Mod`eles de Saveurs

5.1 Introduction, problématique et plan

L'étude du domaine des saveurs est vaste et complexe [1]. Le modèle standard décrit très bien la suppression des changements de saveur dans les courants neutres (notés FCNCs pour Flavor Changing Neutral Currents) et les processus violant CP. Cependant, ces explications reposent sur les matrices de masses obtenues expérimentalement. Pour les extensions du modèle standard telles que la supersymétrie, on ne peut pas (encore) reposer sur l'expérience. Lorsqu'on écrit des modèles pour prédire les masses des sparticules, il faut donc s'assurer qu'ils n'entrainent pas d'effets de saveur en contradiction avec les données expérimentales actuelles. On cherche donc à expliquer l'origine des couplages de Yukawa et l'explication au problème de hiérarchie, tout en expliquant l'absence de FCNCs observés ou de violation de CP.

5.1.1 Deux approches différentes pour la saveur

Nous nous limiterons ici à la comparaison de deux types de modèles différents, aux prédictions proches.

Le premier considère une ou des symétries agissant sur les trois familles du modèle standard. On parle de symétries "horizontales". Lorsque celles-ci sont brisées, elles génèrent une hiérarchie pour les couplages de Yukawas engendrés. Le modèle de Froggatt-Nielsen (FN), dans lequel la symetrie $U(1)$ de saveur est jaugée, est une illustration classique de ce genre d'idées. Ces symétries peuvent être non-abéliennes. Ces scénarios peuvent être compatibles avec les limites des FCNCs et de la violation de CP sous réserve de :

- avoir une masse de sfermions assez lourde, causant des problèmes de petite hiérarchie
- se placer dans une région restreinte parmi les paramètres supersymétriques disponibles, ou faire des hypothèses supplémentaires, comme l'alignement

1. Pour changer.

ou la violation de saveur minale dite MFV par exemple [87, 88, 89] (voir [90] pour une discussion récente).

En général, les contraintes sont difficiles à satisfaire et les FCNCs sont prédits proches des limites actuelles.

Dans le second type de modèles, les hiérarchies proviennent d'une forte renormalisation des fonctions d'onde (modèles noté WFR, pour wave fonction renormalisation). Celles-ci peuvent provenir

- de l'évolution du groupe de renormalisation vers une échelle M située quelques ordres de grandeur en dessous de l'échelle fondamentale M_0. Dans notre exemple, on aura $M_0 = M_P$ et $M = \Lambda_{GUT}$. On peut très bien aussi avoir $M_0 = M_p$ ou Λ_{GUT} et $M = M_{SUSY}$. On peut coupler le MSSM à un secteur conforme afin de générer de larges dimensions anomales pour les champs de matière [14, 46, 91]
- d'une dimension supplémentaire dans laquelle sont répartis les champs de matières[93, 92]. Cette idée a été largement considérée pour régler la question de la saveur dans le cadre de modèles non supersymétriques de type Randall-Sundrum, avec des dimensions supplémentaires fortement courbées [94].

On sait que ces deux cas sont souvent duaux. Ainsi, un modèle type comme celui de Nelson-Strassler [14] [91] permet de générer des fonctions d'ondes hiérarchiques, avec des Yukawas corrects et en supprimant les FCNCs.

5.1.2 Des prédictions proches

Ces deux types de modèles cherchent à résoudre la question de la hiérarchie de masse chez les fermions, ainsi qu'à comprendre pourquoi les FCNCs sont supprimés en supersymétrie [13, 87, 95, 96, 97, 88, 98, 100].

Comme cela a été déjà dit dans le papier initial de Nelson et Strassler, les prédictions d'un modèle utilisant un mécanisme de WFR supersymétrique ressemblent à des modèles de saveur reposant sur le mécanisme de FN, avec des symétries horizontales abéliennes, des fermions du MS portant des charges du même signe et avec un seul champ familon.

Effectivement, les prédictions des deux approches pour les matrices de Yukawa sont identiques, une fois faite l'identification entre les différents paramètres.

Cela permet de construire des modèles de WFR viables. En effet, il y a un nombre limité de modèles supersymétriques de type FN avec

- des symétries horizontales abéliennes
- un seul champ familon
- tous les fermions ayant des charges du même signe
- sans anomalie de jauge
- qui arrivent à rendre compte correctement des masses et mélanges des quarks et leptons.

