

Modélisation numérique du système de stockage de chaleur

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, le cahier de charges a été défini. La solution retenue pour répondre à la problématique industrielle est l'utilisation d'un système de stockage de chaleur couplé à une pompe à chaleur (PAC). Cette solution sera appelée par la suite solution système.

Dans la littérature, plusieurs types des solutions dites "systèmes" sont décrits pour le stockage de chaleur dans le domaine du bâtiment. Entre autres, le stockage solaire pour l'eau chaude sanitaire est très répandu [24, 27, 74]. Le *MCP* décharge la chaleur stockée de manière latente, quand l'eau commence à refroidir en dessous de la température de solidification du matériau. L'eau reste donc à une température plus élevée plus longtemps. Les *MCP* sont donc utilisés pour améliorer la performance du système. D'autre part, les systèmes solaires de chauffage à air ont été largement étudiés [39, 67, 96]. Ces études ont mis en évidence le point de transformation comme paramètre de sélection. Aussi, la compacité du système est favorisée grâce à l'utilisation des *MCP*.

Notre cas d'étude concerne plus précisément les systèmes actifs stockant l'énergie électrique pendant des périodes creuses pour la restituer pendant les pics de demande électrique. Ces systèmes ont été étudiés non seulement pour le chauffage pendant l'hiver [35, 44], mais aussi pour la climatisation pendant la période d'été [9, 85, 86]. Dans le premier cas, pendant les périodes hors pics, l'air chauffé par l'intermédiaire d'un système électrique (exemple: une PAC) traverse l'échangeur contenant des *MCP* pour stocker de l'énergie. Cette énergie est alors restituée pendant la période de forte demande pour chauffer le bâtiment et ainsi réduire la demande en chauffage (figure 3.1). Dans le deuxième cas, l'air intérieur passe par l'unité de stockage pour son refroidissement. Ceci entraîne un déphasage entre le moment où la température intérieure doit être rafraîchie et le moment de

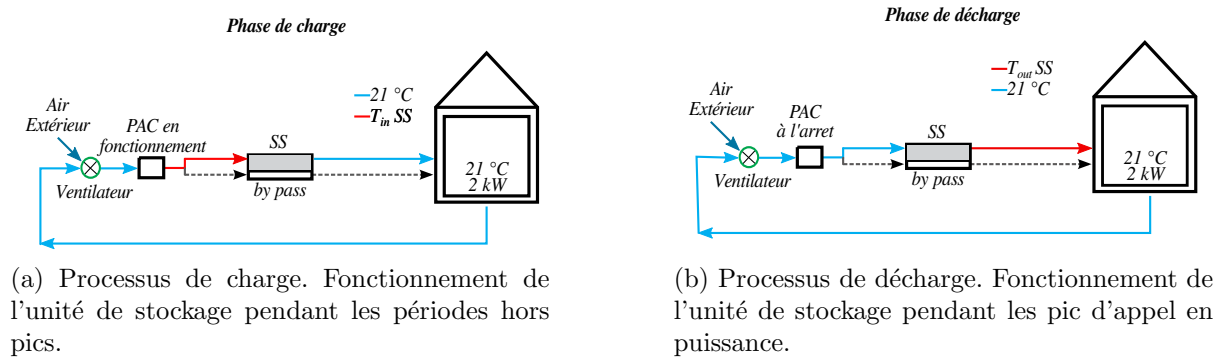


FIGURE 3.1 – Principe de fonctionnement d'un système de stockage air/*MCP* pour l'effacement des pics d'appel en puissance en hiver.

déclenchement de la climatisation. Le pic de demande est alors déphasé. De manière générale, plusieurs *MCP* ont été testés avec de résultats positifs. Néanmoins, des améliorations ont été envisagées. La conductivité des *MCP* étant faible, intuitivement, les recherches se sont centrées sur l'amélioration de la conductivité équivalente des matériaux stockeurs [38, 37, 52, 65, 95]. Des composites contenant du *MCP*, avec des matrices métalliques par exemple, ont été testés comme solution pour l'amélioration de la conductivité équivalente [3, 45].

L'objectif de cette thèse n'est pas de refaire les études de la bibliographie mais de fournir des outils méthodologiques facilement utilisables pour la sélection de matériaux pour le système de stockage étudié. Pour ce faire, un modèle numérique prenant en compte le phénomène de changement de phase a été développé. Ce chapitre présente ce modèle numérique qui sera utilisé par la suite pour l'étude du système.

3.2 Intégration du système de stockage au bâtiment

Le système de stockage proposé est positionné en sortie de la conduite de ventilation d'une pompe à chaleur (PAC). Un by-pass (diviseur de flux) est utilisé pour l'activation ou la non activation du système de stockage (figure 3.2a - partie droite du système). Lors de la décharge, le by-pass est fermé et le flux d'air provenant de la pompe à chaleur à l'arrêt passe par le système de stockage. Pendant cette phase, l'air entrant est à une température inférieure à celle de la température de fusion afin de favoriser le phénomène de solidification. La chaleur stockée dans le matériau est alors restituée à l'air passant par la conduite.

Le problème consiste à modéliser la phase de décharge d'un système de stockage de chaleur. Ce système est composé de plaques composites ou hybrides contenant des ma-

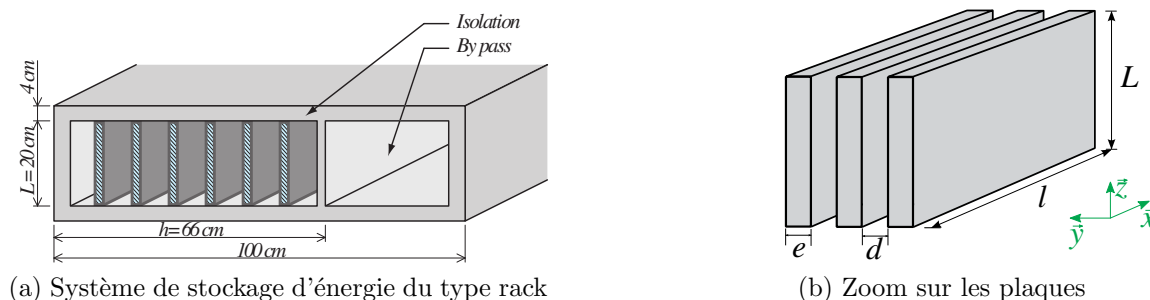


FIGURE 3.2 – Le système d'étude

tériaux à changement de phase positionnées verticalement et parallèlement les unes aux autres (figure 3.2a - partie gauche du système).

Le système sera dimensionné afin que la décharge se déroule sur une période de 2 h. L'idée étant d'utiliser cette énergie stockée pendant les périodes de pointe, c'est-à-dire, à la fin de la journée, entre 18 h et 20 h

Les principales tâches développées dans ce chapitre concernant :

- un état de l'art sur les modèles numériques et les expériences concernant les systèmes de stockage latent ;
- la modélisation mathématique du transfert de chaleur à l'intérieur de l'unité de stockage ;
- la modélisation numérique du système de stockage latent ;
- la vérification et validation du modèle par comparaison avec un cas de la littérature et des résultats expérimentaux.

3.3 Étude bibliographique

3.3.1 Modèles numériques

Dans la littérature, des modèles simples d'échangeurs thermiques contenant des *MCP* existent, ils sont analytiques [32], semi-analytiques [89] ou empiriques [60]. Cependant, l'évaluation et le choix d'une solution technique nécessite un modèle numérique détaillé.

Un modèle d'échangeur simplifié négligeant la conduction à l'intérieur des plaques composites est proposé par Hed et Bellander [46]. Dans ce modèle, la discrétisation des équations qui gouvernent le problème est réalisée par différences finies et le schéma de résolution de ces équations différentielles est explicite. D'autre part, dans le modèle présenté par Rostamizadeh et al. [76], la conduction à l'intérieur de la plaque contenant du *MCP* est considérée unidirectionnelle dans le sens du flux d'air. Ces modèles sont valables dans le cas d'un nombre de *Biot* faible. Le gradient de température à l'intérieur de la plaque

composite sera insignifiant et l'hypothèse d'une température uniforme suivant l'épaisseur de la plaque est donc raisonnable. Dans le cas d'un nombre de *Biot* élevé, cas fréquent pour des conductivités thermiques faibles, une prédiction précise est obtenue seulement si la conduction est aussi modélisée suivant l'épaisseur de la plaque composite contenant du MCP.

