

Chapitre 1

Mesures Quantiques Non-Destructives

1.1 Introduction aux mesures quantiques

Le problème de la mesure en mécanique quantique est un sujet délicat, qui a été abondamment discuté dans la littérature depuis les débuts de la théorie quantique dans les années 1930, et l'est toujours de nos jours. Ceci doit vraisemblablement être attribué aux fortes implications philosophiques, donc non objectives, de ce problème, telles que par exemple la capacité de la physique quantique à décrire le monde réel. Nous n'allons certainement pas ici rentrer dans ce débat. Nous allons simplement résumer les concepts essentiels de la théorie de la mesure orthodoxe tels qu'ils ont été introduit par von Neumann [von Neumann 32].

1.1.1 La réduction du paquet d'onde

Soit $|\psi\rangle$ le vecteur d'état normé décrivant un système \mathcal{S} sur lequel on veut faire une mesure de l'observable \hat{A} . On suppose le spectre de \hat{A} discret. Le vecteur d'état $|\psi\rangle$ se décompose alors dans une base propre de \hat{A} suivant

$$|\psi\rangle = \sum_i c_i |\psi_i\rangle, \quad (1.1)$$

où les $|\psi_i\rangle$ forment une base d'états propre de \hat{A} , dont les valeurs propres sont a_i , c'est-à-dire que $\hat{A}|\psi_i\rangle = a_i|\psi_i\rangle$. On supposera, pour simplifier les notations, que les valeurs propres a_i sont non-dégénérées.

Les postulats de base de la mécanique quantique nous disent alors que le résultat d'une mesure de l'observable \hat{A} , sera une des valeurs propres a_i , et que la probabilité $P(a_i)$ d'obtenir la valeur a_i est donnée par

$$P(a_i) = |c_i|^2. \quad (1.2)$$

Le postulat de réduction du paquet d'onde de von Neumann stipule que l'état du système \mathcal{S} après une mesure de l'observable \hat{A} ayant donnée la valeur a_m , est décrit par le vecteur propre $|\psi_m\rangle$. On dit alors que le paquet d'onde, initialement

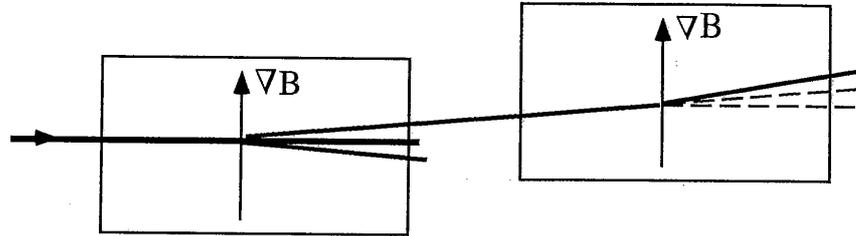


Figure 1.1: Deux dispositifs de Stern et Gerlach en série. Si le premier dispositif aiguille l'atome vers le haut, alors le deuxième en fera autant. Tous les angles sont supposés petits.

réparti sur la base des $|\psi_i\rangle$ selon l'équation (1.1), est réduit (ou projeté) sur le vecteur d'état propre $|\psi_m\rangle$ correspondant à la valeur a_m mesurée. Ceci correspond bien à notre intuition classique, si l'on considère, comme le fait Feynman [Feynman 79], deux dispositifs de Stern et Gerlach montés en série (voir figure (1.1)). Il semble alors clair, qu'une fois qu'on a mesuré la composante J_z d'un moment cinétique \vec{J} , c'est-à-dire dire que l'atome a été aiguillé dans une des voies du premier dispositif, le résultat donné par la deuxième mesure sera identique, c'est-à-dire que l'atome sera à nouveau aiguillé dans la même voie. Ce postulat est par contre moins intuitif lorsqu'il porte sur des systèmes spatialement étendus, et en particulier sur des systèmes à plusieurs particules.

Mis à part le cas dans lequel le système S est déjà dans un état propre de l'observable \hat{A} , la mesure modifie l'état quantique du système de façon indéterminée, et la projection du paquet d'onde apparaît donc comme un phénomène fondamentalement irréversible.

