Rayleigh

La résolution des dispositifs d'imagerie est, du fait de leurs dimensions finies, limitée par l'apparition de phénomènes de diffraction. À titre d'exemple, un objet ponctuel imagé à travers une lentille de distance focale f' (figure 1.1) et de rayon R conduira à une tâche focale centrale de diamètre angulaire de $\lambda F/R$, appelée disque d'Airy et entourée d'anneaux concentriques moins lumineux (figure 1.5(a)). La netteté des anneaux dépend fortement de la qualité de l'instrument, en terme d'aberrations géométriques et chromatiques.

La principale limitation d'un système d'imagerie est donc donnée par la longueur d'onde



(a) Disque d'Airy



(b) Profil de l'image d'une source ponctuelle

Figure 1.5 – *Image d'un objet ponctuel à travers un dispositif d'imagerie : (a) disque d'Airy correspondant à l'image d'une source ponctuelle ; (b) Coupe radiale.*

qui s'y propage. Cette limitation, connue sous le nom de critère de Rayleigh, se traduit par le fait qu'un dispositif d'imagerie ne peut faire converger des rayons incidents en une zone de taille inférieure à la demi-longueur d'onde (figure 1.5(b)). Le critère de résolution de Rayleigh s'applique évidemment à la propagation de tous types d'ondes.

Soient deux sources ponctuelles S_1 et S_2 incohérentes émettant une onde de longueur d'onde λ. Dans la zone image, l'intensité reçue en chaque point de l'espace est la somme des intensités en provenance des deux sources. Les deux spots I_1 et I_2 dans la zone image sont distincts si la distance entre les centres des disques d'Airy est supérieure à la distance entre le maximum d'amplitude et le premier minimum de diffraction (figure 1.6). Ce critère est

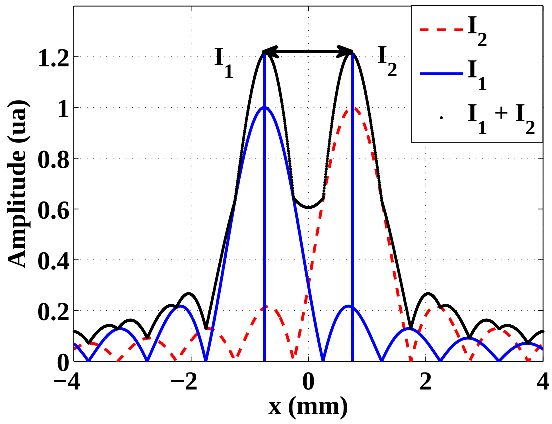


Figure 1.6 – *Pouvoir séparateur d'un dispositif d'imagerie : le critère de Rayleigh.*

aussi appelé pouvoir séparateur du système d'imagerie ($\alpha = 0,61\lambda/R$ pour les ouvertures circulaires). Pour augmenter le pouvoir séparateur, c'est à dire réduire α, il faut réduire la diffraction du système en augmentant le rayon du diaphragme.

1.1.4 Méthodes « classiques » d'imagerie acoustique

Cette partie s'attache à présenter, de façon non exhaustive, des techniques et principes d'imagerie acoustique. De même, l'approche acoustique permettant de dépasser la limite de diffraction et de réaliser une imagerie sub-longueur d'onde avec un bon contraste est présentée.

1.1.4.1 Échographie ultrasonore

De façon schématique, les dispositifs d'imagerie acoustique dédiés aux applications biomédicales sont de deux types : ceux utilisant une sonde linéaire multi-éléments (ensemble de transducteurs séparés de quelques dixièmes de millimètre) et ceux qui sont constitués d'une sonde à balayage sectoriel par orientation rapide du transducteur émetteur, fonction réalisée aussi par les multi-éléments à balayage électronique. Ils permettent de reconstituer une image de la zone analysée en temps réel : les pixels les plus brillants étant associés aux points où l'impédance acoustique varie brutalement. Ils correspondent essentiellement aux os et aux contours des organes [4].

- Le dispositif associé à la sonde linéaire multi-éléments permet, soit de décaler latéralement, soit d'orienter la direction d'émission de l'onde ultrasonore. L'émission est assurée par un groupe d'émetteurs et des lignes à retard peuvent être utilisées en transmission et réception afin que les échos provenant d'un même diffuseur arrivent en même temps. Ceci permet d'améliorer la résolution latérale du dispositif de mesure en réception.
- Les sondes à balayage sectoriel sont réalisées en plaçant un transducteur focalisé (la face d'émission ayant la forme d'une coupelle sphérique) sur un axe de rotation, avec un moteur en vue de couvrir un secteur angulaire donné. La résolution augmente avec le rayon de courbure de la sonde ou avec la fréquence de l'onde ultrasonore. Ces dispositifs souffrent généralement d'une limitation considérable en imagerie de champ proche du fait des réverbérations entre l'élément actif du transducteur et le boîtier.

La résolution est de l'ordre de la longueur d'onde. Par exemple une résolution d'environ 300 μm est obtenue pour une fréquence de 5 MHz dans l'eau. Ainsi, augmenter la résolution revient à augmenter la fréquence, c'est la stratégie adoptée en microscopie acoustique.

1.1.4.2 Microscopie acoustique

L'utilisation de la microscopie ultrasonore remonte aux années 1970, notamment avec les travaux des chercheurs de l'université de Stanford en Californie [5]. Elle peut être utilisée en réflexion ou en transmission avec une lentille combinée à des déplacements des émetteurs/récepteurs. Du milieu de transmission utilisé dépend la résolution, la pénétration et la nature des objets observés [6]. Tout naturellement, les premières investigations ont été effectuées en milieu aqueux, avec comme avantages : une compatibilité avec la plupart des matériaux et une facilité d'utilisation permettant des observations à température ambiante. Son principal inconvénient est une forte absorption des ondes acoustiques aux fréquences d'études ($\propto$ MHz), moins toutefois que la quasi-totalité des autres liquides (argon, hélium, azote) et les gaz hautes pressions. Depuis, plusieurs prototypes de microscopes acoustiques ont vu le jour, permettant d'envisager des applications à la détermination des constantes élastiques et la recherche de défauts dans les matériaux avec une résolution de l'ordre des longueurs d'ondes mises en jeu [7, 8, 9].

Sur un même échantillon, du fait de la différence entre l'opacité optique et acoustique, les microscopies dans ces deux domaines fournissent des informations complémentaires. Les avantages de la microscopie acoustique sont associés aux caractéristiques des ondes mises en jeu et permettent d'accéder aux propriétés mécaniques (densité, constantes élastiques, amortissement dans le milieu). De plus le rayonnement des ondes ultrasonores étant non-ionisant, la microscopie ultrasonore est utilisée sans danger pour les applications biomédicales, et le contrôle non destructif des solides.

