

Modélisation d'une cellule cMUT isolée

Pour la totalité des situations que nous traitons, en termes de simulation, les cellules sont toutes de géométrie rectangulaire (figure 5.1). Elles sont constituées d'un diaphragme composé d'une membrane d'épaisseur h_m , d'une électrode d'épaisseur h_e (qui peut recouvrir partiellement la membrane) et selon les situations, d'une couche de passivation. Dans le cas traité ici, le choix a été fait de ne pas modéliser la couche de passivation. Chacun des matériaux constituant le diaphragme est caractérisé par ses propriétés mécaniques, électriques et géométriques. Par la suite, les modules de Young de la membrane et de l'électrode seront notés E_m et E_e et les coefficients de Poisson seront respectivement appelés σ_m et σ_e . La permittivité diélectrique relative de la membrane sera quant à elle notée ϵ_r . Le vide, de permittivité diélectrique ϵ_0 , est supposé présent dans les cavités. Par ailleurs, toutes les modélisations que nous présentons ici s'appuient sur trois hypothèses :

- les effets de bords électrostatiques sont négligés dans le calcul de la capacité d'une cellule,
- le comportement mécanique du diaphragme s'appuie sur la théorie des plaques minces de Kirchoff-Love [130],
- le diaphragme est supposé encastré sur son pourtour.

De plus, il s'agit de conduire ici des simulations en régime harmonique, dans l'hypothèse où la tension sinusoïdale d'excitation sera considérée comme faible devant la tension de polarisation. Ces hypothèses sont valables lorsque le cMUT fonctionne en réception, mais aussi en émission, dès lors que la fréquence d'excitation est dans la bande passante du transducteur [118].

5.1 Equation de comportement mécanique et acoustique

Lorsqu'une cellule cMUT est placée dans un fluide non visqueux, le comportement de son diaphragme est soumis à deux pressions extérieures : la pression électrostatique générée par la tension d'excitation ($p_e(x, y, t)$) et la pression exercée par le fluide du fait du déplacement de la membrane ($p_r(x, y, t)$) (voir figure 5.1). En considérant que le comportement

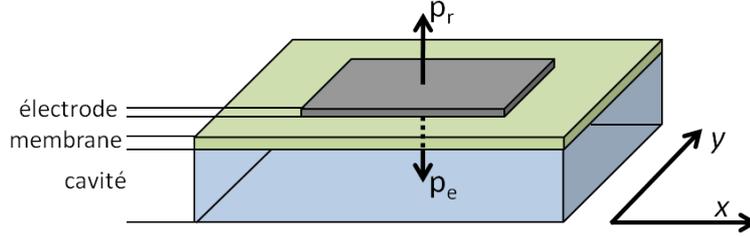


FIGURE 5.1 – Schéma d'une cellule cMUT

mécanique de la membrane suit la théorie des plaques minces développée par Timosshenko [128], la deuxième loi de Newton appliquée à la membrane donne :

$$\rho(x, y) \frac{d^2 u(x, y, t)}{dt^2} = -K_m[u(x, y, t)] + K_{perte} \frac{du(x, y, t)}{dt} + p_e(x, y, t) + p_r(x, y, t) \quad (5.1)$$

avec :

- $u(x, y, t)$ le déplacement dynamique de la membrane,
- $\rho(x, y)$ la masse de la membrane par unité de surface,
- K_{perte} le terme traduisant les pertes mécaniques de la membrane,
- K_m est un opérateur dérivé qui s'applique au déplacement $u(x, y, t)$. Il est défini par :

$$K_m[u] = \left[\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} \right] \quad (5.2)$$

où M_x , M_y et M_{xy} sont les moments de flexion d'un élément plaque. M_x et M_y dérivent des efforts de compression. Ils tendent à faire tourner l'élément de plaque autour des axes x et y . M_{xy} résulte de l'effort de cisaillement et tend à imposer une torsion à la membrane. Les moments sont définis par :

$$\begin{aligned} M_x &= D \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ M_y &= D \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \sigma \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= D(1 - \sigma) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (5.3)$$

D et σ sont respectivement la rigidité en flexion et le coefficient de Poisson de la plaque. Etant donné que l'électrode ne recouvre qu'une partie de la membrane, ces grandeurs varient en fonction de leurs coordonnées. Ainsi, la théorie des matériaux multicouches est utilisée afin de déterminer des paramètres équivalents pour les zones où l'électrode est superposée à la membrane. Les expressions de la rigidité flexionnelle et du coefficient de Poisson deviennent pour le diaphragme [84] :

$$D(x, y) = \begin{cases} D_m = \frac{E_m h_m^3}{12(1 - \sigma_m^2)} & \text{si } (x, y) \notin \text{à l'électrode} \\ D_{eq} & \text{si } (x, y) \in \text{à l'électrode} \end{cases} \quad (5.4)$$

$$\sigma(x, y) = \begin{cases} \sigma_m & \text{si } (x, y) \notin \text{à l'électrode} \\ \sigma_{eq} & \text{si } (x, y) \in \text{à l'électrode} \end{cases} \quad (5.5)$$

Les calculs de la rigidité en flexion équivalente (D_{eq}) et du coefficient de Poisson équivalent (σ_{eq}) sont détaillés en annexe de ce document (annexe A).

5.2 Linéarisation de la pression électrostatique

Considérant les hypothèses de modélisation déjà formulées, c'est à dire que les lignes de champs sont parfaitement verticales et que les effets de bords électrostatiques sont négligeables, l'expression de la pression électrostatique (P_{elec}) se formule comme celle exercée sur un condensateur plan (voir section 1.2.3) :

$$P_{elec}(U, V) = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 V^2}{(h_{eq} - U)^2} \quad (5.6)$$

avec :

- V la tension globale appliquée à la cellule cMUT,
- U la position de la membrane au point de coordonnées (x, y) ,
- h_{eq} la hauteur équivalente définie à la section 1.2.2.

Etant donné que la tension globale (V) est la somme de la tension d'excitation (v) et de la tension de polarisation (V_{DC}), on peut exprimer la pression électrostatique (P_{elec}) et le déplacement (U) comme la somme d'un terme dynamique et d'un terme statique. Autrement dit, on peut écrire :

$$\begin{aligned} V &= V_{DC} + v \\ U &= u_0 + u(x, y, t) \\ P_{elec}(U, V) &= P_{elec}(u_0, V_{DC}) + p_e(u, v) \end{aligned} \quad (5.7)$$

où :

- u_0 est la position d'équilibre statique du diaphragme,
- $P_{elec}(u_0, V_{DC})$ est la composante statique de la pression électrostatique.