Il est à noter que ce postulat n'est pas toujours considéré dans la littérature comme un postulat de base, puisqu'il peut se déduire dans la plupart des cas des postulats fondamentaux [Hartle 68].

1.1.2 Mesures directes et indirectes

La distinction entre ces deux types de mesure a été introduite par von Neumann [von Neumann 32]. Nous allons nous inspirer ici des présentations de Wigner [Wigner 71], et de Braginsky [Braginsky 92].

Mesures directes

Une mesure directe est une mesure au cours de laquelle le système quantique S est annihilé ou voit son état quantique changé de manière arbitraire. Ceci se produit en particulier dès que le système interagit avec un dispositif classique, donc macroscopique, c'est-à-dire ayant un très grand nombre de degré de liberté ($\sim 10^{23}$). Le paquet d'onde initial est alors complètement "dilué" dans la taille macroscopique du détecteur, et de ce fait irrémédiablement perdu. Ce processus est donc irréversible. L'exemple type d'un dispositif de mesure directe en optique est un

photomultiplicateur, pour lequel on a une absorption (donc destruction) du photon, puis amplification du signal électrique, pour passer à l'échelle macroscopique.

Les mesures directes sont, en fait, la façon usuelle de faire passer de l'information du niveau quantique microscopique vers le niveau classique macroscopique qui est celui de l'expérimentateur.

Mesures indirectes

On considère maintenant que la mesure de l'observable \hat{A} sur le système \mathcal{S} se fait via un couplage avec un dispositif de mesure \mathcal{M} , qui est un objet quantique dont le vecteur d'état avant la mesure est $|\beta\rangle$. L'état du système $\mathcal{S} + \mathcal{M}$ avant la mesure est donc décrit par le vecteur d'état $|\psi\rangle \otimes |\beta\rangle$, produit tensoriel des deux vecteurs d'états. La première étape de la mesure est alors d'établir des corrélations entre les deux objets quantiques \mathcal{S} et \mathcal{M} . La deuxième étape consiste ensuite, une fois que \mathcal{S} et \mathcal{M} ont fini d'interagir, à effectuer une mesure directe de l'état quantique de \mathcal{M} .

Considérons, dans un premier temps, le cas où le système \mathcal{S} avant la mesure est déjà dans un état propre¹ $|\psi_m\rangle$ de valeur propre a_m de l'observable \hat{A} , la première étape du processus de la mesure indirecte peut se représenter de la façon suivante :

$$|\psi_m\rangle \otimes |\beta\rangle \rightarrow |\psi_m\rangle \otimes |\beta_m\rangle, \quad (1.4)$$

où $|\beta_m\rangle$ est un état du système \mathcal{M} dont la mesure directe va ensuite permettre à l'expérimentateur de conclure que le résultat de la mesure est a_m .

Dans le cas plus courant où l'état initial du système \mathcal{S} n'est pas un état propre de \hat{A} , la première étape du processus de mesure peut alors se représenter par

$$|\psi\rangle \otimes |\beta\rangle \rightarrow |\chi_{\mathcal{S},\mathcal{M}}\rangle, \quad (1.5)$$

où $|\chi_{\mathcal{S},\mathcal{M}}\rangle$ est un état non-factorisable décrivant l'ensemble $\mathcal{S} + \mathcal{M}$ après la mesure. Ce nouvel état traduit le fait que le processus de mesure a fait naître des corrélations entre \mathcal{S} et \mathcal{M} . Il faut bien noter que dans cette première étape aucune réduction du paquet d'onde n'a encore eu lieu, que ce soit pour \mathcal{S} ou pour \mathcal{M} , puisque il ne s'est rien passé d'autre qu'une interaction Hamiltonienne entre deux systèmes quantiques. La réduction du paquet d'onde de \mathcal{S} n'intervient que lors de la mesure directe de \mathcal{M} , qui permet de transcrire l'information acquise par \mathcal{M} sur \mathcal{S} sous une forme macroscopique pour la rendre intelligible à un expérimentateur.

