

Démixage des images hyperspectrales

Dans ce chapitre nous présentons de façon détaillée le concept d'image hyperspectrale, ses particularités et la problématique de son démixage. Dans un premier temps nous rappelons ce qu'est une image hyperspectrale et la façon dont elle est acquise. Puis nous abordons la problématique du démixage liée à ces images et introduisons le modèle mathématique que nous utiliserons. Nous présentons ensuite une méthode adaptée à cette problématique. Enfin nous illustrons l'ensemble de ces notions au travers de l'exemple de l'identification (démixage) de pigments dans les végétaux.

2.1 Image Hyperspectrale

L'imagerie hyperspectrale consiste à acquérir une scène dans plus d'une centaine de bandes spectrales. Cette acquisition aboutit à la formation d'un cube hyperspectral tel qu'illustré par la figure 2.1.

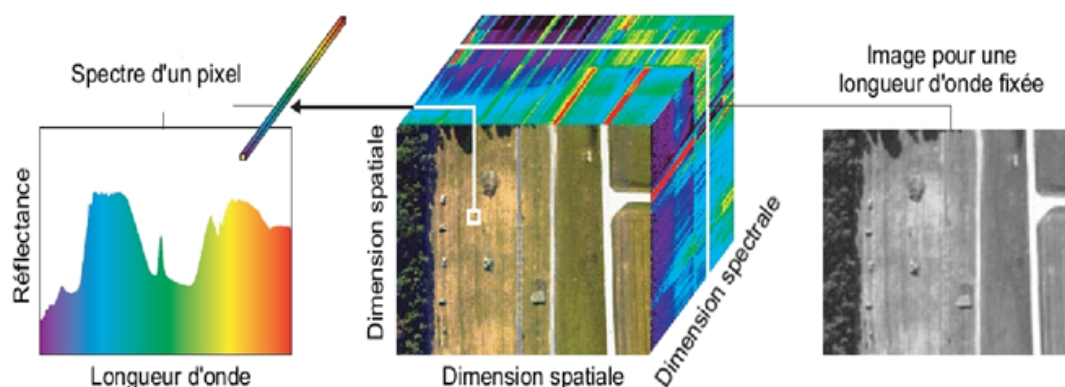


FIGURE 2.1 – Structure d'une image hyperspectrale

Ce cube hyperspectral contient les données acquises en trois dimensions : deux dimensions spatiales et une dimension spectrale.

L'imagerie hyperspectrale est un cas particulier de l'imagerie dite "multi-spectrale" en ce que les bandes spectrales acquises sont étroites et contiguës. La résolution spectrale, de l'ordre du nanomètre, est alors suffisamment fine pour qu'on puisse assimiler l'information spectrale d'un pixel au spectre de réflexion continu de ce pixel.

De même, chaque image spectrale est une image monochromatique dont l'information diffère en fonction de la longueur d'onde.

Le principe de l'imagerie hyperspectrale est basé sur le fait que chaque matériau reflète des ondes électromagnétiques à des longueurs d'onde spécifiques liées à sa composition moléculaire. Deux matériaux différents ayant des couleurs similaires en imagerie classique sont différenciables en imagerie hyperspectrale grâce à leurs spectres respectifs. Par conséquent le spectre de réflexion d'un pixel du cube hyperspectral est différent en fonction des matériaux présents dans ce pixel.

2.1.1 Acquisition des images hyperspectrales

Il existe de très nombreux capteurs hyperspectraux dont les caractéristiques varient en fonction des applications visées. Les principales caractéristiques de ces instruments sont le type de scanner (pushbroom ou whiskbroom), la couverture et la résolution spectrale, l'angle de vue et la résolution spatiale.

Les techniques d'acquisitions se classent en trois catégories :

Les méthodes à balayage spectral qui consistent à acquérir successivement chaque image spectrale monochromatique, comme illustré par la figure 2.2. Chaque acquisition permet de capturer l'ensemble de la scène 2D à une longueur d'onde sélectionnée par un filtre optique passe-bande, le filtre optique est alors changé pour capturer l'image spectrale suivante et ainsi de suite jusqu'à l'acquisition complète du cube hyperspectral. Cette méthode nécessite d'avoir des filtres optiques très sélectifs qui permettent de filtrer précisément la longueur d'onde désirée. Elle nécessite cependant que la scène (et le capteur) restent immobiles pendant toute la durée de l'acquisition.

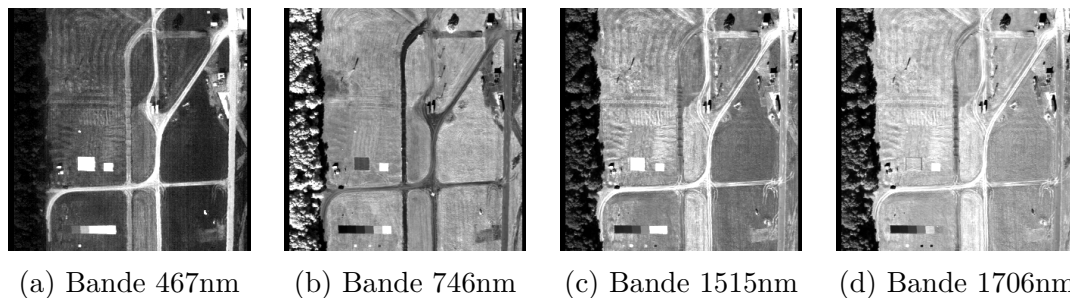


FIGURE 2.2 – Le balayage spectral capture successivement chaque image spectrale monochromatique

La seconde catégorie est celles des méthodes à balayage spatial. Elles consistent à acquérir en une seule fois toute l'information spectrale d'un ou plusieurs pixels. L'acquisition se fait ligne par ligne selon deux techniques différentes : *pushbroom* et *whiskbroom*. Un capteur *whiskbroom* possède un miroir qui balaie chaque pixel de la ligne, la lumière reçue est alors projetée à travers un élément dispersif sur une barrette CCD dont chaque cellule correspond à une longueur d'onde. Un capteur *pushbroom* possède une matrice CCD dont une dimension est la longueur d'onde et l'autre correspond aux pixels de la ligne. La figure 2.3 présente les deux techniques d'acquisition. Après avoir collecté l'information spectrale d'une ligne (mono dimensionnelle) le capteur se déplace pour acquérir la ligne suivante. Cette technique d'acquisition est particulièrement adaptée pour les acquisitions spatiales ou aériennes puisque le capteur se déplace naturellement, elle nécessite des corrections géométriques pour compenser les mouvements du capteur [21].