Des modèles prenant en compte la conduction 2D à l'intérieur de la plaque architecturée existent, comme présenté par Halawa et al. [43] ou Mossaffa et al. [68]. Le premier modèle 2D est résolu avec un schéma implicite. Le changement de phase est pris en compte *via* la méthode enthalpique par différences finies, mais, uniquement les termes de convection et advection sont considérés dans l'équation du bilan énergétique dans le flux d'air. Le deuxième modèle a pris en compte le changement de phase par la méthode de la capacité calorifique équivalente mais la conduction à l'intérieur de la plaque n'est pas modélisée.

Enfin, il est constaté dans la littérature une faible quantité d'information concernant le schéma en temps pour la résolution des équations différentielles. Contrairement à ce qui est affirmé par Waqas et Din [91], le schéma implicite n'est pas inconditionnellement stable à cause des non linéarités présentes [58].

Par la suite, dans la section 3.3.2, un état de l'art sur les expériences concernant les systèmes actifs air/*MCP* est réalisé.

3.3.2 Expériences

Pour une validation du modèle numérique, des conditions expérimentales en laboratoire sont essentielles. Dans le tableau 3.1, une synthèse des données expérimentales disponibles sur des expériences réalisées en laboratoire est présentée. Pour une meilleure compréhension de ces expériences, les données suivantes ont été collectées :

- les dimensions du système ($L \times l \times h$) ;
- l'épaisseur des plaques (e) et des lames d'air (d) ;
- la quantité en masse (m) de *MCP* ;
- le débit d'air (Q_v) passant par l'unité de stockage ;
- et le nombre de Biot : $Bi = \frac{h(e/2)}{\lambda}$.

La première constatation réalisée est la faible quantité des données disponibles sur les systèmes de stockage contenant des *MCP*. La seconde constatation est que, pour les études en question, certaines propriétés importantes ne sont pas données et/ou leurs incertitudes sont omises (les incertitudes jouent un rôle important pendant la phase de validation [31]). La troisième et dernière constatation concerne le nombre de *Biot* qui est inférieur ou égal à 1 dans les études expérimentales de la littérature. Des données expérimentales obtenues à partir d'une unité de stockage avec un nombre de Biot supérieur à 1 sont nécessaires pour deux raisons : la première raison est que ce type de configuration permet la compréhension de l'influence du gradient de température à l'intérieur de la plaque architecturée sur les

Référence	Volume	e	d	m	Q_v	Bi
	(m ³)	(mm)	(mm)	(kg)	(m ³ /h)	[-]
[30]	In	10	10	135	675-1550	In
[46]	$0.48 \times 0.48 \times In$	8	8	20	223.2	0.25*
[60]	In	In	In	In	In	In
[93]	In	15 ou 25	In	3	100-150	1
[88]	0.0063-0.0076	5	5	4.7-6.05	238-604	0.3 - 0.6*

TABLEAU 3.1 – Expériences réalisées en laboratoire sur une unité de stockage contenant du *MCP* (In : Inconnue ; * : évalué).

processus de charge et décharge ; la deuxième raison est que ces données sont nécessaires pour la validation des modèles numériques.

Dans la section suivante (section 3.4), le modèle numérique développé au cours de cette thèse sera présenté. Dans un premier temps, le problème à étudier et les hypothèses sont rappelées (partie 3.4.1). Ensuite, la formulation mathématique du problème (partie 3.4.3) et la résolution numérique sont présentées (partie 3.4.4).

3.4 Modèle numérique

3.4.1 Présentation du problème

Le système de stockage est conçu de façon à être installé dans un couloir au niveau du plafond. Le débit d'air entrant est fixé par la PAC et aura dans ce cas d'étude une valeur de 600 m³/h. La puissance de décharge est donnée par :

$$P = \dot{Q}_v \rho_a C_a (T_{out} - T_{in}) \quad (3.1)$$

$\dot{Q}_v$ étant le débit volumique d'air du système. La contrainte du système établie par le cahier de charges est une puissance de 2 kW. Le système de stockage doit donc être en mesure d'assurer une puissance de décharge supérieure ou égale à 2 kW pendant 2 h, c'est-à-dire, pendant toute la durée de décharge.

3.4.2 Hypothèses

Les hypothèses prises pour la modélisation du système de stockage sont citées dans les lignes qui suivent.

- le transfert de chaleur est réduit uniquement au plan $(\vec{x}, \vec{y})$. Le problème est considéré comme 2D :

1. Pas de conduction suivant l'axe $\vec{z}$ dans les plaques.

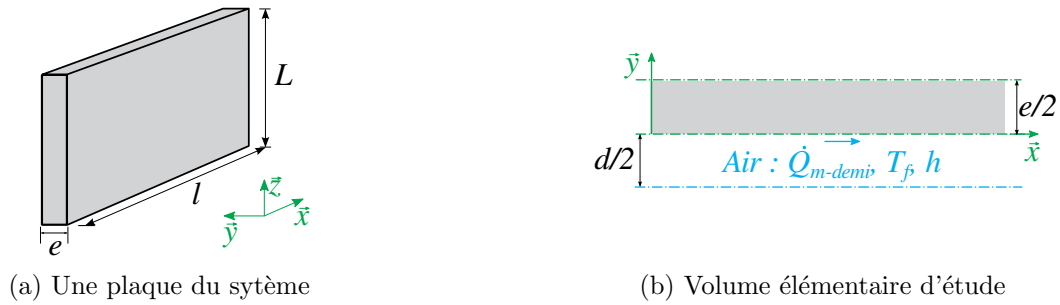


FIGURE 3.3 – Étude de la demi-plaque composite grâce aux symétries

2. effets de bords négligés (le système est isolé en $z = 0$ et $z = L$)

- le système global est réduit à l'étude d'une demi plaque composite + un demi canal d'air grâce aux symétries présentes (figure 3.3) ;
- le système étudié est considéré comme isolé, les pertes de chaleur avec l'extérieur sont négligées ;
- le phénomène de conduction est dominant dans la plaque architecturée pendant le transfert de chaleur ;
- le transfert radiatif entre les plaques est négligeable ;
- on considère une plaque architecturée contenant du MCP, équivalente à un milieu homogène ;
- pour le matériau à changement de phase et le conteneur :
 1. la masse volumique, la conductivité, et la chaleur spécifique sont supposées constantes et indépendantes de la température ;
 2. l'enthalpie est fonction de la température ($h = f(T)$) avec f continue et dérivable.

Le changement de phase est modélisé en utilisant la méthode de la capacité calorifique équivalente [40, 49, 66]. Cette méthode implique que la capacité calorifique doit inclure de manière apparente la chaleur latente. Ainsi, la fonction de la capacité calorifique effective doit augmenter et diminuer fortement avec un pic apparent lorsque le matériau est soumis au changement de phase. La chaleur latente est alors égale à l'intégrale de la capacité calorifique sur cette plage de température.

Pour prendre en compte le pic apparent dû au changement de phase, la courbe de la capacité calorifique est de type gaussienne (figure 3.4). Mathématiquement, cela se traduit par :

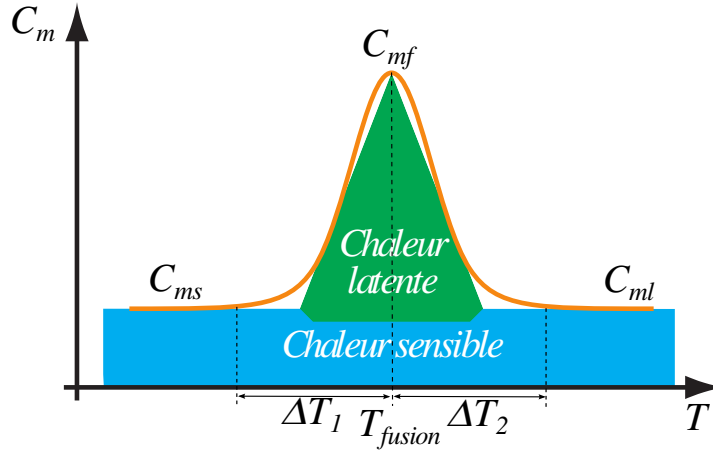


FIGURE 3.4 – Allure de la courbe de la capacité calorifique équivalente

si $T < T_{fusion}$, alors

$$C_m(T) = C_{ms} + (C_{mf} - C_{ms}) \cdot \exp \left[- \left(\frac{T_{fusion} - T}{\Delta T_1} \right)^2 \right] \quad (3.2)$$

si $T > T_{fusion}$, alors

$$C_m(T) = C_{ml} + (C_{mf} - C_{ml}) \cdot \exp \left[- \left(\frac{T_{fusion} - T}{\Delta T_2} \right)^2 \right] \quad (3.3)$$

