

# Modèle couplant la dynamique du vent et le mouvement végétal du couvert

On étudie dans ce Chapitre l'effet possible de la dynamique des plantes sur l'instabilité à l'origine à la fois des structures cohérentes du vent et de l'ondulation des couverts végétaux. On propose pour cela un modèle couplé dans lequel l'écoulement du vent au-dessus et au sein du couvert ainsi que le mouvement des plantes sont considérées, et dans lequel les deux milieux, fluide et solide, interagissent.

Ce modèle fait l'objet de deux articles : une version préliminaire a été publiée dans *Les Comptes-Rendus Mécanique* (Py *et al.*, 2004), et l'analyse plus détaillée des effets du couplage, avec les résultats expérimentaux, a été soumise pour publication à *Journal of Fluid Mechanics*, voir les articles joints en Annexe B.

## 3.1 Présentation du modèle couplé

### 3.1.1 Modèle du couvert végétal

Les plantes de culture sont classiquement modélisées comme des oscillateurs mécaniques, voir par exemple Flesch & Grant (1991); Spatz & Speck (2002); Farquhar *et al.* (2003); Doaré *et al.* (2004). Les essais vibratoires menés ici sur les plantes de blé et de luzerne, voir section 2.3 et Fig. 2.11(b), ont confirmé qu'un tel modèle permettait en effet de représenter l'essentiel de la dynamique de la plante.

Le modèle de couvert végétal considéré ici est donc constitué d'une rangée infinie d'oscillateurs mécaniques identiques, alignée avec la direction principale du vent  $U$ , voir Figure 3.1. Le mouvement de chaque oscillateur  $j$  est décrit par

le déplacement horizontal

$$\mathbf{X}_j(y, t) = \chi(y) Q_j(t) \mathbf{e}_x, \quad (3.1)$$

où  $\chi$  est une déformée modale et  $Q_j$  le déplacement généralisé correspondant. Ici, seul le mode fondamental de vibration est considéré, avec une déformée modale linéaire simplifiée  $\chi = y/h$ .

L'inertie de chaque plante est prise en compte à travers la masse modale,  $m$ , définie par

$$m = \int_0^h m_l(y) \chi^2 dy, \quad (3.2)$$

où  $m_l$  est la masse linéique mesurée par segments le long de la tige, voir Fig. 2.11(c). La raideur modale en flexion de la tige, notée  $r$ , est ensuite définie comme

$$r = (2\pi)^2 m f_0^2, \quad (3.3)$$

où  $f_0$  est la fréquence propre de vibration. On néglige dans ce modèle l'amortissement des oscillateurs car la dissipation n'est pas supposée jouer un rôle dans le mécanisme inviscide de l'instabilité. Suivant le modèle de Doaré *et al.* (2004), des interactions élastiques sont considérées entre oscillateurs pour tenir compte des contacts entre plantes voisines, voir Figure 3.1. Considérant l'action des oscillateurs voisins, l'équilibre dynamique d'un oscillateur  $j$  en régime libre s'écrit alors

$$m \frac{d^2 Q_j}{dt^2} + r Q_j - \tilde{a} [(Q_{j-1} - Q_j) - (Q_j - Q_{j+1})] = 0, \quad (3.4)$$

où  $\tilde{a}$  est une raideur d'interaction. Toujours suivant Doaré *et al.* (2004), si l'on considère maintenant que l'espacement  $l$  entre plantes est faible, on peut identifier le terme d'interaction comme la forme discrète de la dérivée seconde en espace du déplacement  $Q$ . Par conséquent, l'équation dynamique discrète du couvert végétal peut s'écrire sous la forme d'une équation d'onde régissant le mouvement d'un milieu continu équivalent :

$$m \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + r Q - a \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0, \quad (3.5)$$

où  $a = \tilde{a} l^2$  est la raideur d'interaction désormais considérée, et où le déplacement  $Q$  est maintenant une fonction continue du temps et de l'espace.

Le mouvement du couvert végétal résulte d'une force de traînée locale agissant sur la surface équivalente de chaque plante. Celle-ci dépend de la vitesse effective du vent perçue par la plante, c'est à dire la différence entre la vitesse locale du vent  $\mathbf{U}$  et la vitesse de déplacement de la plante  $\dot{\mathbf{X}} = \partial \mathbf{X} / \partial t$ . La force de traînée est projetée sur la déformée modale  $\chi$  (Blevins, 1990). On suppose la traînée uniforme sur toute la hauteur de la plante, et seule sa composante longitudinale

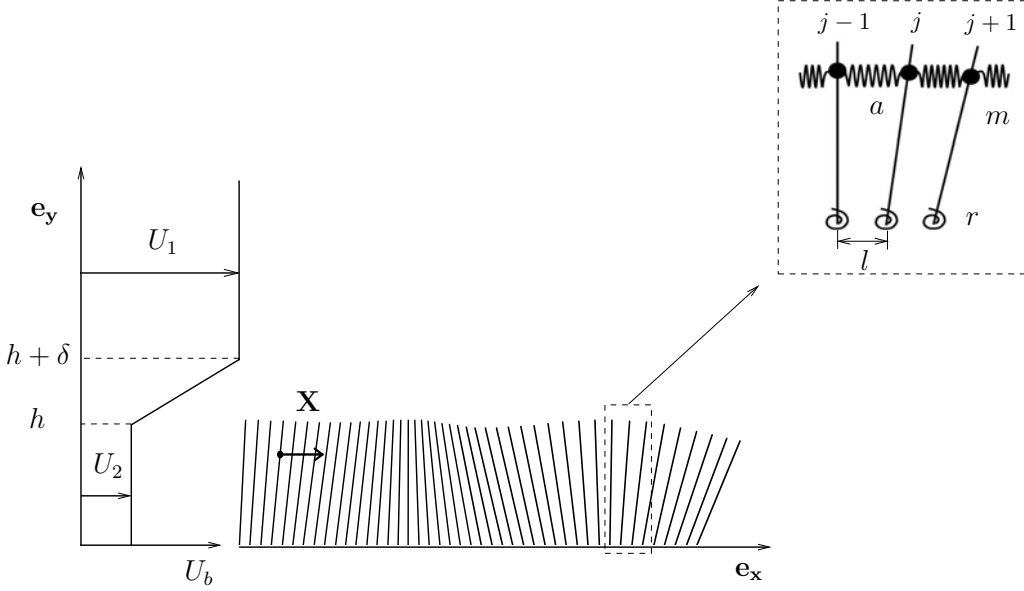


FIG. 3.1 – Représentation schématique du modèle couplé : profil de l'écoulement de base,  $U_b(y)$ , avec  $\delta$  l'épaisseur de vorticité, et modèle du couvert végétal où  $m$ ,  $r$  et  $a$  sont respectivement la masse modale, la raideur en flexion et la raideur d'interaction.

(suivant  $\mathbf{e}_x$ ) est prise en compte. La dynamique du couvert est donc r g e par l'équation suivante

$$m \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + rQ - a \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \int_0^h \frac{1}{2} \rho C D \left[ \left( \mathbf{U} - \dot{\mathbf{X}} \right) \cdot \mathbf{e}_x \right]^2 \chi dy, \quad (3.6)$$

où  $C$  est le coefficient de traînée et  $D$  un diamètre effectif de la plante. Le produit  $CD$  peut être estimé à partir de la déflection statique de la plante pour un chargement de vent donné.

### 3.1.2 Modèle du vent

La vitesse du vent  $\mathbf{U}$  au-dessus et au sein du couvert végétal est r g e par les équations d'Euler : la viscosité de l'air est en effet négligée puisque le mécanisme d'instabilité de couche de mélange, supposé r g er la dynamique du vent (Raupach *et al.*, 1996), est connu pour être inviscide (Huerre & Rossi, 1998). Un terme source, correspondant à la réaction de la force de traînée sur l'écoulement, est ajouté à l'équation de quantité de mouvement suivant  $x$  à l'intérieur du couvert ( $y < h$ ).

Les profils de vent moyen mesurés au sein des couverts végétaux ont pour caractéristique principale d'être infléchis au niveau du sommet des plantes, ce qui induit un cisaillement du vent à la surface du couvert, voir Figure 1.8(a). Pour

schématiser ces profils de vent moyen, on utilise ici un profil dit "en ligne brisée", noté  $U_b(y)$ , défini par une épaisseur de vortacité  $\delta$  et un paramètre de cisaillement  $R = (U_1 - U_2)/2U$ , avec  $U = (U_1 + U_2)/2$ , comme représenté Figure 3.1. En toute rigueur, le sommet du couvert végétal devrait se situer au milieu de la couche de cisaillement du profil de vent. Le décalage considéré ici simplifie grandement le calcul de la relation de dispersion et modifie très peu les résultats subséquents. Ce type de profil en ligne brisée est couramment utilisé pour modéliser des configurations de couche de mélange (Thorpe, 1969; Ortiz *et al.*, 2002), et permet de représenter les caractéristiques principales de l'instabilité (Huerre & Rossi, 1998).