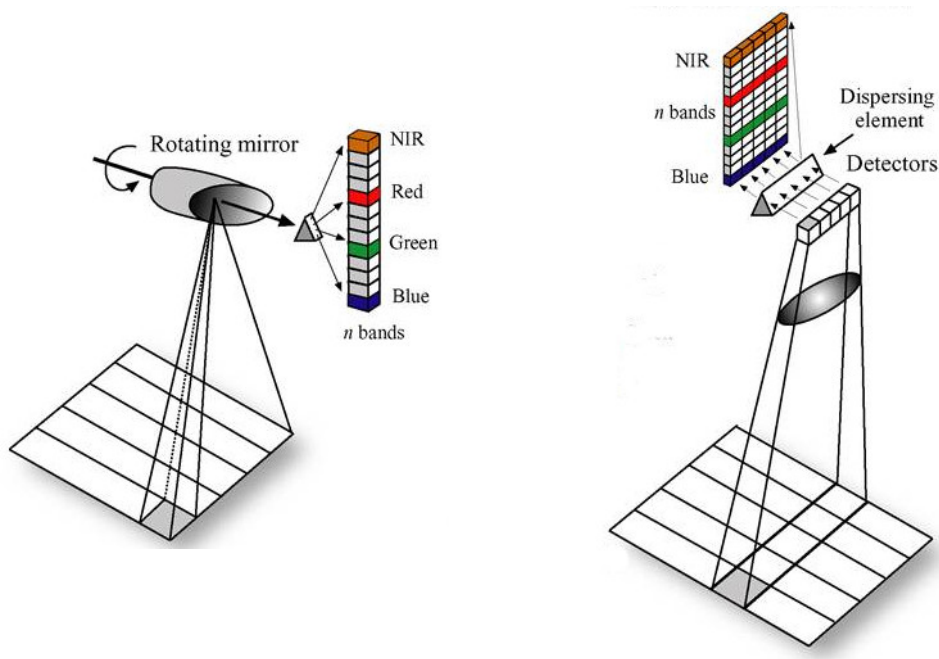


FIGURE 2.3 – Acquisition hyperspectrale avec un capteur de type “whiskbroom” (à gauche) et un capteur de type “pushbroom” (à droite)

La troisième technique est l'imagerie hyperspectrale instantanée (*snapshot imaging*), sans balayage elle permet l'acquisition simultanée de l'information spatiale et spectrale. Plusieurs approches sont utilisées, l'une d'entre elles consiste à “découper” l'image en bandes et à réorganiser ces bandes en une seule ligne à l'aide d'un système optique complexe [22]. Une autre méthode utilise une mosaïque de filtre de façon similaire aux capteurs couleurs classique, comme l'illustre la figure 2.4. Ces techniques sont souvent beaucoup plus complexes à utiliser que les méthodes à balayages pour des résolutions moindres ce qui restreint leur utilisation actuelle au domaine de l'astronomie [23, 24].

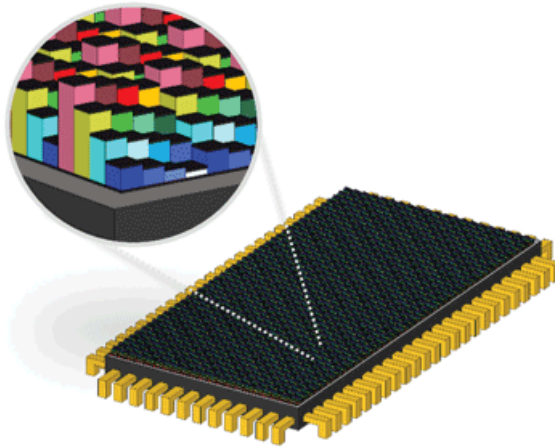


FIGURE 2.4 – Illustration d'un capteur avec mosaïque de filtres

2.1.2 Modélisation tensorielle des images hyperspectrales

De par la nature de la forme d'acquisition des données hyperspectrales, dans lesquelles chacun des pixels est un vecteur information, les données sont généralement représentées par un cube hyperspectral. En raison de cette représentation cubique, il est tout naturel d'envisager l'utilisation des tenseurs d'ordre 3 comme modèle mathématique pour représenter des images hyperspectrales. Classiquement, les dimensions spatiales sont associées respectivement au 1-mode et 2-mode du tenseur et la dimension spectrale est associée au 3-mode du tenseur, voir figure 2.5.

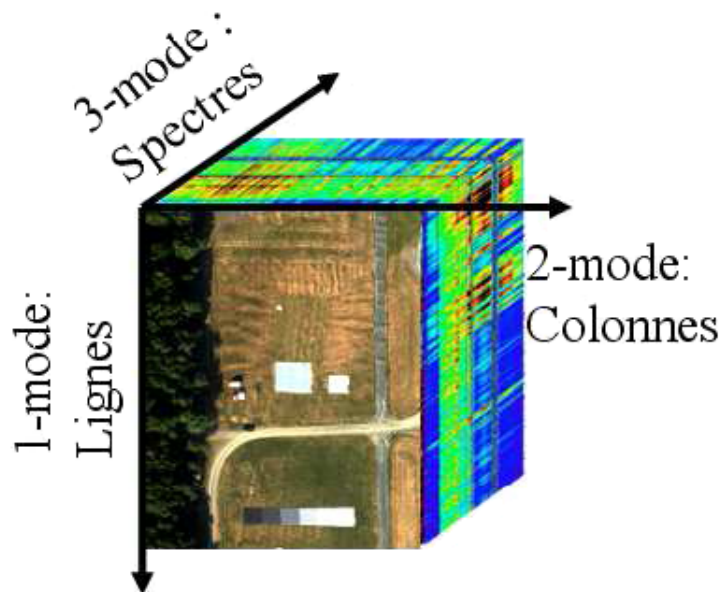


FIGURE 2.5 – Illustration de la représentation tensorielle d'une image hyperspectrale

Le déploiement d'un tenseur est une réorganisation sous forme matricielle de ses données selon un mode privilégié. En particulier la matrice dépliant dans le mode spectral (3-mode) où chaque colonne de la matrice dépliant représente le spectre d'un pixel permet une représentation physique concrète des données spectrales de l'image, voir figure 2.6. Les matrices dépliant dans les modes spatiaux (1-mode et 2-mode) sont plus difficiles à interpréter.

Dans la suite du document nous assimilerons les images hyperspectrales à leurs matrices dépliantes dans le mode spectral.

