



Couplages thermo-mécaniques des élastomères

————— oOo —————

Ce chapitre présente la prise en compte dans les modélisations, de l'évolution de la température ainsi que l'influence de la température initiale dans le comportement mécanique d'un élastomère. Pour ce faire, un algorithme faible de couplage thermo-mécanique est mis en place. Il tient compte, en particulier, de l'évolution des caractéristiques mécaniques en fonction de la température ainsi que d'un terme source de chaleur d'origine mécanique dans les différentes équations induites par la thermique.

On réalise une analyse de la sensibilité du modèle à l'organisation des calculs mécaniques et thermiques, ainsi qu'à la discrétisation spatiale.

Une confrontation de résultats numériques et expérimentaux est effectuée. Elle permet, dans un premier temps, de réajuster l'algorithme de couplage, puis de le valider.

————— oOo —————

PLAN DU CHAPITRE III

III.1 Introduction	93
III.2 Présentation des résultats expérimentaux	93
III.3 Aspects théoriques du couplage	97
III.3.1 Equations générales pour un milieu à n configurations intermédiaires incompressibles	97
III.3.1.a Equations comportementales	97
III.3.1.b Equations constitutives	97
III.3.2 Particularisation du modèle	100
III.4 Identification des paramètres mécaniques en fonction de la température .	103
III.4.1 Introduction et présentation de la démarche	103
III.4.2 Résultats d'identification	103
III.5 Traitement et résolution numérique	105
III.5.1 Cas général	105
III.5.1.a Découplage des problèmes thermique et mécanique	105
III.5.1.b Stratégie de résolution	106
III.5.2 Cas particulier d'une sollicitation mécanique périodique	107
III.5.2.a Sollicitations mécaniques et couplages thermo-mécaniques dans la littérature	107
III.5.2.b Algorithme adopté	108
III.5.2.c Validation	110
III.5.3 Analyse du modèle	113
III.5.3.a Influence du temps caractéristique thermique	113
III.5.3.b Influence de la discrétisation géométrique	115
III.6 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux	119
III.6.1 Essais de type 2, température d'enceinte à $27^{\circ}C$	119
III.6.1.a Calcul préliminaire	119
III.6.1.b Recalage du modèle	120
III.6.1.c Essais de type 2 sur le modèle recalé, température d'enceinte à $27^{\circ}C$.	121
III.6.1.d Essais de type 2 sur le modèle recalé, température d'enceinte à $27^{\circ}C$.	123
III.7 Conclusion	125

III.1 Introduction

Les élastomères possèdent des caractéristiques mécaniques fortement dépendantes de la température, ceci est illustré FIG. II.1. La prise en compte des effets thermiques dans la modélisation de leur comportement s'avère donc nécessaire. L'objet de ce chapitre est l'élaboration et la mise en place d'un couplage thermo-mécanique. Ceci permettra de modéliser l'évolution du comportement due à une variation de température qui résulte, soit d'échanges avec le milieu extérieur, soit d'une production interne de chaleur [LION, 1996].

En premier lieu sont présentés les différents résultats expérimentaux dont on dispose, à savoir ceux portant sur l'influence de la température globale sur le comportement du matériau et ceux concernant l'évolution de la température au cours du temps lors d'essais cyclés. La première série de tests est utilisée afin de caractériser l'évolution en fonction de la température des différents coefficients mécaniques, tandis que la seconde sert de confrontation aux résultats numériques.

Ensuite, un modèle thermo-mécanique est proposé. Le cadre thermodynamique est celui d'un matériau à n états intermédiaires incompressibles (cf. chapitre I). Afin de mettre en évidence les différents termes de couplage, l'équation de la chaleur est écrite dans ce cadre. Par analogie au chapitre II, on particularise le modèle en passant du cas général à n états intermédiaires incompressibles à un seul état intermédiaire visqueux incompressible.

Enfin, un algorithme de couplage faible est mis en place, et est résolu par la méthode des éléments finis. Une simplification dans le cas d'essais périodiques est proposée. Cette modification de l'algorithme permet la modélisation d'essais sur de longues périodes et de confronter ainsi les résultats numériques aux différents résultats expérimentaux présentés en début de chapitre.

III.2 Présentation des résultats expérimentaux

Les essais présentés dans ce paragraphe ont été réalisés grâce au dispositif expérimental décrit § II.2.1.a. Une éprouvette de double cisaillement est soumise à un chargement mécanique cyclique dans une enceinte pouvant être thermiquement isolée. Sept thermocouples sont positionnés sur l'éprouvette (cf. FIG. III.2) afin d'enregistrer les variations de température pendant les différentes sollicitations mécaniques. Deux types d'essais sont réalisés.

- La première série de tests est réalisée à température constante de l'enceinte. On suppose qu'au moins en début d'essai, le champ de température dans l'élastomère est uniforme et égal à la température de l'enceinte. La figure FIG. II.5 présente les réponses de l'éprouvette de double cisaillement soumise à la même sollicitation sinusoïdale pour différentes températures d'essais : $-55^{\circ}C$, $-45^{\circ}C$, $23^{\circ}C$, $70^{\circ}C$, $100^{\circ}C$. L'ensemble des résultats expérimentaux de ce type est présenté dans l'annexe F. On constate FIG. III.2 un accroissement général de la rigidité du matériau (①) avec l'abaissement de la température. Outre ce phénomène

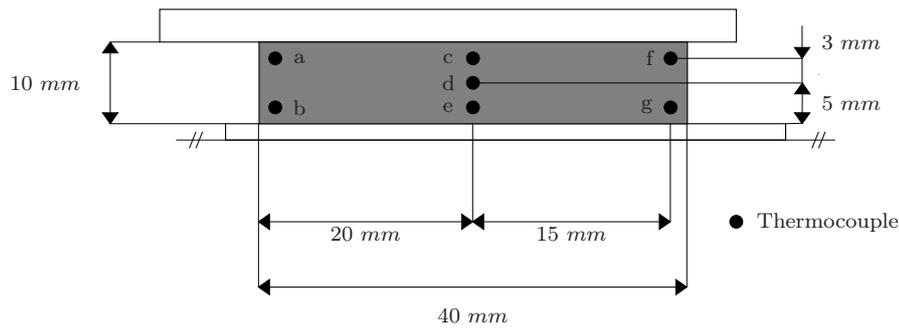


FIGURE III.1 – Positionnement des thermocouples sur la demi éprouvette supérieure.

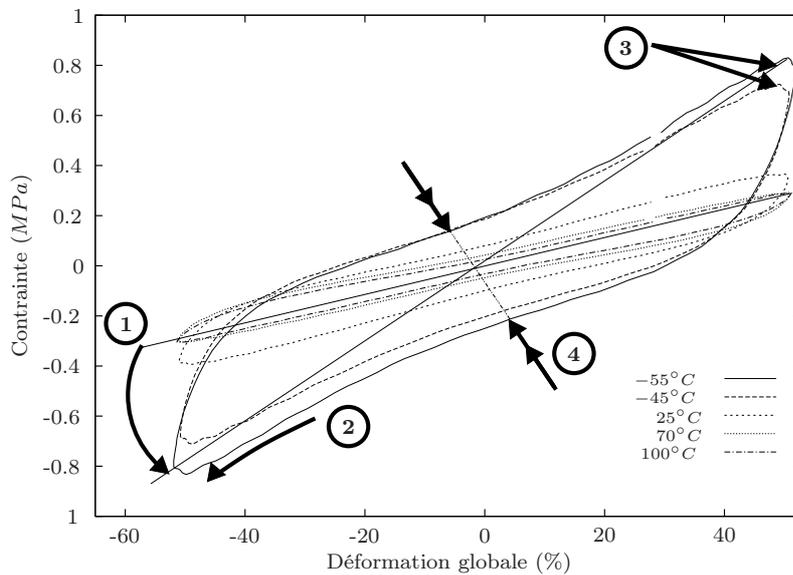


FIGURE III.2 – Courbes contrainte déformation obtenues à différentes températures d'essais sous une sollicitation sinusoïdale d'amplitude de déformation 50 % et de fréquence 3.1 Hz.

attendu, on peut voir aussi une augmentation de l'aire des hystérésis avec la diminution de la température (④), une accentuation du point anguleux au changement de signe de la sollicitation (③) ainsi qu'un raidissement pour les grandes amplitudes de cisaillement (②)

- L'autre série d'essais consiste à solliciter l'éprouvette sans régulation thermique autre que celle de l'enceinte. Les graphiques FIG. III.3 et FIG. III.4 représentent les évolutions temporelles de la température en deux points (thermocouples d et b, FIG. III.2) de l'éprouvette lors d'essais à des températures ambiantes de 27 °C et 60 °C.

On dégage trois remarques principales :

- l'évolution initiale de la température est rapide et pratiquement linéaire aux deux points de mesure ;

- la température tend vers une asymptote horizontale en fin d'essai ;
- en début d'essai, la température en coin (thermocouple b) est plus élevée qu'au centre (thermocouple d). Ce phénomène est plus accentué pour une température d'enceinte de 27°C .

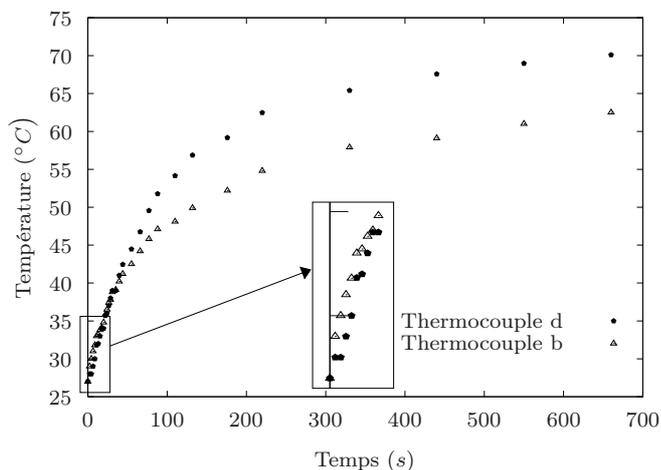


FIGURE III.3 – Evolution de la température aux thermocouples b et d à une température extérieure de 27°C et sous une sollicitation sinusoïdale d'amplitude de déformation 50% et de fréquence 3.1Hz .

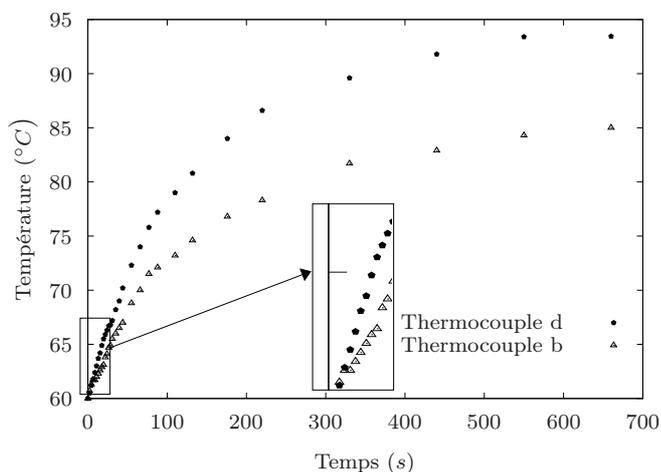


FIGURE III.4 – Evolution de la température aux thermocouples b et d à une température extérieure de 60°C et sous une sollicitation sinusoïdale d'amplitude de déformation 50% et de fréquence 3.1Hz .

III.3 Aspects théoriques du couplage

III.3.1 Equations générales pour un milieu à n configurations intermédiaires incompressibles

III.3.1.a Equations comportementales

Le chapitre II présente une particularisation des équations obtenues au chapitre I à certains modèles rhéologiques et sous l'hypothèse forte d'indépendance des phénomènes mécaniques et thermiques (\mathcal{H} . II.1). Au vu des résultats expérimentaux présentés § III.2, il paraît évident que le champ de validité de cette hypothèse est assez restreint et exclut tout essai étendu dans le temps. On se propose dans ce qui va suivre de prendre en compte une certaine forme de couplage entre les phénomènes mécaniques et thermiques.

