

# Modélisation des composites piézoélectriques de connectivité 1-3

**Introduction** Pour l'étape de modélisation, les éléments finis [138] sont l'outil central. C'est une des méthodes de résolution d'équations aux dérivées partielles comme le sont, pour les plus courantes, les méthodes par différences finies [139] ou volumes finis [140]. En effet, pour connaître le comportement du matériau, l'équation de la dynamique doit être résolue en 3 dimensions dans notre cas et seules les méthodes de résolution numérique qui

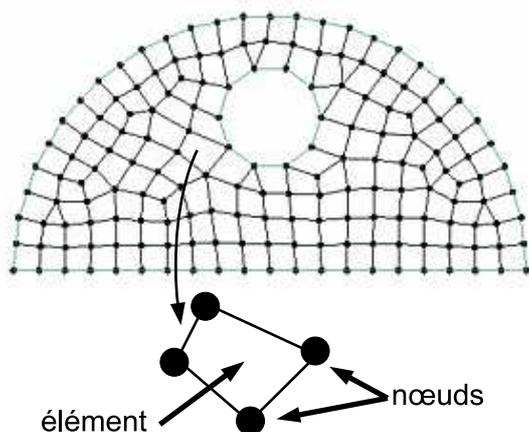


FIGURE 6.1 – Discretisation du domaine d'étude.

approximent les dérivées peuvent nous donner une solution assez précise du problème. Pour la méthode des éléments finis, le domaine étudié est découpé en sous-domaines appelés des éléments et sont interconnectés par des points appelés nœuds (Fig. 6.1). Si un point situé à l'intérieur de l'élément est pris, sa valeur recherchée, par exemple son déplacement, est alors reliée aux valeurs nodales par des fonctions d'interpolation qui sont choisies par l'utilisateur. En résolvant l'équation aux dérivées partielles de cette manière sur tous les éléments, nous avons le comportement de la géométrie dans sa globalité en ajoutant de bonnes conditions limites qui sont indispensables à la détermination de solutions. Ce calcul par éléments

finis est fait avec le logiciel ATILA [101] développé par le département SAMBA/ISEN de l'IEMN à Lille. Il peut simuler le comportement élastique, piézoélectrique et magnétostrictif des structures. Les équations résolues dans le code ATILA sont :

- le principe fondamental de la dynamique pour le domaine élastique,
- l'équation de Poisson pour la partie piézoélectrique ou électrostrictive du calcul,
- les équations de Maxwell pour les cas magnétostatiques,
- et l'équation d'Helmholtz pour les fluides.

Dans le cadre de cette thèse, les matériaux utilisés sont uniquement élastiques, piézoélectriques et fluides. Les inconnues sont donc le vecteur des valeurs nodales du champ de déplacement  $\mathbf{U}$ , du potentiel électrique  $\Phi$  et du champ de pression  $\mathbf{P}$  pour les sources de forces généralisées  $\mathbf{F}$ , de charges électriques  $\mathbf{q}$  et du gradient de pression normal aux surfaces  $\Psi$ . En définitive, l'équation matricielle en régime harmonique, pour le cas considéré, s'écrit :

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}] - \omega^2[M] & [K_{u\Phi}] & -[L] \\ [K_{u\Phi}] & [K_{\Phi\Phi}] & [0] \\ -\rho^2 c^2 \omega^2 [L]^T & [0] & [H] - \omega^2 [M_1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \Phi \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ -\mathbf{q} \\ \rho^2 c^2 \Psi \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

avec  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $c$  la vitesse dans le fluide et  $\omega$  la pulsation. Pour le solide, les matrices  $[K_{uu}]$ ,  $[K_{u\Phi}]$ ,  $[K_{\Phi\Phi}]$ ,  $[M]$  sont respectivement les matrices de rigidité, de couplage piézoélectrique, diélectrique, de masse et pour le fluide, les matrices  $[L]$ ,  $[H]$  et  $[M_1]$  sont les matrices de couplage à l'interface solide/fluide, de sa (pseudo-)rigidité et de sa (pseudo-)masse. Si le domaine ne comporte pas de fluide, le système devient :

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}] - \omega^2[M] & [K_{u\Phi}] \\ [K_{u\Phi}] & [K_{\Phi\Phi}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ -\mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

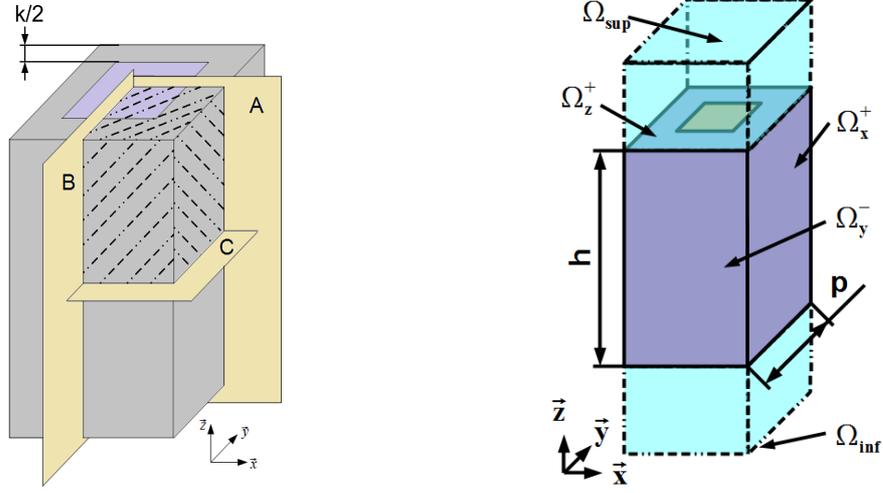
Après cette brève introduction sur les éléments finis, la préparation du calcul pour le cas d'une structure de composite piézoélectrique de connectivité 1-3 est détaillée dans un premier temps. Puis, le comportement des structures habituellement fabriquées est retrouvé pour enfin proposer une nouvelle géométrie qui limite la propagation des modes latéraux.

## 6.1 Préparation du calcul en Éléments Finis (FEM)

Pour l'étude des structures piézoélectriques, plusieurs grandeurs caractéristiques peuvent être examinées (section 1.1.4). Dans le cadre de la transduction ultrasonore, la bande passante (BP) et la sensibilité sont les caractéristiques les plus importantes. Le coefficient de couplage électromécanique est aussi un bon indicateur de performance. Ils sont respectivement obtenus à partir de la réponse électro-acoustique (REA) et de l'impédance électrique du matériau. Deux calculs distincts seront préférés pour un gain de temps sur le calcul de l'impédance électrique qui, dans l'air, est très rapide. Ils sont tous les deux effectués en calcul harmonique. Pour des explications plus détaillées, les différentes faces (Figure 6.2b) de la cellule de base du composite portent un nom.

### 6.1.1 Impédance électrique

Généralement, l'impédance électrique d'un composite est mesurée dans l'air pour sa caractérisation électromécanique. Le calcul se fera donc dans ces mêmes conditions dans un souci de futures comparaisons. La première étape consiste à simplifier autant que possible la structure à mailler ainsi que les conditions aux frontières. Tout d'abord, les dimensions latérales du composite 1-3 étant grandes devant son épaisseur  $\mathbf{h}$ , cette structure est considérée infinie dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$  qui sont les vecteurs du repère orthogonal défini Figure 6.2.



(a) Partie utile pour le calcul d'impédance électrique d'un composite piézoélectrique de connectivité 1-3 dans l'air.

(b) Cellule de base pour le calcul de la réponse électro-acoustique d'un composite piézoélectrique de connectivité 1-3 dans l'eau.

FIGURE 6.2 – Les structures maillées avec le rappel des 3 grandeurs caractéristiques d'un composite 1-3 : la hauteur  $h$ , le pas  $p$  et le *kerf*  $k$ .

De plus, la différence d'impédance acoustique entre l'air et le composite nous permet de simplifier le problème en négligeant l'air présent sur les faces  $\Omega_z^+$  et  $\Omega_z^-$ . En effet, il n'y a quasiment aucun échange d'énergie entre les deux milieux qui est inférieur à 0,1% en utilisant l'expression (1.20) de transmission d'énergie. Le système d'équations résolu est alors le système (6.2). Il est donc possible de mailler uniquement le huitième de la cellule de base du composite (partie hachurée de la Figure 6.2a) avec les plans de symétrie appropriés  $A$ ,  $B$  et  $C$ . La traduction d'un plan de symétrie sur les déplacements de ses points  $M$  est le blocage de leur composante normale à ce dit plan [141]. En résumé, les déplacements  $\vec{u}$  des points  $M$  doivent vérifier :

- $\forall M \in A, \vec{u} \cdot \vec{y} = 0$
- $\forall M \in B, \vec{u} \cdot \vec{x} = 0$
- $\forall M \in C, \vec{u} \cdot \vec{z} = 0$

où les vecteurs  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  sont les vecteurs de base du repère représenté sur les Figures 6.2. Évidemment, tous les points appartenant aux plans  $\Omega_x^+$  et  $\Omega_y^-$  respectent ces mêmes conditions de symétrie. Enfin, d'un point de vue électrique, le plan  $\Omega_z^+$  a un potentiel électrique positif et le plan  $C$  est à la masse. Le maillage est fait sur le volume avec des éléments hexaèdres à interpolation quadratique, c'est à dire que chaque arête comporte 3 nœuds et sont interpolés par une parabole. De ce fait, en mécanique des vibrations, quatre éléments par longueur d'onde suffisent à une bonne approximation de l'onde sinusoïdale qui se propage. Lorsque le calcul est fini, pour avoir l'impédance électrique, il suffit de récupérer l'information du potentiel sur la surface  $\Omega_z^+$ .