Chaque choix de charges horizontales peut être mise en relation avec des valeurs d'un modèle de WFR, les deux modèles donnant les même prédictions pour les matrices de Yukawa.

On peut donc se baser sur le travail déjà accompli sur les modèles de FN qui marchent pour identifier ceux de WFR qui vont le faire.

Au delà de masses de fermions identiques, nous nous proposons de pousser la comparaison entre ces deux types de modèles aux masses des scalaires.

Les deux modèles prédisent des matrices de masses similaires pour les fermions. Cependant, les changements de saveur dans les courants neutres sont mieux supprimés dans le cas des modèles de type Nelson-Strassler.

Nous verrons également que les deux modèles satisfont une même contrainte pour deux raisons apparemment très différentes :

- Dans le cas des symétries de jauge dans un modèle à 4D, il faut veiller à l'annulation des anomalies de jauge.
- Dans les cas des modèles de type Nelson-Strassler, on impose l'unification des couplages de jauge.

Le fait que les modèles de type WFR subissent des contraintes similaires à celles de FN laisse à penser que l'ensemble des Yukawas générés par les deux approches pourrait être le même.

5.1.3 Des différences au niveau de la saveur

Pour appréhender les différences entre les deux modèles, nous aborderons la construction d'un un modèle simple avec une dimension en plus dans lequel les fonctions d'ondes sont hiérarchiques. Dans celui-ci, les courants neutres leptoniques seront supprimés grâce à un couplage fort (CFT) générant la masse de l'électron.

On connaît le lagrangien effectif du modèle standard obtenu après intégration des degrés de libertés supersymétriques [99]. L'importance des FCNCs et de la violation CP à l'échelle électrofaible est déterminée par les coefficients de ses opérateurs de dimension 6. Nous verrons que les facteurs de suppression de certains opérateurs de dimension 6 seront assez différents dans les deux types de modèles.

Si les masses générées semblent être les mêmes dans les modèles de type FN et NS, il est intéressant de les comparer en détails, en particulier au niveau de la suppression des FCNCs et la violation de CP.

5.2 Modèles de Froggatt-Nielsen

5.2.1 Froggatt-Nielsen en quelques mots

Dans le cas des modèles de type Froggatt-Nielsen, on considère que la structure de la saveur dans le modèle standard est expliquée par une symétrie spontanément brisée. On fait donc appel à une symétrie de saveur, U(1) dans le cas le plus simple. On peut aussi généraliser et chercher à étudier le cas où le groupe de saveur est non-abélien. On a un familon, de charge -1 sous la symétrie $U(1)$, qui va coupler aux champs du modèle standard. En fonction de leurs charges, les couplages seront différents. Lorsque le familon prend une vev, une hiérarchie des masses se forme naturellement.

5.2.2 Froggatt-Nielsen dans les modèles que nous considérons

Nous allons étudier les cas supersymétriques de FN, car ce sont ceux dont le secteur de saveur est le plus délicat à comprendre. On considère des modèles effectifs supersymétriques à des échelles plus grandes que l'échelle de brisure de la supersymétrie Λ_{BS}, et plus petites que l'échelle de brisure pour la symétrie de saveur M.

La structure liée à la saveur va donc apparaître de manière effective, dans les termes cinétiques, dans le superpotentiel et dans la structure des termes softs.

Comme notre but sera de comparer les modèles de type Nelson-Strassler à ceux de Froggatt-Nielsen, on se limite seulement aux modèles possédant des charges de FN positives. Nous verrons que ce sont ceux qui ont une correspondance dans les cas où l'on utilise la renormalisation des fonctions d'onde.

L'action effective est déterminée par

$$\begin{aligned}
&W = \epsilon^{q_i+u_j+h_u}(Y_{ij}^U + A_{ij}^U X)Q_i U_j H_u + \epsilon^{q_i+d_j+h_d}(Y_{ij}^D + A_{ij}^D X)Q_i D_j H_d \\
&+\epsilon^{l_i+e_j+h_d}(Y_{ij}^E + A_{ij}^E X)L_i E_j H_d \\
&K = \epsilon^{|q_i-q_j|}(1 + C_{ij}X^\dagger X)Q_i^\dagger Q_j + \cdots \ , \qquad (5.1)
\end{aligned}$$

où $\epsilon = \theta/M$, avec θ un superchamp chiral possédant une charge $U(1)$ -1, $X = \theta^2 F$ est le champ qui brise la supersymétrie et tous les éléments de Y_{ij}^U sont d'ordre un.