La chaleur latente est alors :

$$H = \frac{\sqrt{\pi}}{2} [\Delta T_1 (C_{mf} - C_{ms}) + \Delta T_2 (C_{mf} - C_{ml})] \quad (3.4)$$

3.4.3 Formulation mathématique

Conservation de l'énergie dans la plaque contenant du MCP

La conservation de l'énergie dans la plaque architecturée contenant du MCP est donnée par :

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} = -div(\vec{\phi}) \quad (3.5)$$

où ρh est l'enthalpie volumique [$J m^{-3}$] et $\vec{\phi}$ la densité de flux de chaleur par conduction [$W m^{-2}$]. La densité de flux de chaleur par conduction est liée à la température de la plaque via la loi de Fourier :

$$\vec{\phi} = -\lambda \cdot \overrightarrow{grad}(T) \quad (3.6)$$

si $\rho h(T)$ est continue et dérivable, ρC peut être définie comme la capacité calorifique volumique effective par :

$$\rho C(T) = \frac{\partial(\rho h)}{\partial T} \quad (3.7)$$

L'équation devient alors :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = -div(\vec{\varphi}) \quad (3.8)$$

Conservation de l'énergie dans le débit d'air

Le traitement de la conservation de l'énergie dans le débit d'air requiert en plus les hypothèses suivantes :

- la chaleur visqueuse, la pression et les forces extérieures sont négligées dans la conservation d'énergie ;
- l'air est considéré sec, incompressible et avec une capacité calorifique constante ;
- l'évolution de l'énergie interne est négligée (par rapport aux termes d'advection et diffusion) ;
- la vitesse est uniforme dans une section normal à l'axe $\vec{x}$.

La conservation de l'énergie dans la lame d'air est donnée par :

$$div(\rho_a C_a T_a \vec{v}) + div(\vec{\varphi}_a) = 0 \quad (3.9)$$

où $\vec{\varphi}_a$ est le flux de chaleur de conduction dans le flux d'air, lié à la température d'air *via* la loi de *Fourier* :

$$\vec{\varphi}_a = -\lambda_a \overrightarrow{grad}(T_a) \quad (3.10)$$

Conditions initiales, conditions aux limites et continuité air/MCP

La condition initiale dans la plaque composite est :

$$T(x, y, t = 0) = T_0 \quad (3.11)$$

La condition initiale dans le flux d'air est :

$$T_a(x, y, t = 0) = T_0 \quad (3.12)$$

Les conditions aux limites dans la plaque composite sont :

1. la symétrie de la plaque composite permet d'imposer une condition limite adiab-

tique en $y = e/2$

$$\vec{\varphi} \cdot \vec{n} = 0 \quad (3.13)$$

2. les surfaces latérales sont à température uniforme :

$$\forall y \left| \begin{array}{l} T_m(x = l, y) = T_{out} \\ T_m(x = 0, y) = T_{in} \end{array} \right. \quad (3.14)$$

Les conditions limites dans le flux d'air sont :

Surfaces latérales

$$\begin{aligned} T_m(x = l, y) &= T_{out} \\ T_m(x = 0, y) &= T_{in} \end{aligned} \quad (3.15)$$

La continuité du flux de chaleur à l'interface air/*MCP* donne :

Interface en $y = 0$

$$\vec{\varphi} \cdot \vec{n} = h_c(T_s - T_a) \quad (3.16)$$

3.4.4 Méthodes numériques

La méthode de résolution par volumes finis sera utilisée par la suite (pour plus d'informations sur cette méthode, on pourra se reporter par exemple à la référence [72]). Le principal avantage de cette méthode est que la solution obtenue implique que la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont satisfaites sur n'importe quel élément de volume de contrôle, donc sur le domaine de calcul entier.

L'espace est divisé en sous-domaines dénommés volumes de contrôle $(\Delta x, \Delta y)$. Les indices (i, j) donnent la position spatiale du centre du volume de contrôle dans la plaque architecturée ou i dans la lame d'air.

Discrétisation de l'équation de conservation de l'énergie dans la plaque architecturée contenant du *MCP*

L'intégration de l'équation 3.8 sur le volume de contrôle (i, j) conduit à :

$$\iiint_V \rho C \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz = - \iiint_V \text{div}(\vec{\varphi}) dx dy dz \quad (3.17)$$

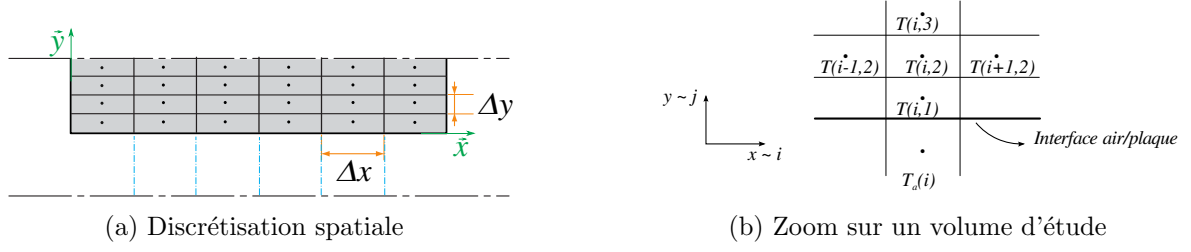


FIGURE 3.5 – Discretisation par volumes finis

en appliquant le théorème de Green - Ostrogradski, on obtient :

$$\iiint_V \text{div}(\vec{\varphi}) \, dx dy dz = \iint_S \vec{\varphi} \, d\vec{S} \quad (3.18)$$

où,

$$\iiint_V \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \, dx dy dz = \Delta x \Delta y \rho C \frac{\partial T(i, j)}{\partial t} \quad (3.19)$$

et aussi :

$$-\iint_S \vec{\varphi} \, d\vec{S} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \Delta y + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \Delta x \quad (3.20)$$

$$-\iint_S \vec{\varphi} \, d\vec{S} = (\varphi_{x-1/2} - \varphi_{x+1/2}) \Delta y + (\varphi_{y-1/2} - \varphi_{y+1/2}) \Delta x \quad (3.21)$$

Les densités de flux de chaleur $\varphi_{x-1/2}$ et $\varphi_{x+1/2}$ sont évaluées aux surfaces verticales situées à $x - 1/2$ et $x + 1/2$ respectivement. Dans la plaque, ce flux est donné par :

$$\varphi_x(i + 1/2, j) = \frac{T(i + 1, j) - T(i, j)}{R_{i+1, i}} \quad (3.22)$$

$$\varphi_x(i - 1/2, j) = \frac{T(i - 1, j) - T(i, j)}{R_{i-1, i}} \quad (3.23)$$

Les résistances thermiques $R_{i-1, i}$ et $R_{i+1, i}$ sont calculées en supposant des résistances

en série :

$$R_{i-1,i} = \frac{\Delta x}{2\lambda(T(i-1,j))} + \frac{\Delta x}{2\lambda(T(i,j))} \quad (3.24)$$

$$R_{i+1,i} = \frac{\Delta x}{2\lambda(T(i+1,j))} + \frac{\Delta x}{2\lambda(T(i,j))} \quad (3.25)$$

La forme finale de l'équation de la conservation de l'énergie discretisée pour la plaque composite est donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(i,j)}{\partial t} = \frac{1}{\Delta x \Delta y \rho C} & \left[\Delta y \frac{T(i-1,j) - T(i,j)}{R_{i-1,i}} + \Delta y \frac{T(i+1,j) - T(i,j)}{R_{i+1,i}} + \right. \\ & \left. + \Delta x \frac{T(i,j-1) - T(i,j)}{R_{j-1,j}} + \Delta x \frac{T(i,j+1) - T(i,j)}{R_{j+1,j}} \right] \end{aligned} \quad (3.26)$$

