

Détection des objets de petite taille

Dans ce chapitre nous nous intéressons au cas du démixage d'images hyperspectrales lorsque certains *endmembers* sont dits "rares". Un *endmember* sera considéré comme rare lorsqu'il n'est présent que dans un très faible nombre de pixels observés, ce phénomène se produit lorsque certains objets de petites tailles sont présents dans l'image. Nous appelons pixels rares les pixels contenant ces *endmembers*. La détection de ces pixels peut être vue comme de la détection d'anomalies et elle est nécessaire pour pouvoir ensuite procéder à leur démixage (identification des *endmembers* qu'ils contiennent).

Bien qu'il existe plusieurs travaux qui s'intéressent à la détection d'anomalies [65, 66], la problématique consistant à estimer simultanément les *endmembers* rares et dominants est assez peu présente dans la littérature. La détection des pixels rares peut être capitale pour de nombreuses applications. En effet, un *endmember* rare indique la présence d'un composant dans seulement quelques points de la scène imagée. Mais la présence de ce composant peut-être indicatrice d'un phénomène dont la détection est primordiale dans l'étude effectuée.

Ce chapitre sera consacré à la problématique de détection de ces pixels rares et proposera deux méthodes permettant de les détecter pour être à même par la suite d'en extraire les *endmembers* associés.

3.1 Détection en imagerie hyperspectrale

En télédétection, la détection d'objets spécifiques de petite taille, appelés "cibles", est d'une importance cruciale dans certains domaines comme la surveillance de l'environnement et la défense. Il peut par exemple s'agir de la détection de structures ou de véhicules dans un environnement naturel, ou encore la détection de traces de pollution.

En imagerie hyperspectrale, la détection consiste à identifier la présence et localiser une cible à partir de son spectre. Les algorithmes génèrent alors une carte de détection en niveaux de gris à partir d'une fonction de score basée sur un critère probabiliste ou géométrique. Le score associé à chaque pixel indique la probabilité qu'il appartienne à une cible. L'utilisation d'un critère de seuil permet d'obtenir une image binaire indiquant la présence ou l'absence de la cible pour chaque pixel.

Lorsque l'on connaît le spectre de réflexion des cibles il est possible d'utiliser cette connaissance *a priori* pour définir la fonction de score. La méthode de détection est alors dite supervisée. Les détecteurs AMF (Adaptive Matched Filter) [67, 68] et ACE (Adaptive Cosine/Coherence Estimator) [67] sont deux détecteurs supervisés qui ont été le plus souvent appliqués à l'imagerie hyperspectrale [69]. Chaque pixel \mathbf{x} est considéré comme un vecteur aléatoire avec une fonction de densité spécifique suivant une loi multivariée normale, le problème de détection revient à définir deux hypothèses :

$$\mathbf{H}_0 : \mathbf{x} \sim N(\mu_f, \Gamma_f) \text{ La cible est absente} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{H}_1 : \mathbf{x} \sim N(\mu_c, \Gamma_c) \text{ La cible est présente} \quad (3.2)$$

où μ_c et Γ_c correspondent respectivement à la moyenne et à la matrice de covariance de la loi normale associée à la cible et μ_f et Γ_f correspondent respectivement à la moyenne et à la matrice de covariance de la loi normale associée au fond. Le rapport de vraisemblance permet de définir la fonction de score :

$$\delta(\mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x}|\mathbf{H}_1)}{p(\mathbf{x}|\mathbf{H}_0)} \quad (3.3)$$

$p(\mathbf{x}|\mathbf{H}_0)$ et $p(\mathbf{x}|\mathbf{H}_1)$ sont les probabilités conditionnelles du pixel \mathbf{x} selon les hypothèses \mathbf{H}_0 et \mathbf{H}_1 . Si $\delta(\mathbf{x})$ est supérieur à un certain seuil, l'hypothèse \mathbf{H}_1 est vérifiée. Ce seuil permet de fixer la probabilité de fausse alarme acceptée.

Plusieurs algorithmes de détection de cibles à taux de fausse alarme constant ont été proposés dans la littérature et peuvent être retrouvés dans les travaux de Mannolakis [70].

Nous rappelons ici les expressions des détecteurs les plus courants. Soit \mathbf{s} le vecteur contenant le spectre de réflexion de la cible à identifier, \mathbf{x} le pixel à tester et \mathbf{X} la matrice des pixels de l'image, on a :

3.1.1 Filtre adaptatif : AMF

Ce détecteur est basé sur le rapport de la vraisemblance normalisé, sa sortie maximale quand le signal de la cible est présent dans le pixel étudié. Il estime la

moyenne et la matrice de covariance du fond à partir de l'ensemble des pixels et conduit l'expression :

$$\delta(\mathbf{x}) = \frac{(\mathbf{s}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{x})}{(\mathbf{s}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{x})} \quad (3.4)$$

où, $\mathbf{\Gamma}$ est la matrice de covariance de la matrice des pixels \mathbf{X} .

3.1.2 Détecteur angulaire : ACE

Ce détecteur est efficace pour repérer une cible subpixelaire (une cible qui ne recouvre pas l'ensemble du pixel). Il suppose que le fond et la cible ont une matrice de covariance de même structure mais de variance différente. Le rapport de vraisemblance conduit alors au détecteur :

$$\delta(\mathbf{x}) = \frac{(\mathbf{s}^T \mathbf{\Gamma}_f^{-1} \mathbf{x})^2}{(\mathbf{s}^T \mathbf{\Gamma}_f^{-1} \mathbf{s}) (\mathbf{x}^T \mathbf{\Gamma}_f^{-1} \mathbf{x})} \quad (3.5)$$

où $\mathbf{\Gamma}_f$ est la matrice de covariance du fond. Cette matrice n'est en pratique pas connue et est estimée à partir de la matrice de covariance de l'ensemble des pixels \mathbf{X} , telle que $\hat{\mathbf{\Gamma}}_f = \mathbf{\Gamma}$. Cette hypothèse est réaliste lorsque le nombre des pixels des cibles est faible comparé au nombre des pixels du fond.

3.1.3 Détecteur d'anomalie : RX

Il arrive dans de nombreuses applications que les spectres de réflexions des petits objets présents dans la scène ne soient pas connus. Sans connaissance *a priori* des spectres cibles \mathbf{s} il est nécessaire de recourir à des détecteurs non supervisés. Ces détecteurs consistent à détecter les pixels qui semblent anormaux par rapport aux pixels de fonds [71], on les appelle détecteurs d'anomalies. Le détecteur RX, nommé d'après ses inventeur Reed-Xialoi [72], fait partie de cette catégorie, il se présente sous la forme suivante :

$$\delta(\mathbf{x}) \propto (\mathbf{x}^T \mathbf{\Gamma}_f^{-1} \mathbf{x}) \quad (3.6)$$

où, $\mathbf{\Gamma}_f$ correspond à la matrice de covariance des pixels du fond uniquement. Comme pour le détecteur ACE on estimera $\hat{\mathbf{\Gamma}}_f$ à partir de $\mathbf{\Gamma}$.

