

les réseaux de vortex dans les supraconducteurs en particulier

« *Researchers in Fairbanks Alaska announced last week that they have discovered a superconductor which will operate at room temperature.* »

PHYSICS JOKES

2.1 Introduction

Au sein de ce chapitre nous allons discuter de la supraconductivité qui est une découverte marquante du début du XXème siècle et qui continue de tracasser les chercheurs du monde entier tant il reste à découvrir et à comprendre à son sujet. Nous aborderons une approche du phénomène de la supraconductivité plus phénoménologique que théorique préférant présenter les grandes idées qui nous seront utiles pour la suite de notre étude. Pour ce faire notre approche sera la suivante : dans un premier temps nous rappellerons comment la supraconductivité a été découverte, son intérêt et ses applications dans la vie de tous les jours au travers d'exemples, nous décrirons également le phénomène supraconducteur en présentant brièvement les théories macroscopiques et microscopiques ; puis nous terminerons en traitant les réseaux de vortex comme un système élastique désordonné pour faire apparaître leurs propriétés statiques et dynamiques.

2.2 Supraconductivité

2.2.1 Historique

Nous commençons par effectuer un rappel historique de la supraconductivité. Alors que la liquéfaction de différents gaz en vue d'obtenir une température proche du zéro absolu avait été réalisée avec succès (l'air avec une température $T \approx 90K$ en 1877 par *P. L. Cailletet* mais également *R. Pictet*, l'azote avec $T \approx 77K$ en 1883 par *C. Olszewski* et *S. Wroblewski*, l'hydrogène avec $T \approx 20K$ en 1898 par *J. Dewar*), le cas de l'hélium semblait impossible suite à l'échec de *J. Dewar* en 1901. Il a fallu attendre l'année 1908 pour qu'une

2.2. SUPRACONDUCTIVITÉ

équipe de recherche menée par *H. K. Onnes* réussisse à obtenir 60 centimètres cube d'hélium liquide, grâce à son installation au Laboratoire de Leyde au Pays Bas, permettant de ce fait d'atteindre des températures inférieures à $T = 4.2K$ jamais atteintes auparavant.

Onnes était le seul à posséder des quantités suffisantes d'hélium pour le liquéfier et put ainsi s'atteler sans concurrence à porter ses recherches sur la résistivité électrique des matériaux à basses températures $\rho(T)$. Plusieurs hypothèses avaient été proposées durant le XIXème siècle comme on peut le voir sur la figure 2.1 de gauche : la prédiction de *Lord Kelvin* (théorie A sur le graphique) selon laquelle la résistivité devait passer par un minimum puis augmenter à basses températures, celle de *Matthiesen* (théorie B) proposant une saturation de la résistivité lorsque la température tend vers 0 à cause des impuretés, ou bien celle de *Dewar* (théorie C) supposant une simple diminution de la résistivité avec la température et telle que $\rho(0) = 0$ (sans jamais pouvoir atteindre une résistivité nulle de par l'impossibilité technique d'atteindre le zéro absolu). Afin de tester expérimentalement ces hypothèses, le choix du matériau d'*Onnes* se porta sur le mercure qui est liquide à température ambiante et donc facile à distiller et à purifier. En 1911 *Gilles Holst*, étudiant d'*Onnes*, effectue des mesures de résistivité sur des fils de mercure solides dans l'hélium liquide et observe une chute brutale vers zéro de la résistivité en dessous d'une température dite critique $T_c \approx 4K$ (voir figure 2.1 de droite) : c'est la première découverte de la supraconductivité. Bien que ces résultats soient surprenants, d'autres mesures identiques sur le plomb et l'étain (pour des températures respectivement en dessous de $7.2K$ et $3.7K$) les années suivantes confirmèrent un fait réel et tangible.

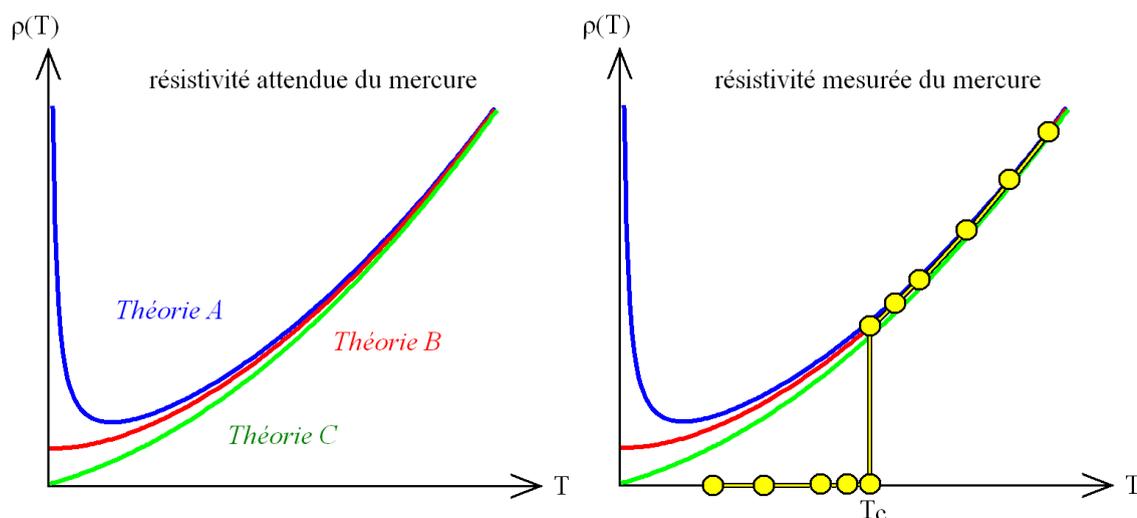


FIGURE 2.1 – Image de gauche : Différentes prédictions théoriques du XIXème siècle quant à la résistivité électrique attendue des matériaux avec la température $\rho(T)$. Image de droite : Mesures de la résistivité du mercure Hg en fonction de la température T (en cercles pleins) : une chute brutale à zéro est observée en dessous d'une température critique T_c .

En réalité beaucoup de matériaux peuvent être supraconducteurs. Nous avons cité le cas

2.2. SUPRACONDUCTIVITÉ

supraconducteurs organiques, les fullerènes ou encore un composé de MgB_2 découvert récemment avec une $T_c = 40K$ et qui n'est pourtant pas un oxyde.

2.2.2 Généralités

2.2.2.1 Propriétés

Plusieurs effets sont reliés plus ou moins directement à la supraconductivité, parmi ceux là nous pouvons citer les deux plus connus qui sont une résistivité linéaire nulle ou encore un phénomène de lévitation lié à l'*effet Meissner* en dessous d'une certaine température critique T_c .

Les électrons sont des particules quantiques pouvant être décrites à la fois comme des corpuscules et comme des ondes. Dans un métal les électrons libres permettant l'apparition du courant sont donc des ondes dont la forme s'adapte au réseau d'atomes. L'apparition d'une résistance provient des défauts dans la régularité du réseau d'atomes (lacunes, impuretés etc ...) mais également de l'agitation thermique qui va faire vibrer les atomes et qui perturbent l'électron en le "freinant". Dans un supraconducteur alors que la vibration des atomes et les défauts existent toujours on observe néanmoins une annulation totale de la résistivité en dessous de T_c . Cela s'explique par le fait que les électrons s'associent par paires et forment ainsi une onde quantique collective, la paire de Cooper, qui n'est plus sensible aux défauts du matériau : les électrons n'étant plus freinés la résistance s'annule alors.

Quant à la lévitation, une expérience classique permettant de l'observer peut être réalisée comme suit : prenons un aimant que l'on pose sur un supraconducteur de forme concave (en forme de bol). A température ambiante, rien d'extraordinaire ne se passe *i.e.* l'aimant reste à l'endroit où il a été posé. Refroidissons maintenant le supraconducteur à une température $T < T_c$ nous allons alors voir l'aimant léviter au dessus du supraconducteur, c'est l'effet Meissner. En réalité des boucles de courants électriques apparaissent à la surface du matériau (appelés supercourants), du fait de l'état supraconducteur ces courants vont pouvoir exister indéfiniment sans perte d'énergie, et ces derniers vont donc générer un champ magnétique. Ces boucles sont réparties de façon à compenser exactement le champ magnétique intérieur du matériau. Ainsi le champ magnétique dans le volume du matériau supraconducteur est nul (un supraconducteur est donc un diamagnétique "parfait") et le champ magnétique créé par les supercourants va exercer une force sur l'aimant. Cette force va repousser l'aimant et le faire léviter à une distance qui va être celle pour laquelle il y a un équilibre entre le poids de l'aimant et la force de répulsion.

2.2.2.2 Différents types de supraconducteurs

Nous avons vu qu'il existait une limite en température pour l'existence de l'état supraconducteur, cependant il existe également deux autres facteurs limitants : le courant critique I_c et le champ magnétique H_c appliqués au matériau. Un courant imposé avec une valeur $I > I_c$ détruit la supraconductivité et l'échantillon présente alors une résistivité non nulle, nous en reparlerons un peu plus tard. Pour ce qui est du champ magnétique cri-

2.2. SUPRACONDUCTIVITÉ

tique, il existe deux possibilités pour les matériaux supraconducteurs. Nous classons alors les supraconducteurs en deux types en fonction de leur réponse à un champ magnétique extérieur : ceux de type I et ceux de type II.

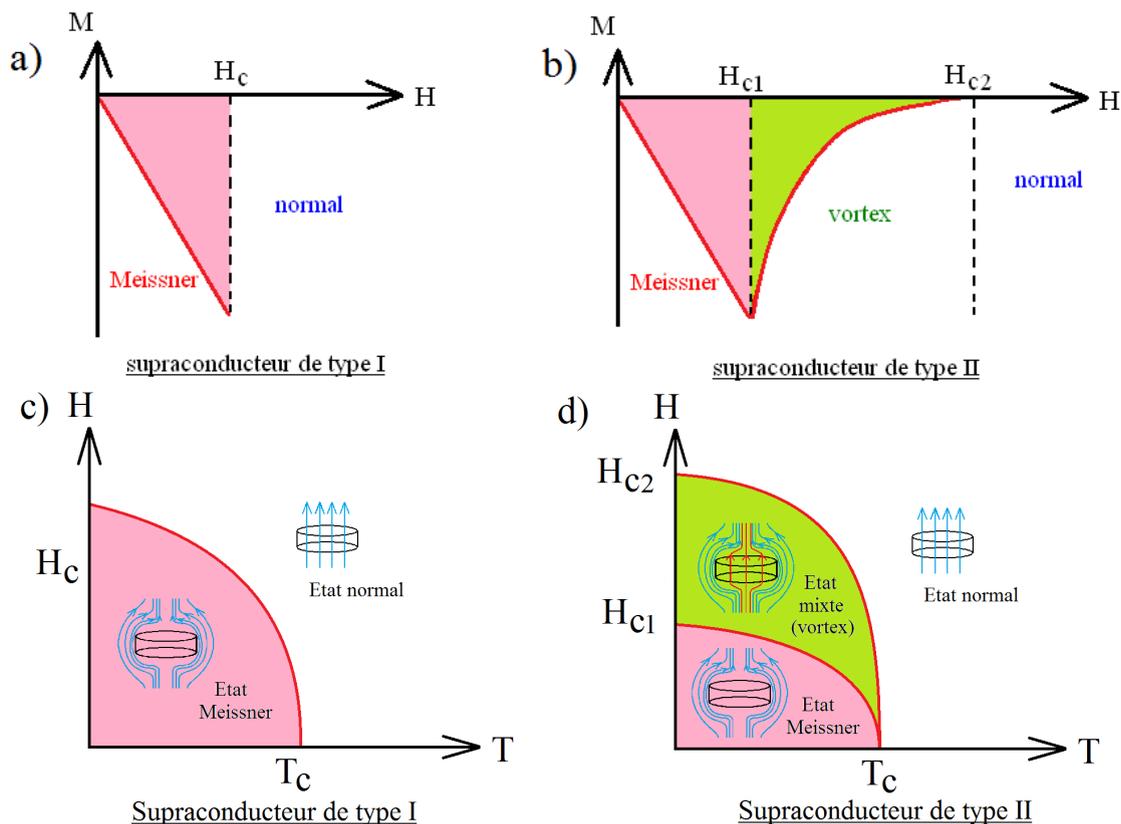


FIGURE 2.3 – Tracé de l'aimantation M en fonction de l'excitation magnétique H pour la supraconductivité de type I (figure a) et II (figure b). Nous avons indiqué dans quel état se trouve le matériau dans chaque zone. Diagramme de phase $H - T$ caractérisant les transitions entre état supraconducteur/mixte/normal pour les supraconducteurs de type I (figure c) et II (figure d). Nous avons également représenté le profil des lignes de champ magnétique autour d'une pastille supraconductrice dans chaque zone.

