

# Les systèmes élastiques désordonnés en général ...

*« L'ordre est le plaisir de la raison : mais le désordre est le délice de l'imagination. »*

PAUL CLAUDEL (Le Soulier de satin)

## 1.1 Introduction

Les systèmes élastiques désordonnés sont des systèmes physiques relativement différents en première approche, mais présentant en réalité des caractéristiques communes. Ces propriétés sont intimement liées au fait que tous ces systèmes sont décrits par les mêmes équations au niveau macroscopique. Les systèmes considérés peuvent se regrouper en deux grandes catégories : les interfaces (ou variétés) et les systèmes périodiques.

En ce qui concerne les interfaces, en voici une liste non exhaustive : les parois de domaines dans les ferromagnétiques et les ferroélectriques, la ligne de contact d'un fluide sur un substrat désordonné, le front d'imbibition d'un liquide dans un milieu poreux, la propagation de fronts de fracture. Pour ce qui est des systèmes périodiques nous pouvons citer les ondes de densité de charge, les réseaux de vortex dans les supraconducteurs de type II, les colloïdes, les bulles magnétiques, les cristaux de Wigner.

Dans tous ces systèmes il existe une structure interne élastique soumise aux effets du désordre existant dans le matériau. Cette structure "interne" est un objet unique dans le cas des interfaces alors que pour les systèmes périodiques elle correspond aux structures cohérentes se formant au sein des systèmes concernés. L'existence d'une énergie élastique au sein du système tend à ordonner la structure, pour une variété on aura alors un "lissage" de l'interface qui préfère être plate, alors que pour les systèmes périodiques nous aurons un réseau périodique des différents objets caractérisant le système. Le désordre quant à lui va s'opposer à cet équilibre en déformant la structure afin de minimiser l'énergie globale du système. Ce désordre peut être intrinsèque et provenir de défauts dans le matériau (impuretés, lacunes ...) ou bien extrinsèque en étant créé artificiellement par l'expérimentateur.

## 1.2. DEUX TYPES DE STRUCTURES

---

Une compétition entre l'élasticité du système et le désordre s'installe alors et conduit à un problème d'une grande richesse de par son aspect vitreux : le paysage énergétique du système n'est pas trivial et présente de nombreux états métastables. De plus, et pour compliquer encore un peu le problème, une caractéristique propre à tous ces systèmes élastiques désordonnés provient du fait qu'ils peuvent être mis en mouvement en leur appliquant une force extérieure : la présence du désordre va donc modifier leur mouvement naturel obtenu en absence de ce dernier.

Nous sommes naturellement amenés à nous demander quelles sont les propriétés statiques et dynamiques de tels systèmes ? Pour ce qui est des propriétés d'équilibre nous pouvons nous demander comment varient les déplacements d'une interface avec la distance, ou bien qu'en est-il de l'ordre translationnel concernant les structures périodiques ? Et lorsque le système est hors-équilibre comment se met-il en mouvement, quelle est la nature de la phase en mouvement, la température joue-t-elle un rôle important sur sa dynamique ? etc ...

Ces questions, en apparence anodines, sont essentielles d'un point de vue expérimental étant donné les applications industrielles possibles. Deux exemples pertinents sont la création et le contrôle des parois de domaines de différentes aimantations dans les ferromagnétiques, omniprésents dans les espaces de stockage magnétique (disques durs principalement), ou encore le contrôle des vortex dans les supraconducteurs de type II afin de les piéger et d'éviter ainsi toute dissipation d'énergie néfaste à l'état supraconducteur, avec pour application évidente le transport de courant sans perte par effet Joule.

## 1.2 Deux types de structures

Dans cette section nous allons présenter différents systèmes élastiques partageant les caractéristiques communes citées dans l'introduction. Nous tenterons d'avoir une approche principalement phénoménologique en insistant surtout sur les aspects microscopiques des différents systèmes présentant des observations expérimentales similaires.

### 1.2.1 Interfaces

Nous commençons par présenter diverses réalisations expérimentales pouvant être décrites par le modèle d'interfaces élastiques en milieu aléatoire. Nous nous intéresserons principalement aux parois de domaines dans les ferromagnétiques et ferroélectriques, puis la ligne de contact d'un fluide sur un substrat désordonné et enfin nous verrons les fronts de fracture dans les matériaux hétérogènes.

#### 1.2.1.1 Parois de domaine ferromagnétique/ferroélectrique

##### **Ferromagnétiques**

Un matériau ferromagnétique est un matériau possédant une aimantation spontanée, c'est-à-dire que son aimantation a une valeur finie même lorsque le champ magnétique appliqué est nul. Les matériaux ferromagnétiques les plus courants sont le fer, le cobalt,

## 1.2. DEUX TYPES DE STRUCTURES

---

le nickel et certains alliages. Selon la température du matériau une transition de phase est attendue théoriquement : en dessous d'une température "critique" appelée *température de Curie*  $T_c$ , une phase ferromagnétique apparaît où les moments magnétiques des atomes sont alignés parallèlement entre eux et créent ainsi une aimantation macroscopique spontanée. Pour des hautes températures avec  $T > T_c$  le matériau se trouve dans une phase paramagnétique où l'énergie thermique apportée est plus forte que l'interaction d'échange générant ainsi une orientation aléatoire des moments magnétiques et donc une aimantation macroscopique nulle. Pour avoir une idée de l'ordre de grandeur de la température de Curie on peut retenir que  $T_c = 1043 \text{ K}$  *i.e.* environ  $770^\circ\text{C}$  pour le fer.

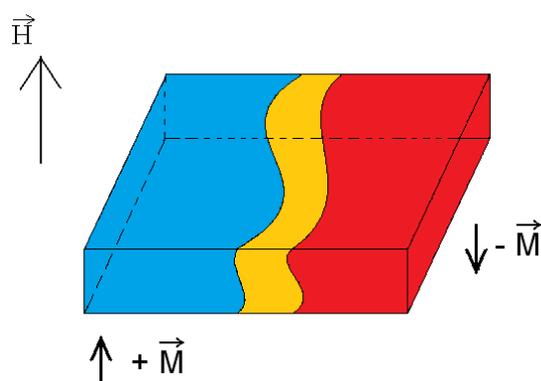


FIGURE 1.1 – Représentation schématique de deux domaines magnétiques de différentes aimantations séparés par la paroi de domaine.

En réalité dans la phase ferromagnétique des régions d'aimantation homogène, appelées *domaines de Weiss* existent, séparées par des interfaces que l'on nomme *parois de Bloch*. Imaginons deux domaines magnétiques d'un matériau ultramince à anisotropie uniaxiale (un seul axe de facile aimantation) ayant chacun une aimantation de même direction mais de sens opposé comme sur la figure 1.1. En appliquant un champ magnétique à cet échantillon nous aurons alors un retournement des moments magnétiques du domaine ayant une aimantation de sens opposé au champ magnétique. Le retournement des moments magnétiques va commencer au niveau de l'interface entre les deux domaines (ou par les bords de l'échantillon) afin de minimiser la variation d'énergie. Lorsque la valeur du champ magnétique appliqué augmente, les moments magnétiques s'orientent progressivement dans la direction du champ induisant ainsi un déplacement de la paroi de domaine. Ainsi en faisant varier le champ magnétique appliqué nous arrivons à contrôler le déplacement de la paroi des domaines magnétiques.

Comme on peut le voir sur l'exemple de paroi de domaine magnétique [1] de la figure 1.2, la paroi n'est pas plate mais présente une rugosité due à la présence de désordre magnétique (par exemple des défauts intrinsèques qui proviennent d'irrégularités dans la structure à l'échelle nanométrique du film, entre autres les cristallites et leurs frontières etc ... ou bien des défauts extrinsèques à une plus grande échelle (mésoscopique) tels que des impuretés ...). Cette frontière entre deux domaines d'aimantations différentes est un exemple expérimentalement accessible de la rugosité d'une interface élastique où la force

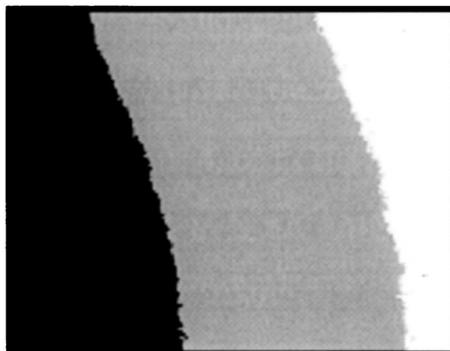


FIGURE 1.2 – Image (d’une taille de  $90 \times 72 \mu m^2$ ) montrant le déplacement magnétique obtenue par imagerie magnéto-optique Kerr dans un film ultra-fin bidimensionnel de Pt/Co/Pt [1]. La partie noire représente le domaine original et la partie grise montre la surface balayée par la paroi de domaine pendant  $111 \mu s$ .

élastique provient de l’interaction d’échange et le champ magnétique permet de déplacer la paroi dans le milieu désordonné. On se rend compte ici que la compréhension du phénomène de piégeage de l’interface, et donc de sa rugosité, possède un intérêt industriel évident : un lissage de la paroi qui sépare les différents domaines permettant de représenter les bits informatique optimiserait l’efficacité des supports magnétiques tels que les disques durs.

### Ferroélectriques

Les matériaux ferroélectriques présentent des caractéristiques qui ne sont pas sans rappeler celles des ferromagnétiques, c’est pourquoi le vocabulaire utilisé pour les ferroélectriques leur a été en majeure partie emprunté. Nous profiterons de cette analogie pour présenter brièvement les ferroélectriques.