Dans la partie suivante, nous proposerons une méthode de détection d'anomalies, sans connaissance *a priori* sur les cibles, utilisant la capacité de la NMF à estimer les *endmembers* dominants correspondant aux pixels de fonds et définissant l'erreur quadratique de reconstruction de la NMF comme fonction du score.

3.2 Détection des pixels rares par seuillage de l'erreur quadratique de reconstruction

On rappelle ci-dessous l'équation de mélange linéaire (2.5) :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (3.7)$$

Cette équation décrit l'ensemble des pixels de l'image \mathbf{Y} comme une combinaison linéaire des *endmembers* \mathbf{S} . On peut réécrire cette équation sous la forme suivante :

$$\mathbf{Y} = \sum_{k=1}^K \mathbf{A}_{(k)}\mathbf{s}_k + \mathbf{N} \quad (3.8)$$

Où $\mathbf{A}_{(k)}$ désigne le k^e vecteur colonne de la matrice d'abondances \mathbf{A} et \mathbf{s}_k le k^e vecteur ligne de \mathbf{S} . \mathbf{s}_k est donc l'un des k *endmembers* présents dans l'image et $\mathbf{A}_{(k)}$ correspond à l'abondance de ce *endmember* dans chacun des pixels.

Le produit $\mathbf{A}_{(k)}\mathbf{s}_k$ désigne alors la contribution du k^e *endmember* dans l'image hyperspectrale. Si l'image hyperspectrale contient $K_d < K$ *endmembers* dominants et $K_r = K - K_d$ *endmembers* rares, il est possible de déduire de l'équation (3.8) la contribution \mathbf{Y}_d des *endmembers* dominants et \mathbf{Y}_r celle des *endmembers* rares, quitte à re-numéroter les *endmembers* :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}_d + \mathbf{Y}_r + \mathbf{N} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{Y}_d = \sum_{k=1}^{K_d} \mathbf{A}_{(k)}\mathbf{s}_k = \mathbf{A}_d\mathbf{S}_d \quad (3.10)$$

$$\mathbf{Y}_r = \sum_{k=K_d+1}^K \mathbf{A}_{(k)}\mathbf{s}_k = \mathbf{A}_r\mathbf{S}_r \quad (3.11)$$

3.2.1 Erreur de reconstruction à partir des *endmembers* dominants

En calculant l'erreur quadratique de reconstruction pixel par pixel entre l'image hyperspectrale observée \mathbf{Y} et le cube hyperspectral reconstruit \mathbf{Y}_d , il est possible d'évaluer la qualité de la reconstruction de chaque pixel. Soit r_p l'erreur quadratique de reconstruction pour le pixel p :

$$r_p = \|\mathbf{y}_p - \mathbf{y}_{d_p}\|^2 \quad (3.12)$$

En remplaçant le vecteur pixel dans l'équation (3.12) par son expression se-

lon le modèle de mélange linéaire (2.3), l'erreur quadratique de reconstruction devient :

$$r_p = \|\mathbf{n}_p + \boldsymbol{\alpha}_p \mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}_{d_p} \mathbf{S}_d\|^2 \quad (3.13)$$

Si l'on note $\mathbf{e}_p = \boldsymbol{\alpha}_p \mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}_{d_p} \mathbf{S}_d$ l'erreur d'estimation, alors l'erreur de reconstruction r_p devient :

$$r_p = \|\mathbf{e}_p + \mathbf{n}_p\|^2 \quad (3.14)$$

Lorsque le pixel p contient seulement des *endmembers* dominants, l'erreur d'estimation est nulle, $\mathbf{e}_p = \mathbf{0}$, et l'erreur de reconstruction est due au bruit seulement, $r_p = \|\mathbf{n}_p\|^2$.

Cependant, lorsque les pixels contiennent des *endmembers* rares, la contribution des *endmembers* dominants ne permet pas de reconstruire entièrement le pixel, l'erreur de reconstruction r_p est en général plus grande que la seule contribution du bruit, $r_p \gg \|\mathbf{n}_p\|^2$.

Les pixels qui contiennent des *endmembers* rares auront donc une erreur de reconstruction bien plus grande que les pixels qui contiennent uniquement des *endmembers* dominants pour lesquels l'erreur de reconstruction est principalement due au bruit. En conséquent il doit être possible d'utiliser r_p comme fonction de score et de séparer les pixels rares des pixels dominants par un seuillage sur l'erreur de reconstruction.

3.2.2 Critère de seuillage pour détecter les pixels rares

Supposons que le vecteur de bruit $\mathbf{n}_p \in \mathbb{R}^L$ suit une loi gaussienne centrée :

$$\mathbf{n}_p \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_L) \quad (3.15)$$

Où \mathbf{I}_L est la matrice identité de taille L .

La norme quadratique du vecteur bruit suit alors la loi de χ^2 à L degré de liberté :

$$\|\mathbf{n}_p\|^2 \sim \sigma^2 \chi_{L-1}^2 \quad (3.16)$$

Où L est le nombre de bandes spectrales. En imagerie hyperspectrale le nombre de bandes est suffisamment grand pour approximer la loi de χ^2 avec

une loi normale :

$$\|\mathbf{n}_p\|^2 \sim \mathcal{N}\left(\sigma^2, \frac{2\sigma^4}{L}\right) \quad (3.17)$$

La norme de vecteur bruit est donc une variable aléatoire dont la loi de distribution dépend uniquement du nombre de bandes spectrales de l'image et de la variance du bruit σ^2 .

Une des propriétés de la loi normale, souvent appelée règle des trois sigmas, indique que l'écart entre une réalisation et son espérance a moins de 0.3% de chance d'être supérieur à trois fois son écart-type. Autrement dit, si τ est défini comme suit :

$$\tau = \sigma^2 + 3\sqrt{\frac{2\sigma^4}{L}} \quad (3.18)$$

Alors, 99.7% des vecteurs de bruit auront une norme inférieure à τ .

Dans le cas d'images hyperspectrales on peut obtenir une estimation de la variance du bruit σ^2 à partir de la valeur estimée du rapport signal-à-bruit (SNR). Il existe plusieurs méthodes permettant d'estimer le SNR [58, 73] dont la formule, peut s'écrire, dans le cas d'images hyperspectrales, sous la forme :

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{\|\mathbf{AS}\|^2}{\|\mathbf{N}\|^2} \quad (3.19)$$

$$= 10 \log_{10} \frac{\|\mathbf{AS}\|^2}{LP\sigma^2} \quad (3.20)$$

Avec L le nombre de bandes spectrales et P le nombre de pixels dans l'image. L'estimation de la variance du bruit σ^2 se déduit de l'estimation du SNR selon l'expression suivante :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{LP} \|\mathbf{AS}\|^2 10^{-\frac{SNR}{10}} \quad (3.21)$$

En choisissant un critère de seuil tel que défini par l'équation (3.18) nous obtenons une méthode de détection des pixels rares. Les pixels dont l'erreur de reconstruction r_p est supérieure au critère de seuil τ sont alors considérés comme rares. Les *endmembers* dominant \mathbf{S}_d ne permettent pas de reconstruire ces pixels.