### 6.1.2 Réponse électro-acoustique

La sensibilité et la bande-passante sont obtenues expérimentalement en plongeant le com-

posite dans l'eau et en regardant son comportement en émission et en réception. Pour le calcul de la réponse électro-acoustique, l'eau sera donc ajoutée dans le milieu environnant du composite. Le système à résoudre devient donc le système (6.1). L'adaptation d'impédance acoustique étant meilleure qu'avec de l'air, l'énergie transmise du milieu fluide au milieu solide (et *vice versa*) ne peut plus être négligée. Ainsi, pour connaître exactement le champ de pression dans l'eau, il est nécessaire de tenir compte de la contribution des cellules voisines qui rayonnent elles aussi. Pour cela, une condition de périodicité est insérée dans le calcul : les fonctions d'espace (pression, déplacement et potentiel électrique) devront être périodiques. Pour modéliser cette périodicité, les éléments fondamentaux ont été développés essentiellement par Brillouin *et al.* [142]. C'est en ajoutant la relation de Bloch-Floquet que le calcul par éléments finis peut satisfaire ces conditions de périodicité [143, 50]. Le composite étant toujours considéré comme infini dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$ , et ne travaillant qu'en incidence normale, chaque fonction doit satisfaire la relation :

$$F(x + p, y + p, z) = F(x, y, z) \quad (6.3)$$

où  $p$  est le pas de la structure. Pour terminer la définition des conditions aux limites, la face  $\Omega_z^+$  (resp.  $\Omega_z^-$ ) est isopotentielle à un potentiel positif (resp. à la masse). Les conditions de raccordement en onde plane [143] qui permettent de prendre en compte l'eau en deçà de  $\Omega_{\text{Inf}}$  et au-delà de  $\Omega_{\text{Sup}}$  sans la mailler, sont également ajoutées sur  $\Omega_{\text{Inf}}$  et  $\Omega_{\text{Sup}}$  pour modéliser un milieu infini dans lequel rayonne cette source acoustique. La Figure 6.2b représente la structure complète maillée pour le calcul de la REA. Des éléments hexaédriques à interpolation quadratique sont utilisés et la présence d'eau avec des vitesses de propagation plus faibles que dans les matériaux nous contraint à des tailles d'éléments plus petites par rapport à celles utilisées dans le calcul de l'impédance. Le temps de calcul s'en trouve augmenté considérablement. De plus, la quantité d'eau doit être assez importante pour que les plans limites de l'eau ( $\Omega_{\text{Sup}}$  et  $\Omega_{\text{Inf}}$ ) ne soient pas dans le champ proche du composite. Une distance minimale a été retrouvée pour ne plus avoir l'effet des ondes évanescentes de l'interface sur le champ de pression. La REA est la multiplication de la fonction de transfert du système en émission avec celle en réception. En simulation, trois calculs doivent être faits et sont représentés sur la Figure 6.3 :

- Un premier, effectué en émission, où un potentiel électrique sinusoïdale  $\mathbf{V}_G$  est appliqué en  $\Omega_z^+$  et la pression émise  $\mathbf{P}_1$  est récupérée sur l'un des deux plans limites de l'eau. En anglais, le rapport de cette pression sur le potentiel électrique est appelé « Transmitting Voltage Response » (TVR). Le point  $\mathbf{P}_1$  ne doit pas être pris trop proche du composite pour ne pas subir l'influence des ondes évanescentes à l'interface solide/fluide.
- Un deuxième, en réception, où une onde plane incidente est envoyée sur  $\Omega_z^-$  à une pression correspondante  $\mathbf{P}_{\text{inc}}$  et le potentiel électrique  $\mathbf{V}_{\text{OUT}}$  en  $\Omega_z^+$  est enregistré. Le ratio  $V_{\text{OUT}}/P_{\text{inc}}$  est appelé « Free-Field Voltage Sensitivity » (FFVS)
- Un troisième, avec seulement de l'eau, est réalisé pour connaître précisément l'onde incidente  $P_{\text{inc}}$  car, dans le code ATILA, elle ne peut pas être choisie.

Enfin, l'expression finale de la REA calculée en fréquence est :

$$\text{REA} = \text{TVR} \cdot \text{FFVS} = \frac{P_1 \cdot V_{\text{OUT}}}{V_G \cdot P_{\text{inc}}} \quad (6.4)$$

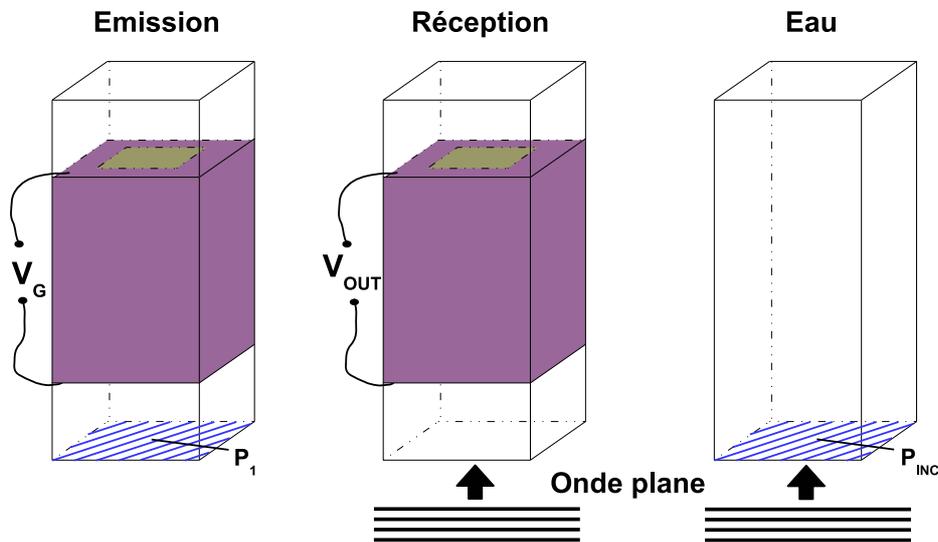


FIGURE 6.3 – Les 3 calculs en éléments finis pour le calcul de la REA avec la mesure en émission (TVR), en réception (FFVS) et dans l'eau.

## 6.2 Étude de la structure régulière

Comme détaillé dans le chapitre 2, il est possible de prévoir la fréquence des modes latéraux dans les structures de type composite 1-3. L'objectif de cette partie n'est pas de discuter les modèles mais simplement d'identifier ces modes latéraux dans notre cas précis grâce au calcul par éléments finis et de quantifier leurs dommages sur les propriétés fonctionnelles du composite. Le « Pillar Aspect Ratio » d'Hayward *et al.* [51], ou plus généralement le rapport  $h/p$ , sera notre indicateur dans toute cette partie. Cette étude servira de base pour les réflexions suivantes sur la suppression des modes latéraux. Pour tous les calculs, les mêmes matériaux seront utilisés. Il s'agit de la céramique Pz27 (PZT) [2] et de la résine époxy E501 [4] dont les caractéristiques sont données dans la Table 6.1. Ces matériaux ont été choisis pour faciliter les comparaisons avec des composites fabriqués dans un second temps. Pour la résine, le module d'Young et le coefficient de Poisson sont également donnés pour information et valent respectivement 5,25 GPa et à 0,33.

TABLE 6.1 – Constantes du Pz27 données par MEGGIT Ferroperm [2]

$c_{11}^E$ (GPa)	$c_{12}^E$ (GPa)	$c_{13}^E$ (GPa)	$c_{33}^E$ (GPa)	$c_{44}^E$ (GPa)	$c_{66}^E$ (GPa)	$e_{31}$ (C/m <sup>2</sup> )	$e_{33}$ (C/m <sup>2</sup> )
147	105	93,7	113	23,0	21,2	-3,09	16
$e_{15}$ (C/m <sup>2</sup> )	$\epsilon_{11}^S/\epsilon_0$	$\epsilon_{33}^S/\epsilon_0$	$c_{11}^{\text{résine}}$ (GPa)	$c_{12}^{\text{résine}}$ (GPa)	$\epsilon_{11}^{\text{résine}}/\epsilon_0$	$\rho^{\text{piezo}}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho^{\text{résine}}$ (kg/m <sup>3</sup> )
11,64	2121	1981	7,84	3,9	3	7780	1100

## 6.2.1 Dépendance à la fraction volumique

Les deux modes latéraux sont dépendants de la valeur du pas de la structure ainsi que de sa fraction volumique (section 2.2.3). La Figure 6.4 représente les deux composites à pas constant ( $1275 \mu\text{m}$ ) et à fraction volumique différente (0,48 et 0,65) qui sont étudiés

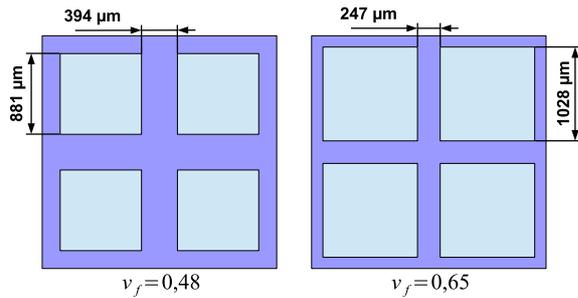


FIGURE 6.4 – Deux composites à pas de structure constant ( $1275 \mu\text{m}$ ) mais avec des fractions volumiques distinctes.

dans ce chapitre et qui seront fabriqués pour la validation expérimentale (chapitre 7). Les calculs de la structure sont faits en calcul harmonique et dans l'air pour les deux types de composites. À partir de ce calcul, les fréquences du mode épaisseur et des deux premiers modes latéraux sont repérées grâce à leur champ de déplacement qui est maximal à la fréquence d'antirésonance  $f_a$ . Les champs de déplacement caractérisant ces 3 modes sont représentés sur la Figure 6.5. Ils ont bien les formes attendues par les analyses du chapitre 2.2.