Les charges liées aux familles des superchamps de matière sont définies comme q_i pour la composante gauche du doublet Q_L, ainsi que u_i et d_i pour les composantes de saveurs des quarks singlets, les conjugués des triplets de couleur U_R et D_R, respectivement, et de même pour les leptons.

Les charges horizontales sont définie dans une base électrofaible. Dans ce cas, les termes cinétiques possèdent des termes de mélange pour la saveur. Comme on suppose que les coefficients C_{ij}, Y_{ij} et A_{ij} sont d'ordre un, cela n'affecte pas les ordres dominants en ϵ. On se placera toujours dans cette base canonique.

5.3 Nelson-Strassler

5.3.1 Nelson-Strassler

Dans [14], Nelson et Strassler proposent un modèle qui permet de reproduire les hiérarchies du modèle standard sans utiliser de symétries de saveur. Pour cela, ils couplent le MSSM à un secteur conforme comportant une symétrie U(1) qui empêche les trois familles de se mélanger entre elles. Ensuite, les dimensions anomales des familles étant différentes, les masses obtenues dans l'infrarouge le sont aussi et peuvent respecter les ordres de grandeurs mesurés dans le modèle standard.

L'action effective à l'échelle M est déterminée par

$$
\begin{aligned}
& W = (Y^U_{ij} + A^U_{ij}X)Q_iU_jH_u + (Y^D_{ij} + A^D_{ij}X)Q_iD_jH_d \\
& +(Y^E_{ij} + A^E_{ij}X)L_iE_jH_d \\
& K = \epsilon^{-2q_i}Q_i^\dagger Q_i + C_{ij}X^\dagger XQ_i^\dagger Q_j + \cdots \ .
\end{aligned}
\tag{5.2}
$$

Ici, les facteurs ϵ^{-2q_i}, $q_i > 0\forall i$ sont les facteurs de renormalisation des fonctions d'onde, provenant de la physique entre M_0 et M, et dans les notions convenant à la comparaison des deux approches. On a fait disparaitre les mélanges de saveur d'ordre un apparaissant à l'échelle M_0 dans les termes cinétiques via des rotations judicieuses.

Après avoir renormalisé les fonctions d'onde $Q_i \to \epsilon^{q_i}Q_i$ et autres (Higgs inclus), l'action effective dans le cas WFR est donné par

$$
\begin{aligned}
& W = \epsilon^{q_i+u_j+h_u}(Y^U_{ij} + A^U_{ij}X)Q_iU_jH_u + \epsilon^{q_i+d_j+h_d}(Y^D_{ij} + A^D_{ij}X)Q_iD_jH_d \\
& +\epsilon^{l_i+e_j+h_d}(Y^E_{ij} + A^E_{ij}X)L_iE_jH_d \\
& K = Q_i^\dagger Q_i + C_{ij}\epsilon^{q_i+q_j}X^\dagger XQ_i^\dagger Q_j + \cdots \ .
\end{aligned}
\tag{5.3}
$$

On voit que si les masses des fermions sont les mêmes dans les deux cas, il n'en sera pas de même pour les masses des scalaires et des termes softs.

On utilise cette structure pour décrire les hiérarchies et les mélanges dans les matrices de masse des fermions.

5.4 Comparaison des deux modèles

5.4.1 Généralités

On peut comparer les prédictions des deux modèles quant aux couplages de Yukawa, pour peu qu'on identifie à haute énergie les paramètres des modèles supersymétriques WFR (q_i) aux charges des modèles de FN. On voit que la classe des modèles FN qui se rapproche vraiment des modèles WFR est celle pour laquelle il n'y a qu'un seul $U(1)_X$, des charges positives et avec un seul champ de charge négative, le familon. Celui-ci brise la symétrie de saveur, et tous les Yukawas sont générés par couplage holomorphe au familon.

Comme la renormalisation de la fonction d'onde ne fait pas de distinction entre les particules et antiparticules, la suppression des masses des sfermions est beaucoup plus forte dans le cas WFR : il suffit de comparer le facteur $\epsilon^{q_i+q_j}$ de l'équation (5.3) et $\epsilon^{|q_i-q_j|}$ de l'équation 5.1 pour s'en convaincre. Cette remarque est générale et a déjà été faite dans le cas non supersymétrique [101].