Un matériau ferroélectrique est un matériau possédant un moment dipolaire électrique permanent. Tout comme pour les ferromagnétiques, il existe une transition de phase au sein de tels matériaux : à basse température ils présentent une polarisation macroscopique spontanée (somme vectorielle des moments dipolaires microscopiques) et le système se trouve dans la phase dite ferroélectrique, alors que pour des températures supérieures à une température dite de *Curie ferroélectrique*  $T_c$ , les moments dipolaires sont orientés de façon aléatoire et la polarisation est nulle, le système est dans la phase paraélectrique. Un champ électrique extérieur peut être appliqué pour orienter les moments dipolaires dans le même sens. La ferroélectricité ne se rencontre que dans quelques structures cristallines particulières telles que les pérovskites (par exemple  $BaTiO_3$  qui possède une température de *Curie* ferroélectrique  $T_c \simeq 400 K$ ). Lorsque le matériau est dans un état ferroélectrique les moments dipolaires s’ordonnent spontanément dans des directions déterminées par la structure cristalline et créent des domaines ferroélectriques présentant une polarisation spontanée et dont l’orientation varie d’un domaine à l’autre.

Prenons par exemple une couche mince de PZT ( $Pb(Zr, Ti)O_3$ ) orientée suivant l’axe cristallographique  $c$  dont la croissance a été réalisée par épitaxie sur un substrat conduc-

## 1.2. DEUX TYPES DE STRUCTURES

---

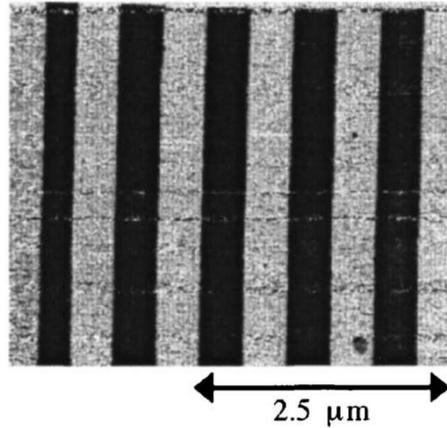


FIGURE 1.3 – Image obtenue par microscopie à force piézoélectrique (PFM) de domaines ferroélectriques de largeur  $(925 \pm 15)nm$  réalisés par microscopie à force atomique (AFM) [2].

teur. Ce matériau ferroélectrique est une pérovskite présentant une polarisation électrique spontanée pour  $T < T_c$ . Des défauts présents dans la couche mince génèrent du désordre dans l'échantillon et par là-même un potentiel désordonné pour le système. Dans cette couche mince la polarisation est alignée dans la direction de l'axe  $c$ , et peut être renversée en appliquant une différence de potentiel au travers d'une pointe AFM (Microscope à Force Atomique) appliquée la surface de l'échantillon et en utilisant le substrat comme électrode de masse : on polarise ainsi les différents domaines électriques du matériau ferroélectrique. La visualisation des domaines de polarisation à l'échelle nanométrique a été effectuée par microscopie à force piézoélectrique (PFM) qui est une technique de microscopie utilisant l'effet piézoélectrique inverse. On peut voir une image de plusieurs domaines ferroélectriques séparés par des parois de domaines sur la figure 1.3. En observant en détail l'interface séparant deux régions de polarisation différente on se rend compte qu'elle n'est pas plate mais présente une certaine rugosité. Ces parois de domaines ferroélectriques sont donc un autre exemple expérimental d'interfaces élastiques en milieu désordonné (voir par exemple les références [2, 3, 4]).

Les ferroélectriques présentent un large champ d'applications depuis les condensateurs grâce à leur forte constante diélectrique, au stockage de l'information dans les FRAM (Ferroelectric Random Access Memory) qui présentent un faible temps d'accès et une faible consommation électrique. En effet il est plus facile d'écrire des données grâce à un champ électrique plutôt qu'un champ magnétique de par la moindre énergie nécessaire à l'application du champ. De plus le champ électrique est plus localisé et permet de miniaturiser les composants électroniques en insérant plus d'éléments de mémoire en leur sein.

A titre de remarque nous précisons qu'une thématique de recherche est en plein essor sur ce sujet en utilisant à la fois les caractéristiques du ferromagnétisme et de la ferroélectricité dans des composés dit *multiferroïques* pour lesquels quatre états distincts (deux états

## 1.2. DEUX TYPES DE STRUCTURES

---

d'aimantation et deux états de polarisation) existent pour les éléments de mémoire au lieu des deux habituels. On pourrait ainsi imaginer des mémoires magnétiques contrôlables par application d'un champ électrique. Pour plus d'informations sur ce sujet nous conseillons au lecteur de se référer aux articles de revues et aux références associées [5, 6].

### 1.2.1.2 Ligne de contact d'un fluide sur un substrat désordonné

Un autre exemple pertinent d'interface pouvant être modélisé par un système élastique désordonné est le cas de la ligne de contact d'un fluide sur un substrat désordonné. Lorsque l'on dépose un liquide sur une surface solide, il peut "s'accrocher" de différentes façons sur cette dernière : soit il va s'étaler complètement sur la surface et on dit que le liquide est mouillant, soit il va former des gouttes plus ou moins sphériques caractérisées par un angle de contact  $\theta$  avec la surface et on parle de situation de mouillage partiel. Ainsi le mouillage est total si l'angle de contact est nul  $\theta = 0$ , le mouillage est partiel si  $\theta < 90^\circ$  et enfin le liquide est non mouillant si  $\theta > 90^\circ$  (c'est le cas typique du mercure qui présente un angle de contact sur le verre de  $140^\circ$  par exemple, ou encore des gouttes d'eau sur les plumes de canard qui possèdent une substance grasse hydrophobe à leur surface). La condition d'équilibre pour l'angle de contact dépend du liquide, du solide (la surface qui sert de support) et de l'air environnant : on pose  $\gamma$ ,  $\gamma_{sg}$  et  $\gamma_{sl}$ , définissant respectivement les tensions superficielles des interfaces liquide/gaz, solide/gaz et solide/liquide. On peut utiliser la relation de Young-Dupré pour relier l'angle de contact d'équilibre  $\theta_{eq}$  aux tensions superficielles :  $\gamma \cos(\theta_{eq}) = \gamma_{sg} - \gamma_{sl}$ . Cependant cette description n'est valable que pour le cas d'une surface lisse et homogène. En réalité une surface ordinaire présente des imperfections (rugosités ou inhomogénéités chimiques) générant ainsi du désordre pour l'interface.



FIGURE 1.4 – Image obtenue par une caméra CCD de la ligne de contact de l'eau sur un substrat désordonné réalisé à partir de défauts de chrome (de taille  $10 \times 10 \mu m$ ) déposés sur une plaque de verre, et apparaissant en clair sur la partie sèche [7].

Une réalisation expérimentale du déplacement d'une telle interface sur un substrat désordonné peut être trouvée dans les références [7, 8]. L'image 1.4 présente l'expérience de la référence [7]. Le substrat utilisé est une plaque de verre recouverte de motifs de chrome déposés aléatoirement par un procédé de photolithographie. Les liquides utilisés sont de l'eau et une solution aqueuse de glycérol à 70% en masse, possédant tous les deux une tension superficielle similaire de  $\gamma = 70.10^{-3} N.m^{-1}$ . La plaque de verre a ensuite été plongée partiellement dans le liquide.

### 1.2.1.3 Front de fracture dans les matériaux hétérogènes

Un dernier exemple d'interface élastique dans un milieu aléatoire est donné par la propagation de fronts de fracture dans les matériaux hétérogènes. C'est un cas que l'on rencontre quotidiennement et ce à toutes les échelles. La propagation d'une fracture dans un matériau élastique idéal et homogène est décrit par la théorie "classique" de la mécanique de la rupture : dans cette situation le front de fracture reste rectiligne au cours de sa propagation et avance continument. Cependant cette description n'est pas toujours réaliste car tous les matériaux présentent des inhomogénéités (défauts ponctuels, microstructure non homogène etc ...). Au niveau de la zone d'endommagement du matériau on observe un front de fracture qui possède une rugosité et qui n'avance plus de façon continue mais par avalanches.

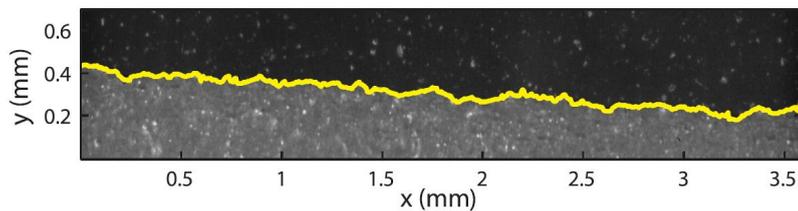


FIGURE 1.5 – Image enregistrée par une caméra rapide présentant la propagation d'un front de fracture interfacial entre deux blocs de plexiglas transparents. Le matériau intact apparaît en noir alors que la zone grise correspond à la partie fissurée, la ligne jaune représente l'interface séparant les deux régions [9].

Par exemple dans [9], un sablage de deux blocs de plexiglas transparents collés à chaud sous pression a été réalisé. Le sablage permet de générer un désordre dans le système par l'introduction de défauts aléatoires. En sollicitant le matériau afin de créer une zone d'endommagement et grâce à une caméra CMOS (capteur photographique dont l'acronyme signifie "Complementary Metal Oxide Semiconductor") il a été possible de visualiser la propagation de la fracture générée. On voit bien sur la figure 1.5 que l'interface séparant la région fracturée de celle intacte présente de la rugosité et n'est pas plate. Pour plus d'informations sur ces systèmes nous renvoyons le lecteur aux références [9, 10] et aux références associées.

Les applications de ces études sont multiples, on peut citer le blocage de micro-fissures dans des matériaux en plaçant des points forts à des endroits spécifiques en son sein, ou bien à une échelle plus grande une meilleure compréhension des déclenchements des tremblements de terre (voir par exemple [11, 12]).