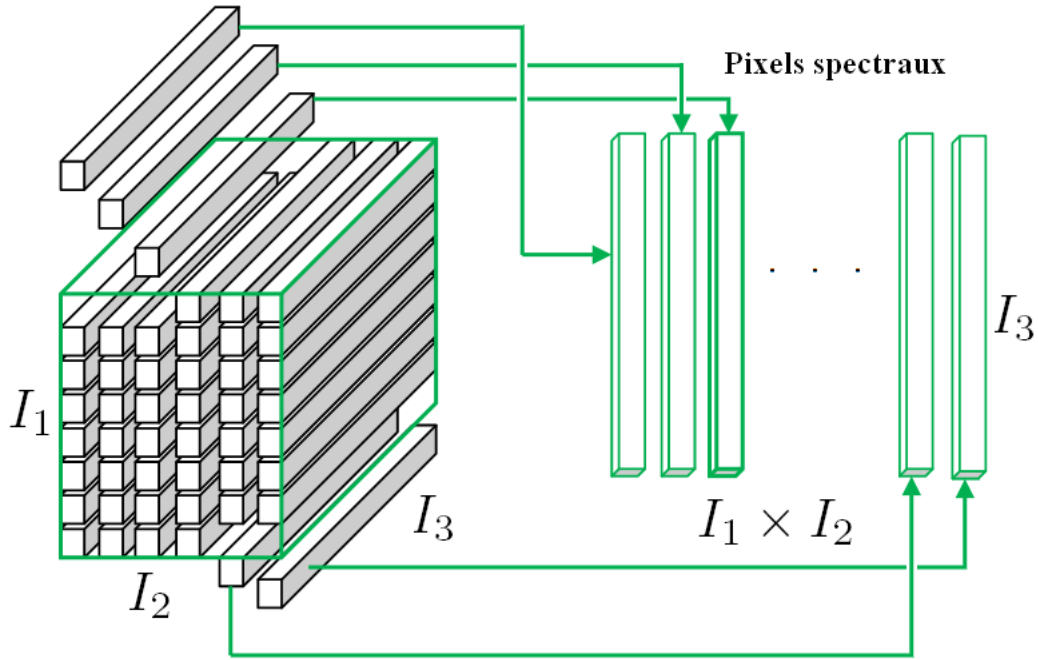


FIGURE 2.6 – La matrice dépliant dans le mode spectral correspond à la matrice colonne de l'ensemble des pixels spectraux d'une image hyperspectrale

2.2 Problématique du démixage en imagerie hyperspectrale

Les scènes observées sont constituées de différents matériaux qui ont chacun un spectre de réflectance spécifique. Chaque pixel de l'image hyperspectrale contient une information spectrale qui dépend des matériaux contenus dans le pixel. Il arrive souvent qu'un seul pixel contienne plusieurs matériaux, dans ce cas l'information spectrale observée est un mélange des spectres spécifiques des matériaux.

Une image hyperspectrale peut être interprétée comme d'une part un ensemble de spectres échantillonnés correspondant aux signatures spectrales spécifiques, appelés *endmembers*, de chaque matériau de la scène observée et d'autre part une carte de localisation qui indique la position dans l'image de chacun de

ces *endmembers*. On appelle cette carte : carte d'abondance ; lorsque les pixels contiennent plusieurs matériaux cette carte indique la proportion de chaque *endmembers* dans chacun des pixels.

La problématique de démixage, parfois dite problématique de démelange, est similaire aux problèmes de séparation de sources, qui consistent à estimer simultanément l'ensemble des *endmembers* présents dans l'image et leur carte d'abondance. Pour résoudre ce problème on utilise un modèle de mélange qui décrit la manière dont sont combinés les *endmembers* dans l'image.

2.2.1 Modèle de mélange linéaire

L'observation de plusieurs matériaux au sein d'un même pixel peut avoir deux origines :

La première est due à la résolution spatiale des capteurs, les matériaux sont séparés spatialement mais occupent une surface de la scène inférieure à celle couverte par un pixel. Dans ce cas, chaque rayon lumineux provenant de la scène n'interagit qu'avec un seul matériau de la surface observée. Le spectre mesuré est alors un mélange linéaire des spectres spécifiques des matériaux de surface, et les coefficients de mélange représentent les proportions surfaciques de chaque constituant.

Dans l'autre cas, la surface observée peut être composée d'une seule entité qui est un mélange intime de plusieurs matériaux, comme par exemple un sable dont les grains ont diverses compositions chimiques. Les rayons lumineux peuvent alors être réfléchis plusieurs fois par des matériaux différents avant d'être renvoyés vers l'instrument de mesure. Ces réflexions multiples conduisent à l'observation d'un spectre qui est un mélange non linéaire des spectres purs des constituants en présence.

Les deux situations sont illustrées par la figure 2.7.

Dans la suite de cette thèse, nous considérerons uniquement le modèle de mélange linéaire qui correspond bien au cas macroscopique. Ce modèle décrit le cas de matériaux spatialement séparés, ce qui peut être vu comme une approximation au premier ordre du modèle de mélange non-linéaire [1]. Les lecteurs intéressés par la modélisation non-linéaire peuvent se reporter aux références [25, 26, 27, 28].

Dans le modèle de mélange linéaire, l'information spectrale acquise par un pixel est une combinaison linéaire des *endmembers*, pondérés par des coefficients de mélange, appelés abondances, correspondant aux proportions de chaque *endmember* recherché. L'information spectrale $\mathbf{y}_p$ correspondant à un pixel p de

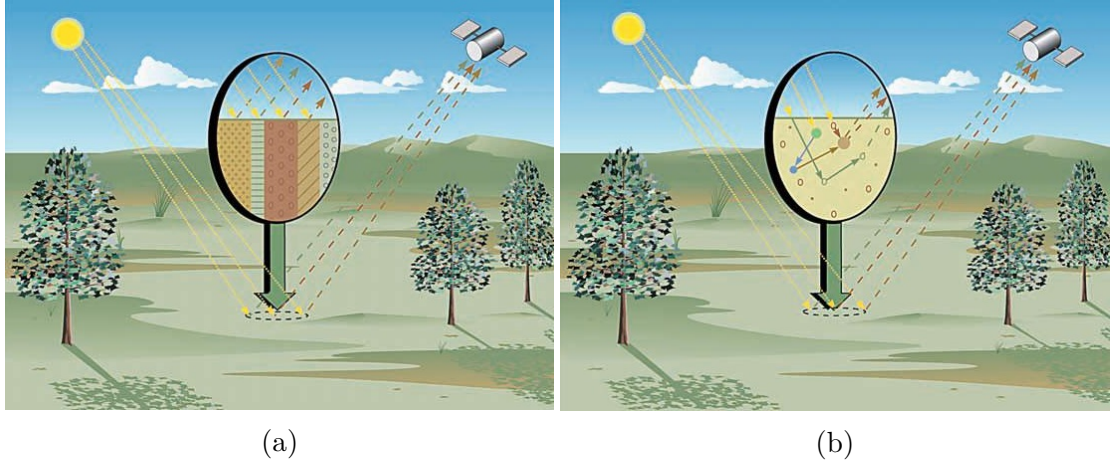


FIGURE 2.7 – Différentes origines des mélanges spectraux.
 (a) Mélange linéaire. (b) Mélange non-linéaire. (Illustration de Keshava et Mustard [1])

