# Modèle unidimensionnel (1D)

Le modèle unidimensionnel (1D) est basé sur le concept du front d'onde plan et par conséquent ne peut se propager que suivant un seul axe de propagation<sup>1</sup>. Les caractéristiques sont donc infinies suivant les deux autres axes du repère. Ce modèle impose les phénomènes à modéliser outre la propagation, qui sont du type réflexion et transmission sur un matériau à incidence normale. La polarisation a donc ici peu d'importance.

Ce modèle 1D n'a pas la prétention ni ne peut modéliser un environnement électromagnétique vraiment complexe. Cependant il permet d'expérimenter et de simuler assez simplement certaines propriétés électromagnétiques tout comme le modèle de l'onde plane en physique. Le but du développement de ce modèle simple et modeste est donc la validation par la simulation de notre modèle électromagnétique.

Pour cela, nous avons mis au point un ensemble de scénarios pour caractériser certaines propriétés de dispositifs telles que les coefficients de réflexion et transmission de matériaux diélectriques ou conducteurs avec ou sans pertes.

Ce modèle 1D devra être comparé avec des outils de modélisation plus classiques voire à la théorie lorsque c'est possible. Les méthodes qui semblent les plus appropriées ici sont les méthodes numériques travaillant dans le domaine temporel, à savoir les méthodes du type FDTD ou TLM.

Dans ce contexte, la comparaison avec ces méthodes devra faire l'objet d'une grande attention. En effet, il peut sembler assez difficile de comparer des méthodes dont les concepts sont radicalement différents. Ceci dit, d'une certaine manière, c'est aussi une bonne occasion pour mettre en avant les atouts d'une méthode par rapport à une autre. Nous devrons donc trouver des points de comparaison à ces méthodes.

Aussi, les temps de simulation des dispositifs présentés pour ce modèle 1D étant quasi-instantanés<sup>2</sup>, ceux-ci ne seront pas mentionnés dans la suite.

# 9.1 Adéquation du modèle 1D

Le modèle de propagation d'une entité (une onde ou plus particulièrement un paquet d'onde) électromagnétique dans son environnement, *cf.* Fig. 9.1 se doit d'être cohérent dans le temps et l'espace. Cela signifie qu'une entité doit se propager dans son environnement sans prendre de retard ni d'avance au cours de sa propagation.

<sup>1.</sup> Notre base de référence est le repère de coordonnées cartésiennes xyz.

<sup>2.</sup> Ces temps de simulation sont plus particulièrement de l'ordre de 1 s à 2 s tout au plus.



FIGURE 9.1 – Environnement du modèle 1D.

Nous avons ici deux environnements de propagation unidimensionnels « identiques » (même milieu de propagation, même entité source) mais distincts l'un de l'autre. Chacun d'eux est constitué d'une boîte d'air (milieu de propagation) délimitant le domaine de validité (ou domaine d'analyse) et d'une entité source. Leur seule différence est que l'un d'eux possède des cellules de lecture et l'autre possède une carte de champ. Par conséquent, dans le premier cas, le contenu de l'entité sera lu et affiché dans une fenêtre graphique tandis que dans le second cas, celui-ci sera affiché visuellement *via* une échelle de couleur au sein de la simulation. Notons que ces deux environnements peuvent être simulés en parallèle dans la même simulation.

Le principe de la propagation d'une entité *onde* est illustré sur la Fig. 9.2. Une entité source est initialisée en un certain point au temps t = 0 par un ensemble de paramètres propres à la caractérisation de son paquet d'onde et définis ici par :

- . son amplitude  $E_0 = 1 V/m$
- . sa fréquence centrale  $f_0 = 1 \ GHz$
- . sa phase  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} rad$
- . son écart-type  $\sigma_0 = \frac{1}{f_0} s$

Ce sont ces paramètres qui donnent à l'entité sa longueur suivant l'axe de propagation cf. Eqs. (A.26) et (A.27) de l'Annexe A. Les dimensions de l'entité suivant les autres axes sont arbitraires. Nous choisissons de les dimensionner de l'ordre de grandeur de la longueur de l'entité afin de la visualiser facilement dans l'environnement de simulation. Cette entité est créée par un générateur d'entités et est placée en un certain point dans son environnement. Il revient à l'utilisateur de déclencher le lancement, c'est-à-dire l'exécution, de la simulation; à la suite de quoi l'entité « s'active » et commence à se propager (instant t > 0).

Notons qu'il est possible de construire plusieurs environnements au sein d'une même simulation comme nous pouvons le voir sur les Figs. 9.1 et 9.2 où nous modélisons simultanément deux environnements de propagation « identiques », l'un constitué de cellules de lecture et l'autre d'une carte de champ.

Aussi, nous définissons le pas temporel de lecture de nos instruments de mesure  $\Delta t$  par :

$$\Delta t = \frac{1}{10 f_0} \implies \Delta t = 0, 1 ns \qquad (9.1.1)$$



FIGURE 9.2 – Modèle de propagation dans un milieu unidimensionnel. Nous simulanément les deux environnements de la Fig. 9.1.

### Validation du modèle électromagnétique 9.2par la simulation

Nous avons développé plusieurs scénarios pour valider notre modèle électromagnétique. Nous allons, par la simulation, caractériser différentes structures par leurs coefficients de réflexion et transmission; et ce pour différents types de matériaux diélectriques ou conducteurs, avec ou sans pertes.

#### Coefficients de réflexion et de transmission 9.2.1d'une lame diélectrique

Ce premier dispositif de la caractérisation d'un matériau est composé d'une lame diélectrique, d'épaisseur  $d = 5 \ cm$  et de permittivité  $\varepsilon_r = 6$ , cf. Fig. 9.3. Ce milieu est supposé sans pertes et non-dispersif. Nous cherchons à déterminer par la simulation les coefficients de réflexion et transmission de cette lame diélectrique.

Notre entité source est caractérisée par les paramètres suivants :

- . son amplitude  $E_0 = 1 V/m$
- . sa fréquence centrale  $f_0 = 30 \ GHz$
- . sa phase  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} rad$ . son écart-type  $\sigma_0 = \frac{1}{f_0} s$



FIGURE 9.3 – Environnement 1D constitué d'une simple lame diélectrique.