L'épaisseur des deux composites est alors diminuée régulièrement en partant d'une épaisseur de  $3825 \mu\text{m}$  pour avoir un rapport  $h/p$  égal à 3 et finir avec une épaisseur de  $63,75 \mu\text{m}$  ( $h/p = 0,05$ ). Pour chaque épaisseur, les fréquences des 3 premiers modes sont relevées. Après le calcul de 24 épaisseurs différentes, la courbe de la Figure 6.6 est obtenue. Prenons en compte pour l'instant la partie de la courbe où  $h/p > 1$ . Les modes latéraux des deux composites n'ont pas les mêmes fréquences de résonance même si ces derniers ont le même pas de structure. Pour le 2<sup>ème</sup> mode latéral par exemple, celui du composite à  $v_f = 0,48$  aura une fréquence de résonance à 1,74 MHz alors que celui du composite à  $v_f = 0,65$  sera à 1,9 MHz. Cette différence est directement liée à la différence du *kerf* entre ces deux composites. La même observation peut être faite avec le premier mode latéral. Pour les fréquences d'antirésonance des deux modes épais-

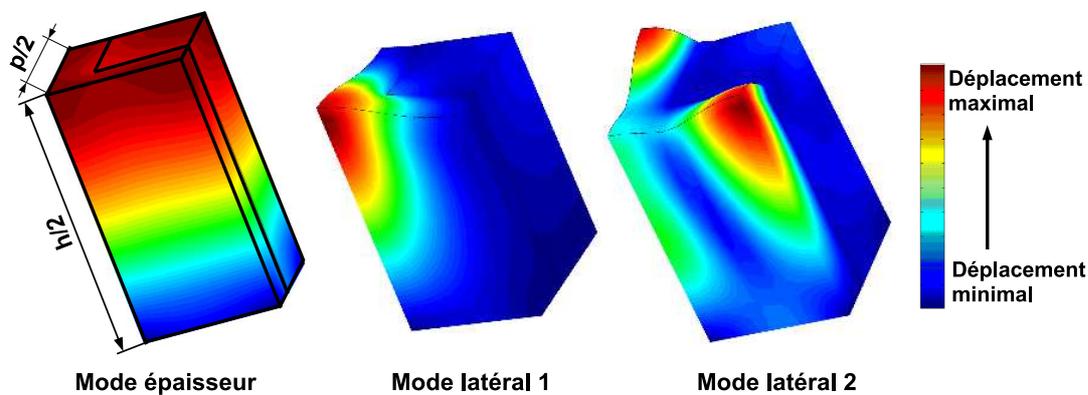


FIGURE 6.5 – Les champs de déplacement des trois premiers modes de résonance du huitième de la cellule de base d'un composite 1-3. Uniquement la composante du déplacement colinéaire à l'épaisseur est représentée.

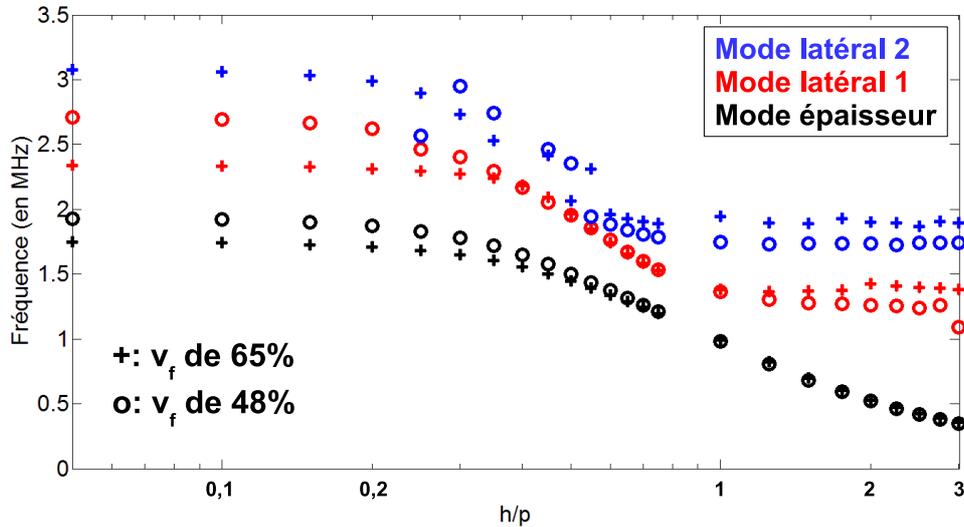


FIGURE 6.6 – Évolution fréquentielle du mode épaisseur et des deux modes latéraux en fonction du rapport  $h/p$  du composite en représentation logarithmique.

seurs, évidemment, elles sont confondues et proportionnelles à l'épaisseur comme le prévoit la relation du résonateur mécanique (1.14). Il y aura néanmoins une différence minime entre les deux fréquences des modes épaisseurs car, les composites n'ayant pas la même fraction volumique, la vitesse de l'onde longitudinale se propageant dans le sens de l'épaisseur sera légèrement différente. En diminuant l'épaisseur  $h$ , le mode épaisseur se rapproche du 1<sup>er</sup> mode latéral qui, lui, est totalement indépendant de cette dimension et donc, reste à la même fréquence durant la diminution.

Cela n'est plus vrai lorsque le mode épaisseur se rapproche trop du 1<sup>er</sup> mode latéral. En effet, au rapport  $h/p=1,5$ , le 1<sup>er</sup> mode latéral est toujours à la fréquence 1,27 MHz qu'il avait initialement (à  $h/p=3$ ) mais à la diminution d'épaisseur suivante ( $h/p=1,25$ ), il commence à se déplacer en plus haute fréquence (1,30 MHz) pour faire un nouveau bond (1,365 MHz) dans les plus hautes fréquences pour le rapport  $h/p$  qui vaut 1. Plus l'épaisseur va diminuer et plus ce mode latéral évoluera vers les hautes fréquences jusqu'à ce qu'il atteigne les fréquences du 2<sup>nd</sup> mode latéral qui restait depuis le début aux alentours de 1,74 MHz et qui sera « repoussé » à son tour pour un rapport  $h/p \sim 0,65$ . De ce fait, pour ces cas critiques, les modes interagissent. Il est donc normal de se demander à quel moment exactement cette interaction entre le mode épaisseur et le 1<sup>er</sup> mode latéral devient néfaste pour les performances du piezocomposite 1-3. Hayward *et al.* [51] avait déjà donné le critère pour une fraction volumique supérieure à 20% où la fréquence du 1<sup>er</sup> mode latéral ( $f_{L1}$ ) devait être 2 fois plus grande que la fréquence d'antirésonance du mode épaisseur ( $f_a$ ). Ce critère semble se vérifier car :

- pour le rapport  $h/p = 1,5$ ,  $f_a = 0,683$  MHz et  $f_{L1} = 1,278$  MHz,
- et pour le rapport  $h/p = 1,25$ ,  $f_a = 0,809$  MHz et  $f_{L1} = 1,305$  MHz.

Cependant, nous nous proposons, dans ce chapitre, de vérifier ce critère directement sur la sensibilité et la BP qui sont aussi les grandeurs utilisées pour évaluer la qualité d'un matériau piézoélectrique pour la transduction ultrasonore.