## 1.2.2 Structures périodiques

Nous allons dorénavant nous concentrer sur le cas des structures périodiques élastiques plongées dans des milieux désordonnés. En effet ces systèmes qui possèdent une structure interne élastique sont, tout comme les interfaces, plongés dans un désordre provenant de divers défauts apparaissant dans les composés, que ce soit naturellement lors de leur élaboration ou bien de par la volonté des expérimentateurs (pour certains systèmes cela présente

## 1.2. DEUX TYPES DE STRUCTURES

alors un intérêt technologique). Nous allons présenter brièvement le cas des ondes de densité de charge, les cristaux de Wigner et celui des réseaux de vortex dans les supraconducteurs de type II (comme notre étude portera sur ces derniers par la suite, nous n'entrerons pas dans les détails techniques pour le moment).

### 1.2.2.1 Ondes de densité de charge

Une onde de densité de charge (ODC) est un état possible d'un métal de faible dimensionnalité dans lequel la densité d'électrons de conduction et les positions atomiques sont modulées spatialement. La réalisation d'une onde de densité de charge se fait principalement dans les matériaux possédant une structure cristalline et électronique très anisotrope : le "bronze bleu"  $K_{0.3}MoO_3$  ou encore  $NbSe_3$ . Pour comprendre une onde de densité de charge on modélise un métal quasi-unidimensionnel par une chaîne d'atomes équidistants. Les états possibles pour les électrons de conduction forment une structure de bandes dans laquelle seuls les états jusqu'au niveau de Fermi  $\epsilon_F$  (et de vecteur d'onde  $k_F$ ) sont occupés (voir figure 1.6a).

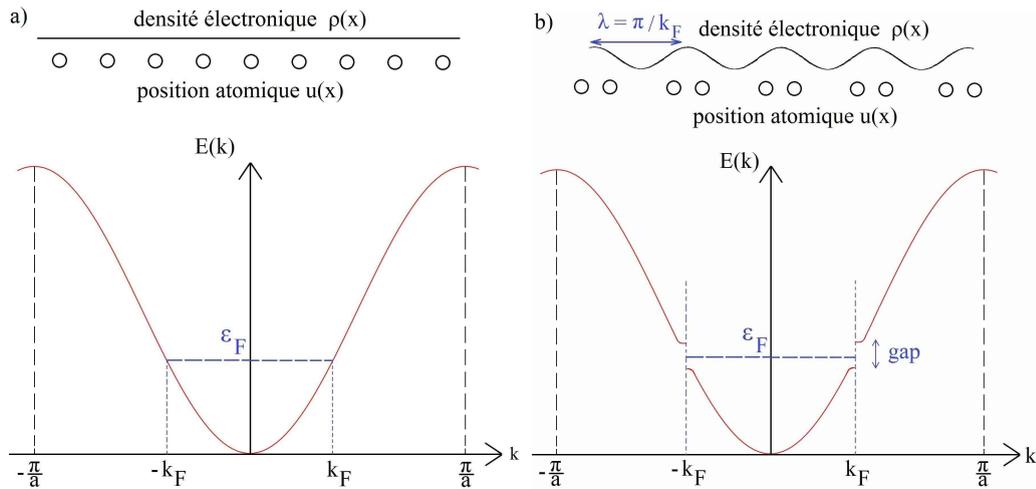


FIGURE 1.6 – Représentation schématique de l'énergie  $E(k)$  en fonction de la norme du vecteur d'onde pour un métal unidimensionnel dans l'état métallique (figure a) et dans l'état onde de densité de charge (figure b) avec l'ouverture du gap en énergie. A titre d'indication visuelle nous avons représenté la chaîne d'atomes et la densité électronique équivalente.

Cependant dans les métaux quasi-1D à basses températures, lorsque l'on prend en compte l'interaction électron-phonon, le coût en énergie élastique pour effectuer une modulation des positions atomiques est plus faible que le gain d'énergie des électrons de conduction : *Peierls* a montré qu'une modulation de la position des atomes dans le réseau sous la forme  $u(x) = u_0 \cos(2k_F x + \phi)$  avec le vecteur d'onde de valeur  $2k_F$  (et donc de longueur d'onde  $\lambda = \frac{\pi}{k_F}$ ) et  $u_0$  l'amplitude de déplacement des atomes, produit l'ouverture d'un gap d'énergie à  $k = \pm k_F$  résultant en une diminution d'énergie des états occupés en dessous de  $\epsilon_F$  et donc en une réduction de l'énergie électronique totale (voir figure 1.6b).

## 1.2. DEUX TYPES DE STRUCTURES

---

On comprend alors que la distorsion du réseau d'atomes devient énergétiquement favorable puisque l'énergie gagnée par le fait d'ouvrir d'un gap est plus importante que le coût énergétique pour réarranger les atomes. Il en résulte donc une modulation de la densité de charge électronique que l'on appelle onde de densité de charge. A hautes températures, le gain d'énergie électronique est réduit par l'excitation thermique des électrons à travers le gap, ainsi l'état métallique devient stable. Cette transition de phase entre l'état ODC et l'état métallique est connue sous le nom de transition de *Peierls*. On peut décrire l'état onde de densité de charge par un paramètre d'ordre complexe  $\psi(x) = \Delta(x) \exp(i\phi(x))$  avec  $\Delta(x)$  précisant la taille du gap en énergie et la phase  $\phi(x)$  détermine la position de l'ODC par rapport au réseau sous-jacent.

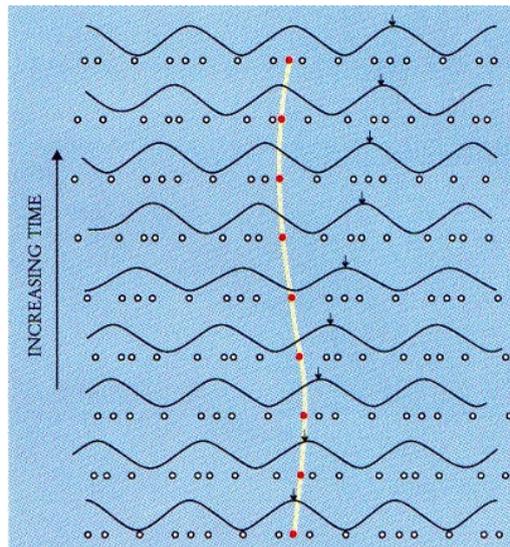


FIGURE 1.7 – Représentation schématique du mouvement d'une onde de densité de charge suite à l'application d'un champ électrique. Différents instantanés de la densité électronique et de la position des atomes sont représentés : on observe un "glissement" de l'ODC avec le réseau résultant en un transport collectif de charge.

Lorsqu'un champ électrique est appliqué à l'échantillon, l'onde de densité de charge va se mettre en mouvement (voir figure 1.7) en glissant sur le réseau d'atomes et créer un transport collectif de charges. Cependant les impuretés et les défauts du réseau génèrent du désordre qui va piéger l'onde de densité de charge jusqu'à une valeur "critique" du champ électrique  $E_c$  appliqué. Pour  $E > E_c$ , l'onde de densité de charge se dépiège pour se mettre en mouvement.

Les ODC sont d'un intérêt technologique avec différentes applications possibles dans l'industrie électronique telles que par exemple les condensateurs, ou encore les nouveaux processeurs basés sur les ODC à la place des courants électriques pour encoder les données permettant de ce fait de réduire la consommation électrique et d'augmenter la vitesse de la prochaine génération d'ordinateurs [13]. Les ODC sont également d'un grand intérêt théorique puisqu'elles permettent d'avoir un modèle relativement simple pour étudier les structures périodiques en présence de désordre. Pour plus d'informations à ce sujet nous

conseillons au lecteur de se référer à des articles tels que [14] ou bien encore [15] et les références associées.

### 1.2.2.2 Cristaux de Wigner

L'idée afférente aux cristaux est un arrangement d'atomes sur un réseau existant pour des températures suffisamment basses, et qui se transforme en liquide lorsqu'on augmente sa température. Il est légitime de se demander si un tel système peut exister pour un arrangement d'électrons au lieu d'atomes. C'est en 1934 que *E. Wigner* a prédit théoriquement l'existence d'une cristallisation possible d'électrons à suffisamment basse densité [16], appelée *cristal de Wigner*. Il a cependant fallu attendre les années 1970 pour observer expérimentalement une telle configuration d'électrons à la surface de gouttes d'Hélium refroidies à très basses températures [17].

Considérons un système d'électrons à basse densité et posons  $r$  la distance moyenne entre ces derniers. L'énergie potentielle provenant de l'interaction Coulombienne décroît typiquement comme  $e^2/r$  avec  $e$  la charge de l'électron, alors que l'énergie cinétique est de l'ordre de  $\hbar^2/(2mr^2)$ . Ainsi pour des faibles densités d'électrons, et donc de grandes distances  $r$  entre eux, l'énergie potentielle est faible mais l'énergie cinétique est encore plus faible. Pour trouver l'état fondamental d'un tel système il faut alors minimiser l'énergie potentielle et un réseau cristallin d'électrons est naturellement attendu. On peut le comprendre également en se rappelant qu'à basses températures si la densité d'électrons n'est pas suffisamment faible, comme c'est le cas pour les électrons libres dans les métaux par exemple, alors leurs fonctions d'ondes se recouvrent de façon significative. En revanche pour des faibles densités d'électrons on peut négliger le recouvrement des fonctions d'ondes et les électrons peuvent être vus comme des objets classiques qui s'organisent pour former un cristal.

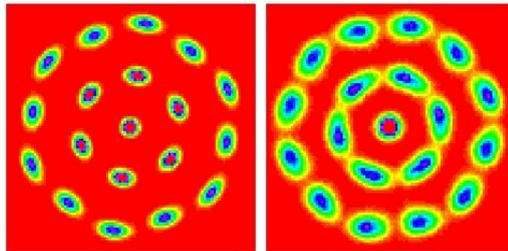


FIGURE 1.8 – Résultat numérique obtenu pour un système de 19 électrons dans une couche  $2D$  à basse température et confinés dans un potentiel à symétrie sphérique [18] : on observe un cristal de Wigner possédant 6 voisins.