Nous avons placé des cellules de lecture de part et d'autre de la structure pour lire les champs incident, réfléchi et transmis sur (et à travers) la structure. Le pas temporel de lecture de nos instruments de mesure est :

$$\Delta t = \frac{1}{10 f_0} \implies \Delta t = 3,33 \ ps \tag{9.2.1}$$

Nos résultats sont comparés, cf. Fig. 9.4, aux expressions théoriques des coefficients de réflexion et transmission d'une simple lame diélectrique (cf. Annexe D).

Ces résultats sont donnés sur une large bande de fréquence allant de 0 GHz à 10 GHz. L'erreur relative sur les zéros de réflexion est inférieure à  $10^{-2}$  % sur toute la bande de fréquence. Cela signifie que cette méthode est sans dispersion numérique, ce qui n'est pas étonnant. En effet, contrairement aux méthodes numériques classiques telles que la FDTD ou la TLM, pour prendre typiquement des méthodes numériques temporelles, notre modèle ne requiert pas d'échantillonner l'espace d'analyse.

Ce type de structure pourrait être modélisé facilement à l'aide de la FDTD ou de la TLM. Cependant, ces méthodes ont le désavantage de produire de la dispersion numérique, induite par l'échantillonnage du domaine d'analyse, ce qui limite la bande de fréquence d'observation. Aussi, cette erreur de dispersion augmente avec la fréquence. Cet échantillonnage spatial  $\Delta l$  dépend de la fréquence maximale d'observation  $f_{max}$  et dans le cas d'une cellule cubique ( $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta l$ ), cela peut s'exprimer typiquement par une relation du type :

$$\Delta l \lesssim \frac{\lambda_{min}}{10} = \frac{c}{10 f_{max}} \tag{9.2.2}$$

ce qui nous donne, au vu de la largeur de bande de nos résultats pour  $f_{max} = 10 \ GHz$ ,  $\Delta l \lesssim 3 \ mm$ ; et si on voulait obtenir ces résultats pour  $f_{max} = 60 \ GHz$  cela donnerait  $\Delta l \lesssim 0, 5 \ mm$ . Pour ce dispositif 1D d'épaisseur  $d = 5 \ cm$ , cela conduirait à échantillonner le dispositif (diélectrique uniquement) par un nombre de cellules ~ 15 resp. ~ 100 auquel il faudrait bien entendu ajouter des cellules pour la propagation dans l'air. Il faut ajouter à ceci la condition sur le pas temporel pour garantir la stabilité de l'algorithme, et donnée par une relation du type :

$$\Delta t \lesssim \frac{\Delta l}{c} \tag{9.2.3}$$

ce qui nous donne respectivment  $\Delta t \leq 10 \ ps$  et  $\Delta t \leq 1,67 \ ps$ . De plus, ces méthodes nécessitent de définir des conditions aux limites adéquates pour simuler l'espace libre; on pense notamment aux PML.



FIGURE 9.4 – Caractérisation d'une la me diélectrique par ses coefficients de réflexion et transmission.

Notre modèle permet la caractérisation de ce type de structure sur une très large bande de fréquence sans difficultés. Nous avons simplement limité la fenêtre d'observation entre 0 GHz et 10 GHz pour pouvoir comparer et observer aisément les résultats. Notre modèle rend possible la caractérisation des coefficients de réflexion et de transmission sur l'ensemble du spectre électromagnétique allant de 0 GHz à 300 GHz, pour ce type de milieu sans pertes et non-dispersif.

Aussi, nous n'avons pas mis en défaut la stabilité de notre modèle. Nous n'utilisons pas à proprement parler un pas temporel de simulation mais plusieurs pas temporels. Ainsi le pas temporel de l'activité de déplacement d'une entité électromagnétique n'est pas le même que celui de l'activité de lecture d'une cellule (de lecture) qui peut être différent de celui de l'activité de mise à jour d'une carte de champ. Chaque entité, chaque activité possède son propre pas temporel de mise à jour.

De plus, notre modèle ne nécessite pas de définir de conditions aux limites particulières pour simuler l'espace libre. L'environnement est naturellement ouvert et ce sont les entités qui décident d'elles-mêmes du moment où elles vont être supprimées.

Par principe, ce dispositif constitué d'une lame diélectrique n'a pas de limitations quant aux dimensions des entités qui peuvent être plus grandes que celles de la lame. Ceci dit, nous choisissons de définir un critère à respecter pour s'assurer du bon déroulement des interactions et notamment pour le traitement de dispositifs multi-couches que nous allons voir par la suite. Ce critère peut s'énoncer ainsi :

#### Critère de dimensionnement des entités

La dimension spatiale d'une entité doit être au maximum de l'ordre de grandeur des dimensions de la plus petite structure.

# 9.2.2 Coefficients de réflexion et de transmission d'une couche de diélectriques

Nous allons maintenant complexifier le dispositif précédent en ajoutant plusieurs lames diélectriques de façon à obtenir une structure multi-couche. Les milieux diélectriques sont toujours supposés sans pertes et non-dispersifs. Cette structure, *cf.* Fig. 9.5, est constituée de trois lames successives caractérisées chacune par :

- . lame 1 : épaisseur  $d_1 = 5 \ cm$ , permittivité  $\varepsilon_{r_1} = 4$ .
- . lame 2 : épaisseur  $d_2 = 5 \ cm$ , permittivité  $\varepsilon_{r_2} = 6$ .
- . lame 3 : épaisseur  $d_3 = 5 \ cm$ , permittivité  $\varepsilon_{r_3} = 8$ .



FIGURE 9.5 – Environnement 1D constitué d'une couche de diélectriques.

Notre entité source est caractérisée par les paramètres suivants :

- . son amplitude  $E_0 = 1 V/m$
- . sa fréquence centrale  $f_0 = 30 \ GHz$
- . sa phase  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} rad$
- . son écart-type  $\tilde{\sigma}_0 = \frac{1}{f_0} s$

Nous avons placé des cellules de lecture de part et d'autre de la structure pour lire les champs incident, réfléchi et transmis sur (et à travers) la structure. Le pas temporel de lecture de nos instruments de mesure est :

$$\Delta t = \frac{1}{10 f_0} \implies \Delta t = 3,33 \ ps \tag{9.2.4}$$

La théorie étant plus fastidieuse à mettre en œuvre pour ce type de dispositif, nous choisissons de comparer nos résultats, cf. Fig. 9.6, avec le logiciel MEFiSTo-2D  $Classic^{TM 3}$  qui est un logiciel — performant et libre — de simulation électromagnétique pour l'analyse de structures bidimensionnelles (2D). Notons qu'il existe également une version tridimensionnelle (3D) de ce logiciel. Celui-ci est basé sur la méthode TLM et est donc à ce titre un simulateur temporel de phénomènes de propagation électromagnétique.