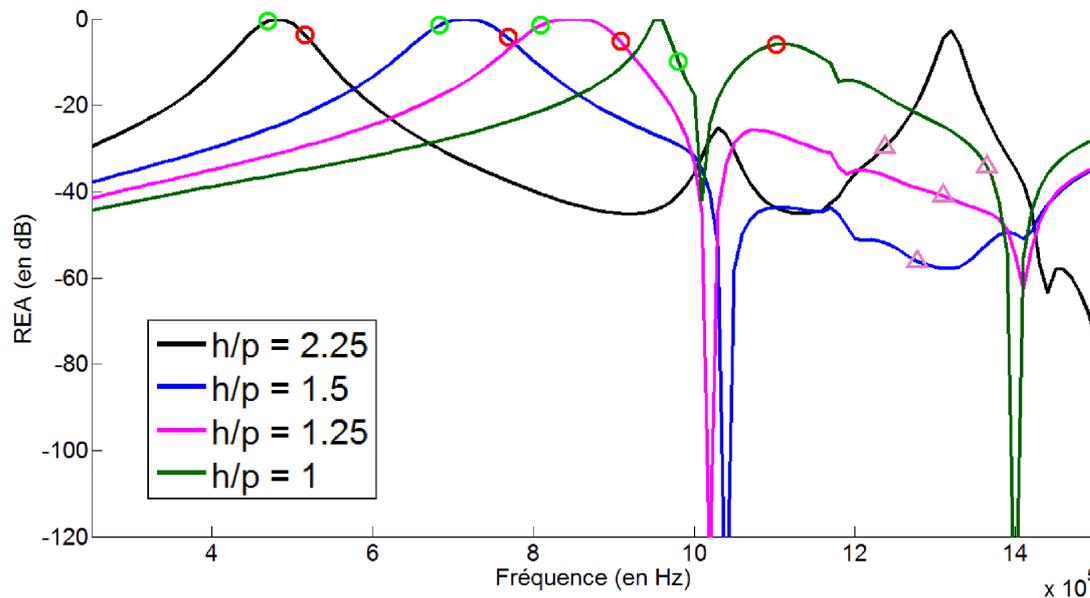


FIGURE 6.7 – REA normalisées de 4 épaisseurs différentes pour le piezocomposite 1-3 de  $v_f = 0,48$ . Les cercles verts représentent les fréquences de résonance et les rouges, les fréquences d'antirésonance simulées dans l'air du mode épaisseur. Le triangle rose renseigne la position fréquentielle du premier mode latéral simulé dans l'air également.

### 6.2.2 Détérioration de la bande passante et de la sensibilité

Les études antérieures [50, 51] sur la détérioration des propriétés du composite 1-3 se sont concentrées principalement sur le coefficient de couplage du mode épaisseur ( $k_t$ ) ou des grandeurs qui permettent d'évaluer le déplacement de la surface de manière homogène. En effet, ces grandeurs étant liées à la sensibilité et à la bande passante du composite, la détérioration de ces dernières peut être appréciée indirectement. Or, au début du chapitre, il est expliqué que nous sommes capables de calculer directement la BP d'un transducteur constitué d'un seul matériau piézoélectrique. Il est donc naturel de le faire et d'observer leur évolution en fonction du rapport  $h/p$ .

Dans un premier temps et pour un souci de clarté, les REA de seulement 4 épaisseurs différentes du composite de  $v_f = 0,48$  ont été représentées sur la Figure 6.7. Un décalage entre les fréquences de résonance et d'antirésonance du mode épaisseur dans l'air (cercles verts et rouges sur la Figure 6.7) et dans l'eau est à noter. Il vaut, en moyenne, 12kHz. Ce comportement est tout à fait normal puisque l'eau ayant une impédance acoustique beaucoup plus importante que l'air, elle « charge » la surface et provoque un léger décalage des fréquences des modes vers les plus basses fréquences. C'est également le cas pour le premier mode latéral sauf que le décalage entre sa fréquence de résonance dans l'air (triangles roses sur la Figure 6.7) et sa fréquence de résonance dans l'eau est beaucoup plus marqué : il vaut en moyenne 250 kHz. Le champ de déplacement de la cellule de base pour la fréquence de 1,01 MHz est représenté sur la Figure 6.8 pour confirmer qu'il s'agit bien de la fréquence du premier mode latéral. Visuellement, il est possible de voir que,

## 6.2. ÉTUDE DE LA STRUCTURE RÉGULIÈRE

TABLE 6.2 – Les valeurs de BP<sub>-6dB</sub> et de sensibilité pour quelques rapport h/p du composite régulier à  $v_f = 0.48$ .

h/p	3	2,25	1,5	1,25	1
BP <sub>-6dB</sub> (%)	19,4	18,7	18,3	16,6	4,2
Sensibilité (dB)	0	+0,3	+1,1	+1,9	+1,2

lorsque le mode épaisseur se décale vers les plus hautes fréquences (lorsque l'épaisseur du composite diminue) en se rapprochant de ce mode latéral qui, lui, ne bouge pas car le pas  $p$  reste constant, la BP se réduit. Sur la courbe h/p=1, elle est même « coupée » en deux. Les valeurs de la BP<sub>-6dB</sub> passe de 19,4% pour le rapport h/p=3 à 4,2% pour h/p=1. Les valeurs intermédiaires sont données dans la Table 6.2. Cette observation de la BP<sub>-6dB</sub> qui commence à être endommagée à h/p=1,25 confirme encore le critère d'Hayward *et al.* [51] car c'est ce même rapport h/p limite qui avait été déterminé dans le paragraphe précédent en utilisant le critère  $2f_a < f_{L1}$ . Pour la sensibilité en fréquence qui est normalisée par rapport à la valeur de h/p=3, elle atteint un maximum de +1,9 dB à h/p=1,25 avant de diminuer de nouveau (Table 6.2). Au-delà de la limite h/p=1,25, l'étude vibratoire du composite n'a plus d'intérêt puisque les modes étant couplés, la surface n'a plus un

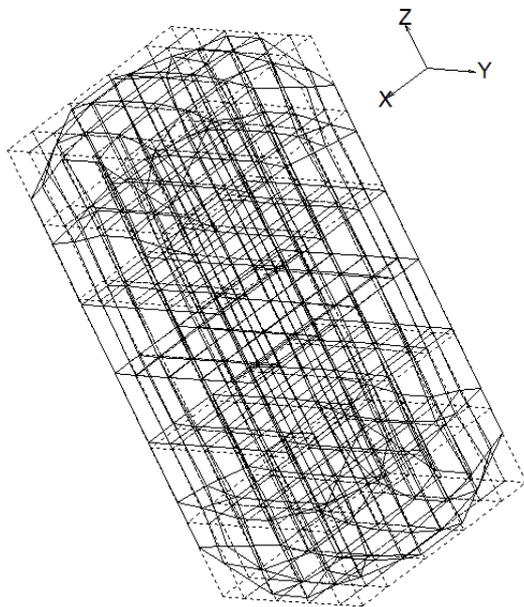


FIGURE 6.8 – Déformée de la cellule de base du piezocomposite 1-3 à  $v_f = 0,48$  dans l'eau à 1,01 MHz correspondant au 1<sup>er</sup> mode latéral. Les pointillés correspondent à la position au repos.

déplacement homogène (mode « piston »). Concrètement, lorsque le mode épaisseur est couplé avec le 1<sup>er</sup> mode latéral ( $f_{L1} < 2f_a$ ), cela se traduit directement sur la réduction de la BP<sub>-6dB</sub>. Cela signifie que la fréquence du 1<sup>er</sup> mode latéral définit la fréquence limite de fonctionnement d'un piezocomposite 1-3 utilisant le mode épaisseur. Pour fabriquer des piezocomposites 1-3 opérant toujours en plus haute fréquence, il est donc nécessaire de « repousser » ce mode latéral encore plus haut en fréquence. De nos jours, la technique utilisée par la majorité des fabricants de composite est simplement de réduire encore plus la taille du *kerf*. Cette solution a néanmoins un inconvénient : les limites technologiques de découpe par la méthode « Dice and Fill ». Dans ce manuscrit, nous proposons de penser le problème d'une manière différente et de suivre l'idée de rupture de la périodicité qui est la source du problème. Comme présenté dans la section 2.2.3, ce chemin de réflexion a déjà été exploré mais les solutions proposées utilisent des méthodes de fabri-

### 6.3. UNE STRUCTURE PSEUDO-PÉRIODIQUE

---

cation complexes et donc coûteuses. Notre réflexion va donc être guidée par la méthode de fabrication que nous avons préalablement sélectionnée (la méthode par lamination [44]) et des libertés géométriques qu'elle nous offre.

## 6.3 Une structure pseudo-périodique

Pour rompre la périodicité d'un piezocomposite 1-3, il est possible, tout d'abord, de modifier la valeur du pas de la structure à chaque fois. C'est ce qui a été fait lors d'une autre étude et sera développé dans un premier temps. L'agencement des plots de céramiques peut aussi être changé et la périodicité sera donc brisée par le désalignement des plots et non par la variation de leur espacement. Cette stratégie sera développée dans un second temps.

### 6.3.1 Modification du pas

Pour changer le pas, les deux techniques de fabrication présentées dans la partie 2.2.2 peuvent être utilisées comme en témoignent les 2 échantillons qui ont été fabriqués pour des études préliminaires. Les deux composites sont visibles sur les photos de la Figure 6.9. Pour le composite de la Figure 6.9.a) [144], nommé C13DFM, qui a été fabriqué par la méthode « Dice and Fill » et à base de céramique PMN-34,5PT [137] et résine époxy E501 [4], la distance entre chaque découpe à la scie varie mais la taille du *kerf* reste constante à 0,3 mm. Les côtés des plots de céramique ont une longueur variant de 0,5 mm à 1,5 mm. Sa fraction volumique est égale à 58% (moyenne calculée sur 1/10<sup>ème</sup> de l'échantillon) et il a une épaisseur de 6 mm. L'échantillon de la Figure 6.9.b), nommé C13LT, lui, a été fabriqué avec la méthode par lamination et à base de monocristal PMN-28PT [137] et de la résine époxy E501 également. La plus grande largeur de résine epoxy vaut 1 mm. Le plus grand côté des plots de céramique peut atteindre 1,4 mm. Celui-ci a une fraction volumique plus faible de 38%.