Une illustration expérimentale de ce fait a été apportée par A. Aspect *et al* [Aspect 82] en réalisant des mesures de corrélations de polarisation sur des paires de photons émis par une cascade radiative. La mesure directe de la polarisation

¹Cet état propre n'est cependant pas forcément connu de l'expérimentateur, qui sait seulement que l'état de \mathcal{S} avant la mesure est un état propre quelconque de \hat{A} . Dans ce cas, l'état est en fait décrit par une matrice densité diagonale, et (1.4) devient

$$\sum_m p_m |\psi_m\rangle \langle \psi_m| \otimes |\beta\rangle \rightarrow \sum_m p_m |\psi_m\rangle \langle \psi_m| \otimes |\beta_m\rangle \langle \beta_m|. \quad (1.3)$$

La mesure est alors simplement un "tirage au sort" classique.

de l'un des photons réduit alors le paquet d'onde de l'ensemble des deux photons, garantissant ainsi le résultat de la mesure de la polarisation du deuxième photon.

Il est important de noter à ce stade que, dans le cas général, l'information acquise par \mathcal{M} et donc par l'expérimentateur, ne concerne que l'état du système \mathcal{S} juste après l'interaction, c'est-à-dire avant qu'il ait eu le temps d'évoluer librement, et ne préjuge en rien de l'état de \mathcal{S} au moment où la mesure directe sur \mathcal{M} sera faite, ou à un temps ultérieur.

Discussion

Voyons d'abord dans quelle catégorie de mesures se place le dispositif de Stern et Gerlach, considéré comme un système de mesure du spin d'un jet d'atomes. L'action du dispositif est de coupler les degrés de liberté externes de l'atome (impulsion, position) à son moment magnétique. Il existe alors à la sortie du dispositif des corrélations très fortes entre l'impulsion de l'atome et la valeur de son spin. Le système de mesure a donc établi des corrélations entre des grandeurs quantiques initialement indépendantes, ce qui correspond à la première étape d'une mesure indirecte. Il reste ensuite à détecter la déviation des atomes. Ceci peut être fait soit par une mesure directe au moyen d'un détecteur de position approprié, soit en ajoutant une étape supplémentaire avant la détection directe, en établissant de nouvelles corrélations entre l'impulsion ou la position de l'atome et un photon par exemple, ne faisant pas intervenir son spin. Remarquons également que tant que la mesure de position n'a pas été effectuée, il est possible en principe² de recombinaison les différents faisceaux au moyen d'un second Stern et Gerlach [Feynman 79], de façon à reconstruire l'état initial. Ceci démontre bien le caractère Hamiltonien, et donc réversible, de la première étape de la mesure.

On peut également se demander si cette classification des mesures quantiques en deux catégories n'est pas un peu restrictive. En effet, nous décrivons, à la fin de ce mémoire, une expérience dans laquelle nous avons détecté "directement" des photons en les absorbant dans une photodiode, pour ensuite les recréer dans un état propre du nombre de photon, correspondant au résultat lu de la mesure (aux efficacités quantiques près), et ceci grâce à une diode électro luminescente (cf. chapitre 5). Sur cet exemple, on s'aperçoit que l'information acquise lors d'une détection directe, peut également permettre de recréer un état quantique dans un état propre connu de l'observable mesurée. L'état propre dans lequel a été projeté le système \mathcal{S} n'est donc pas toujours irrémédiablement perdu.

1.2 Mesures quantiques non-destructives

1.2.1 Définition générale

La définition de Braginsky [Braginsky 92] pour les mesures quantiques non-destructives (QND) classe ce type de mesure dans les mesures indirectes. Soit \hat{A}

²En pratique, cette recombinaison est presque impossible à réaliser dans un Stern et Gerlach, mais peut par contre facilement être réalisée pour des mesures de polarisation sur des photons.

l'observable que l'on veut mesurer, et soit \hat{U} l'opérateur d'évolution de l'ensemble du système \mathcal{S} soumis à la mesure, et du dispositif de mesure \mathcal{M} , entre le début t_o et la fin t_f de la mesure. Cet opérateur est défini par :

$$|\xi_f\rangle = \hat{U}|\xi_o\rangle, \quad (1.6)$$

où $|\xi_o\rangle$ et $|\xi_f\rangle$ sont les vecteurs d'états de l'ensemble $\mathcal{S} + \mathcal{M}$, respectivement au commencement et à la fin de la mesure.