3.3 Détection des pixels rares à partir d'ondelettes

La transformée en ondelettes est un outil permettant d'effectuer des analyses multirésolution de signaux mono-dimensionnels ou multidimensionnels. Dernièrement, les ondelettes ont été utilisées dans le cadre de la détection d'anomalies dans plusieurs domaines comme la géologie [74, 75] ou la climatologie [76]. Ce chapitre est consacré à la détection d'anomalies par décomposition en ondelettes dans des images hyperspectrales. L'utilisation de la transformée en ondelettes permet une approche spatiale de la problématique de détection, le spectre de chaque pixel n'est plus comparé à l'ensemble de pixels de l'image mais uniquement aux pixels de son voisinage.

3.3.1 Introduction aux ondelettes

Au cours des dernières années les ondelettes ont rencontré un vif succès dans le domaine de l'analyse numérique. La transformée en ondelettes permet de décomposer les signaux en coefficients souvent plus simples à analyser. Cette transformée d'abord définie pour des signaux mono-dimensionnels peut se généraliser pour des signaux multidimensionnels, le plus souvent sous forme de produits tensoriels des ondelettes 1D. Sa mise en œuvre est particulièrement simple puisqu'elle consiste à utiliser une paire de filtres numériques (banc de filtres dyadique). En utilisant en cascade plusieurs de ces bancs de filtres, on peut mener une analyse multirésolution qui permet d'examiner le signal à différentes échelles. Ceci conduit à des méthodes qui sont actuellement parmi les plus performantes, pour différents traitements tels que le débruitage, la restauration ou la compression [77, 78, 79, 80]. Cette partie donne un bref aperçu de la transformée en ondelettes, le lecteur intéressé plus avant par celle-ci pourra se référer aux ouvrages suivants [81, 82, 83, 84] pour une description plus précise.

3.3.1.1 La transformée en ondelettes continue

Une ondelette ψ est une fonction de carrée intégrable dans $L^2(\mathbb{R})$ qui oscille localement et de moyenne nulle :

$$\int_{-\text{inf}}^{+\text{inf}} \psi(t) dt = 0 \quad (3.22)$$

On définit une famille d'ondelette $\psi_{s,\tau}$ par contraction/dilatation et translation de l'ondelette mère ψ par un facteur d'échelle $s \in \mathbb{R}_+^*$ et un paramètre de localisation $\tau \in \mathbb{R}$:

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t - \tau}{s}\right) \quad (3.23)$$

3.3 DÉTECTION DES PIXELS RARES À PARTIR D'ONDELETTES

La transformée en ondelettes continue du signal f est donnée par le produit scalaire de f et des ondelettes de la famille :

$$g(s, \tau) = \int_{-\text{inf}}^{+\text{inf}} f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^* \left(\frac{t - \tau}{s} \right) dt = \langle f, \psi_{s, \tau} \rangle \quad (3.24)$$

Le signal f peut-être reconstruit à partir de $g(s, \tau)$ en employant la relation de transformation inverse suivante :

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^{+\text{inf}} \int_{-\text{inf}}^{+\text{inf}} g(s, \tau) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi \left(\frac{t - \tau}{s} \right) d\tau \frac{ds}{s^2} \quad (3.25)$$

Où

$$C_\psi = \int_0^{+\text{inf}} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{\omega} d\omega \quad (3.26)$$

Avec $\hat{\psi}$ la transformée de Fourier de ψ . Cette constante C_ψ est appelée “condition d’admissibilité”. Une ondelette est dite admissible lorsque la constante C_ψ est finie. Cette condition implique que l’ondelette soit de moyenne nulle.

L’équation de reconstruction (3.25) qui permet de reconstruire f fait intervenir des ondelettes pour tous les facteurs d’échelle et tous les paramètres de localisation.

3.3.1.2 La transformée en ondelette discrète

Il est numériquement impossible d’utiliser toutes les ondelettes pour analyser un signal, il est préférable de choisir un sous-ensemble dénombrable d’ondelettes. Un moyen d’obtenir un tel sous-ensemble consiste à faire le facteur d’échelle de façon dyadique, en choisissant $s = 2^m$ et $\tau = n2^m$ pour n et m dans \mathbb{Z} . On obtient alors un ensemble discret d’ondelette :

$$\phi_{m,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \phi \left(\frac{t}{2^m} - n \right) \quad (3.27)$$

La famille $\{\phi_{m,n}, n \in \mathbb{Z}\}$ est une base orthonormale d’un sous-espace vectoriel de $L^2(\mathbb{R})$, noté V_m . De plus on note que $V_{m+1} \subset V_m$.

Il est possible d’effectuer l’analyse multirésolution d’un signal f en projetant orthogonalement le signal sur les sous-espaces V_m successivement, ce qui conduit à des approximations de plus en plus grossières de f au fur et à mesure que m croît. La différence entre deux approximations consécutives représente l’information de “détail” qui est perdue au passage d’une échelle à l’autre. Cette information est

contenue dans le sous-espace W_m orthogonal à V_m tel que :

$$V_{m-1} = V_m \oplus W_m \quad (3.28)$$

On montre alors qu'il existe une ondelette $\psi \in L^2(\mathbb{R})$ telle que $\{\psi_{m,n}, n \in \mathbb{Z}\}$ est une base orthonormale de W_m . La figure 3.1 présente les fonctions d'ondelettes ϕ et ψ pour plusieurs familles d'ondelettes.

Remarque : En traitement du signal numérique, et notamment en traitement d'image, il est souvent préférable d'utiliser des ondelettes à support compact possédant des propriétés de symétrie. Il est alors nécessaire de relâcher, la condition d'orthogonalité et d'utiliser des ondelettes dites biorthogonales [85].