De la même manière que précédemment, nous cherchons à caractériser ce dispositif par ces coefficients de réflexion et transmission.

Les simulations avec  $MEFiSTo-2D \ Classic^{TM}$  ont été effectuées pour un échantillonnage de l'espace d'analyse avec des cellules de dimension  $\Delta l = 10 \ mm$  (maillage grossier) et  $\Delta l = 1 \ mm$  (maillage affiné), ce dernier étant suffisamment fin pour nous servir de référence. Nous pouvons observer très nettement la convergence des résultats du logiciel de simulation suite à l'affinage du maillage, cf. Fig. 9.6.

Nos résultats concordent très bien avec ceux du maillage de référence (à  $\Delta l = 1 mm$ ) du logiciel de simulation et ce sans avoir à paramétrer différemment notre modèle. C'est la dispersion numérique de la méthode TLM qui entraîne une erreur de convergence. Cette erreur dépend de l'échantillonnage et augmente avec la fréquence, ce qui s'observe très bien sur la Fig. 9.6 par rapport aux deux maillages à  $\Delta l = 10 mm$  et à  $\Delta l = 1 mm$ , entre les basses fréquences pour f < 1 GHz et les hautes fréquences pour f > 1 GHz.

Notons qu'ici aussi, nous avons simplement limité la fenêtre d'observation entre 0 GHz et 2 GHz pour pouvoir comparer et observer aisément les résultats. Notre modèle rend possible la caractérisation des coefficients de réflexion et de transmission sur l'ensemble du spectre électromagnétique allant de 0 GHz à 300 GHz, et ce de manière « exacte » au vu de nos résultats.

#### 9.2.3 Coefficient de réflexion d'une lame métallique à pertes

Les dispositifs précédents étaient illuminés par un paquet d'onde plane (monoporteuse). Cependant, ce modèle ne permet pas de tenir compte de milieux à pertes et dispersifs. Pour cela, il est nécessaire de décomposer ce paquet d'onde plane (monoporteuse) en un paquet d'ondes planes (multiporteuses), *cf.* Annexe C.

Notre dispositif d'étude est une paroi métallique à pertes constituée de cuivre et dont la conductivité est  $\sigma = 58.10^6 S/m$ , cf. Fig. 9.7. La dimension (l'épaisseur) de la paroi n'a pas d'importance ici dans notre modèle puisque aucune onde ne sera transmise à travers ce type de matériau. Nous nous intéressons uniquement à la réflexion sur cette structure.

<sup>3.</sup>  $MEFiSTo-2D \ Classic^{TM}$  : http://www.faustcorp.com/



a – Réflexion



FIGURE 9.6 – Caractérisation d'une structure diélectrique multi-couche par ses coefficients de réflexion et transmission.



FIGURE 9.7 – Environnement 1D constitué d'une lame métallique à pertes.

Notre entité source est caractérisée par les paramètres suivants :

- . son amplitude  $E_0 = 1 V/m$
- . sa fréquence centrale  $f_0 = 20 \ GHz$
- . sa phase  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} rad$
- . son écart-type  $\tilde{\sigma}_0 = \frac{1}{f_0} s$

Nous avons placé un point de lecture pour lire le champ incident et le champ réfléchi sur la structure. Le pas temporel de lecture de notre instrument de mesure est :

$$\Delta t = \frac{1}{10 f_0} \implies \Delta t = 5 \ ps \tag{9.2.5}$$

Nos résultats sont comparés à la théorie (Eq. (9.2.7)), *cf.* Fig. 9.8. L'impédance intrinsèque d'un très bon conducteur est définie par la relation :

$$Z_c = (1+j) \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$$
(9.2.6)

avec

- .  $\sigma$  est la conductivité du matériau.
- .  $\omega$  est la pulsation.
- .  $\mu = \mu_0 \mu_r$  est la perméabilité du milieu où :
  - .  $\mu_0$  est la perméabilité du vide.
  - .  $\mu_r$  est la perméabilité relative du milieu définie telle que  $\mu_r = 1$  car nous travaillons dans l'hypothèse de milieux non-magnétiques.

Le coefficient de réflexion s'exprime par la relation suivante :

$$\underline{R}(\omega) = \frac{Z_c - Z_0}{Z_c + Z_0} \tag{9.2.7}$$

où  $Z_0$  est l'impédance intrinsèque du vide. Ceci nous permet de tracer le module et la phase du coefficient de réflexion théorique d'une paroi métallique à pertes.

La prise en compte de matériaux à pertes dans notre modèle est basée sur une décomposition spectrale à un ordre N d'un paquet d'onde en un paquet d'ondes. L'entité source initiale est donc décomposée en  $N^4$  entités sources pondérées par des coefficients que nous déterminons *via* une procédure numérique du type MoM, décrite avec force et détails dans l'Annexe C.

Plus ce paquet est composé d'un nombre important d'ondes, ce qui augmente également le nombre d'entités, et plus son contenu spectral global sera « riche ». Aussi, le contenu spectral de chaque onde est défini sur un sous-domaine de la largeur de bande du paquet d'onde initial, ce qui a pour conséquence d'élargir l'impulsion dans le domaine temporel. Ceci signifie que les entités associées au paquet d'ondes seront spatialement plus larges que l'entité initiale.

<sup>4.</sup> Nombre de sous-bandes de fréquences pour les quelles la détermination de <u> $R(\omega)$ </u> est exacte au centre.

#### Modèle unidimensionnel (1D)

Les résultats sont présentés sur une très large bande de fréquence allant de 7 GHz à 33 GHz, pour un paquet d'onde<sup>5</sup> (ordre 1) et pour différents paquets d'ondes décomposés aux ordres 11, 19 et 35, cf. Fig. 9.8.