Nous présentons en figure 1.8 un exemple d'image obtenue lors de simulations numériques sur les cristaux de Wigner [18]. Ce cristal est très compliqué à observer expérimentalement, il n'est stable qu'à de très faibles densités, si la densité augmente alors l'énergie cinétique également et le cristal peut alors fondre. De plus la présence de désordre via des impuretés chargées emmène les électrons en des positions différentes des sites du réseau afin de minimiser leur énergie et risque de détruire le réseau. Les observations expérimentales ont été faites sur des systèmes d'électrons à la surface d'Hélium liquide refroidie à

## 1.2. DEUX TYPES DE STRUCTURES

---

basses températures ne présentant pas de désordre, ou encore dans des hétérojonctions *GaAs/GaAlAs* sous fort champ magnétique où un gaz d'électrons bi-dimensionnel apparaît à la surface du semiconducteur. Une réalisation à l'échelle macroscopique d'un cristal de Wigner a été proposée [19, 20] où des billes millimétriques chargées électriquement sont dans un potentiel de piégeage contrôlé. De nombreuses études ont également été réalisées numériquement pour les cristaux de Wigner et nous renvoyons le lecteur intéressé sur des articles traitant de la thématique, tels que [21, 22].

Les études portées sur de tels systèmes d'électrons présentent un intérêt industriel en ce qui concerne la miniaturisation d'appareils électroniques : les électrons qui transportent le courant électrique pourraient ainsi être piégés en un réseau rigide de façon contrôlable et le système deviendrait un isolant, cela permettrait de créer des commutateurs ou des transistors de petite taille.

### 1.2.2.3 Réseaux de vortex dans les supraconducteurs de type II

Un supraconducteur est un matériau présentant des propriétés inattendues lorsqu'il est refroidi en dessous d'une température dite *critique*  $T_c$ . Les deux effets les plus flagrants sont la conduction d'électricité en leur sein avec une résistance nulle n'offrant ainsi pas de perte énergétique par effet Joule, et l'expulsion des champs magnétiques appliqués à l'échantillon permettant par exemple la lévitation magnétique. Les supraconducteurs peuvent être classés en deux catégories : les supraconducteurs "conventionnels" de type I regroupant principalement les corps purs et présentant une  $T_c$  très faible (de l'ordre de 4,2K pour le mercure *Hg* par exemple) ou bien les supraconducteurs de type II tels que les céramiques à base d'oxydes de cuivre, dites cuprates, avec des  $T_c$  bien plus élevées ( $T_c = 92K$  pour *YBaCuO*). Outre la température, il existe d'autres facteurs critiques permettant l'existence de la supraconductivité : le courant critique  $I_c$  passant dans l'échantillon et le champ magnétique critique  $H_c$  appliqué au matériau.

L'explication théorique de la supraconductivité pour les supraconducteurs classiques est bien comprise par la théorie BCS proposée en 1957 et pour laquelle ses auteurs *John Bardeen, Leon Neil Cooper et John Robert Schrieffer* obtinrent le prix Nobel de physique en 1972. Sans rentrer dans des explications techniques, il faut comprendre que les électrons du matériau se regroupent pour former des *paires de Cooper* et dont l'attraction est due à l'interaction électron-phonon. Pour ce qui est des supraconducteurs plus "exotiques" tels que les cuprates à hautes températures critiques l'origine de l'attraction des électrons n'est pas encore connue mais des indices indiquent une interaction magnétique entre les électrons (une interaction électron-magnon jouerait alors le même rôle que l'interaction électron-phonon dans les supraconducteurs conventionnels [23]).

La particularité des supraconducteurs de type II est qu'ils présentent une zone supplémentaire par rapport aux type I dans leur diagramme de phase appelée état mixte comme représenté sur la figure 2.3 (ou encore phase de Shubnikov), dans laquelle le champ magnétique extérieur réussit à pénétrer dans le matériau sous forme de tubes de flux magnétique que l'on appelle vortex (rappelons que sous certaines conditions les supraconducteurs de type I sont soit en phase *Meissner* avec exclusion totale du champ magnétique dans le

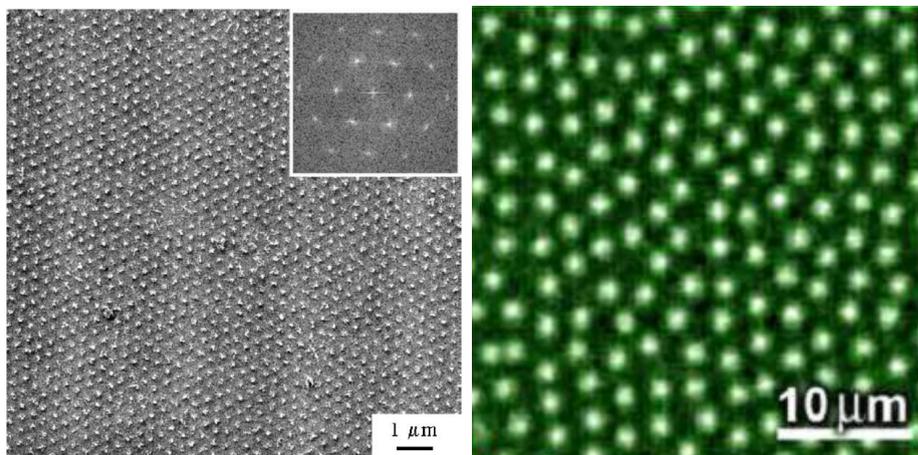


FIGURE 1.9 – Image de gauche : image du réseau de vortex dans un cristal de  $MgB_2$  d'environ  $T \approx 6K$  sous un champ magnétique de  $200\text{ Oe}$  obtenue par décoration Bitter. Le réseau est triangulaire comme le montre l'image de l'espace réel (figure principale) et de l'espace réciproque en insert, obtenue par FFT (transformée de Fourier rapide) [24]. Image de droite : image magnéto-optique du réseau de vortex dans un cristal de  $NbSe_2$  refroidi à  $4.3K$  sous champ magnétique de  $3\text{ Oe}$  [25]

matériau, soit en phase normale se comportant comme un métal classique). Si le matériau est parfait on s'attend théoriquement à un agencement des vortex sous la forme d'un réseau d'*Abrikosov* provenant de l'interaction électromagnétique entre les vortex [26], cependant la présence de défauts dans les matériaux ou encore le bombardement aux ions lourds génèrent un désordre qui piège les vortex et déforme la structure périodique afin de minimiser l'énergie du système.

La figure 1.9 montre la structure triangulaire du réseau de vortex dans  $MgB_2$  [24] et  $NbSe_2$  [25] refroidis sous  $T_c$  et soumis à un champ magnétique extérieur. Les applications des supraconducteurs sont nombreuses et d'un fort impact technologique, on peut citer entre autres l'imagerie par résonance magnétique IRM où le champ magnétique puissant est produit par une bobine supraconductrice, la détection de faibles champs magnétiques par l'utilisation de SQUID [27] (Superconducting Quantum Interference Device), les trains à lévitation magnétique avec une vitesse record de  $581\text{ km/h}$  pour le *MagLev* au Japon, les accélérateurs de particules ou encore les lignes de transmission sans perte énergétique.

### 1.3 Ingrédients d'un système élastique désordonné

Pour modéliser des systèmes élastiques désordonnés quelques éléments de base sont nécessaires : nous aborderons dans un premier temps les différents espaces existants, puis nous présenterons comment on peut modéliser l'élasticité et le désordre au sein de ces systèmes.

### 1.3.1 Dimensionnalité

Les variétés ou les structures périodiques sont considérées comme des systèmes élastiques dont l'espace interne est de dimension  $d$ , plongés dans un espace total plus grand de dimension  $D$ , et qui peuvent se déplacer le long de directions transverses dans un espace de dimension  $N$ . Notons  $\vec{r} \in \mathbb{R}^d$  les coordonnées internes du système, qui décrivent la position d'une particule dans le système périodique ou encore la position le long de la variété, et  $\vec{x} \in \mathbb{R}^N$  les coordonnées transverses que peut parcourir le système. Afin de décrire ses déplacements par rapport à la position d'équilibre nous devons définir un champ de déplacement  $\vec{u}(\vec{r}) \in \mathbb{R}^N$  comme une fonction des coordonnées internes et que nous considérons comme univaluée, *i.e.* il n'y a pas de surplomb.

type de système	exemples	d	N	D
variétés	interface en 2D	1	1	2
	polymère dirigé / vortex unique	1	2	3
	interface en 3D	2	1	3
structures périodiques	réseau de Wigner/vortex 2D	2	2	2
	réseau de vortex 3D	3	2	3

TABLE 1.1 – Différents systèmes élastiques et leurs dimensions associées, pour plus d'explications voir le texte associé.

Une variété de dimension  $d$  étant plongé dans un espace de dimension  $D$ , son déplacement se fait donc dans l'espace orthogonal à l'objet avec  $N = D - d$ . Les systèmes périodiques s'étendent dans tout l'espace et on a  $d = D$ . Nous présentons dans le tableau 1.1 et sur la figure 1.10 un exemple de différents systèmes et leurs dimensions associées.

### 1.3.2 Elasticité

L'élasticité des systèmes que l'on considère impose une configuration parfaitement ordonnée en absence de désordre afin de minimiser le coût en énergie dépensé par les possibles distorsions de la structure élastique. Cela se traduit pour les interfaces par l'absence de rugosité et donc une interface qui est parfaitement plate, alors que pour les systèmes périodiques on aura un réseau parfaitement périodique comme le montre la représentation schématique présentée sur la figure 1.11.