L'équation (I.101) du chapitre I nous permet d'écrire, en configuration lagrangienne et dans le cadre d'un matériau isotrope et incompressible :

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 \text{- Comportement mécanique} \\
 \text{- Comportement thermique} \\
 \text{- Comportement général}
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \bar{\pi} = 2\rho_0 \bar{F} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \bar{C}} + \bar{F} \cdot \frac{\partial \varphi^{int}}{\partial \dot{\bar{C}}} \\
 -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \bar{C}^i} = \frac{\partial \varphi^{int}}{\partial \dot{\bar{C}}^i} \\
 \det \bar{F} = 1 \\
 \det {}^i \bar{F} = 1 \\
 -\frac{\text{grad}_X T}{T} = \frac{\partial \varphi^{ther}}{\partial \vec{Q}} \\
 \eta = -\frac{\partial \psi}{\partial T}
 \end{array}
 \end{array} \quad (III.1)$$

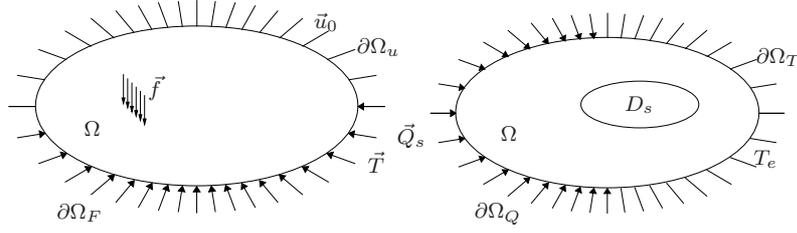
Contrairement aux équations du chapitre II, ces équations prennent maintenant en compte la dépendance en température du potentiel énergie libre ψ et du pseudo-potentiel de dissipation mécanique φ^{int} .

III.3.1.b Equations constitutives

On rappelle que \vec{T} et \vec{u}_0 (FIG. III.5(a)) sont respectivement dans la configuration de référence les valeurs imposées de $\bar{\pi} \cdot \vec{N}$ sur $\partial\Omega_F$ et de \vec{u} sur $\partial\Omega_u$.

Les grandeurs thermiques \vec{Q}_s et T_e (FIG. III.5(b)) sont respectivement les valeurs de \vec{Q} le flux de chaleur (de type conductif ou convectif) en configuration lagrangienne sur la fraction de contour $\partial\Omega_Q$ et de celles de T , la température sur la fraction de contour $\partial\Omega_T$.

Les équations constitutives du modèle sont obtenues à partir de l'écriture lagrangienne de la conservation de la quantité de mouvement et des conditions limites (I.32) pour l'aspect mécanique. L'aspect thermique quant à lui est obtenu par l'écriture de l'**équation de la chaleur**.



(a) Problème mécanique et conditions limites mécaniques. (b) Problème thermique et conditions limites thermiques.

FIGURE III.5 – Définition du problème thermo-mécanique.

L'établissement de cette dernière suit une démarche analogue à celle utilisée sous l'hypothèse des petites perturbations [CHRYSOCHOOS et PEYROUX, 1997].

Partant de l'égalité (I.49)

$$e = \psi + T\eta,$$

on a :

$$\dot{e} = \frac{\partial\psi}{\partial\bar{\mathbf{C}}} : \dot{\bar{\mathbf{C}}} + \frac{\partial\psi}{\partial^i\bar{\mathbf{C}}} : {}^i\dot{\bar{\mathbf{C}}} + \underbrace{\frac{\partial\psi}{\partial T}\dot{T} + \dot{T}\eta}_{=0 \text{ d'après } \mathcal{H. I.2}} + T\dot{\eta}. \quad (\text{III.2})$$

Par ailleurs en configuration lagrangienne, l'équation de conservation de l'énergie se met sous la forme :

$$\rho_0\dot{e} = \bar{\pi} : \dot{\bar{\mathbf{F}}} + \rho_0r - \text{div}_X\vec{Q}. \quad (\text{III.3})$$

La combinaison des équations (III.2) et (III.3) permet d'écrire :

$$\rho_0\frac{\partial\psi}{\partial\bar{\mathbf{C}}} : \dot{\bar{\mathbf{C}}} + \rho_0\frac{\partial\psi}{\partial^i\bar{\mathbf{C}}} : {}^i\dot{\bar{\mathbf{C}}} + \rho_0T\dot{\eta} = \bar{\pi} : \dot{\bar{\mathbf{F}}} + \rho_0r - \text{div}_X\vec{Q}. \quad (\text{III.4})$$

La loi de comportement (III.1a) et les n lois de comportement (III.1b) ont pour conséquence de transformer comme suit (III.4) :

$$\frac{1}{2} \left[\bar{\mathbf{F}}^{-1} \cdot \bar{\pi} - \frac{\partial\varphi^{int}}{\partial\dot{\bar{\mathbf{C}}}} - p\bar{\mathbf{C}}^{-1} \right] : \dot{\bar{\mathbf{C}}} + \left[-\frac{\partial\varphi^{int}}{\partial^i\dot{\bar{\mathbf{C}}}} - q_i\bar{\mathbf{C}}^{-1} \right] : {}^i\dot{\bar{\mathbf{C}}} + \rho_0T\dot{\eta} = \bar{\pi} : \dot{\bar{\mathbf{F}}} + \rho_0r - \text{div}_X\vec{Q}. \quad (\text{III.5})$$

On simplifie l'écriture de l'équation (III.5) par le biais des relations d'incompressibilité⁽¹⁾ et de l'égalité $\bar{\mathbf{F}}^{-1} \cdot \bar{\pi} : \dot{\bar{\mathbf{C}}} = \bar{\pi} : \dot{\bar{\mathbf{F}}}$:

$$\rho_0T\dot{\eta} = \underbrace{\frac{\partial\varphi^{int}}{\partial\dot{\bar{\mathbf{C}}}} : \dot{\bar{\mathbf{C}}} + \frac{\partial\varphi^{int}}{\partial^i\dot{\bar{\mathbf{C}}}} : {}^i\dot{\bar{\mathbf{C}}}}_{=\phi_0^{int} \text{ d'après (I.78c)}} + \rho_0r - \text{div}_X\vec{Q}. \quad (\text{III.6})$$

(1). $\bar{\mathbf{C}}^{-1} : \dot{\bar{\mathbf{C}}} = 0$, ${}^i\bar{\mathbf{C}}^{-1} : {}^i\dot{\bar{\mathbf{C}}} = 0$

Grâce à l'égalité

$$\eta = -\frac{\partial\psi}{\partial T},$$

on a :

$$\begin{aligned}\dot{\eta} &= -\frac{\partial^2\psi}{\partial t\partial T} \\ &= -\frac{\partial^2\psi}{\partial T\partial t} \\ &= -\frac{\partial^2\psi}{\partial T\partial\bar{C}} : \dot{\bar{C}} - \frac{\partial^2\psi}{\partial T\partial^i\bar{C}} : {}^i\dot{\bar{C}} - \frac{\partial^2\psi}{\partial T^2}\dot{T}.\end{aligned}$$

En réinjectant ce dernier résultat dans (III.6) puis en introduisant la chaleur spécifique :

$$C_\varepsilon = T\frac{\partial\eta}{\partial T}, \quad (\text{III.7})$$

on arrive à :

$$\boxed{\underbrace{\rho_0 C_\varepsilon \dot{T}}_{\textcircled{1}} + \underbrace{\text{div}_X \vec{Q}}_{\textcircled{2}} = \underbrace{\rho_0 r}_{\textcircled{3}} + \underbrace{\phi_0^{int}}_{\textcircled{4}} - \underbrace{\rho_0 T \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial T\partial\bar{C}} : \dot{\bar{C}} + \frac{\partial^2\psi}{\partial T\partial^i\bar{C}} : {}^i\dot{\bar{C}} \right)}_{\textcircled{5}}}. \quad (\text{III.8})$$

L'analyse des différents termes de cette équation reste la même que sous l'hypothèse des petites déformations, à savoir :

- les composantes $\textcircled{1}$ et $\textcircled{2}$ de (III.8) correspondent respectivement aux termes d'absorption et de fuite de chaleur,
- la grandeur $\rho_0 r$ ($\textcircled{3}$) représente tout échange volumique réalisé avec l'extérieur,
- en $\textcircled{4}$ on retrouve la dissipation intrinsèque (mécanique) qui est homogène à une source volumique de chaleur interne,
- et enfin les termes de couplage ($\textcircled{5}$) qui traduisent la dépendance entre les problèmes mécanique et thermique.

L'ensemble des équations constitutives se résume alors sous la forme :

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{- Equations constitutives mécaniques} \\ \text{- Equations constitutives thermiques} \end{array} \left\{ \begin{array}{ll} \text{div}_X \vec{\pi} + \rho_0 \vec{f} = \vec{0} & \text{sur } \Omega \\ \vec{\pi} \cdot \vec{N} = \vec{T} & \text{sur } \partial\Omega_F \\ \vec{u} = \vec{u}_0 & \text{sur } \partial\Omega_u \\ \rho_0 C_\varepsilon \dot{T} + \text{div}_X \vec{Q} = \rho_0 r + \phi_0^{int} \\ \quad - \rho_0 T \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial T\partial\bar{C}} : \dot{\bar{C}} + \frac{\partial^2\psi}{\partial T\partial^i\bar{C}} : {}^i\dot{\bar{C}} \right) & \text{sur } \Omega \\ \vec{Q} = \vec{Q}_s & \text{sur } \partial\Omega_Q \\ T = T_e & \text{sur } \partial\Omega_T \end{array} \right. \quad (\text{III.9})$$

III.3.2 Particularisation du modèle

Une fois de plus, il faut simplifier le modèle afin de pouvoir d'une part mieux appréhender les phénomènes (en particulier mécaniques) et d'autre part faciliter son implantation numérique.

Sur le plan thermique, on considère que le matériau diffuse de manière isotrope, ce qui permet de postuler la forme suivante du pseudo-potential de dissipation thermique :

$$\varphi^{ther} = \frac{1}{2T} \left(\bar{\bar{K}}_L^{-1} \cdot \vec{Q} \right) \cdot \vec{Q}, \quad (\text{III.10})$$

qui débouche sur un comportement thermique obéissant à la loi de FOURIER :

$$\vec{Q} = -\bar{\bar{K}}_L \text{grad}_X T, \quad (\text{III.11})$$

où $\bar{\bar{K}}_L$ est le tenseur des conductivités exprimé en configuration lagrangienne [BÉRARDI, 1995].

HYPOTHÈSE III.1

Les termes de couplage de l'équation de la chaleur (⑤, III.8) sont supposés nuls.

Par le biais des équations (III.1a,b), les grandeurs $\frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \bar{C}}$ et $\frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \bar{C}^i}$ sont homogènes à des dérivées de contraintes mécaniques par rapport à la température. Ainsi, l'hypothèse \mathcal{H} . III.1, nous amène à considérer les contraintes mécaniques comme des fonctions indépendantes de la température ou variant peu avec la température. Cette hypothèse restreint le domaine de validité du modèle à des zones éloignées de la zone de transition vitreuse.

Au niveau mécanique, on adopte la généralisation aux grandes déformations du modèle de POYNTING-THOMSON (voir chapitre II) dont les caractéristiques mécaniques sont choisies dépendantes de la température [BÉRARDI, 1995 ; GABRIELI, 1995 ; HOLZAPFEL et SIMO, 1996].

Certains auteurs [LION, 1997 ; HOLZAPFEL et SIMO, 1996] choisissent de décomposer la transformation en une partie purement thermique ($\bar{\bar{F}}_T$) et une autre purement mécanique ($\bar{\bar{F}}_M$), cette dernière pouvant être de nature élastique, viscoélastique, élastoplastique ou viscoélastoplastique. On introduit ainsi un état intermédiaire purement thermique FIG. III.6.