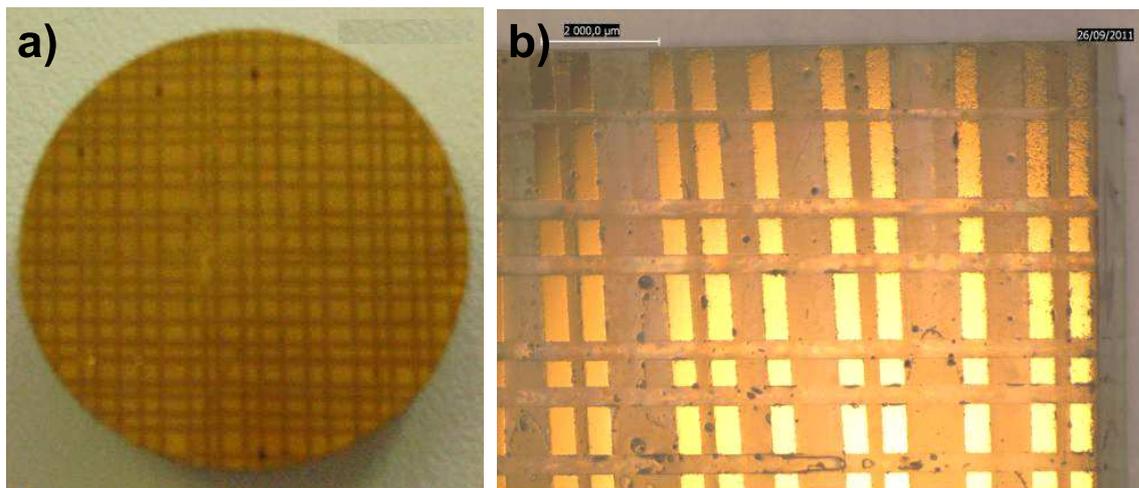


FIGURE 6.9 – Deux échantillons aléatoires fabriqués par les méthodes de a) « Dice and Fill » et b) lamination.

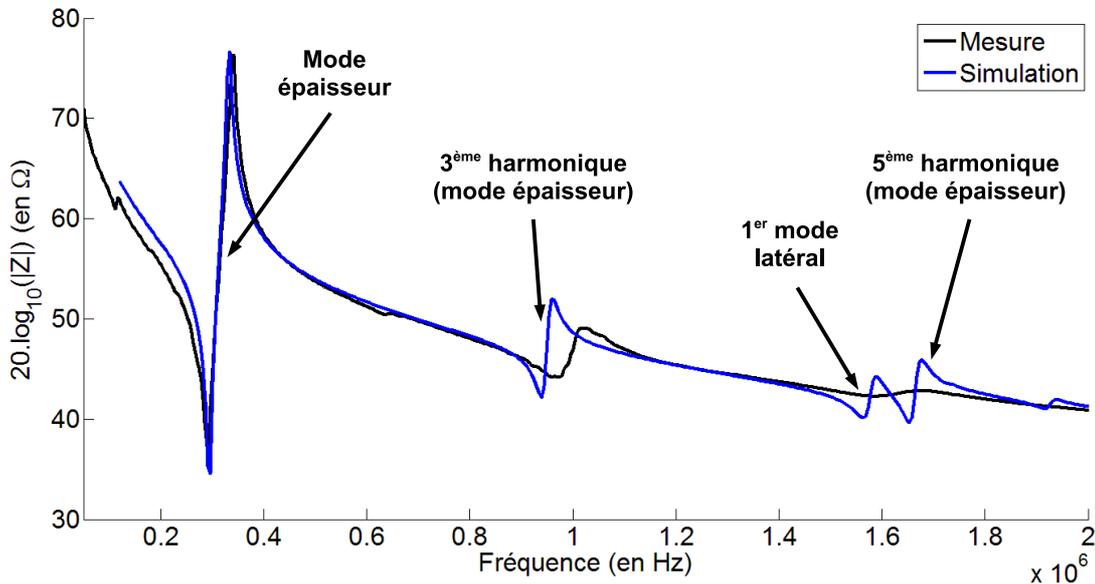


FIGURE 6.10 – Courbes d'impédance électrique de l'échantillon aléatoire C13DFM et de sa structure équivalente régulière simulée.

Pour ce type de structure, la modélisation par la méthode des éléments finis est possible mais le temps de calcul est démesurément long car aucune simplification par des plans de symétrie ou motif de base pour la périodicité ne peut être faite. Néanmoins, pour avoir une idée de l'impact de ces structures sur les modes latéraux, des structures régulières équivalentes sont simulées. Elles ont la même fraction volumique que leur équivalent aléatoire, c'est à dire 58% pour l'une et 38% pour l'autre. Le pas choisi est le pas moyen des structures aléatoires. Cela va permettre de comparer ce résultat théorique avec les mesures d'impédance électrique.

L'impédance électrique mesurée de l'échantillon C13DFM est tracée sur la Figure 6.10 et comparée avec celle de la structure équivalente régulière. En regardant le champ de déplacement du composite simulé autour de 1,6 MHz, il est confirmé que le pic visible sur l'impédance électrique simulée est le premier mode latéral qui est proche du 5<sup>ème</sup> harmonique du mode épaisseur. Sur la courbe d'impédance mesurée, à ces fréquences, il semble qu'il n'y ait aucun pic annonçant l'existence d'un mode latéral. Cependant, l'harmonique semble être masquée sur la mesure d'impédance électrique donc, si un 1<sup>er</sup> mode latéral existe, il se peut qu'il ne soit pas visible par cette mesure. Pour information, le  $k_t$  de ce composite vaut 55,6%.

Les impédances mesurée du C13LT et simulée de son équivalent régulier sont représentées sur la Figure 6.11. Le 1<sup>er</sup> mode latéral de la structure régulière se trouve à 2 MHz. Encore une fois, en regardant ce qui se passe à ces mêmes fréquences sur l'impédance mesurée de la structure aléatoire, il est clair qu'il n'existe pas de mode latéral visible sur l'impédance électrique pour cette structure. Pour ce composite, le  $k_t$  mesuré vaut 72,5%, ce qui est nettement plus élevé que le C13DFM car le C13LT est fait avec un monocristal qui possède à l'origine un  $k_t$  plus élevé que la céramique PMN-34.5PT. Pour conclure sur la variation du

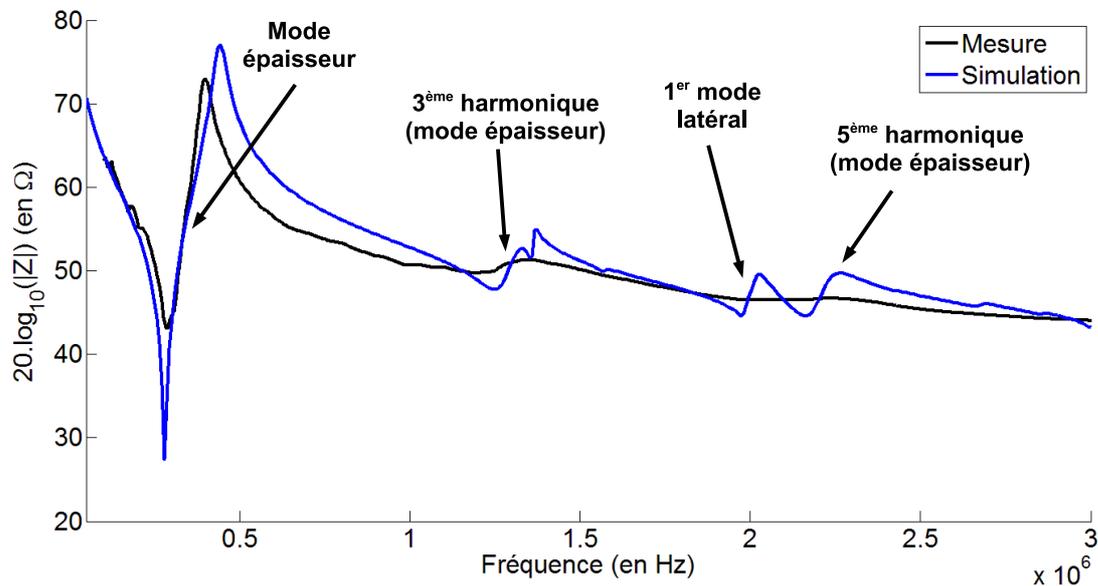


FIGURE 6.11 – Courbes d'impédance électrique de l'échantillon aléatoire C13LT et de sa structure équivalente régulière simulée.

pas dans la structure, cela semble atténuer grandement l'expression du 1<sup>er</sup> mode latéral. Cependant, pour ce genre de structure, pour les deux méthodes de fabrication utilisées, la préparation et les opérations effectuées restent compliquées. De plus, afin de comprendre exactement ce qui se passe dans ses structures, la modélisation par la méthode des éléments finis qui est la seule à pouvoir fournir des résultats pour l'instant, est beaucoup trop longue. Ce sont ces deux inconvénients qui ont orienté notre réflexion sur une autre manière de rompre la périodicité : la modification complète de l'agencement (*kerf* et *pitch*).