l'image hyperspectrale est décrite par l'équation linéaire ci-dessous :

$$\mathbf{y}_p = \sum_{k=1}^K \alpha_{p,k} \mathbf{s}_k + \mathbf{n}_p \quad (2.1)$$

Où $\mathbf{y}_p \in \mathbb{R}^L$ avec L le nombre de bandes spectrales acquises, K est le nombre d'*endmembers* dans l'image, $\mathbf{s}_k \in \mathbb{R}^L$ est le k^e *endmember*, $\alpha_{p,k}$ est la proportion du k^e *endmember* dans le pixel p et $\mathbf{n}_p \in \mathbb{R}^L$ est un vecteur de bruit dans le pixel lié à la mesure qui suit une loi gaussienne telle que :

$$\mathbf{n}_p \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_L) \quad (2.2)$$

Si l'on pose $\boldsymbol{\alpha}_p = [\alpha_{p,1}, \dots, \alpha_{p,K}]$ le vecteur ligne des abondances du pixel p et $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1^T, \dots, \mathbf{s}_K^T]^T$ la matrices des *endmembers*, l'équation (2.1) se réécrit :

$$\mathbf{y}_p = \boldsymbol{\alpha}_p \mathbf{S} + \mathbf{n}_p \quad (2.3)$$

Le modèle s'applique à tous les pixels de l'image hyperspectrale. Ils partagent la même collection de spectres spécifique $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{K \times L}$ mais ont des abondances qui leur sont propres. En concaténant tous les P pixels $\mathbf{y}_p$ de l'image dans une matrice $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{P \times L}$, l'équation précédente (2.1) conduit à :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (2.4)$$

Où $\mathbf{A}$ est la matrice d'abondances obtenue en concaténant les vecteurs d'abon-

dances α_p et $\mathbf{N}$ est la matrice de bruit qui correspond à la concaténation des vecteurs de bruits $\mathbf{n}_p$.

Pour avoir un sens physique le modèle de mélange doit respecter certaines contraintes. En effet la matrice $\mathbf{S}$ des *endmembers* contient les spectres de réflexion spécifiques des matériaux de la scène imagée, ses coefficients ne peuvent donc pas être négatifs. D'autre part, la matrice d'abondances $\mathbf{A}$ contient les proportions des *endmembers* dans chaque pixel, ses coefficients sont donc eux aussi non-négatifs. De plus, pour chaque pixel, la somme des abondances le constituant doit être égale à 1 [29, 30]. Le modèle de mélange contraint s'écrit alors :

$$\begin{aligned}\mathbf{Y} &= \mathbf{AS} + \mathbf{N} \\ \mathbf{S} &\geq 0, \mathbf{A} \geq 0, \mathbf{A}\mathbf{1}_K = \mathbf{1}_P\end{aligned}\tag{2.5}$$

Le démixage d'images hyperspectrale consiste alors à inverser le modèle de mélange linéaire. À partir des pixels observés $\mathbf{Y}$, il faut estimer les *endmembers* $\mathbf{S}$ et leurs abondances $\mathbf{A}$ en sachant qu'ils sont soumis aux contraintes de positivité et de somme à 1 comme indiqué dans l'équation (2.5).

2.2.2 État de l'art sur le démixage des HSI

Plusieurs méthodes de démixage ont été proposées dans la littérature pour retrouver les spectres sources (*endmembers*) ainsi que la matrice d'abondances à partir de l'image hyperspectrale observée [31].

Certaines proposaient d'estimer les spectres sources $\mathbf{S}$ dans un premier temps à l'aide d'un algorithme dit d'extraction d'endmembers et d'estimer les abondances dans un second temps. C'est le cas des méthodes ayant fait l'hypothèse des "Pixels Purs" qui suppose que chacun des matériaux de l'image doit être présent seul dans au moins un des pixels de l'image. C'est à dire que pour chaque matériau de la scène, il existe au moins un pixel "pur" dont l'information spectrale est identique au spectre spécifique de ce matériau. Parmi les algorithmes utilisant cette hypothèse on peut citer la méthode Pixel Purity Index (PPI) [32] qui consiste à projeter les pixels sur un ensemble de vecteurs aléatoires et d'utiliser ces projections pour donner un score à chaque pixel. Les pixels avec les scores les plus élevés sont définis comme les pixels les plus purs et sont utilisés comme *endmembers*. La méthode N-FINDER [33] quand à elle, considère que le simplexe dont les sommets sont les pixels purs à un volume supérieur à un simplexe dont les sommets seraient n'importe quels autres pixels. La méthode consiste alors à construire un simplexe à partir de pixels choisis aléatoirement puis à modifier itérativement ses sommets de sorte à maximiser son volume. La VCA (Vertex Component Analysis) [18] est une méthode qui estime les *endmembers* de façon itérative. Les pixels sont projetés dans une direction orthogonale au sous-espace engendré par les *endmembers* déjà estimés. La valeur extrême de cette projection

est alors le nouvel *endmember*. La méthode est itérée jusqu'à atteindre le nombre d'*endmembers* voulu.

En pratique, cette hypothèse de pixels purs n'est pas totalement vérifiée, plusieurs erreurs d'estimation sont alors commises [34, 35].

D'autres méthodes géométriques, basées sur la minimisation du volume d'un simplexe mais n'utilisant pas l'hypothèse des pixels purs ont été proposées. Les pixels étant décrits par le modèle de mélange comme une combinaison linéaire des *endmembers* dont les coefficients sont soumis à la contrainte de somme à l'unité, ces pixels se trouvent à l'intérieur d'un simplexe dont les sommets sont les *endmembers*. Dans certain cas, cette contrainte qui impose que les pixels soient à l'intérieur du simplexe peut-être relaxée, ce qui permet, entre autre, de prendre en compte le bruit. L'une de ces méthodes est MVSA (Minimum Volume Simplex Analysis) [36] qui permet une estimation des *endmembers* robuste au bruit en relaxant la contrainte de positivité. La méthode MVSE (Minimum Volume Enclosing Simplex) [37, 38] estime les *endmembers* comme étant les sommets du simplexe de volume minimum contenant l'ensemble des pixels observés.