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\bar{F}} = \bar{\bar{F}}_M \cdot \bar{\bar{F}}_T \\ \text{avec } \bar{\bar{F}}_T = (f(T - T_0))^{1/3} \bar{\bar{1}} \text{ où } T_0 \text{ est la température initiale et } f(0) = 1. \end{array} \right. \quad (\text{III.12})$$

HYPOTHÈSE III.2

Aucune dilatation n'ayant été constatée au cours des essais expérimentaux de type 2 (température de matériau non régulée), ce phénomène est donc négligé dans le cadre de notre modèle, *i.e.* :

$$\bar{\bar{F}}_T = \bar{\bar{1}}.$$

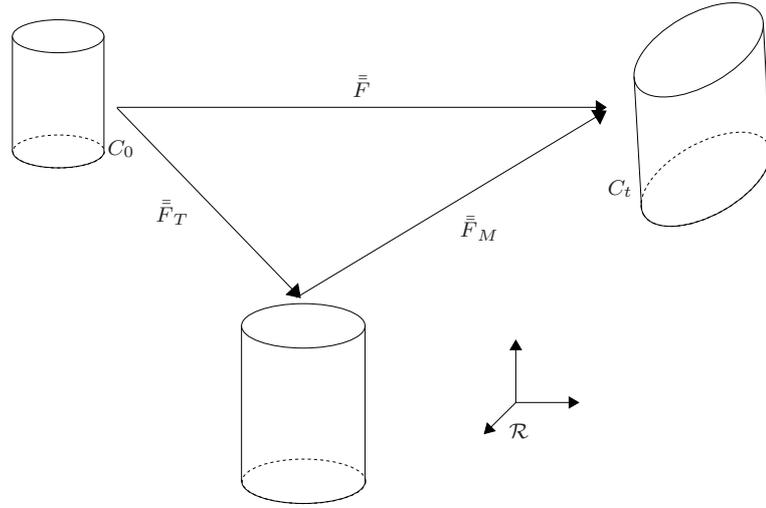


FIGURE III.6 – Etat intermédiaire thermique.

Le modèle thermo-mécanique peut alors être ainsi décliné :

Comportement mécanique :	$\left\{ \begin{array}{l} \psi = \psi_v(\bar{C}_v) + \psi_e(\bar{C}_e) \\ \quad = a_1(T)(I_1^v - 3) + c_1(T)(I_1^e - 3) + c_2(T) \ln\left(\frac{I_1^e}{3}\right) \\ \varphi = \varphi(\dot{\bar{C}}_v) = \frac{\nu(T)}{2} \bar{C}_v : \dot{\bar{C}}_v \\ \bar{\pi} = 2\rho_0 \bar{F} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \bar{C}} + p \bar{F}^{-T} \\ \frac{\partial \varphi^{int}}{\partial \dot{\bar{C}}_v} + q \bar{C}_v^{-1} = -\rho_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial \bar{C}_v} \right) \\ \det \bar{F} = 1 \\ \det \bar{F}_v = 1 \end{array} \right.$
Comportement thermique :	$\vec{Q} = -\bar{K}_L \text{grad}_X T$
Equations constitutives mécaniques :	$\left\{ \begin{array}{ll} \text{div}_X \bar{\pi} + \rho_0 \vec{f} = \vec{0} & \text{sur } \Omega \\ \bar{\pi} \cdot \vec{N} = \vec{T} & \text{sur } \partial\Omega_F \\ \vec{u} = \vec{u}_0 & \text{sur } \partial\Omega_u \end{array} \right.$
Equations constitutives thermiques :	$\left\{ \begin{array}{ll} \rho_0 C_\varepsilon \dot{T} + \text{div}_X \vec{Q} = \rho_0 r + \phi_0^{int} & \text{sur } \Omega \\ \vec{Q} = \vec{Q}_s & \text{sur } \partial\Omega_Q \\ T = T_e & \text{sur } \partial\Omega_T \end{array} \right.$

(III.13)

III.4 Identification des paramètres mécaniques en fonction de la température

III.4.1 Introduction et présentation de la démarche

La résolution du problème mécanique nécessite la connaissance de l'évolution, en fonction de la température, des quatre coefficients mécaniques définissant le comportement de l'élastomère : $a_1(T)$, $c_1(T)$, $c_2(T)$, $\nu(T)$.

L'idée générale est d'identifier ces grandeurs sur les trois essais de type 1 (enceinte et matériau thermostatés) à températures positives ($23^\circ C$, $70^\circ C$, $100^\circ C$) d'amplitude et de fréquence de cisaillement respectivement de 50% et $3.1Hz$ et ce, par le biais de l'algorithme d'identification présenté § II.2.3. Ces résultats sont alors extrapolés par l'intermédiaire de lois linéaires ou exponentielles.

REMARQUE III.1

L'identification des coefficients matériaux est volontairement limitée à une plage de températures positives pour :

- d'une part s'assurer de ne pas englober la température de transition vitreuse qui impliquerait des évolutions trop rapides des coefficients mécaniques et donc une contradiction avec l'hypothèse \mathcal{H} . III.1,
- d'autre part pour des températures négatives, viennent se superposer au comportement visqueux, des comportements plastiques et/ou fragiles. Il semble donc ambitieux de considérer que le modèle mécanique adopté, purement viscoélastique, puisse rester valide pour des plages de températures négatives.

□

III.4.2 Résultats d'identification

Les résultats d'identification sur les trois essais sont présentés dans le tableau TAB. III.1.

	c_1	c_2	a_1	ν
$T_1 = 23^\circ C$	1.65851	-3.42677	0.030097	0.075134
$T_2 = 70^\circ C$	0.99445	-1.91776	0.060934	0.080358
$T_3 = 100^\circ C$	0.9584	-1.83532	0.0802291	0.0991952

TABLEAU III.1 – Résultats d'identification pour les trois essais de type 1 à température positive.

Les grandeurs c_1 et c_2 sont extrapolées par une loi exponentielle de type

$$a \exp(-cT) + b, \quad (\text{III.14})$$

tandis que les évolutions de a_1 et ν sont considérées linéaires. Les lois obtenues sont présentées FIG. III.7.

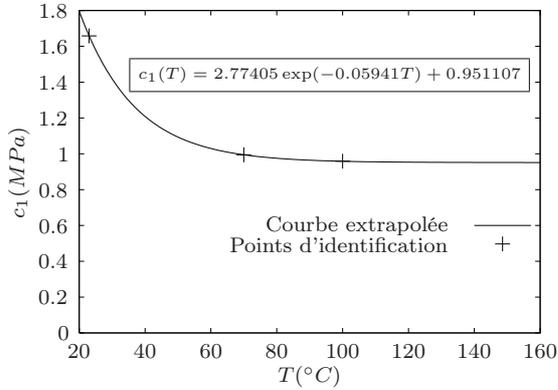
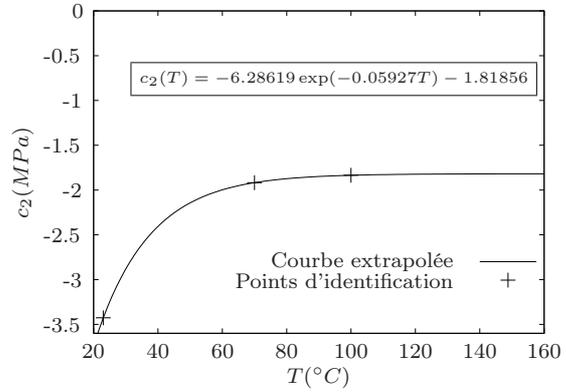
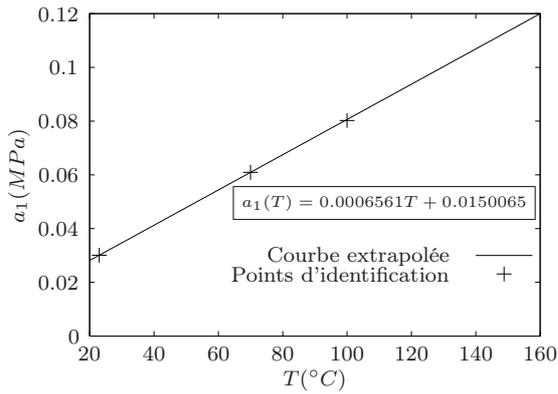
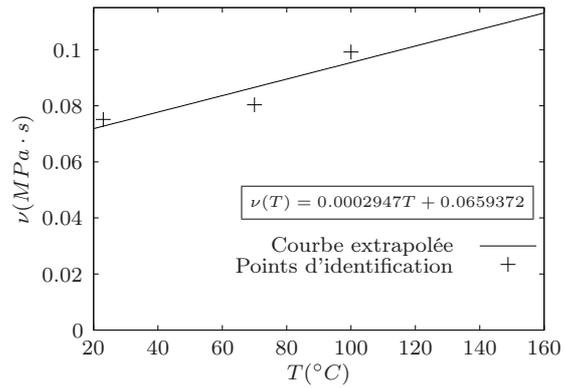
(a) $c_1(T)$ (MPa).(b) $c_2(T)$ (MPa).(c) $a_1(T)$ (MPa).(d) $\nu(T)$ (MPa).

FIGURE III.7 – Evolution en fonction de la température des différents paramètres matériaux.

REMARQUE III.2

Le coefficient a_1 du potentiel énergie libre ψ_v suit, tout comme dans le cas d'une forme purement hyperélastique de néohooke (II.58), une évolution linéaire de la température. \square

III.5 Traitement et résolution numérique

III.5.1 Cas général

III.5.1.a Découplage des problèmes thermique et mécanique

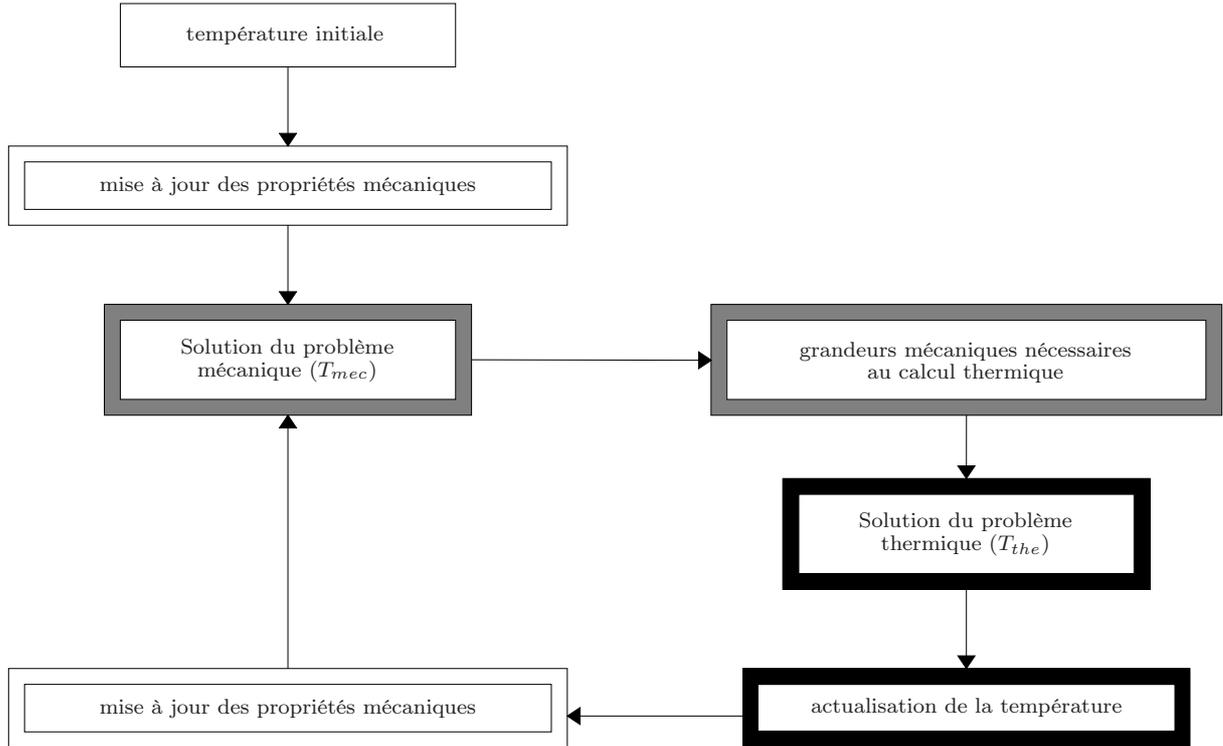


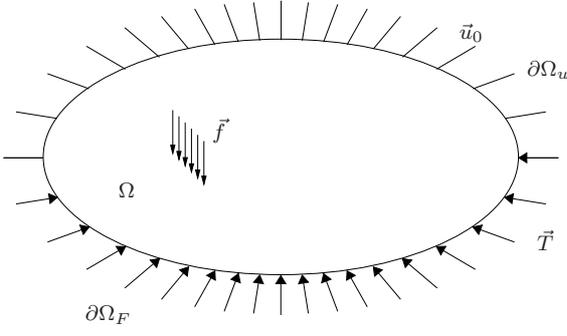
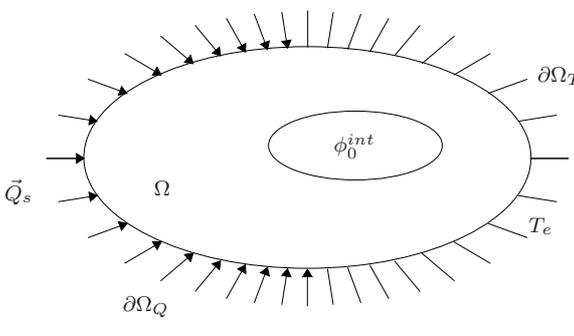
FIGURE III.8 – *Algorithme de couplage thermo-mécanique.*