### 6.3.2 Modification de l'agencement

Le but de la nouvelle structure à imaginer est donc d'utiliser l'irrégularité des plots de céramiques dans le composite 1-3 pour supprimer ou fortement atténuer les modes latéraux. La structure doit être simple à fabriquer et posséder des conditions de symétrie ou une certaine périodicité pour pouvoir l'étudier par les éléments finis.

Le 1<sup>er</sup> mode latéral étant le premier obstacle pour le décalage en haute fréquence du mode épaisseur, notre attention se concentre uniquement sur celui-ci. D'après les explications fournies dans le chapitre 2.2.3, ce mode latéral est le résultat d'ondes stationnaires orientées dans le sens de la diagonale des plots. Dans une structure régulière, la taille du *kerf* étant la même partout et les lignes de plots étant perpendiculaires, des interférences constructives entre les ondes stationnaires peuvent être attendues au niveau des croisements des rainures de scie qui seront appelés ici des « carrefours ». Cela est illustré par la Figure 6.12.a) où 4 plots de céramique nommés A, B, C et D sont représentés. L'idée est donc de trouver un agencement des plots pour éviter ce type d'interactions qui favorise l'expression de ce mode latéral.

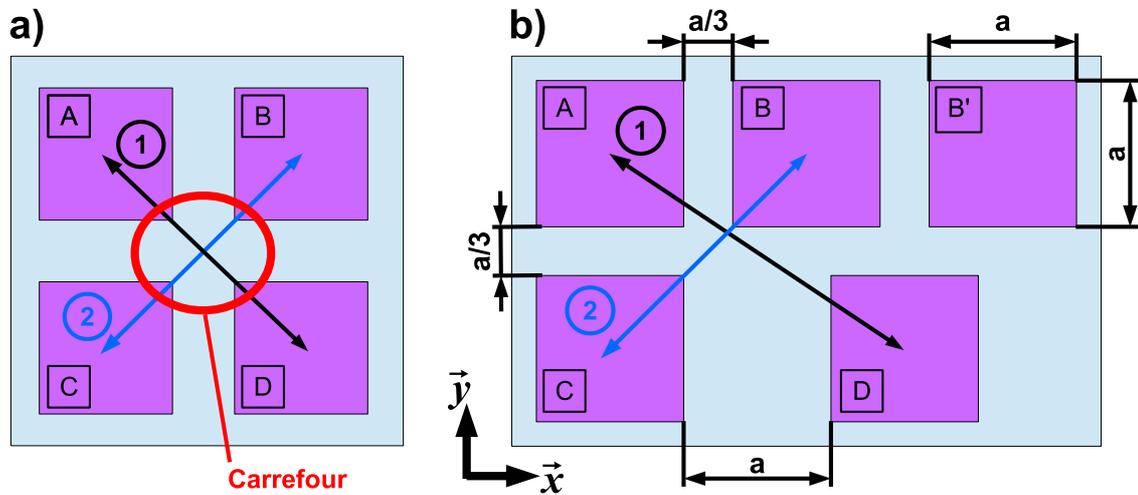


FIGURE 6.12 – Deux composites 1-3 avec une structure a) régulière et b) pseudo-périodique de proportion  $n = 3$ .

Dans le cas de l'utilisation de la méthode « Dice and Fill » et comme l'illustre l'exemple du C13DFM, les *kerf* restent tous égaux et les lignes de plots sont systématiquement perpendiculaires. Ce n'est donc pas avec cette méthode de fabrication que la nouvelle structure pourra être faite. En sélectionnant alors la méthode par lamination et en respectant les conditions énumérées précédemment, la structure pseudo-périodique présentée sur la Figure 6.12.b) est imaginée. Il s'agit du motif de base constitué de 5 plots de céramiques carrés, et de côté  $a$ , dispersés sur deux lignes horizontales dans la direction  $\vec{x}$ . Ce motif est répété autant de fois que nécessaire pour obtenir le composite complet dans les deux directions du plan  $xy$ . Pour cette raison le mot « pseudo-périodicité » sera préféré au mot « aléatoire » car le composite 1-3 créé de la sorte est un réseau périodique mais dont la cellule de base ne se limite plus à seulement un plot de céramique.

Pour la création d'un carrefour et donc d'interférences constructives entre les ondes stationnaires, il faut au minimum 4 plots de céramique soit 2 lignes et 2 colonnes comme le montre la Figure 6.12.a)). Il suffit alors de déplacer un des 4 plots, suivant une seule direction ( $\vec{x}$  ou  $\vec{y}$ ), pour éviter ce carrefour régulier. Il s'agit de la solution la plus simple. Pour ce faire, le plot D sera translaté dans la direction  $\vec{x}$ . La périodicité dans cette dimension est donc perdue mais elle est récupérée en ajoutant le plot B' de la Figure 6.12.b). De cette manière, le motif le plus simple d'un réseau périodique est obtenu et la première condition qui est d'éviter des interférences constructives entre les ondes stationnaires est respectée. En effet, les ondes stationnaires numérotées 1 et 2 sur la Figure 6.12 n'interagiront pas de la même manière dans les deux structures. De plus, ce nouvel agencement possède un motif de base qui se répète donc il s'agit d'une structure où les conditions de périodicité pour la simulation numérique peuvent être appliquées. Enfin, sa fabrication en utilisant la méthode par lamination est plus simple que celle de l'échantillon C13LT. Elle est détaillée dans le chapitre suivant.

Pour concevoir cette structure, il faut néanmoins avoir une relation de proportionnalité entre la longueur du côté du plot de forme carrée et la largeur du *kerf* pour garder un

### 6.3. UNE STRUCTURE PSEUDO-PÉRIODIQUE

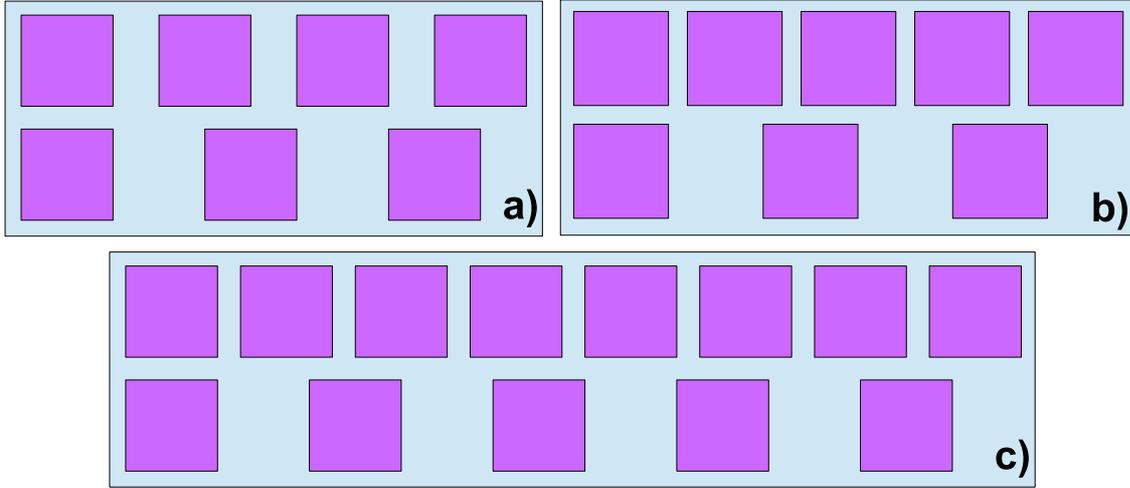


FIGURE 6.13 – Quelques exemples de motif de base pour les structures pseudo-périodiques a)  $N = 2$ , b)  $N = 3$  et c)  $N = 4$ .

motif de base. Sur l'exemple le plus simple, donné Figure 6.12.b), le facteur de proportionnalité vaut  $1/3$  qui est l'inverse du nombre de plots se trouvant sur la 1<sup>ère</sup> ligne. Cette relation de proportionnalité impose la fraction volumique  $v_f$  finale du composite qui vaut 46,88% dans ce cas précis. Cependant, la structure peut être légèrement compliquée pour avoir d'autres valeurs de  $v_f$ . Pour cela, notre cas particulier est généralisé :  $N$  désigne le nombre de plots de côté  $a$  sur la 1<sup>ère</sup> ligne et ils sont espacés de  $a/N$  qui est la relation de proportionnalité indispensable pour ce type de géométrie.  $M$  est le nombre de plots sur la 2<sup>ème</sup> ligne, de côté  $a$  également mais espacés de  $a$ . La longueur totale de la ligne 1 vaut alors  $(N + 1)a$  et celle de la ligne 2 est de  $2Ma$ . Le but est de trouver  $M$  et  $N$  pour que les longueurs des deux lignes soient égales :  $(N + 1)a = 2Ma$ .

Deux cas sont à discerner :

1.  $N$  est impair, alors  $N + 1$  est pair.  $M$ , tel que  $(N + 1)a = 2Ma$ , peut être trouvé et vaut  $M = (N + 1)/2$ . Par exemple, pour  $N = 3$ ,  $M$  vaut 2 (Figure 6.12.b)) et pour  $N = 5$ ,  $M$  vaut 3 (Figure 6.13.b).
2.  $N$  est pair et il faut raisonner sur deux périodes pour le nombre de plots sur la ligne 1 car l'égalité sur une période  $(N + 1)a = 2aM$  ne fournit plus un nombre  $M$  entier. Il y aura donc  $2N$  plots sur la ligne 1 et l'égalité s'écrit alors  $2a(N + 1) = 2aM$ , il vient naturellement que  $M = N + 1$ . Deux exemples pour  $N = 2$  et  $N = 4$  sont représentés sur la Figure 6.13a) et 6.13c).