### 3.1.3 Equations couplées linéarisées

Pour analyser la stabilité d'un état de base donné, constitué d'un profil de vitesse  $U_b$  et de pression  $P_b$  avec la déflexion statique correspondante du couvert  $Q_b$ , on introduit les perturbations associées  $u, v, p$  et  $q$ . Ces perturbations sont considérées très petites par rapport aux composantes correspondantes de l'état de base. Les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement pour l'écoulement et l'équation d'onde du couvert sont développées au premier ordre en terme de perturbations, ce qui mène au système d'équations couplées linéarisées suivant :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U_b \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial U_b}{\partial y} v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{CD}{l^2} U_2 \left( u - \chi \frac{\partial q}{\partial t} \right) \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U_b \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (3.8)$$

$$\nabla \cdot \underline{u} = 0 \quad (3.9)$$

$$m \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + r q - a \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = \int_0^h \rho C D U_2 \left( u - \chi \frac{\partial q}{\partial t} \right) \chi dy, \quad (3.10)$$

où le coefficient de traînée  $C$  dans (3.7) est mis à zéro en dehors du couvert ( $y > h$ ). A ces équations s'ajoutent les conditions aux limites et conditions de saut aux interfaces usuelles :

$$v_{(y=0)} = 0, \quad \text{et} \quad \lim_{y \rightarrow \infty} v = 0 \quad (3.11)$$

$$[v]_{y^-}^{y^+} = 0, \quad \text{et} \quad [p]_{y^-}^{y^+} = 0, \quad \text{en} \quad y = h \quad \text{et} \quad y = h + \delta \quad (3.12)$$

Les équations sont adimensionnées en prenant comme quantités de référence l'épaisseur de vortacité  $\delta$ , le temps d'advection  $\delta/U$ , et la masse  $\rho\delta^3$ , d'où l'introduction des paramètres adimensionnels suivants :

$$\bar{m} = \frac{m}{\rho\delta^3}, \quad \bar{r} = \frac{r}{\rho\delta U^2}, \quad \bar{h} = \frac{h}{\delta}, \quad \bar{l} = \frac{l}{\delta}, \quad \bar{D} = \frac{D}{\delta},$$

$$\bar{u} = \frac{u}{U}, \quad \bar{v} = \frac{v}{U}, \quad \bar{p} = \frac{p}{\rho U^2}, \quad \bar{q} = \frac{q}{\delta}.$$

### 3.1.4 Relation de dispersion

On cherche une solution au système d'équations précédent sous la forme d'ondes propagatives (dits modes normaux)

$$(\bar{u}, \bar{v}, \bar{p}, \bar{q}) = \text{Re}[(\hat{u}, \hat{v}, \hat{p}, \hat{q}) e^{i(\bar{k}\bar{x} - \bar{\omega}\bar{t})}], \quad (3.13)$$

avec  $\bar{k}$  le nombre d'onde et  $\bar{\omega}$  la fréquence angulaire. En supposant l'écoulement irrotationnel (Drazin & Reid, 1981), on aboutit à la relation de dispersion du problème couplé, sous la forme

$$D(\bar{k}, \bar{\omega}) = (D_{solide} + A)(D_{fluide} + E) + G = 0, \quad (3.14)$$

avec :

$$D_{solide} = -\bar{m}\bar{\omega}^2 + \bar{r} + a\bar{k}^2, \quad (3.15)$$

$$D_{fluide} = 4\bar{k}^2 (-e^{-2\bar{k}}R^2 + e^{-2\bar{h}\bar{k}}R((R+1)\bar{k} - \bar{\omega} - R) - e^{-2(1+\bar{h})\bar{k}}R((1-R)\bar{k} - \bar{\omega} - R) + R^2 + \bar{k}^2(R^2 - 1) - 2\bar{k}(R^2 - \bar{\omega}) - \bar{\omega}^2), \quad (3.16)$$

$$A = -\frac{1}{3}iC\bar{D}\bar{h}(R-1)\bar{\omega}, \quad (3.17)$$

$$E = -2iC\bar{D}\bar{k}^2(R-1)e^{-2(1+\bar{h})\bar{k}}(1 + e^{2\bar{h}\bar{k}}(R + e^{2\bar{k}}((R+1)\bar{k} - \bar{\omega} - R)))/\bar{l}^2, \quad (3.18)$$

$$G = -2C^2\bar{D}^2\bar{\omega}e^{-2(1+\bar{h})\bar{k}}(e^{\bar{h}\bar{k}} - 1)(R-1)^2(1 + \bar{h}\bar{k} + e^{\bar{h}\bar{k}}(-1 + \bar{h}\bar{k}))\left(R + e^{2\bar{k}}((R+1)\bar{k} - \bar{\omega} - R)\right)/\bar{h}\bar{l}^2. \quad (3.19)$$

Les termes  $D_{fluide}$  et  $D_{solide}$  sont respectivement les relations de dispersion de l'écoulement du fluide et du mouvement du couvert sans couplage, et  $A$ ,  $E$  et  $G$  sont des termes de couplage faisant intervenir le coefficient de traînée  $C$ .

Pour alléger les notations, on omet dans le reste du manuscrit les  $\bar{\phantom{x}}$  sur le nombre d'onde et la pulsation adimensionnelles : ils seront notés dans la suite  $k$  et  $\omega$  au lieu de  $\bar{k}$  et  $\bar{\omega}$ .

## 3.2 Paramètres du modèle

Pour mener une analyse réaliste du couplage vent / couvert, on utilise pour les différents paramètres du modèle des valeurs expérimentales, correspondant aux propriétés des cultures utilisées dans les expériences pour le modèle du couvert végétal, et tirées de la bibliographie en ce qui concerne les propriétés du profil de vent.

Pour le couvert végétal, la masse modale  $m$  et la raideur modale  $r$  sont calculées respectivement à l'aide des équations (3.2) et (3.3) à partir des valeurs de la distribution de masse, de la hauteur et de la fréquence propre mesurées

	$f_0$ (Hz)	$h$ (m)	$m$ (kg)	$r$ (Nm <sup>-1</sup> )	$a$ (Nm)	$l$ (m)	$C$	$D$ (m)	$U$ (ms <sup>-1</sup> )	$R$	$\delta$ (m)
<b>blé</b>	2.5	0.68	1.5 10 <sup>-3</sup>	0.41	3 10 <sup>-5</sup>	0.05	1	0.011	3	0.5	0.34
<b>luzerne</b>	1.05	0.69	4.6 10 <sup>-3</sup>	0.17	3 10 <sup>-5</sup>	0.05	1	0.009	3	0.5	0.35

TAB. 3.1 – Valeurs des paramètres du modèle.

sur les plantes de culture en section 2.3. La raideur d'interaction,  $a$ , peut être estimée expérimentalement à partir de tests de lâchers impliquant un choc entre deux plantes, voir Doaré *et al.* (2004). On utilise ici la valeur de la raideur d'interaction dérivée des expériences de Doaré *et al.* (2004) sur des plantes de luzerne cultivées en serre. On verra que ce paramètre  $a$  en fait peu d'importance dans l'analyse qui suit.

En ce qui concerne la force de traînée, on fixe le coefficient de traînée  $C$  égal à 1, et on estime la valeur du diamètre effectif  $D$  à partir de la déflexion statique de la tige sous un chargement de vent donné :

$$X(y) = \frac{\rho C D U^2 h}{4r} \chi(y). \quad (3.20)$$

Pour une vitesse moyenne du vent de  $U = 3 \text{ ms}^{-1}$ , on peut considérer qu'une tige de luzerne a une déflexion statique en haut de tige d'environ 10 cm, et une tige de blé d'environ 5 cm, d'où les valeurs de  $D$  données dans le Tableau 3.1.

Les profils de vent moyens fournis par Raupach *et al.* (1996) ou Finnigan (2000) présentent des gradients de vitesse,  $\Delta U$ , de l'ordre de grandeur de la vitesse moyenne  $U$ . On considère donc ici un paramètre de cisaillement  $R = \Delta U / 2U$  égal à 0.5. La longueur de cisaillement,  $L_s = U(h) / U'(h)$ , caractérisant le cisaillement du vent au niveau du sommet du couvert, est typiquement de l'ordre de  $L_s = 0.5h$ , voir (Raupach *et al.*, 1996). Dans le cas du profil en ligne brisée considéré ici, on a  $L_s = \delta / 2R$ , voir Eqs. (1.1) et (1.2). On prendra donc pour épaisseur de vortacité du modèle  $\delta = Rh$ .

Les valeurs des paramètres du modèle, ainsi estimées, sont données dans le Tableau 3.1 pour les couverts de blé et de luzerne. Sauf quand spécifié, on prendra comme référence pour l'étude du modèle les valeurs correspondant à la luzerne.

### 3.3 Analyse de stabilité temporelle

Une analyse de stabilité temporelle linéaire consiste à étudier l'évolution temporelle de perturbations prises sous forme d'ondes (3.13) introduites autour de l'état de base. Dans n'importe quel système physique, ces perturbations sont naturellement présentes sous forme de bruit. Si les perturbations croissent au cours du temps, le système s'écarte de plus en plus de son état de base, et ce dernier est dit instable aux temps longs. On cherche notamment quelle perturbation spatiale a le taux de croissance le plus fort, puisque celle-ci domine à terme l'instabilité. Voir par exemple Drazin & Reid (1981) pour plus de détails sur les instabilités.

On analyse donc la stabilité temporelle d'ondes propagatives dans l'écoulement du vent et le mouvement du couvert en calculant numériquement la fréquence complexe  $\omega$  associée à un nombre d'onde donné réel  $k$  à travers la relation de dispersion (3.14). Quatre solutions  $\omega(k)$ , appelées classiquement branches temporelles, vérifient la relation de dispersion (3.14). Pour un nombre d'onde  $k$  donné, la partie imaginaire de  $\omega$ , notée  $\omega_i$ , correspond au taux de croissance de l'onde, et la partie réelle, notée  $\omega_r$ , à sa fréquence temporelle. Seule la branche temporelle présentant le taux de croissance le plus élevé, c'est à dire la branche la plus instable, est considérée en premier lieu. Celle-ci est illustrée sur la Figure 3.2\*.

#### 3.3.1 Nature de l'instabilité

On cherche l'origine de l'instabilité couplée en faisant varier le coefficient de traînée de couplage  $C$  et la hauteur du couvert  $\bar{h}$ . Quand on décroît  $C$ , la branche la plus instable  $\omega_i(k)$  se déforme, et pour  $C = 0$  elle se confond avec la branche instable de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz en milieu borné, solution de  $D_{fluide}(k, \omega) = 0$ , voir Fig. 3.2(a). Puis en faisant tendre vers l'infini la hauteur adimensionnelle du couvert  $\bar{h} = h/\delta$ , on recouvre la branche temporelle de Kelvin-Helmholtz pour un profil en ligne brisée dans un milieu infini, avec le nombre d'onde le plus amplifié à  $k^{max} = 0.8$  (Huerre & Rossi, 1998).

Par conséquent, la branche instable du modèle couplé dérive de la branche instable de Kelvin-Helmholtz. Cela montre que l'instabilité de couche de mélange reste le mécanisme principal d'instabilité au sein des couverts végétaux quand les dynamiques du vent et du couvert sont couplées. Ce résultat est en accord avec les résultats expérimentaux sur le vent et la théorie proposée par Raupach *et al.* (1996). La longueur d'onde de l'instabilité est donc régie par l'épaisseur de vortacité  $\delta$  du profil de vent moyen, comme trouvé expérimentalement par Raupach *et al.* (1996) sur les mesures de vent.