Soit l'hamiltonien  $\mathcal{H}_{el}(u)$  décrivant l'énergie d'une configuration du système élastique qui va dépendre des déformations du champ de déplacement, et donc du gradient du champ de déplacement  $u$ . En utilisant l'approximation de la limite élastique  $\nabla u \ll 1$  pour laquelle les distorsions du champ de déplacement sont considérées comme petites (on ne considère pas possible l'apparition de dislocations), nous pouvons alors linéariser l'énergie qui va se réduire en une forme quadratique du gradient du champ de déplacement (pour  $N = 1$ ),

$$\mathcal{H}_{el}(u) = \frac{c}{2} \int d^d r (\nabla u(r))^2 \quad (1.1)$$

avec  $c$  la constante élastique prise ici isotrope. Nous pouvons également définir l'hamiltonien

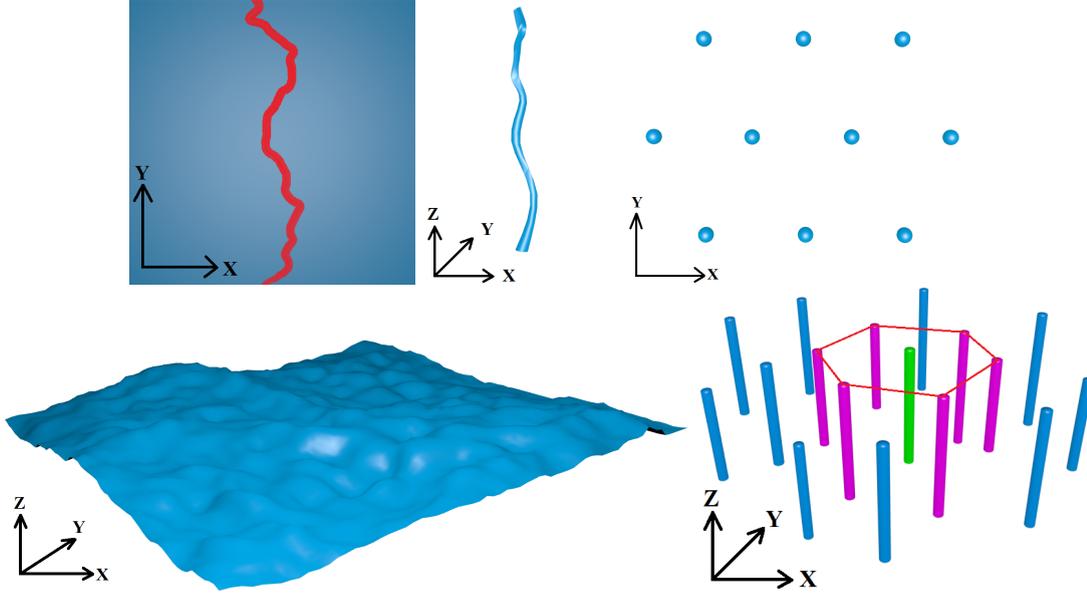


FIGURE 1.10 – Représentation graphique des exemples de systèmes donnés dans le tableau 1.1. De gauche à droite, et de haut en bas : interface  $d = 1$  en rouge dans un espace total  $D = 2$  — vortex unique de dimension  $d = 1$  dans  $D = 3$  — réseau triangulaire de particules avec  $d = 2$  dans l'espace  $D = 2$  — interface  $d = 2$  dans  $D = 3$  — réseau triangulaire de vortex choisis droits avec  $d = 3$  plongés dans  $D = 3$ .

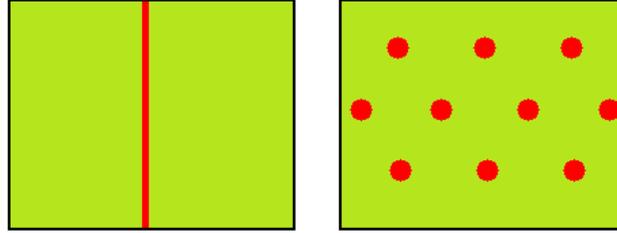


FIGURE 1.11 – Représentation schématique de l'action de l'élasticité pour une interface (trait continu sur l'image de gauche) et pour un système périodique (réseau triangulaire sur l'image de droite).

dans l'espace réciproque en posant  $u(q) = \int d^d r u(r) e^{iqr}$  la transformée de Fourier de  $u(r)$ . L'hamiltonien devient alors,

$$\mathcal{H}_{el}(u) = \frac{1}{2} \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} c(q) u_q^* u_q \quad (1.2)$$

où  $c(q) = cq^2$  est l'énergie élastique par mode de Fourier  $u(q)$ .

### 1.3.3 Désordre

Les systèmes réels présentent des défauts et des inhomogénéités intrinsèques (ou extrinsèques, c'est-à-dire créés artificiellement) qui génèrent un désordre pour le système via l'introduction d'un potentiel extérieur aléatoire. Nous ne traiterons que du cas du désordre gelé (que l'on appelle *quenched disorder* dans la littérature) où les défauts présentent une évolution temporelle beaucoup plus lente que celle du système élastique, et nous ne parlerons pas du désordre recuit (*annealed disorder*) où les défauts peuvent évoluer en des temps caractéristiques du même ordre de grandeur que le système élastique plongé dans le désordre. Si l'on note  $V(r, u(r))$  le potentiel aléatoire représentant les impuretés dans l'espace total  $D$  alors l'hamiltonien  $\mathcal{H}_{des}(u)$  représentant l'énergie de piégeage s'écrit,

$$\mathcal{H}_{des}(u) = \int d^d r V(r, u(r)) \quad (1.3)$$

Par souci de simplicité nous parlerons seulement de désordre généré par des impuretés ponctuelles, et nous supposerons que le potentiel possède une distribution Gaussienne avec une moyenne nulle et une variance,

$$\overline{V(r, u)V(r', u')} = \delta^d(r - r')R(u - u') \quad (1.4)$$

où la barre représente la moyenne sur les configurations de désordre pour le corrélateur du potentiel  $V(r, u)$ .

Le désordre sera de courte portée dans la direction interne  $r$  à cause de la corrélation à courte portée des interactions entre les impuretés, alors que la corrélation du désordre dans la direction du déplacement, donnée par  $u$ , sera obtenue par la fonction  $R(u)$  et nous noterons  $r_f$  la longueur de corrélation du potentiel aléatoire. Il existe plusieurs classes d'universalités en fonction du type de désordre et donc du comportement de  $R(u)$  : pour un désordre du type *random bond*  $R(u)$  sera à courte portée et dans ce cas l'interface se couple localement aux impuretés tandis que pour un désordre de type *random field*  $R(u)$  sera à longue portée et l'interface est affectée par tous les défauts rencontrés lors de son mouvement. Pour les systèmes périodiques tels que les réseaux de vortex  $R(u)$  est une fonction périodique. Pour plus de détails voir par exemple la référence [28] et les références associées.

Les propriétés des systèmes élastiques désordonnés sont donc déterminées par l'hamiltonien total défini comme étant la somme des énergies élastiques et de piégeage,

$$\mathcal{H}(u) = \mathcal{H}_{el}(u) + \mathcal{H}_{des}(u) = \int d^d r \left[ \frac{c}{2} (\nabla u(r))^2 + V(r, u(r)) \right] \quad (1.5)$$

Bien que ne présentant pas en apparence de difficulté, cet hamiltonien est d'une incroyable richesse et complexité de par la présence du potentiel aléatoire qui varie de point en point dans le système.

## 1.4 Propriétés statiques et dynamiques des interfaces

Nous avons présenté dans la section précédente les différents ingrédients apparaissant dans la description des systèmes élastiques désordonnés. Ces derniers sont le siège d'une compétition entre l'ordre et le désordre provenant respectivement du terme  $\mathcal{H}_{el}$ , qui tend à annuler le champ de déplacement, et du terme  $\mathcal{H}_{des}(u)$  qui tend à distordre la structure afin de la faire passer par un maximum de défauts.

Dans cette partie nous allons traiter le cas d'interfaces d'épaisseur négligeable (par abus de langage nous parlerons également de variétés) et leurs propriétés statiques et dynamiques lorsqu'ils sont soumis à un potentiel désordonné de faible intensité (ne créant pas de dislocation). Le cas des structures périodiques sera traité dans le chapitre 2 en prenant l'exemple des réseaux de vortex comme ligne directrice. Nous nous contenterons d'introduire des notions générales qui seront utiles pour le reste de l'étude. La figure 1.12 rappelle schématiquement la problématique étudiée.

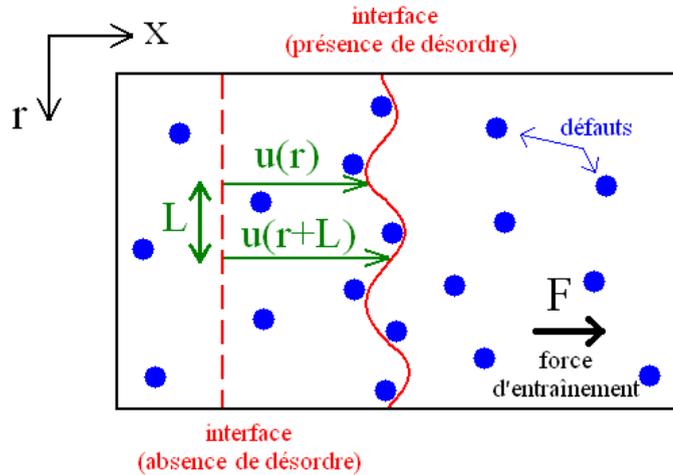


FIGURE 1.12 – Représentation schématique d'une interface (en ligne rouge continue) dans un milieu désordonné (impuretés en bleu) soumise à une force d'entraînement. Nous avons représenté le cas de l'interface en l'absence de désordre à  $T = 0$  (en traits pointillés rouges) afin de mieux visualiser la distorsion de l'interface soumise au potentiel aléatoire.

### 1.4.1 Point de vue statique

#### 1.4.1.1 Les systèmes élastiques désordonnés : des systèmes vitreux

Lorsque l'interface évolue librement, le compromis entre l'énergie élastique et le désordre mène à un état fondamental similaire à celui d'un système vitreux caractérisé par un paysage énergétique développant de nombreux états métastables.