La tension d'excitation (v) étant supposée nettement inférieure à la tension de polarisation (V_{DC}), un développement de Taylor de la pression électrostatique est réalisé à l'ordre 1, autour de la position d'équilibre statique de la membrane ((u_0, V_{DC})), afin de déterminer l'expression de la pression électrostatique dynamique ($p_e(u, v)$). On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} P_{elec}(U, V) &= P_{elec}(u_0, V_{DC}) + \left. \frac{\partial P_{elec}(U, V)}{\partial U} \right|_{u_0, V_{DC}} u + \left. \frac{\partial P_{elec}(U, V)}{\partial V} \right|_{u_0, V_{DC}} v \\ &= P_{elec}(u_0, V_{DC}) + \frac{\epsilon_0 V_{DC}^2}{(h_{eq} - u_0)^3} u + \frac{\epsilon_0 V_{DC}}{(h_{eq} - u_0)^2} v \end{aligned} \quad (5.8)$$

5.3. DISCRÉTISATION DES ÉQUATIONS ET RÉOLUTION PAR DIFFÉRENCES FINIES

La pression électrostatique dynamique s'exprime alors :

$$\begin{aligned}
 p_e(u, v) &= P_{elec}(U, V) - P_{elec}(u_0, V_{DC}) \\
 &= \frac{\epsilon_0 V_{DC}^2}{(h_{eq} - u_0)^3} u + \frac{\epsilon_0 V_{DC}}{(h_{eq} - u_0)^2} v \\
 &= K_{soft} u + p_{dyn}
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Deux termes sont identifiés dans l'expression de la pression électrostatique : la pression d'entraînement dynamique engendrée par la tension d'excitation (p_{dyn}) et un terme de raideur mécanique qui dépend de la tension de polarisation (K_{soft}). De plus, la pression d'entraînement dynamique n'est rien d'autre que le produit de la tension d'excitation avec le coefficient de transformation électroacoustique (φ). On a :

$$K_{soft} = \frac{\epsilon_0 V_{DC}^2}{(h_{eq} - u_0)^3} \tag{5.10}$$

et

$$\begin{aligned}
 p_{dyn} &= \varphi v \\
 \varphi &= \frac{\epsilon_0 V_{DC}}{(h_{eq} - u_0)^2}
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

Etant donné que la pression électrostatique s'applique uniquement sur la partie métallisée de la membrane, son expression généralisée en fonction des coordonnées (x, y) est :

$$p_e(x, y, t) = \begin{cases} 0 & \text{si } (x, y) \notin \text{à l'électrode} \\ K_{soft} u(x, y, t) + p_{dyn} & \text{si } (x, y) \in \text{à l'électrode} \end{cases} \tag{5.12}$$

En remplaçant l'expression de la pression électrostatique dynamique dans l'équation du comportement de la membrane (équation 5.1), on obtient :

$$\rho(x, y) \frac{d^2 u(x, y, t)}{dt^2} = -K_m [u(x, y, t)] + K_{perte} \frac{du(x, y, t)}{dt} + K_{soft} u(x, y, t) + p_{dyn} + p_r(x, y, t) \tag{5.13}$$

Il est intéressant de noter que, de façon identique aux observations réalisées lors de l'étude unidimensionnelle (section 1.2), le terme de softening s'oppose à la composante de raideur de la membrane (K_m).

5.3 Discrétisation des équations et résolution par différences finies

Une discrétisation de la membrane est réalisée afin de résoudre, par différences finies, l'équation traduisant son comportement (équation 5.13). Les détails liés à cette étape de discrétisation sont présentés dans plusieurs publications de notre laboratoire [27, 85, 84]. Un maillage régulier de la membrane est ainsi réalisé dans les directions x et y (voir figure 5.2). Les pas du maillage suivant les directions x et y sont respectivement δ_x et δ_y . La

5.3. DISCRÉTISATION DES ÉQUATIONS ET RÉOLUTION PAR DIFFÉRENCES FINIES

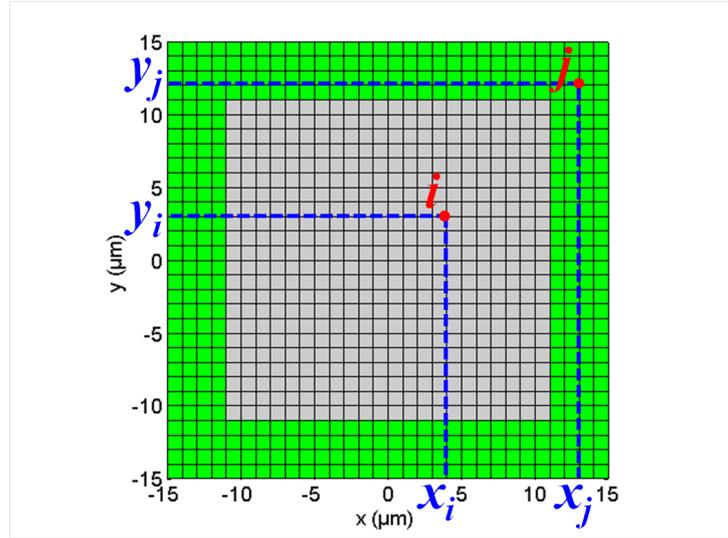


FIGURE 5.2 – Exemple de maillage pour une cellule carrée de dimension $30 \times 30 \mu\text{m}^2$. Les vecteurs coordonnées des points i et j sont respectivement $r_i = (x_i, y_i)$ et $r_j = (x_j, y_j)$.

surface élémentaire du maillage dS vaut donc : $dS = \delta_x \delta_y$. Sous forme discrète, l'équation comportementale de la membrane devient :

$$[M] \frac{d^2}{dt^2} [u] = -[K_m][u] + [K_{perte}][u] + [K_{soft}][u] + [p_{dyn}] + [p_r] \quad (5.14)$$

où :

- $[u]$ est le vecteur déplacement de la membrane,
- $[M]$ est la matrice des masses,
- $[K_m]$ est la matrice de raideur,
- $[K_{perte}]$ est la matrice d'amortissement,
- $[K_{soft}]$ est la matrice de softening,
- $[p_{dyn}]$ est le vecteur de la pression entrainement dynamique,
- $[p_r]$ est le vecteur de la pression de rayonnement.

La construction de ces différents vecteurs et matrices est présentée dans la thèse de Cyril Meynier [84]. On précise juste ici que les conditions limites de la membrane sont intégrées dans la construction de la matrice des raideurs $[K_m]$.

De façon classique [1], la matrice d'amortissement ($[K_{perte}]$) est définie en fonction de la matrice des raideurs ($[K_m]$) de la manière suivante :

$$[K_{perte}] = j\omega\alpha[K_m] \quad (5.15)$$

avec α le facteur de perte de la membrane est exprimé en seconde.

Les pertes mécaniques de la membrane étant négligeables devant celles liées à la masse du fluide, nous avons fait le choix de définir arbitrairement le facteur de perte de la membrane à une valeur faible ($\alpha = 10^{-9}$ seconde). Pour la suite de notre étude, la matrice des

5.4. MISE EN PLACE DU SCHEMA ELECTROACOUSTIQUE EQUIVALENT

raideurs $[K_m]$ et la matrice d'amortissement $[K_{perte}]$ sont regroupées sous la forme d'une matrice des raideurs complexe $[K]$, permettant de traduire l'amortissement des membranes.