---

\*La fréquence effective  $\omega_r - k$ , Fig. 3.2(c), correspond à la fréquence de l'onde quand on se place dans un repère mobile avançant à la vitesse d'advection  $U$ . Son tracé, Fig. 3.2(c), permet en outre de mieux voir la modification de la fréquence due au couplage

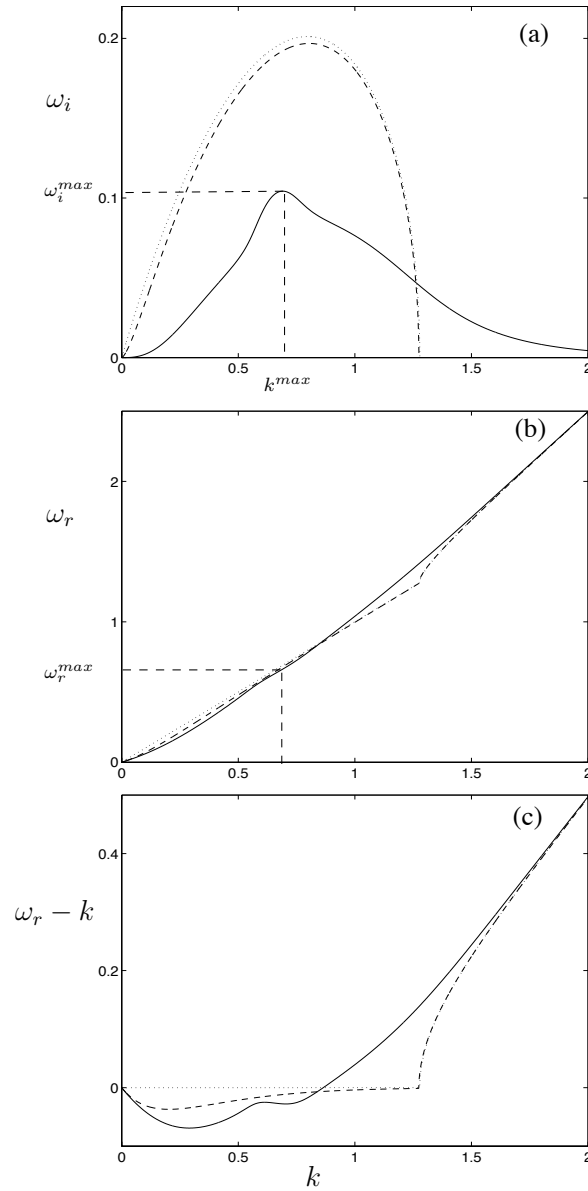


FIG. 3.2 – Branche temporelle la plus instable issue du modèle : taux de croissance  $\omega_i$ , fréquence  $\omega_r$ , et fréquence effective  $\omega_r - k$  en fonction du nombre d'onde  $k$ . (—) modèle couplé, (- -)  $C = 0$  : Kelvin-Helmholtz en milieu borné, ( $\cdot\cdot\cdot$ )  $C = 0$  et  $\bar{h} \rightarrow \infty$  : Kelvin-Helmholtz en milieu infini (Huerre & Rossi, 1998).



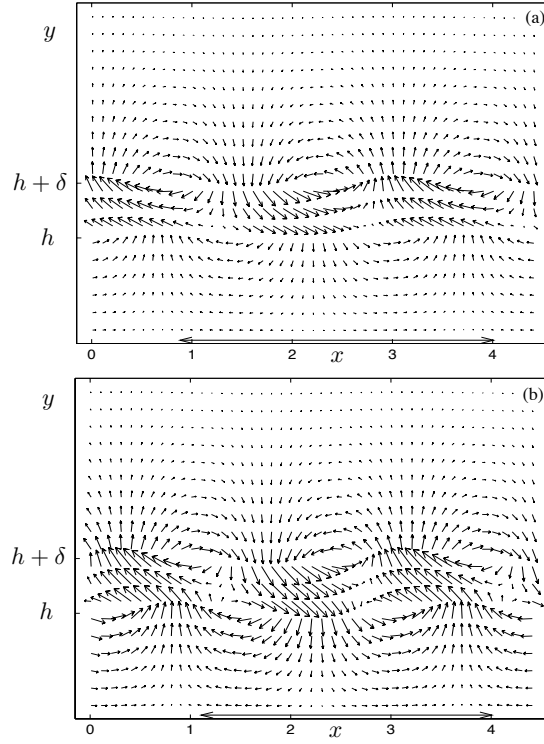


FIG. 3.3 – Champ de vitesse instantané des perturbations  $(u, v)$  pour la solution la plus instable de (3.14) : (a) modèle découplé  $C = 0$ , (b) modèle couplé  $C = 1$ . Normalisé en imposant dans les deux cas  $\hat{u}(h) = 1$ . La flèche représente la longueur d’onde.

La Figure 3.3 illustre les déformées modales des perturbations du fluide associées avec l’onde la plus instable issue de (3.14), ( $k = k^{max}$ ,  $\omega = \omega_r^{max} + i\omega_i^{max}$ ), pour les cas couplé et découplé. Le champ de vitesse  $\{u, v\}(x, y)$  est légèrement modifié par le couplage (on peut noter une légère modification de la longueur d’onde et de l’amplitude relative), mais il conserve globalement les mêmes caractéristiques. Les déformées modales associées à l’instabilité du modèle couplé correspondent à celles d’une instabilité de type Kelvin-Helmholtz.

Comme pour la branche la plus instable, on peut comprendre l’origine des trois autres branches temporelles du modèle couplé, illustrées Figure 3.4, en diminuant le coefficient de couplage  $C$ . Pour  $C = 0$ , la relation de dispersion (3.14) est réduite à  $D_{fluide} D_{solide} = 0$ , et dans ce cas on peut en effet vérifier que deux branches se confondent avec les branches de Kelvin-Helmholtz en milieu borné, et deux correspondent à la solution de l’équation du couvert sans couplage  $\omega = \pm\sqrt{(\bar{r} + \bar{a}k^2)/m}$ , où l’effet de  $\bar{a}$  est ici négligeable. Chacune des quatre branches temporelles est ensuite modifiée quand le couplage est pris en compte. On peut en outre remarquer que la symétrie des branches autour de  $\omega = 0$  est perdue en

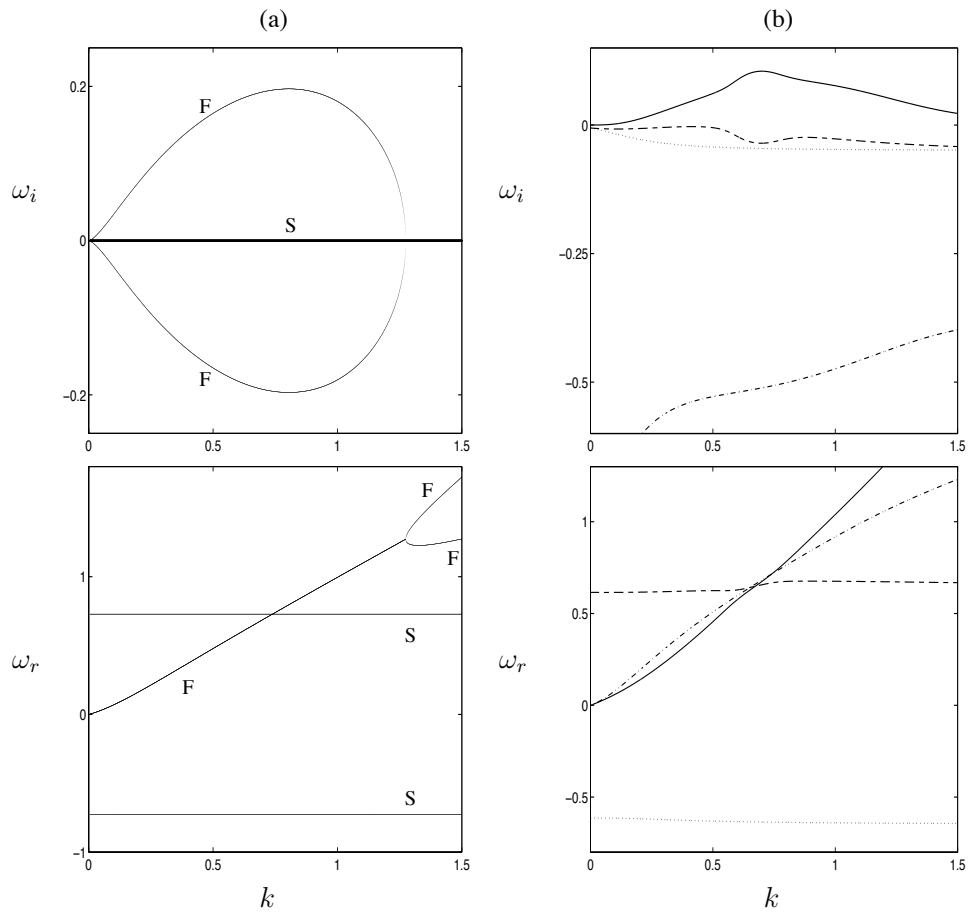


FIG. 3.4 – Les quatre branches temporelles issues de la relation de dispersion (3.14) : (a) cas découplé ( $C = 0$ ) : F dénote les branches issues du fluide, et S celles issues du solide). (b) cas couplé ( $C = 1$ ), avec correspondance entre la partie réelle et la partie imaginaire de chaque branche.

présence de couplage. Ceci est lié à la dissipation introduite par le couplage.

### 3.3.2 Effet du couplage

Nous avons montré que le modèle couplé est régi par une instabilité de type Kelvin-Helmholtz. Cependant, comme la branche la plus instable issue de (3.14) est déformée quand on fait varier le coefficient de traînée  $C$ , les propriétés de l'instabilité sont modifiées par la prise en compte du mouvement du couvert. On analyse ici quel est l'impact du couplage sur l'instabilité résultante.