Nous avons représenté sur la figure 1.13 le paysage énergétique d'un système ferromagnétique "classique" et celui d'un système présentant de nombreux états métastables tel qu'on peut le trouver dans les systèmes élastiques désordonnés. Les différents états méta-

stables sont séparés de l'état fondamental par des barrières élevées en énergie. Passer d'un état à un autre, *i.e.* d'une organisation structurale de la variété à une autre, présente un coût énergétique.

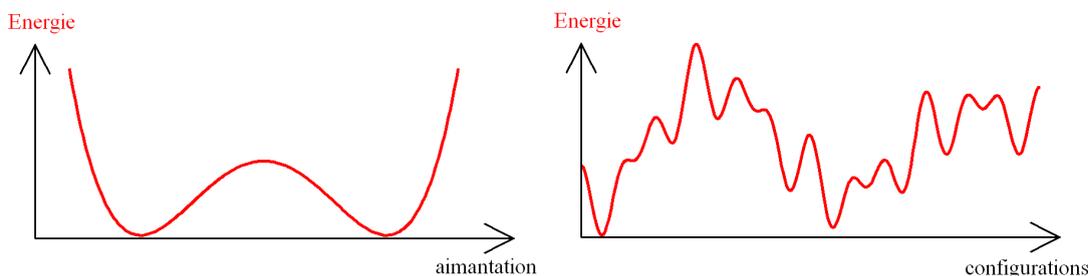


FIGURE 1.13 – Représentation du paysage énergétique pour un système "classique" tel qu'un ferromagnétique (à gauche), et pour un système vitreux (nombreux états métastables) (à droite).

#### 1.4.1.2 Fonction de corrélation des déplacements et rugosité

Les principaux outils analytiques utilisés pour l'étude de ces systèmes sont le Groupe de Renormalisation Fonctionnel *FRG* ou encore la Méthode Variationnelle Gaussienne, qui se servent tous les deux de répliques. Pour comprendre le comportement à grande distance d'un système désordonné et pouvoir le comparer au comportement du système pur on utilise la réduction dimensionnelle : cette propriété permet de faire le lien entre le système en champ aléatoire en dimension  $d$  et le système pur (sans désordre) en dimension  $d - 2$ . Cette propriété a été établie dans le formalisme supersymétrique développé par Parisi et Sourlas dans le cas de systèmes de spins [29].

La réduction dimensionnelle est en réalité inexacte en "basse dimension". En effet lorsque l'on s'intéresse aux variétés plongées dans un potentiel aléatoire à température nulle  $T = 0$ , et que l'on veut caractériser la distorsion du système, on mesure pour ce faire la croissance des déplacements : c'est une quantité facilement accessible d'un point de vue expérimental et qui introduit un exposant de rugosité  $\zeta$  caractérisant la loi d'échelle de la fonction de corrélation des déplacements,

$$B(r) = \overline{\langle [u(r) - u(0)]^2 \rangle} \sim r^{2\zeta} \quad (1.6)$$

où la barre  $\overline{\phantom{x}}$  indique une moyenne sur le désordre et les bra-kets  $\langle \phantom{x} \rangle$  une moyenne thermique.

La réduction dimensionnelle prédit  $\zeta_{naive} = \frac{4-d}{2}$ , ce qui est faux pour les dimensions  $d < 4$  : en dessous de cette dimension critique  $d = 4$ , les perturbations liées au désordre deviennent pertinentes. Ainsi pour  $d > 4$  le système n'est pas contrôlé par le désordre mais plutôt par l'énergie élastique, les arguments de type champ moyen peuvent s'appliquer et la réduction dimensionnelle est valable. Pour être plus précis il existe également

une longueur en dessous de laquelle la réduction dimensionnelle est valide, et pour laquelle les déplacements deviennent de l'ordre de grandeur de la longueur caractéristique du système c'est-à-dire la longueur de corrélation du potentiel aléatoire. Elle porte le nom de longueur de *Larkin*  $L_c$  dans le contexte des réseaux de vortex, de *Fukuyama-Lee* lorsque l'on parle des ondes de densité de charge ou encore longueur de *Imry-Ma* pour les systèmes en champ aléatoire. Au delà de  $L_c$  le système va ressentir le désordre, faisant apparaître de la métastabilité et le comportement de l'interface à grande distance sera alors modifié. Nous déterminerons la longueur  $L_c$  par des arguments d'échelle dans le cadre du modèle de *Larkin* des réseaux de vortex (voir chapitre 2).

Pour résumer la variété est donc plate pour  $d > 4$  (puisque  $\zeta < 0$ ) et présente une rugosité pour  $d \leq 4$  (où l'on a  $\zeta \geq 0$ ). Cette analyse perturbative ne s'applique plus pour des échelles de longueur telles que  $r > L_c$  et ce à cause du paysage énergétique présentant plusieurs minima locaux empêchant la théorie de perturbation de décrire correctement les déplacements à grandes distances.

L'utilisation du Groupe de Renormalisation Fonctionnel (FRG) permet alors de tenir compte de la distribution du désordre dans sa totalité et des effets du désordre à grande échelle. L'étude du flot de renormalisation de façon fonctionnelle autour du point fixe de température nulle, avec un développement autour de  $d = 4$  contrôlé par l'écart  $\epsilon = 4 - d$  à la dimension critique supérieure montre qu'il existe une non analyticité de la distribution  $R(u)$  (plus précisément le corrélateur renormalisé de la force  $\Delta(u) = -R''(u)$ ) possède une singularité en coin dite *cusp*    $u = 0$ ) au delà de la longueur de *Larkin*  $L_c$ , expliquant ainsi pourquoi l'analyse perturbative réalisée par la réduction dimensionnelle est fautive. Cette non analyticité explique le caractère vitreux de tels systèmes. Des études diagrammatiques à 2 boucles ont été réalisées et une valeur de l'exposant de rugosité  $\zeta = 0.20829804\epsilon + 0.0068582\epsilon^2$  (pour le cas du désordre type *random bond*) et  $\zeta = \frac{\epsilon}{3}$  (pour le désordre *random field*)   l'ordre  $\mathcal{O}(\epsilon^2)$  a été trouvée.

Pour plus de détails nous incitons le lecteur à se référer par exemple aux articles [28, 30, 31, 32, 33, 34] et aux références à l'intérieur.

### 1.4.1.3 Détermination expérimentale de la rugosité

Nous avons vu que certaines méthodes permettent de déterminer d'un point de vue analytique la valeur de l'exposant de rugosité dans le cas d'interfaces. Nous présentons maintenant quelques résultats expérimentaux et numériques pour diverses interfaces. Nous traiterons dans un premier temps de l'exemple de la paroi de domaine ferromagnétique et d'une paroi de domaine ferroélectrique comme dans le paragraphe 1.2.1.1, et enfin d'une interface dans un modèle numérique d'Ising avec un désordre du type *random bond*.

La mesure de l'exposant de rugosité est effectuée à partir de la fonction de corrélation des déplacements relatifs, qui dans le cas d'une interface comme présentée schématiquement en 1.12 devient,

$$B(L) = \overline{\langle [u(r+L) - u(r)]^2 \rangle} \quad (1.7)$$

où  $u(r)$  est le champ de déplacement décrivant la déformation de l'interface par rapport à la configuration "plate" sans désordre. Il s'agit donc de prendre deux points séparés par une distance  $L$  et d'observer comment le déplacement  $u$  de l'interface va croître en fonction de cette distance  $L$ .

### Parois de domaines ferromagnétiques

Dans la partie 1.2.1.1 nous traitons le cas d'une paroi de domaine dans un matériau ferromagnétique et nous avons présenté une image obtenue par imagerie magnéto-optique Kerr dans un film ultra-mince bidimensionnel de Pt/Co/Pt (voir la figure 1.2). Dans ce système les dimensions internes et transverses sont respectivement  $d = 1$  et  $N = 1$  impliquant une dimension totale de  $D = 2$ . Nous représentons sur la figure 1.14 l'évolution typique de la fonction de corrélation des déplacements  $B(L)$  en fonction de  $L$ , et les différentes valeurs de l'exposant de rugosité mesurées. La figure de gauche montre un comportement en loi de puissance de la fonction  $B(L)$  qui est bien observé sur plusieurs décades, en omettant les grandes valeurs de  $L$  pour lesquelles un artefact lié au régime de taille finie est détecté. Des valeurs de l'exposant de rugosité  $2\zeta$  extraites il a été estimé une valeur moyenne de  $\zeta = 0.69 \pm 0.07$  qui est proche de la valeur théorique  $\zeta = \frac{2}{3}$  [35, 36] (calculée pour un désordre de type *random bond* dans le cas d'une ligne) et de la valeur  $\zeta = 0.687$  obtenue dans les calculs à deux boucles du FRG. Pour plus de détails sur cette expérience, voir l'article [1].

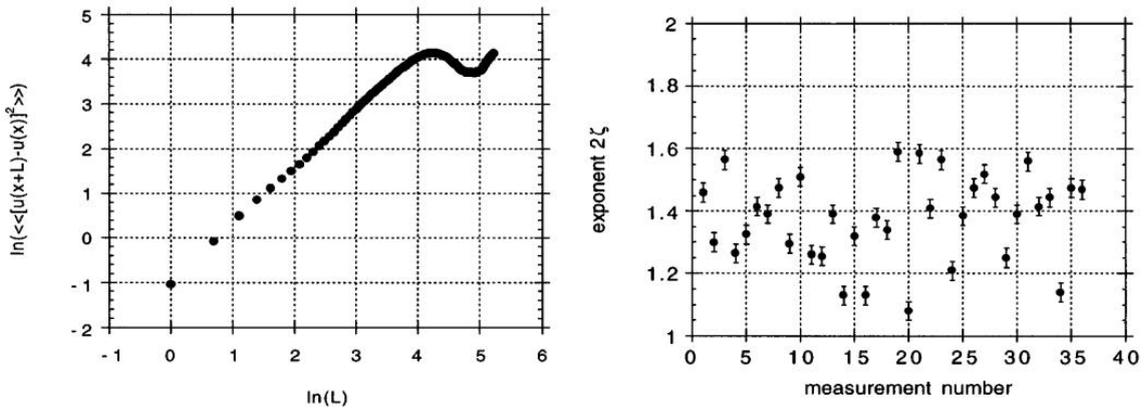


FIGURE 1.14 – Image de gauche : Fonction de corrélation des déplacements relatifs  $B(L)$  en fonction de  $L$  en échelle logarithmique (l'unité de  $L$  est de  $0.28\mu m$ , soit la taille du pixel de la caméra CCD). Image de droite : Exposant de rugosité  $2\zeta$  pour différentes parois de domaines. Les images sont issues de [1].