$$[K] = [K_m] (1 - j\omega\alpha) \quad (5.16)$$

Une matrice de condition aux frontières $[K_{fluide}]$ (de type BEM : Boundary Element Matrix) est utilisée afin de relier le champ de pression $[p_r]$ au champ de déplacement $[u]$ de la membrane :

$$[p_r] = j\omega[K_{fluide}][u] \quad (5.17)$$

Dans le cas où la cellule cMUT est isolée dans un fluide, la matrice $[K_{fluide}]$ est calculée en utilisant la fonction de Green ($G(\vec{r}, \omega)$) en trois dimensions d'un milieu semi-infini pour des conditions de baffle rigide. Chaque élément $K_{fluide, ij}$ de la matrice correspond à la pression exercée au point j par le déplacement d'un point source placé au point i . La pression des éléments de surface sur eux-mêmes, correspondant au terme $K_{fluide, ii}$ de la matrice, est obtenue en utilisant l'expression de l'impédance de rayonnement d'un piston de petites dimensions. Le rayon équivalent (r_{eq}) du piston est défini de façon à ce que sa surface soit équivalente à la surface élémentaire du maillage : $r_{eq} = \sqrt{\frac{d_S}{\pi}}$. Ainsi, la matrice $[K_{fluide}]$ s'exprime par [84] :

$$K_{fluide, ij} = \begin{cases} G(\vec{r}, \omega) d_S = \frac{j\pi\rho_0\omega}{2} \frac{e^{-j\frac{\omega}{c_0}(|r_i-r_j|)}}{(|r_i-r_j|)} d_S & \text{si } i \neq j \text{ (Fonction de Green)} \\ \rho_0 c_0 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{c_0} r_{eq} \right)^2 + j \frac{8}{3\pi} \left(\frac{\omega}{c_0} r_{eq} \right) \right) & \text{si } i = j \text{ (Rayonnement d'un piston)} \end{cases} \quad (5.18)$$

où :

- r_i et r_j sont respectivement les vecteurs position des points i et j ,
- ρ_0 est la masse volumique du fluide,
- c_0 est la vitesse de propagation dans le fluide.

De plus, en considérant que l'excitation, et par conséquent le déplacement sont purement harmoniques de pulsation ω , il est possible d'écrire l'équation comportementale de la cellule cMUT sous la forme :

$$-\omega^2[M][u] = -[K][u] + [K_{soft}][u] + [p_{dyn}] + j\omega[K_{fluide}][u] \quad (5.19)$$

A partir de l'équation précédente, il est facile de déterminer le déplacement de la membrane du cMUT en fonction de la pression électrostatique dynamique, c'est à dire en fonction de la tension d'excitation. Ainsi, on a :

$$[u] = [-\omega^2[M] + [K] - [K_{soft}] - j\omega[K_{fluide}]]^{-1} [p_{dyn}] \quad (5.20)$$

5.4 Mise en place du schéma électroacoustique équivalent

L'objectif de cette section est de définir un schéma électroacoustique équivalent d'une cellule isolée en s'appuyant sur le modèle exact. Le schéma électroacoustique équivalent

5.4. MISE EN PLACE DU SCHÉMA ÉLECTROACOUSTIQUE ÉQUIVALENT

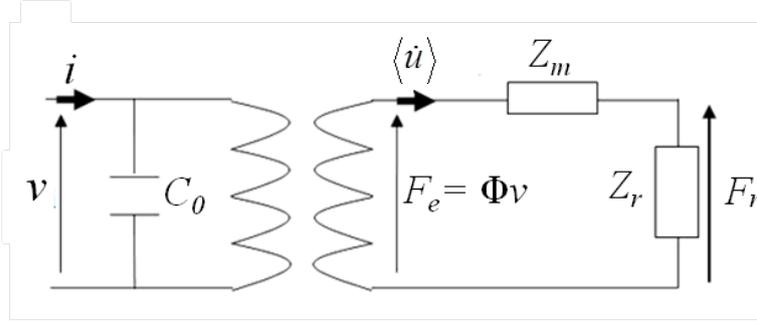


FIGURE 5.3 – Schéma électroacoustique équivalent d'une cellule cMUT isolée dans un fluide

mis en place est présenté figure 5.3. Selon la définition de Foldy [41], ce schéma équivalent est réalisé de façon à assurer la conservation de deux des grandeurs acoustiques obtenues à partir du modèle exact : la puissance emmagasinée par le cMUT et la vitesse moyenne de déplacement de la membrane. Pour cela, de nouvelles grandeurs acoustiques équivalentes sont introduites. La force électrostatique (F_e) et la force de rayonnement (F_r) ainsi définies correspondent aux grandeurs associées au comportement d'un piston équivalent, en termes de puissance et vitesse moyenne, à notre cellule. Ainsi, les variables composant la partie électrique sont : v la tension d'excitation appliquée aux bornes du cMUT, i le courant entrant dans la cellule et C_0 la capacité statique de la cellule. La partie acoustique est composée de Z_m l'impédance mécanique de la membrane, Z_r l'impédance de rayonnement de la membrane sur elle-même, et $\langle \dot{u} \rangle$ la vitesse moyenne de déplacement de la membrane. La partie électrique est reliée à la partie acoustique par l'intermédiaire du coefficient de transformation électroacoustique Φ . Il est important de préciser que le coefficient de transformation électroacoustique défini ici est lui aussi différent de celui exprimé à partir du modèle exact.

Ainsi, selon la définition de Foldy [41], l'impédance de rayonnement de la membrane sur elle-même (Z_r), l'impédance mécanique de la membrane (Z_m) et le coefficient de transformation électroacoustique (Φ) s'écrivent :

$$Z_r = \frac{2P_r}{|\langle \dot{u} \rangle|^2} \quad (5.21)$$

$$Z_m = \frac{2P_m}{|\langle \dot{u} \rangle|^2} \quad (5.22)$$

$$\Phi = \frac{2(P_m + P_r)}{\langle \dot{u}^* \rangle v} \quad (5.23)$$

où :

- P_r est la puissance acoustique de rayonnement,
- P_m est la puissance mécanique emmagasinée dans la membrane,
- * indique le conjugué.

Ces deux grandeurs s'expriment facilement en fonction des matrices définies à partir

5.4. MISE EN PLACE DU SCHEMA ELECTROACOUSTIQUE EQUIVALENT

du modèle distribué [85]. On a donc :

$$P_r(\omega) = \frac{1}{2}[\dot{u}][K_{fluide}][\dot{u}]^* \quad (5.24)$$

$$P_m(\omega) = \frac{1}{2}[\dot{u}] [-\omega^2[M] + [K] - [K_{soft}]] [\dot{u}]^* \quad (5.25)$$

Notons que ce choix de schéma équivalent ne permet pas de préserver une expression analytique de la force électrostatique et donc, de la réutiliser pour des simulations temporelles. D'autres auteurs [102] ont fait le choix de préserver l'expression de la force électrostatique et de la vitesse moyenne, ceci afin de prendre en compte la non linéarité du cMUT par des simulations temporelles.

Pour une configuration de cellule donnée (voir tableau 5.1), nous avons représenté figure 5.4 la réponse en fréquence de la vitesse moyenne de la membrane et ses différentes déformées associées. Pour les simulations présentées ici, on considère que la cellule cMUT est immergée dans l'eau ($\rho_0 = 1000 \text{ kg}\backslash\text{m}^3$ et $c_0 = 1500 \text{ m/s}$).

Sur la figure 5.4-(a), trois fréquences de résonance de la membrane sont parfaitement identifiées (à 3.8 MHz, 23.7 MHz, et 38.7 MHz). A la fréquence de résonance de tous ces modes, la valeur absolue de la vitesse moyenne est à un extremum et sa phase subit une inversion. Tous ces modes de résonance sont symétriques (figure 5.4-(b), (c) et (d)). Le mode 1, observé à 3.8 MHz, correspond au mode de résonance fondamentale (1,1) de la membrane (figure 5.4-(b)). Un maximum de vitesse lui est ainsi logiquement associé. A la fréquence de résonance du mode 2, la forme du déplacement produit une vitesse moyenne nulle (figure 5.4-(c)). Cette fréquence de coupure ainsi formée, délimite la bande passante de la cellule. Ce mode résulte de la combinaison des modes de vibration (1,3) et (3,1) de la membrane. Le mode de vibration 3 correspond au mode (3,3) de la membrane (figure 5.4-(d)). Selon ce mode, les angles et le centre de la membrane vibrent en phase. Un maximum local de vitesse est ainsi observé à sa fréquence de résonance.