Une lentille acoustique sphérique unique permet d'obtenir une focalisation approchant la limite de diffraction, tandis qu'en optique une focalisation de cet ordre ne peut se concevoir sans l'association de plusieurs lentilles. Il s'avère parfois plus commode de s'affranchir des lentilles acoustiques du fait de leurs dimensions finies et de la distance de focalisation variant avec la fréquence. L'holographie permet de reconstruire les objets à partir d'un traitement d'images permettant de rendre compte de la variation de la phase. Les hologrammes obtenus donnent une résolution transverse de l'ordre de la limite de diffraction. Cependant, ces systèmes sont complexes avec un coût considérable [10].

1.2 Lentille de Veselago

En 1968, *Veselago* évoquait les propriétés d'un matériau électromagnétique ayant une constante diélectrique ϵ et une perméabilité magnétique μ simultanément négatives [2]. Pour signifier la différence de propriétés par rapport aux matériaux connus jusqu'alors, il parle de matériau « main gauche ». En effet, lorsque ϵ et μ sont simultanément négatives, les équations de Maxwell et les relations constitutives de l'électromagnétisme sont telles que le champ électrique $\mathbf{E}$, le champ magnétique $\mathbf{H}$ et le vecteur d'onde $\mathbf{k}$ forment un trièdre indirect. Les ondes planes étant polarisées de façon rectiligne, la direction de propagation de l'énergie, donnée par le produit vectoriel de $\mathbf{E}$ et $\mathbf{H}$ dans le cas d'un matériau sans pertes, est alors opposée à la direction du vecteur d'onde $\mathbf{k}$. Cependant cette hypothèse ne change en rien la définition de l'indice du milieu, égal à la racine carrée du produit de ϵ et de μ ($n = \sqrt{\epsilon\mu}$). Avec un matériau main gauche, les propriétés liées à la géométrie des lentilles classiques sont inversées. Une lentille avec une interface convexe a un effet divergent tandis qu'une lentille concave devient convergente. Ainsi, un matériau main gauche plan avec ϵ et μ égales en valeur absolue à celles du milieu environnant permet de faire converger en un point unique les ondes électromagnétiques divergentes d'un point source placé en amont d'une lentille plate. Cette propriété se démarque des caractéristiques des lentilles classiques utilisées en Optique.

À l'aube des années 2000, *J. Pendry* a montré la possibilité de focaliser toutes les composantes de Fourier d'une image $2D$, y compris les composantes évanescentes, à l'aide d'un matériau ayant un indice effectif négatif [11]. En effet, pour une propagation suivant l'axe de la lentille, les ondes propagatives dans la lentille satisfont nécessairement la condition

$$k_x^2 + k_y^2 < \frac{\omega^2}{c^2}, \tag{1.6}$$

où k_x et k_y sont les composantes spectrales du vecteur d'onde $\mathbf{k}$ dans le plan (x, y). Ainsi, quelle que soit la taille de l'ouverture de la lentille, la résolution maximale est de l'ordre de

$$\Delta \approx \frac{2\pi}{k_{max}} = \frac{2\pi c}{\omega} = \lambda. \tag{1.7}$$

Au cours de la propagation dans un matériau classique, les ondes évanescentes, $k_x^2+k_y^2 > \frac{\omega^2}{c^2}$ ont une décroissance exponentielle avec la distance. À contrario, dans un matériau à indice négatif, une compensation de phase est apportée aux composantes spectrales propagatives et les composantes évanescentes sont amplifiées. L'amplification de ces composantes spectrales ne modifie pas la conservation de l'énergie. Elles transportent de plus les détails de la source de dimensions inférieures à la longueur d'onde et peuvent mener à une résolution sub-longueur d'onde de l'image à travers la lentille plate. Ainsi, mises à part les dimensions finies de la lentille, il n'existe aucun obstacle physique à une reconstruction parfaite des images à travers le matériau à indice négatif.

Les matériaux « main gauche » constituent ainsi une alternative à la limite de résolution définie dans le paragraphe 1.1.3.3. Avec un indice de réfraction effectif égal à -1, toute l'énergie se propageant à travers la lentille converge vers un point dans le vide. En effet, une lentille main gauche avec $\epsilon = -1$ et $\mu = -1$ est accordée en impédance ($Z = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\epsilon\epsilon_0}}$)

avec le milieu de référence. Il n'y a en conséquence aucune réflexion aux parois de la lentille, et dans le cas d'un milieu sans pertes, l'onde incidente est entièrement transmise. Communément appelé effet « superlentille », ce phénomène fait référence à une imagerie non conventionnelle de champ proche. Toutes les composantes spatiales sont transmises à travers le matériau main gauche avec un coefficient de transmission égal à l'unité. Les propriétés des matériaux main gauche peuvent se retrouver à l'aide des métamatériaux optiques et les cristaux photoniques [12, 13].

Smith et al. ont mis en place expérimentalement un métamatériau constitué d'un arrangement périodique de fils nanométriques associés à des résonateurs en forme de « c » [14]. Cette structure présente, du fait des résonances des inclusions, une constante diélectrique et une perméabilité électromagnétique simultanément négatives, dans une gamme de longueurs d'ondes très supérieures à la taille des résonateurs. Sur le même principe, *Shelby et al.* ont étudié expérimentalement la réfraction négative à travers un métamatériau optique [15]. Les propriétés main gauche sont obtenues pour les longueurs d'ondes supérieures à la taille des diffuseurs dans le métamatériau.

Concernant les cristaux photoniques, l'indice de réfraction est contrôlé par la structure de bandes. Du fait de la périodicité du milieu, un indice de réfraction négatif s'obtient pour les branches de la structure de bandes dont le repliement conduit à une pente négative [16]. Cette propriété a été démontrée pour les cristaux photoniques $1D$ [17, 13] et $2D$ [18, 19]. Elle a essentiellement lieu dans les gammes de fréquences proches de la résonance magnétique des constituants du cristal.

1.2.1 Contribution des ondes évanescentes

La transmission des ondes évanescentes à travers une lentille plate à base de cristal photonique a fait l'objet d'une étude numérique ayant permis de montrer l'effet superlentille [12]. L'amplification des ondes évanescentes est associée au mécanisme de couplage résonnant et se fait pas le biais de deux mécanismes distincts. Le premier est lié à la divergence des coefficients de transmission et de réflexion au niveau des interfaces des motifs élémentaires (résonances des motifs) [11]. Le second mécanisme est associé à la transmission résonnante à travers la structure entière. Cette transmission résonnante s'obtient lorsque le cristal photonique est remplacé par un milieu effectif équivalent et consiste en des réflexions totales dans la structure (résonance d'épaisseur) [12]. De plus, à travers la modélisation d'un milieu effectif avec ϵ et μ égales à -1, l'amplitude transmise normalisée peut aller au delà de l'unité tout en respectant la conservation de l'énergie.