D'autres approches ont également été proposées en utilisant des méthodes statistiques comme la Décomposition en Valeurs Singulières (SVD) [39] et l'Analyse en Composantes Principales (PCA) [3]. Ces méthodes permettent d'obtenir les directions principales d'un ensemble des pixels, cependant, ces méthodes n'interdisent pas l'obtention de valeurs négatives des coefficients des matrices $\mathbf{A}$ et $\mathbf{S}$, et par conséquent les résultats obtenus sont peu représentatifs de la réalité des données physiques étudiées. L'Analyse en Composantes Indépendantes (ICA) est une méthode utilisée en séparation aveugle de sources qui a été proposée pour le démixage d'images hyperspectrales [40]. Elle repose sur les hypothèses que les pixels sont des combinaisons linéaires des *endmembers* pondérés par leurs abondances, et que ces abondances sont indépendantes. Dans le cas des images hyperspectrales, la première hypothèse correspond au modèle de mélange linéaire, mais la contrainte de somme à 1 sur les abondances empêche de satisfaire le critère d'indépendances des abondances [41]. Pour résoudre les problèmes rencontrés par ces méthodes un algorithme d'Analyse en Composantes DEpendantes (DECA) [35] a été proposé. Il repose sur une décomposition du signal en prenant en compte les contraintes de positivité des *endmembers* et abondances, et celle de somme à l'unité des abondances.

Plus récemment, la notion de la Factorisation en Matrices Non-négatives (NMF) [42, 43], issue des mathématiques appliquées, a connu une attention considérable pour le démixage des images hyperspectrales [44, 34, 45]. En effet, étant donnée une matrice non-négative (ici la matrice signal $\mathbf{Y}$), l'objectif de la NMF est de trouver deux matrices non-négatives ($\mathbf{A}$ et $\mathbf{S}$) dont le produit est la meilleure approximation possible de la matrice des données. Plusieurs algorithmes NMF permettant d'ajouter des contraintes comme la somme à un des abondances ou pour contraindre la matrice des abondances $\mathbf{A}$ à être creuse ont été proposées ces

dernières années [46, 19, 47]. Cette méthode sera détaillée dans le chapitre 4

2.3 Importance de l'estimation du sous-espace signal

Les images hyperspectrales sont composées de centaines de bandes spectrales mais le nombre d'*endmembers* est souvent très inférieur au nombre de bandes. Les méthodes de réduction de dimensions ou d'estimation du sous-espace signal cherchent à estimer le sous-espace signal afin de travailler sur cet espace réduit et de dimensions plus faibles que l'espace d'origine des données pour limiter les phénomènes liés aux grandes dimensions. Le démixage hyperspectral est un cas particulier de réduction de dimensions dans lequel les *endmembers* sont la base vectorielle du sous-espace signal.

Cependant l'estimation du sous-espace signal ne vise pas forcément à trouver les *endmembers* et abondances. La réduction de dimensions peut-être utilisée par exemple pour réduire le bruit ou améliorer la classification. En fonction de l'objectif recherché, les vecteurs de base qui engendrent le sous-espace signal ne sont pas soumis aux mêmes contraintes et ne permettent pas forcément d'obtenir des bases vectorielles ayant un sens physique. Le démixage hyperspectral effectue une réduction de dimensions dont les contraintes, comme la positivité et la somme à 1 des abondances, visent à obtenir des *endmembers* proches des spectres de réflexion des matériaux de la scène.

L'estimation de la dimension du sous-espace signal ou du nombre d'*endmembers* présents dans une image est une problématique importante dans le traitement de données hyperspectrale [48, 1]. Différentes méthodes peuvent être utilisées pour cette estimation, comme les critères d'estimation d'Akaike (AIC) [49] et Bayésien (BIC) [50], longueur de description minimale (MDL) [51], la méthode d'estimation non-biaisée du risque de Stein (SURE) [52, 53, 54] ou encore l'analyse en composante principale (PCA) [55, 56]. De nombreuses méthodes découlent de la décomposition en valeur singulière (SVD) [57] qui utilise les vecteurs singuliers associés aux valeurs propres dominantes pour l'estimation du sous-espace signal. La méthode HySime [58] qui utilise l'importante corrélation entre les différentes bandes spectrales. Ou encore des méthodes tensorielles comme l'approximation par tenseur de rang inférieur (Lower Rank Tensor Approximation) [59].

Plus récemment, des travaux [55, 60, 61] se sont intéressés à l'estimation du sous-espace signal pour des images hyperspectrales contenant des objets de faibles dimensions spatiales, il y est fait mention des difficultés de ces méthodes à conserver les données correspondant à ces objets représentés par seulement quelques pixels lors de l'estimation du sous-espace signal rendant alors inefficaces les pré-traitements pour la classification et la détection dans les images hyperspectrales contenant des objets de faibles dimensions spatiales.