Aussi, nous pouvons caractériser ce coefficient de réflexion (module et phase) sur une largeur de bande beaucoup plus importante et cela sans difficulté supplémentaire. En modifiant simplement l'écart-type de l'impulsion de la source ( $\sigma_0 = \frac{1}{10 \ f0}$ ), nous obtenons ces résultats sur une très très large bande de fréquence allant de 0 GHz à 150 GHz, cf. Fig. 9.9.



FIGURE 9.8 – Caractérisation très large bande d'une paroi métallique à pertes par son coefficient de réflexion : module |R| et phase  $\varphi$ .

Nous observons très nettement l'influence de l'ordre de la décomposition sur les résultats du coefficient de réflexion, tant pour le module que pour la phase. Plus l'ordre augmente et plus nous tendons vers la théorie, du moins sur la largeur de bande du paquet d'ondes ce qui semble assez logique et cohérent avec notre modèle. Il n'y a en effet pas de raison pour que ces résultats soient cohérents en dehors de cette largeur de bande.

<sup>5.</sup> Le paquet d'onde à l'ordre 1 est un paquet non-décomposé. Il correspond par conséquent au paquet d'onde initial c'est-à-dire à l'entité source initale.



FIGURE 9.9 – Caractérisation ultra large bande d'une paroi métallique à pertes par son coefficient de réflexion : module |R| et phase  $\varphi$ .

Dans un compromis « précision – ordre de décomposition », un ordre N d'une quinzaine voire d'une vingtaine d'ondes semble suffisant. Il est important de remarquer aussi que ce compromis est indépendant de la largeur de bande. Certe, plus l'ordre augmente et plus nous sommes précis mais ce n'est pas parce qu'on décompose sur une bande plus large resp. moins large qu'il est nécessaire d'augmenter resp. de diminuer l'ordre afin d'être plus précis. En témoigne les résultats de la Fig. 9.9 par rapport à ceux de la Fig. 9.8; sur une bande beaucoup plus large, la décomposition à l'ordre 19 semble tout autant suffisante et satisfaisante.

Aussi, il peut paraître dérisoire de vouloir obtenir une telle précision, au « pouième », étant donné les échelles en amplitude et en phase du coefficient de réflexion de cette paroi métallique à pertes (constituée de cuivre). En effet, dans notre cas, cela semble insignifiant puisque nous n'avons qu'une seule réflexion. Cependant, il faut imaginer le cas d'une cavité métallique à pertes dans laquelle une onde se propage et se réfléchit une quantité de fois. Si ces « pouièmes » sont négligés et ne sont pas pris en compte convenablement, ils vont se propager au fur et à mesure des réflexions sur les parois ce qui entraînera une erreur inévitable des modes résonants d'une telle cavité.

Les méthodes temporelles permettent la caractérisation sur une large bande de fréquence. Néanmoins, dans le cas des méthodes numériques FDTD et TLM par exemple, tenir compte de tels milieux nécessite des traitements relativement lourds (convolution, filtrage, ...). On peut alors avoir recours à l'utilisation de méthodes fréquentielles plus adaptées à la caractérisation de ces milieux qui dépendent de la fréquence, cependant elles nécessitent de multiples exécutions pour couvrir l'ensemble de la largeur de bande. Aussi il faut mentionner la simplicité de notre modèle pour tenir compte de matériaux à pertes. La décomposition spectrale d'un paquet d'onde en paquet d'ondes est une procédure peu coûteuse et extrêmement rapide; et qui ne nécessite par la suite aucun traitement supplémentaire pendant la simulation. Ceci permet une caractérisation sur une très large bande de fréquence.

## 9.2.4 Résonance des modes d'une cavité

Nous allons désormais nous attacher à modéliser « une cavité métallique parfaite 1D », de longueur  $a = 50 \ cm$  et remplie d'air ou de diélectrique, cf. Fig. 9.10, afin de vérifier la bonne concordance de la résonance des modes entre notre modèle et la théorie.



FIGURE 9.10 – Environnement 1D constitué d'une cavité métallique.

- Notre entité source est caractérisée par les paramètres suivants :
- . son amplitude  $E_0 = 1 V/m$
- . sa fréquence centrale  $f_0 = 10 \ GHz$
- . sa phase  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} rad$
- . son écart-type  $\sigma_0 = \frac{1}{f_0} s$

Nous avons placé des cellules de lecture à l'intérieur de la cavité. Le pas temporel de lecture de nos instruments de mesure est :

$$\Delta t = \frac{1}{10 f_0} \implies \Delta t = 10 \ ps \tag{9.2.8}$$

Les modes résonants théoriques d'une cavité métallique rectangulaire peuvent s'exprimer d'une manière générale par :

$$f_{mnp} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2} \tag{9.2.9}$$

où

- . a, b, c sont les dimensions de la cavité suivants les axes x, y, z.
- . m, n, p sont les indices des modes résonants.
- . c est la vitesse de propagation dans le milieu.

ce qui dans notre cas nous donne :

$$f_m = \frac{c}{2} \frac{m}{a} \tag{9.2.10}$$

Les résultats sont visibles sur la Fig. 9.11 pour une cavité remplie d'air et pour la même cavité remplie d'un diélectrique de permittivité  $\varepsilon_r = 4$ . L'erreur relative sur les modes de résonance est négligeable; elle est inférieure à 0,1 % quel que soit la fréquence pour les deux types de cavité.

Les modes de résonance de la cavité remplie de diélectrique diminuent par rapport à ceux de la cavité remplie d'air ce qui est tout à fait normal. En effet, l'ajout de diélectrique a pour effet d'augmenter la longueur électrique du dispositif et par conséquent de diminuer les fréquences des modes de résonance.

Là aussi la largeur de bande est simplement conditionnée par l'impulsion de la source et on pourrait obtenir ces modes sur l'ensemble du spectre électromagnétique.





# 9.3 En avant vers la complexité

Ce modèle 1D est relativement simple à comprendre et à mettre en œuvre. Il permet de valider l'ensemble des concepts de notre modèle énactif électromagnétique et notamment :

- le paquet d'onde en tant qu'entité électromagnétique.
- la décomposition spectrale d'un paquet d'onde en paquet d'ondes pour tenir compte de milieux à pertes.

Cependant, ce modèle 1D n'est pas très réaliste et ne permet de tenir compte que d'un nombre restreint de phénomènes : la réflexion et la transmission.