Pour un cristal photonique, l'effet superlentille défini par *Veselago* et *Pendry*, s'obtient lorsque le pas du réseau est plus petit que la taille de l'objet à imager. Par rapport à l'interface d'entrée, la source doit être placée à une distance inférieure à l'épaisseur de la lentille. La résolution latérale de l'image est dans ce cas meilleure que la résolution axiale [20]. Pour augmenter la distance entre la source et l'image associée, il est tentant soit d'augmenter l'épaisseur du cristal, soit d'utiliser un dispositif alternant plusieurs lames d'air et de cristal photonique. Dans le premier cas, l'augmentation de l'épaisseur du cristal entraîne une distorsion et une dégradation de la dynamique des images. Néanmoins l'évolution du pouvoir séparateur latéral n'est pas significative. Dans le second cas, en alternant deux à trois fois un cristal photonique plan et une couche d'air de même épaisseur, la distorsion des images s'en trouve augmentée. La dynamique des images est cependant plus faible du fait des réflexions au niveau des interfaces air-cristal photonique. Pour une même épaisseur totale, la distance entre la source et l'image associée est identique dans les deux cas.

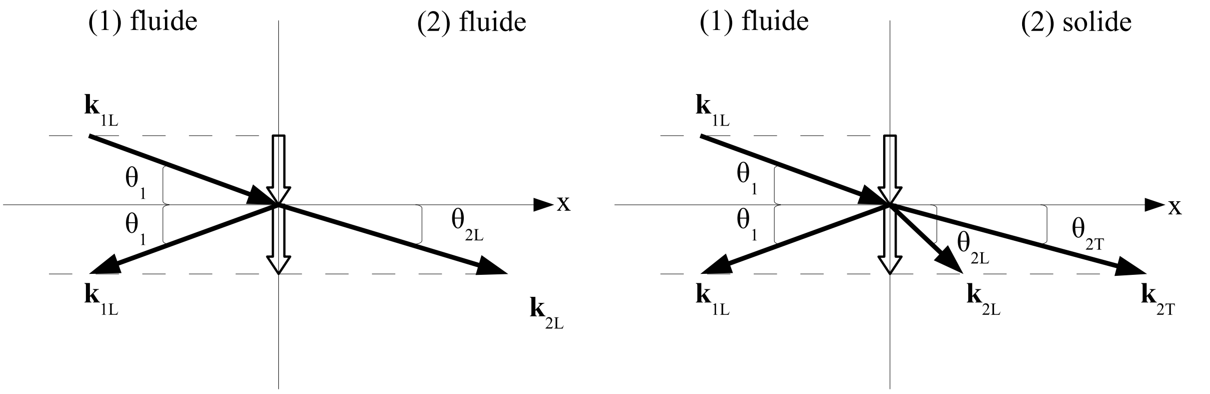
Il existe cependant d'autres méthodes d'imagerie permettant de dépasser la limite de résolution. Par exemple, les méta-lentilles optiques constituées d'un motif de résonateurs de dimensions inférieures à la longueur d'onde peuvent être utilisées [21]. En dehors de l'imagerie, les matériaux main gauche sont un prélude à l'application du concept d'illusion optique. Un dispositif permettant de rétrécir virtuellement la taille des objets dans le même esprit que la cape d'invisibilité [22] a été obtenu dans la gamme de fréquences hors résonance avec de faibles pertes diélectriques.

L'étude des milieux périodiques en Acoustique s'est largement inspirée des résultats obtenus en Électromagnétisme [23]. En effet, les propriétés des ondes acoustiques et électromagnétiques sont analogues à ceci près que les ondes élastiques dans le plan de propagation peuvent avoir des polarisations longitudinales et transversales. Les propriétés découlant de l'arrangement périodique de matériaux diélectriques différents se retrouvent aussi avec des matériaux élastiques différents. Dans la section suivante, nous aborderons la réfraction négative pour une onde élastique à l'interface entre deux milieux distincts.

1.2.2 Réfraction négative

Lors de la réfraction d'une onde à l'interface entre deux fluides d'indices positifs, l'onde réfractée traverse l'interface et se propage du côté opposé par rapport à la normale (figure 1.7(a)). L'onde réfractée est une onde longitudinale se propageant à la vitesse de propagation dans le fluide (2).

Dans le cas d'une interface entre un fluide et un solide, l'existence dans le solide



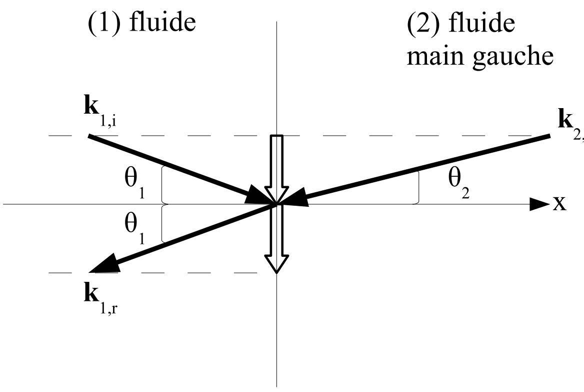
(a) Interface fluide - fluide

(b) Interface fluide - solide

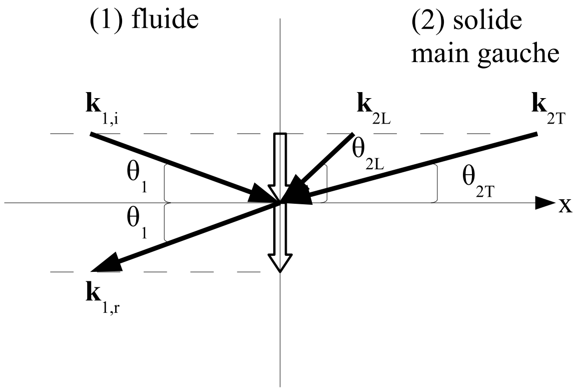
Figure 1.7 – *Vecteurs d'ondes à l'interface entre* (*a*) *deux milieux fluides,* (*b*) *un milieu fluide et un milieu solide.*

d'une onde longitudinale et une onde transversale dépend de l'angle d'incidence. La figure 1.7(b) représente la réfraction à l'interface entre un milieu d'incidence fluide et un milieu de réfraction solide. Dans le milieu (2), la composante longitudinale et la composante transverse ont respectivement les vecteurs d'onde $\mathbf{k}_{2L}$ et $\mathbf{k}_{2T}$. Les deux ondes générées à l'interface vérifient la loi de Snell-Descartes.

Propriété très peu commune associée aux matériaux main gauche, la réfraction négative a lieu à l'interface entre un milieu classique et un matériau main gauche. L'onde incidente se propage du même côté de la normale que l'onde incidente (figure 1.8). La direction du vecteur vitesse d'énergie, autrement appelée vecteur de Poynting, est du milieu (1) vers



(a) fluide - fluide main gauche



(b) fluide - solide main gauche

Figure 1.8 – *Vecteurs d'ondes à l'interface entre* (*a*) *un fluide d'indice positif et un fluide d'indice négatif,* (*b*) *un fluide et un solide main gauche.*

les milieux (2). Les ondes réfractées à l'interface entre les deux milieux dépendent du type d'interface comme pour la réfraction positive (fluide-fluide, fluide-solide).