Discretisation de l'équation de conservation de l'énergie dans le flux d'air

L'intégration de l'équation 3.9 sur le volume de contrôle i conduit à :

$$\iiint_V \text{div}(\rho_a C_a T_a \vec{v}) + \iiint_V \text{div}(\vec{\varphi}_a) = 0 \quad (3.27)$$

en appliquant le théorème de Green - Ostrogradski, on obtient :

$$\iiint_V \text{div}(\rho_a C_a T_a \vec{v}) + \iiint_V \text{div}(\vec{\varphi}_a) = \oint_S \rho_a C_a T \vec{v} \cdot \vec{dS} + \oint_S \vec{\varphi}_a \cdot \vec{dS} = 0 \quad (3.28)$$

où

$$\oint_S \rho_a C_a T \vec{v} \cdot \vec{dS} = (\dot{h}_{x+1/2} - \dot{h}_{x-1/2}) d \quad (3.29)$$

Les débits enthalpiques $\dot{h}_{x-1/2}$ et $\dot{h}_{x+1/2}$ sont évalués aux surfaces verticales situées à $x - 1/2$ et $x + 1/2$ respectivement. Dans le flux d'air, ces flux sont donnés par :

$$d \times \dot{h}_{x-1/2} = \dot{m}_a C_a \frac{T_a(i-1) + T_a(i)}{2} \quad (3.30)$$

$$d \times \dot{h}_{x+1/2} = \dot{m}_a C_a \frac{T_a(i+1) + T_a(i)}{2} \quad (3.31)$$

où $\dot{m}_a$ est le débit massique par unité de longueur. En négligeant la conduction suivant

l'axe $\vec{x}$, le second terme de l'équation 3.28 est donné par :

$$\oiint_S \vec{\varphi}_a d\vec{S} = (\varphi_{y-1/2} + \varphi_{y+1/2}) \Delta x \quad (3.32)$$

Les densités de flux de chaleur $\varphi_{y-1/2}$ et $\varphi_{y+1/2}$ sont évaluées aux surfaces horizontales situées à $y - 1/2$ et $y + 1/2$ respectivement. Le flux en $y - 1/2$ est nul (plan de symétrie). Le flux en $y + 1/2$ est donné par :

$$\varphi_{y+1/2} = \frac{T_a(i) - T(i, 1)}{\frac{\Delta y}{2\lambda(T(i, 1))} + \frac{1}{h_c}} \quad (3.33)$$

L'expression finale de l'équation de la conservation de l'énergie dans le flux d'air est donnée par :

$$\dot{m}_a C_a \frac{T_a(i+1) - T_a(i-1)}{2} + \Delta x \frac{T_a(i) - T(i, 1)}{\frac{\Delta y}{2\lambda(T(i, 1))} + \frac{1}{h_c}} = 0 \quad (3.34)$$

Résolution des équations algébriques différentielles

La discrétisation par volumes de contrôle des équations de conservation d'énergie dans la plaque contenant du *MCP* et dans le flux d'air, en plus des conditions aux limites, conduisent à un ensemble d'équations algébriques différentielles. Le système peut être écrit sous la forme :

$$M(t, \vec{T}) \times \vec{T}' = \vec{f}(t, \vec{T}) \quad (3.35)$$

où M est une matrice dépendante du temps et de l'état et $\vec{T}$ le vecteur avec les températures inconnues.

Le problème est résolu sous Matlab [61] en utilisant le solveur ODE (Ordinary Differential Equations) du type 15s recommandé pour des problèmes raides. Le solveur ODE utilise les méthodes Runge - Kutta pour la résolution de l'équation différentielle, qui dans ce cas, se résume à une résolution en temps. Cette méthode est basée sur le principe d'itération, c'est-à-dire qu'une première estimation est utilisée pour calculer une deuxième estimation plus précise, et ainsi de suite jusqu'à convergence. Le solveur ODE utilisé est de l'ordre 4 - 5.

- Le vecteur des conditions initiales est fixé à 10 °C pour toutes les températures calculées.
- La tolérance relative est de 10^{-4}

3.5 Vérification et validation du modèle

La validation du modèle numérique a été réalisée en deux temps :

1. une **vérification** du modèle numérique par comparaison à un cas de la littérature. Le cas test consiste en un système de stockage de chaleur sensible (donc, sans changement de phase) constitué de plaques de Feolite. Une solution analytique existe pour ce cas d'étude. La configuration étudiée sera décrite dans la section 3.5.1 (pour une description complète du système de stockage cf. [78], chapitre 3, page 37).
2. une **validation** par comparaison numérique/expérimentale d'un système de stockage latent constitué des plaques composites *Energain*. La configuration du système ainsi que le matériau stockeur sont décrits dans la section 3.5.2. Le système de stockage a été instrumenté au sein du laboratoire *CETHIL* [16]. La température d'air en sortie d'échangeur est le principal résultat issu de ces mesures expérimentales.

3.5.1 Comparaison à une solution analytique sans changement de phase

Le modèle numérique développé a été utilisé pour une comparaison avec une solution analytique d'un cas sans changement de phase. La configuration étudiée est composée de plaques de Feolite comme matériau stockeur (pour la solution analytique [78]). Les propriétés de ce dernier sont résumées dans le tableau 3.2. Le système est composé de 11 plaques de $5.8 \times 0.5 \times 0.08 \text{ m}^3$ (longueur, largeur, épaisseur respectivement). Le nombre de lames d'air est alors de 12 et leur épaisseur est de 0.019 m. Le débit d'air est de $6156 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$ et le coefficient de convection moyen est de $50.23 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$. L'air entrant est à une température de $80 \text{ }^\circ\text{C}$ et la température initiale de la plaque est de $10 \text{ }^\circ\text{C}$. Ces conditions de fonctionnement sont assez éloignées du système de stockage à étudier et permettent d'analyser le comportement du modèle numérique dans d'autres conditions. La dépendance au maillage du modèle numérique sur le résultat de la température en sortie d'échangeur à la fin d'une période de décharge de 3 h est analysée. Le résultat analytique dans ce cas est de $T_{an}(3h) = 68.52 \text{ }^\circ\text{C}$. La différence entre la température analytique et la température numérique est donnée par :

Variation du pas spatial Δx

$$E_x = |T_{an}(3h) - T_{num}(3h)| \quad (3.36)$$

Variation du pas spatial Δy

$$E_y = |T_{an}(3h) - T_{num}(3h)| \quad (3.37)$$

Le résultat de l'étude de dépendance au maillage est montré figure 3.6. La première conclusion est que, dans ce cas d'étude, la convergence est atteinte pour n'importe quelle valeur de Δy : 4 volumes de contrôle dans l'épaisseur de la plaque (suivant $\vec{y}$) suffisent. La seconde conclusion est que le modèle possède une convergence de l'ordre 2 suivant la

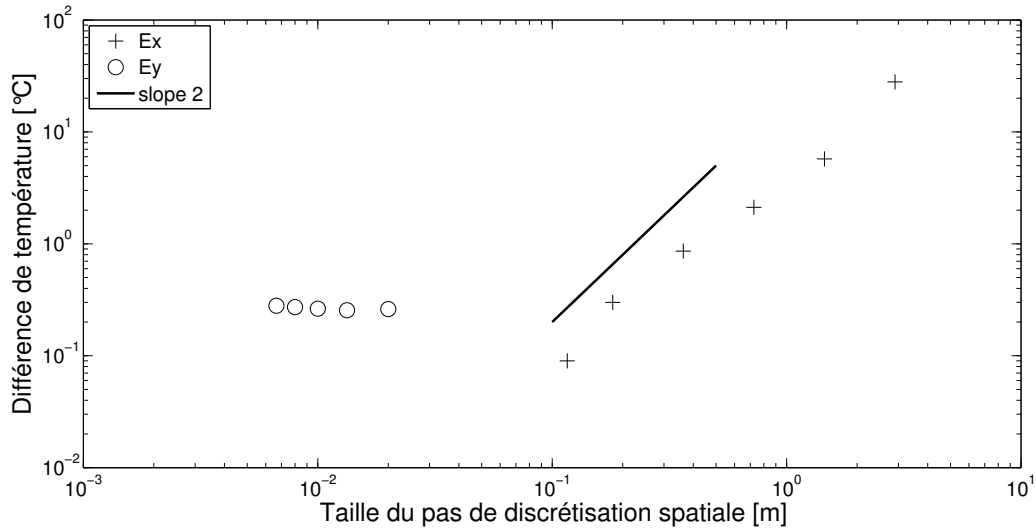


FIGURE 3.6 – Analyse de la dépendance au maillage de la discrétisation spatiale pour le cas test extrait de [78].