Nous avons tracé sur les schémas 2.3)a et 2.3)b l'aimantation M en fonction de l'excitation magnétique H pour les supraconducteurs de type I et ceux de type II, rappelons que la formule reliant le champ magnétique B à l'excitation magnétique H est donnée par $\vec{B} = \mu(\vec{H} + \vec{M})$.

Ainsi un supraconducteur de type I est caractérisé par un état Meissner pour des valeurs de $H < H_c$ avec un comportement linéaire entre M et H , et une pente donnée par la susceptibilité $\chi = -1$ conduisant à un champ magnétique B nul au sein du volume de l'échantillon. Lorsque $H > H_c$ le matériau devient un conducteur normal et l'aimantation est nulle (ou bien tellement faible qu'on peut la considérer comme quasi-nulle par rapport à sa valeur dans la phase Meissner).

Lorsque le supraconducteur est de type II, il existe toujours un état Meissner et un

2.2. SUPRACONDUCTIVITÉ

état normal, mais ces deux états sont séparés par une nouvelle phase appelée état mixte ou phase de *Shubnikov* qui s'étend de H_{c1} à H_{c2} (avec généralement $H_{c1} < H_c < H_{c2}$), et dans laquelle le flux magnétique commence à pénétrer au sein de l'échantillon sous la forme de tubes de flux appelés vortex. Ces vortex portent un quantum de flux magnétique $\Phi_0 = h/2e = 2.07 \cdot 10^{-15} \text{ Tm}^2$ et traversent le matériau de part en part, l'échantillon est dans un état normal à l'intérieur de ces vortex. Des supercourants sont créés autour des vortex et empêchent le champ magnétique de détruire l'état supraconducteur impliquant la coexistence de phases normales (les vortex) et de phases supraconductrices (voir la figure 2.4 pour une représentation d'un échantillon en état mixte). La densité de ces vortex augmente avec l'intensité du champ magnétique H impliquant ainsi une diminution progressive de $|M|$ jusqu'à atteindre une valeur nulle pour H_{c2} . Dans cet état mixte les propriétés supraconductrices continuent d'exister jusqu'à ce que $H > H_{c2}$, suite à quoi le matériau redevient un conducteur normal.

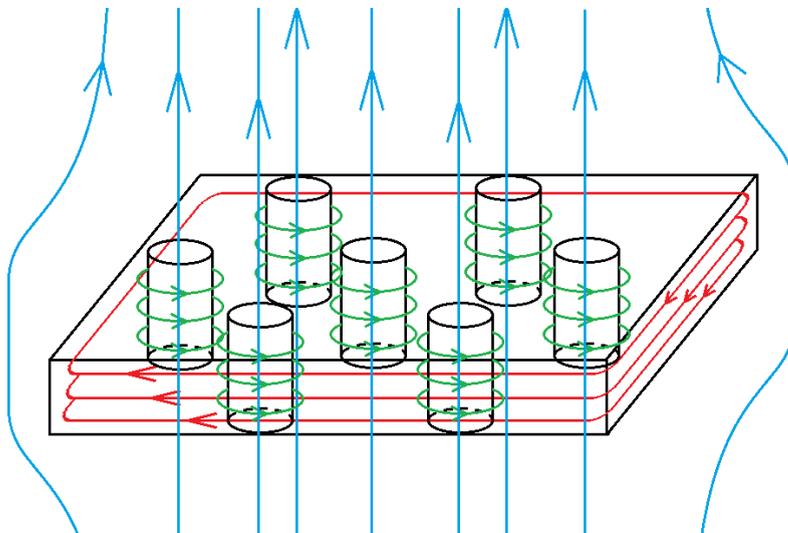


FIGURE 2.4 – Représentation d'un échantillon supraconducteur en état mixte : les lignes de champ magnétique pénètrent le matériau sous la forme de vortex et sont entourés de supercourants qui écrantent le champ magnétique afin de garder l'échantillon dans l'état mixte. A la surface du matériau des supercourants se développent également et sont responsables de l'effet Meissner.

Notons que pour effectuer une approche qualitative du phénomène supraconducteur nous avons omis quelques détails :

- La valeur du champ critique H_c dépend en réalité de la température : à température nulle sa valeur est maximale,
- Nous nous sommes concentrés sur le cas du matériau massif dans ces explications et nous n'avons pas précisé les effets de supraconductivité de surface qui peuvent exister jusqu'à une valeur de champ $H_{c3} > H_{c2}$,
- La phase Meissner que l'on caractérise en règle générale comme étant un état pour lequel le diamagnétisme est "parfait" n'est pas totalement exact : comme précisé

2.2. SUPRACONDUCTIVITÉ

précédemment le champ magnétique pénètre sur une certaine épaisseur λ_L à la surface du matériau sur laquelle se développent les supercourants d'écrantage, nous en reparlerons plus en détail par la suite (λ_L est de l'ordre de la centaine d'angströms).

La lévitation est en fait souvent réalisée à l'aide de supraconducteurs de type II. Dans la phase mixte les vortex sont piégés par les défauts du matériau, ce qui rend stable la position de lévitation de l'aimant au dessus du supraconducteur. En règle générale les corps purs sont de type I alors que les alliages ou les oxydes supraconducteurs sont de type II. Les supraconducteurs de type I possèdent des valeurs de champs critiques trop faibles pour des applications industrielles, de l'ordre de $80mT$ pour le plomb pur par exemple alors qu'à titre de comparaison un petit aimant de *NdFeB* (néodyme-fer-bore) de la taille d'une pièce peut créer un champ magnétique de l'ordre de $1.3T$ (pour fixer les idées, rappelons que le champ magnétique terrestre est de l'ordre de $0.5G = 5.10^{-5}T$). La phase mixte des supraconducteurs de type II est en revanche très étendue puisque $H_{c1} \approx 0.01 T$ et $H_{c2} \approx 100 T$ pour *YBaCuO* par exemple. Elle ouvre ainsi la voie aux applications puisque les propriétés supraconductrices sont maintenues dans cette phase mixte.

2.2.3 Théories de la supraconductivité - Réseau d'Abrikosov

Dans cette partie nous présenterons les différentes approches théoriques de la supraconductivité : nous commencerons par une première description macroscopique des frères *London*, nous parlerons ensuite de la théorie phénoménologique de Ginzbug-Landau, puis nous en profiterons pour décrire plus en détail les vortex et le réseau d'Abrikosov qui en découle et enfin nous terminerons en évoquant brièvement la description microscopique des supraconducteurs conventionnels (théorie BCS).

2.2.3.1 Description macroscopique - Equations de London

La première théorie phénoménologique du comportement électromagnétique des supraconducteurs a été formulée par les frères *F.* et *H. London* en 1935 [46].

Supposons un conducteur parfait où la résistivité est nulle. En posant n_s le nombre d'électrons dans ce conducteur parfait se déplaçant avec une vitesse \vec{v}_s , et en se souvenant que le courant est défini par $\vec{j}_s = n_s q \vec{v}_s$ avec q la charge électrique des électrons, alors la loi fondamentale de la dynamique donne la relation suivante appelée première équation de *London*

$$\frac{\partial \vec{j}_s}{\partial t} = \frac{n_s q^2}{m} \vec{E} \quad (2.1)$$

où m est la masse des électrons et \vec{E} le champ électrique. De plus si l'on applique les lois fondamentales de l'électromagnétisme stipulées par les équations de *Maxwell* à ce conducteur, nous arrivons à la conclusion qu'un conducteur parfait s'oppose à toute variation de champ magnétique en son sein. Cela se traduit par l'équation suivante

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Delta \vec{B} - \frac{1}{\lambda_L^2} \vec{B}) = \vec{0} \quad (2.2)$$

2.2. SUPRACONDUCTIVITÉ

avec $\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s q^2}}$ (μ_0 étant la perméabilité du vide) l'épaisseur du matériau sur laquelle la variation va avoir lieu et qui sert de zone d'adaptation du matériau.

Or lorsque l'on effectue des mesures sur des supraconducteurs, on se rend compte que le champ magnétique \vec{B} est toujours nul à l'intérieur du supraconducteur. On voit qu'il manque alors quelque chose au modèle du conducteur parfait pour décrire le supraconducteur et donc l'effet *Meissner*. L'approche phénoménologique des frères *London* a été de choisir une solution particulière de l'équation (2.2) compatible avec les observations expérimentales, c'est-à-dire qu'ils ont supposé que cette équation ne s'appliquait pas seulement à la variation de \vec{B} mais au champ magnétique \vec{B} lui-même. Elle est appelée deuxième équation de *London*

$$\Delta \vec{B} - \frac{1}{\lambda_L^2} \vec{B} = \vec{0} \quad (2.3)$$

La conséquence de cette équation sur le champ magnétique dans le matériau est relativement simple : au niveau de la surface d'un supraconducteur, le champ magnétique pénètre dans le matériau tout en étant atténué exponentiellement sur une épaisseur caractéristique appelée longueur de *London* λ_L (voir figure 2.5).

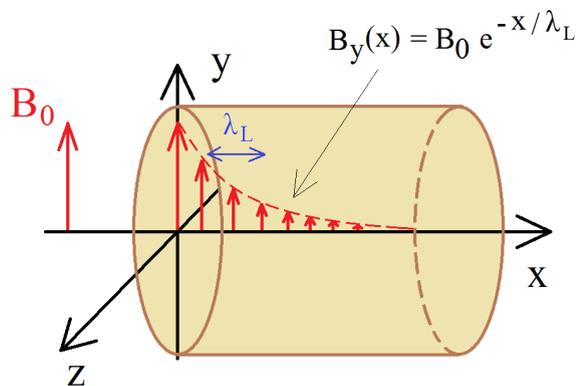


FIGURE 2.5 – Représentation de la longueur de pénétration λ_L pour un champ magnétique appliqué à un matériau supraconducteur.

Cette longueur théorique est en plutôt bonne adéquation avec les valeurs mesurées (par exemple dans des supraconducteurs de type I tels que *Pb*, *Al* etc ...), elle est de l'ordre de la centaine d'angström ($10^{-8}m$). Elle dépend de la température et possède les comportements asymptotiques suivants : elle présente une valeur finie lorsque T tend vers 0, et elle diverge lorsque la température se rapproche de T_c puisque la densité de charges supraconductrices tend vers 0 lorsque T tend vers T_c .

Bien que n'expliquant pas la supraconductivité, les équations (2.1) et (2.3) sont de bonnes approximations puisqu'elles rendent compte des observations expérimentales, à savoir la résistance nulle et le diamagnétisme parfait (en dehors d'une zone d'épaisseur λ_L).

2.2.3.2 Théorie phénoménologique de Ginzburg-Landau

En 1950 *Ginzburg* et *Landau* ont proposé une alternative à la théorie de *London* en appliquant la théorie des transitions de phases de *Landau* à la supraconductivité [47]. Elle permet de décrire plusieurs observations expérimentales dont la transition entre l'état normal et supraconducteur, ou encore l'existence de l'état mixte au sein des supraconducteurs de type II. Néanmoins cette théorie est phénoménologique, c'est-à-dire que malgré sa description cohérente des phénomènes associés à la transition de phases, elle n'a pas de justification microscopique (tout du moins lors de son fondement, c'est une chose qui fut faite a posteriori par la théorie BCS).

On introduit un paramètre d'ordre complexe décrivant la fonction d'onde macroscopique des électrons supraconducteurs $\Psi(\vec{r})$, dont le carré du module est égal à la densité de "supra-électrons" $|\Psi|^2 = n_s$. On émet l'hypothèse que le paramètre d'ordre possède une valeur finie dans la phase supraconductrice et nulle dans la phase normale, et on suppose ce paramètre d'ordre continu à la transition. Ainsi la transition de phase est du second ordre et la densité d'énergie libre de l'état supraconducteur s'écrit :

$$\mathcal{F}_{\text{supra}} = \mathcal{F}_{\text{norm}} + a(T)|\Psi|^2 + \frac{b(T)}{2}|\Psi|^4 + \frac{1}{2m^*}|(-i\hbar\vec{\nabla} - q^*\vec{A})\Psi|^2 + \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0} \quad (2.4)$$

où $\mathcal{F}_{\text{supra}}$ représente l'énergie libre de l'état supraconducteur et $\mathcal{F}_{\text{norm}}$ celle l'état normal. Le terme $\frac{\vec{B}^2}{2\mu_0}$ est la contribution de l'énergie magnétique au système, alors que $\frac{1}{2m^*}|(-i\hbar\vec{\nabla} - q^*\vec{A})\Psi|^2$ provient des effets du champ magnétique \vec{B} sur l'impulsion, où \vec{A} est le potentiel vecteur. Les grandeurs $m^* = 2m$ et $q^* = 2q$ correspondent respectivement à la masse et à la charge effective des paires de Coopers avec m la masse d'un électron et q sa charge.