Dans les deux cas de figure, la réfraction de l'onde incidente est régie par la loi de Snell-Descartes. Elle est basée, pour une onde monochromatique, sur la conservation de la composante tangentielle à l'interface du vecteur d'onde de chacune des ondes : incidente, réfléchie et transmise.

1.2.3 Focalisation à travers les matériaux main gauche

Pour un matériau main gauche immergé dans l'eau, la réfraction des ondes acoustiques aux interfaces se fait selon les principes précédemment exposés. Le cas où le milieu présente uniquement la propriété de réfraction négative est présenté sur la figure 1.9. Soit d_S la distance entre une source ponctuelle S et l'interface du cristal, les points d'intersection d'un rayon incident et de l'axe passant par S sont distants de la source de [24] :

$$d_{I'} = (1 + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i}/\cos\theta_i)d_S, \tag{1.8}$$

et

$$D = (1 + \cos\theta_i\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i})L, \tag{1.9}$$

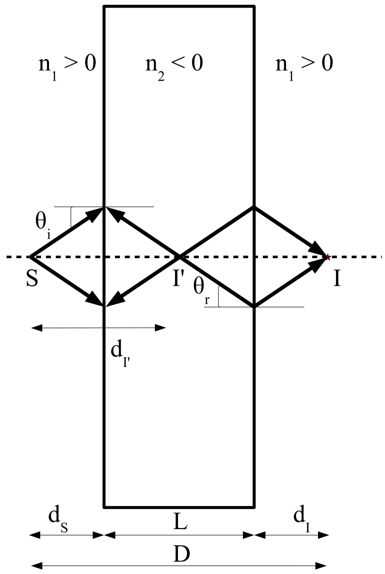


Figure 1.9 – *Principe de focalisation des rayons divergents d'un point source placé en amont d'un milieu d'indice négatif.*

avec $d_{I'}$ la distance entre la source et le point de convergence des faisceaux dans le cristal (image virtuelle), D la distance entre la source et l'image associée, et n l'indice de la lentille. $d_{I'}$ et D dépendent de l'angle d'incidence. Dans le cas général, des rayons avec des angles d'incidence différents convergent en des points différents. La distance D entre les points source et image s'écrit aussi $D = L + d_S + d_I$, L est l'épaisseur de la lentille.

Pour un milieu dont l'indice de réfraction est indépendant de la direction de propagation, la distance entre la source et l'image s'écrit en fonction de l'indice effectif :

$$D = L(1 + \frac{1}{|n|}). \tag{1.10}$$

C'est le cas des milieux isotropes, dont le vecteur d'onde ne dépend pas de la direction de propagation.

L'effet superlentille impose un accord d'indice entre le matériau d'indice négatif et le milieu environnant. Dans ce cas, les rayons issus de S convergent tous en un point par le biais d'une double réfraction négative aux interfaces.

Les rayons issus de la source placée en amont d'une lentille d'indice négatif convergent en premier vers une image virtuelle dans la lentille (figure 1.10). Ensuite, une seconde réfraction négative à l'interface entre les deux matériaux conduit à la focalisation en un point image réel dans le milieu extérieur. L'accord d'indice entre le cristal phononique et

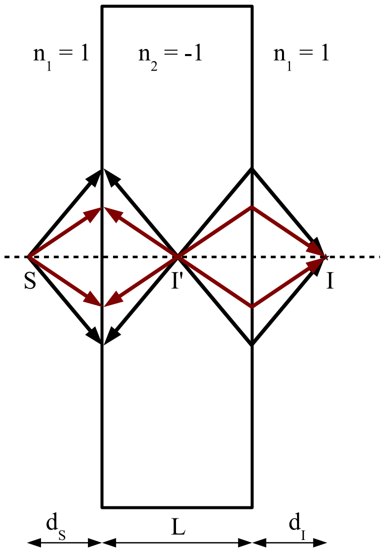


Figure 1.10 – *Principe de focalisation des rayons divergents d'un point source placé en amont d'un milieu d'indice négatif égal à −1.*

le milieu fluide environnant entraîne que $d_S + d_I = L$, par conséquent $D = 2L$.

1.3 Matériaux « main gauche » acoustiques et cristaux phononiques

Les cristaux phononiques sont des matériaux élastiques artificiels constitués de diffuseurs agencés périodiquement dans une matrice. Généralement de même dimension et de même géométrie, les diffuseurs sont issus d'un même matériau. Plusieurs combinaisons sont possibles : des inclusions solides dans une matrice solide aux inclusions fluides dans une matrice fluide, en passant par l'alternance des différentes matrices et inclusions. L'appellation « cristal phononique » est issue de l'analogie phonon-photon.

Dans les années 1970, *L. P. Solie* a effectué une étude sur les milieux périodiques dans l'objectif de réaliser un filtre acoustique à ondes de surfaces [25]. Ce filtre réflecteur est réalisé en premier lieu à l'aide de rainures métalliques périodiques. Ces dernières sont remplacées par la suite par des tiges métalliques périodiques. Cet arrangement permet sous certaines conditions d'observer une réflexion des ondes de surface dans une ou toutes les directions de propagation. L'idée de filtre acoustique a aussi été mise en avant dans les travaux de *Narayanamurti* sur un composite périodique à une dimension réalisé à partir d'un réseau de AsGa/AlGaAs [26]. Dans le soucis de comprendre la théorie associée à la propagation des ondes élastiques dans les milieux périodiques, le calcul des relations de dispersion a été introduit pour une structure solide $3D$ ayant des inclusions sphériques [27]. Les relations de dispersion ont permis d'identifier les bandes de fréquences pour lesquelles la propagation des ondes est partiellement ou totalement interdite.

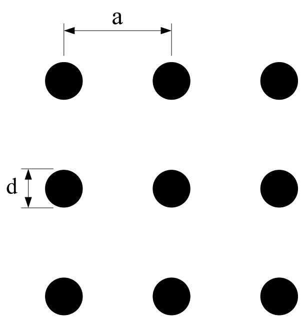
L'étude théorique des milieux élastiques périodiques a connu une progression considérable au début des années 1990, notamment avec les travaux de *M. S. Kushwaha*, mettant en évidence la présence de bandes interdites dans les cristaux phononiques [23]. L'étude en question portait sur un cristal phononique constitué de cylindres de nickel dans une matrice d'aluminium et vice versa. Cette structure présente une bande interdite dans le plan de propagation pour les ondes transverses. L'existence de cette bande découle essentiellement des contrastes de vitesse et de masse volumique entre la matrice et les inclusions solides. Il est nécessaire pour l'élargir de choisir un fort contraste entre les vitesses dans la matrice et dans les inclusions.