Grâce en particulier aux hypothèses \mathcal{H} . III.1 et \mathcal{H} . III.2, il est possible d'adopter l'algorithme de couplage "faible" décrit FIG. III.8 qui consiste en un découplage des calculs thermiques et mécaniques [BÉRARDI, 1995 ; GABRIELI, 1995 ; HOLZAPFEL et SIMO, 1996]. Au cours de la modélisation, est réalisée une succession de calculs mécaniques et thermiques. Les calculs mécaniques sont supposés **isothermes**, tandis que les calculs thermiques sont réalisés sur **la géométrie déformée à vitesse de déformation nulle** et en considérant **la dissipation intrinsèque comme source volumique de chaleur**⁽²⁾.

Une telle description du couplage nécessite la réalisation d'essais numériques mécaniques et thermiques sur un même temps de modélisation :

$$T_{mec} = T_{the}. \quad (\text{III.15})$$

(2). D'après (III.8) sous l'hypothèse \mathcal{H} . III.1.

<div style="text-align: center; border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px 10px;">Problème mécanique</div> $\dot{T} = 0$  <p style="text-align: center;"><u>Comportement mécanique</u></p> $\left\{ \begin{array}{l} \psi = a_1(T) (I_1^v - 3) + c_1(T) (I_1^e - 3) \\ \quad \quad \quad + c_2(T) \ln \left(\frac{I_1^e}{3} \right) \\ \varphi = \varphi(\dot{\bar{C}}_v) = \frac{\nu}{2} \bar{C}_v : \bar{C}_v \\ \bar{\pi} = 2\rho_0 \bar{F} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \bar{C}} + p \bar{F}^{-T} \\ \frac{\partial \varphi^{int}}{\partial \dot{\bar{C}}_v} + q \bar{C}_v^{-1} = -\rho_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial \bar{C}_v} \right) \\ \det \bar{F} = 1 \\ \det \bar{F}_v = 1 \end{array} \right.$ <p style="text-align: center;"><u>Equations constitutives</u></p> $\left\{ \begin{array}{ll} \operatorname{div}_X \bar{\pi} + \rho_0 \vec{f} = \vec{0} & \text{sur } \Omega \\ \bar{\pi} \cdot \vec{N} = \vec{T} & \text{sur } \partial\Omega_F \\ \vec{u} = \vec{u}_0 & \text{sur } \partial\Omega_u \end{array} \right.$	<div style="text-align: center; border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px 10px;">Problème thermique</div> $\dot{\bar{F}} = 0$  <p style="text-align: center;"><u>Comportement thermique</u></p> $\vec{Q} = -\bar{K}_L \operatorname{grad}_X T$ <p style="text-align: center;"><u>Equations constitutives</u></p> $\left\{ \begin{array}{ll} \rho_0 C_\varepsilon \dot{T} + \operatorname{div}_X \vec{Q} = \rho_0 r + \phi_0^{int} & \text{sur } \Omega \\ \vec{Q} = \vec{Q}_s & \text{sur } \partial\Omega_Q \\ T = T_e & \text{sur } \partial\Omega_T \end{array} \right.$
--	--

III.5.1.b Stratégie de résolution

D'un point de vue mécanique, on adopte la formulation éléments finis présentée au chapitre II. On rappelle que cette dernière est basée sous l'hypothèse d'une cinématique plane. Sur le plan thermique, la formulation éléments finis développée par BÉRARDI [1995] est utilisée. Une rapide présentation en est faite dans l'annexe G. Cette même annexe justifie l'utilisation d'un modèle 2D par comparaison avec une modélisation 3D sur un problème type.

A priori, rien n'oblige les discrétisations spatiales thermiques et mécaniques à être identiques.

Cependant, dans un souci de simplicité, sont utilisés, par la suite, les mêmes découpages géométriques, seuls les degrés d'interpolation des éléments pourront différer. Ceci est, en particulier, utile afin d'éviter le comportement instable de certains éléments thermiques à interpolation quadratique tels que les éléments triangulaires à 6 noeuds.

Dans le cas d'un même découpage géométrique, seuls les sommets des éléments thermiques et mécaniques sont confondus, si bien qu'il faut :

- d'une part évaluer la température en chaque point de GAUSS mécanique
- et d'autre part déterminer la dissipation intrinsèque en chaque point de GAUSS thermique ainsi que le gradient de transformation sur le maillage thermique permettant un calcul sur la géométrie déformée.

Pour deux éléments homologues dont les caractéristiques sont données TAB. III.2, nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} T(PG_{ig}^u) = \sum_{j=1}^{n^T} N_j^T(PG_{ig}^u) T(P_j^T) \\ \bar{F}(PG_{jg}^T) = [B^u(PG_{jg}^T)] \left\{ \begin{array}{l} U_x(P_1^u) \\ U_y(P_1^u) \\ \vdots \\ U_x(P_n^u) \\ U_y(P_n^u) \end{array} \right\} \\ \phi_0^{int}(PG_{jg}^T) = \sum_{i=1}^{n^u} N_i^u(PG_{jg}^T) \phi_0^{int}(P_i^u) \end{array} \right. \quad (III.16)$$

	Elément mécanique	Elément thermique
Noeuds	$P_i^u, i \in \{1 \dots n^u\}$	$P_j^T, j \in \{1 \dots n^T\}$
Points de GAUSS	$PG_{ig}^u, ig \in \{1 \dots n_{pg}^u\}$	$PG_{jg}^T, jg \in \{1 \dots n_{pg}^T\}$
Fonctions de formes	$N_i^u, i \in \{1 \dots n^u\}$	$N_j^T, j \in \{1 \dots n^T\}$

TABLEAU III.2 – Caractéristiques de deux éléments homologues.

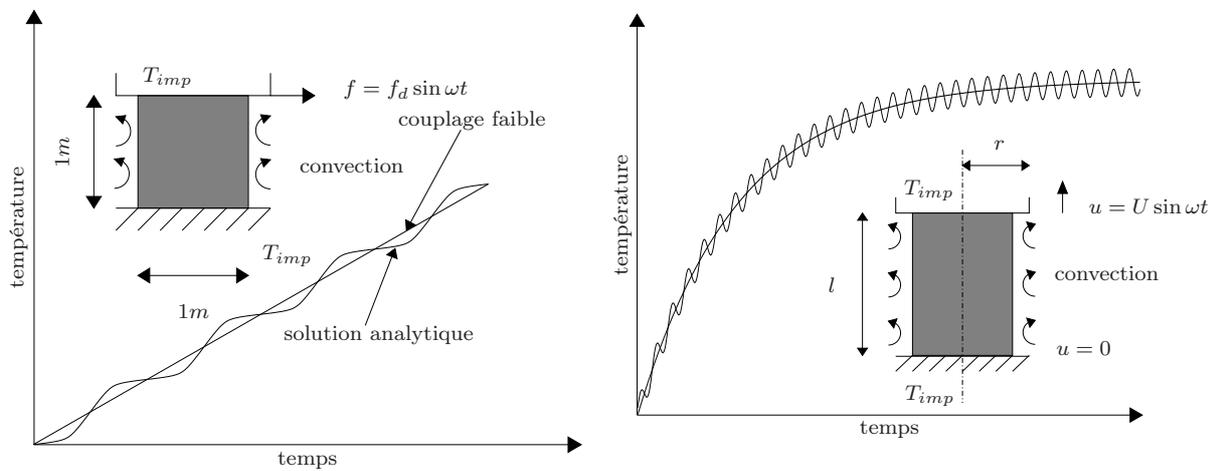
III.5.2 Cas particulier d'une sollicitation mécanique périodique

III.5.2.a Sollicitations mécaniques et couplages thermo-mécaniques dans la littérature

Dans le cas de sollicitations cycliques, la méthode de couplage présentée ci-dessus, demande des temps de calculs très importants et ce, en particulier à cause du calcul mécanique fortement non linéaire.

Quelques auteurs se sont intéressés à ce problème. Dans le cas du cisaillement périodique à faible fréquence d'un bloc d'élastomère, HOLZAPFEL et SIMO [1996] montrent que la solution analytique d'un problème de couplage thermo-mécanique oscille autour d'une valeur moyenne. Cette dernière peut être obtenue à partir d'un unique calcul thermique pour lequel on affecte comme terme source de chaleur, la valeur analytique moyenne de la dissipation. Ils appliquent ensuite cette méthode sur une structure complexe (FIG. III.9(a)).

LION [1996] obtient des résultats similaires pour un essai de traction cyclique. Il met en évidence que dans la partie stationnaire de l'évolution de la température, la période des oscillations est celle de la sollicitation mécanique (FIG. III.9(b)).



(a) Evolution de la température au centre d'un bloc rectangulaire d'élastomère soumis à une sollicitation de cisaillement sinusoïdale [HOLZAPFEL et SIMO, 1996].

(b) Evolution de la température au centre d'un bloc cylindrique d'élastomère soumis à une sollicitation de traction sinusoïdale [LION, 1996].

FIGURE III.9 – Comparaison de solutions analytiques (ou obtenues par calcul complet) de problèmes thermo-mécaniques et de solutions résultant de couplage faible.

III.5.2.b Algorithme adopté

En utilisant la propriété de **périodicité** de la dissipation intrinsèque obtenue pour une sollicitation cyclique, il est possible de considérer le problème numérique global à résoudre comme une succession de couples de problèmes (*i.e.* un problème mécanique + un problème thermique). Le problème mécanique, dont les coefficients matériau ont été identifiés à partir du champ de température résultant de la partie thermique du couple précédent, est mené jusqu'à stabilisation

de la dissipation intrinsèque. La moyenne temporelle de cette grandeur,

$$\bar{\phi}_0^{int}(t) = \frac{\int_0^t \phi_0^{int}(s) ds}{t}, \quad (\text{III.17})$$

est alors considérée comme terme source du calcul thermique⁽³⁾ qui est réalisé sur la géométrie non déformée. Ce calcul est mené jusqu'à obtention d'une évolution raisonnable⁽⁴⁾ de la température globale de la structure. Le champ de température ainsi obtenu peut alors être utilisé pour réidentifier les champs spatiaux des différents paramètres mécaniques du couple de problème suivant.

L'algorithme décrit est identique à celui mis en place dans le paragraphe § III.5.1, avec :

$$T_{mec} \neq T_{ther}, \quad (\text{III.18})$$

et en considérant non plus la dissipation intrinsèque instantanée comme terme source thermique, mais la moyenne temporelle de cette grandeur.