Equations de Ginzburg-Landau - Quantification du flux

La minimisation de $\mathcal{F}_{\text{supra}}$ par une méthode variationnelle par rapport à Ψ et \vec{A} donne les deux équations de *Ginzburg-Landau* (respectivement (2.5) et (2.6))

$$a(T)\Psi + b(T)|\Psi|^2\Psi + \frac{1}{2m^*}(-i\hbar\vec{\nabla} - q^*\vec{A})^2\Psi = 0 \quad (2.5)$$

$$\vec{j} = \frac{iq^*\hbar}{2m^*}(\Psi^*\vec{\nabla}\Psi - \Psi\vec{\nabla}\Psi^*) - \frac{(q^*)^2}{m^*}|\Psi|^2\vec{A} \quad (2.6)$$

Ces deux équations contiennent l'existence d'un supercourant, l'effet *Meissner* (dans le cas où le paramètre d'ordre est uniforme) ou encore la quantification du flux. Cette dernière propriété par exemple se déduit de l'équation (2.6) dans laquelle on introduit le paramètre complexe comme $\Psi = |\Psi_0|e^{i\theta}$, et où on suppose que l'on a $|\Psi_0| = \text{cste}$ et $\vec{j} = \vec{0}$ sur un

2.2. SUPRACONDUCTIVITÉ

contour fermé \mathcal{C} dans le supraconducteur (cela revient à s'assurer que l'on est loin de la surface du matériau). En intégrant l'équation (2.6) sur le contour \mathcal{C} on a ainsi

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{A} \cdot d\vec{l} = -\frac{\hbar}{q^*} \oint_{\mathcal{C}} \vec{\nabla} \theta \cdot d\vec{l} \quad (2.7)$$

avec $d\vec{l}$ l'élément infinitésimal de déplacement le long du contour. Ainsi on obtient le flux du champ magnétique à travers la surface S portant le contour \mathcal{C} en utilisant le théorème de Stokes,

$$\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \pm n \frac{\hbar}{q^*} = \pm n \Phi_0 \quad (2.8)$$

La quantification du flux est obtenue : le flux magnétique à travers la surface est égale à un nombre entier n de fois le quantum de flux magnétique $\Phi_0 = \frac{\hbar}{2e}$. Ainsi lorsque les vortex pénètrent dans l'échantillon ces derniers possèdent un nombre entier de quantum de flux. Cependant il est énergétiquement favorable pour le système de créer n tubes de flux possédant un quantum de flux Φ_0 plutôt qu'un vortex avec $n\Phi_0$, c'est pourquoi chaque vortex porte un seul et unique quantum de flux Φ_0 .

Longueurs caractéristiques

La théorie de *Ginzburg-Landau* introduit deux longueurs caractéristiques importantes qui sont la longueur de pénétration λ et la longueur de cohérence ξ . La longueur λ décrit la distance caractéristique sur laquelle le champ magnétique varie dans le supraconducteur. On la détermine en écrivant que loin des bords du matériau $B = 0$ et $\Psi = \text{cste}$. En remplaçant $|\Psi|^2$ par sa valeur d'équilibre via l'équation (2.5), alors la longueur de pénétration s'écrit

$$\lambda = \sqrt{\frac{m^* b}{\mu_0 (q^*)^2 |a|}} \quad (2.9)$$

Quant à la longueur ξ elle caractérise l'échelle de variation de la densité d'électrons supraconducteurs n_s , ou plus précisément la variation du paramètre d'ordre Ψ . Plaçons nous en champ nul, nous avons $\vec{A} = \vec{0}$, si l'on se trouve suffisamment proche de la température de transition nous pouvons alors négliger le terme $b|\Psi|^2\Psi$ de l'équation (2.5), ce qui conduit alors à écrire cette même équation comme $\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta\Psi = a\Psi$ et cela amène à poser la longueur de cohérence comme étant,

$$\xi = \frac{\hbar}{\sqrt{2 m^* |a|}} \quad (2.10)$$

Les deux longueurs $\xi(T)$ et $\lambda(T)$ dépendent de la température et possèdent le même comportement $A(T) \sim A(0) \sqrt{\frac{T_c}{T_c - T}}$. Dans un supraconducteur de type I l'ordre de grandeur

2.2. SUPRACONDUCTIVITÉ

de ces deux quantités à $T = 0K$ est $\xi \approx 10^{-6}m$ et $\lambda \approx 10^{-8}m$, alors que pour un supraconducteur de type II nous avons $\xi \approx 10^{-9}m$ et $\lambda \approx 10^{-8}m$.

Le modèle de *Ginzburg-Landau* ne s'applique pas à toutes les situations. En effet le développement de l'énergie libre n'est valide qu'au voisinage de la transition normal-supraconducteur. Il ne permet pas non plus de décrire le système lorsqu'il se trouve trop proche de la transition puisque c'est à cet endroit que les fluctuations sont importantes et le développement de *Landau* n'en tient pas compte. Bien qu'il faille utiliser ce modèle avec précaution il reste une assez bonne approximation pour décrire la supraconductivité et en particulier la dynamique des réseaux de vortex que nous traiterons par la suite.

2.2.3.3 Vortex et réseau d'Abrikosov

Avant de continuer notre présentation des diverses théories de la supraconductivité, nous allons faire un détour et décrire un peu plus en détail les vortex et le réseau qu'ils peuvent former au sein des supraconducteurs de type II : le réseau d'*Abrikosov*.

Présentation des vortex

Le vortex est un tube de flux permettant au champ magnétique de traverser l'échantillon sans avoir à le contourner. Lorsque les vortex pénètrent dans le matériau, les supercourants qui écrantent le champ magnétique dans le cœur du supraconducteur existent toujours à la surface de ce dernier, cependant le fait que le champ magnétique puisse passer au sein du matériau à travers ces tubes de flux nécessite qu'il existe également des supercourants autour des vortex afin de garder le reste de l'échantillon dans un état supraconducteur. On observe ainsi deux types de boucles de courants qui écrantent le champ magnétique à l'intérieur du matériau : une à la surface du matériau et une autre autour de chaque vortex (ces supercourants circulent ainsi en des sens opposés, voir la figure 2.4). Notons également que l'existence des vortex peut être comprise d'un point de vue énergétique : il est favorable pour le système d'augmenter la surface de contact entre les régions normales et supraconductrices afin d'abaisser son énergie de surface qui devient ainsi négative (une énergie de surface positive implique une interface de séparation la plus faible possible). On comprend alors pourquoi le matériau se fragmente de plus en plus en vortex lorsque le champ appliqué augmente. Le profil de la densité n_s et du champ magnétique \vec{B} autour des vortex est représenté sur la figure 2.6.

Comme précisé auparavant on observe une zone de transition pour le champ magnétique entre le cœur du supraconducteur et le vortex sur une épaisseur λ (où l'on a respectivement $B = 0$ et $B \neq 0$), c'est aussi dans cette région que vivent les courants supraconducteurs. Le passage entre la zone normale où $n_s = 0$ et la zone supraconductrice avec $n_s = \text{cste}$ se fait sur une épaisseur ξ . Cette longueur de cohérence représente donc la taille du cœur du vortex mais aussi la taille de la paire de Cooper.

Sur ces échelles de longueurs la contribution apportée à l'énergie de surface sera différente, et en fonction de la prépondérance d'une de ces deux longueurs par rapport à l'autre l'énergie de surface du système sera négative ou positive. Cela amène donc natu-

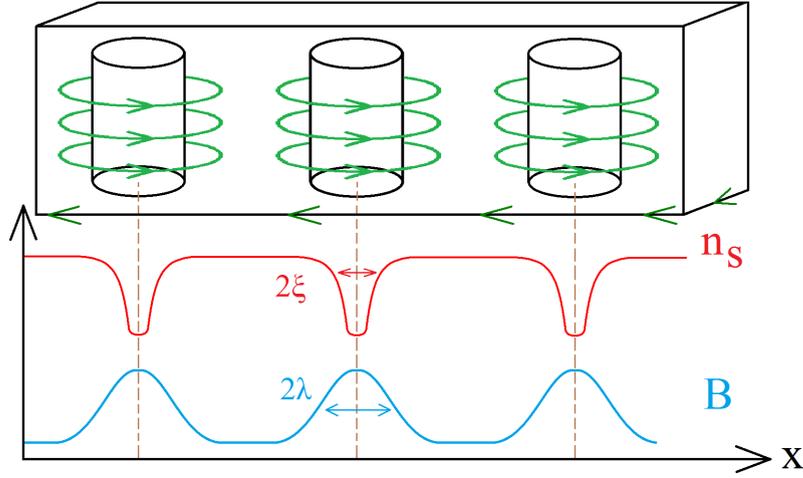


FIGURE 2.6 – Description des deux longueurs λ et ξ pour les vortex dans les supraconducteurs de type II.

rellement à poser le paramètre adimensionnel de *Ginzburg-Landau* $\kappa = \frac{\lambda}{\xi}$. On observe que pour $\kappa < 1/\sqrt{2}$ l'énergie de surface est positive et le supraconducteur est de type I, alors que pour $\kappa > 1/\sqrt{2}$ l'énergie de surface est négative et le supraconducteur est de type II [26]. La valeur de ce ratio κ permet par conséquent de distinguer les deux types de supraconducteurs.

Nous pouvons maintenant déterminer l'ordre de grandeur des valeurs des champs critiques H_{c1} et H_{c2} qui caractérisent l'état mixte des supraconducteurs de type II. Nous allons les définir par rapport à la valeur du champ critique H_c des supraconducteurs de type I qui peut se calculer à partir de la différence d'énergie libre entre la phase normale et la phase supraconductrice $F_{\text{norm}} - F_{\text{supra}} = \frac{a^2}{2b} = \frac{H_c^2}{2\mu_0}$.

La présence de vortex dans l'échantillon crée une augmentation locale de l'énergie libre, par unité de longueur du vortex, d'une quantité $\pi\xi^2 \frac{\mu_0 H_c^2}{2}$; mais aussi une décroissance locale de l'énergie magnétique de $\pi\lambda^2 \frac{\mu_0 H^2}{2}$. L'état mixte apparaît lorsque $H = H_{c1}$ et cela se traduit par $H_{c1} \approx \frac{H_c}{\kappa}$.

À la borne H_{c2} tous les vortex portant un quantum de flux fusionnent et on montre que $H_{c2} \approx \kappa H_c$. Ainsi pour un matériau qui est fortement de type II (*i.e.*, $\kappa \gg 1$) nous retrouvons bien le fait que $H_{c1} < H_c$ et $H_{c2} > H_c$.

Description des vortex et réseaux

Une description plus détaillée des vortex nécessite la résolution de l'équation décrivant la valeur du champ magnétique en présence des supercourants induits par ce dernier, soit l'équation $\Delta \vec{B} - \vec{B}/\lambda = \vec{0}$. Vu la symétrie cylindrique du problème et le fait que le champ

2.2. SUPRACONDUCTIVITÉ

magnétique soit suivant l'axe (Oz), cela amène à écrire,

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial r} - \frac{B_z}{\lambda^2} = 0 \quad (2.11)$$

qui n'est rien d'autre qu'une équation différentielle de *Bessel* modifiée avec $n = 0$. La solution de cette équation est donnée par la fonction de *Bessel* modifiée $K_0(x)$ de deuxième espèce d'ordre 0,

$$B_z(r) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \quad (2.12)$$

où la valeur de la constante a été déterminée par la condition de quantification du flux $\Phi_0 = \int B(\vec{r}) d^2\vec{r}$. Le comportement asymptotique de la fonction de *Bessel* pour $\xi \ll r \ll \lambda$ donne la relation $B_z(r) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \ln\left(\frac{\lambda}{r}\right)$. Lorsque $r < \xi$, le champ magnétique ne va pas diverger (le cœur du vortex est dans un état normal) et on peut supposer qu'il va atteindre une valeur de saturation proche de celle obtenue pour $B_z(r = \xi)$. De plus pour $r \gg \lambda$ la forme asymptotique de la fonction de *Bessel* donne $B_z(r) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \sqrt{\frac{\pi\lambda}{2r}} e^{-\frac{r}{\lambda}}$. Ainsi le champ magnétique est grand et à peu près constant dans le cœur du vortex puis décroît de façon logarithmique jusqu'à $r \approx \lambda$ pour finir par décroître de façon exponentielle. Les courants persistants qui circulent autour du cœur du vortex et qui maintiennent ce champ se déduisent de $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ pour donner la relation $j_\theta(r) = \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\lambda^3} K_1\left(\frac{r}{\lambda}\right)$, avec $j_\theta(r)$ la composante tangentielle des courants dans le plan (xOy) (voir les profils représentés sur la figure 2.7).