Par la suite, une étude expérimentale portait sur une structure phononique qui, à la base, est une sculpture minimaliste de l'artiste espagnol *Eusebio Sempere* exposée au jardin de la Juan March Fundation à Madrid (figure 1.11). Cette structure est constituée de cylindres d'acier de 29 mm de diamètre disposés selon une maille carrée, par pas de 100 mm. Elle présente une atténuation aux ondes acoustiques aux fréquences $1,7$ et $2,7$ kHz, atténuation reliée en première interprétation à la diffraction sur les plans cristallographiques [100] et [110]. Il s'agit en réalité de bandes interdites dans une seule direction de propagation, car l'atténuation introduite par la structure dépend de la direction du vecteur d'onde incident.

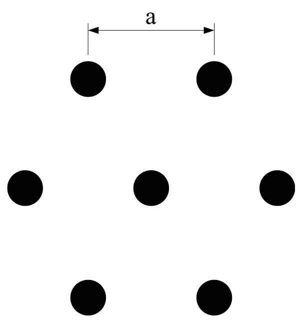
Aux cours de ces premières investigations s'est aussi posée la question de l'influence de l'agencement des diffuseurs dans la matrice. Ainsi la topologie « cermet », qui est constituée de diffuseurs isolés, est préférable à la topologie « réseau », dans laquelle les diffuseurs sont inter-connectés [28]. De plus, le réseau triangulaire est plus favorable à l'ouverture de bande interdite, sa première zone de Brillouin étant celle qui a la forme la plus circulaire possible [29].

Par ailleurs, les premières études sur les cristaux phononiques s'intéressent essentiel-

Figure 1.11 – *Sculture périodique d'Eusebio Sempere à Madrid.*



(a) Réseau carré



(b) Réseau triangulaire

Figure 1.12 – *Réseaux classiques des cristaux phononiques à 2 dimensions (a) réseau (à maille) carré et (b) réseau triangulaire.*

lement à la démonstration théorique et expérimentale de l'existence des bandes interdites dans les cristaux phononiques à 2 et 3 dimensions [23, 28, 30, 31]. Les paramètres de maille et les résonances des diffuseurs pris séparément jouent aussi un rôle important dans l'ouverture de bandes interdites [32]. Il est en effet montré que la première bande interdite est une bande hybride liée d'une part, aux résonances des diffuseurs isolés qui engendrent des bandes interdites étroites, et d'autre part, à la propagation dans le milieu effectif. Toutefois, le contraste de densité a une plus forte influence dans l'ouverture de bandes interdites que le contraste de vitesse. De plus, selon des études concomitantes [33], les propriétés dues à la périodicité des milieux apparaissent à partir de 4 rangées dans l'épaisseur. Pour un nombre de rangées supérieur, les cristaux phononiques peuvent être considérés comme infinis.

Pour des raisons de mise en œuvre relativement simple, l'étude des cristaux à matrice fluide et inclusions solides a été privilégiée [24, 34, 35]. En vue de mettre en évidence les résonances localisées, *Yang et al.* ont réalisé un cristal phononique $3D$ constitué de diffuseurs sphériques disposées selon la géométrie cubique à faces centrées dans de l'eau [34]. La focalisation des ondes ainsi que l'effet tunnel au cours de la propagation dans le cristal phononique ont été mis en évidence expérimentalement. D'autre part, les travaux sur les structures bidimensionnelles constituées de tiges cylindriques d'acier dans l'eau ont permis d'analyser la réfraction négative [35, 36, 37]. Cette dernière se manifeste par le rétrécissement latéral de l'image d'une source placée en amont d'une lentille plane à base de cristal phononique et un étalement axial essentiellement lié à la dispersion dans l'axe de la source.

Dans le cas particulier de l'accord d'indice entre la lentille et le milieu environnant, une résolution sub-longueur d'onde est obtenue aussi bien pour des cristaux phononiques fluides [3, 38] que des cristaux phononiques à ondes de surface [39, 40, 41]. L'effet superlentille permet d'envisager une utilisation des lentilles acoustiques dans les systèmes d'imagerie acoustique haute résolution.

Sur le même principe que les superlentilles, les réseaux constitués de diffuseurs de rayon variable dans une matrice permettent d'amplifier les composantes évanescentes de l'onde ultrasonore. Avec un rayon en sortie huit fois supérieur au rayon à la première rangée, les hyperlentilles permettent aujourd'hui de dépasser la limite de diffraction [42].

D'autres effets tels que le mirage acoustique [43] permettent de guider les ondes dans un réseau à gradient d'indice en exploitant la propriété de réfraction négative tout comme c'est le cas avec les bandes interdites [44, 45, 46]. Toutefois, pour l'utilisation des bandes interdites pour le guidage des ondes, le trajet de l'onde est prédéfini par l'introduction d'une ligne de défaut.

En résumé, les applications des cristaux phononiques sont d'une part, le guidage et le confinement des ondes dans les bandes de propagation interdite et d'autre part, la réalisation des superlentilles, des hyperlentilles et des matériaux à gradient d'indice pour les bandes de fréquences au dessus de la bande interdite de Bragg correspondant à la première bande interdite complète.

1.3.1 Réseaux directs et réseaux réciproques

À l'état naturel, les solides cristallins possèdent à l'échelle microscopique, un arrangement périodique et symétrique d'atomes formant la structure entière. Le réseau formé par les atomes (réseau de Bravais) est décrit par un vecteur de périodicité $\mathbf{a}$:

$$\mathbf{a} = u\mathbf{a}_1 + v\mathbf{a}_2 + w\mathbf{a}_3 \tag{1.11}$$

où $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ et $\mathbf{a}_3$ sont les vecteurs de base du réseau direct et u, v et w trois nombres entiers. Dans le cas où un des vecteurs de base est nul, la relation 1.11 définit un réseau de Bravais à deux dimensions.

Il existe cependant plusieurs combinaisons possibles de vecteurs unitaires permettant de définir une cellule élémentaire, le plus petit volume contenant exactement un point du réseau (toute l'information) avec une symétrie de translation suivant les vecteurs de base. La translation de la cellule élémentaire doit se faire sans chevauchement entre deux cellules adjacentes. La cellule élémentaire généralement utilisée est la maille de Wigner-Seitz, elle est identifiée comme la région de l'espace la plus proche d'un point du réseau que de n'importe quel autre point [47].