TABLE 5.1 – Structure et paramètres de la cellule étudiée

Cavité	Hauteur	375nm
Membrane	Dimensions	27 x 27 μm^2
	Epaisseur	410 nm
	Module d'Young E_m	230 GPa
	Coefficient de Poisson σ_m	0.22
	Masse volumique ρ_m	3300 $\text{kg}\backslash\text{m}^3$
	Permittivité diélectrique relative	7.5
Electrode	Dimensions	19 x 19 μm^2
	Epaisseur	425 nm
	Module d'Young E_e	68 GPa
	Coefficient de Poisson σ_e	0.35
	Masse volumique ρ_m	2700 $\text{kg}\backslash\text{m}^3$

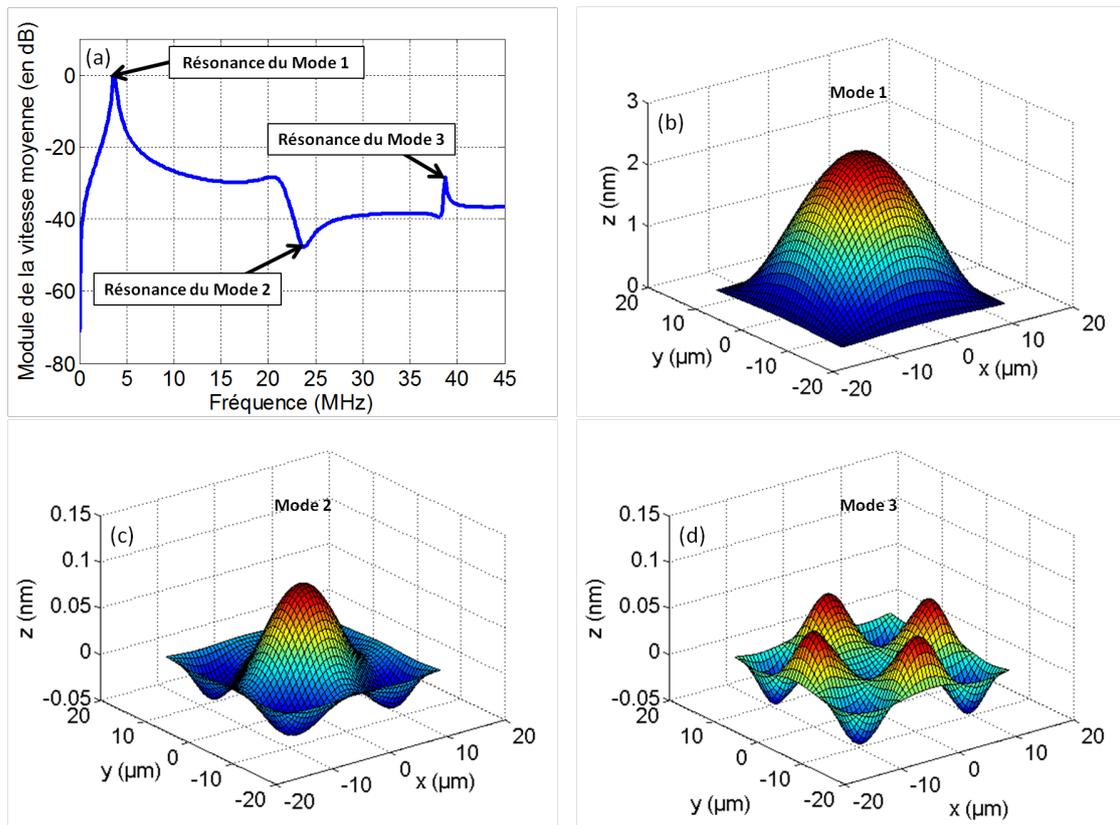


FIGURE 5.4 – (a) Réponse en fréquence de la vitesse moyenne de déplacement de la membrane ($V_{DC} = 0.5V_c$). (b) Forme du déplacement de la membrane à la fréquence de résonance du mode 1. (c) Forme du déplacement de la membrane à la fréquence de résonance du mode 2. (d) Forme du déplacement de la membrane à la fréquence de résonance du mode 3.

5.4. MISE EN PLACE DU SCHEMA ÉLECTROACOUSTIQUE ÉQUIVALENT

Chapitre 6

Comportement en conditions de périodicité 2-D

Ce chapitre est dédié à l'étude d'une cellule dans un réseau 2-D périodique. Après avoir introduit l'écriture de conditions de périodicité 2-D, notre étude s'orientera vers l'explication des modes de couplage dans les barrettes par le fluide. Pour cela, nous introduirons un déphasage entre les cellules cMUTs afin de construire le diagramme de dispersion de ces modes de couplage. Les résultats de simulations seront confrontés à des résultats expérimentaux.

6.1 Présentation des conditions de périodicité de 2-D

Dans cette section, on étudie le comportement d'une cellule cMUT appartenant à un réseau 2-D périodique. Le motif de périodicité est défini, respectivement suivant les axes x et y , par les vecteurs \vec{X}_0 et \vec{Y}_0 (voir figure 6.1). On nomme d_x la largeur du motif (suivant x) et d_y sa hauteur (suivant y). Autrement dit, on a :

$$\begin{cases} \vec{X}_0 = d_x \vec{i} \\ \vec{Y}_0 = d_y \vec{j} \end{cases} \quad (6.1)$$

Cette étude est réalisée selon une approche similaire à celle utilisée pour le cas de la cellule isolée, soit en intégrant des conditions de périodicité 2-D directement dans la matrice de condition aux frontières. Il est ainsi possible de conserver le même formalisme d'équations que précédemment. En reprenant l'équation 5.20, le comportement d'une cellule dans un réseau 2-D périodique devient simplement :

$$[u] = [-\omega^2[M] + [K] - [K_{soft}] - j\omega[K_{fluide\ 2D}]]^{-1} [p_{dyn}] \quad (6.2)$$

avec $[K_{fluide\ 2D}]$ la matrice de condition aux frontières intégrant les conditions de périodicité 2-D de la cellule.