Pour toute comparaison avec les données expérimentales, nous avons besoin d'être dans la base où les matrices de masse sont diagonales. Comme les principales contraintes expérimentales proviennent du secteur quark down, on choisit de rester dans une base électrofaible qui diagonalise la matrice de Yukawa du quark down. Pour cela, les termes du Lagrangien liés aux champs scalaires vont subir les rotations gauches et droite. Ces rotations ne vont pas changer les facteurs de suppression dominants, mais vont rajouter des contributions sur les termes off diagonaux des matrices de masses.

Pour les modèles de FN, les éléments diagonaux sont les coefficients d'ordre un $C_{ii} \neq C_{jj}$ qui peuvent dépendre de la saveur. Ils sont présents de manière générique dans les D-termes liés à U(1) et dépendent de la saveur. Ces contributions supplémentaires aux termes off-diagonaux dans les masses sont de l'ordre de grandeur des angles de rotations permettant de diagonaliser la matrice de Yukawa du quark down (en gros de l'ordre de grandeur des angles CKM) et sont genants. Ils fournissent une borne supérieure (un peu trop forte) sur la suppression des termes off diagonaux.

Dans ces modèles, si tous les fermions portent des charges horizontales de même signe, les facteurs de suppression des termes off diagonaux originaux sont les mêmes que la suppression des termes venant du diagonal splitting, donc le problème de compatibilité avec les données est aussi difficile pour les deux types de modèles.

Il y a des modèles avec une symétrie $U(1)$ et des charges de signes différents ou/et plusieurs symétries $U(1)$ qui n'ont pas d'équivalent WFR mais qui arrivent à décrire le secteur de Yukawa et à donner une suppression assez forte des termes off-diagonaux de saveur dans les termes des masses de sfermions.

Cependant, ils doivent traiter le problème mentionné ci-dessus concernant la contribution des D termes dépendant de la saveur aux masses diagonales. Ils doivent aussi prendre en compte le diagonal splitting possible venant des coefficients quelconques d'ordre 1 liés à la symétrie U(1).

Après rotations, la suppression des termes off-diagonaux dans la base des masses propres pour les quarks est similaire que dans les modèles avec les charges de même signe. Il en résulte certaines tensions dans l'espace des paramètres sur les termes softs de brisure de supersymétrie. [90].

On peut se demander ce qui se passe dans le cas de modèles de FN qui rendent compte du secteur de Yukawa et qui n'ont pas d'équivalent en WFR. On peut ainsi considérer des modèles avec plusieurs symétries U(1). Cependant, ces modèles ont encore des problèmes : une fois pris en compte les effets du splitting sur la diagonale et des contributions des D-termes aux masses des sfermions, ces modèles donnent des prédictions pour les FCNCs assez proches que dans le cas où les champs de matière ont des charges du même signe. Nous les écartons donc de notre étude.

L'approche WFR évite ces problèmes. Il n'ya pas de symétrie $U(1)$, pas de D-termes et les termes de la diagonale qui dépendent de la saveur sont supprimés par des puissances de ϵ. Il n'y a donc pas de problème lié à des paramètres incontrolés d'ordre un.

En plus de travailler dans une base électrofaible dans laquelle les quarks downs sont diagonaux, pour pouvoir comparer nos modèles avec les données expérimentales, nous devons inclure tous les effets de renormalisation liés au MSSM pour le running de l'échelle M jusqu'à l'échelle électrofaible.

Au final, l'analyse standard des données sur les FCNCs et la violation de CP est faite par rapport aux coefficients des opérateurs effectifs de dimension

6 obtenus dans le lagrangien du modèle standard après avoir intégré les degrés de liberté liés à la supersymétrie [99]. Les coefficients de ces opérateurs peuvent être calculés en fonction des paramètres de brisure douce de supersymétrie et les facteurs de suppression discutés précédemment ont un lien direct avec les facteurs de suppression des opérateurs de dimension supérieure.

Comparons la facon dont les symétries de saveur et les modèles WFR rendent compte des hiérarchies dans les masses de fermions. On a vu précédemment qu'on pouvait s'appuyer sur le travail fait sur les modèles de FN. Si un tel modèle a des fermions portant des charges de même signe et rend compte de la hiérarchie, il peut être transcrit en modèle de type WFR [2].