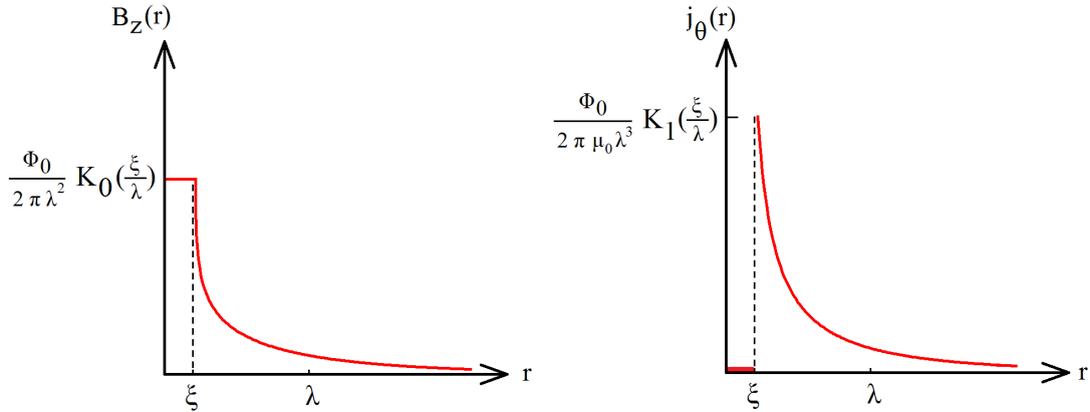


FIGURE 2.7 – Profil du champ magnétique $B_z(r)$ et du courant $j_\theta(r)$ circulant autour du cœur du vortex dans la limite de *London*.

Avant de décrire la formation du réseau de vortex que l'on observe expérimentalement, regardons les interactions entre vortex. Pour ce faire nous introduisons la limite de *London* qui est un cas limite du modèle de *Ginzburg-Landau* avec $\kappa \gg 1$ et $H \ll H_{c2}$. Dans cette limite, les vortex sont considérés comme ponctuels et éloignés les uns des autres puisque

2.2. SUPRACONDUCTIVITÉ

$$\kappa = \frac{\lambda}{\xi} \gg 1.$$

En présence de vortex l'équation de *London* est modifiée en rajoutant un terme source de champ qui est choisi comme une fonction de *Dirac* dans cette limite, et devient

$$\vec{B} - \lambda^2 \Delta \vec{B} = \vec{\Phi}_0 \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \quad (2.13)$$

où $\vec{\Phi}_0$ est le vecteur le long du vortex possédant un quantum de flux magnétique et \vec{r}_i représente la position des vortex. L'énergie libre d'un vortex par unité de longueur peut ainsi s'écrire

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2\mu_0} \int d\vec{r} \left\{ \vec{B}^2 + \lambda^2 (\vec{\nabla} \times \vec{B})^2 \right\} \quad (2.14)$$

En utilisant l'identité vectorielle $(\vec{\nabla} \times \vec{B})^2 = \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B})) + \vec{\nabla} \cdot (\vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}))$ et le fait que $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = -\vec{B}/\lambda^2$, alors en appliquant le théorème de *Green-Ostrogradski* nous arrivons à la relation suivante pour l'énergie libre

$$\mathcal{F} = \frac{\lambda^2}{2\mu_0} \oint \left\{ \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \right\} \cdot d\vec{S} \quad (2.15)$$

où l'intégrale est prise sur la surface de la région supraconductrice et $d\vec{S}$ est l'élément de surface pointant dans la direction normale du supraconducteur. Il existe deux contributions pour cette intégrale surfacique, et puisque le champ magnétique décroît exponentiellement à grande distance, alors l'intégrale s'annule à l'infini et seule la contribution provenant de $r = \xi$ persiste. En utilisant la forme asymptotique de $B_z(r = \xi)$ définie précédemment, nous avons alors l'énergie par unité de longueur d'un vortex qui est égale à

$$\mathcal{F} = \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2} \ln\left(\frac{\lambda}{\xi}\right) \quad (2.16)$$

Considérons à présent deux vortex droits et parallèles, aux positions \vec{r}_1 et \vec{r}_2 , dans un supraconducteur infini. Le champ magnétique total au point \vec{r} , par linéarité des équations de *Maxwell*, est le suivant

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_1(\vec{r}) + \vec{B}_2(\vec{r}) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \left[K_0\left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_1|}{\lambda}\right) + K_0\left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_2|}{\lambda}\right) \right] \quad (2.17)$$

En utilisant l'équation (2.15) on peut montrer que l'énergie libre par unité de longueur du système de deux vortex s'écrit

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{1+2} &= \mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_{12} \\ &= \frac{\Phi_0}{2\mu_0} B_1(\vec{r}_1) + \frac{\Phi_0}{2\mu_0} B_2(\vec{r}_2) + \frac{\Phi_0}{\mu_0} B_1(\vec{r}_2) \end{aligned} \quad (2.18)$$

2.2. SUPRACONDUCTIVITÉ

où \mathcal{F}_1 et \mathcal{F}_2 représente l'énergie libre des deux vortex pris séparément, alors que \mathcal{F}_{12} est le terme d'énergie d'interaction entre les deux vortex. Ce dernier vaut

$$\mathcal{F}_{12} = \frac{\Phi_0^2}{2\pi\mu_0\lambda^2} K_0 \left(\frac{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}{\lambda} \right) \quad (2.19)$$

et on se rend compte que l'interaction entre les vortex est répulsive. Notons que cette démarche s'applique aisément à un système de n vortex et l'on trouve que l'énergie d'un système à n vortex est la somme des énergies de chaque vortex et de l'énergie de paire de chaque couple de vortex. Les vortex se repoussant, ils vont donc former une structure périodique. En 1957 *Abrikosov* a prédit l'arrangement des vortex dans les supraconducteurs de type II en réseaux [26], que l'on nomme maintenant *réseaux d'Abrikosov* (suite à des erreurs de calculs il avait conclu que la configuration permettant de minimiser l'énergie était le réseau carré, cependant *Kleiner et al.* [48] ont montré qu'en réalité c'était le réseau triangulaire, dit aussi hexagonal, et qui est observé expérimentalement qui minimise l'énergie). Le pas du réseau est donné par $a_0 = \left(\frac{2\Phi_0}{\sqrt{3}B} \right)^{1/2}$, ce qui donne pour des supraconducteurs de type II comme les SHTC une variation allant de $a_0 \sim \lambda$ pour $B \sim H_{c1}$ à $a_0 \sim \xi$ pour $B \sim H_{c2}$. *Abrikosov* a reçu le prix Nobel en 2003 pour cette découverte.

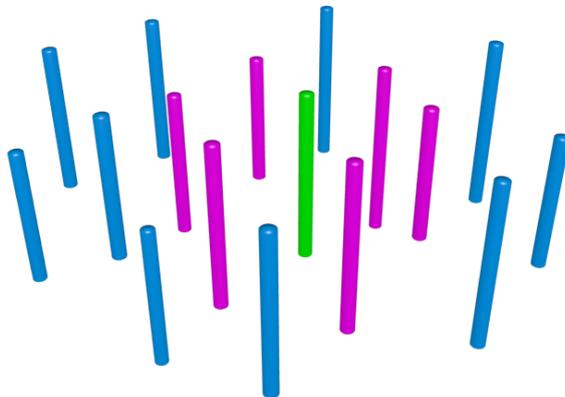


FIGURE 2.8 – Schéma de réseau de vortex en perspective isométrique. Un vortex quelconque (en vert) possède 6 voisins (en rouge) et le réseau est hexagonal.

De plus nous pouvons expliciter la force agissant par unité de longueur sur le vortex 2 par

$$\vec{F}_2 = -\frac{\partial \mathcal{F}_{12}}{\partial \vec{r}_2} = -\frac{\Phi_0}{\mu_0} \frac{\partial B_1(\vec{r}_2)}{\partial \vec{r}_2} \quad (2.20)$$

Cependant en utilisant la relation de *Maxwell-Ampère* reliant le champ magnétique \vec{B}_1 du vortex 1 à sa densité de courant \vec{j}_1 , et donnée par $\vec{\nabla} \times \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_1$, nous pouvons réécrire la force $\vec{F}_2 = \vec{j}_1(\vec{r}_2) \times \vec{\Phi}_0$ où $\vec{\Phi}_0$ est le vecteur portant le quantum de flux magnétique du vortex 2. En sommant les forces provenant de toutes les sources de courants on trouve ainsi que la force s'appliquant par unité de longueur sur un vortex est égale à

$$\vec{F} = \vec{j} \times \vec{\Phi}_0 \quad (2.21)$$

avec \vec{j} la densité de courant supraconducteur existant aux abords du vortex considéré. Cette expression est valable pour tous les vortex placés dans un champ de courant, et en particulier pour un courant imposé à l'échantillon supraconducteur de type II dans lequel le courant circulera dans tout le volume du matériau (en évitant tout de même les cœurs de vortex). Ainsi les vortex subissent une force perpendiculaire à la fois au courant appliqué donné par \vec{j} et au champ magnétique appliqué donné par $\vec{\Phi}_0$. Cette force met en mouvement les vortex, créant un travail et une dissipation de l'énergie qui sera prise au courant injecté. Le supraconducteur redevient alors résistif et perd ainsi une de ses propriétés les plus intéressantes. De plus cette dissipation de chaleur risque de réchauffer le matériau au point de perdre l'état supraconducteur lorsque $T > T_c$.

L'état mixte des supraconducteurs de type II est assez paradoxal : c'est dans ce régime que fonctionnent principalement tous les supraconducteurs actuels qui fournissent de forts champs magnétiques, mais c'est également dans ce régime que le courant appliqué risque de faire perdre la propriété de résistivité nulle. Il faut alors trouver un moyen de contrer cette mise en mouvement des vortex, c'est ce qu'on appelle le piégeage. Il est réalisé par les défauts du matériau. Le paramètre d'ordre supraconducteur est supprimé au passage d'une imperfection du réseau cristallin et il est énergétiquement favorable pour le système d'avoir un vortex placé dans un défaut. Ces défauts peuvent être de différentes natures : ils peuvent être intrinsèques comme c'est le cas pour les défauts cristallins tels que les lacunes d'oxygène dans les SHTC, les joints de grains, les dislocations, les substitutions d'atomes ou bien les atomes interstitiels ; ou bien extrinsèques tels que les défauts colonnaires créés artificiellement par irradiation du matériau avec des ions lourds.

2.2.3.4 Description microscopique - Théorie BCS

Dans cette partie nous présenterons une brève description qualitative de la première théorie microscopique décrivant les supraconducteurs.

En 1950 *Frölich* avait émit l'hypothèse que l'interaction électron-phonon est importante pour la supraconductivité. Mais c'est en 1957 que *Bardeen J.*, *Cooper L.* et *Schrieffer J.* ont proposé leur théorie dite *BCS* qui explique le phénomène supraconducteur [49, 50]. Dans cette théorie l'interaction des électrons avec le réseau, appelée interaction électron-phonon peut entraîner une attraction effective entre électrons et ce malgré la répulsion Coulombienne. Cela peut se comprendre qualitativement de la façon suivante : lorsqu'un électron se déplace à travers la structure cristalline du matériau, ce dernier va la déformer en attirant les ions positifs sur son passage. Cette région se polarise positivement et il est alors intéressant pour un deuxième électron de passer par le chemin déjà frayé par le premier, ainsi une attraction effective entre les deux électrons se réalise et ces derniers forment une paire appelée *paire de Cooper* (voir le schéma 2.9).

Cette paire constitue une nouvelle "particule" quantique de spin entier (boson) et ce malgré le spin 1/2 des électrons (fermions). Un grand nombre de telles paires existent dans le supraconducteur, elles se superposent alors fortement et forment un condensat de

2.2. SUPRACONDUCTIVITÉ

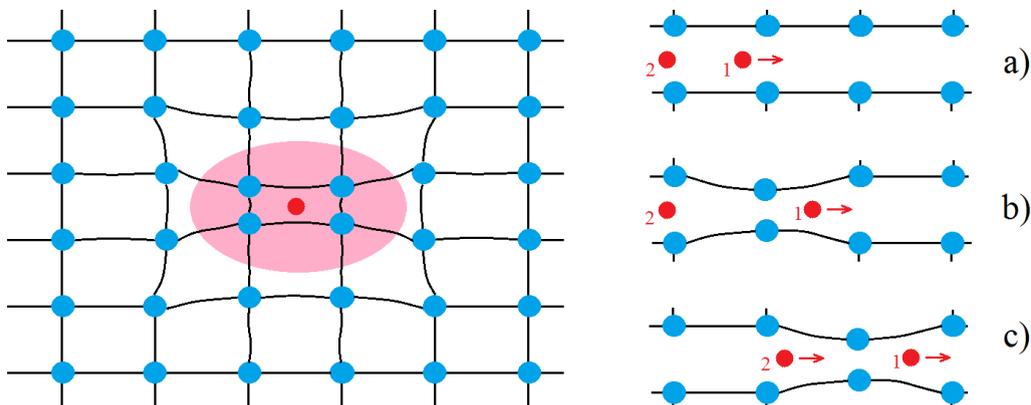


FIGURE 2.9 – Image de gauche : déformation du réseau cristallin (ions en bleus) lors du passage d'un électron (en rouge). Image de droite : a) l'électron 1 passe devant les ions, b) le réseau se déforme suite à son passage et c) la région polarisée positivement attire l'électron 2 qui forme ainsi avec l'électron 1 une paire de Cooper.