Tout d'abord, le couplage induit une diminution du taux de croissance  $\omega_i(k)$ , et en particulier du taux de croissance maximal  $\omega_i^{max}$ , voir Fig. 3.2(a) : les effets dissipatifs sont en effet connus pour être stabilisant dans les couches de mélange (Panton, 1996). Le couplage fait également varier le nombre d'onde  $k^{max}$  menant au taux de croissance le plus élevé, Fig. 3.2(a) :  $k^{max}$  décroît ici d'environ 15%. Cette diminution de  $k^{max}$  avec le couplage est associée à une diminution de la fréquence temporelle associée  $\omega_r^{max} = \omega_r(k^{max})$ , voir Fig 3.2(b) et (c). La fréquence dominante de l'instabilité couplée est donc plus petite que la fréquence qui serait prédite si seule la stabilité du profil de vent était considérée. Enfin, le pic de la branche  $\omega_i(k)$  est plus étroit pour le modèle couplé que pour le cas découplé, voir Fig. 3.2(a). L'instabilité est donc plus sélective en terme de nombres d'onde quand les dynamiques du fluide et du solide sont couplées (ceci sera étudié plus en détail Figures 3.5(c) et 3.6).

Pour résumer, l'analyse de stabilité temporelle du modèle couplé fluide-structure a montré que le vent et le mouvement du couvert sont régis par une instabilité de couche de mélange modifiée. La prise en compte de la dynamique des plantes par l'effet de la force de traînée modifie les propriétés de l'instabilité. Pour essayer de comprendre comment le mouvement du couvert peut influencer le mécanisme de Kelvin-Helmholtz, on étudie dans la section suivante l'effet des propriétés mécaniques du couvert sur l'instabilité couplée.

## 3.4 Influence des propriétés du couvert sur l'instabilité couplée

### 3.4.1 Effet de la fréquence du couvert : un mécanisme d'accrochage

On étudie ici l'influence de la dynamique du couvert sur les propriétés de l'instabilité couplée. En gardant les autres paramètres constants, on fait varier la raideur en flexion adimensionnelle  $\bar{r}$  des plantes. Cela modifie les quatre branches temporelles issues de la relation de dispersion (3.14), et en particulier cela affecte la forme de la branche la plus instable  $\omega_i(k)$ . On regarde en particulier l'impact de la variation de  $\bar{r}$  sur le nombre d'onde le plus amplifié  $k^{max}$ , le taux de croissance correspondant  $\omega_i^{max}$  et la fréquence associée  $\omega_r^{max}$ . Les évolutions de  $\omega_i^{max}$  et  $\omega_r^{max}$  en fonction de la fréquence propre adimensionnelle du couvert,  $\bar{f}_0 = \sqrt{\bar{r}/\bar{m}}$ , sont illustrées sur la Figure Fig. 3.5. Notons que la courbe d'évolution de  $k^{max}$  en fonction de  $\bar{f}_0$  (non montrée) est équivalente à celle de  $\omega_r^{max}$ , car  $k^{max}$  et  $\omega_r^{max}$  sont pratiquement proportionnels l'un à l'autre (exactement proportionnels dans le cas de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz pure, où  $\omega_r^{max} \equiv k^{max}$  sur l'intervalle des  $k$  instables), voir Fig. 3.2(b) et(c).

Quand la fréquence propre  $\bar{f}_0$  est très petite ou très grande, le taux de croissance  $\omega_i^{max}$  et la fréquence  $\omega_r^{max}$  sont pratiquement constants par rapport à  $\bar{f}_0$ , voir Fig. 3.5. Dans l'intervalle entre  $\bar{f}_0 = 0.36$  et 1.24,  $\omega_r^{max}$  dévie soudainement de son régime asymptotique et se met à augmenter linéairement avec  $\bar{f}_0$ . Sur cet intervalle, la fréquence de l'instabilité vient donc *s'accrocher* sur la fréquence propre des plantes. Ce phénomène est identique en forme, mais distinct au niveau des mécanismes, à ce qui est communément observé en vibrations induites par détachement tourbillonnaire (Williamson & Govardhan, 2004). Le terme accrochage est donc utilisé dans la suite pour décrire ce phénomène. Sur ce même intervalle de  $\bar{f}_0$ , le taux de croissance de l'instabilité  $\omega_i^{max}$  est amplifié de manière continue, et atteint son maximum au centre de l'intervalle, pour  $\bar{f}_0 = 0.8$ , Fig. 3.5(a).

Les évolutions de  $\omega_r^{max}$  et  $\omega_i^{max}$  décrites ci-dessus sont dues à la déformation de la branche la plus instable issue de (3.14) quand on fait varier  $\bar{f}_0$ . En particulier, les changements soudains de la fréquence  $\omega_r^{max}$  montrés Fig. 3.5(b) se produisent quand, pour  $\bar{f}_0$  considéré, la branche la plus instable  $\omega_i(k)$  présente deux bosses d'amplification presque égale, voir par exemple Fig. 3.6(a). Quand on fait varier  $\bar{f}_0$ , une des bosses initialement moins amplifiée devient subitement plus amplifiée que l'autre, ce qui mène à un changement abrupt de  $k^{max}$ , et par conséquent de  $\omega_r^{max}$ . Cela explique aussi pourquoi les variations brutales, voire discontinues, de la fréquence sont associées à une modification continue du taux d'amplification.

La variation de la fréquence du couvert  $\bar{f}_0$  modifie également la largeur du pic de taux de croissance, notée  $\Delta k$ , de la branche la plus instable, voir Figure

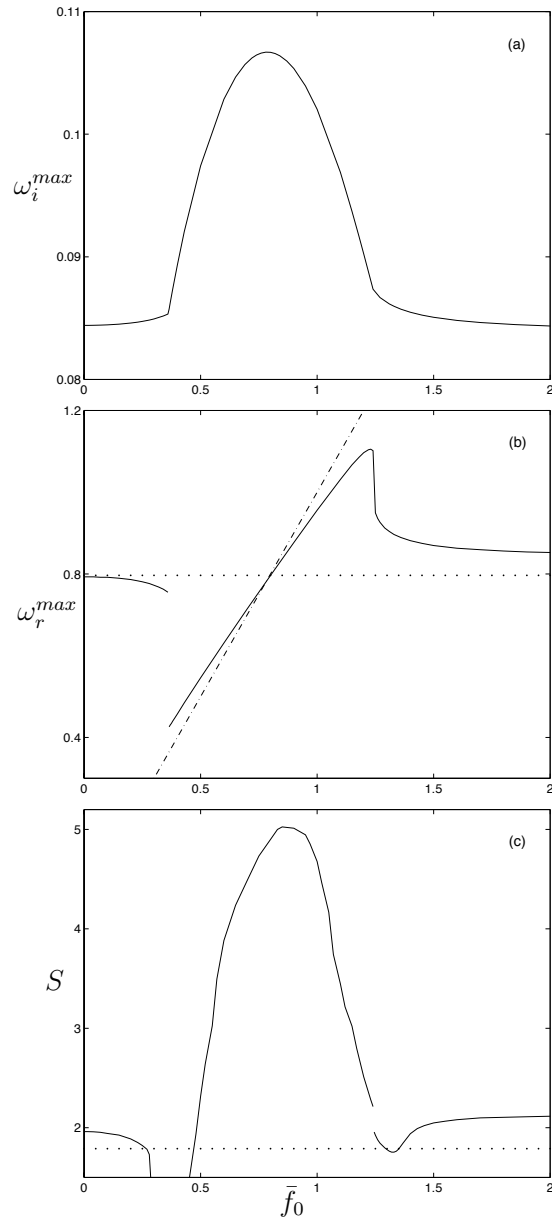


FIG. 3.5 – Evolution du taux de croissance  $\omega_i^{max}$ , de la fréquence  $\omega_r^{max}$  et de la sélectivité  $S$  de l'instabilité couplée en fonction de la fréquence propre du couvert  $\bar{f}_0$  montrant un mécanisme d'accrochage : (—) modèle couplé, (···) modèle découplé ( $C = 0$ ), (---) accrochage parfait  $\omega_r^{max} \equiv \bar{f}_0$ .

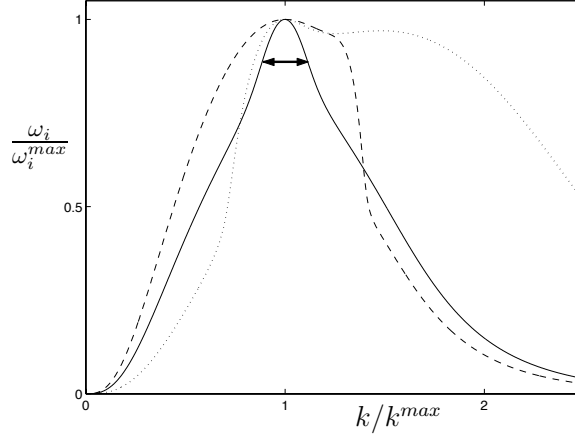


FIG. 3.6 – Branche instable normalisée pour différentes valeurs de la fréquence du couvert : ( $\cdots$ )  $\bar{f}_0 = 0.39$ , ( $—$ )  $\bar{f}_0 = 0.8$ , ( $- -$ )  $\bar{f}_0 = 1.3$ . La flèche représente la largeur du pic de taux de croissance,  $\Delta k$ .

3.6, et par conséquent affecte la sélectivité de l'instabilité en terme de nombres d'ondes. La largeur de pic  $\Delta k$  est définie comme une bande passante de nombre d'ondes pour laquelle le taux de croissance est au-dessus d'un certain niveau, ici  $\omega_i/\omega_i^{max} > 0.9$ , et est mesurée en terme de nombres d'ondes normalisés  $k/k^{max}$ . La sélectivité de l'instabilité,  $S$ , est calculée comme l'inverse de  $\Delta k$ . L'évolution de  $S$  en fonction de la fréquence du couvert  $\bar{f}_0$ , illustrée Figure 3.5(c), révèle que la sélectivité de l'instabilité augmente significativement dans l'intervalle d'accrochage, par rapport à sa valeur asymptotique, et par rapport au comportement du modèle découplé. De plus, la fréquence  $\bar{f}_0$  pour laquelle  $S$  atteint son maximum, c'est à dire pour laquelle l'instabilité couplée est la plus sélective, est approximativement égale à la fréquence du couvert menant au maximum du taux de croissance ( $\bar{f}_0 = 0.8$ ), voir Fig. 3.5(a) et (c). La variation de la sélectivité de l'instabilité et le mécanisme d'accrochage sont donc liés. Autrement dit, la modification de l'instabilité de couche de mélange par l'accrochage en fréquence mène donc à une instabilité couplée plus sélective.