Une condition nécessaire et suffisante pour que la mesure de l'observable \hat{A} soit une mesure quantique non-destructive est que :

$$[\hat{U}, \hat{A}] = 0. \quad (1.7)$$

Cette condition impose que l'observable \hat{A} mesurée ait la même valeur au temps t_f de la fin de la mesure, qu'à l'instant t_o du début de la mesure, mais ne garantit en rien la valeur de cette observable à un instant autre, ce qui autorise des mesures QND "stroboscopiques" [Caves 80].

On peut préciser ici, que le seul cas pour lequel une mesure QND ne modifie pas l'état du système \mathcal{S} mesuré est lorsque le système \mathcal{S} est dans un état propre de \hat{A} avant la mesure, et ne subit alors pas de réduction du paquet d'onde.

Remarquons que si l'opérateur d'évolution \hat{U} est l'identité, c'est-à-dire si \hat{A} est une constante du mouvement, et si on n'agit pas sur le système \mathcal{S} , les conditions (1.7) pour une mesure QND sont remplies. Il est bien évident que la meilleure façon de ne pas perturber un système est de ne rien faire ! Ceci fait apparaître un problème important de cette définition, qui ne donne aucune condition sur la qualité de la mesure, et ne s'intéresse en fait qu'à la non-dégradation du système \mathcal{S} . L'évaluation de l'efficacité de la mesure sera une de nos préoccupations dans le chapitre 2 suivant sur les critères QND.

Cette définition s'avère (1.7), en fait, plus générale que nécessaire pour la plupart des situations expérimentales réelles, et ce sont ces conditions pratiques que nous allons maintenant présenter, en distinguant l'évolution propre de l'observable \hat{A} de son évolution couplée à \mathcal{M} . Cette distinction va nous amener à une condition sur l'évolution propre, permettant de définir des variables QND, puis à une deuxième condition portant sur l'interaction.

1.2.2 Définition pratique

On va introduire ici, deux conditions dont la conjonction est suffisante pour satisfaire la condition générale (1.7). La première de ces conditions porte sur l'évolution libre du système \mathcal{S} qu'on désire mesurer. La deuxième porte sur le couplage entre \mathcal{S} et le dispositif de mesure \mathcal{M} .

Variables QND

Une observable \hat{A} sera appelée *variable QND* si son évolution propre en représentation de Heisenberg la laisse inchangée, c'est-à-dire si

$$[H_o, \hat{A}] = 0, \quad (1.8)$$

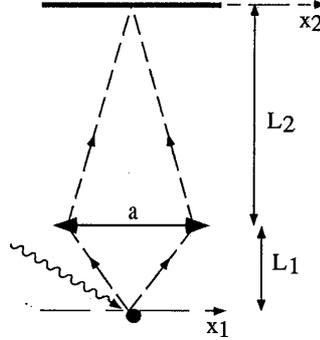


Figure 1.2: Microscope de Heisenberg.

où H_o est l'Hamiltonien du système S seul. \hat{A} est alors une constante du mouvement.

L'idée physique qui est derrière cette condition, est que l'excès de bruit sur l'observable canoniquement conjuguée de \hat{A} , imposé par l'inégalité de Heisenberg suite à la mesure de A , ne doit pas se retrouver impliqué dans l'évolution libre de \hat{A} . Nous allons illustrer ce point sur deux exemples, pris dans le livre de Braginsky [Braginsky 92].