Au vu des résultats plus qu'encourageant de ce modèle, nous allons donc chercher à le complexifier en généralisant ses concepts à un modèle 2D.

# Modèle bidimensionnel (2D)

Le modèle bidimensionnel (2D) est une généralisation des concepts du modèle unidimensionnel (1D). Il est basé sur le concept du front d'onde cylindrique et par conséquent se propage dans un plan. Aussi, il faut ajouter aux phénomènes de réflexion et transmission (désormais sous incidence oblique), celui de la diffraction par les coins des objets. Nous devons par conséquent être capable de tenir compte de la polarisation de l'onde.

Ici, nous cherchons principalement à modéliser les interactions d'une onde électromagnétique avec des objets de grandes dimensions, c'est-à-dire électriquement grands. Pour cela, nous avons mis au point un ensemble de scénarios d'environnements constitués de différents types d'objets métalliques voire diélectriques et dont nous cherchons à établir une carte de champ du champ électromagnétique rayonné par une source. Aussi, nous verrons que notre modèle rend possible la caractérisation des modes de résonance d'une cavité métallique 2D.

Ce modèle 2D devra être comparé avec des outils de modélisation plus classiques. Les méthodes numériques ne semblent plus satisfaisantes pour modéliser ce type d'environnement, constitué d'objets électriquement grands. Les méthodes qui paraissent le plus appropriées sont les méthodes asymptotiques et plus particulièrement les méthodes de lancer de rayons. Cependant, ces méthodes travaillent principalement dans le domaine fréquentiel. Leur développement dans le domaine temporel s'avère bien trop souvent complexe et coûteux en termes de ressources informatiques.

# 10.1 Adéquation du modèle 2D

Une onde cylindrique se propage dans un plan défini par deux des axes du repère cartésien, x et y. Les caractéristiques suivant le troisième axe z sont infinies. Un environnement électromagnétique 2D est représenté sur la Fig. 10.1.

Cette entité *onde* simule sa propagation en mettant à jour son rayon contrairemement à son homologue unidimensionnelle qui la simule en se déplaçant « physiquement » dans son environnement. Par conséquent, notre modèle de propagation illumine tout l'espace d'analyse.

Le principe de la propagation d'une onde cylindrique est illustré sur la Fig. 10.2. Une entité source (isotrope) est initialisée au temps t = 0 par un ensemble de paramètres propres à la caractérisation de son paquet d'onde et définis ici par :

. son amplitude  $E_0 = 3 V/m$ 

### Modèle bidimensionnel (2D)

- . sa fréquence centrale  $f_0=1~GHz$  . sa phase  $\varphi_0=\frac{\pi}{2}~rad$  . son écart-type  $\sigma_0=\frac{1}{f_0}~s$



FIGURE 10.1 – Environnement du modèle 2D.



FIGURE 10.2 – Modèle de propagation dans un milieu bidimensionnel.

De la même façon que pour le modèle 1D, au temps t > 0 l'onde commence à se propager dans l'environnement et ce, jusqu'à ce qu'elle sorte de son domaine de validité. On remarque bien la décroissance du champ en  $\frac{1}{\sqrt{r}}$ .

Au cours de sa propagation, cette entité *onde* peut être lue en un point par une cellule de lecture ou bien dans une région de l'espace par une carte de champ. Aussi, nous définissons le pas temporel de lecture de nos instruments de mesure  $\Delta t$  par :

$$\Delta t = \frac{1}{10 f_0} \qquad \Longrightarrow \qquad \Delta t = 0, 1 \ ns \tag{10.1.1}$$

# 10.2 Adéquation de la polarisation d'une onde

Ce modèle 2D doit tenir compte de la polarisation d'une onde afin de modéliser correctement les phénomènes de réflexion et transmission sous incidence oblique, et aussi la diffraction par un coin.

La polarisation d'une onde peut être mise en évidence assez simplement à l'aide de la diffraction. Aussi, cela nous permettra de vérifier que nous tenons bien compte de la diffraction qui est un phénomène qui dépend à la fois de la géométrie du coin diffractant mais aussi de l'angle d'incidence et de l'angle de diffraction.

Pour cela, nous allons caractériser le coefficient de diffraction — pour les polarisations soft (horizontale) ou hard (verticale) — sur un coin à angle droit d'un objet parfaitement conducteur. Ce dernier est illuminé par une onde incidente polarisée linéairement à 45° avec le plan de propagation, pour deux angles d'incidence différents de 50° et 90° cf. Figs. 10.3 et 10.4. Une carte de champ locale permet de visualiser le front d'onde diffracté sur le coin de l'objet et facilite la comparaison avec l'expression du coefficient de diffraction (cf. Section 7.4 p. 99) pour les deux polarisations soft et hard.

On observe très bien dans notre modèle (images de la carte de champ de diffraction) l'influence de l'angle d'incidence et de l'angle de diffraction sur le profil du champ diffracté.

Aussi, notre modèle permet de tenir compte simultanément des deux polarisations, horizontale et verticale. Il n'est pas nécessaire de simuler l'une puis l'autre. Ainsi, il nous est possible de modéliser tous types de polarisation : linéaire, circulaire ou elliptique.



FIGURE 10.3 – Coefficient de diffraction d'un coin à angle droit — d'un objet parfaitement conducteur — pour un angle d'incidence de  $50^{\circ}$ : polarisations *soft* et *hard*.



FIGURE 10.4 – Coefficient de diffraction d'un coin à angle droit — d'un objet parfaitement conducteur — pour un angle d'incidence de  $90^{\circ}$ : polarisations *soft* et *hard*.

# 10.3 Carte de champ électromagnétique

Nos simulations seront comparées à celles d'un logiciel (commercial) de simulation basé sur le lancer de rayons,  $Winprop^{TM}$ , dédié à l'analyse de modèles de propagation en milieu urbain, *indoor*, ...

# 10.3.1 Formulation des différences notables entre notre modèle et $Winprop^{TM}$

Nous pouvons déjà formuler quelques remarques de base concernant les méthodes de lancer de rayons et notre modèle. Tout d'abord, les méthodes de lancer de rayons travaillent principalement dans le domaine fréquentiel contrairement à notre modèle qui évolue dans le domaine temporel.