Pour illustration, on montre Figure 3.7 l'allure des branches temporelles caractérisant un accrochage maximal, c'est à dire pour la fréquence propre de l'intervalle d'accrochage menant au taux de croissance maximal (ici  $\bar{f}_0 = 0.77$ , en considérant  $R = 0.8$ ). Seules les deux branches temporelles les plus amplifiées sont représentées : la branche présentant le taux de croissance le plus fort dérive de la branche instable de Kelvin-Helmholtz, et l'autre est issue de l'équation d'onde du couvert. Les parties imaginaires de ces deux branches ont une allure presque symétrique, présentant respectivement une bosse et un creux pour le même nombre d'onde. Autour de ce même nombre d'onde, les parties réelles correspondantes dévient chacune de leur direction principale d'évolution pour

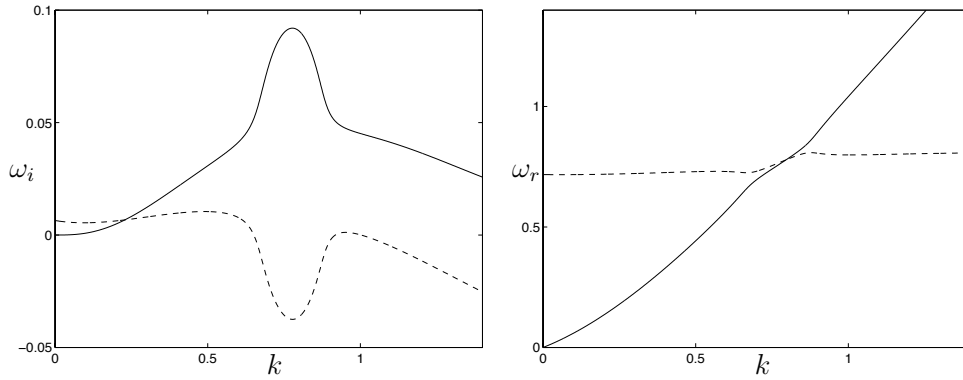


FIG. 3.7 – Forme des branches temporelles caractérisant un accrochage maximal. On ne montre ici que les deux branches les plus amplifiées.

adopter une pente intermédiaire et évoluer ensemble sur un petit intervalle. L'accrochage maximal correspond donc à une solution de la relation de dispersion (3.14) pour laquelle une solution fluide et une solution solide se couplent de manière particulière.

### 3.4.2 Robustesse du mécanisme d'accrochage

L'influence de la rigidité du couvert végétal sur la fréquence, la taux de croissance et la sélectivité de l'instabilité couplée a été illustrée précédemment pour un ensemble de paramètres particulier du modèle, les propriétés des plantes de luzerne données Table 2.1 et un coefficient de traînée  $C = 1$ . En fonction de la maturité des plantes par exemple, leur masse et géométrie peuvent varier. Cette variation est encore plus importante si l'on compare des plantes d'espèces différentes, voir par exemple la différence de masse entre le blé et la luzerne (Table 2.1). Pour voir si l'accrochage fréquentiel trouvé précédemment est un effet spécifique aux propriétés du champ de luzerne considéré, ou un mécanisme plus général, on fait maintenant varier les autres paramètres du modèle. On considérera deux effets : d'abord celui de l'inertie du couvert, à travers sa masse modale  $\bar{m}$ , puis le degré de couplage entre la dynamique du vent et le mouvement du couvert à travers le coefficient de traînée  $C$ .

#### Effet de la masse

Pour ce qui concerne la masse, on étudie l'influence de  $\bar{f}_0$  sur l'instabilité dans le cas d'un couvert lourd et dans le cas d'un couvert léger, voir Fig. 3.8(a). Pour cela, on considère arbitrairement une masse modale trois fois plus élevée que celle de la luzerne, puis une masse deux fois plus faible que celle du blé, ce qui permet de représenter en grande partie la variabilité des plantes de culture

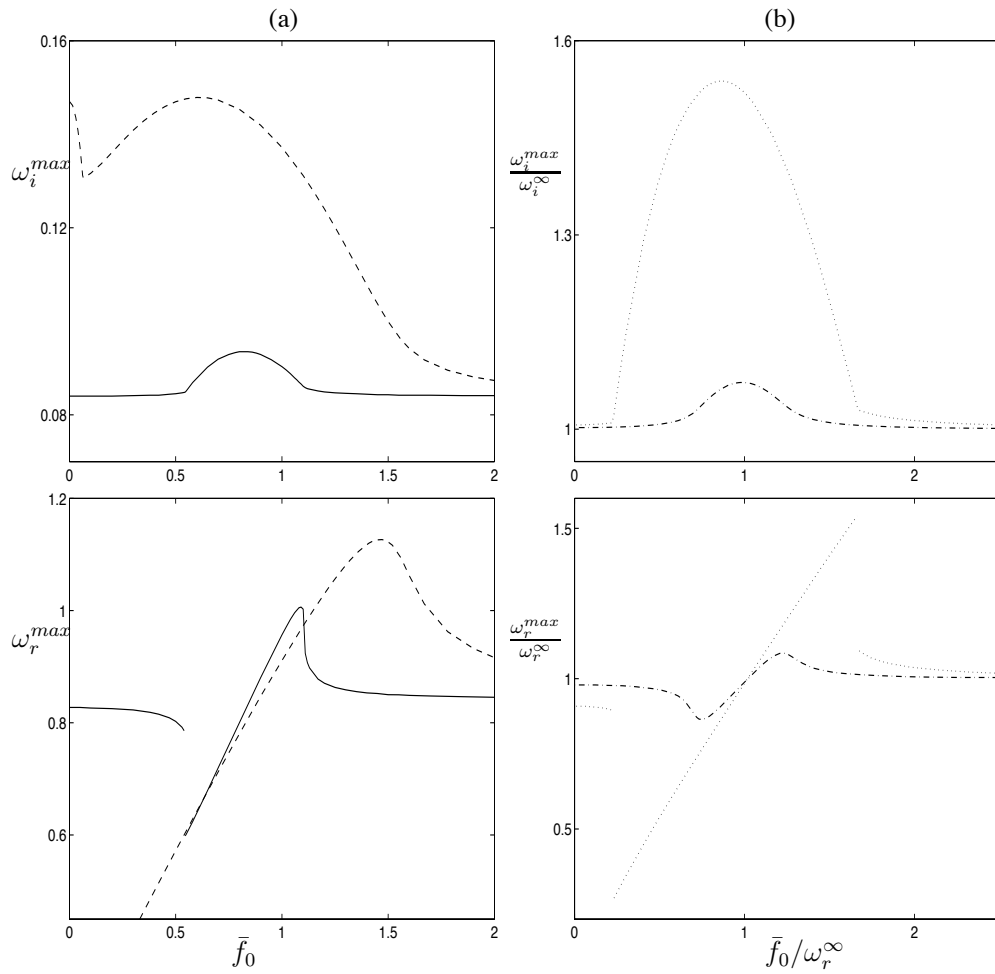


FIG. 3.8 – Effet de la masse du couvert et du coefficient de traînée sur les évolutions de  $\omega_i^{max}$  et  $\omega_r^{max}$  en fonction de  $\bar{f}_0$ . (a) (—) masse élevée  $\bar{m} = 0.25$ , (- -) masse faible  $\bar{m} = 0.01$ . (b) (- -) traînée faible  $C=0.5$ , ( $\cdot \cdot \cdot$ ) traînée forte  $C=1.5$ .



de cette taille. Dans les deux cas, on trouve un comportement de  $\omega_r^{max}$  et  $\omega_i^{max}$  en fonction de  $\bar{f}_0$  globalement similaire au cas précédent de la Fig. 3.5 : pour des valeurs intermédiaires de la fréquence du couvert  $\bar{f}_0$ , la fréquence de l'instabilité s'accroche sur  $\bar{f}_0$ , induisant une amplification du taux de croissance  $\omega_i^{max}$ , voir Fig. 3.8(a). Dans l'intervalle d'accrochage, la pente de variation de  $\omega_r^{max}$  par rapport à  $\bar{f}_0$  est plus forte dans le cas d'une masse élevée du couvert que dans le cas d'une masse faible. L'accrochage est plus marqué pour une masse élevée, mais persiste sur un intervalle de  $\bar{f}_0$  plus large quand le couvert est léger. Enfin, l'amplification du taux de croissance dû à l'accrochage est plus faible quand le couvert est lourd.

### Effet du coefficient de couplage

Considérant maintenant une masse donnée du couvert (celle de la luzerne), on étudie l'impact d'une variation du coefficient de couplage de traînée  $C$ . Jusqu'à présent, on avait considéré  $C = 1$ . On teste maintenant deux valeurs, respectivement plus élevée et plus faible. Faire varier le coefficient de traînée équivaut à faire varier la surface effective de chaque plante ( $Dh$ ) sur laquelle la force de traînée s'applique, et qui ne peut être estimée qu'imparfaitement. Les courbes d'évolution  $\omega_i^{max}(\bar{f}_0)$  et  $\omega_r^{max}(\bar{f}_0)$ , tracées Fig. 3.8(b) pour  $C = 0.5$  et  $C = 1.5$ , sont normalisées par les valeurs asymptotiques du taux de croissance et de la fréquence obtenues quand  $\bar{f}_0 \rightarrow \infty$  pour le  $C$  considéré, notées  $\omega_i^\infty$  et  $\omega_r^\infty$ . Ainsi, seul l'effet de  $C$  sur le mécanisme d'accrochage est représenté. Tout d'abord, la Fig. 3.8(b) montre que le mécanisme d'accrochage décrit précédemment pour  $C = 1$  persiste dans le cas d'une force de traînée plus élevée ou plus faible. L'intervalle d'accrochage de  $\bar{f}_0$  ainsi que la pente de variation de  $\omega_r^{max}$  par rapport à  $\bar{f}_0$  augmentent tous deux avec le coefficient de couplage  $C$ . L'amplification associée du taux de croissance, relative à  $\omega_i^\infty$ , augmente également avec  $C$ . Tout ceci suggère que plus les dynamiques du fluide et du solide sont couplées, plus l'oscillation du couvert végétal est capable de perturber, via le mécanisme d'accrochage, l'instabilité de Kelvin-Helmholtz résultant du profil de vent infléchi.