Le microscope de Heisenberg

L'idée de Heisenberg pour mettre en évidence les limites quantiques sur la précision d'une mesure de la position d'un objet, macroscopique ou non, est la suivante. Imaginons que l'on veuille voir la position x_1 d'une particule de masse m en l'éclairant avec un photon de longueur d'onde λ , et en collectant le photon réfléchi avec une lentille de diamètre a située à une distance L_1 de l'objet, faisant une image sur une plaque photographique située à une distance L_2 de la lentille (cf. figure 1.2). Le grandissement de l'objectif ainsi réalisé est alors L_2/L_1 , et peut être choisi aussi grand que l'on veut, conduisant ainsi à une précision $\Delta x_2 = (L_2/L_1)\Delta x_1$ arbitrairement grande sur la détection du photon sur la plaque photographique, et ne sera donc pas une limite fondamentale. La précision, elle aussi arbitraire, avec laquelle on va mesurer la position x_1 de la particule est imposée par la diffraction due à l'ouverture angulaire $\theta = a/L_1$ de la lentille de collection, supposée petite pour simplifier les calculs, et est donnée par

$$\Delta x_{1_{mes}} = \frac{\lambda L_1}{4\pi a}. \quad (1.9)$$

Par contre, lors de la détection du photon sur la plaque photographique, on ne pourra pas savoir avec quelle impulsion il a quitté la particule, si ce n'est qu'il est passé par la lentille et a donc été réémis par la particule avec une incertitude sur

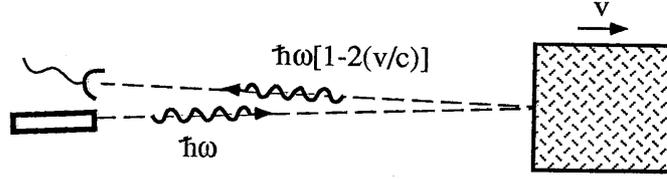


Figure 1.3: Velocimètre à effet Doppler de von Neumann.

la composante selon x de son impulsion

$$\Delta p_1 = \frac{\hbar}{\lambda} \theta = \frac{\hbar}{2\Delta x_1}. \quad (1.10)$$

Or on a bien sûr conservation de l'impulsion lors de la réémission du photon, et l'objet encaisse alors un recul dont la valeur moyenne non nulle va dépendre de manière tout à fait classique de l'angle d'arrivée des photons incidents, et dont l'incertitude fondamentalement quantique sera $\Delta p_{1\text{perturb}} = \Delta p_1$. Et conformément à la relation de dispersion de Heisenberg, on a bien

$$\Delta p_{1\text{perturb}} \cdot \Delta x_{1\text{mes}} \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (1.11)$$

Mais, et c'est ce qui est important pour les mesures QND, l'incertitude sur l'impulsion va devenir une incertitude sur la position ultérieure de la particule, puisque

$$x(t + \tau) = x(t) + \frac{p}{m} \tau. \quad (1.12)$$

La précision de la mesure de la position à l'instant t est aussi grande que l'on veut, mais l'incertitude sur l'impulsion, inversement proportionnelle d'après la relation de Heisenberg, va, lors de l'évolution libre faisant suite à la mesure, contaminer progressivement l'information sur la position de l'objet.

La conclusion de tout ceci est que la position d'une particule, n'est pas une observable QND, au sens où nous l'avons défini en (1.8), puisque l'évolution libre de la position dépend de l'impulsion, son observable conjuguée.

Le velocimètre à effet Doppler de von Neumann

Ce deuxième exemple est une expérience de pensée qui illustre une mesure quantique de la vitesse non-relativiste d'un objet macroscopique, utilisant l'effet Doppler. Le principe de ce dispositif est représenté sur la figure 1.3. On dispose d'une source d'états à un seul photon ayant une fréquence ω définie avec une précision $\Delta\omega$ arbitraire. Ces photons sont réfléchis à incidence quasi-normale sur un objet de masse m , en mouvement à la vitesse v , non-relativiste, selon cette direction. Afin de simplifier le calcul de cinématique classique, on suppose que l'impulsion mv de l'objet est arbitrairement grande par rapport à l'impulsion $\hbar\omega/c$ du photon, de telle sorte que la modification de la vitesse $v \sim 2\hbar\omega/(mc)$ puisse être rendue aussi petite que l'on veut par rapport aux fluctuations quantiques. On

admet qu'on peut ensuite détecter l'énergie des photons réfléchis de façon aussi précise que l'on veut. L'incertitude sur la mesure de la vitesse v de l'objet va donc être déterminée uniquement par l'incertitude initiale $\Delta\omega$ sur la fréquence des photons. On aura