Propriété	Valeur	Unité
Masse volumique	3900	kg m ⁻³
Conductivité	2.1	W m ⁻¹ K ⁻¹
Chaleur spécifique solide	0.92	kJ kg ⁻¹ K ⁻¹

TABEAU 3.2 – Propriétés physiques du matériau Feolite

longueur de la plaque (suivant $\vec{x}$). La température d'air à la fin du temps de décharge (3 h) est de 68.48 °C pour le plus petit pas de discrétisation. La différence de température entre le résultat numérique et le résultat analytique (68.52 °C) est de 0.04 °C. L'erreur constatée est de 0.1 %.

Enfin, une analyse de la température adimensionnelle a été réalisée. Pour cela, des abaques *Température adimensionnelle vs. Temps adimensionnel* fournis dans [78] ont été utilisées. Le cas test a été légèrement modifié pour obtenir une longueur adimensionnelle de 2 et ainsi faciliter la comparaison (le cas test a une longueur adimensionnelle de 1.87). La figure 3.7 permet de constater la bonne concordance de la température adimensionnelle par rapport au cas analytique. L'écart entre le modèle numérique et l'abaque est de 2.1 %.

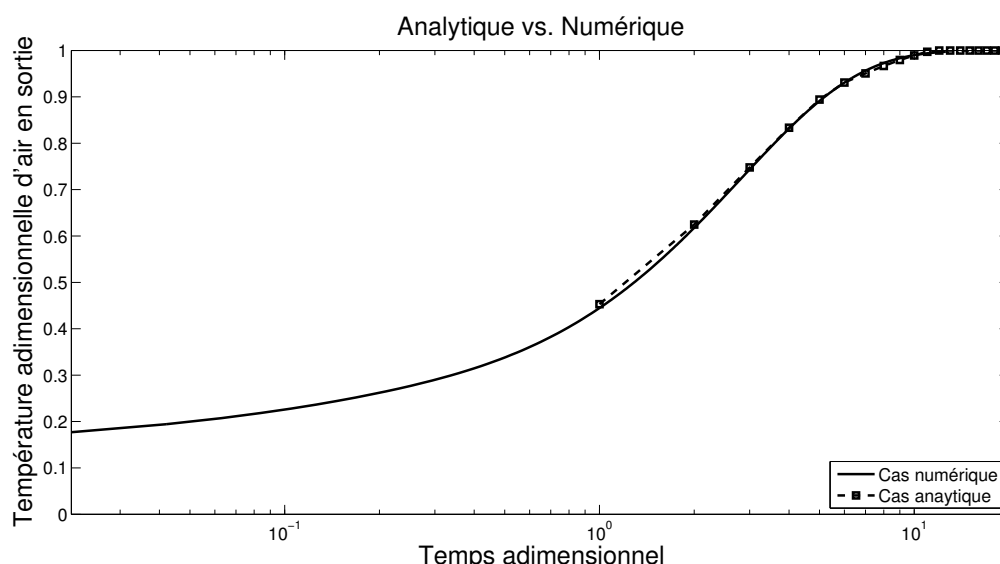


FIGURE 3.7 – Température d’air adimensionnelle en sortie du système. Le résultat numérique est superposé à la courbe analytique pour une longueur adimensionnelle égale à 2.

3.5.2 Comparaison à un cas expérimental avec changement de phase

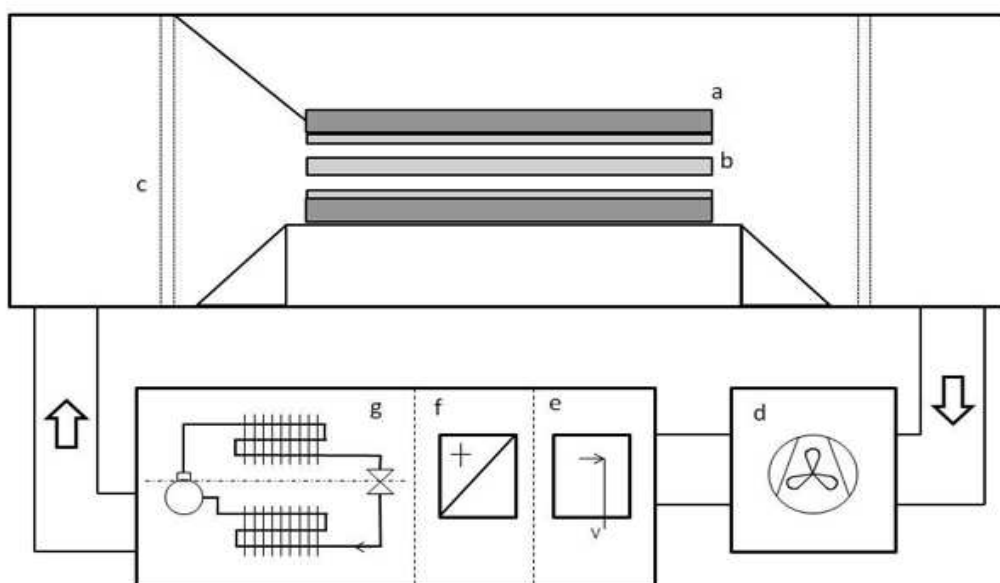
Description du banc expérimental

Un banc expérimental a été développé au *CETHIL* [16]. Une comparaison avec les résultats issus des mesures expérimentales est réalisée. Le schéma 3.8 montre le principe du banc. Une unité de traitement d’air est utilisée pour le contrôle dynamique du débit, de la température et de l’humidité d’air (référéncés d,e,f et g ; figure 3.8). Les principales caractéristiques de cette unité sont :

- Débit d’air : 150 m³/h - 2000 m³/h. Précision : ± 10 m³/h.
- Température d’air : 0 °C- 40 °C. Précision : ± 1 °C.
- Taux d’humidité d’air : 30 % - 70 %. Précision : ± 5 %.

Le débit d’air de l’unité de traitement passe à travers un convergent et une grille (référéncé c, figure 3.8) afin de produire un flux d’air uniforme en entrée de l’échangeur. Le flux d’air contrôlé est utilisé pour évaluer le processus de stockage et de décharge du prototype de stockage latent (références a et b, figure 3.8).

Le prototype de stockage latent évalué est décrit figure 3.9. Le système testé possède les dimensions suivantes : $0.096 \times 1.2 \times 1.2$ m³ (épaisseur, largeur, longueur respectivement). À l’intérieur, la lame d’air a une épaisseur de 0.018 m et les plaques composites contenant de *MCP* ont une épaisseur de 0.03m. Ces plaques utilisent comme matériau stockeur le produit commercial *Energain*, produit par *Dupont de Nemours* (pour plus d’informations



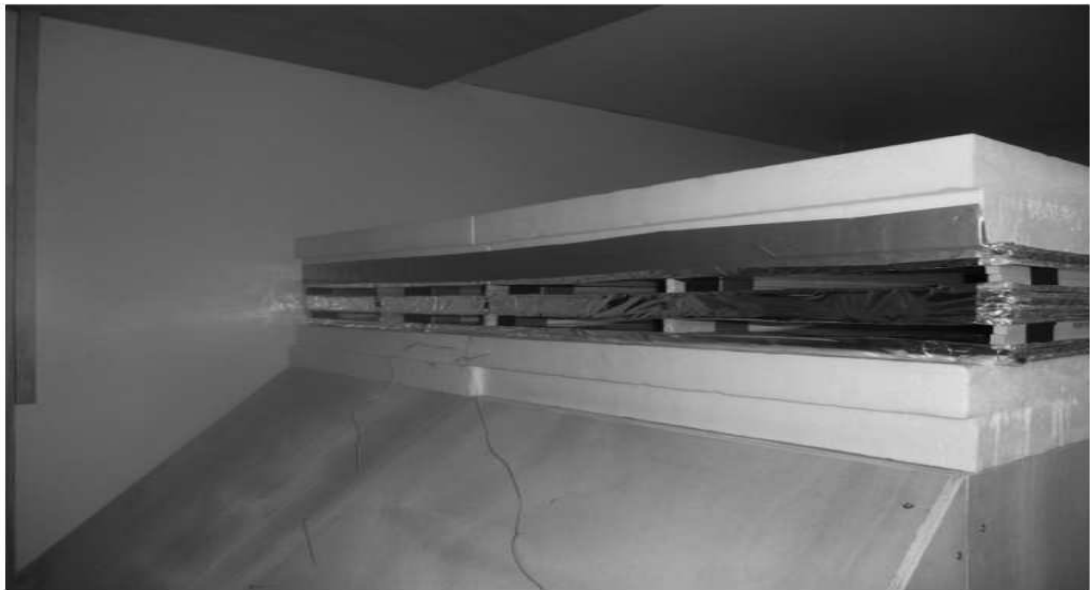
*a: Isolation, b : MCP, c : convergent, d : ventilateur,
e : humidificateur, f : chauffage et g : climatisation*