Il est alors possible de réaliser la transformée en ondelette [83] en définissant pour un niveau de décomposition m donné les coefficients d'approximations $a_{m,n}$ et de détails $d_{m,n}$ tel que :

$$a_{m,n} = \langle f, \phi_{m,n} \rangle \quad (3.29)$$

$$d_{m,n} = \langle f, \psi_{m,n} \rangle \quad (3.30)$$

Par construction $\phi_{m,n}$ est une fonction de V_m et $\psi_{m,n}$ une fonction de W_m . Du fait de l'équation (3.28) il est possible de décomposer $\phi_{m,n}$ et $\psi_{m,n}$ sur la base de V_{m-1} . Si l'on note $(h_k)_{k \in \mathbb{Z}}$ (respectivement $(g_k)_{k \in \mathbb{Z}}$) la suite numérique correspondant aux coefficients de $\phi_{m,n}$ (respectivement $\psi_{m,n}$) dans la base de V_{m-1} on obtient la décomposition suivante :

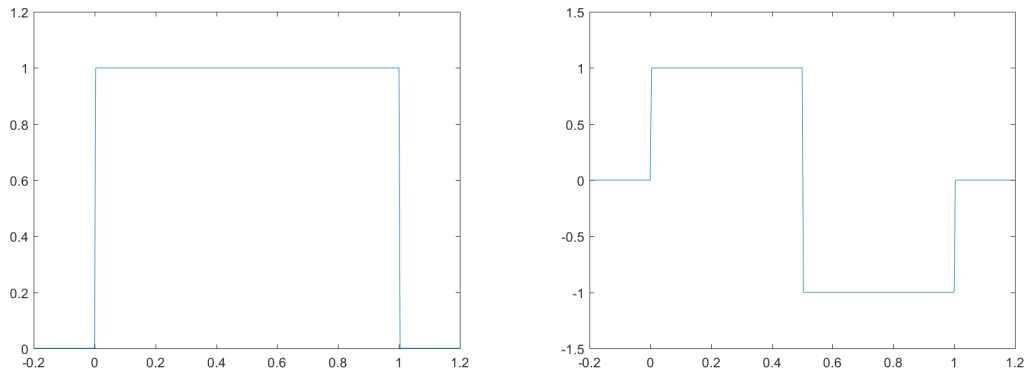
$$\phi_{m,n} = \sum_k h_k \phi_{m-1,k+2n} \quad (3.31)$$

$$\psi_{m,n} = \sum_k g_k \phi_{m-1,k+2n} \quad (3.32)$$

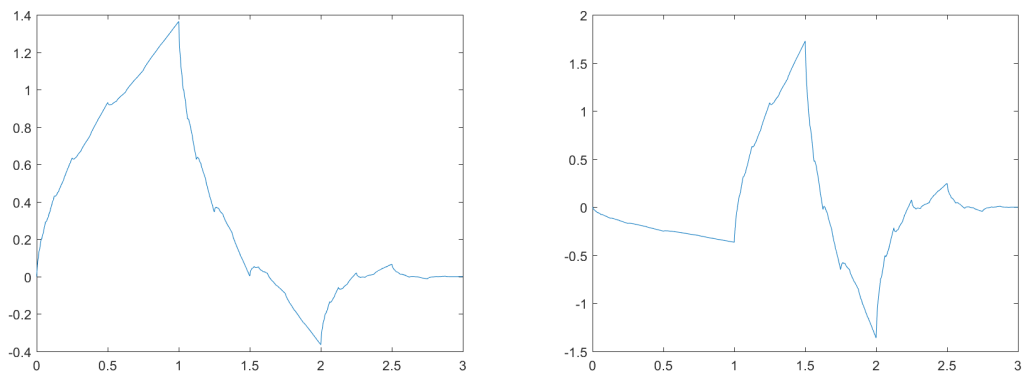
Il est important de noter que les suites numériques $(h_k)_{k \in \mathbb{Z}}$ et $(g_k)_{k \in \mathbb{Z}}$ sont identiques pour tous les niveaux de décomposition m . Ces suites peuvent-être considérées comme étant des réponses impulsionnelles de filtres numériques.

Il est alors possible de décrire les coefficients d'approximation d'un niveau de décomposition m à partir du niveau de décomposition précédent $m - 1$. Si l'on re-

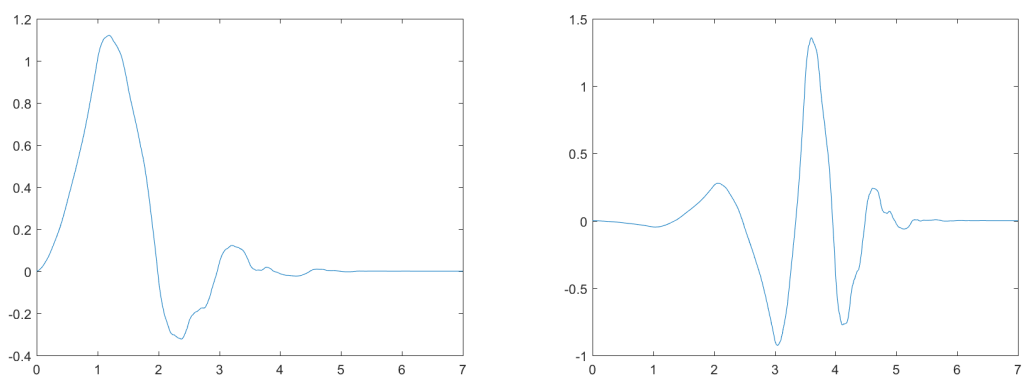
3.3 DÉTECTION DES PIXELS RARES À PARTIR D'ONDELETTES



(a) Ondelettes de Haar



(b) Ondelettes de Daubechies 2



(c) Ondelettes de Daubechies 4

FIGURE 3.1 – Fonctions ϕ (à gauche) et ψ (à droite) pour plusieurs familles d'ondelettes

prend la définition des coefficients d'approximation donnée par l'équation (3.30) :

$$a_{m,n} = \langle f, \phi_{m,n} \rangle \quad (3.33)$$

$$a_{m,n} = \sum_k h_k \langle f, \phi_{m-1,k+2n} \rangle \quad (3.34)$$

$$a_{m,n} = \sum_l h_{l-2n} \langle f, \phi_{m-1,l} \rangle \quad (l = k + 2n) \quad (3.35)$$

$$a_{m,n} = \sum_l h_{l-2n} a_{m-1,l} \quad (3.36)$$

Cette dernière équation (3.36) permet de décrire les coefficients d'approximation $a_{m,n}$ comme le filtrage des coefficients d'approximation au niveau $m - 1$ par le filtre h suivi d'un sous-échantillonnage de rapport 2.

De même les coefficients de détail peuvent être déduits des coefficients d'approximation du niveau $m - 1$ par le filtre g suivi d'un sous-échantillonnage de rapport 2.

$$d_{m,n} = \sum_l g_{l-2n} a_{m-1,l} \quad (3.37)$$

Il est alors possible de procéder à l'analyse multirésolution en décomposant successivement les coefficients d'approximation à l'aide d'un banc de filtres tel que présenté dans la Figure 3.2.