2.4 Performances de différentes méthodes de démixage dans le cas de l'estimation de pigments de végétaux

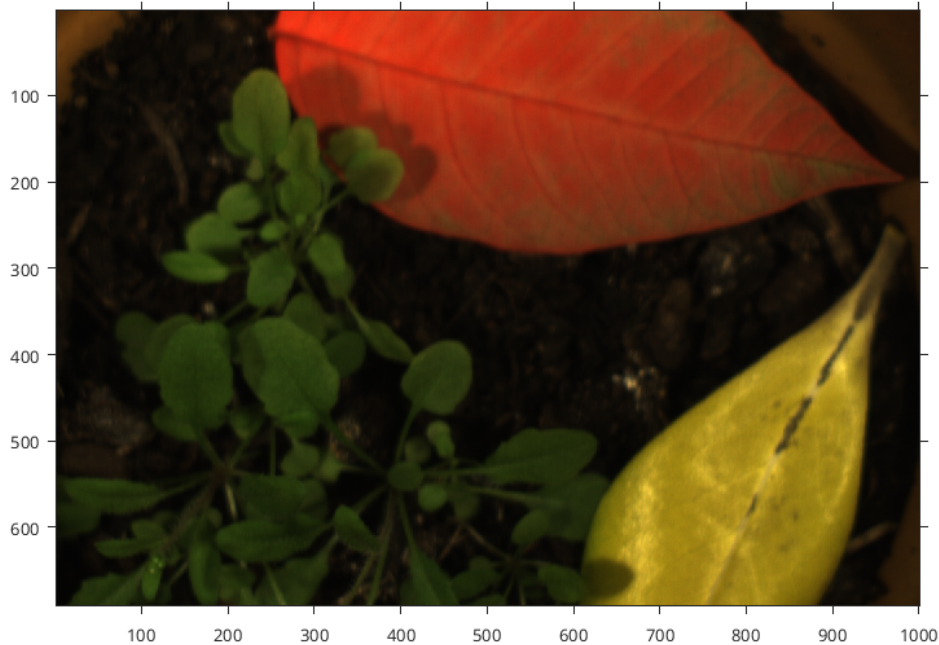


FIGURE 2.8 – Image de végétaux

Dans cette partie, nous comparons les résultats de différentes méthodes de démixage appliquées à la détection de pigments de végétaux. Nous souhaitons démixer une image de taille 700 par 1000 pixels, contenant 155 bandes spectrales. Cette image est présentée dans la figure 2.8, elle contient plusieurs feuilles dont les pigments principaux sont la chlorophylle, l'anthocyanine et le beta-carotene. Les spectres de réflexion de ces pigments sont présentés dans la figure 2.9

Nous avons utilisé la méthode VCA [18], la méthode de factorisation nonnégative additive NMF-PG [62], une méthode de NMF multiplicative [63] et une dernière méthode NMF-BPP [64] sur lesquelles nous reviendrons au chapitre 4. La figure 2.10 présente les spectres estimés pour ces trois pigments. La figure 2.11 présente les cartes d'abondances obtenues par ces différentes méthodes.

Nous constatons que les cartes d'abondances obtenues par les différentes méthodes de démixage permettent de situer les pigments aux bons endroits.

Nous constatons cependant que les *endmembers* estimés varient fortement d'une méthode à l'autre. Les spectres de réflexions obtenus par la méthode NMF-PG sont les plus proches de ceux attendus. La NMF semble donc être une méthode

2.4 PERFORMANCES DE DIFFÉRENTES MÉTHODES DE DÉMIXAGE DANS LE CAS DE L'ESTIMATION DE PIGMENTS DE VÉGÉTAUX

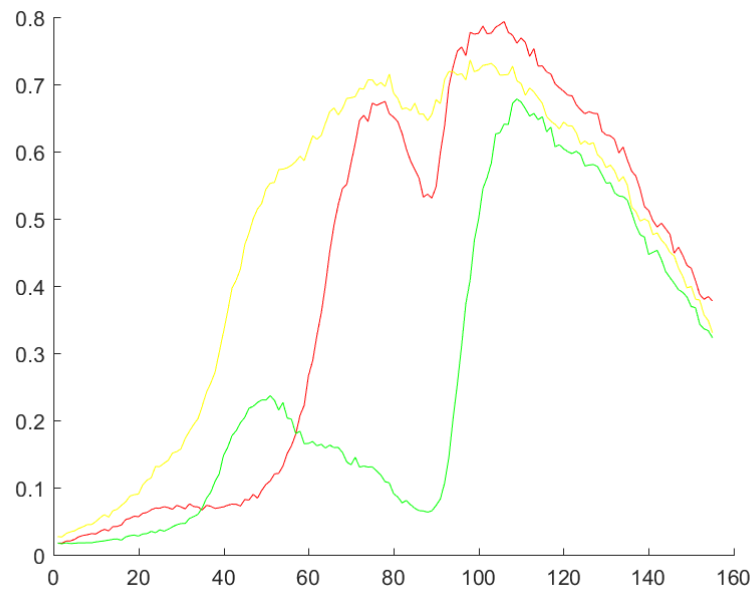
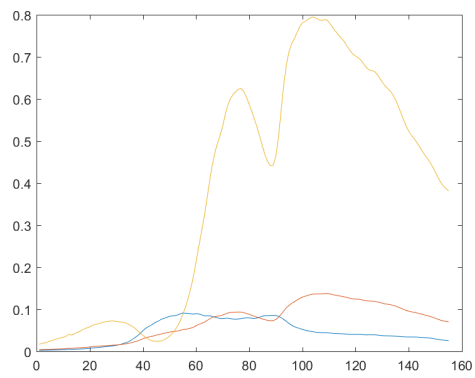
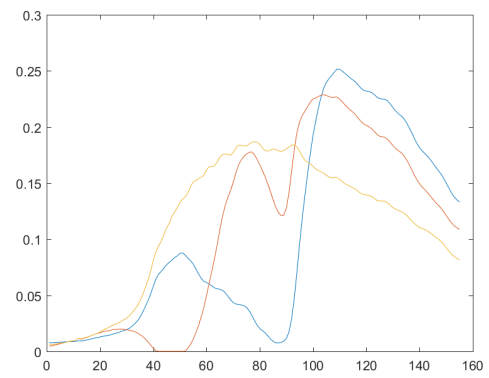


FIGURE 2.9 – Spectres de réflexion de la chlorophylle (vert), de l'anthocyanine (jaune) et du bêta-carotène (rouge)

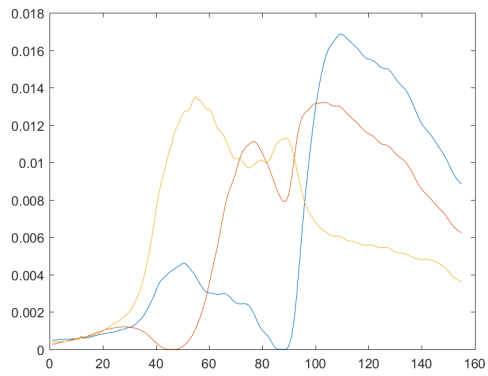
adapté dans ce cas de figure, bien plus que VCA, en particulier sous sa forme additive NMF-PG, et retrouve bien les spectres des différents objets (types de feuilles) présents en abondance dans la scène.



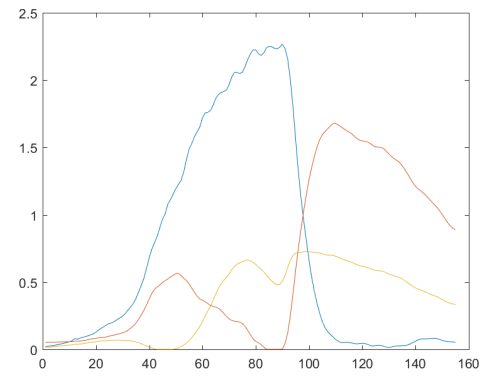
(a) VCA



(b) NMF-PG



(c) NMF-multiplicatif



(d) NMF-BPP

FIGURE 2.10 – Spectres de pigments estimés par différentes méthodes.