$$\Delta v_{mes} = \frac{c}{2} \frac{\Delta\omega}{\omega} . \quad (1.13)$$

Il faut noter ici que, pour m suffisamment grand, la variation de vitesse $2\hbar\omega/(mc)$ de la masse m due au rebond du photon pourra bien être rendue inférieure à cette incertitude Δv_{mes} , et on aura bien $\Delta v_{mes} \gg 2\hbar\omega/(mc)$, comme annoncé plus haut. Mais le transfert classique d'impulsion, dû au rebond du photon, va se faire à un instant t dont l'incertitude est donnée par la moitié de la longueur temporelle minimum $\tau = 1/\Delta\omega$ du photon incident. La perturbation associée sur la position de la masse m , est alors donnée par

$$\Delta x_{perturb} = \frac{2\hbar\omega}{mc} \frac{\tau}{2} = \frac{\hbar}{mc} \frac{\omega}{\Delta\omega} , \quad (1.14)$$

et on retrouve bien la relation de dispersion de Heisenberg :

$$(m\Delta v_{mes}) \cdot \Delta x_{perturb} \geq \frac{\hbar}{2} \quad (1.15)$$

Mais la différence essentielle avec l'exemple précédent est que, dans ce cas, la perturbation sur la position, apportée par la mesure, n'est pas couplée à l'évolution libre de l'observable mesurée, puisque l'impulsion est une constante du mouvement d'une particule libre. L'impulsion d'une particule est donc une variable QND. On pourra ainsi connaître l'impulsion de la particule dans le futur, avec la précision de la mesure, qui est, du moins en principe, arbitrairement bonne car uniquement soumise à des contraintes techniques.

Dans la suite de ce mémoire, nous allons nous intéresser à des oscillateurs harmoniques, qui seront en pratique des modes du champ électro-magnétique, plutôt qu'à des masses libres. L'opérateur "nombre de quanta" $\hat{N} = a^\dagger a$ est alors un exemple simple de variable QND.

Interaction QND

Il nous faut maintenant compléter la définition de variable QND que nous venons de donner, par une condition pratique portant sur l'interaction entre le système \mathcal{S} et le dispositif de mesure \mathcal{M} .

Une condition suffisante pour que la mesure d'une variable QND, notée \hat{A} (cf. Eq. (1.8)), soit qualifiée de QND, est que cette mesure soit de type indirecte (cf. section 1.1.2), et que l'Hamiltonien d'interaction H_{int} entre \mathcal{S} et \mathcal{M} , ne perturbe pas l'observable \hat{A} mesurée, c'est-à-dire que

$$[H_{int}, \hat{A}] = 0 . \quad (1.16)$$

En conclusion, la mesure d'une observable \hat{A} sera dite QND, si \hat{A} commute à la fois avec l'Hamiltonien H_0 d'évolution libre de \mathcal{S} , et avec l'Hamiltonien H_{int}

de couplage entre \mathcal{S} et \mathcal{M} . Cette définition demeure cependant très formelle, car l'interaction \mathcal{S} - \mathcal{M} peut en pratique faire intervenir des degrés de liberté d'autres systèmes physiques. On doit alors se contenter d'essayer d'approcher cette définition idéalisée. Nous discuterons ceci plus en détail dans la suite de ce travail (*cf.* chapitre 2), en étudiant le cas particulier de deux modes du champ (\mathcal{S} et \mathcal{M}), couplés par des non-linéarités optiques obtenues dans des milieux atomiques ayant leurs propres degrés de liberté. On introduira alors des "critères QND" permettant de chiffrer expérimentalement l'écart entre l'expérience réelle et le modèle idéalisé décrit ci-dessus. Ces critères permettront, de plus, une évaluation de la qualité de la mesure, chose que les conditions que nous venons de décrire (générale ou pratique) ne prennent pas du tout en compte.

1.3 Différents régimes de mesures QND en optique

1.3.1 Le bruit de photon en optique

Le bruit de photon, dont l'origine est souvent faussement attribuée par les opticiens classiques à un processus aléatoire lors de la photodétection, est en fait une propriété intrinsèque de la lumière due à sa nature quantique.