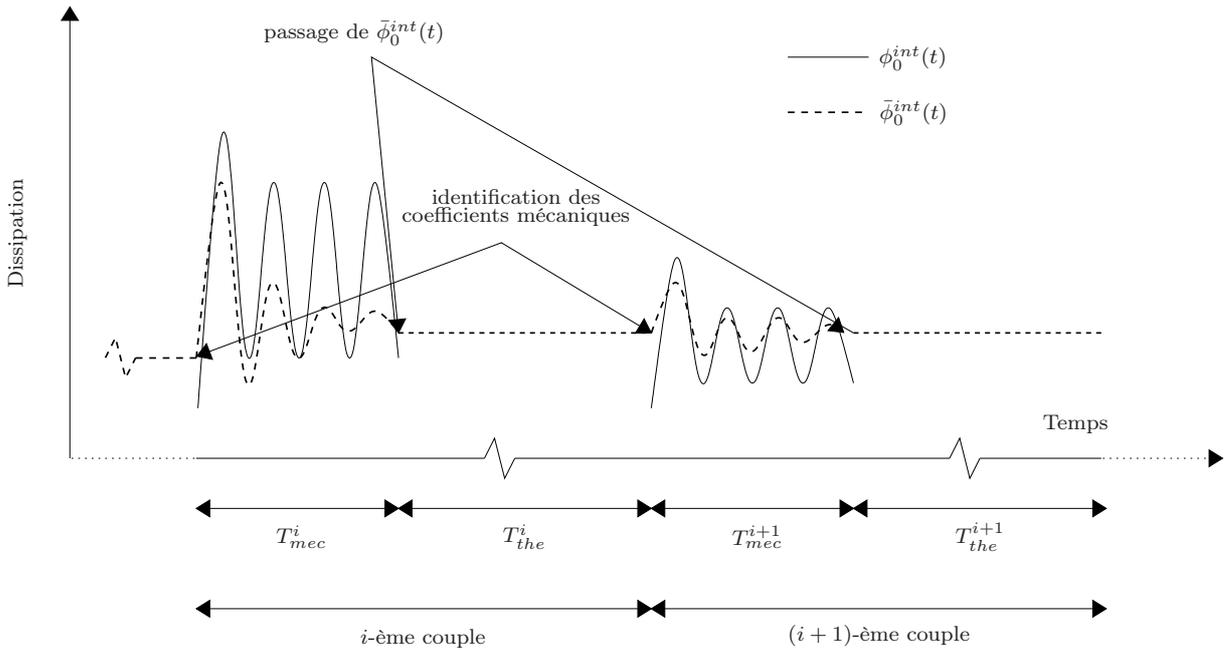


FIGURE III.10 – Représentation schématique de la dissipation et de sa moyenne temporelle au cours de deux couples de calcul.

(3). La grandeur $\bar{\phi}_0^{int}(t)$ est extrapolée sur le maillage thermique par (III.16c).

(4). Voir paragraphe § III.5.3.a

III.5.2.c Validation

- Problème physique

On se propose, dans ce paragraphe, de valider l'algorithme précédent. Le test décrit FIG. III.11 est réalisé. La fréquence f est de 3.1 Hz et le taux de déformation globale de 50% (*i.e.* $U_0 = 5\text{ mm}$). Deux configurations différentes sont adoptées pour la répartition des calculs mécaniques et thermiques.

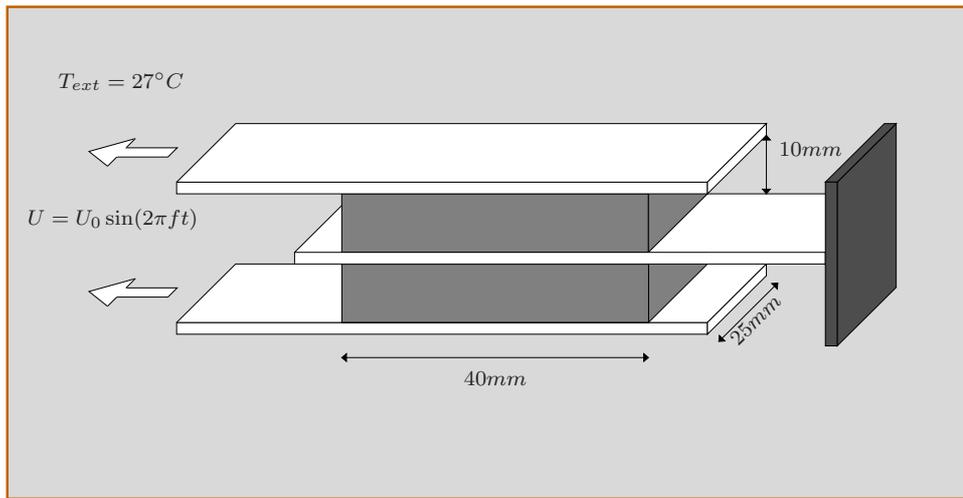


FIGURE III.11 – Description du test de validation de l'algorithme adopté dans le cas de sollicitations cycliques

- Configurations adoptées de l'algorithme de couplage

- Première configuration : couplage complet ⁽⁵⁾.

$$T_{mec} = T_{ther} = 0.02s.$$

La dissipation intrinsèque instantanée est considérée comme terme source du calcul thermique.

Le calcul thermique est réalisé sur la géométrie déformée.

- Seconde configuration : calcul simplifié.

On réalise un seul calcul mécanique jusqu'à stabilisation de la dissipation *i.e.* :

$$T_{mec} = 0.93s(\text{ Trois cycles de chargement}).$$

(5). Attention la désignation "complet" signifie que les calculs mécaniques et thermiques sont réalisés sur un temps de modélisation identique et non de manière simultanée.

Le calcul thermique est alors réalisé sur un temps de modélisation :

$$T_{the} = 15s,$$

avec un terme source mécanique ramené à la moyenne temporelle de la dissipation intrinsèque (III.17).

Le problème thermique est résolu sur la géométrie non déformée.

- Modèles numériques

Un aperçu de la discrétisation géométrique est donné FIG. III.13. Les caractéristiques des discrétisations mécanique et thermique sont détaillés TAB. III.3 La symétrie du problème permet

Problème mécanique			Problème thermique	
Eléments	d.d.l. (déplacement.)	d.d.l. (pression)	Eléments	d.d.l. (température)
400	1938	320	459	285

TABLEAU III.3 – *Caractéristiques des maillages adoptés pour les problèmes mécaniques et thermique*

de ne modéliser qu'une demi éprouvette. Les problèmes numériques sont donnés FIG. III.12.

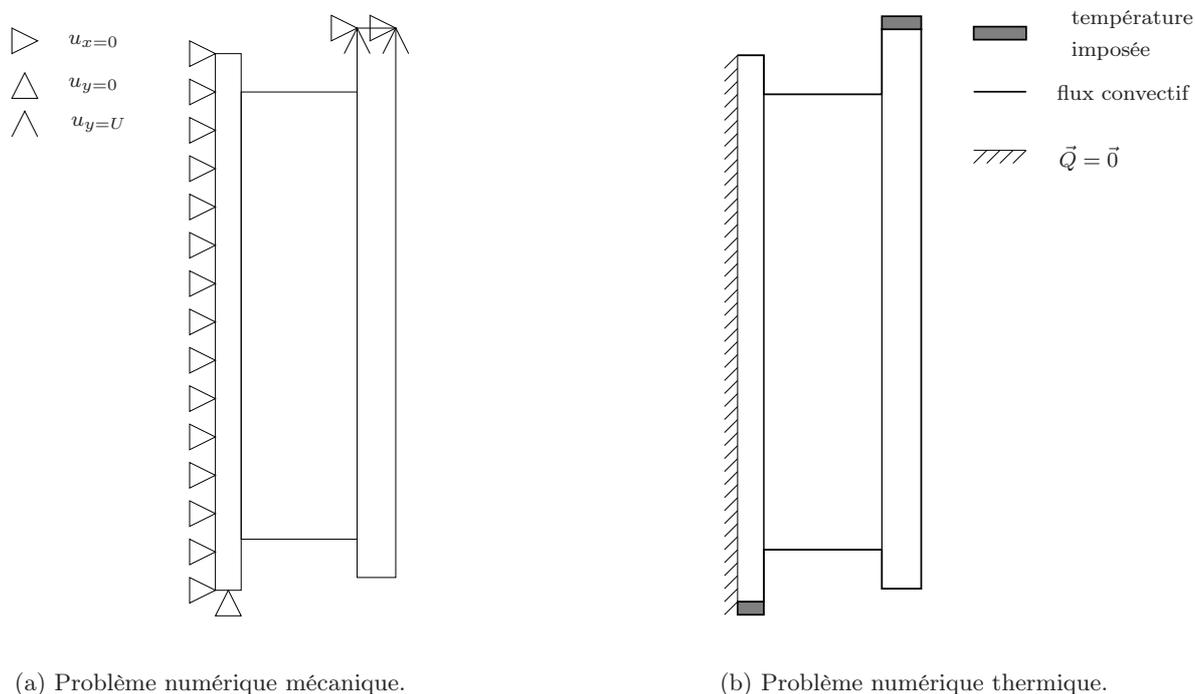


FIGURE III.12 – *Problèmes numériques.*

Les caractéristiques mécaniques de l'acier sont classiques, à savoir un module de YOUNG de 210000 MPa et un coefficient de POISSON de 0.3, les caractéristiques mécaniques de l'élastomère

ont été déterminées § III.4. Les différentes caractéristiques thermiques des matériaux ont été déterminées par BÉRARDI [1995] :

	Elastomère	Acier
K ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$)	0.127	45
$\rho_0 C_\varepsilon$ ($J \cdot m^{-3} \cdot K^{-1}$)	$1.88 \cdot 10^6$	$3.5 \cdot 10^6$
h ($W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$)	17	30

TABLEAU III.4 – Caractéristiques thermiques de l'acier et de l'élastomère

• Comparaison et résultats

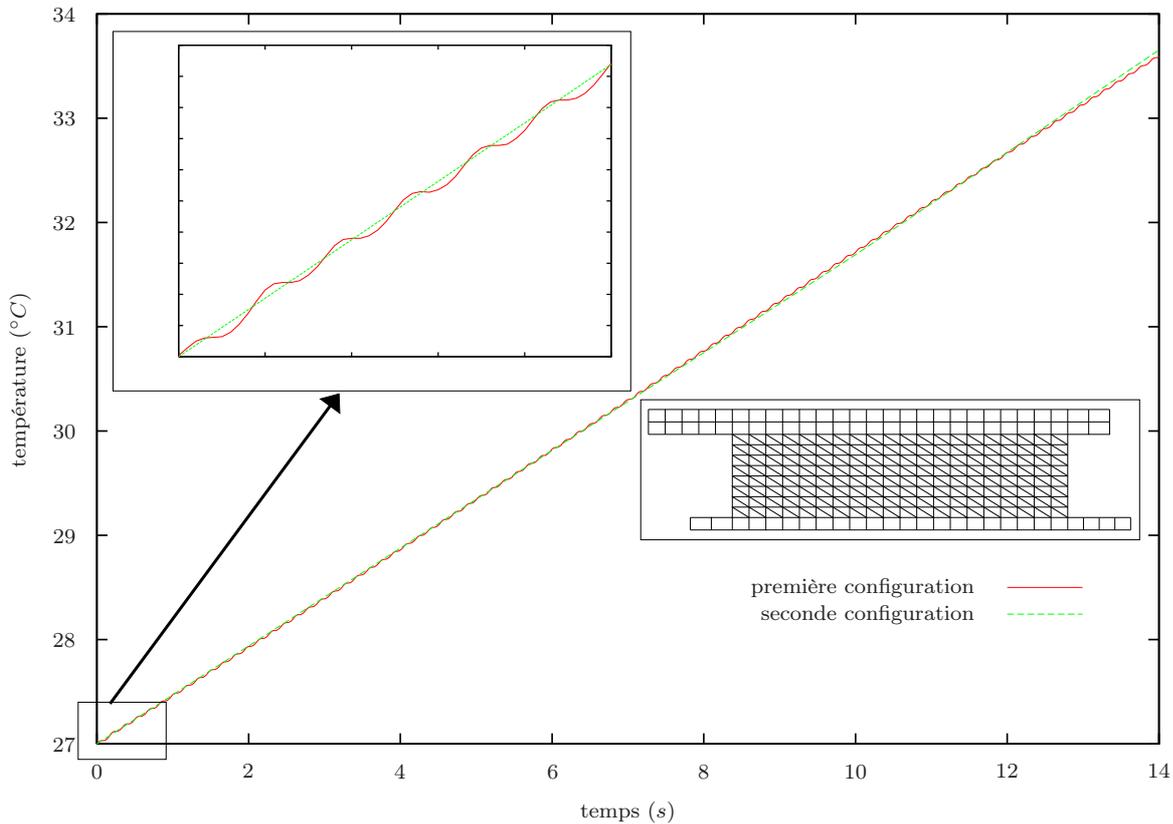


FIGURE III.13 – Evolution de la température au coeur d'une des couches d'élastomères. Comparaison des résultats obtenus pour les deux configurations.