Les termes de la matrice $[K_{fluide\ 2D}]$ doivent prendre en compte les contributions de toutes les cellules appartenant au réseau 2-D. Pour cela, la fonction de Green 2-D périodique

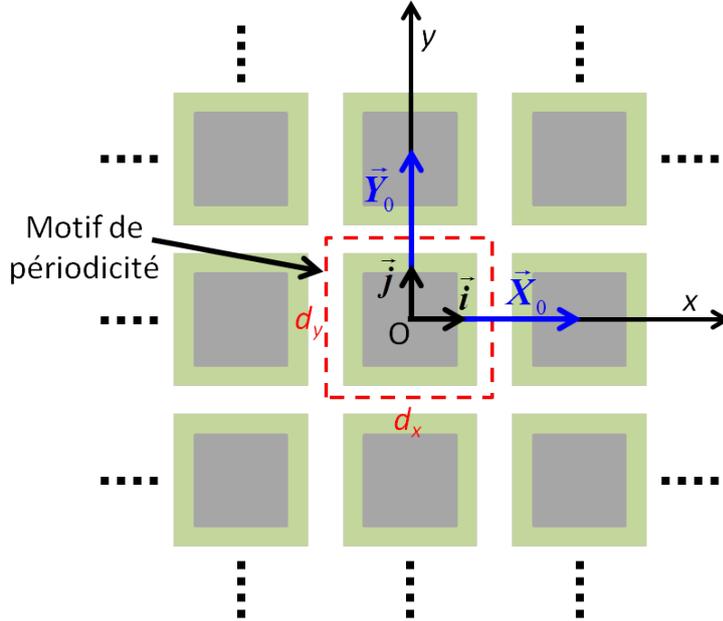


FIGURE 6.1 – Schéma d'une cellule cMUT dans un réseau 2-D périodique

(G_{2D}) est utilisée. En prenant en compte l'introduction d'un possible déphasage dans l'excitation du réseau 2-D, elle s'écrit sous la forme générale suivante [132, 131] :

$$G_{2D}(x, y, \omega) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \sum_{m \in \mathbb{Z}} G(x + n\vec{X}_0, y + m\vec{Y}_0, \omega) e^{-j\vec{k}_{inc} \cdot \vec{r}_{mn}} \quad (6.3)$$

avec :

$$\begin{cases} \vec{k}_{inc} = \gamma_x \frac{2\pi}{d_x} \vec{i} + \gamma_y \frac{2\pi}{d_y} \vec{j} \\ \vec{r}_{mn} = nd_x \vec{i} + md_y \vec{j} \end{cases} \quad (6.4)$$

γ_x et γ_y sont respectivement les paramètres d'excitation du réseau de cellule suivant les directions x et y . Ils permettent d'introduire un déphasage entre les cellules. Ainsi, une excitation en phase de toutes les cellules est obtenue pour des paramètres d'excitation nuls. Une excitation, où deux cellules voisines selon x et y sont en opposition phase, est réalisée avec des paramètres d'excitation fixés à 0.5.

Numériquement, on choisit d'exprimer la fonction de Green 2-D périodique par sa décomposition en série de Bloch-Floquet [131, 63] :

$$G_{2D}(x, y, \omega) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \sum_{m \in \mathbb{Z}} \hat{G}(k_x, k_y, \omega) e^{-j(k_x x + k_y y)} \quad (6.5)$$

où \hat{G} est la fonction de Green d'un milieu semi-infini, pour des conditions de baffle rigide, exprimée dans l'espace des vecteurs d'onde. Elle est définie par :

$$\hat{G}(k_x, k_y, \omega) = \frac{\omega \rho_0}{\sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}} \quad (6.6)$$

avec :

$$\begin{aligned}
 k_0 &= \frac{\omega}{c_0} \\
 k_x &= (\gamma_x + n) \frac{2\pi}{d_x} \\
 k_y &= (\gamma_y + m) \frac{2\pi}{d_y}
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

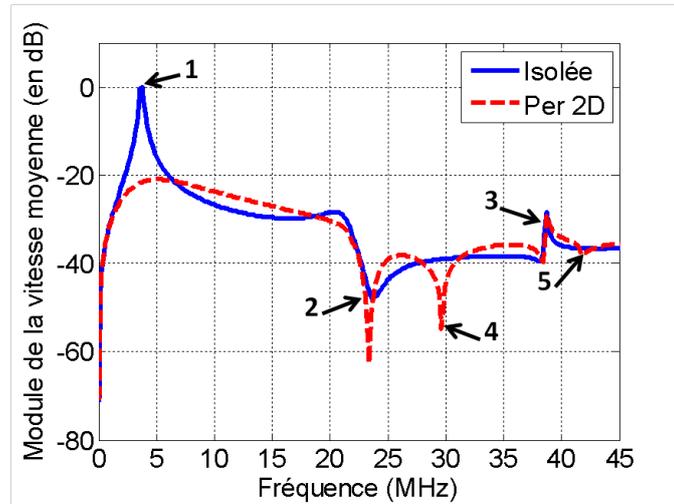


FIGURE 6.2 – Vitesses moyennes de déplacement pour une cellule isolée (courbe bleue) et pour une cellule dans un réseau 2-D périodique (courbe rouge). Dans ce cas, les paramètres d’excitation du réseau 2-D cellule sont nuls (excitation synchrone du réseau de cellule). La tension de polarisation est pour les deux simulations fixée à $V_{DC} = 0.5V_c$.

Afin de déterminer l’impact du réseau sur le comportement de la cellule, nous avons comparé figure 6.2 la réponse en fréquence d’une cellule isolée à celle d’une cellule dans un réseau 2-D périodique. Dans le cas présenté ici, le comportement de la cellule est simulé dans l’eau pour une excitation synchrone du réseau ($\gamma_x = 0$ et $\gamma_y = 0$). La géométrie de la cellule étudiée est la même que celle décrite dans la section 5.4. Les pas du réseau de périodicité sont définis identiquement suivant x et y et valent $50 \mu\text{m}$ (soit un espace inter-membranes de $23 \mu\text{m}$).

L’impact du réseau se manifeste sur la réponse en fréquence de la cellule principalement sous deux aspects (figure 6.2). En amortissant la résonance du mode 1 (référence 1), le réseau 2-D de cellules provoque un élargissement de la bande passante. Les distances inter-membranes jouent un rôle important sur la forme de la réponse. En effet, des travaux précédents [84] ont démontré que la bande passante était fortement augmentée lorsque les distances inter-cellules étaient réduites. Aucun impact n’est observé sur les modes de vibration d’ordre supérieur de la membrane. En effet, quelles que soient ses conditions de voisinage, on constate clairement que les fréquences de résonance des modes 2 et 3 (références 2 et 3) sont inchangées. Cependant, d’autres minima de vitesse sont observés pour la cellule en conditions de périodicité de 2-D (références 4 et 5). L’origine de ces minima,

6.2. INTRODUCTION D'UN DÉPHASAGE DANS L'EXCITATION DU RÉSEAU 2-D DE CELLULES

provenant de la périodicité du réseau, est expliquée dans la section suivante (section 6.2). Il est cependant intéressant de préciser que dans certains cas, ces minima peuvent se trouver avant la fréquence de coupure mécanique de la membrane et réduire significativement la bande passante de la cellule cMUT.

6.2 Introduction d'un déphasage dans l'excitation du réseau 2-D de cellules

Dans cette section, nous allons discuter de l'impact d'un déphasage dans l'excitation d'un réseau 2-D de cellules. Pour cela, les paramètres d'excitation de la cellule sont variés de façon à ce que le vecteur d'onde incident couvre la première zone de Brillouin [63], soit le chemin A-B-C-D-A dans le plan des vecteurs d'onde (voir figure 6.3). Pour des cellules carrées de symétrie 1/4, le chemin A-B-C-A suffit. De cette façon, on construit le diagramme de dispersion des ondes planes émises par le réseau 2-D périodique de cellules pour différentes orientations, selon le chemin choisi.