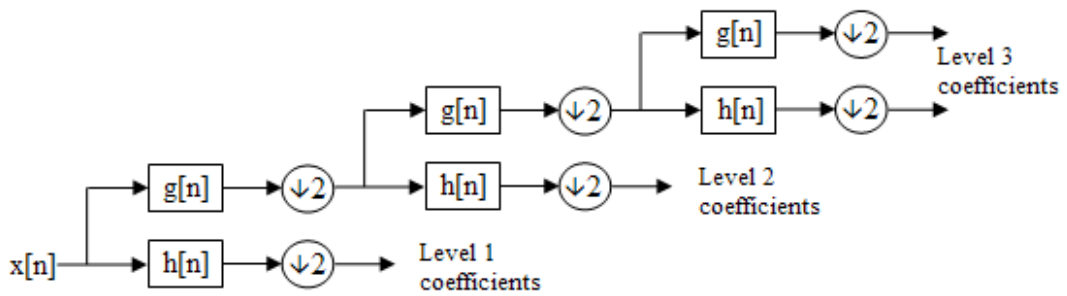


FIGURE 3.2 – Schéma de décomposition en ondelettes à l'aide d'un banc de filtres

3.3.1.3 Ondelettes pour les signaux multidimensionnels

Dans la partie précédente nous avons présenté les ondelettes dans le cas de signaux monodimensionnels, nous voulons généraliser la transformée en ondelettes dans le cas de signaux multidimensionnels.

3.3 DÉTECTION DES PIXELS RARES À PARTIR D'ONDELETTES

Nous allons maintenant considérer des transformées s'appliquant à des images, c'est à dire, des signaux 2D. Dans le cas de la transformée en ondelettes 2D usuelle, les ondelettes sont séparables, ce qui permet une généralisation directe du cas monodimensionnel. En effet, l'image est traitée en deux temps, comme présenté dans la figure 3.3. Dans un premier temps, les lignes sont analysées comme des signaux monodimensionnels, on procède ensuite à l'analyse des colonnes.

Le résultat de l'analyse est présenté par la figure 3.4. On obtient une image de même taille que celle d'origine découpée en quatre cadrans, le cadran LL en haut à gauche correspond aux coefficients d'approximations, les cadrans HL et LH correspondent aux coefficients de détail verticaux et horizontaux et le cadran HH aux coefficients de détail diagonaux.

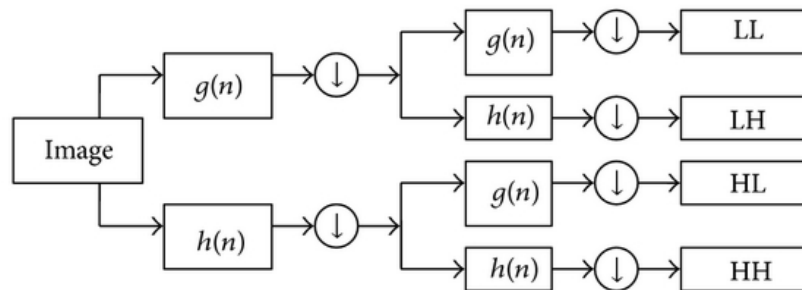


FIGURE 3.3 – Banc de filtres pour analyse bidimensionnelle

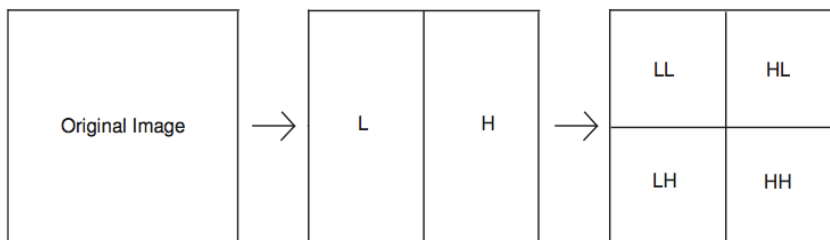


FIGURE 3.4 – Décomposition en ondelettes bidimensionnelles

Il est possible de généraliser ce procédé quelle que soit la dimension du signal à analyser. Dans le cas des images hyperspectrales, on s'arrête souvent à une décomposition 2D ce qui permet une analyse spatiale de l'image.

3.3.2 Détection d'anomalies à partir d'ondelettes

Une anomalie dans une image hyperspectrale est un pixel, ou un petit groupe de pixels qui se distingue des autres pixels de l'image. Dans le chapitre précédent, nous avons proposé une approche spectrale pour détecter ces pixels. En effet, la méthode proposée estimait les *endmembers* présents dans l'image et détectait

comme anormaux les pixels dont les spectres ne pouvaient pas être reconstruits à partir de ces *endmembers*.

Nous proposons ici une approche spatiale pour détecter les anomalies. Un pixel sera considéré comme anormal lorsque qu'il aura un spectre différent de celui de ses voisins. Une analyse par ondelettes permet de réaliser cette détection spatiale. En effet, un pixel dont le spectre diffère de celui de ses voisins va produire des coefficients de détail élevés. Contrairement aux méthodes de détection de contours par ondelettes qui cherchent les pixels qui produisent des coefficients de détail élevés dans au moins une direction, nous proposons ici de chercher les pixels qui produisent des coefficients de détails dans toute les directions. En effet, un coefficient de détail élevé indique une variation importante dans sa direction, un pixel anormal étant différent des pixels de son voisinage, il doit donc produire des coefficients élevés dans toutes les directions.

Pour chacune des imagerie de détails LH, HL et HH (voir figure 3.4), sont calculées l'importance des variations verticales, horizontales et diagonales en sommant le carré des coefficients de détails pour chaque pixel :

$$V_{ij} = \sum_{\lambda} (LH)_{ij\lambda}^2 \quad (3.38)$$

$$H_{ij} = \sum_{\lambda} (HL)_{ij\lambda}^2 \quad (3.39)$$

$$D_{ij} = \sum_{\lambda} (HH)_{ij\lambda}^2 \quad (3.40)$$

Un score est attribué à chaque pixel en combinant ces informations de variations. Étant donné que l'on recherche à détecter les pixels ayant des variations importantes dans toutes les directions, c'est le niveau de variation minimal qui est utilisé comme score :

$$S_{ij} = \min(V_{ij}, H_{ij}, D_{ij}) \quad (3.41)$$

Un pixel avec un score important est donc un pixel avec des variations importantes dans toutes les directions, il remplit donc la définition adoptée pour un pixel anormal.

Pour détecter un pixel comme anormal nous proposons d'utiliser un critère de seuil sur le score. Un pixel sera alors détecté comme anormal lorsque son score

est supérieur au score moyen de plus de trois fois l'écart-type :

$$\tau = \mu_S + 3\sigma_S \quad (3.42)$$

$$\mu_S = \frac{1}{IJ} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J S_{ij} \quad \sigma_S = \sqrt{\frac{1}{IJ} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (S_{ij} - \mu_S)^2}$$

Les pixels dont le score est supérieur au seuil τ sont alors considérés comme anormaux. Dans les paragraphes suivants, la méthode proposée sera appliquée dans un premier temps sur des données simulées, puis sur des données réelles.