Bose-Einstein leur permettant de se rassembler dans un état quantique unique et cohérent, d'énergie plus basse que pour des électrons non appariés dans un métal normal, et ainsi de présenter un comportement quantique macroscopique analogue à une seule particule. L'énergie de cette paire est inférieure à la somme des énergies des deux électrons indépendants, et cela est réalisé pour deux électrons qui ont des spins opposés. Les deux électrons de la paire de *Cooper* sont liés avec une énergie 2Δ appelé gap d'énergie. Cette paire de *Cooper* reste stable tant que l'énergie fournie ne dépasse pas la valeur du gap. Tant que l'énergie requise pour détruire la paire n'est pas atteinte, les électrons restent appariés et aucune résistance n'existe dans le matériau. Le comportement collectif des paires de *Cooper* qui se regroupent en un condensat avec le même état fondamental est la cause des propriétés spectaculaires de la supraconductivité.

Cette théorie permet de retrouver et d'expliquer beaucoup de résultats exposés précédemment par des approches phénoménologiques tels que : les conditions pour qu'un composé soit supraconducteur, déterminer sa température de transition T_c , retrouver les longueurs caractéristiques ξ et λ , le champ critique H_c , la densité de courant critique j_c ... Comme nous en avons parlé au chapitre 1, la théorie *BCS* permet également de définir une limite théorique pour la température critique des supraconducteurs $T_c \approx 30K$. Les SHTC sont au-delà de cette limite avec des températures maximales à l'heure actuelle de l'ordre de $T_c \approx 130K$. Il convient souvent alors d'appeler "conventionnels" les supraconducteurs qui sont décrits par la théorie *BCS* (c'est en général le cas des supraconducteurs de type I), et comme "non conventionnels" ceux qui ne le sont pas (les supraconducteurs de type II par exemple). L'étude détaillée de cette théorie *BCS* sortant du cadre de notre étude nous invitons le lecteur intéressé à se référer à des livres traitant de ce sujet [51].

2.2.4 Applications

Pour finir la description de la supraconductivité nous allons parler des applications possibles des supraconducteurs. Elles sont nombreuses et présentes dans des domaines variés en passant par le domaine médical, la physique théorique ou encore l'ingénierie.

L'application médicale la plus dépendante des supraconducteurs est sans conteste la technique de l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM). Cette technique d'imagerie médicale permet d'obtenir des représentations multidimensionnelles (2D ou 3D) du corps humain en se basant sur la résonance magnétique nucléaire (RMN) : un champ magnétique puissant va aligner les moments magnétiques de spin et par la même occasion créer une aimantation des tissus que l'on pourra ainsi observer. L'IRM, basée sur l'utilisation de champs magnétiques, présente alors un plus grand intérêt que la tomographie qui utilise des rayonnements ionisants (rayons X) pour la représentation interne du corps humain. Sans la mise en place d'aimants supraconducteurs, il faudrait des électroaimants nécessitant des centaines de kilowatts afin de générer le champ magnétique requis dans l'IRM.

La découverte par *B. D. Josephson* de l'*effet Josephson*, qui lui valut le prix Nobel en 1973, montrant qu'un courant électrique peut apparaître entre deux matériaux supraconducteurs séparés par un isolant, a permis la création de SQUIDS [27] (Superconducting Quantum Interference Device). Le SQUID est un dispositif formé d'un circuit supraconducteur contenant deux jonctions Josephson et permettant de détecter de très faibles champs magnétiques. Les SQUIDS peuvent être utilisés dans le domaine de la santé dans le but de mesurer l'activité neuronale au sein du cerveau : les champs magnétiques induits par l'activité électrique des neurones sont de l'ordre du femtoTesla ($10^{-15}T$, soit une valeur bien plus faible que le champ magnétique terrestre), on utilise alors un magnétoencéphalographe (MEG) qui est essentiellement un maillage de plusieurs centaines de SQUIDS. Une technique analogue peut être utilisée pour la détection de champs magnétiques provenant du cœur humain, c'est la magnéto-cardiographie (MCG) [52]. Les SQUIDS étant des magnétomètres ils sont couramment utilisés en physique, mais également dans des domaines totalement différents tels que par exemple la géophysique pour la prospection par méthode magnétique afin de caractériser en détail les sous-sols.

Une autre propriété des jonctions Josephson est la suivante : en appliquant une différence de tension électrique constante entre les deux supraconducteurs, il apparaît un courant électrique alternatif de très haute fréquence. La fréquence des courants alternatifs ne dépend pas des supraconducteurs, mais de la tension appliquée ainsi que de constantes fondamentales (par exemple la charge électrique de l'électron). Cette propriété peut être utilisée afin de créer des transistors beaucoup plus rapides que les transistors classiques (semi-conducteurs), et ainsi ouvrir la voie à des ordinateurs beaucoup plus rapides en terme d'opérations à virgule flottante par seconde (flops).

Une autre application possible des supraconducteurs se trouve dans le domaine de la recherche théorique en Physique au sein des accélérateurs de particules. Bien qu'il en existe une quantité notable répartie dans plusieurs pays à travers le monde, l'un de ceux qui a fait le plus parler de lui ces derniers temps (avec un budget avoisinant les 9 milliards de dollars)

2.3. STATIQUE DES RÉSEAUX DE VORTEX

est le grand collisionneur de hadrons LHC du CERN, se trouvant en partie en France et en Suisse. Son but est de tenter de répondre à des questions que posent les modèles de la physique des particules et de la cosmologie, en essayant par exemple de prouver l'existence du boson de Higgs ou encore la détection plus ou moins directe de matière noire, de dimensions supplémentaires etc ... Son fonctionnement est basé sur celui du synchrotron, qui, rappelons-le, permet d'accélérer des particules chargées à hautes énergies via l'utilisation d'électro-aimants. Le LHC accélère des hadrons, en particulier des protons, jusqu'à une énergie de 7 Tev et les fait entrer en collision. Le champ magnétique nécessaire à la courbure du faisceau de protons ne serait possible avec des électro-aimants que pour des valeurs de courants électrique considérables, ce qui entraînerait un échauffement énorme du matériau. C'est pourquoi l'utilisation de supraconducteurs est incontournable dans la réalisation de cette expérience (plusieurs milliers d'aimants supraconducteurs y sont utilisés).

Beaucoup d'autres exemples d'utilisation de supraconducteurs existent et nous ne tentons pas d'en faire une liste exhaustive, cependant nous pouvons en citer brièvement quelques-uns qui sont plus ou moins connus du grand public. L'application de la supraconductivité aux moyens de transport avec les trains à sustentation magnétique est une de ces réalisations. L'idée est d'appliquer le phénomène de lévitation des supraconducteurs en présence d'aimants afin de supprimer les frottements du train avec les rails et de n'avoir plus que les frottements avec l'air ambiant. Avec le *JR-MagLev* les Japonais ont ainsi réussi à réaliser l'exploit d'atteindre les 581 km/h en 2003.

La production d'énergie nucléaire à travers les Tokamaks représente aussi une utilisation possible des supraconducteurs. La fusion d'atomes "légers" se fait au sein de plasmas qui présentent des températures de plusieurs millions de degrés et qui sont confinés dans un anneau torique par de forts champs magnétiques ($\approx 5T$) réalisés grâce à des aimants supraconducteurs. Le dernier exemple en date est le projet *ITER* (pour International Thermonuclear Experimental Reactor) qui fait beaucoup parler de lui et dont le budget avoisine les 15 à 17 milliards d'euros actuellement.

Et enfin l'application phare du transport de courant électrique : dans les lignes à haute tension l'utilisation de câbles supraconducteurs, en remplacement des câbles en cuivre ou en alliage d'aluminium, permettrait de faire passer une quantité beaucoup plus grande de courant électrique sans perte d'énergie par effet Joule. Un exemple de réalisation industrielle a été effectué aux Etats-Unis en 2008 avec six cents mètres de câble supraconducteur permettant de transporter environ 500 MW pour une faible tension (un projet nommé "AmpaCity" va bientôt tenter de battre le record de la plus longue liaison supraconductrice en Allemagne).

2.3 Statique des réseaux de vortex

Dans le matériau supraconducteur, le réseau de vortex est plongé dans un potentiel perturbateur créé par les défauts du matériau. Pour garder la propriété supraconductrice de résistivité nulle, le réseau de vortex doit rester figé dans ce potentiel. Il est donc primordial de comprendre comment le réseau élastique de vortex s'adapte au potentiel de piégeage.

2.3. STATIQUE DES RÉSEAUX DE VORTEX

Nous commencerons donc par considérer les phases statiques observées dans l'état mixte des supraconducteurs (les aspects dynamiques seront étudiés dans la section suivante).

La matière vortex présente une grande richesse résultant de la compétition entre la structure élastique du réseau de vortex, le piégeage et les fluctuations thermiques. Le diagramme de phase 2.3, tiré d'une analyse de champ moyen, va être modifié pour les SHTC. En effet leur caractère fortement de type II, ou encore leur forte anisotropie, va rendre les fluctuations thermiques importantes. Le piégeage va également augmenter la richesse du diagramme. Par exemple en absence de piégeage et à température nulle le réseau de vortex forme un cristal, cependant lorsque la température est suffisamment élevée, comme pour n'importe quel solide, le cristal de vortex peut fondre en un liquide de vortex. La température de fusion peut être grossièrement estimée par le critère de *Lindemann* qui explique que le cristal va fondre lorsque l'écart quadratique moyen des déplacements des vortex aura atteint une fraction du pas du réseau, soit $\langle u^2(T_{\text{fusion}}) \rangle \approx c_L^2 a_0^2$ où $\langle \dots \rangle$ est une moyenne thermique et $c_L \simeq 1/10$ est la constante de *Lindemann*. Nous renvoyons le lecteur à la référence [53] pour plus de détails sur la fusion du réseau de vortex. Nous restons ici au contraire dans une description élastique du réseau de vortex plongé dans un potentiel désordonné.

2.3.1 Description élastique du réseau

Le réseau de vortex est une structure périodique qui peut être décrite par le même type d'hamiltonien élastique que dans l'équation (1.1) introduite dans le cas particulier des interfaces. La position des vortex peut être décrite par la relation $\vec{r}_i = \vec{R}_i + \vec{u}_i$ où \vec{R}_i représentent les positions d'équilibre (ce sont les positions de références du réseau de *Bravais* parfait, correspondant ici au réseau triangulaire) et \vec{u}_i est le champ de vecteur de déplacement qui donne l'écart du vortex i par rapport à sa position d'équilibre (voir la figure 2.10 pour avoir une représentation schématique). Afin de pouvoir utiliser une description élastique pour les vortex nous supposons le champ de déplacement \vec{u}_i univalué, ce qui correspond à la situation où il n'y a pas de défaut topologique (c'est-à-dire aucune discontinuité dans la structure cristalline du matériau).

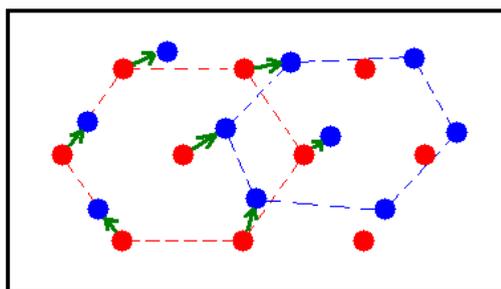


FIGURE 2.10 – Exemple schématique d'un réseau de vortex avec les positions d'équilibre \vec{R}_i en noir, le champ de déplacement \vec{u}_i représenté par les vecteurs, et les positions \vec{r}_i des vortex en gris.