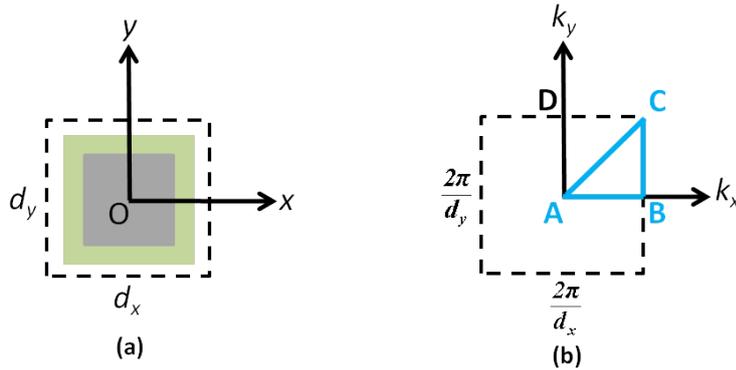


FIGURE 6.3 – (a) Motif de périodicité du réseau 2-D de cellules. (b) Première zone de Brillouin associée.

La figure 6.4-(a) représente le diagramme de dispersion sur le chemin C-A-B-C pour la configuration de cellule étudiée dans le paragraphe précédent (section 6.1). La grandeur observée est la vitesse moyenne de déplacement de la membrane. Le milieu de propagation simulé est toujours de l'eau. Nous avons associé à ce diagramme celui de la fonction Green 2-D périodique (équation 6.5) moyennée sur une cellule, pour les mêmes paramètres d'excitation (figure 6.4-(b)). Ce dernier permet de connaître l'impact de la périodicité sur le rayonnement des cellules sans couplage avec la partie mécanique des membranes. Pour mémoire, ou pour aider à l'interprétation de ces diagrammes, nous rappelons que l'axe horizontal entre A et B correspond à l'ensemble des vecteurs d'onde k_x parallèles au plan de la source, que pourrait rayonner le réseau 2-D de cellules. A chaque couple de points vecteur d'onde (k_x)/fréquence correspond une onde plane propagée dans le milieu dont l'angle (θ), son sinus plus précisément, est donné par le rapport entre le vecteur d'onde k_x et le vecteur d'onde k_0 associé à l'onde plane rayonnée. Selon les valeurs de ce rapport, il peut être associé deux types de modes [62] : ceux pour lesquels il sera inférieur à 1, ils

6.2. INTRODUCTION D'UN DÉPHASAGE DANS L'EXCITATION DU RÉSEAU 2-D DE CELLULES

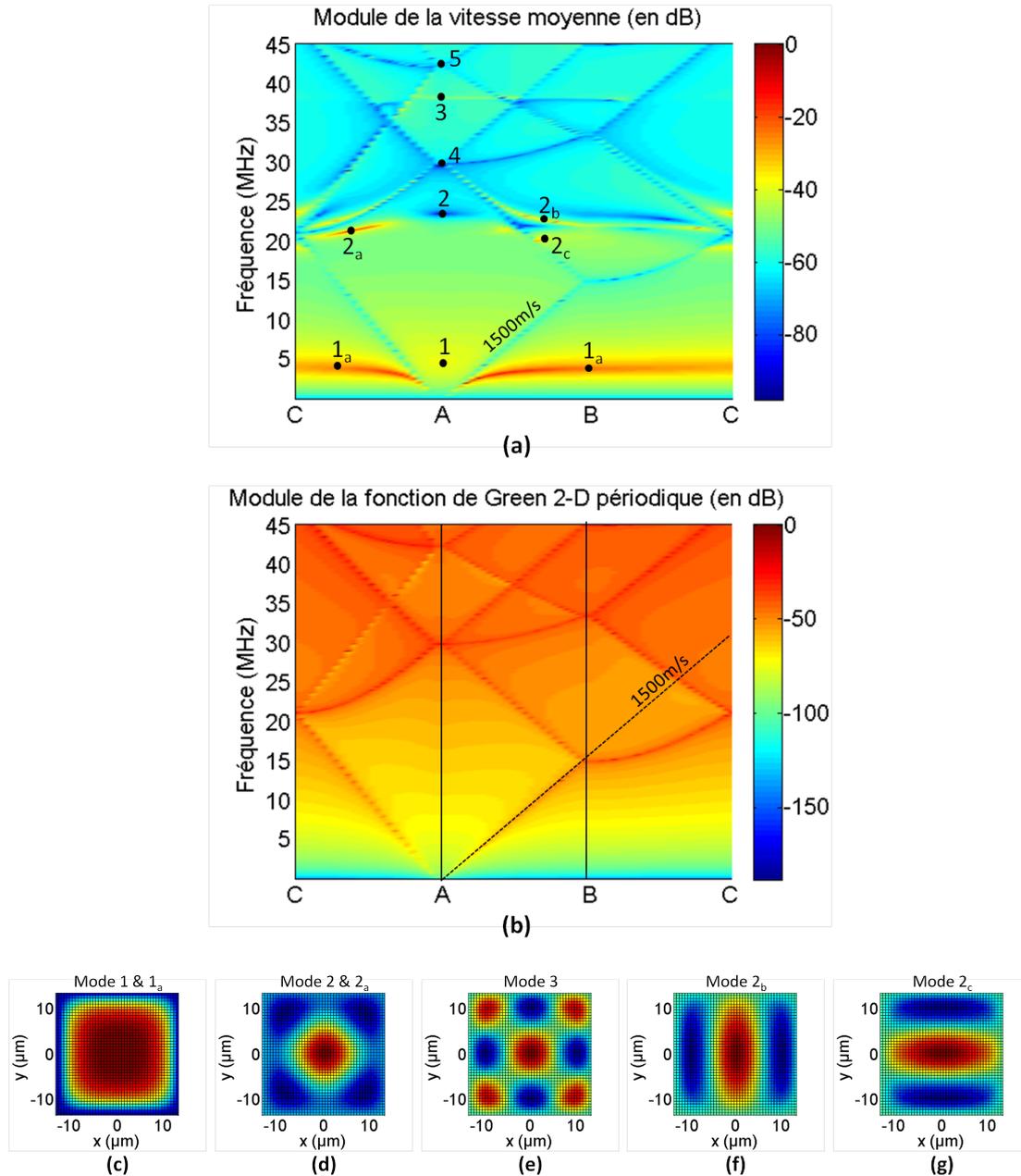


FIGURE 6.4 – (a) Vitesse moyenne de déplacement de la membrane suivant le chemin C-A-B-C dans la première zone de Brillouin. (b) Module de la fonction Green 2-D périodique (équation 6.5) moyennée sur une cellule, pour des paramètres d'excitation correspondant au chemin C-A-B-C dans la première zone de Brillouin. Les différents modes de vibration de la membrane sont représentés : (c) mode 1, (d) mode 2, (e) mode 3, (f) mode 2_b et (g) mode 2_c.

6.2. INTRODUCTION D'UN DÉPHASAGE DANS L'EXCITATION DU RÉSEAU 2-D DE CELLULES

seront rayonnés et ceux pour lesquels il est supérieur à 1, ce sont des modes évanescents qui restent confinés dans le plan de la source.