### Parois de domaines ferroélectriques

En ce qui concerne les parois de domaines dans les ferroélectriques, nous avons présenté dans la section 1.2.1.1 une image obtenue par microscopie de domaines ferroélectriques dans une couche mince de PZT. Dans une autre étude sur ces systèmes [4], une mesure de la fonction de corrélation des déplacements a été effectuée, comme le montre la figure 1.15a. De cette observable a été extraite une valeur moyenne de l'exposant de rugosité  $\zeta \sim 0.26$  (visible sur la figure 1.15b). Cette valeur est en accord avec la valeur attendue pour une interface de dimension  $d = 2$  plongée dans un espace de dimension  $D = 3$  avec un désordre *random bond* et des interactions dipolaires à longue portée. Pour plus d'informations voir la référence [4].

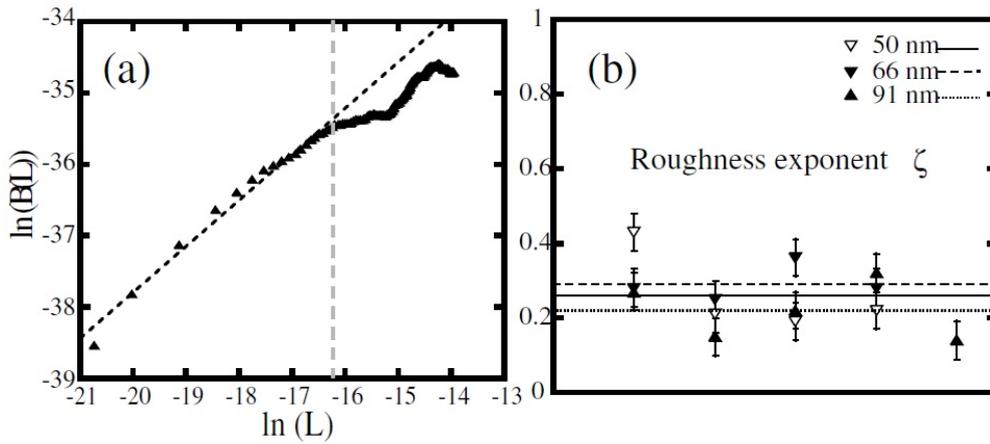


FIGURE 1.15 – a) Fonction de corrélation des déplacements  $B(L)$  versus  $L$  en échelle log-log. b) Exposant de rugosité  $\zeta$ , les lignes horizontales indiquent la valeur moyenne de  $\zeta$  pour différentes épaisseurs d'échantillon. Les images sont issues de [4].

### Interface dans un modèle d'Ising *random bond*

Dans cette partie nous discutons très brièvement du cas d'une interface dans un modèle d'Ising présentant un désordre de type *random bond*. Un tel modèle est utile pour décrire des ferromagnétiques présentant une variation aléatoire dans l'intensité de couplage (provenant du désordre spatial), l'interface sépare alors des régions de spin *up* et de spin *down*. Cette dernière a une dimension interne  $d$  et elle est plongée dans un espace total de dimension  $d + 1$ . Il a été montré numériquement [37] que la valeur de l'exposant de rugosité est  $\zeta = 0.41 \pm 0.01$  pour  $d = 2$  et  $\zeta = 0.22 \pm 0.01$  pour  $d = 3$ . On remarque que ces valeurs sont cohérentes avec celles déterminées analytiquement par les calculs à deux boucles du FRG (rappelons que  $\zeta = 0.20829804\epsilon + 0.0068582\epsilon^2$ , avec  $\epsilon = 4 - d$ ).

#### 1.4.2 Dynamique et dépiégeage

Après avoir présenté les propriétés statiques des interfaces, nous nous intéressons maintenant à leurs propriétés dynamiques lorsqu'on les met en mouvement. La compréhension et le contrôle de leur dynamique est en effet d'un fort intérêt technologique. Nous allons

donc dans un premier temps décrire la dynamique de ces systèmes qui montre notamment l'existence d'un dépiégeage, puis nous aborderons la réponse du système à une petite force lorsque la température est non nulle (c'est le régime du creep ou bien de la réptation lente une fois francisé). Nous nous intéressons exclusivement à la dynamique en régime permanent, plus largement étudiée. Pour une approche des régimes transitoires dans ces systèmes, nous renvoyons le lecteur aux références [38, 39, 40, 41, 42].

### 1.4.2.1 Point de vue dynamique

Lorsque l'on met en mouvement l'interface à l'aide d'une force d'entraînement uniforme, une observable directement mesurable est la vitesse  $v$  de l'interface, conduisant à la caractéristique vitesse-force  $v(F)$  du système. La courbe typique obtenue est représentée schématiquement sur la figure 1.16 : à température nulle le système reste piégé (*i.e.*  $v = 0$ ) jusqu'à une *force critique*  $F_c$  au-delà de laquelle le système se met en mouvement. A température finie et pour  $F < F_c$  la vitesse n'est plus nulle étant donné que les fluctuations thermiques fournissent suffisamment d'énergie pour passer les barrières d'énergie locales. En traits pointillés noirs est représentée la vitesse attendue en absence de désordre (la structure élastique glisse simplement quelque soit la force extérieure  $F$  appliquée).

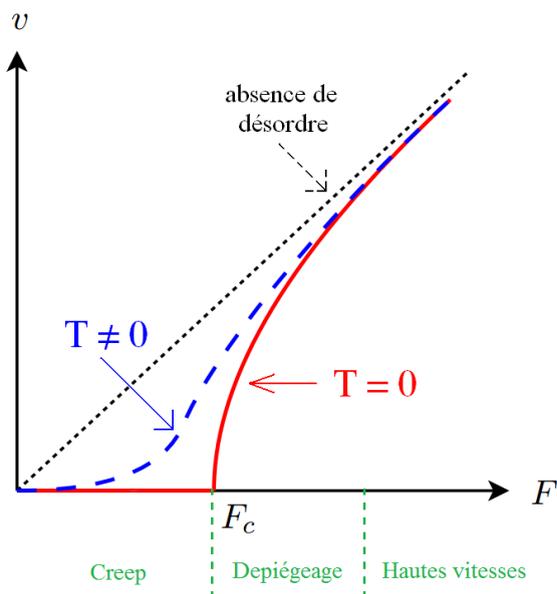


FIGURE 1.16 – Courbe schématique de la caractéristique vitesse-force d'un système élastique désordonné. La vitesse  $v$  représente la vitesse moyenne de la structure élastique alors que  $F$  correspond à la force extérieure uniforme exercée sur la structure. La valeur  $F_c$  est la *force critique* à partir de laquelle le système subit un dépiégeage.

Pour décrire analytiquement la dynamique de ces systèmes on étudie l'évolution temporelle de  $u(r, t)$ , le champ de déplacement qui dépend maintenant du temps. On choisit en général une dynamique sur-amortie pour étudier ces comportements aux temps longs, c'est-à-dire

$$\eta \frac{du(r, t)}{dt} = - \frac{\partial \mathcal{H}(u)}{\partial u} + F + F^{th}(r, t) \quad (1.8)$$

où  $\mathcal{H}(u) = \mathcal{H}_{el}(u) + \mathcal{H}_{des}(u)$  est l'hamiltonien du système décrivant la contribution élastique et celle du désordre que nous avons vues précédemment (voir équation (1.5)),  $F$  est la force d'entraînement uniforme et  $F^{th}(r, t)$  est une force de Langevin décrivant le couplage du système avec un bain thermique et s'exprimant comme un bruit blanc gaussien de moyenne nulle  $\langle F^{th}(r, t) \rangle = 0$  et avec les corrélations suivantes,

$$\langle F^{th}(r, t) F^{th}(r', t') \rangle = 2\eta T \delta(r - r') \delta(t - t') \quad (1.9)$$

Le terme de gauche de l'égalité (1.8) traduit une dissipation d'énergie que nous décrivons phénoménologiquement par l'introduction d'un frottement de coefficient  $\eta$ . La résolution de cette équation différentielle permet de décrire le comportement et les propriétés dynamiques du système. Le caractère aléatoire du désordre  $\mathcal{H}_{des}(u)$  rend la dynamique très riche et très compliquée. La résolution analytique de ces systèmes n'est pas une chose aisée, et c'est alors que les expériences et les simulations numériques sont un bon moyen d'effectuer une approche détaillée de ces systèmes.

#### 1.4.2.2 Une histoire de dépiégeage

Comme nous l'avons vu plus haut à température nulle, le système reste immobile jusqu'à une force critique  $F_c$  pour laquelle le système se met en mouvement et atteint un régime stationnaire caractérisé par une vitesse moyenne  $v$ . Le passage de cet état piégé à un état en mouvement se nomme *transition de dépiégeage*. Pour  $F \gtrsim F_c$ , bien que nous soyons hors équilibre, nous sommes tentés de considérer cette transition de dépiégeage comme un phénomène critique standard où la vitesse  $v$  joue le rôle du paramètre d'ordre et  $F$  représente le paramètre de contrôle. Cela amène alors un nouveau lot de questions : comment obtenir  $F_c$ , quel est l'ordre de cette transition de phase (premier ordre avec discontinuité ou second ordre continue), quels sont les exposants caractérisant la transition si cette dernière est du second ordre et présente-t-elle un comportement critique universel comme pour les transitions de phase continues à l'équilibre, etc ... ?