La fraction volumique  $v_f$  de la structure pseudo-périodique se calcule directement par l'expression :

$$v_f = \frac{N(3N + 1)}{4(N + 1)^2} \quad (6.5)$$

Ainsi, pour notre exemple de la Figure 6.12.b),  $N$  est égal à 3 et, en appliquant la relation (6.5),  $v_f$  vaut alors 46,88%. Si  $N = 6$ , ce qui demande déjà une grande précision lors de la fabrication, une fraction volumique de 58% pourra être atteinte.

Pour une rapidité de calcul, nous travaillerons uniquement sur le cas particulier où il y

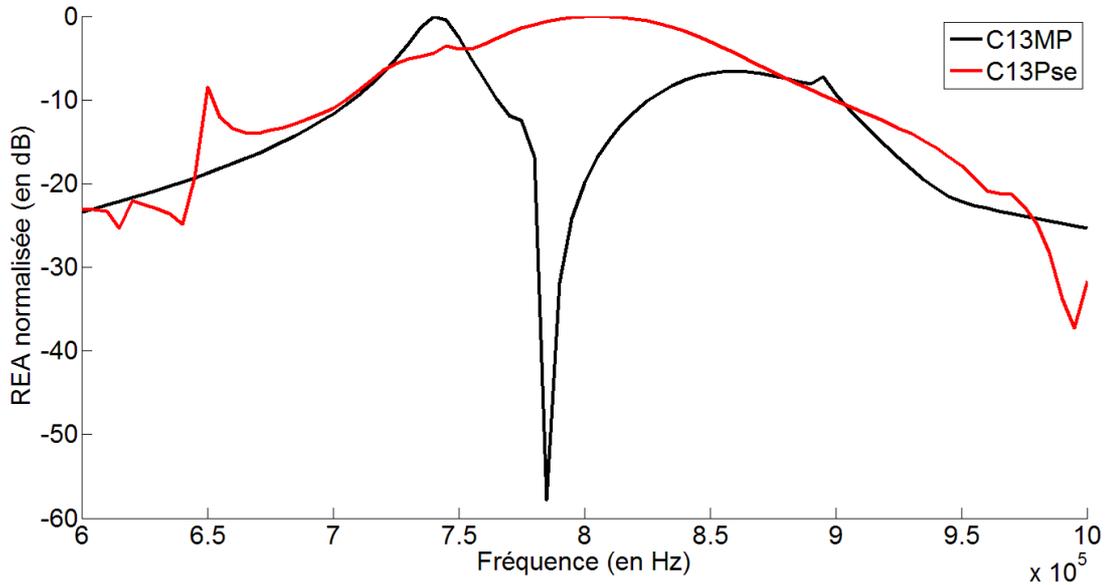


FIGURE 6.14 – Les REA normalisées d’une structure pseudo-périodique et d’une structure régulière équivalente de rapport  $h/p = 1$ .

a le moins de plots, c’est à dire pour le cas  $N = 3$ . Examinons maintenant l’effet de la structure pseudo-périodique  $N = 3$  sur sa  $BP_{-6dB}$  avec un paramètre  $a$  de  $999 \mu\text{m}$  pour une question de facilité de calcul des autres dimensions. Sa REA est comparée directement à celle d’une structure régulière qui a la même fraction volumique,  $v_f = 46,88\%$ , et un pas égal au pas moyen de la structure pseudo-périodique ( $1665 \mu\text{m}$ ). Ce composite sera noté C13MP (**C**omposite **1-3 M**oyen **P**as). Cette comparaison n’est pas la seule qui puisse être faite mais elle servira à estimer, dans un premier temps, les effets de cette structure avant de passer à l’étape de fabrication.

Les mêmes matériaux que précédemment sont utilisés pour ce calcul (Pz27/E501). Pour la structure régulière, le rapport  $h/p = 1$  est un cas critique où la  $BP_{-6dB}$  est affectée. L’épaisseur correspondante est donc  $h = 1665 \mu\text{m}$ . Sa REA en fréquence est représentée sur la Figure 6.14. La REA de la structure pseudo-périodique, notée C13Pse (**C**omposite **1-3 P**seudo), de même épaisseur est également calculée et représentée en rouge sur la Figure 6.14. Les  $BP_{-6dB}$  déduites sont  $4,7\%$  pour le C13MP et  $29,3\%$  pour le C13Pse. La sensibilité du C13Pse est néanmoins inférieure de  $1,1 \text{ dB}$  à celle du C13MP.

Ce résultat laisse envisager de bonnes perspectives pour cette nouvelle structure. En effet, en utilisant la méthode par lamination, cette structure est facile à fabriquer comme le montre en détail le paragraphe 7.1. Son aspect pseudo-périodique permet de l’étudier numériquement à l’aide des éléments finis selon les matériaux utilisés. Enfin, le premier mode latéral existant dans les structures régulières semble être assez diminué pour ne plus détériorer la  $BP_{-6dB}$  comme il le faisait sur une structure régulière. Pour confirmer ces attentes, une validation expérimentale doit être faite mais le choix des structures régulières qui seront comparées à cette nouvelle structure doit être approfondi pour que les comparaisons aient un sens.

### 6.3.3 Structures équivalentes régulières

Pour se rendre compte des performances de la structure pseudo-périodique, ce nouveau composite doit être confronté à un composite régulier comparable. Les modes latéraux dépendent du pas de la structure et de la fraction volumique. Il est donc logique que ces deux paramètres soient égaux entre les composites comparés. La difficulté vient de la valeur du pas à prendre pour la fabrication d'un composite équivalent régulier. Dans le composite pseudo-périodique, deux valeurs différentes de pas existent :  $2a$  et  $(N + 1)a/N$ . Il n'existe pas de justification assez fondée pour choisir l'une ou l'autre des valeurs de pas ou de garder le pas moyen de la structure comme fait précédemment. C'est pour cela que la structure pseudo-périodique sera comparée à deux structures régulières équivalentes qui auront la même fraction volumique mais, pour l'une, elle possèdera le plus petit pas présent dans la structure pseudo-périodique et pour l'autre, le plus grand pas. Ces composites seront appelés C13PP (**P**etit **P**as) et C13GP (**G**rand **P**as) respectivement.

Puisque le paramètre  $a$  de  $999 \mu\text{m}$  a été choisi, les structures régulières équivalentes auront les caractéristiques suivantes pour garder le cas  $h/p = 1$  :

- pour le C13GP,  $a = 1368 \mu\text{m}$  et  $p = 1998 \mu\text{m}$ .
- pour le C13MP,  $a = 1140 \mu\text{m}$  et  $p = 1665 \mu\text{m}$ .
- pour le C13PP,  $a = 912 \mu\text{m}$  et  $p = 1332 \mu\text{m}$ .

Pour le cas critique de la structure régulière retenue ( $h/p = 1$ ), les REA du C13GP, C13PP et C13MP avec les épaisseurs correspondantes soit  $h_{\text{C13GP}} = 1998 \mu\text{m}$ ,  $h_{\text{C13MP}} = 1665 \mu\text{m}$  et  $h_{\text{C13PP}} = 1332 \mu\text{m}$ , sont comparées avec la REA du C13Pse pour ces 3 épaisseurs sur la Figure 6.15. Ces calculs confirment, premièrement, que la position fréquentielle du 1<sup>er</sup> mode latéral dépend logiquement du pas de la structure et deuxièmement, que les cas extrêmes sont bien ceux correspondant aux valeurs de petit et grand pas présents dans la structure pseudo-périodique. Les valeurs de  $\text{BP}_{-6\text{dB}}$  et de sensibilité sont rassemblées dans la Table 6.3. Le C13Pse montre clairement un avantage lorsqu'il est comparé au C13GP et C13MP où les valeurs de BP sont nettement améliorées. Quand son épaisseur est encore diminuée pour atteindre celle du C13PP, l'amélioration de la  $\text{BP}_{-6\text{dB}}$  est toujours vraie mais moins prononcée. Au vu de ces premiers résultats numériques, le C13Pse mérite d'être testé expérimentalement. Pour la validation expérimentale, les composites C13GP et C13PP qui sont les cas extrêmes seront également fabriqués par « Dice and Fill » pour servir de référence aux performances mesurées sur le C13Pse.

TABLE 6.3 – Comparaison des valeurs de  $\text{BP}_{-6\text{dB}}$  et de sensibilités normalisées entre les composites réguliers C13GP, C13MP, C13PP de rapport  $h/p = 1$  et le C13Pse.