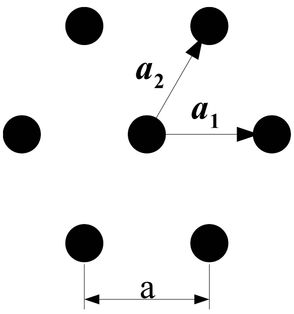
La maille de Wigner-Seitz dans l'espace réciproque est la première zone de Brillouin. Le réseau réciproque est associé au réseau direct et permet l'étude théorique de la propagation des ondes dans le milieu périodique. Au réseau direct de vecteur de périodicité $\mathbf{a}$ correspond un réseau réciproque de vecteur $\mathbf{G}$ permettant de décrire tous les vecteurs d'ondes du réseau périodique. Le réseau réciproque peut être vu comme l'ensemble des vecteurs d'ondes satisfaisant à la relation 1.12 pour tous les vecteurs $\mathbf{a}$ du réseau direct :

$$e^{(\mathbf{G}\cdot\mathbf{a})} = 1. \tag{1.12}$$

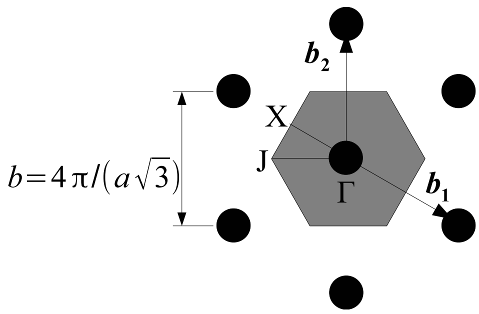
Tout comme le réseau direct, le réseau réciproque est un réseau de Bravais de même nature. Les vecteurs de base du réseau réciproque $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$ et $\mathbf{b}_3$ sont construits à partir des vecteurs de base du réseau direct $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ et $\mathbf{a}_3$. Pour un réseau à 3 dimensions, ils sont donnés par les relations suivantes :

$$\mathbf{b}_1 = 2\pi\frac{\mathbf{a}_2 \wedge \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \wedge \mathbf{a}_3)}, \qquad \mathbf{b}_2 = 2\pi\frac{\mathbf{a}_3 \wedge \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_2 \cdot (\mathbf{a}_3 \wedge \mathbf{a}_1)}, \qquad \mathbf{b}_3 = 2\pi\frac{\mathbf{a}_1 \wedge \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_3 \cdot (\mathbf{a}_1 \wedge \mathbf{a}_2)}. \tag{1.13}$$

Ainsi le réseau réciproque associé au réseau triangulaire de vecteurs de base $\mathbf{a}_1$ et $\mathbf{a}_2$ est un réseau triangulaire de vecteurs de base $\mathbf{b}_1$ et $\mathbf{b}_2$ (figure 1.13). La première zone



(a) Réseau direct



(b) Réseau réciproque

Figure 1.13 – *Réseau direct triangulaire* (a) *et le réseau réciproque triangulaire correspondant* (b) *pour un réseau périodique 2D. Le triangle* ΓXJ *correspond à la zone de Brillouin.*

de Brillouin, zone grise (figure 1.13(b)), est une maille du réseau réciproque de haute symétrie, définie comme la surface délimitée par les plans issus de l'ensemble des points équidistants du point central et des plus proches voisins. La première zone de Brillouin peut aussi être vue comme l'ensemble des points de l'espace réciproque pouvant être atteints depuis l'origine sans intersection avec un plan de Bragg. Toutefois, il est possible de définir des zones de Brillouin d'ordres supérieurs. La $n^{ième}$ zone de Brillouin est l'ensemble des points de l'espace réciproque pouvant être atteints à partir de l'origine sans intersection avec les $n-1$ autres plans de Bragg.

Dans le cadre de cette thèse, l'étude des structures sera réalisée uniquement dans la première zone de Brillouin, et en particulier dans la zone désignée par le triangle rectangle ΓXJ (figure 1.13(b)). En effet, la périodicité de la structure permet de déduire ses propriétés de celles de la première zone de Brillouin.

1.3.2 Dispersion dans les milieux périodiques

La relation de dispersion $\omega(\mathbf{k})$ est caractéristique du milieu de propagation. Elle offre entre autre, des informations sur la propagation de l'onde dans le milieu. De cette relation se déduisent la vitesse de phase $v_\varphi = \frac{\omega}{k}$ et la vitesse de groupe $v_g = \frac{\partial\omega}{\partial k}$. Pour un milieu non dispersif, ces deux vitesses sont égales. Par ailleurs, dans un milieu sans pertes, la vitesse de groupe correspond à la vitesse de transport de l'énergie.

Pour les milieux dispersifs, la relation de dispersion permet d'identifier les bandes

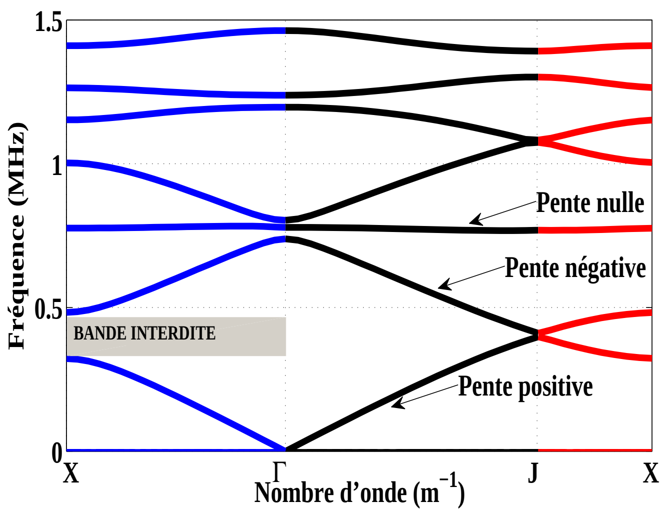


Figure 1.14 – *Courbes de dispersion pour un réseau périodique de tiges d'acier disposées selon la maille triangulaire dans de l'eau, paramètres de maille : $a = 1,5$ mm et $d = 1$mm.*

interdites, et les différents modes de propagation dans le milieu périodique. La figure 1.14 montre la courbe de dispersion d'un cristal phononique constitué de tiges cylindriques d'acier inoxydable immergées dans l'eau. Elle est obtenu à l'aide de la méthode de décomposition en ondes planes qui sera présentée au prochain chapitre. Les diffuseurs, de diamètre $d = 1$ mm, sont disposés selon la géométrie triangulaire avec une périodicité

$a = 1,5$ mm. La première branche correspond à une vitesse de phase et une vitesse de groupe simultanément positives. Les interférences destructives liées aux réflexions multiples de Bragg donnent lieu à une ouverture de bandes interdites, *band gap* en anglais, dans une ou plusieurs les directions de propagation. Dans ce cas, le croisement des différentes branches de propagation introduit un couplage des modes de propagation pouvant faire apparaître la bande interdite [48]. Les branches à pente nulle correspondent à un mode à vitesse de groupe nulle et vitesse de phase constante, tandis que les branches à pente négative correspondent à une bande de fréquences pour laquelle v_φ et v_g sont de signes contraires.