Aussi, les méthodes de lancer de rayons nécessitent de lancer un nombre important de rayons sans toutefois recouvrir l'ensemble de l'espace d'analyse contrairement à notre modèle qui en recouvre la totalité. En revanche, nous traitons les phénomènes de manière similaire, par une approche locale.

Enfin, notons que  $Winprop^{TM}$  est basé sur le modèle de propagation d'un front d'onde sphérique. Notre modèle est lui basé sur la propagation d'un front d'onde cylindrique. Cela aura une nette influence sur les niveaux des puissances rayonnées dans l'environnement. Notre modèle doit donner des niveaux de champ plus élevés qu'avec  $Winprop^{TM}$ .

#### 10.3.2 Champ électromagnétique rayonné par une source

Le niveau de réception en un lieu donné du signal rayonné par un émetteur se mesure au travers de l'intensité du champ électrique  $\vec{E}$  de cette onde. Il s'exprime généralement en  $\mu V/m$  ou en  $dB\mu V/m^{1}$ .

La puissance rayonnée par une antenne est définie, en zone de champ lointain<sup>2</sup>, par le vecteur de Poynting  $\vec{R}$ :

$$\vec{R} = \vec{E} \times \vec{H}$$
 soit  $R = E \cdot H = \frac{E^2}{Z}$  (10.3.1)

où

.  $\vec{R}$  resp. R est le vecteur de Poynting resp. la densité de puissance, en  $W/m^2$ .

. É resp. E est le champ resp. l'intensité du champ électrique, en V/m.

.  $\vec{H}$  resp. H est le champ resp. l'intensité du champ magnétique, en A/m.

. Z est l'impédance intrinsèque du milieu de propagation, en  $\Omega$ .

1. On a les relations de passage suivantes :  $E_{dB\mu V/m} = 20 \log_{10}(E_{\mu V/m})$  et  $E_{\mu V/m} = 10^{\frac{E_{dB\mu V/m}}{20}}$ .

Si  $y = log_{10}(x)$  alors  $x = 10^y$ . Le niveau de référence  $0 \ dB\mu V/m$  correspond à  $1 \ \mu V/m$ .

2. En zone de champ lointain,  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  sont perpendiculaires et on a  $H = \frac{E}{Z_0}$ .

#### Modèle bidimensionnel (2D)

Cette densité de puissance peut aussi s'exprimer comme la puissance P (en W) rayonnée par l'antenne sur la surface S (en  $m^2$ ) d'un faisceau dirigé<sup>3</sup> :

$$R = \frac{P}{S} \tag{10.3.2}$$

D'après les Eqs. (10.3.1) et (10.3.2), on peut alors exprimer l'intensité du champ électrique (en zone de champ lointain) rayonné par une antenne par la relation :

$$E = \sqrt{\frac{ZP}{S}} \tag{10.3.3}$$

où

- . E est l'intensité du champ électrique au point d'observation, en V/m.
- . Z est l'impédance intrinsèque du milieu de propagation, en  $\Omega.$
- P est la puissance rayonnée par une antenne (source), en W.
- . S est la surface de rayonnement, en  $m^2$ .
- r est la distance parcourue par l'onde depuis la source, en m.

Dans l'espace libre et infini, l'énergie rayonnée par une une antenne (source) se disperse. Pour une antenne isotrope qui rayonne en espace libre (dans l'air<sup>4</sup>), l'énergie d'un front d'onde sphérique se répartit sur la surface d'une sphère. Ainsi l'intensité du champ électrique rayonné par une telle onde décroît en fonction de la distance suivant la relation :

$$E = \sqrt{\frac{Z_0 P}{4\pi r^2}} = \frac{\sqrt{30P}}{r}$$
(10.3.4)

où

. E est l'intensité du champ électrique au point d'observation, en V/m (resp. mV/m).

- . P est la puissance rayonnée par une antenne (source) isotrope, en W (Watts).
- .  $Z_0$  est l'impédance intrinsèque du vide, en  $\Omega$ .
- r est la distance parcourue par l'onde depuis la source, en m (resp. km).

Dans notre cas, nous utilisons un front d'onde cylindrique et de la même façon, l'énergie se répartit sur le périmètre d'un cercle ou d'un faisceau dirigé<sup>5</sup>. Ainsi, pour une antenne isotrope qui rayonne dans un plan en espace libre, l'intensité du champ électrique rayonné d'une telle onde décroît en fonction de la distance suivant la relation :

$$E = \sqrt{\frac{Z_0 P}{2\pi r}} = \sqrt{\frac{60P}{r}}$$
 (10.3.5)

Le niveau de réception en un point donné du champ rayonné par une source se mesure avec l'intensité du champ électrique de cette onde et s'exprime souvent en  $\mu V/m$  ou en  $dB\mu V/m$ .

<sup>3.</sup> Un faisceau est dit dirigé suivant un angle solide  $\Omega$  (en stéradian sr), défini comme le rapport de la surface d'une partie d'une sphère S (en  $m^2$ ) sur le rayon r (en m) au carré :  $\Omega = S/r^2$ . Pour une antenne isotrope on a  $\Omega = 4\pi$  et pour une antenne à faisceau dirigé  $\Omega < 4\pi$ .

<sup>4.</sup> L'air est équivalent au vide :  $Z_0 = 120\pi = 377 \ \Omega$ .

<sup>5.</sup> Dans ce cas-ci (front d'onde cylindrique), un faisceau est dit dirigé suivant un angle plan  $\theta$  (en rad), défini comme le rapport de la longueur L (en m) d'un arc sur le rayon du cercle r (en m) :  $\theta = L/r$ . Pour une antenne isotrope on a  $\theta = 2\pi$  et pour une antenne à faisceau dirigé  $\theta < 2\pi$ .