FIGURE 3.8 – Schéma du banc expérimental développé au *CETHIL*

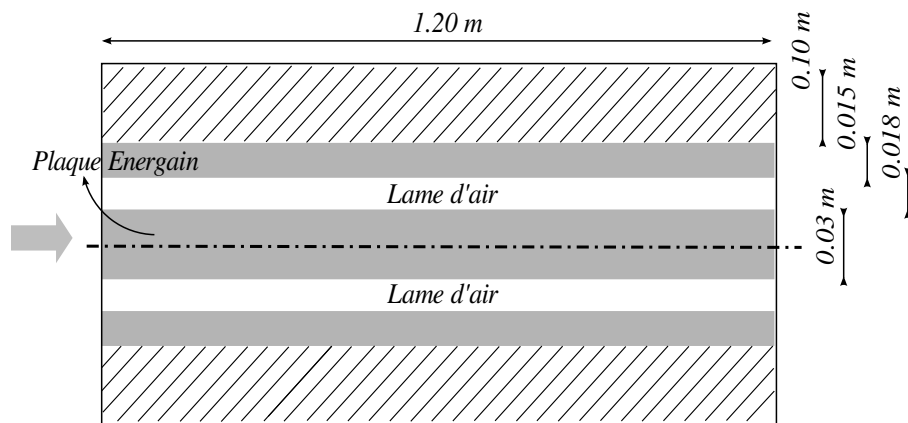
sur ce produit [56]). Les propriétés physiques de ce produit ont été étudiées par le *CSTB* et par le *GREa* (Groupe de recherche à l'Université de Lleida, Espagne) et sont résumées dans le tableau 3.3 [55, 56]. Pour ce produit, une hystérésis importante est présente lors du changement de phase. Pour prendre en compte ce phénomène lors de la validation du modèle numérique, la capacité calorifique équivalente est spécifique à chaque sens de transformation (solidification ou fusion) et en accord avec les résultats expérimentaux trouvés par ces deux instituts. Afin de simuler les plans de symétrie du système de stockage (flux de chaleur nul à travers les plans de symétrie), deux couches d'isolant de 10 cm d'épaisseur aux extrémités supérieure et inférieure du prototype sont installées. Le nombre de *Biot* associé à ce prototype est de 1.3.

Les températures d'air en entrée et en sortie sont mesurées avec des thermocouples de type k. Ces thermocouples possèdent une précision de ± 0.4 °C. La fréquence de mesure est de 1/600 Hz. D'autre part, la température d'air en entrée est utilisée comme condition limite pour le modèle numérique. La période de charge ou décharge pour ce cas expérimental est de 10 h. Enfin, le coefficient de convection est calculé en utilisant la corrélation de *Colburn* pour des écoulements internes turbulents [14].

Premièrement, une analyse de la convergence des résultats est réalisée. Le critère de convergence choisi pour l'étude de la dépendance au maillage est la température en sortie



(a) Photo du prototype de stockage latent dans le banc expérimental



(b) Dimensions du prototype évalué

FIGURE 3.9 – Description du prototype de stockage latent évalué

Propriétés	Décharge	Charge	Unité
Masse volumique	920	920	kg m^{-3}
Conductivité	0.22	0.22	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
Chaleur spécifique solide	2.9	2.2	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Chaleur spécifique liquide	2	2.1	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
T fusion	18	26	$^{\circ}\text{C}$
Chaleur latente	70	100	kJ kg^{-1}

TABEAU 3.3 – Propriétés physiques du produit Energain

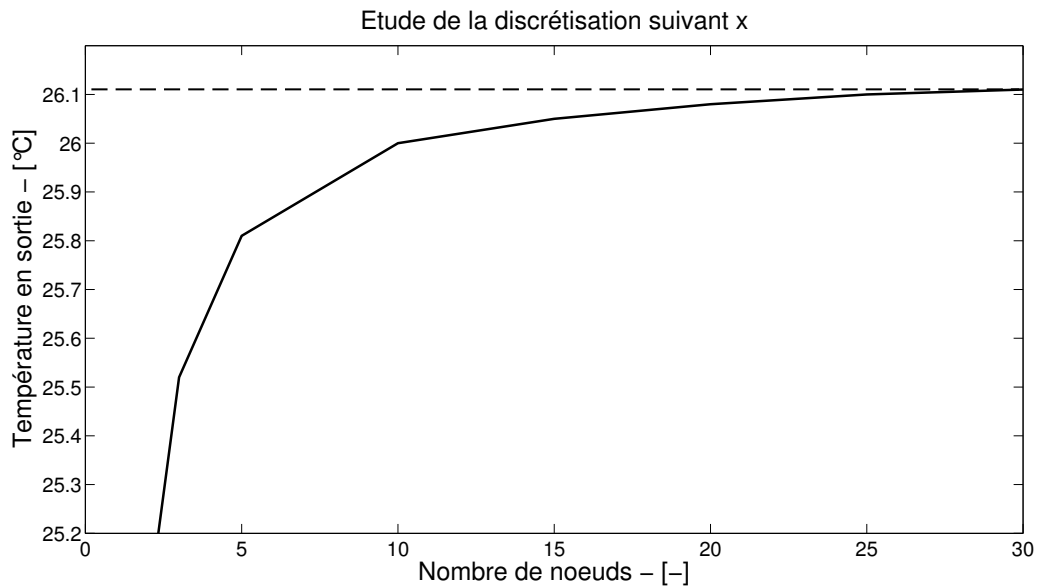


FIGURE 3.10 – Étude de convergence suivant x

d'échangeur à la fin de la phase de décharge (10 h). Les figures 3.10 et 3.11 montrent l'influence du nombre de nœuds sur la convergence du modèle selon $\vec{x}$ et $\vec{y}$. Le choix du nombre des nœuds suivant chaque axe est fait en prenant en compte le temps de calcul numérique (figure 3.12) ; un bon compromis précision/temps de calcul est alors trouvé pour un nombre de nœuds de 15 suivant $\vec{x}$ et un nombre de nœuds de 10 suivant $\vec{y}$ (pour un total de 150 nœuds) pour le cas d'étude expérimental, ce qui correspond à un pas d'espace de 0.6 mm suivant l'épaisseur et 12 cm suivant la longueur. En outre, les figures 3.13 et 3.14 montrent la convergence du système pour la température en sortie pour toute la phase de charge ou décharge.

Deux séries de données expérimentales ont été utilisées pour la validation.

⇒ 1^{er} cas : le débit d'air dans l'unité de stockage est de 240 m³/h :

- processus de stockage de chaleur : après 10 h à 5 °C la température d'air en entrée augmente jusqu'à atteindre 35 °C (figure 3.15).
- processus de décharge de chaleur : après 10 h à 35 °C, la température d'air en entrée diminue jusqu'à atteindre 5 °C (figure 3.16).

⇒ 2^{eme} cas : le débit d'air dans l'unité de stockage est de 330 m³/h :

- processus de stockage de chaleur : après 10 h à 5 °C, la température d'air en entrée augmente jusqu'à atteindre 30 °C (figure 3.17).
- processus de décharge de chaleur : après 10 h à 30 °C, la température d'air en entrée diminue jusqu'à atteindre 5 °C (figure 3.18).