Les paramètres du milieu périodique (masse volumique, constantes élastiques, $\cdots$) au point de coordonnée $\mathbf{r}$ sont de la forme : $\alpha(\mathbf{r}) = \alpha(\mathbf{r}+\mathbf{a})$, avec $\mathbf{a}$ le vecteur de périodicité du réseau direct. La relation de dispersion est aussi périodique et s'écrit $\omega(\mathbf{k}) = \omega(\mathbf{k}+\mathbf{G})$; $\mathbf{G}$ est la périodicité du réseau réciproque. La relation de dispersion dépend de la direction de propagation et est de plus symétrique si le milieu périodique est symétrique, $\omega(\mathbf{k}) = \omega(-\mathbf{k})$. Pour un réseau périodique de symétrie triangulaire et de période $\mathbf{a}$, le nombre d'onde maximal dans la zone de Brillouin $k_{\Gamma X} = \pi/a$ suivant ΓX, $k_{\Gamma J} = 2\pi/a\sqrt{3}$ suivant ΓJ et suivant JX, $k_{JX} = \pi/a\sqrt{3}$.

1.3.3 Modes de Bloch

À la manière des ondes planes dans les milieux isotropes, la propagation dans les milieux périodiques se fait par le biais d'ondes de Bloch. Cette propagation est décrite par les courbes de dispersion dans la première zone Brillouin. Ainsi dans une bande de fréquences donnée, le vecteur d'ondes est déterminé pour toutes les directions de propagation. En effet, d'après le théorème de Bloch-Floquet, du fait de la périodicité des cristaux phononiques le champ de déplacement u (ou le champ de contrainte) à la position $\mathbf{r}$ quelconque s'écrit sous la forme :

$$u(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{G}} u_{\mathbf{k}_n} e^{j(\omega t - \mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r})}, \tag{1.14}$$

où $u_{\mathbf{k}_n}$ est le champ associé au vecteur d'onde $\mathbf{k}_n$ du mode de Bloch n. Le vecteur d'onde est donné par la relation :

$$\mathbf{k}_n = \mathbf{k}_{BZ} + n\mathbf{G}, \tag{1.15}$$

$\mathbf{k}_{BZ}$ est le vecteur d'onde dans la zone de Brillouin irréductible. Cette zone contient toute l'information spectrale liée à la propagation des ondes dans le milieu périodique. L'étude peut donc se limiter aux vecteurs d'onde dans la première zone de Brillouin. Pour un réseau périodique infini, il existe une infinité de modes de Bloch, cependant du fait des dimensions finies des cristaux étudiés, seul un nombre fini de vecteurs d'ondes de Bloch peut être pris en compte.

À l'interface entre un milieu isotrope et un cristal phononique, une onde incidente dans le milieu isotrope peut-être couplée aux différents modes de Bloch en respectant la loi de Snell-Descartes. Ainsi, à l'onde décrite par le couple $(\omega, \mathbf{k})$ dans le milieu isotrope environnant, sont couplées aux ondes $(\omega, \mathbf{k}_n)$ dans le milieu périodique. Les modes de Bloch avec un nombre d'onde de Bloch négatif donnent lieu à une réfraction négative, les modes de Bloch positifs entraînant la réfraction positive (figure 1.15).

Sur la figure 1.15, la déviation Dx d'un faisceau incident est alors donnée par la

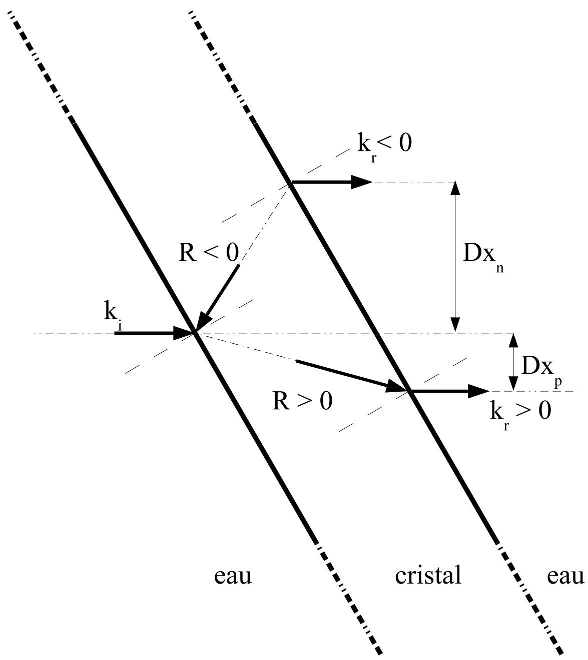


Figure 1.15 – *Déviation d'un faisceau en incidence oblique due à l'existence de deux modes de Bloch dans un cristal phononique immergé dans l'eau : n réfraction négative et p réfraction positive.*

relation géométrique 1.16, issue de la loi de Snell-Descartes :

$$Dx = L \cos\theta_i (\tan\theta_r + \tan\theta_i). \tag{1.16}$$

θ_i et θ_r correspondent respectivement aux angles d'incidence et et de réfraction. Cette équation générale reste valable pour une réfraction positive ou négative au sein du cristal phononique. La déviation dépend alors du signe de l'indice de réfraction.

1.3.4 Surfaces des lenteurs ou contours équi-fréquences

La propagation dans les milieux élastiques périodiques dépend, en général, de la direction de propagation et de la fréquence. L'intersection de la structure de bandes avec un plan fréquentiel définit la surface des lenteurs, aussi appelée surface ou contour équi-fréquence (equi-frequency surfaces - EFS).

La figure 1.16 est un exemple de surfaces équi-fréquences d'une onde dans un milieu anisotrope dans le plan réciproque (k_x, k_y) pour des fréquences angulaires $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$. La direction de propagation de l'énergie d'une onde de vecteur $\mathbf{k}$ (direction de la vitesse de groupe) est normale à l'EFS et pointe du côté des fréquences croissantes. Le vecteur d'onde et le vecteur vitesse de phase dans le milieu sont suivant la direction de propagation de l'onde incidente.

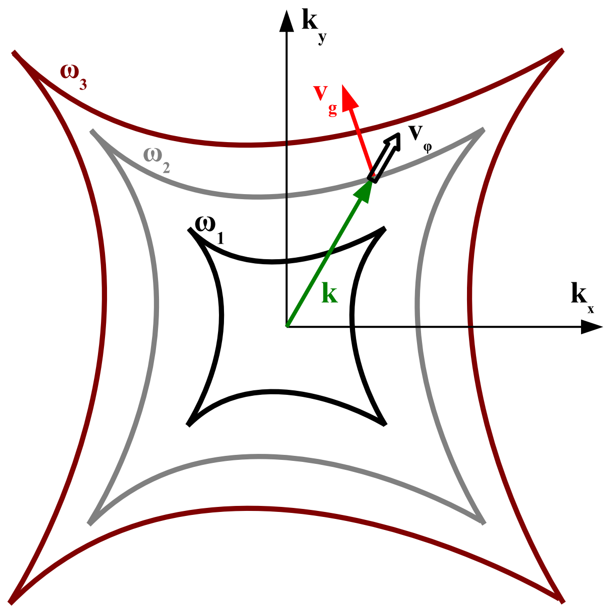


Figure 1.16 – *Exemple de surfaces équi-fréquences pour un matériau homogène anisotrope.*