Ce bruit est dû au fait que pour de la lumière naturelle ou laser, les quanta d'énergie de la lumière, ou photons, ne sont pas du tout corrélés entre eux, conduisant ainsi à un "bruit" lors de la détection de ces photons. Du fait de ce caractère complètement aléatoire de la distribution temporelle des photons, ce bruit a une statistique Poissonienne, c'est-à-dire que le nombre N de photons détectés pendant une fenêtre temporelle de durée T est une variable aléatoire ayant une statistique de Poisson. On a alors

$$\langle \delta N^2 \rangle = \langle N \rangle . \quad (1.17)$$

La variance du nombre de photon détectés est donc égale à sa moyenne.

Il apparaît donc que si on a à faire à de faibles nombre de photons, de l'ordre de quelques dizaines par exemple, les fluctuations relatives $\sqrt{\langle \delta N^2 \rangle} / \langle N \rangle = 1 / \sqrt{\langle N \rangle}$ ne permettent certainement pas de traiter ces fluctuations dans une approximation linéarisée. En revanche, si l'on effectue des mesures sur des faisceaux intenses, ce qui sera le cas dans ce mémoire, cette approximation sera tout à fait justifiée, et d'une grande utilité dans les calculs (*cf.* chapitre 3). Pour les mesures QND du nombre de photon, qui est bien une variable QND d'après la condition donnée en (1.8), on peut donc distinguer deux régimes très différents suivant la valeur moyenne du nombre de photons $\langle N \rangle$ que l'on mesure.

1.3.2 Régimes à faibles nombre de quanta

Une expérience de mesure QND du nombre de photons microondes (de l'ordre de 10) stockés dans une cavité de très grande finesse a été proposé par Brune *et al* [Brune 91][Brune 92] et est actuellement en cours de réalisation à l'ENS dans le

groupe de S. Haroche. L'intensité du champ électromagnétique dans la cavité est sondé par un jet d'atomes de Rydberg préparés dans une superposition cohérente d'états $|f\rangle + |e\rangle$. La cavité est accordée au voisinage d'une transition auxiliaire $|e\rangle - |i\rangle$, et l'état $|e\rangle$ est déphasé, au cours du passage de l'atome à travers la cavité, d'une quantité proportionnelle au nombre de photon N stocké dans la cavité. Ce déphasage est alors mesuré sur la transition $|f\rangle - |e\rangle$ par la technique des franges de Ramsey. L'information acquise par un seul atome ne permet qu'une estimation incomplète du nombre de photon, et ne conduit donc qu'à une réduction partielle du paquet d'onde. Mais l'information cumulée, apportée par une succession d'atomes traversant le même champ, conduit à une évolution progressive du paquet vers un état propre du nombre de photons.

On peut également mentionner une proposition d'expérience similaire par Holland *et al* [Holland 91], dans laquelle l'analyse de la figure de diffraction des atomes par l'onde électromagnétique stationnaire existant dans la cavité permet de remonter au nombre de photons contenus dans la cavité.

Ce type de mesure QND est très proche de l'idée originale de mesures quantiques non-destructives du nombre de quanta d'excitation d'un oscillateur harmonique [Caves 80], et fait ressortir de manière très fondamentale le processus d'une mesure en mécanique quantique. De plus, le faible nombre de quanta permet de se placer dans un espace de dimension raisonnable, autorisant de ce fait un calcul quantique exact, ne nécessitant pas de linéarisation.

1.3.3 Régimes linéarisés

Jusqu'à présent toutes les réalisations expérimentales de mesure QND ont été obtenues sur des faisceaux laser intenses [Levenson 86][LaPorta 89][Grangier 91b]. Le nombre de photons caractéristique de ce type d'expérience est de 3×10^{10} (Puissance de 1 mW pour une bande d'analyse de 100 kHz), ce qui donne des fluctuations relatives de $1/\sqrt{N} = 5 \times 10^{-6}$, qui autorisent alors, et on ne sait pas faire autrement, leur traitement dans une approximation linéarisée autour d'une valeur moyenne stationnaire. Les fluctuations de l'opérateur nombre de photons peuvent alors s'écrire,

$$\delta\hat{N} = \delta(\hat{a}^\dagger\hat{a}) = \hat{a}^\dagger\delta\hat{a} + \delta\hat{a}^\dagger\hat{a} . \quad (1.18)$$