3.3.2.1 Expérimentation sur des données simulées

Pour étudier l'efficacité de la méthode proposée ci-dessus sur des données simulées, nous avons généré des images hyperspectrales de taille 32 par 32 pixels et 166 bandes spectrales. Les pixels de fond sont constitués d'un mélange de deux spectres issus de la base de spectres USGS [86], l'un des deux spectres ayant une abondance aléatoire entre 65 et 70%, le second ayant une abondance complémentaire. Une cible constituée d'un troisième spectre issu de la même base USGS est insérée dans l'image avec une abondance variable entre 1% et 100%. Un bruit blanc gaussien est ensuite ajouté pour atteindre une valeur de SNR entre 15 et 30db.

Nous appliquons la méthode de détection proposée en utilisant les ondelettes de Haar. Nous calculons le taux de détection comme le nombre de fois où le pixel cible est correctement détecté divisé par le nombre de réalisations. Le taux de faux positifs est calculé comme le nombre de faux positifs divisé par le nombre de pixels détectés. Les figures 3.5 et 3.6 montrent respectivement le taux de détection et le taux de faux positifs en fonction de l'abondance du spectre rare.

Nous constatons que plus l'abondance du spectre rare est élevée, meilleur est le taux de détection et de même un SNR plus élevé permet un meilleur taux de détection. Ce résultat correspond à ce que l'on attend : une cible large dans une image peu bruitée est plus facile à détecter qu'une petite cible dans une image fortement bruitée. Notamment, si l'on s'intéresse à une cible subpixelique de cote 1/2 pixels, ce qui correspond à une abondance de 25%, on observe un taux de détection supérieur à 80% lorsque l'image a un SNR de 25db, et près de 95% de détection pour un SNR de 30db.

Le taux de faux positifs est faible, presque toujours en dessous de 5%, à l'exception des cas avec de petites cibles et un SNR faible. Dans le cas de SNR faible, un pré-traitement visant à réduire le bruit avant d'effectuer la détection permettrait sans doute d'améliorer les résultats.

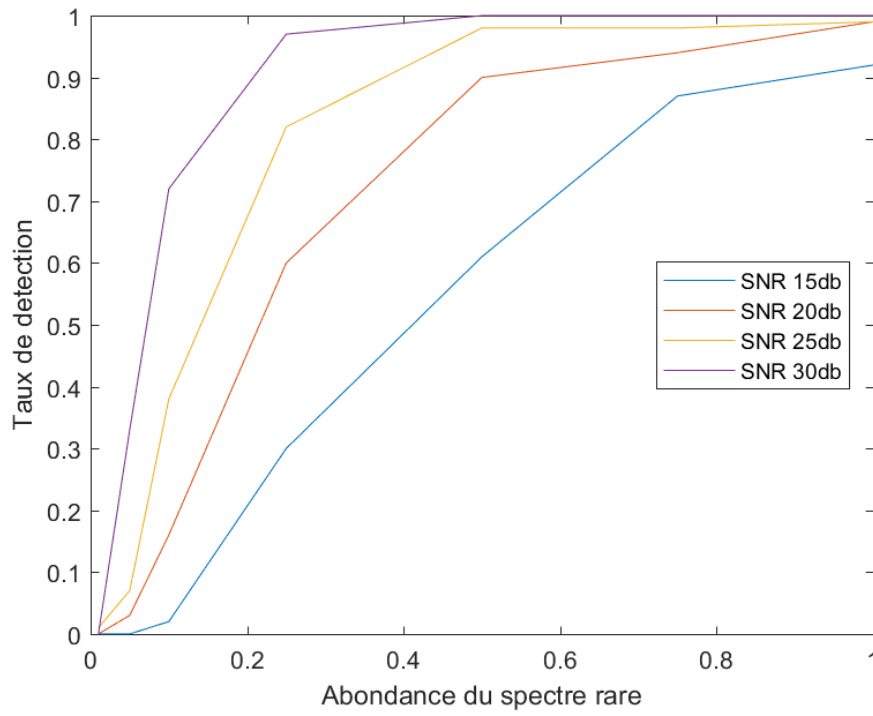


FIGURE 3.5 – Probabilité de détection en fonction de l’abondance du spectre rare dans le pixel cible pour différents SNR

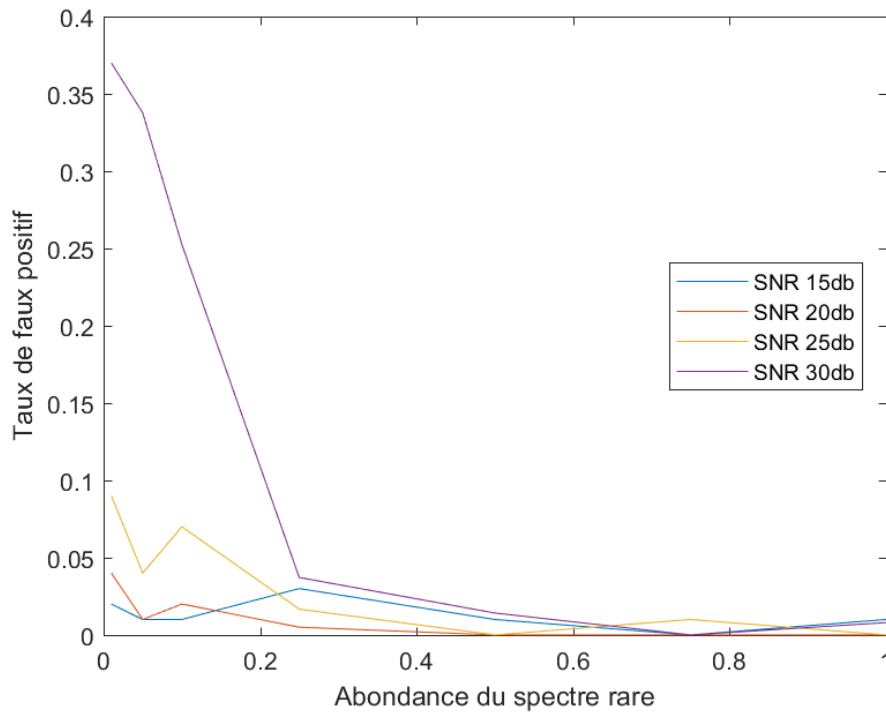


FIGURE 3.6 – Taux de fausse alarme en fonction de l’abondance du spectre rare dans le pixel cible pour différents SNR

Remarque : les mêmes tests ont été effectués avec d'autres familles d'ondelettes, en particulier les ondelettes de Daubechies [87] db2 et db4. La figure 3.7 montre le taux de détection pour la famille db2. Les résultats obtenus pour ces familles étaient moins satisfaisants que ceux obtenus avec les ondelettes de Haar. Il conviendra donc d'utiliser ces dernières pour les tests sur données réelles.