Dans le cas d'une branche à pente négative (seconde branche de la structure de bande de dispersion, figure 1.14), le module du vecteur d'onde diminue quand la fréquence augmente ($\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$). Ainsi, la direction de propagation de l'énergie est opposée au vecteur d'onde et au vecteur vitesse de phase (figure 1.17). Cette propriété s'obtient pour

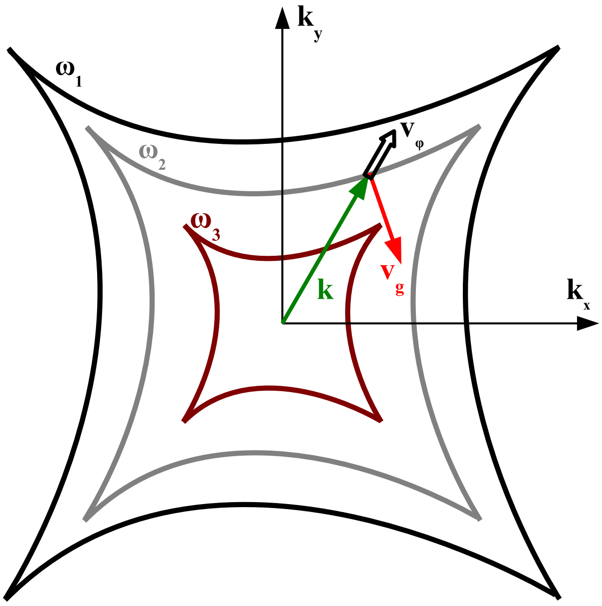
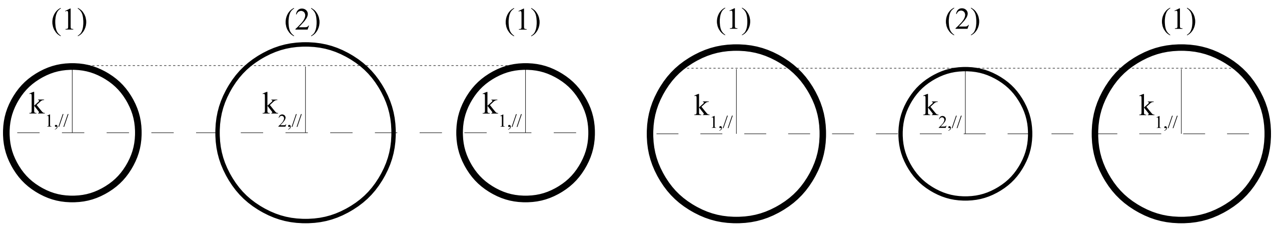


Figure 1.17 – *Surfaces équifréquences pour un matériau périodique dans la bande de réfraction négative.*

un milieu constitué d'un arrangement périodique de deux (ou plus) matériaux de caractéristiques différentes. La réfraction négative est donc identifiée à partir de la structure de bandes et des surfaces équi-fréquences.

La forme géométrique des surfaces équi-fréquences est liée au degré d'isotropie des matériaux [49]. Par exemple pour un milieu isotrope, les EFS sont circulaires. Le nombre d'onde est indépendant de la direction de propagation. Au regard des EFS, la propagation à l'interface entre deux milieux isotropes distincts peut être schématisée par la figure 1.18. Si la composante tangentielle maximale ($k_{1,\backslash\backslash}$) du vecteur d'onde du milieu 1 est inférieure à la composante tangentielle maximale ($k_{2,\backslash\backslash}$) du milieu 2, tous les vecteurs d'ondes incidents sont couplés au milieu 2 (figure 1.18(a)). Inversement, seules les composantes tangentielles du milieu 2 inférieures à $k_{1,\backslash\backslash}$ peuvent être couplées au milieu 1. Lorsque la composante maximale $k_{1,//}$ est supérieure à la composante maximale $k_{2,//}$ (figure 1.18(b)), seules les composantes inférieures ou égales à la composante tangentielle maximale dans



(a) $k_{1,\backslash\backslash} < k_{2,\backslash\backslash}$ (b) $k_{1,\backslash\backslash} > k_{2,\backslash\backslash}$

Figure 1.18 – *Couplage à l'interface entre deux milieux isotropes distincts* (*a*) *EFS du milieu* 1 *inférieure à celle du milieu* 2, (*b*) *EFS du milieu* 1 *supérieure à celle du milieu* 2.

le milieu 2 peuvent se propager. Toutes les composantes du milieu peuvent être couplée au milieu 1.

Pour un milieu d'incidence solide avec simultanément des ondes de polarisations longitudinale et transverse, l'onde associée à chaque type de polarisation est couplée au milieu 2 selon le principe de couplage présenté à la figure 1.18. Elle est transmise au milieu 2 si la composante tangentielle du vecteur d'onde incident est inférieure ou égale à celle du milieu 2. Le principe de couplage reste valable si différents modes de Bloch se propagent dans le milieu d'incidence.

1.4 Conclusion

Les bases de la propagation des ondes et de l'imagerie utilisées dans la suite de ce manuscrit ont été introduites dans ce chapitre, avec notamment un tour d'horizon non exhaustif des dispositifs d'imagerie utilisant les lentilles classiques et les cristaux phononiques. Le phénomène de réfraction négative ainsi que les conditions de focalisation de faisceaux associés aux matériaux d'indice négatif sont explicitées à l'interface entre une lentille phononique et un milieu isotrope environnant.

Il ressort de cette étude qu'une imagerie acoustique sub-longueur d'onde s'obtient si les conditions d'accord d'indice et de circularité des surfaces équi-fréquences sont satisfaites. La première permet d'avoir pour chaque angle d'incidence un angle de réfraction de même valeur (absolue), entraînant ainsi une compensation de phase à distance de propagation égale dans le cristal phononique et le milieu de référence. Concernant la seconde condition, tous les rayons incidents issus d'un même point convergent vers un seul et même point après propagation à travers la lentille phononique. Toutefois pour une résolution sub-longueur d'onde, ces deux conditions doivent être couplées à une imagerie champ proche, de façon à amplifier des ondes évanescentes issues de la source.

Un critère supplémentaire à prendre en compte est l'accord d'impédance entre la lentille et le milieu de référence. En effet, de ce paramètre dépend la dynamique des images réalisables avec de telles lentilles. Ces trois critères réunis, permettent une imagerie sub-longueur d'onde avec une résolution au delà de la limite de diffraction classique. L'image restituera la dynamique de la source ponctuelle dés lors qu'un seul et unique mode de propagation sera mis en jeu.

La propagation de plusieurs modes dus à la périodicité du cristal phononique solide fait l'objet du prochain chapitre. Nous verrons ainsi la conséquence de l'existence de plusieurs modes sur la focalisation d'ondes à travers une lentille solide.