Pour les quatre cas illustrés sur la Figure 3.8, les variations de fréquence et du taux de croissance de l'instabilité sont associées à une diminution de la largeur du pic de taux de croissance  $\Delta k$  dans l'intervalle d'accrochage. Cette augmentation de la sélectivité de l'instabilité, liée au mécanisme d'accrochage, comme montré Figure 3.6, persiste donc pour des masses de plante et des coefficients de traînée différents.

### Bilan

Pour résumer, nous avons vu que la prise en compte du mouvement du couvert par la force de traînée modifiait l'instabilité : non seulement la dynamique du

couvert affecte les propriétés des ondes de type Kelvin-Helmholtz, mais nous avons également montré qu'elle pilotait le mécanisme d'instabilité sur une certaine zone de paramètres. Quand la fréquence du couvert est proche de la fréquence naturelle de l'instabilité, cette dernière dévie et vient s'accrocher sur la fréquence propre des plantes, induisant une intensification de l'instabilité et un renforcement de sa sélectivité. Ce mécanisme est robuste puisqu'on a montré qu'il persistait sur un large intervalle de masse et de coefficient de traînée.

### 3.5 Modèle élémentaire d'accrochage

Pour essayer de mieux comprendre le mécanisme d'accrochage par lequel la fréquence de vibration du couvert régit la fréquence de l'instabilité, on propose ici un modèle couplé plus simple. Dans le modèle complet (section 3.1), le couvert végétal est traité comme un ensemble continu d'oscillateurs mécaniques et son mouvement est lié à l'écoulement du vent par un couplage dissipatif par traînée. On a montré que ce modèle était régi par une instabilité de Kelvin-Helmholtz modifiée. En un point fixe de l'espace, les ondes de Kelvin-Helmholtz correspondent à une oscillation temporelle dont l'amplitude croît exponentiellement en temps. La dynamique temporelle de l'écoulement peut donc être schématiquement représentée, comme c'est le cas dans d'autres études d'accrochage en vibrations induites par détachement tourbillonnaire (Facchinetti *et al.*, 2004; de Langre, 2005), par un oscillateur fluide instable, noté  $\varphi(t)$ , doté d'une masse, d'une fréquence propre et d'un taux de croissance. En ce qui concerne le couvert, nous avons vu que les interactions élastiques entre oscillateurs étaient de faible importance, on peut donc le représenter par un seul oscillateur, noté  $q(t)$ . Les deux oscillateurs fluide et solide sont ensuite couplés par une force dissipative, représentant la traînée, et dépendant de la différence de leur vitesses respectives. Après normalisation par la masse et la fréquence du fluide, le modèle simplifié est régi par le système suivant d'équations couplées et linéarisées

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \xi \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \varphi = \alpha \left( \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \quad (3.21)$$

$$\mu \left( \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \Omega^2 q \right) = -\alpha \left( \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right), \quad (3.22)$$

où  $\xi$  est le taux d'instabilité adimensionnel de l'oscillateur fluide,  $\mu$  et  $\Omega$  la masse et la fréquence propre adimensionnelles du solide, et  $\alpha$  le coefficient de couplage.

Cherchant des solutions sous la forme  $(\varphi, q) = \text{Re}[(\hat{\varphi}, \hat{q})e^{-i\omega t}]$ , on aboutit à la relation suivante :

$$\mathcal{D}(\omega) = (-\omega^2 - i(\alpha - \xi)\omega + 1) \left( -\omega^2 - i\frac{\alpha}{\mu}\omega + \Omega^2 \right) + \frac{\alpha^2}{\mu}\omega^2 = 0. \quad (3.23)$$

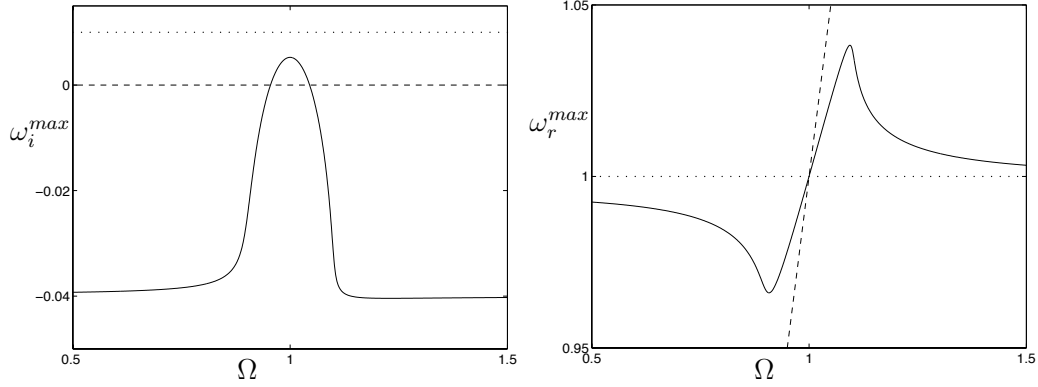


FIG. 3.9 – Taux de croissance et fréquence correspondant à la solution la plus instable du modèle couplé élémentaire (—) en fonction de la fréquence du solide  $\Omega$ . Comparaison avec les solutions de l'oscillateur fluide ( $\cdots$ ) et de l'oscillateur solide ( $- -$ ). ( $\alpha = 0.1$ ,  $\xi = 0.02$ , et  $\mu = 1$ ).

On s'intéresse à la solution la plus instable de (3.23), notée  $\omega = \omega_r^{max} + i\omega_i^{max}$ . Les évolutions typiques de  $\omega_i^{max}$  et  $\omega_r^{max}$  en fonction de la fréquence propre  $\Omega$  du solide sont tracées Figure 3.9 pour des valeurs arbitraires des paramètres. On retrouve avec ce modèle élémentaire les caractéristiques essentielles de l'accrochage en fréquence obtenu avec le modèle complet de couplage vent / couvert : sur un certain intervalle de la fréquence du solide  $\Omega$ , la fréquence la plus instable,  $\omega_r^{max}$ , dévie de son régime asymptotique et croît linéairement avec  $\Omega$ , ceci associé à une amplification du taux de croissance  $\omega_i^{max}$ , voir Fig. 3.9. Le maximum de taux de croissance, obtenu au centre de l'intervalle d'accrochage, est toujours atteint pour  $\Omega = 1$ . Cela signifie que l'instabilité couplée est la plus intense quand les fréquences du fluide et du solide sont égales.

En dehors de l'intervalle d'accrochage, pour  $\Omega$  petit ou grand par rapport à 1, la solution la plus amplifiée de (3.23) tend vers la solution de l'Eq. (3.21) quand  $\dot{q}$  est négligé, autrement dit l'instabilité correspond alors au mode fluide modifié par le couplage  $\alpha$ . Ce mode fluide instable s'accroche ensuite sur la fréquence d'oscillation du solide quand les fréquences fluide et solide sont proches l'une de l'autre.

Cet accrochage en fréquence persiste quand on fait varier les paramètres du modèle élémentaire, notamment la masse du solide et le coefficient de couplage, comme illustré Figure 3.10. La largeur de l'intervalle d'accrochage en  $\Omega$  augmente avec le coefficient de couplage  $\alpha$  et diminue avec la masse du solide  $\mu$ . La pente de variation de  $\omega_r^{max}$  avec  $\Omega$  ainsi que l'amplification relative de  $\omega_i^{max}$  augmentent tous deux avec  $\alpha$  et  $\mu$ . Ces résultats sont en accord avec les tendances du modèle complet, cf Fig. 3.8. On peut cependant remarquer que lorsque la masse de l'oscillateur solide est très élevée (par exemple le cas  $\mu = 1.5$ , Fig. 3.10), le système

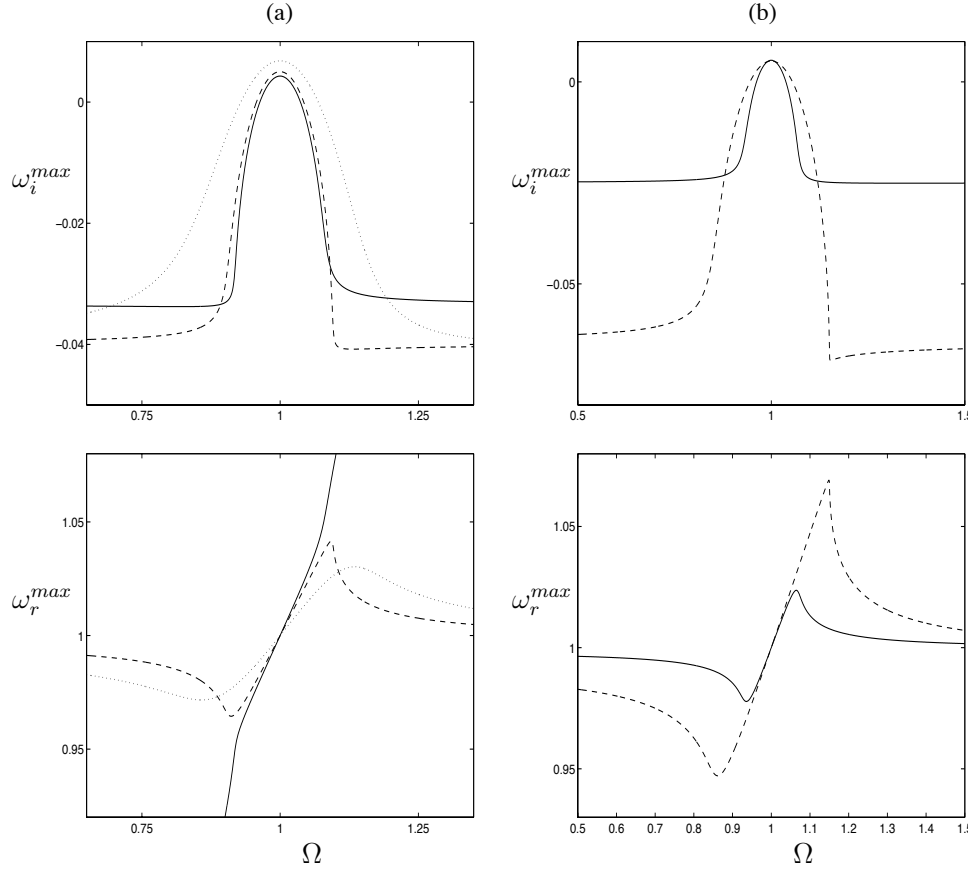


FIG. 3.10 – Effet de la masse et du coefficient de couplage sur l'accrochage du modèle élémentaire. (a) ( $\cdot \cdot \cdot$ )  $\mu = 0.5$ , ( $- -$ )  $\mu = 1.2$ , ( $-$ )  $\mu = 1.5$ . (b) ( $-$ )  $\alpha = 0.07$ , ( $- -$ )  $\alpha = 0.15$ .

est dominé, en dehors de l'intervalle d'accrochage, par un mode purement solide avec  $\omega_r \equiv \Omega$ . Ce comportement est spécifique au modèle à deux oscillateurs et n'est jamais obtenu avec le modèle complet vent / couvert.