Une bonne estimation de la valeur de  $F_c$  peut être réalisée simplement à partir d'arguments d'échelle comme l'ont fait *Larkin* et *Ovchinnikov* [43], par d'autres méthodes comme par exemple l'utilisation du FRG [44], ou encore via des simulations numériques. Puisque c'est à partir de la longueur de *Larkin*  $L_c$  que le piégeage apparaît dans le système, pour estimer la valeur de  $F_c$  il suffit d'égaliser l'énergie fournie par la force extérieure

$$\mathcal{H}_{ext}(u) = \int d^d r F_{ext} u(r) \quad (1.10)$$

à l'énergie du système  $\mathcal{H}(u)$  à cette échelle de longueur, et on trouve ainsi

$$F_c = \frac{c r_f}{L_c^2} \quad (1.11)$$

où  $c$  est la constante élastique et  $r_f$  la longueur de corrélation du potentiel aléatoire.

Nous reviendrons plus en détail sur les propriétés au voisinage de la transition de dépiégeage dans les chapitres 2 et 4 où nous traiterons spécifiquement les réseaux de vortex.

### 1.4.2.3 Régime de creep

Lorsque l'on se trouve sur la partie à basse force *i.e.* en dessous de  $F_c$  sur la courbe 1.16, nous avons vu qu'à température nulle le système restait piégé dans un minimum local du paysage énergétique. Cependant la présence d'une température finie fournit au système une énergie supplémentaire qui permet à la structure de se mettre en mouvement par activation thermique, et ce alors que la force n'est pas suffisante pour dépasser les barrières de piégeage. Cette activation thermique va permettre au système d'explorer le paysage énergétique et de sonder les barrières d'énergie.

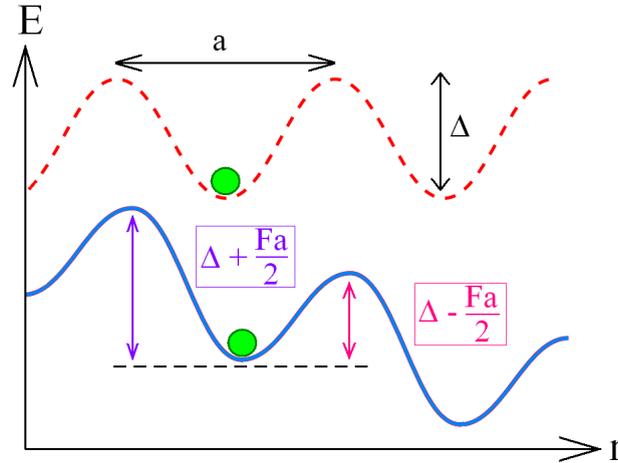


FIGURE 1.17 – Représentation du phénomène de creep : une interface modélisée par une particule (cercle plein) se déplaçant par activation thermique dans le paysage énergétique incliné (en trait continu) par la présence de la force extérieure  $F$ . En traits pointillés est représenté le potentiel périodique en absence de la force extérieure, avec ses caractéristiques  $(a, \Delta)$  correspondant respectivement à sa période et à la hauteur de ses barrières.

Dans les années 1960 *Anderson* et *Kim* ont postulé, pour expliquer le transport dans les supraconducteurs, que la réponse du système à de petites forces subcritiques devait être linéaire [45], c'est le régime TAFF (*Thermally Assisted Flux Flow*). En effet en supposant le potentiel périodique de période  $a$  et constitué de barrières de hauteur  $\Delta$ , alors l'interface se déplace dans un paysage énergétique incliné par la force extérieure comme on peut le voir sur la figure 1.17, permettant un mouvement vers la droite de l'interface (les barrières vues par le système vers la droite  $\Delta - \frac{Fa}{2}$  sont plus petites que celles vues vers la gauche  $\Delta + \frac{Fa}{2}$ ). Ainsi pour des petites forces telles que  $\beta Fa \ll 1$ , les barrières sont franchies avec une loi de type Arrhenius,

$$v \propto e^{-\beta(\Delta - \frac{Fa}{2})} - e^{-\beta(\Delta + \frac{Fa}{2})} \propto e^{-\beta\Delta} \beta Fa \quad (1.12)$$

avec  $\beta = \frac{1}{k_B T}$ . On observe donc une réponse linéaire exponentiellement petite du système lorsqu'on lui applique une faible force extérieure  $F$  pour  $T \neq 0$ .

Bien qu'esthétique et relativement simple, cet argument admis pendant environ 40 ans ne se vérifie pas pour des systèmes élastiques désordonnés étant donné leur caractère vitreux. Un système vitreux ne possède pas de barrière typique indépendante de la force comme proposé dans la situation précédente, bien au contraire, les barrières divergent entre les états métastables. Il faut alors prendre en compte la façon dont la transition entre les états métastables s'effectue. Nous donnons ici une détermination phénoménologique, cependant cette dernière a été vérifiée par une analyse avec le FRG [44] et a permis également de montrer la propagation d'avalanches dans ce régime.

Le comportement de  $B(r) \sim r^{2\zeta}$  suggère que les déplacements suivent la loi  $u(L) \sim L^\zeta$ , alors grâce à une description statique nous pouvons déterminer le comportement de l'énergie des états métastables (en utilisant  $\mathcal{H}_{el}$  vu en équation (1.1)) comme étant

$$E(L) \sim L^{d-2+2\zeta} \quad (1.13)$$

quant à l'énergie gagnée par la force extérieure (1.10), en supposant le mouvement de l'interface comme étant suffisamment lent pour que la description statique tienne toujours, elle donne

$$E_{Fext}(L) \sim FL^{d+\zeta} \quad (1.14)$$

Ainsi lorsque la force extérieure décroît, la longueur minimale d'interface devant se déplacer jusqu'au prochain état métastable croît avec la dépendance :

$$L_{\text{minimal}} \sim \left(\frac{1}{F}\right)^{\frac{1}{2-\zeta}} \quad (1.15)$$

On suppose que les barrières d'énergie qui doivent être passées pour atteindre l'état métastable suivant suivent le même comportement que l'équation (1.13). Ainsi le fait que  $L_{\text{minimal}}$  augmente lorsque la force extérieure diminue signifie que la barrière minimale à dépasser diverge au fur et à mesure que la force devient de plus en plus petite,

$$\Delta(F) \sim \left(\frac{1}{F}\right)^{\frac{d-2+2\zeta}{2-\zeta}} \quad (1.16)$$

En utilisant cette valeur réévaluée de  $\Delta(F)$  nous avons la réponse du système vitreux à de petites forces,

$$v \propto e^{-\beta U_c \left(\frac{F_c}{F}\right)^\mu} \quad \text{où} \quad \mu = \frac{d-2+2\zeta}{2-\zeta} \quad (1.17)$$

avec  $U_c$  une échelle caractéristique des barrières d'énergie au niveau de la longueur de *Larkin*. Cette réponse hautement non linéaire indique un comportement vitreux et se nomme *creep*. Il fait intervenir l'exposant de rugosité  $\zeta$  et la dimension interne du système, qui sont des quantités statiques.

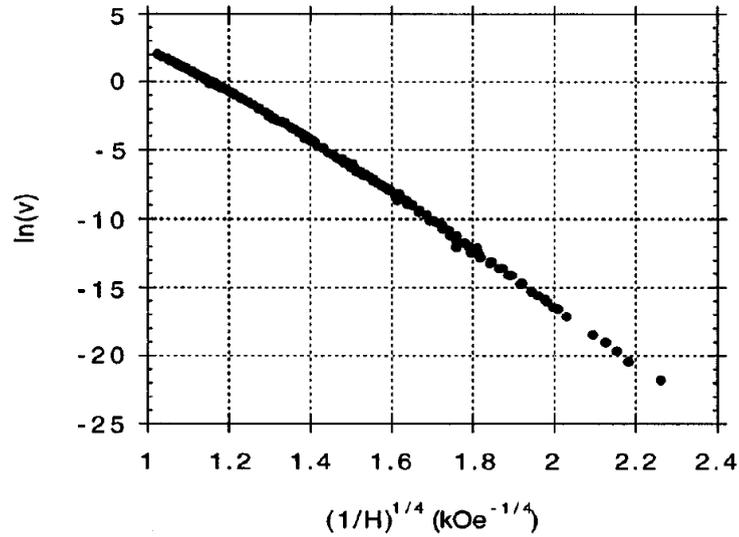


FIGURE 1.18 – Tracé de  $\ln(v)$  en fonction de  $(1/H)^{1/4}$  pour la paroi de domaine ferromagnétique de [1]. Pour  $(1/H)^{1/4} > 1.6$  le champ (équivalent à la force extérieure) est suffisamment faible pour que le système soit dans le régime de creep et permet de vérifier un comportement linéaire avec la valeur de  $\mu = 0.25$  et ce pour dix ordres de grandeur pour la vitesse.

Cette vitesse a donc été trouvée phénoménologiquement et vérifiée également par des calculs plus théoriques, mais qu'en est-il d'un point de vue expérimental ? Des études dans plusieurs systèmes élastiques désordonnés ont permis de vérifier ce type de comportement, par exemple dans le verre de *Bragg* pour les réseaux de vortex et pour les parois de domaines magnétiques et ferroélectriques. Nous présentons sur la figure 1.18 des résultats sur une paroi de domaine magnétique [1] vue précédemment, et montrant une cohérence entre la valeur attendue et la valeur mesurée sur plusieurs ordres de grandeur. Rappelons juste que pour le désordre de type *random bond* dans ce cas avec  $d = 1$  on s'attend à  $\mu = 0.25$ .