-	C13GP/C13Pse	C13MP/C13Pse	C13PP/C13Pse
$\text{BP}_{-6\text{dB}}$ (%)	4 / 18,1	4,7 / 29,3	4,7 / 6,9
Sensibilité (dB)	+0,99 / -0,43	+1,12 / 0	+1,07 / +0,99

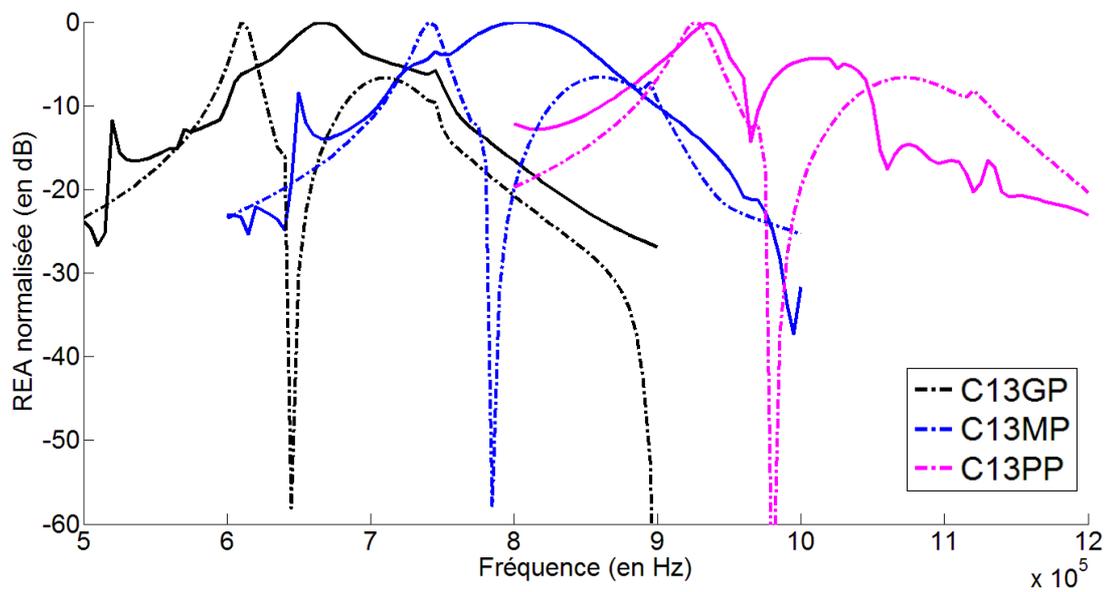


FIGURE 6.15 – Les REA simulées des structures régulières C13GP, C13MP et C13PP sont en traits pointillés. Les REA simulées du C13Pse pour les 3 épaisseurs correspondantes (même code de couleur) sont en trait plein.

### 6.3. UNE STRUCTURE PSEUDO-PÉRIODIQUE

---

## Chapitre 7

# Validation expérimentale

Ce chapitre est dédié à la validation expérimentale de l'étude numérique précédente qui a servi à mettre en évidence l'avantage d'une structure pseudo-périodique pour un composite 1-3 par rapport à l'habituelle structure régulière. La fabrication de ce nouveau composite 1-3 est détaillée dans un premier temps, suivie du protocole de mesure pour évaluer ses performances. Dans un second temps, l'outil de caractérisation développé dans le chapitre 4 est utilisé pour obtenir les bonnes propriétés des phases piézoélectrique et polymère des composites. Cela permettra de simuler plus précisément leur comportement afin de contrôler l'étude par amincissement qui sera faite. Cette étude est le résultat final de cette partie qui compare les performances de la nouvelle structure pseudo-périodique avec les structures équivalentes régulières.

### 7.1 Fabrication et protocole de mesure des échantillons

#### 7.1.1 Fabrication

Bien que le principe de la méthode a été déjà expliqué dans la section 2.2.2, nous détaillons ici les paramètres spécifiques pour la fabrication du composite pseudo-périodique de proportion  $N = 3$ . Les explications s'appuient sur les étapes décrites sur la Figure 7.1 où le matériau piézoélectrique est représenté en violet et la résine en bleu.

Deux empilements de départ qui alternent une couche piézoélectrique et une couche de polymère sont préparés. Il s'agit en fait de 2 composites piézoélectriques de connectivité 2-2. Pour l'un, c'est une succession de couches de même épaisseur  $a$  et pour l'autre, la couche de polymère vaut  $a/N$  alors que la couche piézoélectrique a toujours une épaisseur  $a$ . Cela est illustré dans le cadre **0** de la Figure 7.1. Il s'agit évidemment des paramètres  $a$  et  $N$  précédemment définis dans le chapitre 6. La dimension  $\mathbf{h}$  conditionne l'épaisseur finale du composite 1-3. Quant à la hauteur des empilements  $\mathbf{L}$ , ce sera une des dimensions de la surface du composite final. Pour les explications données ici sur la méthode de fabrication, des couches de polymère sont considérées. Cependant, dans la réalité, des cales sont placées entre les couches de matériau piézoélectrique. Puis la résine époxy, à l'état liquide, est versée entre ces couches avant qu'elle ne polymérise et ne devienne solide.

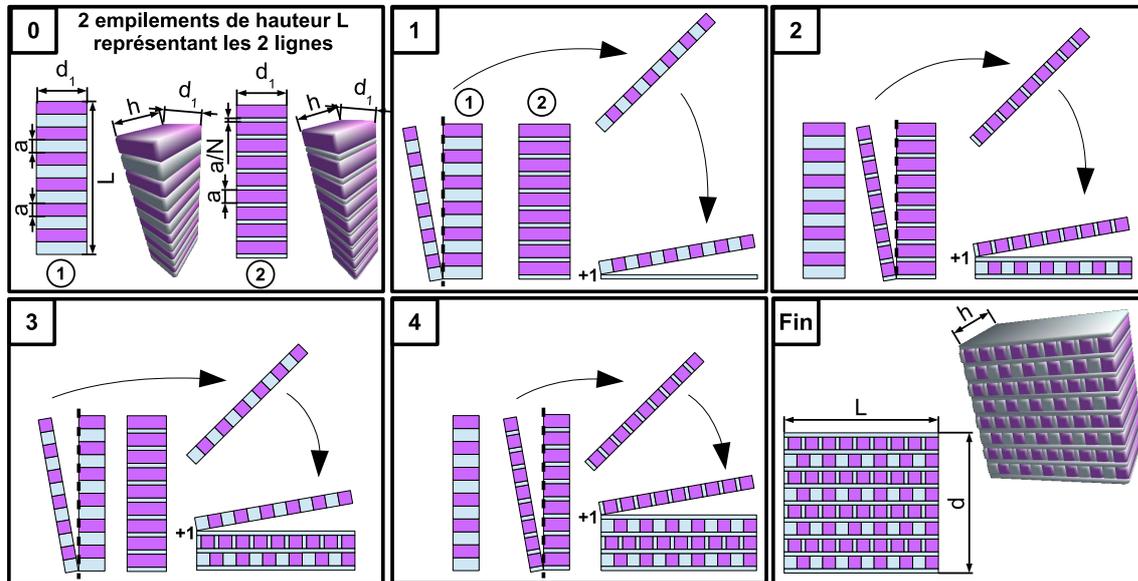


FIGURE 7.1 – Étapes de fabrication pour un composite pseudo-périodique de proportion  $N = 3$  par la méthode de lamination [18].

L'opération de base qui est répétée durant toute la fabrication se décompose en deux étapes :

1. Une couche de polymère d'épaisseur  $a/N$  et de surface  $L \times h$  est déposée pour la création du nouvel empilement qui est le composite final. Cela est notifié sur les schémas par l'indication « +1 ».
2. Ensuite, une « tranche » de largeur  $a$  d'un des empilements est découpée pour être collée sur la couche de polymère. Cette opération est ensuite répétée en alternant avec une couche de polymère, une « tranche » de l'empilement ① puis ②.

Cette opération de base effectuée pour la 1<sup>ère</sup> fois est représentée dans le cadre 1 de la Figure 7.1. Le cadre 2 est la même opération mais appliquée au 2<sup>ème</sup> empilement de départ. Les cadres 3 et 4 montrent encore la succession de 2 actions similaires pour finalement, après un nombre suffisant d'empilements, obtenir le composite final du cadre « **Fin** ». Comme annoncé, la dimension  $h$  est l'épaisseur du composite et la hauteur  $L$  des empilements de départ est une des dimensions de la surface. L'autre dimension, notée  $d$ , dépend de la longueur de départ  $d_1$ . Cette technique a été mise en place et appliquée pour notre composite par Thales Research & Technology (TRT). Pour notre cas, des plaques de céramique Pz27 (PZT) [2] de dimensions  $12,7 \times 12,7 \text{ mm}^2 \times 1 \text{ mm}$  sont achetées. Un premier empilement visible sur la Figure 7.2.a) est fait avec 28 couches piézoélectriques d'épaisseur 1 mm espacés de 0,33 mm pour verser la résine par la suite. De la même manière, l'empilement de la Figure 7.2.b) est réalisé mais avec 19 plaques piézoélectriques espacés de 1 mm. La résine époxy E501 [4] est donc versée dans ces espaces pour former des volumes de  $12,7 \times 12,7 \text{ mm}^2 \times 1 \text{ mm}$  et  $12,7 \times 12,7 \text{ mm}^2 \times 0,33 \text{ mm}$ . Finalement, deux empilements de 37,14 mm de hauteur nécessaires à la fabrication du composite pseudo-périodique sont créés. Le composite piézoélectrique de connectivité 1-3 à structure pseudo-périodique est alors obtenu comme le montre les photos de la Figure 7.2.c) et d).