2.3. STATIQUE DES RÉSEAUX DE VORTEX

Si le déplacement de deux vortex voisins est suffisamment petit par rapport au pas du réseau $|\vec{u}_i - \vec{u}_{i+1}| \ll a_0$, alors en prenant la limite continue nous obtenons une énergie élastique quadratique en u comme dans l'équation (1.1). Dans cette équation nous considérons le cas d'une structure élastique isotrope, *i.e.* le coefficient élastique c avait été choisi constant. Cependant en appliquant cette démarche au réseau de vortex tridimensionnel cela nous donne l'énergie élastique en terme du champ continu u ,

$$\mathcal{H}_{el}(u) = \frac{1}{2} \int d^3r \left[c_{11} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right)^2 + c_{66} \left(\vec{\nabla} \times \vec{u} \right)^2 + c_{44} \left(\partial_z \vec{u} \right)^2 \right] \quad (2.22)$$

Cela correspond à une situation expérimentale dans un supraconducteur à haute température critique anisotrope (comme les cuprates) avec des vortex droits et alignés suivant l'axe z (axe d'application du champ magnétique) et les dérivées notées par $\vec{\nabla}$ ont lieu dans le plan xy perpendiculaire (c'est-à-dire les plans CuO_2 permettant la supraconductivité). Le coefficient élastique est un tenseur avec c_{11} le module de compression, c_{66} le module de cisaillement et c_{44} le module de torsion. En général nous avons $c_{11} \gg c_{66}$ et les modes transverses (cisaillement et torsion) sont dominants. Notons qu'en présence de matériaux très fortement anisotropes, le vortex n'est plus représenté sous forme d'une ligne mais sous forme de *pancakes* vivant dans les différentes couches du matériau et couplés entre eux par un couplage électromagnétique ou Josephson. Par la suite nous parlerons exclusivement de SHTC présentant une anisotropie modérée et pour laquelle le vortex peut être vu comme une ligne élastique.

On voit tout naturellement qu'en absence de désordre la configuration permettant d'avoir une énergie minimale est le cristal parfait avec un champ de déplacement nul (soit $u_i = 0$ lors d'une description discrète). Plongé dans un désordre externe, le cristal va se déformer. Le couplage entre le réseau de vortex et le potentiel désordonné $V(\vec{r})$ se traduit par un hamiltonien

$$\mathcal{H}_{des}(u) = \int d^d r V(\vec{r}) \rho(\vec{r}) \quad (2.23)$$

où $\rho(\vec{r}) = \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{R}_i - \vec{u}_i)$ représente la densité des vortex. On appellera r_f la longueur de corrélation du désordre, et on supposera $r_f \sim \xi$ où ξ est la longueur de cohérence des vortex. Ainsi à température nulle et à l'équilibre l'hamiltonien total du système est la somme des termes (2.22) et (2.23) :

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \int d^3r \left[c_{11} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right)^2 + c_{66} \left(\vec{\nabla} \times \vec{u} \right)^2 + c_{44} \left(\partial_z \vec{u} \right)^2 \right] + \int d^d r V(\vec{r}) \rho(\vec{r}) \quad (2.24)$$

2.3.2 Modèle de Larkin

Le couplage au désordre étant hautement non linéaire il est alors très difficile de résoudre le problème décrit par l'hamiltonien (2.24) et c'est là que les méthodes du Groupe de Renormalisation ou la théorie des Répliques sont très utiles. A partir d'arguments simples

nous pouvons néanmoins, dans un premier temps, décrire le piégeage et ses effets. C'est ce qu'à fait *Larkin* [54] en remplaçant le couplage avec un potentiel désordonné par des forces aléatoires agissant indépendamment sur chaque vortex. L'hamiltonien de désordre devient alors

$$\mathcal{H}_{\text{Larkin}}(u) = \int d^d r f(\vec{r}) u(\vec{r}) \quad (2.25)$$

Le fait que ce couplage au désordre soit dorénavant linéaire vis à vis des déplacements permet une résolution de l'hamiltonien global défini comme la somme de (2.22) et (2.25). Avant de présenter les résultats que l'on peut en déduire, nous rappelons comment se caractérise l'ordre d'un réseau.

Fonction de corrélation des déplacements

Pour caractériser le degré d'ordre d'une structure périodique on définit une fonction de corrélation des déplacements relatifs qui mesure les déplacements relatifs de deux objets (en l'occurrence ici deux vortex) séparés par une distance r :

$$B(\vec{r}) = \frac{1}{N} \overline{\left[\vec{u}(\vec{r}) - \vec{u}(\vec{0}) \right]^2} \quad (2.26)$$

où $\vec{u}(\vec{r})$ est le champ de déplacement, N est la dimension du champ de déplacement, $\langle \dots \rangle$ et $\overline{\dots}$ représentent respectivement une moyenne sur les fluctuations thermiques et sur les réalisations du désordre. Nous pouvons relier cette quantité à une grandeur définie précédemment dans le chapitre 1, la rugosité $\mathcal{W}(r) = \sqrt{B(r)}$ et qui se comporte en loi de puissance avec l'exposant de rugosité ζ tel que $\mathcal{W}(r) \sim r^\zeta$. Le comportement de $B(r)$ donne des indications sur la déformation de la structure périodique et il est relié à la nature de l'ordre : pour un liquide $B(r)$ diverge quelque soit r à cause du déplacement incessant sur de grandes distances des particules constituant le liquide, dans un verre le réseau peut se réorganiser et provoquer ainsi des déplacements relatifs arbitrairement grands à grandes distances et donc $B(r)$ diverge lorsque $r \rightarrow \infty$, dans un solide cristallin les constituants élémentaires ne se déplacent qu'autour de leur position d'équilibre et $B(r)$ reste borné, et enfin pour un cristal parfait nous avons $B(r) = 0$. Notons que pour $d \geq 3$ l'ordre cristallin survit à une température finie alors qu'il est détruit pour des dimensions $d \leq 2$.

Facteur de structure

Expérimentalement la détermination de l'ordre d'une structure périodique s'effectue par diffraction de neutrons ou de rayons X à travers la mesure du facteur de structure $S(\vec{q}) = \overline{|\rho(\vec{q})|^2}$, qui n'est rien d'autre que la transformée de Fourier de la fonction de corrélation densité-densité $\rho(\vec{r})$. En s'intéressant à l'allure des pics au niveau des vecteurs du réseau réciproque \vec{K} nous avons ensuite une mesure de l'ordre du réseau. Cela se traduit mathématiquement par la fonction de corrélation de l'ordre translationnel $C_K(r)$

2.3. STATIQUE DES RÉSEAUX DE VORTEX

$$C_{\vec{K}}(\vec{r}) = \overline{\langle e^{i\vec{K} \cdot [\vec{u}(\vec{r}) - \vec{u}(\vec{0})]} \rangle} \quad (2.27)$$

cette quantité permettant de caractériser la forme des pics dans l'espace réel en effectuant une transformée de Fourier inverse d'un seul pic autour du vecteur réciproque \vec{K} . La forme et la largeur des pics donne donc une mesure du degré d'ordre translationnel dans la structure périodique. Notons également que dans le cas de fluctuations Gaussiennes (telles que les fluctuations thermiques) on peut montrer que la fonction de corrélation de l'ordre translationnel et celle des déplacements relatifs sont liées par la relation $C_K(r) \sim e^{-K^2 B(r)/2}$. Sur la figure 2.11 nous avons représenté l'allure du facteur de structure $S(q)$ et le comportement de $C_K(r)$ nous informant sur le profil des pics dans le facteur de structure pour plusieurs cas.

Pour un cristal parfait la fonction de corrélation $C_K(r)$ présente une limite non nulle

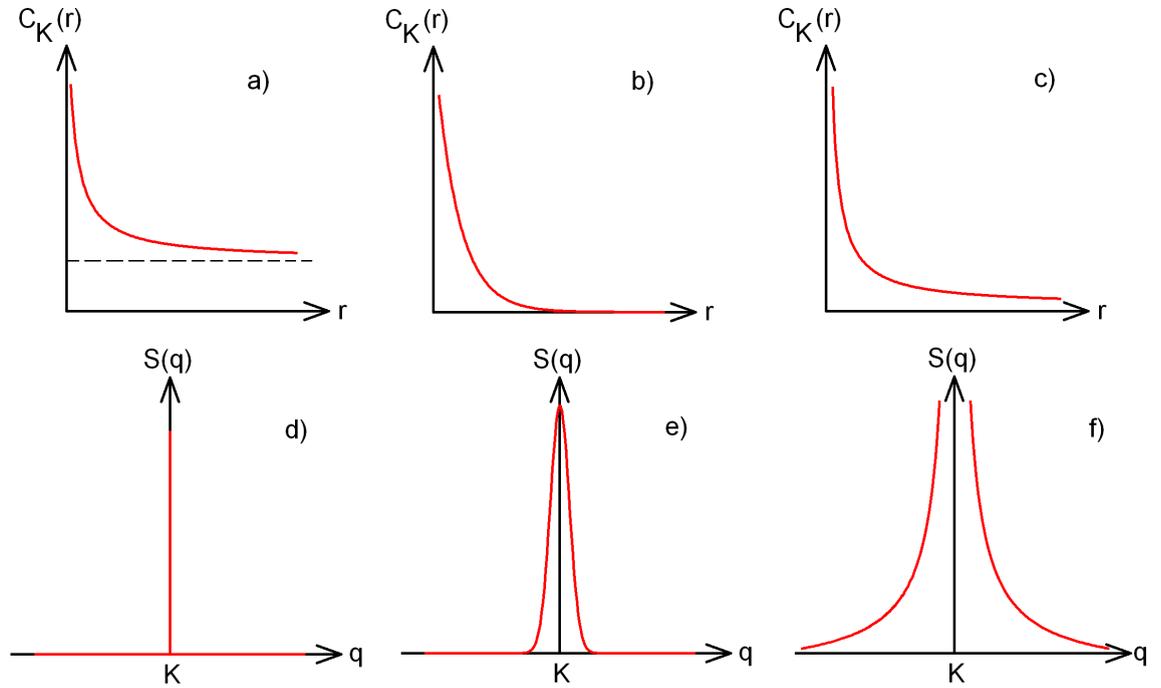


FIGURE 2.11 – Evolution de la fonction de corrélation $C_K(r)$ et allure des pics au niveau des vecteurs réciproques dans le facteur de structure $S(q)$ pour : un cristal parfait a-d), pour un verre très désordonné b-e) et dans un verre quasi-ordonné c-f).

(figure 2.11a) et des pics de Bragg (fonction δ de *Dirac*) apparaissent au niveau des vecteurs réciproques K (figure 2.11d). Dans un verre très désordonné $C_K(r) \rightarrow 0$ rapidement et l'ordre parfait est perdu (décroissance exponentielle par exemple, voir figure 2.11b), les pics dans le facteur de structure ont une hauteur finie (leur largeur à mi-hauteur est liée à la vitesse de la décroissance de $C_K(r)$ et donc à la longueur caractéristique au-delà de laquelle l'ordre translationnel est perdu) comme le montre la figure 2.11e. Dans un verre quasi-ordonné $C_K(r)$ décroît en loi de puissance (figure 2.11c) et les pics dans $S(q)$ sont divergents mais ne sont plus des fonctions de *Dirac* δ (figure 2.11f) : c'est ce que l'on appelle

un *quasi-ordre* à grande distance.

Retour au modèle de Larkin

Revenons maintenant au modèle de *Larkin* défini plus haut, nous obtenons pour la fonction de corrélation des déplacements relatifs

$$B(r) = r_f^2 \left(\frac{r}{L_c} \right)^{4-d} \quad (2.28)$$

où la longueur de *Larkin* L_c représente la distance entre deux vortex dont le déplacement relatif est de l'ordre de la longueur de corrélation du potentiel aléatoire r_f , *i.e.* $u(L_c) - u(0) \sim r_f$. On peut déterminer la valeur de cette longueur L_c par des arguments d'échelle en égalant l'énergie élastique $E_{el} \sim c L_c^{d-2} r_f^2$ à l'énergie liée au désordre $E_{dis} \sim \epsilon L_c^{d/2}$ où ϵ est une énergie potentielle caractéristique et c la constante élastique. On trouve alors

$$L_c = \left(\frac{c^2 r_f^4}{\epsilon^2} \right)^{\frac{1}{4-d}} \quad (2.29)$$

A partir de la longueur de *Larkin* nous pouvons également retrouver la valeur de la force critique F_c (cf. équation (1.11)) qu'il est nécessaire d'appliquer au réseau afin de le dépiéger. Il suffit d'égaliser l'énergie élastique d'un domaine de *Larkin* de taille L_c au travail $\int d^d r F_{ext} u(r)$ fourni par la force extérieure F_{ext} qui équivaut alors à F_c . On trouve alors

$$F_c \sim \frac{c r_f}{L_c^2} \quad (2.30)$$

A partir de l'équation (2.28) on voit que pour $d < 4$ les déplacements relatifs augmentent comme une puissance de la distance et on en déduit donc que la présence d'un faible désordre détruit l'ordre translationnel à grande distance du réseau de vortex en dessous d'une dimension $d = 4$. Ainsi dès qu'on plonge un cristal parfait (tel que le réseau d'Abrikosov) dans un désordre extérieur, ce dernier détruit l'ordre parfait du cristal et il ne peut plus exister en tant que tel : le désordre est donc pertinent en dessous de $d < 4$. Le fait que les expériences soient réalisées exclusivement pour $d < 4$ amène donc à se poser la question essentielle de la nature de cette phase désordonnée.