Ce modèle élémentaire dans lequel deux oscillateurs, l'un instable, l'autre neutre, sont couplés permet de retrouver les caractéristiques principales de l'accrochage en fréquence régissant l'interaction vent / couvert. Il contient donc tous les ingrédients nécessaires à la compréhension du comportement du modèle complet. Nous pouvons donc affirmer que la modification de l'instabilité de type couche de mélange par la prise en compte du mouvement du couvert résulte principalement d'un jeu de couplage entre deux fréquences : la fréquence de vibration du couvert et la fréquence des ondes instables de Kelvin-Helmholtz, liées au profil de vent infléchi. Bien que la notion d'accrochage soit habituellement associée à

des phénomènes non linéaires, comme dans Facchinetti *et al.* (2004); Williamson & Govardhan (2004), elle correspond ici à un mécanisme linéaire que l'on peut facilement retrouver en couplant deux oscillateurs, comme c'est le cas dans de Langre (2005).

## 3.6 Comportement en dehors de l'accrochage

L'accrochage de la fréquence de l'instabilité couplée sur la fréquence propre de vibration des plantes se produit, par exemple, si l'on considère les paramètres de la luzerne ( $\bar{f}_0=0.77$  pour  $U=3$  ms<sup>-1</sup>), ou bien les paramètres du blé pour une vitesse de vent un peu plus élevée ( $\bar{f}_0=1.37$  pour  $U=4$  ms<sup>-1</sup>). Si les plantes du couvert considéré sont très rigides ou bien très souples, ou de manière équivalente si le vent est très fort ou bien très faible, c'est à dire pour des valeurs extrêmes de la fréquence normalisée du couvert  $\bar{f}_0 = 2\pi f_0/(U/\delta)$ , on se trouve en dehors de la zone d'accrochage, et l'instabilité couplée présente un comportement différent. Voir par exemple les régimes asymptotiques pour  $\bar{f}_0 \rightarrow \infty$  ou 0 sur les Figures 3.5 et 3.8. On étudie dans cette section ces régimes limites de l'instabilité couplée pour lesquels la dynamique du couvert est inhibée.

### 3.6.1 Couvert rigide

Lorsque les plantes sont extrêmement rigides, le mouvement du couvert est inhibé, ce qui mène à un régime limite du modèle couplé. La relation de dispersion (3.14) quand  $\bar{r} \rightarrow \infty$  devient

$$D_{fluide} + E = 0. \quad (3.24)$$

Les propriétés de l'instabilité dérivées de la résolution de (3.24) ne sont pas identiques à celles de l'instabilité découplée, c'est à dire solution de  $D_{fluide} = 0$ , voir Figure 3.11. Pour essayer de comprendre la nature de ce régime limite de l'instabilité couplée, on mène une analyse asymptotique de la relation de dispersion (3.24) du modèle rigide, en supposant le terme de couplage  $E$  petit. On utilise pour cela une approche inspirée de celle de Peake (1997) pour étudier l'effet de la dissipation sur le point de pincement d'un écoulement.

Supposons que le modèle rigide soit régi par la relation de dispersion suivante

$$D(k, \omega) + \epsilon E(k, \omega) = 0 \quad \text{avec } \epsilon \ll 1, \quad (3.25)$$

où  $D$  représente ici  $D_{fluide}$  pour alléger les notations. Soit  $(k_0, \omega_0)$  la solution la plus instable de  $D_{fluide}$ , c'est à dire

$$D(k_0, \omega_0) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \omega_i}{\partial k}(k_0, \omega_0) = 0. \quad (3.26)$$

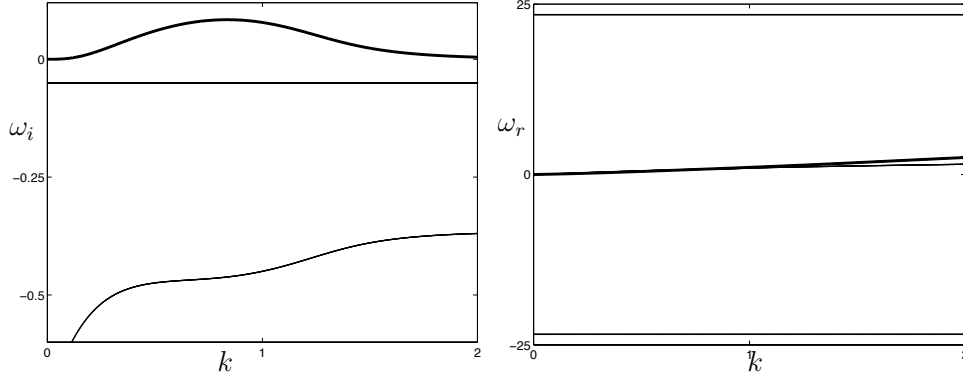


FIG. 3.11 – Allure des branches temporelles dans le cas d'un couvert végétal rigide ( $\bar{\tau} = 50$ ). En gras : la branche la plus amplifiée.

En présence de couplage, via le terme  $E$ , cette solution devient

$$k = k_0 + \epsilon \Delta k, \quad \omega = \omega_0 + \epsilon \Delta \omega, \quad \text{avec } \epsilon \ll 1, \quad (3.27)$$

avec  $(k, \omega)$  vérifiant

$$D(k, \omega) + \epsilon E(k, \omega) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \omega_i}{\partial k}(k, \omega) = 0. \quad (3.28)$$

Le développement au premier ordre de la relation de dispersion (3.25) autour de  $(k_0, \omega_0)$  donne une première équation reliant  $\Delta k$  et  $\Delta \omega$  :

$$\Delta k D_k + \Delta \omega D_\omega + E = 0, \quad (3.29)$$

où  $D_j$  représente la dérivée de  $D$  par rapport à  $j$ . Ensuite, dériver l'équation (3.25) par rapport à  $k$  mène à

$$\frac{\partial \omega}{\partial k} = -\frac{D_k + \epsilon E_k}{D_\omega + \epsilon E_\omega}, \quad (3.30)$$

expression que l'on peut à son tour développer au premier ordre autour de  $(k_0, \omega_0)$  :

$$\frac{\partial \omega}{\partial k}(k, \omega) = -\frac{D_k}{D_\omega} + \epsilon \left( -\frac{\Delta k D_{kk} + \Delta \omega D_{k\omega} + E_k}{D_\omega} + \frac{D_k(\Delta k D_{k\omega} + \Delta \omega D_{\omega\omega} + E_\omega)}{D_\omega^2} \right) \quad (3.31)$$

Notons que  $(k, \omega)$  est la solution la plus instable de (3.25), et à ce titre la partie imaginaire de  $\partial \omega / \partial k$  doit être nulle en  $(k, \omega)$ , cf Eq. (3.28). En utilisant la définition de  $(k_0, \omega_0)$ , Eq. (3.26), associée à l'équation (3.29), on en déduit que  $-D_k / D_\omega = \partial \omega / \partial k(k_0, \omega_0)$  a une partie imaginaire nulle. Par conséquent, dans

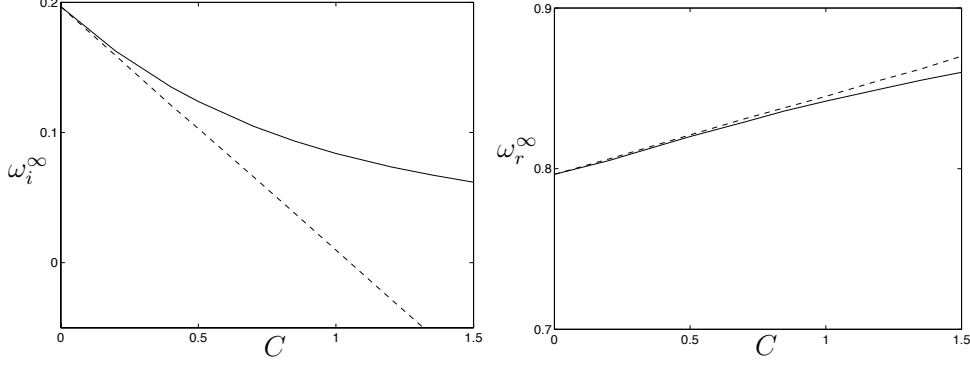


FIG. 3.12 – Taux de croissance et fréquence du modèle rigide en fonction du coefficient de couplage  $C$  : comparaison du résultat de l'analyse asymptotique (- -) avec la solution exacte de (3.24) (—). L'évolution du nombre d'onde est équivalente à celle de la fréquence.

l'équation (3.31), seul le second terme du membre de droite doit vérifier une partie imaginaire nulle. On aboutit donc à une deuxième équation reliant  $\Delta k$  et  $\Delta\omega$  :

$$\text{Im} \left[ -\frac{\Delta k D_{kk} + \Delta\omega D_{k\omega} + E_k}{D_\omega} + \frac{D_k(\Delta k D_{k\omega} + \Delta\omega D_{\omega\omega} + E_\omega)}{D_\omega^2} \right] = 0. \quad (3.32)$$

La résolution du système d'équations (3.29) et (3.32) permet enfin d'aboutir aux variations en  $k$  et  $\omega$  au premier ordre de la solution la plus instable, induites par le terme de couplage  $E$ . On obtient :

$$\Delta k = -\frac{\text{Im} [(ED_{k\omega}D_\omega - ED_kD_{\omega\omega} - E_kD_\omega^2 + D_kE_\omega D_\omega)/D_\omega^3]}{\text{Im} [(-D_{kk}D_\omega^2 + 2D_kD_{k\omega}D_\omega - D_k^2D_{\omega\omega})/D_\omega^3]}, \quad (3.33)$$

$$\Delta\omega = \frac{E + \Delta k D_k}{D_\omega}. \quad (3.34)$$

Il résulte de (3.34) l'expression de la fréquence dominant le modèle rigide dérivée de l'analyse asymptotique, soit  $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ . Sur la Figure 3.12, on compare le taux de croissance et la fréquence ainsi estimés avec les valeurs correspondant à la solution exacte de (3.24), en fonction du coefficient de couplage  $C$  considéré. L'approche asymptotique à  $C$  petit procure une bonne estimation des propriétés de l'instabilité du modèle rigide jusqu'à environ  $C = 0.7$ . La bonne précision de l'analyse asymptotique de (3.24) en supposant  $E$  petit montre que l'instabilité du modèle rigide correspond principalement à un mécanisme de Kelvin-Helmholtz ( $D_{fluide}$ ), mais légèrement affecté par le terme de couplage  $E$ .