Lorsque l'on analyse le diagramme en figure 6.4-(b), on retrouve des phénomènes connus liés au rayonnement d'une source ultrasonore. En l'occurrence, si l'on se concentre uniquement sur le trajet A-B, on observe un mode situé à 1500 m/s (zone marquée en rouge foncé), auquel correspond un maximum de la fonction de Green. Mathématiquement, il correspond au pôle de l'expression 6.5. Associé à un angle de 90° , ce mode n'est pas rayonné en champ lointain et reste confiné dans le plan de la sonde. Notons que l'on voit ici ce pôle car chaque cMUT est de dimension très inférieure aux longueurs d'onde mises en jeu, avec donc naturellement, des ouvertures angulaires de presque 180° . Ainsi, sur ce même trajet A-B, toute la partie du diagramme située à l'intérieur de la limite des 1500 m/s donne lieu à un champ de pression qui sera rayonné dans le milieu. La partie située au delà correspond à des ondes évanescentes. Du fait des effets de périodicité du réseau, et donc des phénomènes de repliement de spectre connus des structures périodiques, on va retrouver ce mode à 1500 m/s ailleurs qu'uniquement à la limite ondes propagées/ondes évanescentes. Plus précisément, toujours sur ce même trajet A-B, lorsque l'on arrive en limite de la première zone Brillouin (point B), là où la condition de Bragg est respectée, la branche se replie et donne cette fois un maximum de pression pour des couples de points auxquels correspondent des ondes propagées. On voit ainsi, au point A, du fait de ce phénomène de repliement, apparaître des fréquences avec un maximum de pression dont on peut donner analytiquement la position (avec $n \in \mathbb{N}$) :

$$\begin{aligned}
 f_{c_x} &= n \frac{c_0}{d_x} && \text{onde propagée suivant } x \\
 f_{c_y} &= n \frac{c_0}{d_y} && \text{onde propagée suivant } y \\
 f_{c_{xy}} &= n \frac{c_0 \sqrt{d_x^2 + d_y^2}}{d_x d_y} && \text{onde propagée suivant } x = y
 \end{aligned} \tag{6.8}$$

L'ensemble de ces branches (zones marquées en rouge foncé) placées sur la figure 6.4-(b), définit donc toutes les zones où il y a un maximum de pression rayonnée par la source, soit, dit autrement, un maximum de couplages mutuels entre les cellules. Il y aura pour ces couples vecteur d'onde/fréquence des effets de surpression du réseau qui vont entraîner un blocage des membranes et donc des fréquences de coupure dans le spectre rayonné. Sur la figure 6.2, les deux fréquences de coupure de référence 4 et 5 proviennent de ce phénomène. Si l'on analyse la figure 6.4-(a) donnant la vitesse moyenne du cMUT, on retrouve au point A ces mêmes coupures, mais aussi en d'autres points (zones marquées en bleu foncé) correspondant naturellement aux branches (zones marquées en rouge foncé) de la figure 6.4-(b).

Les autres points d'analyse de la figure 6.4-(a) résultent de l'interaction fluide/membrane, tenant compte de l'impédance mécanique des cMUTs. A titre d'exemple, si l'on reprend le trajet A-B, on retrouve toute la partie utile du spectre émis par la source, centrée autour d'une fréquence centrale référencée 1 sur le diagramme, et située dans le cône défini par la limite des 1500 m/s. En $\gamma_x = 0$, on a le même résultat que celui de la figure 6.2 où on distingue la fréquence de coupure d'origine mécanique (référence 2). Par contre, pour

6.3. MESURE DE LA PROPAGATION D'UNE ONDE À LA SURFACE D'UN RÉSEAU 2-D DE CELLULES CMUT

d'autres valeurs de γ_x , et donc d'autres angles de rayonnement, cette fréquence de coupure disparaît et ce sont clairement les effets de périodicité du réseau qui définissent la coupure haute du spectre. La bande passante tend même à diminuer alors que l'angle augmente.

Il apparaît des fréquences de résonance en plusieurs points du diagramme. En référence 3, on retrouve la même résonance que sur la figure 6.2, c'est le mode (3,3) de la membrane (chapitre 5) comme on peut le vérifier sur la topologie de la vibration donnée en figure 6.4-(e). Les autres apparaissent pour des valeurs γ_x et γ_y non nulles, références 1_a , 2_a , 2_b , 2_c . La topologie des modes pour chacune de ces fréquences est représentée dans la figure 6.4. On constate que le mode 1_a n'est pas rayonné, tandis que le mode 2_a l'est. Ils correspondent respectivement aux modes de vibration 1 et 2 de la membrane (figure 5.4). Les fréquences 2_b , 2_c , sont elles associées respectivement au mode (3,1) et (1,3) de la membrane.

Enfin, on peut souligner, dans la partie non rayonnée du diagramme, l'existence d'une onde dispersive associée au mode 1_a . Sa vitesse de phase, alors que la fréquence temporelle et γ_x tendent vers zéro, tend vers la vitesse de propagation dans le milieu, ici 1500 m/s. Cette onde pourrait s'apparenter, en très grande longueur, à une onde de type Stoneley-Scholte, bien qu'ici le substrat ne soit pas pris en compte. C'est uniquement du fait de l'ouverture angulaire des sources cMUT que l'on en justifie l'existence ici. Par contre, on voit clairement que cette onde « d'interface » interagit avec les membranes dès lors que la longueur d'onde diminue, de telle sorte qu'elle devient dispersive et reste confinée à l'interface fluide/cMUTs. Ce mode est la principale source de couplage dans les barrettes comme déjà discuté et observé par d'autres auteurs [5]. Enfin, on peut faire remarquer, sans aucune démonstration ici, que le mode 1_a vers lequel tend la courbe de dispersion en B est le mode de résonance que présenterait une seule colonne de cMUTs, avec une répartition 1-D périodique (cf prochain chapitre) dont le pas en y serait le même que celui du réseau 2-D périodique. On peut intuitivement comprendre ce résultat dans la mesure où en B, $\gamma_x = 0.5$ correspond au cas où deux colonnes voisines de membranes sont en opposition de phase, et par conséquent à une situation où les couplages inter-colonnes sont faibles.

6.3 Mesure de la propagation d'une onde à la surface d'un réseau 2-D de cellules cMUT

Afin d'illustrer le phénomène de dispersion d'onde par un réseau 2-D de cellules, nous proposons dans cette section de confronter les prédictions théoriques à une mesure expérimentale. Le dispositif de mesure est composé de 25 colonnes pilotables individuellement (voir figure 6.5-(a)). Ainsi, en excitant la première colonne, nous proposons de suivre la propagation de l'onde cMUTs/fluide, en relevant le signal électrique produit par son passage sur les colonnes voisines. Cette mesure correspond au parcours A-B de la zone de Brillouin. Les caractéristiques des cellules cMUT présentes sur le dispositif expérimental sont décrites tableau 5.1. La taille des cellules est de $27 \times 27 \mu\text{m}^2$ et les pas de périodicité du réseau sont $65 \mu\text{m}$ suivant x et $33 \mu\text{m}$ suivant y . Chacune des colonnes présentes sur le dispositif mesure 8 mm en élévation et est composée de 244 cellules. Afin d'éviter les courts-circuits électriques, les mesures ont été réalisées dans de l'huile végétale ($\rho_0 = 920 \text{ kg/m}^3$ et $c_0 = 1450 \text{ m/s}$). Le signal d'excitation émis sur la première colonne est une demi-arche de sinusoïde centrée à 5 MHz. Ce signal d'excitation a été choisi afin de couvrir la