Suite à ce modèle de *Larkin* et pendant longtemps il a été pensé que cette croissance algébrique des déplacements relatifs impliquait la destruction du cristal sous la forme de cristallites de taille L_a au delà desquelles l'ordre positionnel était perdu (où L_a est définie comme étant la longueur pour laquelle les déformations relatives deviennent du même ordre de grandeur que le pas du réseau a_0 , *i.e.* $|u(L_a) - u(0)| \sim a_0$), avec l'apparition de défauts topologiques au niveau de L_a . Bien que séduisante cette idée a été mise à mal par diverses expériences effectuées par la suite : nous pouvons citer par exemple le fait que la diffusion de neutrons présentait un ordre positionnel plus intense que prévu avec l'apparition de pics de Bragg (voir image de gauche de la figure 2.12), ou encore les expériences de décorations de Bitter présentant de très grandes régions sans aucune

2.3. STATIQUE DES RÉSEAUX DE VORTEX

dislocation (l'ordre y est topologiquement parfait mais pas parfaitement cristallin, c'est-à-dire que les déformations par rapport au cristal parfait sont relativement faibles, voir les images du milieu et de droite de la figure 2.12).

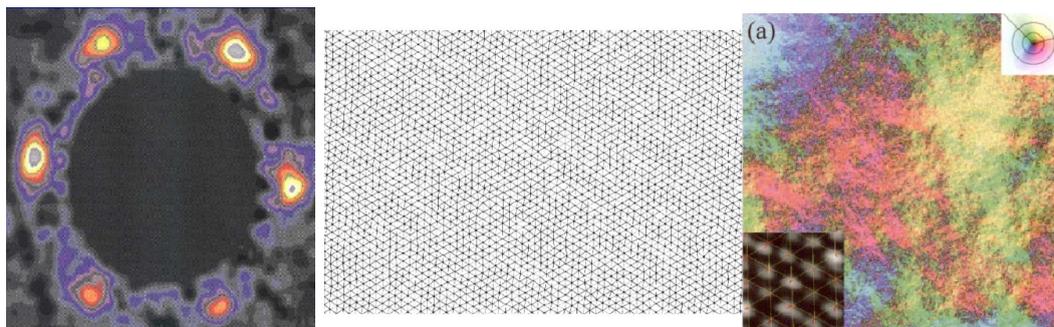


FIGURE 2.12 – Image de gauche : pics de Bragg de la diffraction de neutrons, les 6 pics du réseau triangulaire d'Abrikosov sont nettement visibles [55]. Images de droite et du milieu : représentation colorée du champ de déplacement pour une image contenant 37003 vortex sans dislocation (voir [56] pour plus d'informations) et exemple de triangulation de Delaunay d'une décoration sans défaut topologique.

L'image du cristal brisé en cristallites n'est alors plus possible et les effets du désordre sur le réseau de vortex ne sont pas correctement pris en compte. Le modèle de *Larkin* n'est pas valide lorsque l'on commence à sonder des grandes distances.

2.3.3 Verre de Bragg

Si l'on veut décrire de façon correcte les réseaux de vortex, les arguments d'échelle et la vision naïve du modèle de *Larkin* ne suffisent plus et il faut utiliser des outils de physique statistique tels que le groupe de renormalisation fonctionnelle (FRG) ou la méthode des répliques couplée à une approche variationnelle. C'est ce qui a été fait par *T. Giamarchi* et *P. Le Doussal* dans [57, 58] où les résultats ont été obtenus dans le cadre d'une théorie élastique en présence d'un désordre de faible intensité pour $d = 3$. Il a été trouvé que la fonction de corrélation des déplacements relatifs $B(r)$ présente en fait trois régimes en fonction de la distance, comme représenté sur la figure 2.13.

Lorsque l'on considère des régions de taille $0 < r \ll L_c$ le modèle de *Larkin* développé précédemment reste valide, la fonction de corrélation se comporte en loi de puissance telle que $B(r) \sim r^{4-d}$, et il n'existe pas d'état métastable dans ce régime qui porte le nom de *régime de Larkin*. Puis lorsque l'on atteint des tailles $L_c \ll r \ll L_a$, les déplacements relatifs des vortex varient de r_f à a_0 . Les vortex explorent alors un potentiel aléatoire indépendant, c'est ce que l'on appelle le *régime de la variété aléatoire* (en référence au cas d'une interface dans un système désordonné). La fonction de corrélation se comporte ici comme $B(r) \sim r^{2\zeta}$ avec ζ l'exposant de rugosité, et les états métastables apparaissent. Et enfin lorsque $r \gg L_a$ la périodicité du réseau de vortex joue un rôle fondamental, les déplacements relatifs étant du même ordre de grandeur que le pas du réseau a_0 . Deux vortex voisins entrent en compétition pour tirer parti du désordre, cependant il est énergétiquement favorable pour le système de ne pas induire de déplacements plus grands que

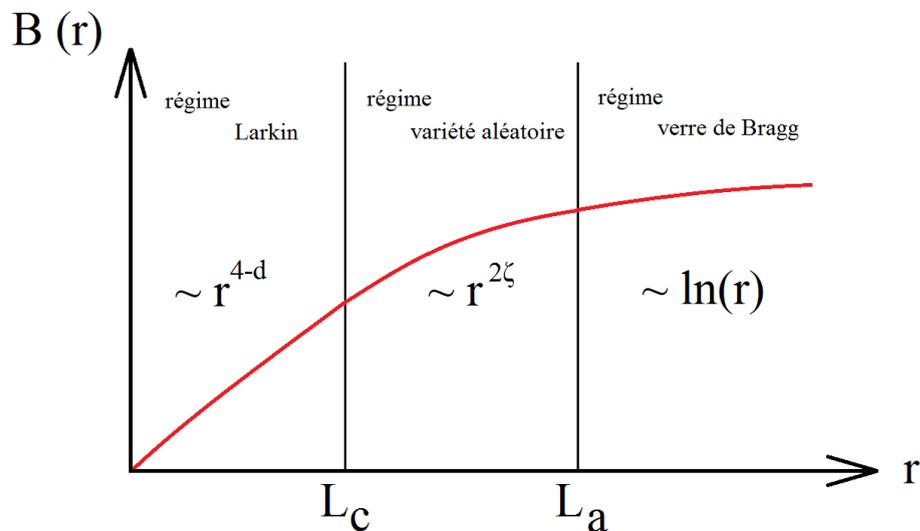


FIGURE 2.13 – Profil de la fonction de corrélation des déplacements relatifs $B(r)$ pour les trois régimes possibles séparés par L_c et L_a , pour plus d'information se référer au texte.

le pas du réseau sans quoi le coût élastique dépasserait le gain obtenu par le piégeage. Ainsi les déplacements relatifs ne croissent plus en loi de puissance mais bien au contraire très faiblement avec $B(r) \sim A_d \ln|r|$ où A_d est une constante dépendant de la dimension seulement. Ainsi, puisque les déplacements restent de l'ordre de grandeur de a_0 les dislocations n'ont pas lieu d'être et la fonction de corrélation de l'ordre translationnel $C_K(r)$ décroît non plus exponentiellement mais algébriquement, ce qui implique un *quasi-ordre* à grande distance. Le facteur de structure de cette phase présente des pics de Bragg qui divergent en loi de puissance (cf la figure 2.11f). Il s'agit d'une structure vitreuse possédant de nombreux états métastables séparés par des barrières d'énergie divergentes et appelée par ses auteurs le *verre de Bragg*. Pour plus d'informations et de plus amples détails nous conseillons la lecture de l'article original [58].

Cette phase est donc assez inattendue dans le sens où il s'agit d'une phase vitreuse très ordonnée. Cette spécificité vitreuse est détectable notamment dans les propriétés dynamiques comme nous le verrons dans la partie sur le creep par la suite. Elle possède un quasi-ordre à grande distance (à la fois positionnel et orientationnel), et elle ne présente pas de défaut topologique libre (chaque vortex a 6 voisins et le verre de Bragg apparaît comme un réseau hexagonal déformé). Le verre de Bragg a été vérifié théoriquement [59, 60, 61], numériquement [62] et expérimentalement [55, 56].

Comme le montre la figure 2.14, le verre de Bragg obtenu en piégeage faible devient un verre désordonné avec des défauts topologiques en piégeage fort, et la fusion de ces deux phases vitreuses vers un liquide de vortex présente des différences, notamment sur l'ordre de la transition. Notons enfin que pour un piégeage colonnaire (un désordre corrélé créé par irradiation du matériau aux ions lourds), la phase vitreuse obtenue est appelée *verre de Bose* [63].

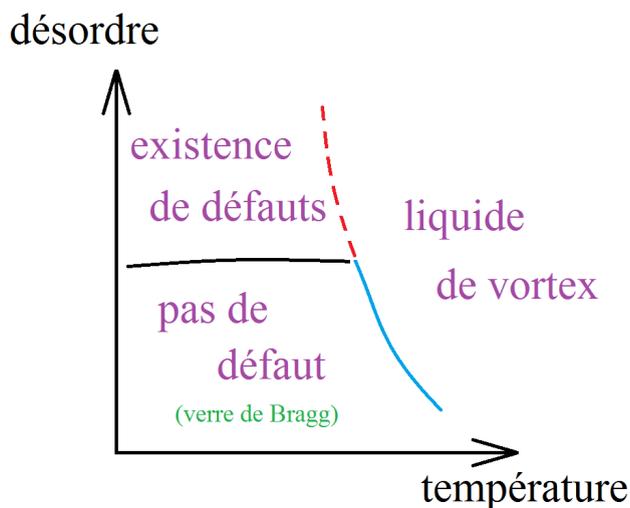


FIGURE 2.14 – Diagramme de phases statique désordre versus température pour le réseau de vortex. La transition de phase du verre de Bragg au liquide de vortex est prévue comme étant du 1er ordre, alors que la transition de phase du verre désordonné au liquide est prévue comme étant du 2nd ordre.

2.4 Dynamique des réseaux de vortex

Dans cette partie nous allons nous intéresser à la dynamique des réseaux de vortex mis en mouvement par une force extérieure notée F_{ext} que l'on peut relier au courant électrique j injecté dans l'échantillon supraconducteur et qui va générer une force de Lorentz sur chaque vortex. Nous commençons par une description qualitative de cette dynamique qui est commune avec celle d'autres systèmes élastiques désordonnés comme les interfaces que nous avons déjà décrites en section 1.4.2 du chapitre 1. Puis nous décrirons les différentes phases dynamiques attendues pour les réseaux de vortex.

2.4.1 Equation de base de la dynamique

La dynamique est en général choisie sur-amortie (bien que l'on puisse rajouter un terme inertiel) avec un coefficient de friction microscopique η , et l'équation du mouvement du champ de déplacement u_i de la i -ème particule par rapport à la position d'équilibre d'un réseau parfait en mouvement est décrit par l'équation

$$\eta \frac{du_i(t)}{dt} = -\frac{\delta \mathcal{H}_{el}}{\delta u_i} - \frac{\delta \mathcal{H}_{des}}{\delta u_i} + F_{\text{ext}} + F_i^{th} \quad (2.31)$$

avec F^{th} un bruit thermique choisi comme étant un bruit blanc Gaussien, \mathcal{H}_{el} et \mathcal{H}_{des} sont les hamiltoniens élastique et de désordre décrits précédemment.

Lorsque l'on trace la courbe vitesse-force à température nulle on peut distinguer trois régimes différents suivant la valeur de la force. Pour une force inférieure à une force critique

F_c le réseau de vortex reste piégé avec une vitesse moyenne nulle $v = 0$, lorsque $F \gtrsim F_c$ le réseau se dépiège et sa mise en mouvement se traduit par une vitesse non nulle (le passage de l'état piégé à celui en mouvement peut être vu comme une transition de phase, cf chapitre 4), et enfin pour des valeurs élevées de force un régime d'écoulement à haute vitesse apparaît.

Lorsque la température présente une valeur finie, le réseau de vortex peut être mis en mouvement pour des valeurs de force $F < F_c$ grâce à l'activation thermique (c'est ce que l'on nomme le *creep*, voir la section 1.4.2.3). La figure 1.16 représente la courbe $v(F)$ obtenue et les trois régimes dont nous avons discuté.