Regardons maintenant quel est l'impact du couplage sur l'instabilité fluide. L'effet principal est de faire diminuer le taux de croissance de l'instabilité (Fig. 3.12) :  $E$  est en effet un terme dissipatif de la forme  $-iC'\omega$ , voir Eq. (3.18).

Le couplage fait également légèrement croître la fréquence et le nombre d'onde de l'instabilité. Cet effet est moins trivial : on s'attendrait en effet à ce que la fréquence diminue avec la dissipation (comme c'est le cas pour un oscillateur amorti) et non augmente comme c'est le cas ici. Si l'on considère le modèle rigide (3.24) avec  $\bar{h} \rightarrow \infty$ , c'est à dire en diminuant l'impact sur le système de la condition limite d'imperméabilité sur le sol, alors le couplage n'a plus d'influence sur la fréquence de l'instabilité : on trouve  $\omega_r^\infty$  constant par rapport à  $C$  (alors que  $\omega_i^\infty$  décroît toujours avec  $C$  mais à des valeurs plus élevées). La modification de la fréquence de Kelvin-Helmholtz par le couplage dans le cas d'un couvert rigide est donc liée à la hauteur finie de ce dernier. Notons que  $D_{fluide}$  est aussi lui-même affecté par la hauteur du couvert, voir la diminution de  $\omega_i^{max}$  de  $\bar{h} \rightarrow \infty$  à une valeur finie de  $\bar{h}$  sur la Figure 3.2(a), mais la fréquence la plus instable de  $D_{fluide}$  n'est pas modifiée par la valeur de  $\bar{h}$ .

Avant de conclure sur cette partie, on peut également remarquer que lorsque le couvert est très lourd ( $\bar{m} \rightarrow \infty$ ), la relation de dispersion générale du modèle (3.14) est réduite à la même forme que (3.24), et on obtient le même régime limite de l'instabilité que celui décrit ci-dessus. Que le mouvement du couvert soit inhibé parce qu'il est très rigide ou très lourd, la même forme d'instabilité couplée est obtenue.

En résumé, l'instabilité caractérisant le modèle quand le couvert végétal est très rigide peut être vue comme une instabilité de couche de mélange dans un milieu borné, perturbée par le couplage. La prise en compte de la présence du couvert rigide par le couplage induit un amortissement du taux de croissance et une augmentation de la fréquence et du nombre d'onde de l'instabilité, liée à une hauteur finie du couvert. Notons enfin que ces effets dissipatifs du couplage interviennent également dans le modèle général impliquant un couvert flexible mais sont petits par rapport aux variations induites par le mécanisme d'accrochage.

### 3.6.2 Couvert souple

L'autre manière d'inhiber la dynamique du couvert est de considérer au contraire des plantes extrêmement souples (ou réciproquement de considérer pour une même raideur des tiges un vent très fort). Quand la raideur adimensionnelle du couvert est nulle, on obtient deux comportements distincts du modèle couplé, suivant la masse modale des plantes considérée.

Lorsque la masse est assez élevée, la branche la plus instable issue de la relation de dispersion (3.14) avec  $\bar{r} = 0$  se confond avec la branche du mode rigide ou lourd décrit précédemment. Malgré une raideur nulle, l'effet d'inertie l'emporte ici sur celui de raideur, et le modèle est régi par une instabilité de Kelvin-Helmholtz en milieu borné avec dissipation. Cela correspond par exemple au comportement de la courbe  $\bar{m} = 0.25$  pour  $\bar{f}_0 \rightarrow 0$  sur la Figure 3.8(a).

Au fur et à mesure que l'on fait diminuer la masse des plantes, cette solution



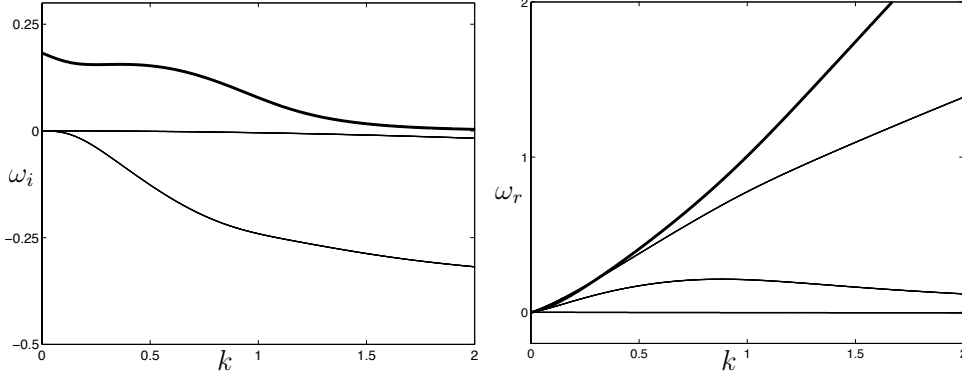


FIG. 3.13 – Allure des branches temporelles dans le cas d'un couvert végétal souple et léger ( $\bar{r} = 0$ ,  $\bar{m} = 0.01$ ). En gras : la branche la plus amplifiée.

de type rigide est modifiée, et fait place lorsque la masse modale est faible à une solution la plus instable obtenue pour  $k^{max} = 0$ , associée à une fréquence  $\omega_r^{max} = 0$ , voir les branches temporelles illustrées Figure 3.13. Cette solution correspond par exemple au comportement de la courbe  $\bar{m} = 0.01$  pour  $\bar{f}_0 \rightarrow 0$  sur la Figure 3.8(a). Ce mode instable à fréquence et nombre d'onde nulles est un mode de divergence, correspondant à un déplacement du couvert et à la perturbation associée du profil de vent homogènes en espace et constants en temps. Ce mode est instable parce que la force de traînée pousse sur le couvert, et celui-ci n'offre aucune résistance mécanique pour s'y opposer. Cela correspondrait physiquement à la verse de la culture, mais il ne faut pas considérer pour autant cette limite du modèle couplé comme un modèle de verse : pour étudier l'endommagement des cultures, les effets non linéaires ainsi que la stabilité structurelle de la tige et de l'ancrage racinaire doivent obligatoirement être pris en compte.

Notons que dans le cas irréaliste d'un couvert végétal complètement souple et léger ( $\bar{r} = 0$ ,  $\bar{a} = 0$  et  $\bar{m} = 0$ ), l'analyse de stabilité du modèle mène encore à un mode de divergence, et non à un mode proche de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz. Cela peut paraître à première vue surprenant. En effet, puisque lorsque le couvert n'a plus ni inertie ni raideur, il n'offre plus aucune propriété structurelle susceptible de modifier le mécanisme de Kelvin-Helmholtz. On pourrait donc s'attendre à ce qu'il suive passivement les perturbations imposées par le fluide. En fait, le modèle continue à imposer au mouvement du couvert, malgré sa souplesse, une déformée modale linéaire  $\chi(y) = y/h$ . Le couvert ne peut donc suivre en tout point  $y$  les perturbations imposées par le fluide, d'où la persistance de termes de couplages non nuls en  $u - \chi \partial q / \partial t$  dans les équations (3.7) et (3.10). Le mode de divergence obtenu pour  $\bar{r} = 0$ ,  $\bar{a} = 0$ ,  $\bar{m} = 0$  constitue une limite non physique du modèle, et montre que celui-ci ne serait pas adapté à l'étude de couverts extrêmement souples, comme certaines algues, pour lesquels l'hypothèse d'une

déformée modale linéaire ne convient pas. Dans les cas de plantes de culture, comme le blé et la luzerne étudiés ici, on a vu qu'un oscillateur avec déformée modale linéaire constituait un bon modèle, cf section 2.3.

Pour résumer, le régime limite du modèle couplé pour un couvert très souple correspond soit à une instabilité par divergence si les plantes sont légères, soit à une instabilité de type Kelvin-Helmholtz modifiée par la dissipation due à la traînée si les plantes sont lourdes. Notons cependant que le comportement du modèle dans cette limite est sans doute peu réaliste puisque, dans le cas d'un couvert très souple, l'hypothèse de petite déflexion du couvert devient discutable.

### 3.7 Conclusion

Nous avons réalisé dans ce Chapitre une analyse de stabilité linéaire temporelle d'un modèle couplant la dynamique du vent et le mouvement d'un couvert végétal. Il a été montré que le système couplé est régi par une instabilité de type Kelvin-Helmholtz résultant de l'inflexion du profil de vent moyen, mais que cette instabilité est modifiée par la prise en compte du mouvement des plantes par le terme de traînée. Cette modification résulte d'effets dissipatifs liés au couplage, mais surtout d'un jeu d'interaction entre la fréquence naturelle de Kelvin-Helmholtz et la fréquence propre de vibration des plantes. Sur un certain intervalle de paramètres, la fréquence de l'instabilité s'accroche sur la fréquence du couvert, induisant une amplification du taux de croissance et un accroissement de la sélectivité de l'instabilité couplée.