Les figures 3.15 à 3.18 montrent la comparaison entre la température expérimentale d'air en sortie et les résultats du modèle numérique pour les processus de stockage et décharge dans les deux cas de figure. Qualitativement, les résultats numériques sont en

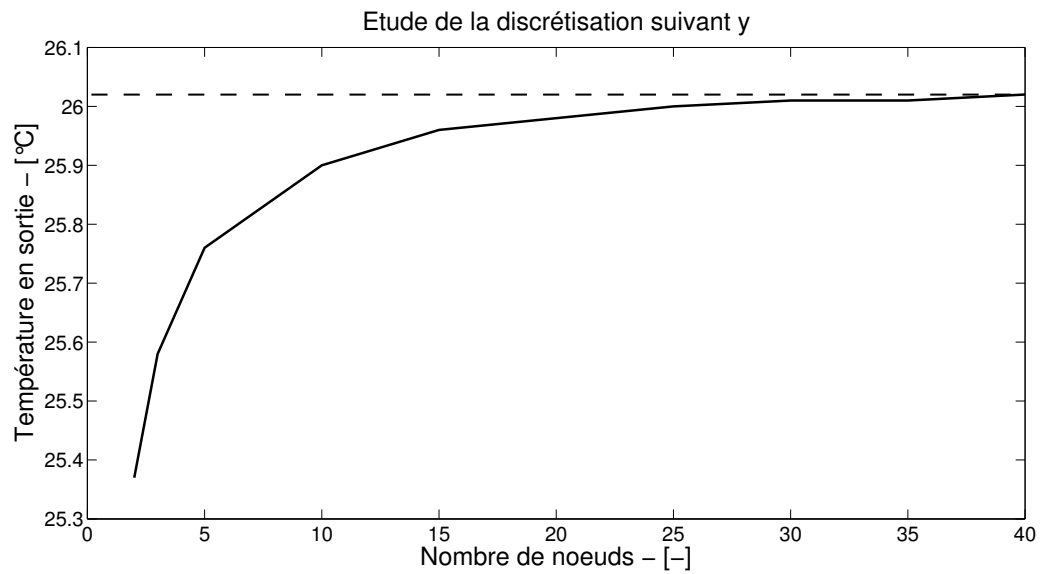


FIGURE 3.11 – Étude de convergence suivant y

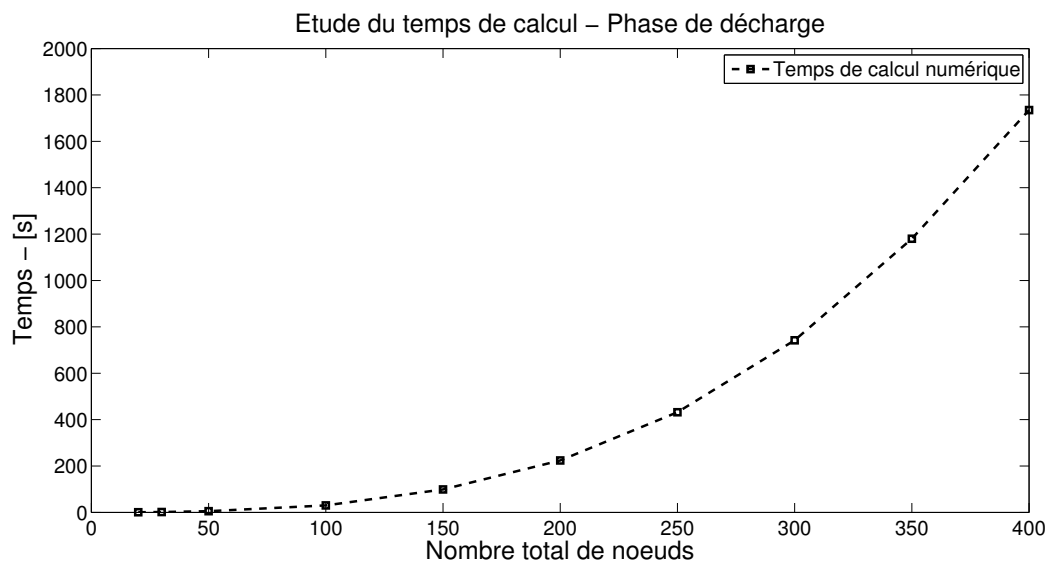


FIGURE 3.12 – Etude du temps de calcul numérique du système

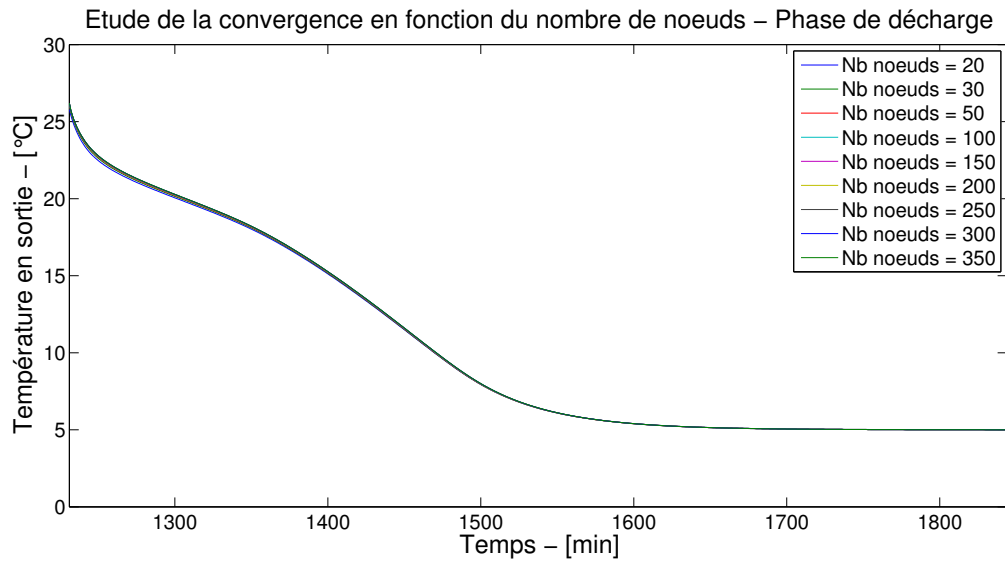


FIGURE 3.13 – Température en sortie en fonction du nombre de nœuds. Les écarts les plus importants apparaissent au début de la phase de décharge.

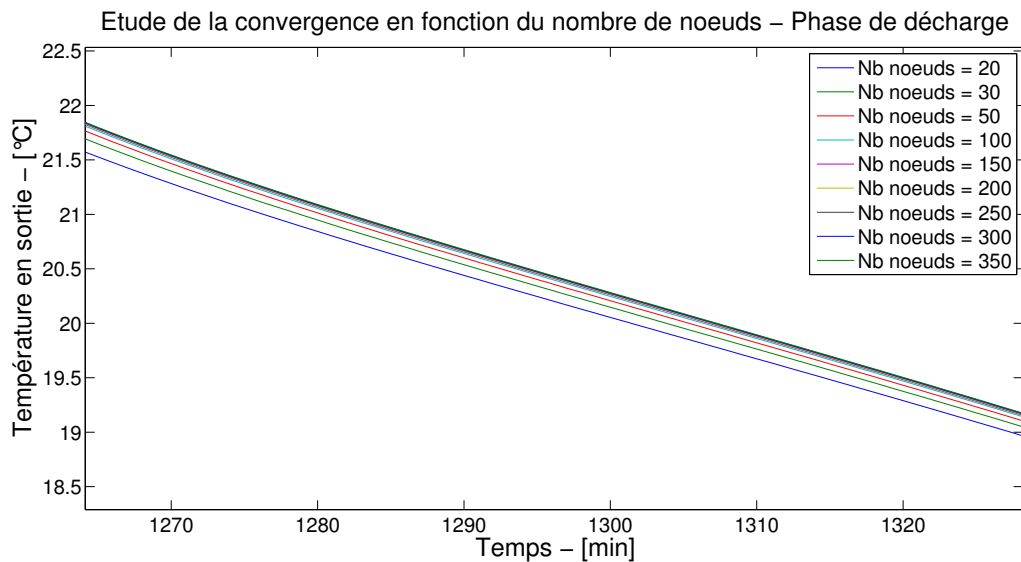


FIGURE 3.14 – Zoom sur la plage de changement de phase. Une bonne convergence des résultats est constatée à partir de 150 nœuds au total.