2.4 PERFORMANCES DE DIFFÉRENTES MÉTHODES DE DÉMIXAGE DANS LE CAS DE L'ESTIMATION DE PIGMENTS DE VÉGÉTAUX

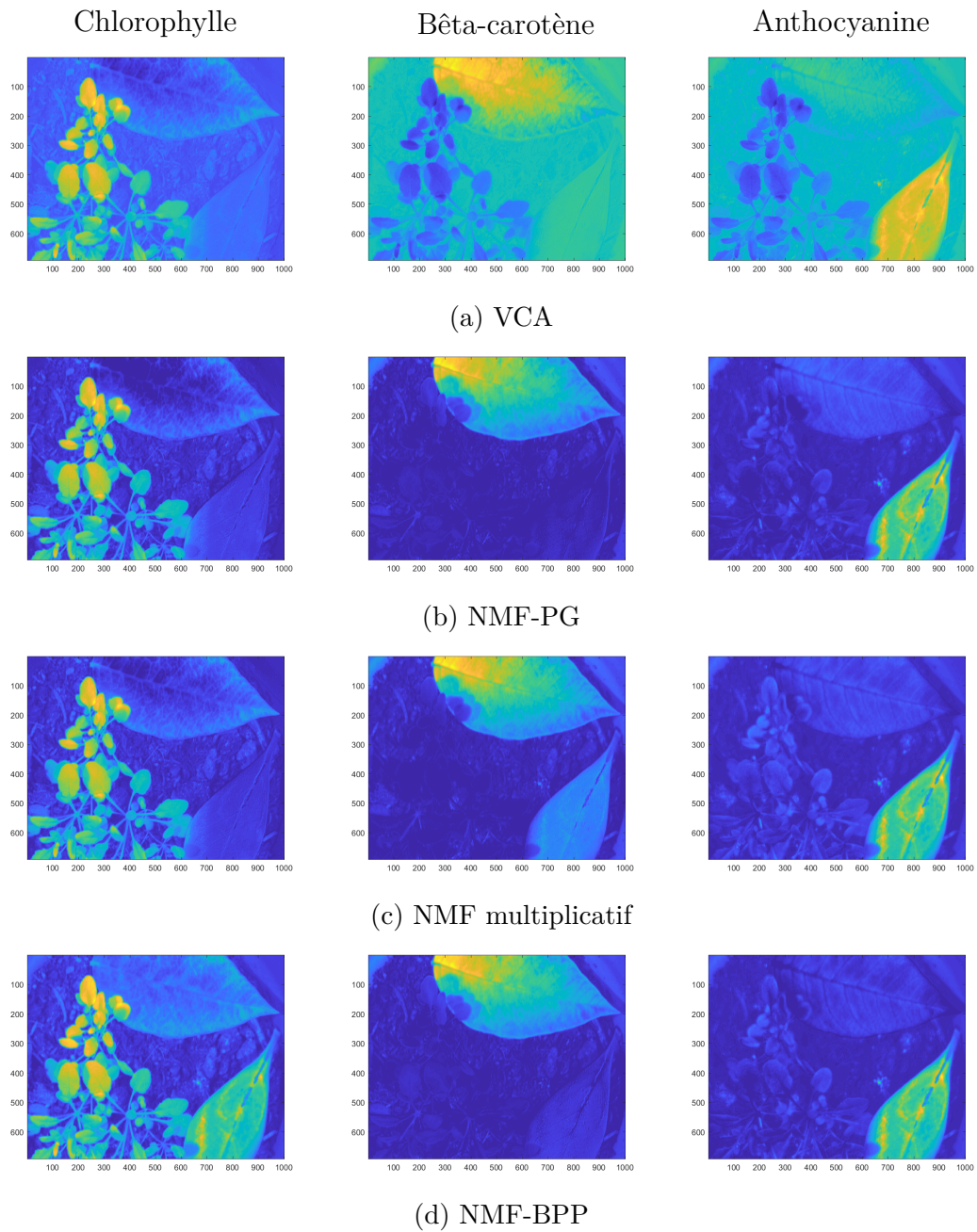


FIGURE 2.11 – Carte d'abondances estimées par différentes méthodes.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté l'imagerie hyperspectrale et la problématique de démixage ainsi que le modèle de mélange linéaire qui décrit les pixels d'une image hyperspectrale comme une combinaison des spectres de réflexions caractéristiques des matériaux présent dans le pixel.

La problématique de démixage des images hyperspectrales consiste à inverser ce modèle de mélange, c'est à dire, retrouver, à partir des pixels observés, les spectres caractéristiques des matériaux présent dans l'image et leur abondance dans chaque pixel. Nous avons dressé un état de l'art des différentes méthodes couramment utilisées pour résoudre cette problématique.

Enfin, pour illustrer l'ensemble des notions présentées dans ce chapitre, nous avons traité l'application de la détection de pigments dans des végétaux. Les résultats de cette application ont mis en évidence l'aptitude de la NMF en particulier sous sa forme additive NMF-PG à être utilisée pour le démixage d'images hyperspectrales de végétaux. Cependant, il est à noter que dans l'image utilisée, les pigments que nous cherchons à démixer sont présents en abondance. Il est donc naturel de s'interroger sur les performances de la NMF lorsque certains pigments sont présent dans de très faibles portions de la scène. Dans la suite de cette thèse nous nous intéresserons donc à la problématique du démixage en présence d'objets de petite taille.

Chapitre 3

Détection des objets de petite taille

Dans ce chapitre nous nous intéressons au cas du démixage d'images hyperspectrales lorsque certains *endmembers* sont dits "rares". Un *endmember* sera considéré comme rare lorsqu'il n'est présent que dans un très faible nombre de pixels observés, ce phénomène se produit lorsque certains objets de petites tailles sont présents dans l'image. Nous appelons pixels rares les pixels contenant ces *endmembers*. La détection de ces pixels peut être vue comme de la détection d'anomalies et elle est nécessaire pour pouvoir ensuite procéder à leur démixage (identification des *endmembers* qu'ils contiennent).

Bien qu'il existe plusieurs travaux qui s'intéressent à la détection d'anomalies [65, 66], la problématique consistant à estimer simultanément les *endmembers* rares et dominants est assez peu présente dans la littérature. La détection des pixels rares peut être capitale pour de nombreuses applications. En effet, un *endmember* rare indique la présence d'un composant dans seulement quelques points de la scène imagée. Mais la présence de ce composant peut-être indicatrice d'un phénomène dont la détection est primordiale dans l'étude effectuée.