On constate FIG. III.13 que les deux configurations donnent des résultats très proches. De manière plus précise, on peut voir sur un zoom de ces mêmes courbes, une oscillation de l'évolution obtenue par la configuration 1 autour des résultats donnés par la configuration 2. La fréquence

de ces oscillations est égale à deux fois celle de la sollicitation mécanique, *i.e.* $f = 6.2Hz$. Ce résultat était attendu, la dissipation (et par conséquent le terme source mécanique de l'équation de la chaleur) passant par un maximum pour les maxima et minima de la sollicitation mécanique.

L'écart entre ces deux évolutions n'excède pas le $1/100^e$ de degré. Or, il semble évident que les différentes hypothèses simplificatrices \mathcal{H} . III.1 et \mathcal{H} . III.2 ainsi que le mode de résolution alternatif (enchaînement de calculs mécaniques et thermiques) induit par l'algorithme de couplage "faible" ne laissent pas espérer une telle précision.

De plus, le temps de calcul requis par la configuration 1 est de l'ordre de 15 fois celle nécessaire à la résolution de la configuration 2 (*i.e.* ≈ 2 heures CPU sur un IBM SP2 bi-processeurs). Par conséquent la modélisation d'essais de type 2 (cf. § III.2) sur 600 secondes par une configuration de type 1 demanderait environ **1290 heures CPU**.

Pour ces deux dernières raisons et à l'instar de HOLZAPFEL et SIMO [1996], il est adopté, par la suite, une généralisation de la configuration 2. Ainsi la résolution reste la même que pour un calcul de type 1, en considérant un temps mécanique (T_{mec} , cf. FIG. III.8) pour obtenir une stabilisation de la dissipation. Quant au problème thermique, un temps de résolution (T_{the} , cf. FIG. III.8) raisonnable doit être adopté pour ne pas induire de trop fortes évolutions du champ de température. Ce dernier point fait l'objet du paragraphe § III.5.3.a consacré à l'organisation et à l'enchaînement des différents calculs.

III.5.3 Analyse du modèle

III.5.3.a Influence du temps caractéristique thermique

La généralisation de la configuration 2 proposée dans le paragraphe précédent, se doit de faire intervenir une répartition cohérente des problèmes thermiques et mécaniques. En effet, il semble évident que le problème thermique nécessite une prise en compte plus fine en début d'essai de par la forte variation de température.

Deux répartitions entre calculs mécaniques et thermiques sont étudiées, le problème modélisé est celui proposé dans le paragraphe précédent, mais on cherche maintenant à modéliser ce dernier complètement, c'est à dire sur un temps total de 660 secondes.

– Répartition 1

Cette répartition est des plus basiques. On considère trois couples identiques de problèmes :

$$\text{Répartition 1} \quad \left[3 \times \left(\begin{array}{l} 1 \quad \text{calcul mécanique sur trois cycles de chargement, } T_{mec} = 0.93s \\ +1 \quad \text{calcul thermique, } T_{the} = 200s \end{array} \right) \right]$$

– Répartition 2

Afin de mieux cerner les problèmes de départ, les 200 premières secondes sont raffinées de

manière à obtenir la répartition suivante :

$$\text{Répartition 2} \left\{ \begin{array}{l} 4 \times \left\{ \begin{array}{l} (1 \text{ calcul mécanique sur trois cycles de chargement, } T_{mec} = 0.93s \\ +1 \text{ calcul thermique, } T_{the} = 50s) \end{array} \right. \\ + \\ 2 \times \left\{ \begin{array}{l} (1 \text{ calcul mécanique sur trois cycles de chargement, } T_{mec} = 0.93s \\ +1 \text{ calcul thermique, } T_{the} = 200s) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

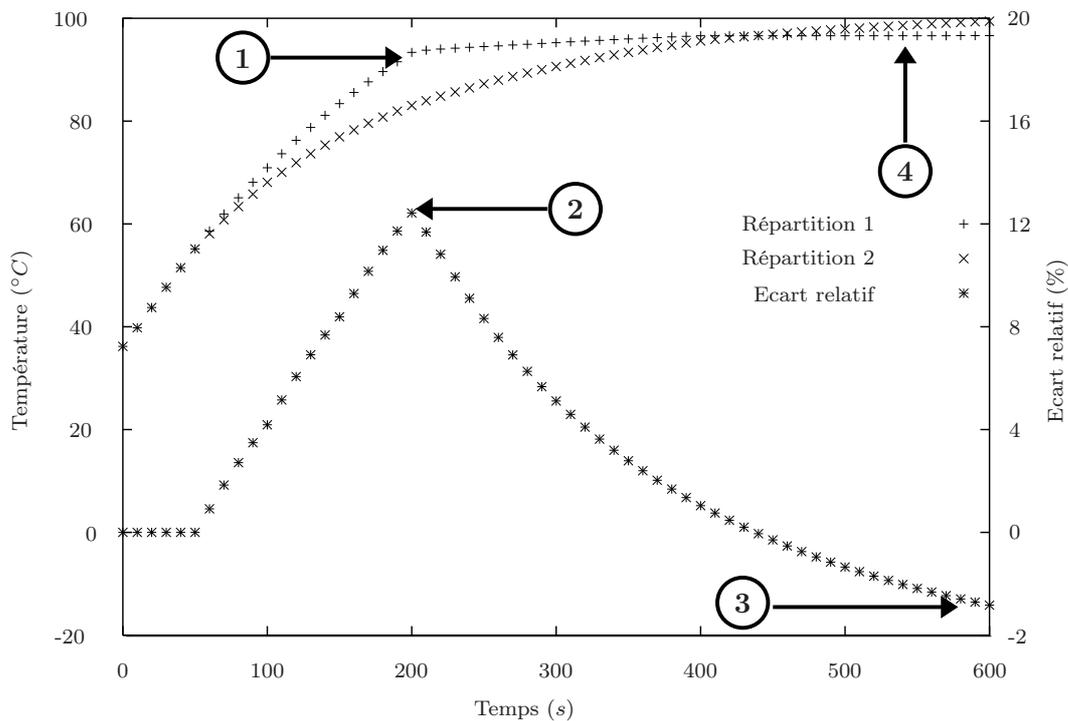


FIGURE III.14 – Evolutions de la température au centre d'une des deux couches d'élastomère obtenues par les répartitions 1 et 2 - Ecart relatif.

La figure FIG. III.14 compare les évolutions numériques de la température, au centre de la couche d'élastomère modélisée, obtenues par les répartitions 1 et 2. On constate une forte divergence initiale des évolutions. Cette divergence est corrigée à la première réidentification mécanique sur la répartition 1, mais ceci a pour conséquence les discontinuités ① et ②. A la suite de cette réidentification, l'écart relatif entre les deux évolutions tend à diminuer puis à se stabiliser à une valeur peu élevée ③ (températures asymptotiques peu différentes ④).

Cet essai met en évidence, d'une part la nécessité d'une répartition assez fine des calculs thermiques en début d'essai afin d'éviter des discontinuités non réalistes de type ① et ② et, d'autre part, la possibilité d'adopter un découpage thermique assez lâche sur la partie asymptotique de la courbe d'évolution ④.

Pour la suite de ce manuscrit, la répartition suivante est adoptée :

Répartition adoptée	$\left[\begin{array}{c} \vdots \\ i^{eme} \text{ couple} \\ \vdots \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} (1 \text{ calcul mécanique sur trois cycles de chargement, } T_{mec} = 0.93s \\ +1 \text{ calcul thermique, } T_{the} = 10 \times 2^{i-1}s) \end{array} \right.$
---------------------	--

III.5.3.b Influence de la discrétisation géométrique

Une fois l'organisation temporelle déterminée, on s'intéresse à l'influence du découpage géométrique. Les trois discrétisations adoptées sont décrites FIG. III.16, leurs caractéristiques sont données TAB. III.5.

	Problème mécanique			Problème thermique	
	Eléments	d.d.l. (dépl.)	d.d.l. (pres)	Eléments	d.d.l. (temp.)
raffinement (a)	130	742	80	171	121
raffinement (b)	400	1938	320	459	285
raffinement (c)	1420	6250	1280	1515	853

TABLEAU III.5 – Nombre d'éléments et de degrés de liberté des différentes discrétisations géométriques.

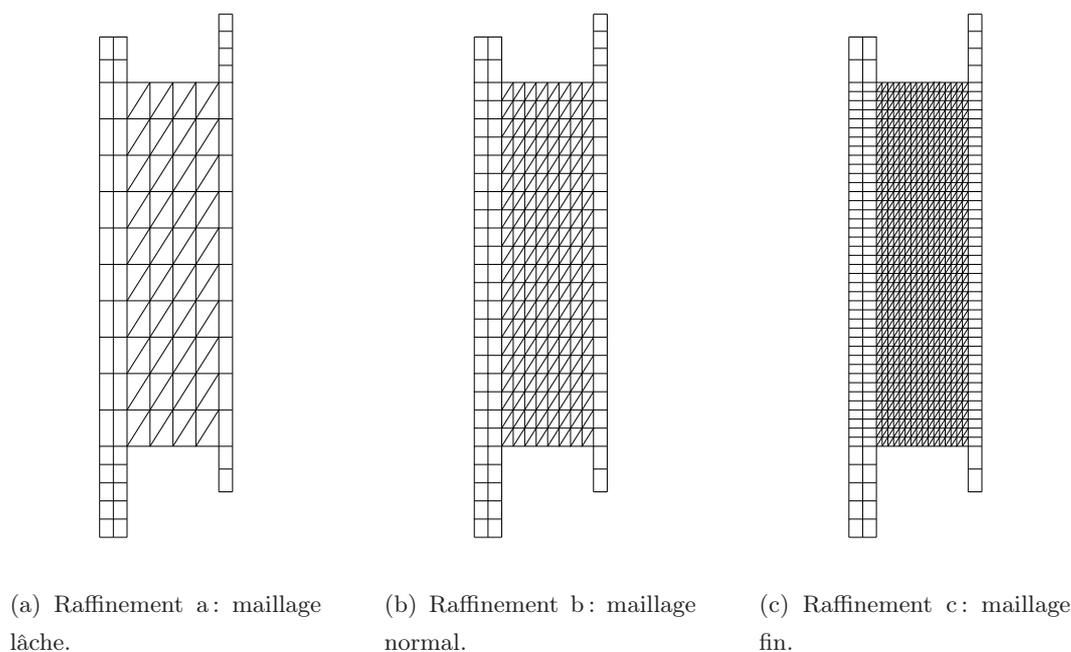


FIGURE III.15 – Différents raffinements testés.

Deux critères mécaniques et deux critères thermiques sont examinés :

- la quantité $\frac{p-p_0}{p_0}$ au centre de l'élastomère, où p est la contrainte due à l'incompressibilité (cf (I.116) et p_0 sa valeur analytique dans le cas d'un cisaillement homogène,
- le maximum de la valeur absolue de la réaction au cours de l'essai,
- le rapport des moyennes spatiales de la dissipation intrinsèque et de la puissance des efforts intérieurs sur la couche d'élastomère modélisée,
- et enfin la température atteinte au centre de l'élastomère après 200 secondes.