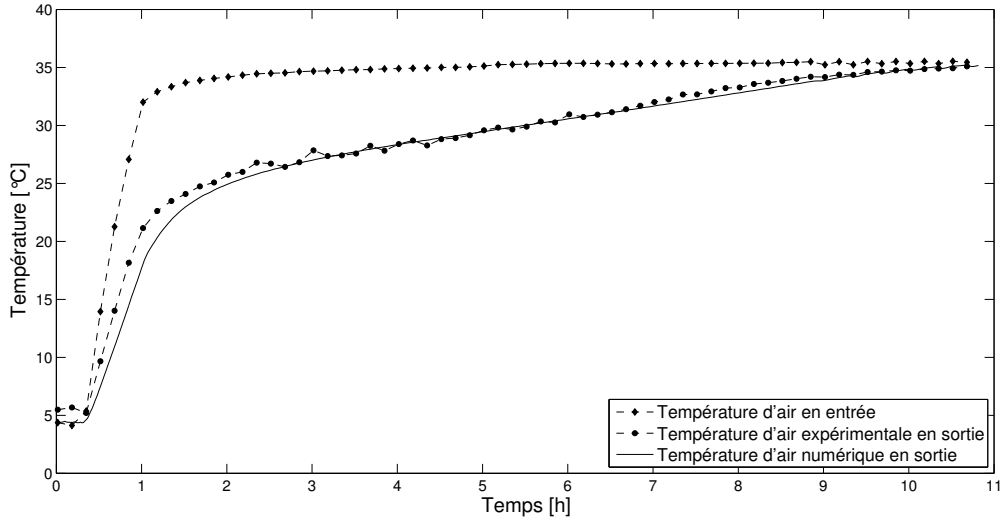


FIGURE 3.15 – Validation du modèle numérique pour la phase de charge

concordance avec les mesures expérimentales même dans le cas d'une température d'air en entrée instable (figure 3.18). Quantitativement, les comparaisons donnent :

1. Pour le processus de stockage de chaleur :
 - 1^{er} cas : $\|T_{exp} - T_{num}\|_2 = 0.90$ °C équivalent à un écart 3 % pour une différence de température d'air entrée/sortie de 30 °C.
 - 2^{eme} cas : $\|T_{exp} - T_{num}\|_2 = 0.72$ °C équivalent à un écart 2.9 % pour une différence de température d'air entrée/sortie de 25 °C.
2. Pour le processus de décharge de chaleur :
 - 1^{er} cas : $\|T_{exp} - T_{num}\|_2 = 0.78$ °C équivalent à un écart 2.6 % pour une différence de température d'air entrée/sortie de 30 °C.
 - 2^{eme} cas : $\|T_{exp} - T_{num}\|_2 = 0.92$ °C équivalent à un écart 3.7 % pour une différence de température d'air entrée/sortie de 25 °C.

Cette concordance entre expérimentation et simulation permet de valider les hypothèses prises pour le modèle numérique.

3.6 Conclusion

L'objectif de ce chapitre a été de présenter le modèle numérique du système de stockage latent développé au cours de cette thèse. Cet outil nous permettra d'évaluer, dans le chapitre suivant, la performance de ce système vis à vis de notre cahier de charges.

Le modèle mathématique du système est basé sur deux équations : un bilan enthalpique sur le volume d'air et l'équation de la chaleur dans le matériau stockeur. Ces deux équations permettent l'analyse du transfert de chaleur du système de stockage latent. Par

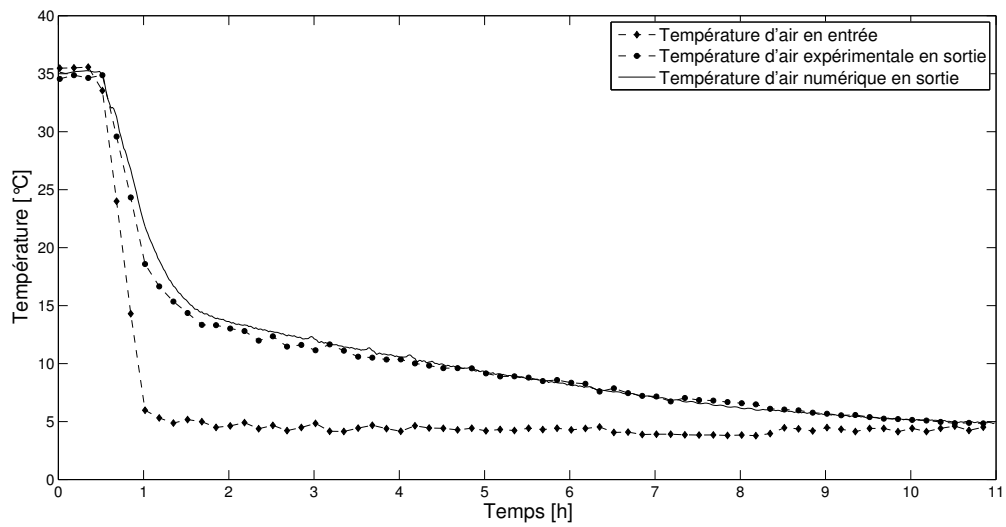


FIGURE 3.16 – Validation du modèle numérique pour la phase de décharge

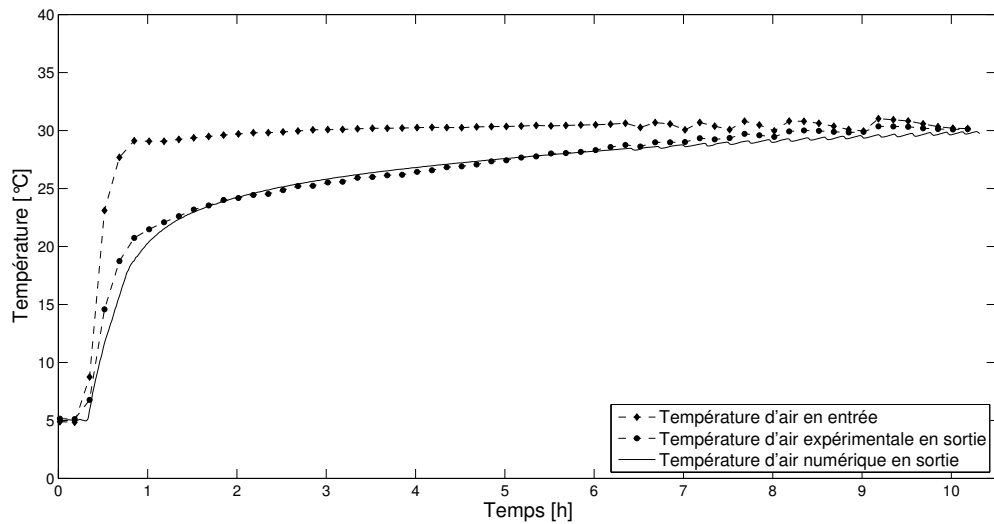


FIGURE 3.17 – Validation du modèle numérique pour la phase de charge

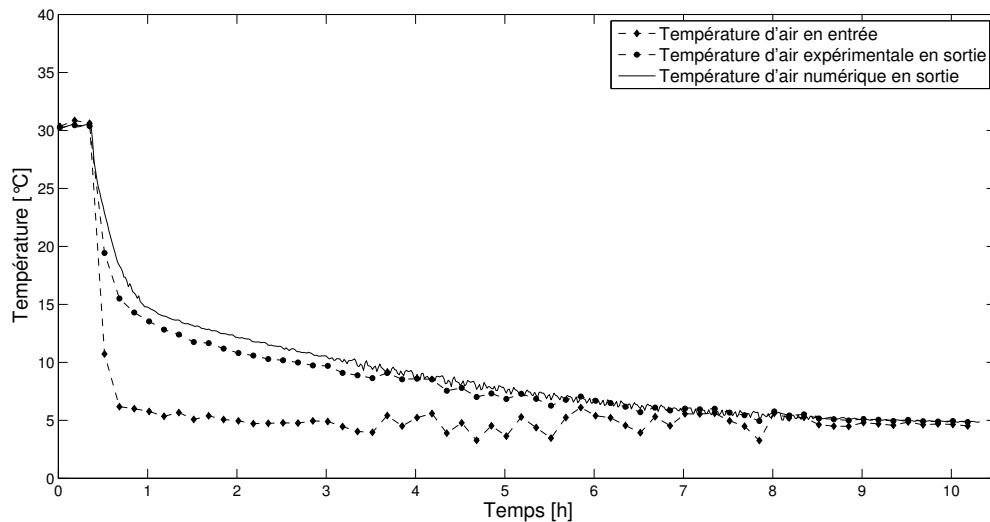


FIGURE 3.18 – Validation du modèle numérique pour la phase de décharge

ailleurs, le changement de phase est modélisé par la méthode des capacités calorifiques équivalentes. En outre, ces équations ont été discrétisées en espace par volumes finis. La résolution numérique est faite grâce au solveur ODE du logiciel MATLAB.

En dernier lieu, la validation du modèle numérique a été effectuée. Premièrement, la vérification réalisée dans la section 3.5.1 montre que la convergence est de deuxième ordre en espace. Deuxièmement, le modèle numérique a été validé dans la section 3.5.2 en utilisant les résultats issus des mesures expérimentales. L'écart expérimentation/numérique est de l'ordre de 3 %.

Le modèle numérique développé peut donc être utilisé pour évaluer la performance d'un système de stockage latent et ensuite mettre en évidence une conception optimale pour ce type de système.