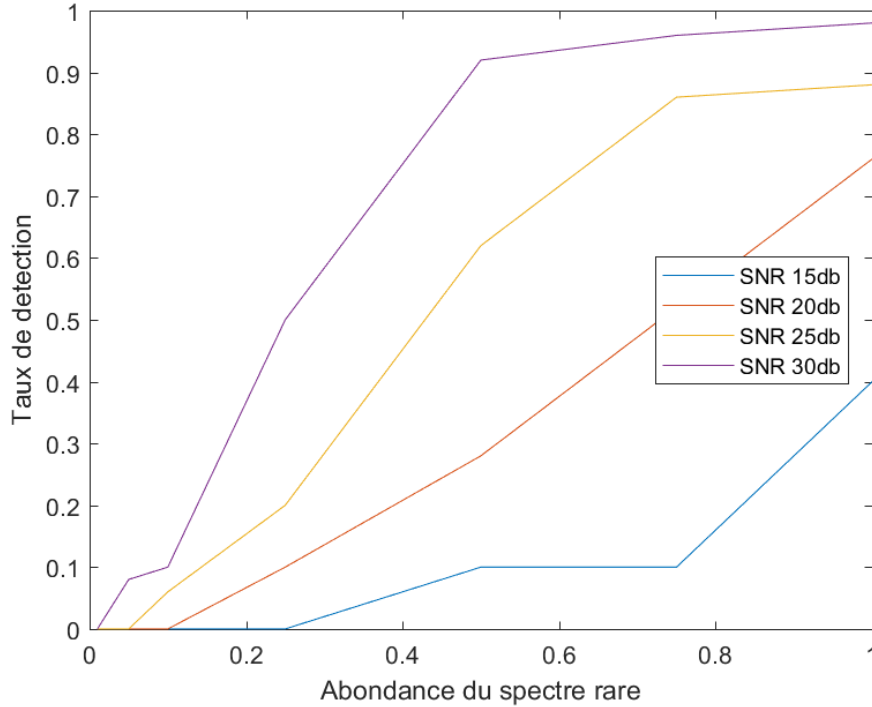


FIGURE 3.7 – Probabilité de détection en fonction de l'abondance du spectre rare dans le pixel cible pour différents SNR avec les ondelettes db2

3.3.2.2 Expérimentations sur des données réelle HYDICE

Nous utilisons une image de taille 256 pixels par 256 pixels et 169 bandes spectrales extraite d'une image HYDICE (voir annexe A). Cette image contient 7 rangées de 3 panneaux de petites tailles qui peuvent être vus comme des anomalies. Les panneaux ont des dimensions de l'ordre de 3x3 pixels pour la colonne de gauche, 2x2 pixels pour la colonne centrale et 1x1 pixels pour la colonne de droite. Ces panneaux ne sont pas alignés sur les pixels de l'image, c'est à dire qu'un panneau 1x1 n'est présent non pas dans 1 seul pixel mais dans 4 pixels à un niveau subpixelique.

La figure 3.8 présente la décomposition en ondelettes de l'image utilisée avec les ondelettes de Haar. Nous utilisons cette décomposition pour calculer le score de chaque pixel tel que défini par l'équation (3.41). La figure 3.9 montre les scores pour les pixels de l'image HYDICE étudiée.

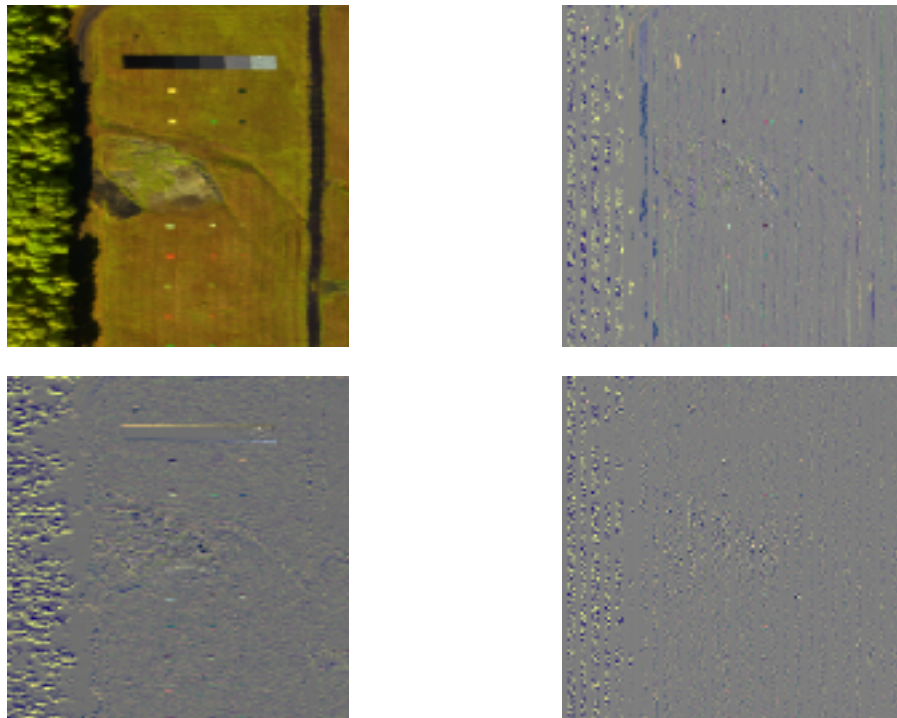


FIGURE 3.8 – Décomposition en ondelettes d’une image HYDICE

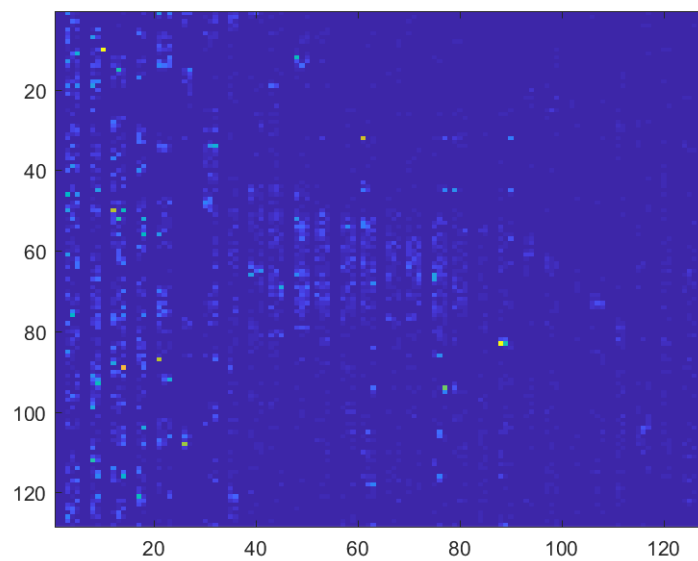


FIGURE 3.9 – Score de variation pour les pixels de l’image HYDICE

3.3 DÉTECTION DES PIXELS RARES À PARTIR D'ONDELETTES

Le résultat après seuillage est présenté dans la figure 3.10. Quatorze des 21 panneaux sont détectés comme des pixels anormaux. De nombreux pixels sont marqués comme anormaux sur la gauche de l'image, dans la zone arborée, ainsi qu'au centre de l'image, dans la zone rocheuse. Ces zones présentent des changements rapides de couleurs qui expliquent qu'elles puissent être détectées comme "anormales".