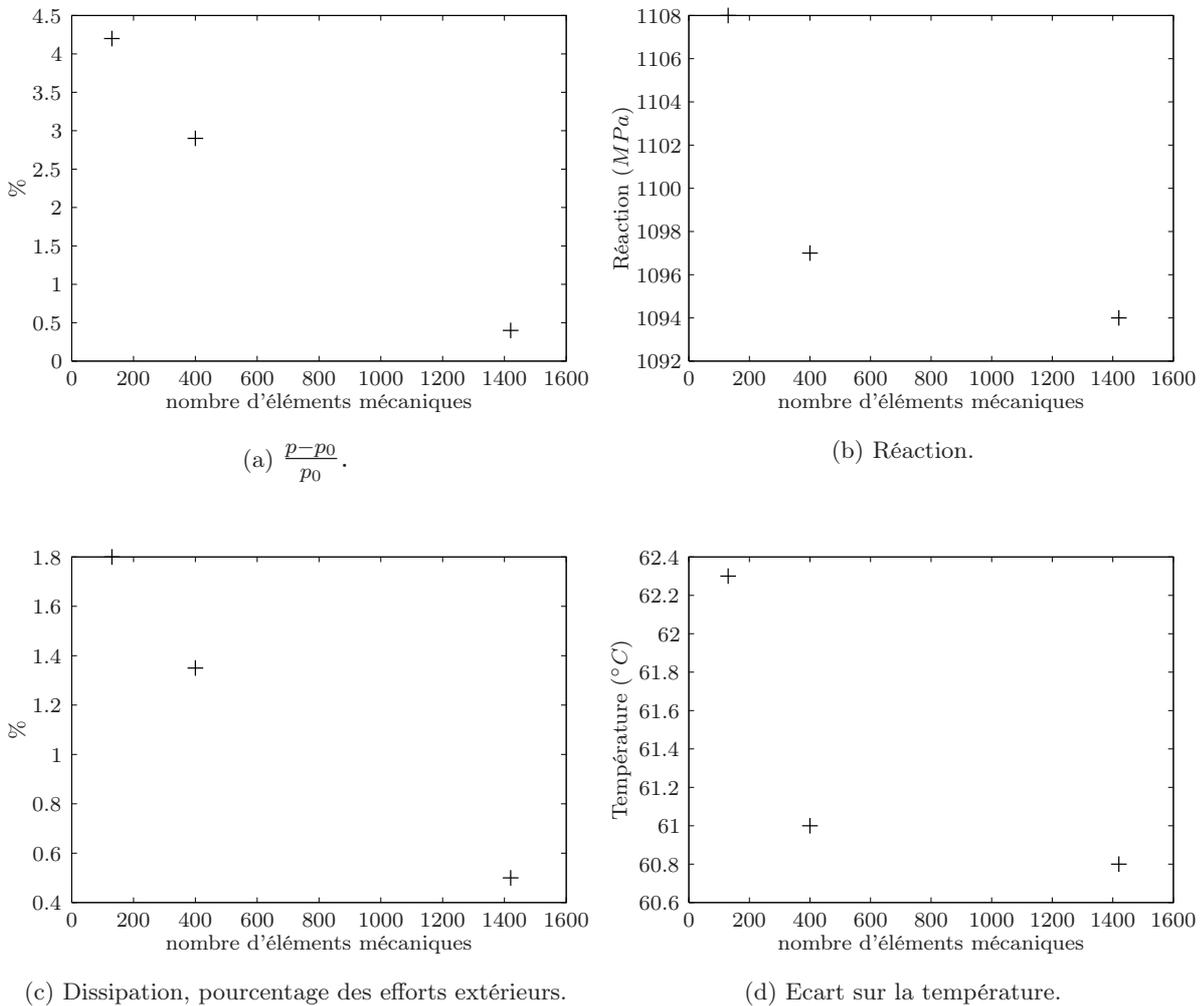


FIGURE III.16 – Influence du maillage.

Une convergence est constatée sur les 4 critères. Les graphiques en réactions et températures donnent des résultats stabilisés pour un raffinement de type b (cf. FIG. III.16), tandis que les autres semblent nécessiter un raffinement fin de type c. Cependant, ces deux critères présentent des écarts assez faibles quel que soit le type de discrétisation. Il est bien évident que pour

éviter tout problème, il faudrait adopter la discrétisation la plus fine, cependant le découpage géométrique b semble être un bon compromis entre temps de CPU et qualité des résultats. Pour cette raison, les études numériques présentées par la suite seront réalisées sur ce raffinement.

III.6 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux

III.6.1 Essais de type 2⁽⁶⁾, température d'enceinte à 27°C

III.6.1.a Calcul préliminaire

L'ensemble des calculs présenté dans cette section, fait intervenir une discrétisation spatiale de type **b** (FIG. III.16) et TAB. III.5. Les couples de problèmes suivent la dernière répartition introduite § III.5.3.a. Les conditions aux limites et les problèmes à traiter sont décrits FIG. III.12.

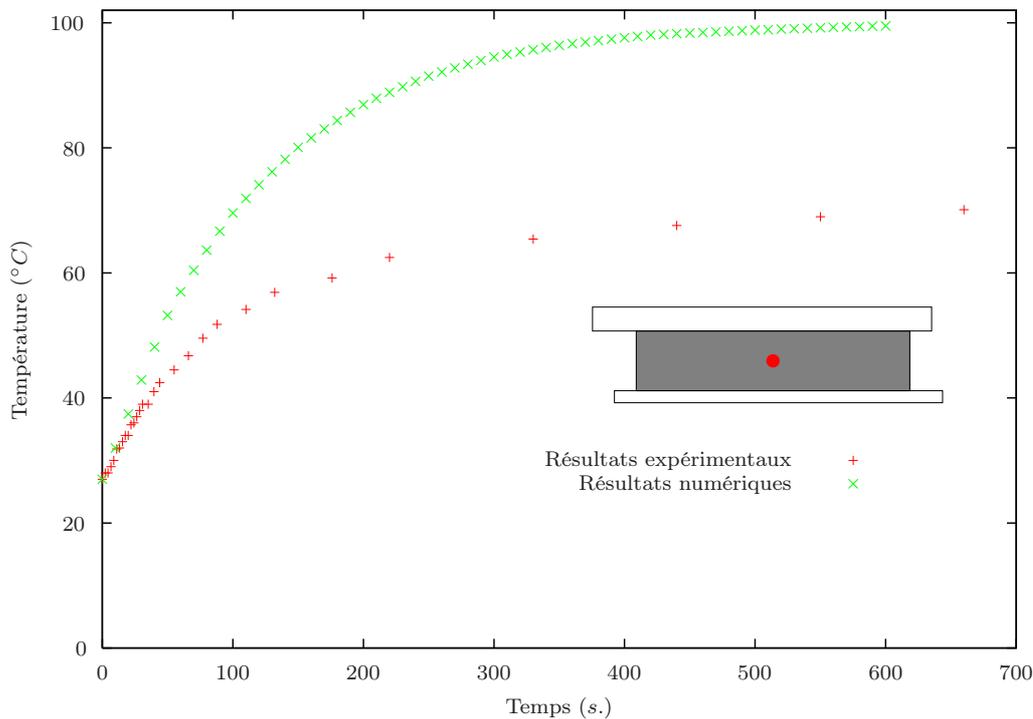


FIGURE III.17 – Essai de type 2, Température d'enceinte = 27°C. Evolution de la température au centre de l'élastomère. Comparaison des résultats expérimentaux et numérique.

Une description de l'évolution numérique et expérimentale au centre d'une des deux couches d'élastomère est donnée FIG. III.17. Malgré une allure de courbe assez physique (*i.e.* une évolution rapide en début d'essai puis une stabilisation asymptotique cohérente en temps), la constatation principale est que l'évolution numérique de la température est nettement surévaluée par rapport à la température expérimentale. Ceci témoigne sans doute d'un apport volumique de chaleur trop important. Deux hypothèses peuvent être avancées :

- une hypothèse purement numérique : le modèle mécanique de par ses fondements théoriques et numériques, dissipe trop,

(6). voir § III.2

- et une hypothèse plus "physique" : la prise en compte de la dissipation intrinsèque complète comme terme de source est erronée, c'est-à-dire qu'une partie de cette énergie est stockée par le biais de phénomènes tels que le réarrangement des macro-molécules ou l'endommagement.

III.6.1.b Recalage du modèle

Dans ce paragraphe on se propose de recalibrer le modèle présenté ci-dessus de façon à obtenir une température asymptotique numérique au centre de l'élastomère égale à celle obtenue expérimentalement.

On rappelle l'équation de la chaleur dans le cas où seul un terme source volumique de type mécanique est pris en compte :

$$\rho_0 C_\varepsilon \dot{T} + \operatorname{div}_X \vec{Q} = \bar{\phi}_0^{int}. \quad (\text{III.19})$$

Sur la partie asymptotique de la courbe, il est possible de considérer :

$$\dot{T} = 0, \quad (\text{III.20})$$

si bien que

$$\begin{aligned} \operatorname{div}_X \vec{Q} &= \bar{\phi}_0^{int} \\ -\operatorname{div}_X \left(\bar{\bar{K}}_L \cdot \operatorname{grad}_X T \right) &= \bar{\phi}_0^{int} \text{ d'après la loi de FOURIER (III.11)} \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

en notant α le rapport entre les températures expérimentale (T^{exp}) et numériques (T^{num}) au centre de la couche de l'élastomère

$$\alpha = \boxed{\frac{T^{exp}}{T^{num}} = \frac{70.1}{99.51} = 0.704} \quad (\text{III.22})$$

Or T^{num} est solution de (III.21) au centre de l'élastomère et sur la partie asymptotique de l'évolution :

$$-\operatorname{div}_X \left(\bar{\bar{K}}_L \cdot \operatorname{grad}_X T^{num} \right) = \bar{\phi}_0^{int}. \quad (\text{III.23})$$

Soit en remplaçant T^{num} par $\frac{T^{exp}}{\alpha}$ dans (III.23) :

$$-\operatorname{div}_X \left(\bar{\bar{K}}_L \cdot \operatorname{grad}_X T^{exp} \right) = \alpha \bar{\phi}_0^{int}. \quad (\text{III.24})$$

Le recalage du modèle passe donc par la prise en compte de 70.4% de la dissipation comme terme source volumique dans l'équation de la chaleur.

Les conséquences de cette correction ne peuvent, a priori, être anticipées en d'autres points que le coeur de la couche d'élastomère et ce, sur la partie asymptotique de l'évolution.

III.6.1.c Essais de type 2 sur le modèle recalé, température d'enceinte à 27°C

Le calcul présenté dans ce paragraphe est identique à celui présenté § III.6.1, mais en considérant seulement 70.4% de la dissipation intrinsèque comme terme source. Les figures FIG. III.18

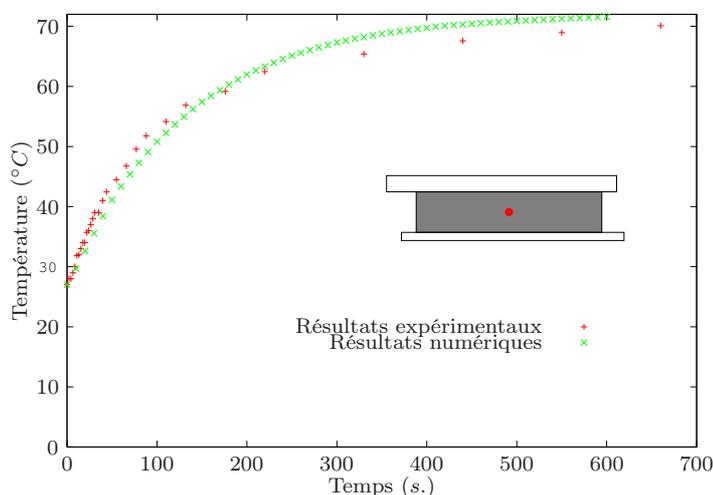


FIGURE III.18 – Essai de type 2, Température d'enceinte = 27°C. Evolution de la température au centre de l'élastomère. Comparaison des résultats expérimentale et numérique ($\alpha = 0.704$).