6.3. MESURE DE LA PROPAGATION D'UNE ONDE À LA SURFACE D'UN RÉSEAU 2-D DE CELLULES CMUT

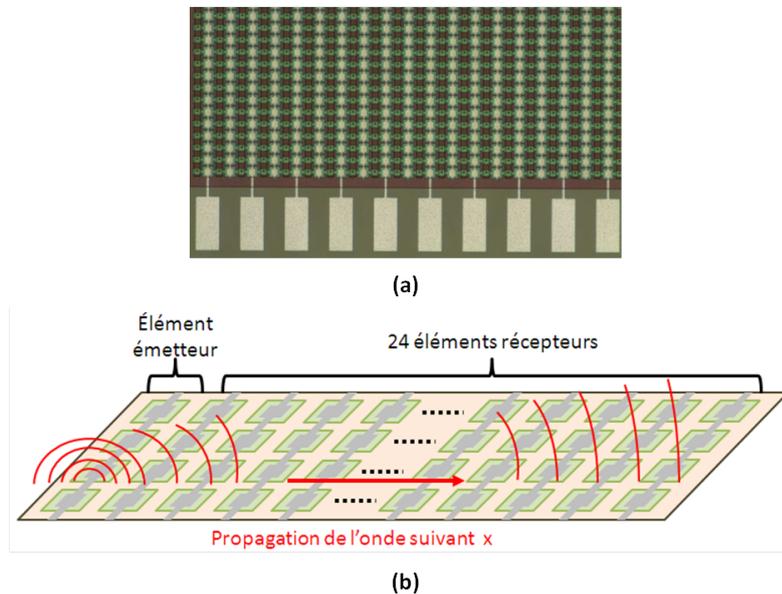


FIGURE 6.5 – (a) Photo du dispositif expérimental utilisé. Les contacts des colonnes impaires étant reportés en haut du dispositif, uniquement les contacts des colonnes paires sont visibles sur la photo. (b) Principe de mesure de l'onde propagée.

gamme de fréquence théorique de l'onde dispersée (0 - 5 MHz). L'amplitude de l'excitation est fixée à $20 V_{pp}$ et la tension de polarisation appliquée à la colonne émettrice vaut 60 V. Afin d'augmenter l'amplitude des signaux reçus, la tension de polarisation des colonnes réceptrices est quant à elle fixée proche de la tension de collapse à 75 V. L'ensemble des signaux collectés est représenté figure 6.6-(a). La propagation d'une onde dispersive est clairement identifiée. A partir de ces mesures, le diagramme de dispersion est simplement obtenu en réalisant une transformée de Fourier 2-D du diagramme espace/temps. Il est présenté figure 6.6-(b).

Afin de comparer la mesure à nos prédictions théoriques, la même topologie de cellule à été simulée selon la méthode décrite dans la section précédente. Dans ce cas, le paramètre d'excitation suivant y à été fixé à zéro et seul le paramètre d'excitation suivant x a été varié de façon à simuler la propagation d'une onde suivant l'axe x . La tension de polarisation de la cellule a été fixée à 75 V afin d'être dans les mêmes conditions électriques que dans le cas expérimental. Le diagramme de dispersion ainsi obtenu est représenté figure 6.7. L'onde dispersée théorique est relevée puis reportée sur le diagramme de dispersion issu de la mesure. Elle se superpose parfaitement à l'onde mesurée. On remarque cependant que la mesure ne représente qu'une partie de l'onde dispersée. Ce phénomène provient de la bande passante des colonnes de cellules cMUT utilisées en réception. En effet, la colonne cMUT peut uniquement mesurer l'onde dispersée dans sa bande passante, c'est-à-dire, pour cette topologie, dans une gamme de fréquence variant autour de sa fréquence centrale 3.2 MHz (voir figure 7.7-(a)).

En ce qui concerne les minima de vitesse parfaitement visibles sur le diagramme de dispersion théorique (points correspondant à une vitesse de phase égale à la vitesse dans

6.3. MESURE DE LA PROPAGATION D'UNE ONDE À LA SURFACE D'UN RÉSEAU 2-D DE CELLULES CMUT

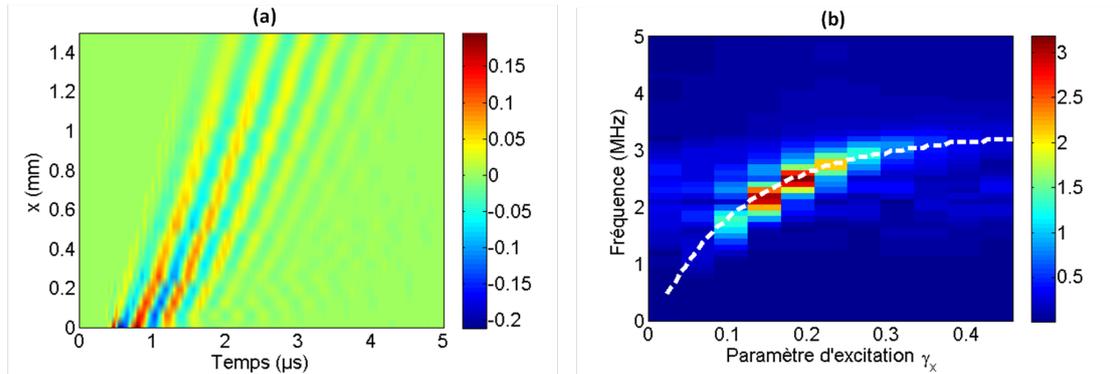


FIGURE 6.6 – (a) Signaux temporels relevés sur l'ensemble des colonnes réceptrices. (b) Décomposition en ondes planes ($\omega(k)$) des signaux reçus. L'onde dispersée obtenue théoriquement (figure 6.7) est superposée sur le diagramme de dispersion (pointillés blancs).

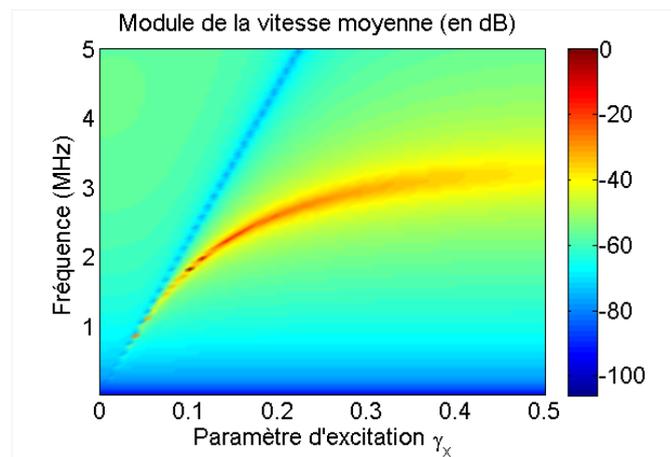


FIGURE 6.7 – Diagramme de dispersion simulé pour γ_x variant de 0 à 0.5 et $\gamma_y = 0$.

6.3. MESURE DE LA PROPAGATION D'UNE ONDE À LA SURFACE D'UN RÉSEAU 2-D DE CELLULES CMUT

le fluide), il est difficile de les identifier dans le cas expérimental. La faible résolution de la mesure dans l'espace des vecteurs d'onde peut justifier les difficultés à détecter ce phénomène. En effet, avec un dispositif limité à 25 colonnes, le pas du paramètre d'excitation est de 0.04 ce qui est trop important pour envisager de détecter ces minima. Par conséquent, la mesure de ce phénomène nécessite l'utilisation d'un dispositif comprenant plus de colonnes ou de mesurer par interférométrie la propagation de l'onde sur une barrette d'imagerie classique [5, 23].