A l'ordre zéro de fluctuations, on confond les opérateurs et leur valeur moyenne, que l'on peut de plus prendre réelle (*i.e.* $\langle\hat{a}\rangle = \langle\hat{a}^\dagger\rangle$) par un choix de l'origine des phases. On obtient ainsi,

$$\delta\hat{N} = \langle\hat{a}\rangle(\delta\hat{a} + \delta\hat{a}^\dagger), \quad (1.19)$$

qui peut encore s'écrire

$$\delta\hat{N} = \langle\hat{a}\rangle\delta\hat{X} \quad (1.20)$$

où $\delta\hat{X} = \delta\hat{a} + \delta\hat{a}^\dagger$ est la quadrature amplitude du champ électro-magnétique. Les fluctuations de l'opérateur nombre de photon deviennent alors proportionnelle à celle de l'opérateur amplitude. Dans le cadre de cette approximation linéarisée, la quantité $\delta Y = -i(\delta\hat{a} - \delta\hat{a}^\dagger)$ correspond à la phase.

Une autre différence importante de ce type d'expériences QND par rapport à celles dont on a parlé plus haut, est que les mesures sont effectuées sur des ondes

progressives et non pas sur des ondes stationnaires. On peut alors parler de faisceau entrant et de faisceau sortant, et raisonner en termes de lecture non-destructive d'une information transportée par une onde lumineuse. Cette vision des choses est donc assez proche de la problématique des limitations imposées par le bruit quantique dans un réseau de télécommunication optique. Et c'est plutôt dans cet esprit que nous considérerons les mesures QND tout au long de ce mémoire. En particulier l'expérience utilisant l'effet Kerr dans un jet atomique de sodium (*cf.* chapitre 4) s'inscrit dans ce cadre.

1.4 Duplicateurs quantiques

Nous faisons ici un paragraphe à part sur ce que nous avons appelé des duplicateurs quantiques. Ces systèmes s'inscrivent directement dans une logique de réseau de télécommunication à bas niveau de bruit. Leur caractéristique est de mesurer un faisceau signal entrant tout en produisant une copie amplifiée de ce faisceau. Cette caractéristique est bien entendu rédhibitoire pour espérer être classé comme système de mesure QND au sens original de Braginsky (*cf.* Eq.(1.7)). L'amplification optique est également soumise à des contraintes imposées par la mécanique quantique, mais il est cependant possible d'amplifier sans bruit une composante de quadrature, en utilisant un amplificateur dépendant de la phase (*cf.* Ref.[Caves 82]). La quadrature ainsi amplifiée sera alors bien moins sensible, lors de sa propagation, ultérieure à des pertes éventuelles [Yuen 86], et le transport de l'information sera de ce fait rendu plus robuste.

Un tel système, réalisant à la fois la mesure, et une amplification sans bruit d'un faisceau signal entrant a récemment été réalisé au Centre National d'Etude des Télécommunications par J.A. Levenson *et al* [Levenson 99]. Leur expérience, utilisant l'amplification paramétrique de type II dans un cristal de KTP en régime pulsé, a permis en fait d'obtenir deux copies amplifiées du signal entrant, l'une étant prise comme mesure, et l'autre comme signal sortant.

L'expérience, présentée à la fin de ce mémoire (chapitre 5), utilisant la détection par une photodiode, puis la réémission de la lumière via une diode électroluminescente, après amplification du courant intermédiaire, peut être aussi classée dans cette rubrique.

En outre, on peut mentionner que les duplicateurs quantiques satisfont tous les critères QND quantitatifs introduits dans la littérature [Holland 90][Grangier 92a], et présentés dans le chapitre suivant. Dans ce contexte, un dispositif QND selon la définition de Braginsky apparaît comme un cas particulier de duplicateur quantique, ayant un gain unité sur la voie signal, et un gain arbitraire sur la voie de mesure. On reviendra plus en détail et de manière plus quantitative sur ce point (*cf.* section 2.3.4).

1
2
3
4
5

6
7
8
9
10