La différence de lecture du champ rayonné en fonction du type de modèle — description 2D (front d'onde cylindrique) ou 3D (front d'onde sphérique) des phénomènes électromagnétiques — n'est donc pas négligeable et peut se quantifier au travers des relations (10.3.4) et (10.3.5):

$$E_{2D} = \sqrt{\frac{60P}{r}}$$
  $E_{3D} = \frac{\sqrt{30P}}{r} = \frac{1}{\sqrt{2r}}\sqrt{\frac{60P}{r}}$  (10.3.6)

On note une différence d'intensité entre  $E_{2D}$  et  $E_{3D}$  proportionnelle à l'inverse de la racine carrée de la distance :  $1/\sqrt{2r}$ ; ceci se quantifie en dB par une différence d'intensité de  $^6$   $-3 dB - 10 \log_{10}(r) dB$  de  $E_{3D}$  par rapport à  $E_{2D}$ . À titre d'exemple, l'intensité du champ rayonné par une source isotrope de 10 W de puissance, se propageant en espace libre à la distance de 10 m, est :

$$E_{2D} \simeq 137 \ dB\mu V/m$$
  $E_{3D} \simeq 124 \ dB\mu V/m$  (10.3.7)

#### 10.3.3 Paramétrage des modèles de type urbain

Afin de mettre en évidence la qualité des modèles de prédiction mis à disposition par  $Winprop^{TM}$ , nous choisissons de comparer notre modèle avec les modèles de calcul  $IRT^7$  basés sur la propagation des rayons de l'optique et les interactions des rayons du type :

- *IRT-3D − Empirical* : paramètres de pertes ⇒ modèles de réflexion, transmission et diffraction par des milieux à pertes (niveaux d'atténuation de part et d'autre des surfaces de séparation).
- IRT-3D Fresnel : paramètres électriques ( $\varepsilon_r, \mu_r, \sigma$ )  $\Longrightarrow$  lois de Fresnel (réflexion et transmission) et GTD/UTD (diffraction).

Aussi, les modèles IRT disposent d'une procédure de pré-traitement relativement efficace qui limite considérablement les temps de calcul des simulations.

Notre modèle est lui basé sur les modèles d'interactions du type Fresnel (réflexion et transmission) et GTD/UTD (diffraction).

Dans les modèles d'environnement développés ci-après, nous configurons notre modèle sur celui de  $Winprop^{TM}$  en fixant le nombre des interactions totales de nos entités à 4 et le nombre de diffraction à 2. Aussi les cartes de champ ont une résolution de 0, 1  $m \times 0, 1 m$ . La source est isotrope, de puissance 10 W, à la fréquence  $f_0 = 2 \ GHz$  et polarisée verticalement<sup>8</sup>. De plus, les milieux sont supposés sans pertes et non-dispersifs.

Place à la simulation ...

- 6. On a la relation :  $20 \log_{10} \left(\frac{1}{\sqrt{2r}}\right) = -3 \ dB 10 \log_{10}(r)$
- 7. IRT pour Intelligent Ray Tracing method.
- 8. Verticalement par rapport au plan de propagation.

# 10.4 Validation du modèle électromagnétique par la simulation

La simulation de notre modèle électromagnétique 2D décrit de manière cohérente l'ensemble des interactions que nous cherchons à modéliser. Nous allons désormais nous attacher à modéliser des environnements de type milieu « urbain », c'est-à-dire des environnements composés d'objets électriquement grands, et y cartographier la puissance rayonnée par une source isotrope.

## 10.4.1 Environnement constitué d'un objet métallique parfait

Notre premier modèle de type urbain est un environnement constitué d'un objet métallique parfait de dimension 5  $m \times 5 m$ , cf. Fig. 10.5. La résolution de la carte de champ nous donne approximativement un pavage de ~ 35000 cellules (pixels).







b – Winprop<sup>TM</sup>.

FIGURE 10.5 – Carte de champ d'un environnement constitué d'un seul objet métallique parfait.

Nous remarquons la similitude de nos résultats avec ceux de  $Winprop^{TM}$  et ce avec

des niveaux de champ plus élevés comme nous l'avions estimé, cf. Section 10.3.2. Nous observons de plus que les modèles IRT sont assez proches l'un de l'autre sans toutefois être identiques. Les modèles de  $Winprop^{TM}$  sont donc sensibles au type d'approche. Aussi, nous discernons très bien les différentes zones (limites) d'incidence, de réflexion et de diffraction.

Notons que les temps CPU des simulations sont du même ordre pour l'ensemble des modèles, ~ 20 s. Notre modèle simule ici simultanément au maximum (~ $_{max}$ )<sup>9</sup> 6 entités.

# 10.4.2 Environnement constitué de deux objets métalliques parfaits

Ce second modèle est issu du précédent auquel nous ajoutons un objet supplémentaire. Nous avons alors un environnement constitué de deux objets métalliques parfaits de mêmes dimensions 5  $m \times 5 m$ , distants de 5 m, cf. Fig. 10.6. La résolution de la carte de champ nous donne approximativement un pavage de ~ 50000 cellules (pixels).



a – Notre approche.



b – Winprop<sup>TM</sup>.

FIGURE 10.6 – Carte de champ d'un environnement constitué deux objets métalliques parfaits.

<sup>9.</sup> Nous utilisons ce symbole «  $\sim_{max} x$  » pour signifier :

<sup>«</sup> le nombre d'entités se propageant simultanément est au maximum d'environ  $m{x}$  entités ».

#### Modèle bidimensionnel (2D)

De la même façon que précédemment, nous remarquons la similitude de nos résultats avec ceux de  $Winprop^{TM}$ . Aussi, nous discernons très bien les différentes zones (limites) d'incidence, de réflexion et de diffraction.

Notons que les temps CPU des simulations sont du même ordre pour l'ensemble des modèles,  $\sim 1 \min$  pour  $\sim_{max} 20$  entités.

# 10.4.3 Environnement constitué d'une multitude d'objets métalliques parfaits

Nous complexifions davantage le modèle précédent en modélisant un environnement, de dimension 30  $m \times 30 m$ , constitué d'une multitude d'objets métalliques de dimension de l'ordre du m, cf. Fig. 10.7. Le plan est disponible dans l'Annexe E. La résolution de la carte de champ nous donne approximativement un pavage de ~ 80000 cellules (pixels).







b – Winprop<sup>TM</sup>.

FIGURE 10.7 – Carte de champ d'un environnement constitué d'une multitude d'objets métalliques parfaits.

De la même façon que précédemment, nous remarquons la similitude de nos résultats avec ceux de  $Winprop^{TM}$ . Notons que les temps CPU des simulations sont ici différents. Nous obtenons notre carte de champ en approximativement ~ 8 min pour ~<sub>max</sub> 1300 entités, contre ~ 4 min pour  $Winprop^{TM}$ . Rappelons que ce logiciel dispose d'une procédure de pré-traitement qui diminue considérablement les temps de calcul de ses simulations, sans quoi!