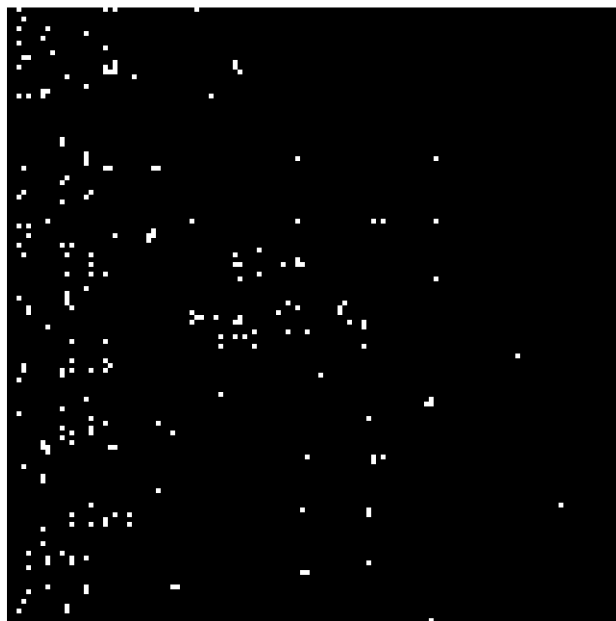


FIGURE 3.10 – Pixels détectés comme anormaux dans l'image HYDICE

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le principe de la détection en imagerie hyperspectrale, et proposé deux méthodes de détection d'anomalies. La première méthode est basée sur le seuillage de l'erreur quadratique de reconstruction. Elle requiert la connaissance *a priori* d'une estimation des *endmembers* dominants.

Nous avons proposé d'utiliser la décomposition en ondelettes pour détecter la présence d'anomalies dans des images hyperspectrales. Les résultats obtenus montrent que la méthode proposée permet de détecter des anomalies et la présence de cibles à un niveau subpixelique. Nos expérimentations ont porté sur trois familles d'ondelettes (haar, db2 et db4) et ont montrées que db2 et db4 n'étaient pas adaptées à notre méthode. Un très grand nombre de familles d'ondelettes existe, il serait intéressant de tester d'autres familles, avec des propriétés différentes pour déterminer si elles permettent d'obtenir de meilleurs résultats.

Chapitre 4

Démixage en présence de pixels rares

Ce chapitre abordera le problème du démixage des images hyperspectrales sous la forme d'un problème d'optimisation. Le méthode NMF sera présentée et nous proposerons de l'adapter au cas où une partie des *endmembers* sont connus *a priori*. Cette NMF adaptée sera utilisée conjointement à la méthode de détection présenté dans le chapitre précédent pour proposer une méthode d'estimation des *endmembers* des pixels rares.

4.1 Le démixage hyperspectral, un problème d'optimisation

Dans le cadre du démixage d'images hyperspectrales on cherche à estimer deux matrices $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{P \times k}$ et $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{k \times L}$ telles que :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{AS} + \mathbf{N} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{S} \geq 0, \mathbf{A} \geq 0, \mathbf{A}\mathbf{1}_K = \mathbf{1}_P$$

Ce problème d'estimation peut-être réécrit sous la forme d'un problème d'optimisation dont l'objectif est de minimiser une fonction de coût.

Une fonction de coût souvent utilisée est la norme de Frobenius, ou encore l'erreur quadratique de reconstruction (EQR) entre l'observation \mathbf{Y} et sa factorisation \mathbf{AS} .

$$J(\mathbf{A}, \mathbf{S}) = EQR(\mathbf{A}, \mathbf{S}) = \|\mathbf{Y} - \mathbf{AS}\|^2 \quad (4.2)$$

Lorsque l'on se place dans l'hypothèse qui est la notre d'un bruit gaussien, minimiser l'erreur quadratique de reconstruction entre \mathbf{Y} et \mathbf{AS} est optimal [88].

Nous cherchons alors à minimiser la fonction de coût (4.2) en fonction de \mathbf{A} et \mathbf{S} , sous contrainte de positivité et de somme à l'unité. Le problème d'optimisation contraint devient donc :

$$\text{minimiser}_{\mathbf{A}, \mathbf{S}} J(\mathbf{A}, \mathbf{S}) \quad (4.3)$$

$$\text{sous les contraintes } \mathbf{S} \geq 0, \mathbf{A} \geq 0, \mathbf{A}\mathbf{1}_K = \mathbf{1}_P$$

Cependant la minimisation de $J(\mathbf{A}, \mathbf{S})$ sous les seules contraintes de non-négativité des matrices \mathbf{A} , et \mathbf{S} et de somme à l'unité n'a pas de solution unique [44]. En effet, il existe des solutions dégénérées à ce problème. Par exemple si le couple $\mathbf{A} \in \mathbb{R}_+^{P \times k}$ et $\mathbf{S} \in \mathbb{R}_+^{k \times L}$ est solution de l'équation (4.3), alors toute matrice carrée inversible $\mathbf{P} \in \mathbb{R}_+^{k \times k}$ telle que $\mathbf{A}\mathbf{P}$ respecte la contrainte de somme à l'unité, permet d'obtenir une infinité de couples solution tels que :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N} = \underbrace{\mathbf{A}\mathbf{P}}_{\mathbf{A}'} \underbrace{\mathbf{P}^{-1}\mathbf{S}}_{\mathbf{S}'} + \mathbf{N} \quad (4.4)$$

4.1.1 Contrainte de somme à l'unité relaxée

D'un point de vue théorique la somme à l'unité est une contrainte élégante et naturelle, puisqu'elle revient à dire que les abondances correspondent aux proportions de chaque matériau présent dans le pixel, et qu'en conséquent la somme de ces proportions doit être égale à 1.

Cependant, en pratique un matériau avec une réflexivité qui varie en fonction de l'angle d'incidence aura un unique *endmember* dont l'intensité dépendra de son orientation. De même, la mesure du spectre d'un matériau situé dans une zone ombragée différera du spectre mesuré pour le même matériau illuminé directement. Ce phénomène appelé variabilité d'*endmember* [28, 89] fait que l'hypothèse de somme à l'unité n'est pas toujours exacte. De ce fait on préférera appliquer cette contrainte de manière moins stricte en favorisant plutôt les solutions dont le résultat est proche de cette contrainte à l'aide d'un terme de régularisation :

$$J_2(\mathbf{A}, \mathbf{S}) = \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{S}\|^2 + \alpha^2 \|\mathbf{A}\mathbf{1}_K - \mathbf{1}_P\|^2 \quad (4.5)$$

Le paramètre α permet d'imposer de façon plus ou moins stricte la contrainte. Une valeur de α élevée indique une contrainte imposée strictement alors qu'une valeur nulle indique que la contrainte n'est pas imposée. L'équation (4.5) se dé-