Ce chapitre sera consacré à la problématique de détection de ces pixels rares et proposera deux méthodes permettant de les détecter pour être à même par la suite d'en extraire les *endmembers* associés.

3.1 Détection en imagerie hyperspectrale

En télédétection, la détection d'objets spécifiques de petite taille, appelés "cibles", est d'une importance cruciale dans certains domaines comme la surveillance de l'environnement et la défense. Il peut par exemple s'agir de la détection de structures ou de véhicules dans un environnement naturel, ou encore la détection de traces de pollution.

En imagerie hyperspectrale, la détection consiste à identifier la présence et localiser une cible à partir de son spectre. Les algorithmes génèrent alors une carte de détection en niveaux de gris à partir d'une fonction de score basée sur un critère probabiliste ou géométrique. Le score associé à chaque pixel indique la probabilité qu'il appartienne à une cible. L'utilisation d'un critère de seuil permet d'obtenir une image binaire indiquant la présence ou l'absence de la cible pour chaque pixel.

Lorsque l'on connaît le spectre de réflexion des cibles il est possible d'utiliser cette connaissance *a priori* pour définir la fonction de score. La méthode de détection est alors dite supervisée. Les détecteurs AMF (Adaptive Matched Filter) [67, 68] et ACE (Adaptive Cosine/Coherence Estimator) [67] sont deux détecteurs supervisés qui ont été le plus souvent appliqués à l'imagerie hyperspectrale [69]. Chaque pixel $\mathbf{x}$ est considéré comme un vecteur aléatoire avec une fonction de densité spécifique suivant une loi multivariée normale, le problème de détection revient à définir deux hypothèses :

$$\mathbf{H}_0 : \mathbf{x} \sim N(\mu_f, \Gamma_f) \text{ La cible est absente} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{H}_1 : \mathbf{x} \sim N(\mu_c, \Gamma_c) \text{ La cible est présente} \quad (3.2)$$

où μ_c et Γ_c correspondent respectivement à la moyenne et à la matrice de covariance de la loi normale associée à la cible et μ_f et Γ_f correspondent respectivement à la moyenne et à la matrice de covariance de la loi normale associée au fond. Le rapport de vraisemblance permet de définir la fonction de score :

$$\delta(\mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x}|\mathbf{H}_1)}{p(\mathbf{x}|\mathbf{H}_0)} \quad (3.3)$$

$p(\mathbf{x}|\mathbf{H}_0)$ et $p(\mathbf{x}|\mathbf{H}_1)$ sont les probabilités conditionnelles du pixel $\mathbf{x}$ selon les hypothèses $\mathbf{H}_0$ et $\mathbf{H}_1$. Si $\delta(\mathbf{x})$ est supérieur à un certain seuil, l'hypothèse $\mathbf{H}_1$ est vérifiée. Ce seuil permet de fixer la probabilité de fausse alarme acceptée.

Plusieurs algorithmes de détection de cibles à taux de fausse alarme constant ont été proposés dans la littérature et peuvent être retrouvés dans les travaux de Mannolakis [70].

Nous rappelons ici les expressions des détecteurs les plus courants. Soit $\mathbf{s}$ le vecteur contenant le spectre de réflexion de la cible à identifier, $\mathbf{x}$ le pixel à tester et $\mathbf{X}$ la matrice des pixels de l'image, on a :

3.1.1 Filtre adaptatif : AMF

Ce détecteur est basé sur le rapport de la vraisemblance normalisé, sa sortie maximale quand le signal de la cible est présent dans le pixel étudié. Il estime la

moyenne et la matrice de covariance du fond à partir de l'ensemble des pixels et conduit l'expression :

$$\delta(\mathbf{x}) = \frac{(\mathbf{s}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{x})}{(\mathbf{s}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{s})} \quad (3.4)$$

où, $\mathbf{\Gamma}$ est la matrice de covariance de la matrice des pixels $\mathbf{X}$.

3.1.2 Détecteur angulaire : ACE

Ce détecteur est efficace pour repérer une cible subpixelaire (une cible qui ne recouvre pas l'ensemble du pixel). Il suppose que le fond et la cible ont une matrice de covariance de même structure mais de variance différente. Le rapport de vraisemblance conduit alors au détecteur :

$$\delta(\mathbf{x}) = \frac{(\mathbf{s}^T \mathbf{\Gamma}_f^{-1} \mathbf{x})^2}{(\mathbf{s}^T \mathbf{\Gamma}_f^{-1} \mathbf{s}) (\mathbf{x}^T \mathbf{\Gamma}_f^{-1} \mathbf{x})} \quad (3.5)$$

où $\mathbf{\Gamma}_f$ est la matrice de covariance du fond. Cette matrice n'est en pratique pas connue et est estimée à partir de la matrice de covariance de l'ensemble des pixels $\mathbf{X}$, telle que $\hat{\mathbf{\Gamma}}_f = \mathbf{\Gamma}$. Cette hypothèse est réaliste lorsque le nombre des pixels des cibles est faible comparé au nombre des pixels du fond.

3.1.3 Détecteur d'anomalie : RX

Il arrive dans de nombreuses applications que les spectres de réflexions des petits objets présents dans la scène ne soient pas connus. Sans connaissance *a priori* des spectres cibles $\mathbf{s}$ il est nécessaire de recourir à des détecteurs non supervisés. Ces détecteurs consistent à détecter les pixels qui semblent anormaux par rapport aux pixels de fonds [71], on les appelle détecteurs d'anomalies. Le détecteur RX, nommé d'après ses inventeur Reed-Xialoi [72], fait partie de cette catégorie, il se présente sous la forme suivante :

$$\delta(\mathbf{x}) \propto (\mathbf{x}^T \mathbf{\Gamma}_f^{-1} \mathbf{x}) \quad (3.6)$$

où, $\mathbf{\Gamma}_f$ correspond à la matrice de covariance des pixels du fond uniquement. Comme pour le détecteur ACE on estimera $\hat{\mathbf{\Gamma}}_f$ à partir de $\mathbf{\Gamma}$.

Dans la partie suivante, nous proposerons une méthode de détection d'anomalies, sans connaissance *a priori* sur les cibles, utilisant la capacité de la NMF à estimer les *endmembers* dominants correspondant aux pixels de fonds et définissant l'erreur quadratique de reconstruction de la NMF comme fonction du score.