Notons que sans l'utilisation de la carte de champ, le temps de simulation de notre modèle est  $\sim 1 \ min$ . Nous voyons ici une « limitation » (temporaire) de notre modèle. D'une part celui-ci n'est pas optimisé comme peuvent l'être les logiciels commerciaux, et d'autre part nous pouvons toujours envisager de développer d'autres types de cartes de champ que la nôtre.

## 10.4.4 Environnement constitué d'un objet délectrique

Nous avons développé des modèles constitués d'objets métalliques. Quand est-il dans le cas d'objets « diélectriques » ?

Ce modèle est un environnement constitué d'un objet « diélectrique » de dimension 5  $m \times 5 m$ , cf. Fig. 10.8. Cet objet est plus particulièrement caractérisé par le fait qu'il est formé de quatre murs d'épaisseur d = 10 cm, de permittivité  $\varepsilon_r = 10$  et contient de l'air à l'intérieur. Ceci correspond à la description d'une « cavité diélectrique » faite à la Section 6.4.2 p. 92.

La résolution de la carte de champ nous donne approximativement un pavage de  $\sim 35000$  cellules (pixels). De plus, nous représentons uniquement le champ à l'extérieur de l'objet.

De la même façon que précédemment, nous remarquons la similitude, bien que moins flagrande à première vue, de nos résultats avec ceux de  $Winprop^{TM}$ . Il est assez amusant de constater que l'on retrouve dans notre résultat une partie des « formes » des deux approches de  $Winprop^{TM}$ , à l'image d'une superposition. Aussi, nos niveaux de champ sont toujours plus élevés comme nous l'avions estimé, cf. Section 10.3.2.

Notons que les temps CPU des simulations sont du même ordre pour l'ensemble des modèles,  $\sim 20 \ s$  et  $\sim_{max} 25$  entités.



a – Notre approche.



b – Winprop<sup>$$TM$$</sup>.

FIGURE 10.8 – Carte de champ d'un environnement constitué d'un objet « diélectrique ».

# 10.4.5 Résonance des modes d'une cavité

Dans un tout autre type de modèle, nous nous attachons désormais à modéliser une cavité métallique rectangulaire dans le but de vérifier si le modèle de l'entité cylindrique est compatible avec la caractérisation des modes de résonance d'une telle structure. En effet, notre modèle n'a pas été développé pour la modélisation de milieux fermés mais plutôt de milieux ouverts.

Aussi, *a contrario* des coins extérieurs des objets, nous ne tenons pas compte ici d'une éventuelle diffraction au niveau des coins intérieurs de la cavité.

Notre cavité est de dimension 4  $m \times 7 m$  cf. Fig. 10.9 et notre entité source est caractérisée par les paramètres suivants :

- . son amplitude  $E_0 = 1 V/m$
- . sa fréquence centrale  $f_0 = 10 \ GHz$
- . sa phase  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} rad$

. son écart-type  $\sigma_0 = \frac{1}{f_0} s$ 

Nous plaçons plusieurs cellules de lecture à l'intérieur de la cavité. Le pas temporel de lecture de nos instruments de mesure est :



FIGURE 10.9 – Cavité métallique rectangulaire 2D.

Nous avons modéliser cette cavité pour deux situations différentes :

- cavité remplie d'air.
- cavité remplie de diélectrique de permittivité  $\varepsilon_r = 10$ .

Nous pouvons observer typiquement les réponses temporelles de la simulation de notre modèle d'une telle structure sur la Fig. 10.10.

Nous remarquons que le champ décroît au fur et à mesure jusqu'à se stabiliser autour d'une valeur ce qui est en accord avec notre modèle :

- décroissance en  $\frac{1}{\sqrt{r}}$  du champ du front d'onde cylindrique.
- principe de conservation de l'énergie : aucune entité ne sort de la cavité donc pas de pertes d'énergie.

Les modes de résonances s'obtiennent simplement en effectuant une transformée de Fourier de la réponse temporelle. Ces modes de résonance sont comparés à la théorie sur la Fig. 10.11. D'après l'Eq. (9.2.9) de la p. 134, les modes de résonance théoriques d'une telle cavité sont donnés par :

$$f_{mn} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \tag{10.4.2}$$

où

- .  $a \in b$  sont les dimensions de la cavité suivants les axes  $x \in y$ .
- . m et n sont les indices des modes de résonance.
- . c est la vitesse de propagation dans le milieu.



FIGURE 10.10 – Réponses temporelles d'une cavité métallique rectangulaire remplie d'air pour différentes cellules de lecture (4 cellules).

Nous en obtenons un certain nombre et ce de manière assez précise. Cependant, la détection de ces modes est sensible à la position des cellules de lecture et à la position de la source.

Nous remarquons toutefois que ce modèle n'est pas très bien adapté à la modélisation de telles structures. En effet, contrairement aux modèles en espace libre où le nombre d'entités trouve un certain équilibre <sup>10</sup>, notre modèle génère ici une infinité d'entités : il s'en crée de nouvelles sans aucune suppression.

Aussi, il faut simuler des temps relativement longs pour avoir une bonne représentation des modes de résonance avec un pas fréquentiel suffisamment fin. Or la croissance continuelle du nombre d'entités ralentit considérablement la simulation. À ce titre, les temps CPU des résultats présentés ici pour la cavité sont de ~ 40 min pour ~<sub>max</sub> 10000 entités, et ce simplement pour une cavité vide, c'est-à-dire sans insert métallique à l'intérieur.

Nous voyons très bien une « limitation » à notre modèle. Toutefois, contrairement aux méthodes de lancer de rayons, nous avons une possibilité de modéliser ce type de structure. Rappelons que ce modèle n'a pas été prévu à cet effet et que nous avons l'espoir de trouver des solutions et notamment à travers le développement de nouvelles entités telles que des fronts d'onde plans bidimensionnels, *cf.* Fig. 6.7 p. 85.

<sup>10.</sup> Cet équilibre est principalement dû aux entités qui sortent de l'environnement. On observe alors une stabilisation de leur nombre suite aux créations / suppressions d'entités dans l'environnement.



FIGURE 10.11 – Modes de résonance d'une cavité 2D pour différentes cellules de lecture (2 cellules).