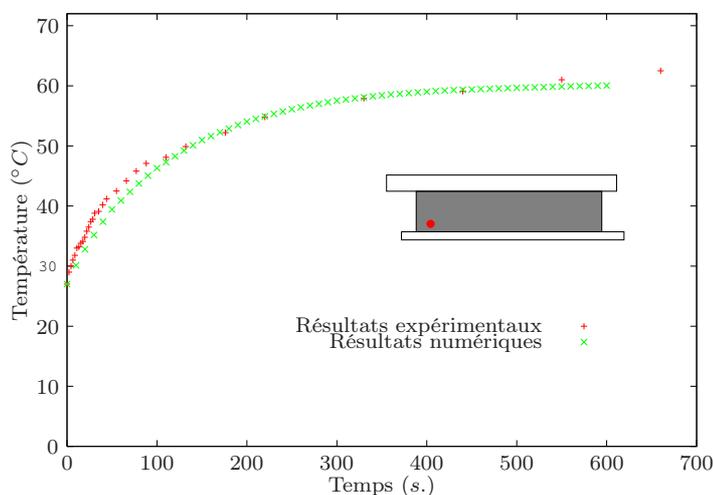


FIGURE III.19 – Essai de type 2, Température d'enceinte = 27°C. Evolution de la température au thermocouple b. Comparaison des résultats expérimentale et numérique ($\alpha = 0.704$).

et FIG. III.19 représentent les évolutions de température respectivement au centre (thermocouple d) et en coin (thermocouple b). Comme attendu, on constate pour le thermocouple central, un comportement asymptotique correct. On obtient de plus, une bonne corrélation en début d'essai. Les résultats au thermocouple b recourent de manière correcte les résultats expérimentaux.

D'autre part, on constate FIG. III.20 que le modèle donne en début d'essai une température

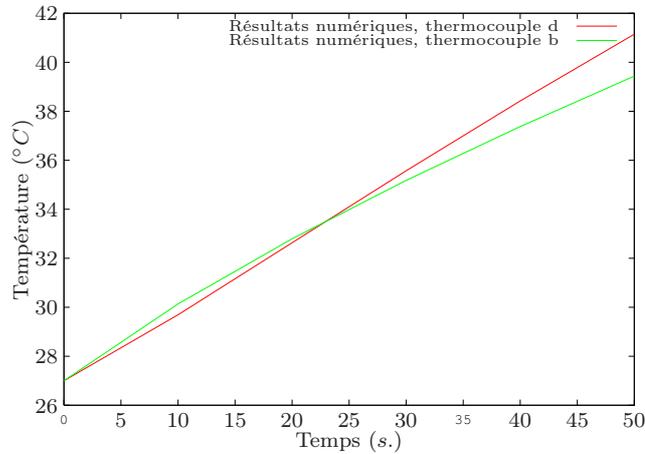


FIGURE III.20 – Essai de type 2, Température d'enceinte = 27°C. Comparaison des évolution numérique ($\alpha = 0.704$) de la température au thermocouple b et d.

supérieure au thermocouple b. On rappelle que ce phénomène est expérimentalement constaté. Ceci est observé de manière plus visuelle sur le champ de température à $t = 10s$. (FIG. III.21(a)) avec l'apparition de deux zones de température élevée réparties de part et d'autre du centre et résultant d'une prédominance des effets mécaniques. Puis peu à peu la répartition tend vers la solution stabilisée classiquement obtenue par un calcul purement thermique en considérant un terme source constant et uniforme.

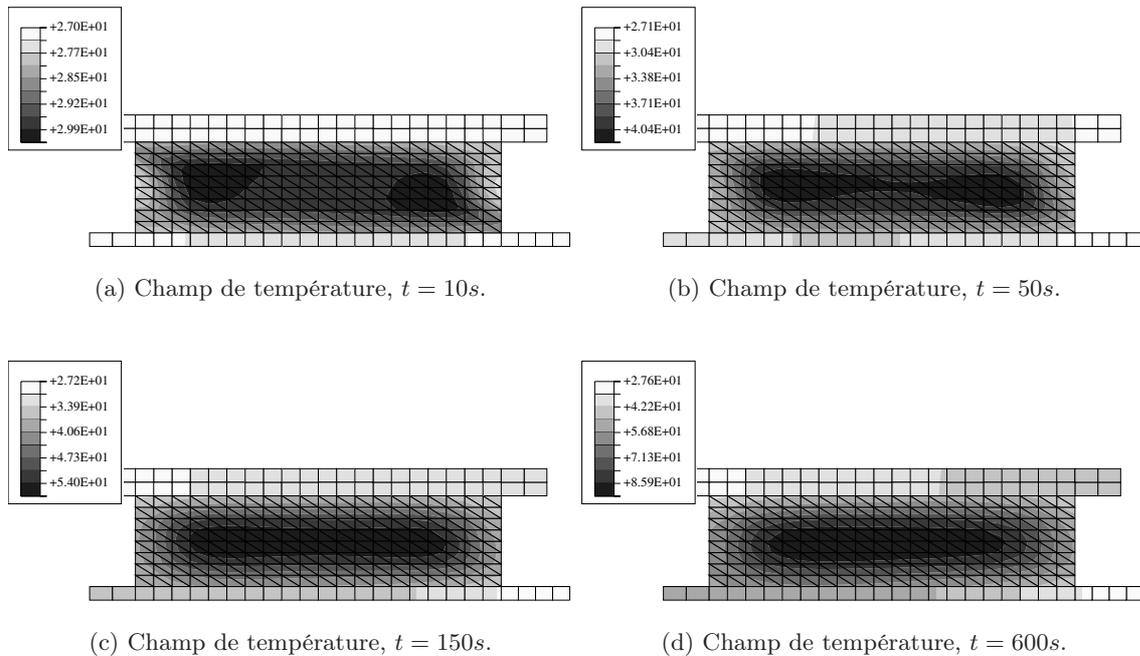


FIGURE III.21 – Evolution du champ de température.

III.6.1.d Essais de type 2 sur le modèle recalé, température d'enceinte à 60°C

L'essai précédent est repris en considérant une température d'enceinte de 60°C . On applique le même coefficient de recalage (*i.e.* $\alpha = 0.704$). On constate une bonne corrélation temporelle et spatiale des résultats numériques et expérimentaux.

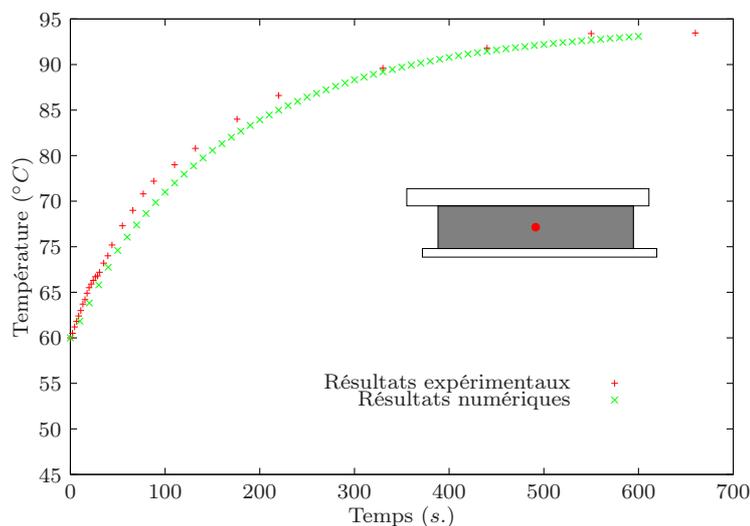


FIGURE III.22 – Essai de type 2, Température d'enceinte = 60°C . Evolution de la température au centre de l'élastomère. Comparaison des résultats expérimentaux et numériques ($\alpha = 0.704$).

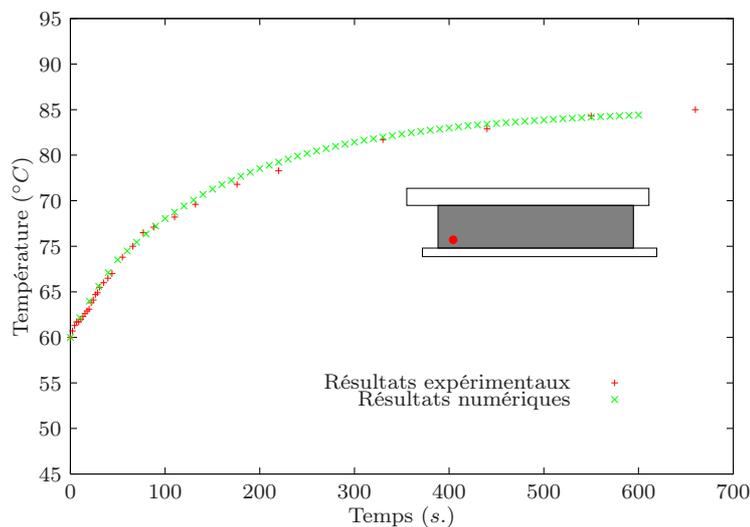


FIGURE III.23 – Essai de type 2, Température d'enceinte = 60°C . Evolution de la température au thermocouple b. Comparaison des résultats expérimentaux et numériques ($\alpha = 0.704$).

III.7 Conclusion

Après la présentation des résultats expérimentaux à notre disposition, la mise en place d'une formulation thermo-mécanique est présentée. Elle se base sur le cadre thermodynamique du chapitre I, à savoir l'écriture des différentes équations pour un matériau à n configurations intermédiaires, chacune des transformations étant considérée incompressible. On rajoute aux différentes équations obtenues dans ce cadre, l'équation de la chaleur qui permet, d'une part, de complètement définir les équations constitutives du modèle et, d'autre part, de mettre en évidence les différents termes du couplage.

Le modèle est alors particularisé. Sur le plan mécanique, par analogie au chapitre II, un unique état intermédiaire de type visqueux est pris en considération. Sur le plan thermique une écriture lagrangienne de la loi de FOURIER est adoptée. La mise en oeuvre de ces équations passe alors par la résolution séparée et alternative par la méthode des éléments finis de problèmes mécaniques dont les caractéristiques sont considérées dépendantes de la température et de problèmes thermiques résolus sur une géométrie déformée et pour lesquels la dissipation intrinsèque est traitée comme une source volumique de chaleur.

Le cas particulier d'une sollicitation mécanique cyclique est étudié dans un souci de gain de temps de calcul pour la modélisation d'essais sur de longues périodes. La périodicité de la sollicitation conduit à une simplification du problème thermo-mécanique qui est encore vu comme la succession de couples de problèmes mécanique et thermique mais le premier étant mené jusqu'à stabilisation de la dissipation intrinsèque et le deuxième étant résolu sur la géométrie initiale, en considérant comme terme source la moyenne temporelle de la dissipation plutôt que sa valeur instantanée. Cette méthode est numériquement validée.

Une première comparaison des évolutions thermiques numérique et expérimentale met en évidence une surévaluation de la contribution mécanique. Ce phénomène peut traduire l'approche simpliste consistant à considérer que toute la dissipation mécanique est transformée en chaleur, ignorant ainsi les phénomènes d'endommagement et/ou de réorganisation moléculaire responsables d'un stockage d'énergie mécanique. Un calcul de recalage, en un point de l'éprouvette à une température d'enceinte donnée et sur la partie asymptotique de l'évolution thermique, permet la détermination d'un taux de transfert de la dissipation mécanique. On obtient alors, sur ce même essai, une cohérence numérique et expérimentale sur la totalité de l'évolution et en plusieurs points de l'éprouvette. Une modélisation prenant en compte le même taux de transfert mais à une température d'enceinte différente donne des résultats satisfaisants.