2.4.2 Diagramme de phase dynamique

Nous avons vu pour le cas statique les phases qui pouvaient exister pour $d = 3$. Nous nous intéressons ici à la mise en mouvement des phases vitreuses vues plus haut (verre de Bragg et verre désordonné). Le réseau de vortex une fois mis en mouvement ne se comporte pas comme un cristal parfait, ainsi que cela avait été prédit par des calculs de perturbation en $1/v$ [64], mais bien au contraire le désordre continue de rester pertinent quelque soit la vitesse et la périodicité dans la direction transverse au mouvement génère un autre type de phase : le verre en mouvement. Dans ce modèle [65, 66] le mouvement des vortex se produit le long de canaux statiques qui présentent une certaine rugosité et le long desquels les vortex se déplacent comme des perles sur un collier.

Nous avons représenté sur la figure 2.15 du haut le diagramme de phase schématique à $d = 3$ en variables (T, Δ, F) (respectivement température, intensité de désordre et force appliquée), et sur la figure du bas différents plans de coupe du diagramme : sur 2.15a) $T = 0$, pour 2.15b) F a été choisie de telle sorte que la valeur de la vitesse soit finie, quant à 2.15c) une faible valeur de désordre a été choisie. Toutes ces figures ont été extraites de l'article [66].

Comme nous pouvons le voir sur la figure 2.15a), pour de faibles valeurs du désordre et de la force d'entraînement la phase résultante est le verre de Bragg décrit précédemment. Lorsque la force appliquée augmente le système se dépiège et devient un verre de Bragg en mouvement. Quand l'intensité du désordre est plus élevée, le verre de Bragg (pour des faibles valeurs de F) se transforme en un verre désordonné où des défauts topologiques apparaissent. Lorsque la force appliquée augmente ce verre désordonné va passer par différentes phases en fonction de F : tout d'abord un flot plastique filamentaire (où les dislocations sont très nombreuses et rendant ainsi la description élastique du réseau de vortex invalide) puis un verre transverse en mouvement. Il n'y a pas encore de prédiction définitive pour la zone carrée proche de F_c .

Nous ne tentons pas de décrire en détail toutes ces phases, et renvoyons le lecteur à la lecture de l'article [66] pour de plus amples informations, néanmoins nous allons préciser brièvement deux phases en particulier : le verre de Bragg en mouvement et le verre transverse en mouvement.

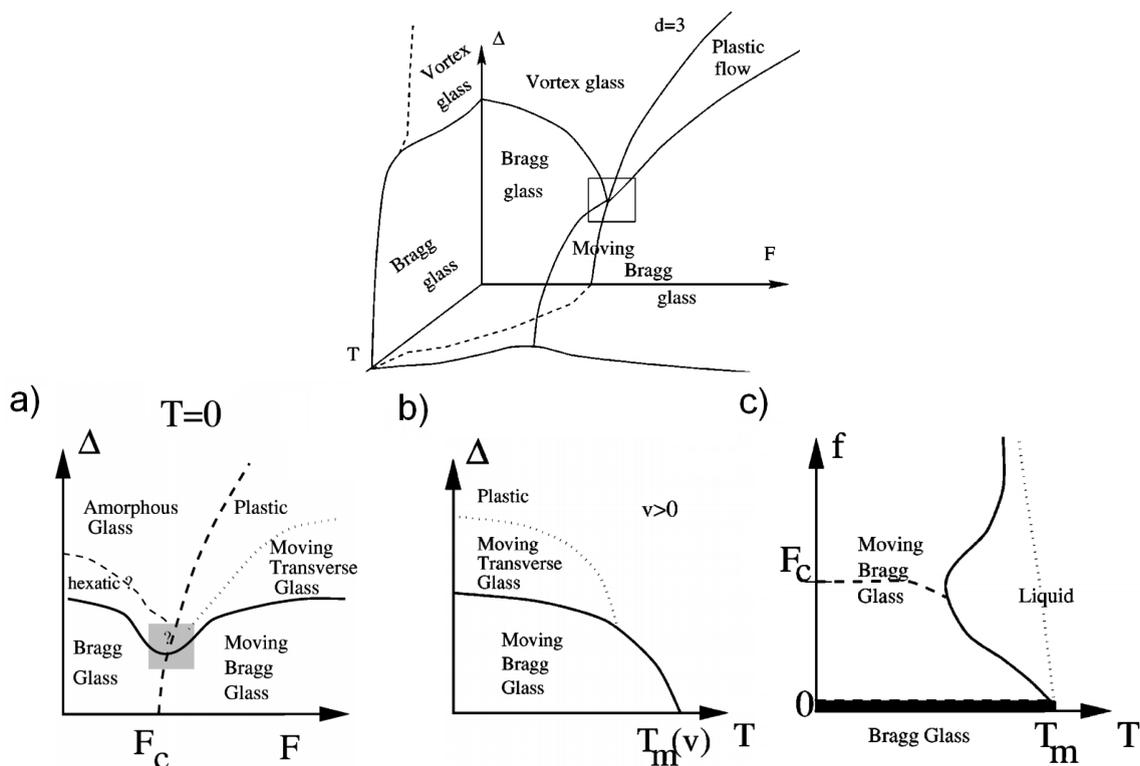


FIGURE 2.15 – Image du haut : Diagramme de phase schématique en température T , désordre Δ et force F pour $d = 3$. Image du bas : coupes du diagramme précédent suivant différents plans permettant d’afficher des phases intermédiaires non affichées sur le diagramme (T, Δ, F) . Ces figures sont tirées de l’article [66].

Verre de Bragg et verre transverse en mouvement

Faisant suite à l’existence du verre de Bragg statique, montré dans la section précédente, le verre de Bragg en mouvement est donc la phase obtenue pour le système lorsque ce dernier présente un désordre ponctuel de faible intensité et que la force d’entraînement dépasse la valeur critique F_c de dépiégeage. Au sein de ce verre la fonction de corrélation des déplacements transverses croît logarithmiquement au-delà d’une certaine longueur caractéristique et un quasi-ordre à grande distance survit dans le verre de Bragg en mouvement comme pour le cas statique. Les vortex se déplacent le long de canaux statiques rugueux (*i.e.* la trajectoire des vortex au sein d’un même canal n’évolue pas au cours du temps et ce canal n’est pas une ligne droite) dans la direction de la force d’entraînement et ces canaux sont corrélés dans la direction perpendiculaire au mouvement ce qui veut dire que les vortex de deux canaux voisins se déplacent avec la même vitesse moyenne. L’ordre topologique dans ce verre de Bragg en mouvement y est donc conservé.

Quant au verre transverse en mouvement il apparaît pour une intensité de désordre plus élevée que dans le cas du verre de Bragg en mouvement. Les vortex se déplacent toujours au sein de canaux statiques cependant ces derniers sont découplés impliquant de ce fait

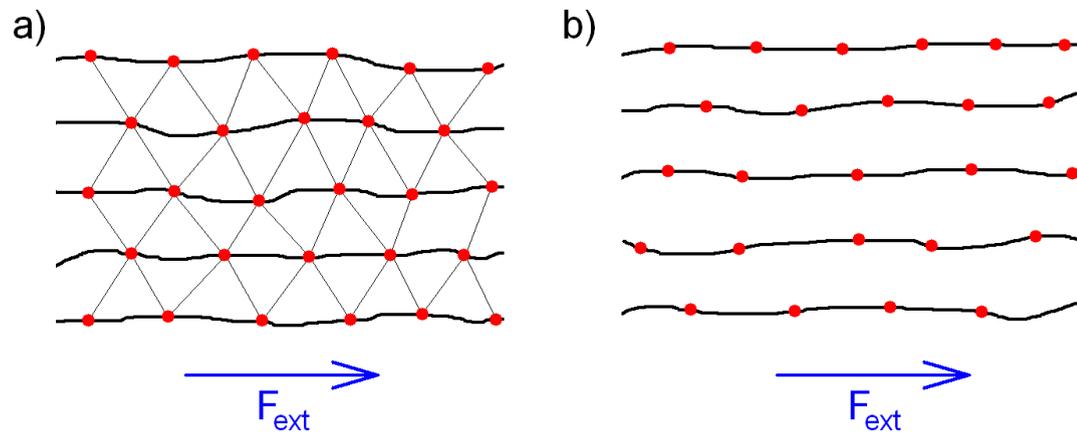


FIGURE 2.16 – Représentation schématique d’une coupe bidimensionnelle d’un réseau de vortex $3D$ où les points noirs correspondent aux vortex et les lignes aux canaux statiques : a) verre de Bragg en mouvement où les canaux sont couplés et où il n’existe pas de défaut topologique libre (une triangulation de Delaunay a été représentée en trait fin noir), b) verre transverse en mouvement où les canaux sont découplés et des défauts topologiques entre les canaux existent. La force d’entraînement est également dessinée.

une vitesse moyenne différente d’un canal à un autre. Un ordre transverse smectique existe mais des défauts topologiques vont être créés et détruits au cours du mouvement à cause de ce découplage des canaux.

Ces situations ont pu être observées expérimentalement [67, 68] et numériquement [69, 70]. Deux images illustrant ces observations sont présentées sur les figures 2.16 et 2.17.

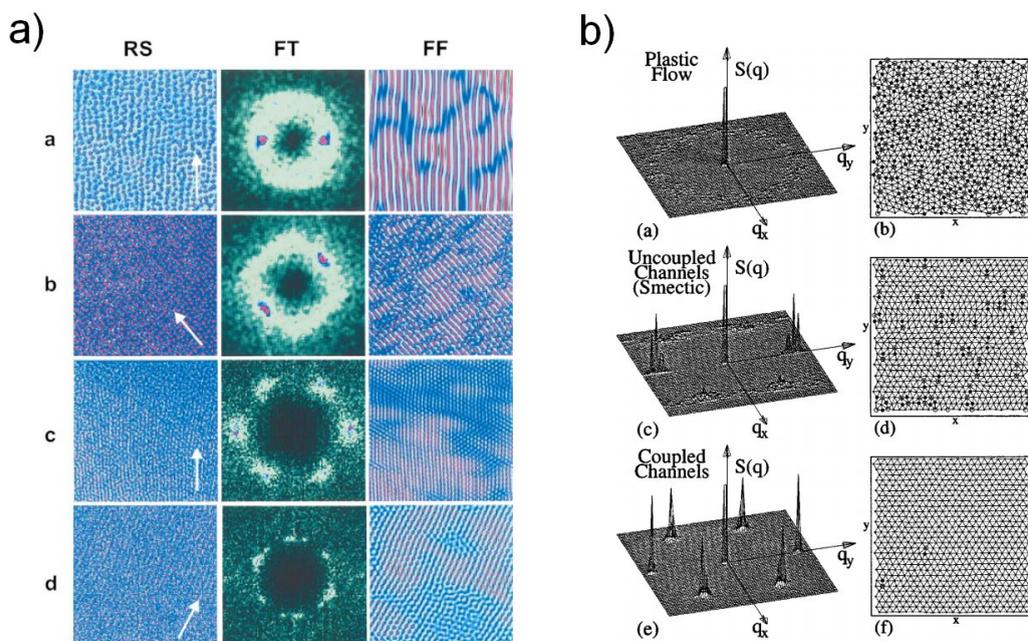


FIGURE 2.17 – a) Image expérimentale tirée de l'article [68] d'un réseau de vortex, pour différentes valeurs de champ magnétique (que l'on peut relier au désordre) et de vitesses. Le réseau est représenté dans l'espace réel (colonne RS), sa transformée de Fourier (colonne FT) et son filtrage par Fourier (colonne FF) sont également présentés. La flèche blanche indique la direction du mouvement. En fonction des paramètres appliqués on observe le verre transverse en mouvement au niveau des lignes *a* et *b*, alors que le verre de Bragg en mouvement est observé au niveau des lignes *c* et *d*. b) Image du facteur de structure $S(q)$ (a,c,e) et triangulation de Delaunay (en b,d,f) pour différentes interactions vortex-vortex et force d'entraînement, image extraite de la simulation [69]. Outre le flot plastique pour lequel le facteur de structure présente un comportement caractéristique d'un liquide avec un anneau autour du vecteur réciproque (a) et la multitude de défauts observables dans la triangulation sous la forme de cercles (b), on remarque en fonction des différents jeux de paramètres un régime de canaux découplés (*i.e.* le verre transverse en mouvement) en (c-d) avec des pics smectiques dans $S(q)$, et un autre régime dans lequel les canaux sont couplés en (e-f) où la triangulation ne présente pas de défaut libre et où $S(q)$ présente 6 pics.