Du point de vue des opérateurs générant la désintégration du proton, les deux approches donnent le même type de suppression. La symétrie $U(1)_X$ d'un modèle de FN peut supprimer la désintégration du proton avec des charges comme $l_i = n_i + 1/3, e_i = m_i - 1/3$, n_i, m_i entier (les charges des autres champs du MSSM étant entières). Dans ce cas, il y a une symétrie effective discrète Z_3 leptonique qui empèche le proton de se désintégrer. Plus généralement, les modèles de type FN et WFR génèrent tous deux des suppressions pour les premières générations, qui ont des charges élevées.

5.4.2 Exemples

La suppression de la saveur est paramétrée par la variable ϵ introduite auparavant. A priori, ϵ sera de l'ordre de l'angle de Cabbibo , $\epsilon \sim 0.22$. On peut toujours prendre une valeur différente si les charges choisies absorbent cette différence.

Les références Refs. [97, 98] ont listé les charges donnant des modèles consistants. Pour se faire une idée, voici trois modèles : [3]

$$q = u = e = (3, 2, 0)\,, \quad d = \ell = (2, 0, 0) + d_3\,, \qquad \text{(Model A)}$$

$$q = u = e = (4, 2, 0)\,, \quad d = \ell = (1, 0, 0) + d_3\,, \qquad \text{(Model B)}$$

$$q = (3, 2, 0)\,, \quad u = (5, 2, 0)\,, \quad d = (1, 0, 0) + d_3\,, \quad \ell = q + \ell_3\,, \quad e = d - \ell_3\,. \qquad \text{(Model C)}$$

Dans les trois cas, les charges horizontales des Higgs sont nulles. On doit prendre $q_3 = u_3 = 0$ pour avoir un top lourd, tandis que d_3 est laissé libre sous réserve de vérifer, avec $\tan\beta$ la relation suivante :

$$\epsilon^{-d_3} \tan\beta \sim \frac{m_t(M_c)}{m_b(M_c)} \sim \epsilon^{-3}\,. \qquad (5.4)$$

2. A priori, les modèles de type FN sont plus contraints, car ils doivent vérifier l'annulation des anomalies. On verra par la suite que si on demande aux modèles WFR de vérifier l'unification des constantes de couplage du MSSM, ceux-ci doivent vérifier des contraintes similiaires.

3. A et B ont étét traités dans [98], où ils apparaissent comme étant modèle 1 et 5 respectivement. Le modèle C est utilisé dans [97].

a	$\tilde{m}^2_{a,LL}\,/\,m_0^2$	$\tilde{m}^2_{a,RR}\,/\,m_0^2$	$A_a\,/\,m_0 \sim Y_a$
u	$r_q\,\mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_q\,\mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$r_u\,\mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_u\,\mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$
d	$r_q\,\mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_q\,\mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$r_d\,\mathbf{1} + t_\beta^2 \begin{pmatrix} \epsilon^{10} & \epsilon^8 & \epsilon^8 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \end{pmatrix}$ $r_d\,\mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^2 & \epsilon^2 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \\ \epsilon^7 & \epsilon^5 & \epsilon^5 \\ \epsilon^5 & \epsilon^3 & \epsilon^3 \end{pmatrix}$
e	$r_\ell\,\mathbf{1} + t_\beta^2 \begin{pmatrix} \epsilon^{10} & \epsilon^8 & \epsilon^8 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \\ \epsilon^8 & \epsilon^6 & \epsilon^6 \end{pmatrix}$ $r_\ell\,\mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^2 & \epsilon^2 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \\ \epsilon^2 & \epsilon^0 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$r_e\,\mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$ $r_e\,\mathbf{1} + \begin{pmatrix} \epsilon^0 & \epsilon^1 & \epsilon^3 \\ \epsilon^1 & \epsilon^0 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}$	$t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^8 & \epsilon^7 & \epsilon^5 \\ \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^6 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \end{pmatrix}$

TABLE 5.1 – Yukawas et masses carrées softes pour les scalaires dans le modèle A [98] : $q = u = e = (3,2,0)$, $\ell = d$ avec $d - d_3 = (2,0,0)$ et où on a utilisé la relation $\tan\beta = t_\beta = \epsilon^{d_3-3}$. Les lignes du haut correspondent au cas WFR, celles du bas à celui de FN.

Les couplages de Yukawa résultant du modèle A sont rassemblés dans la dernière colonne du tableau Tab. 5.1. Ils peuvent reproduire les masses et mélanges des fermions du modèle standard avec des coefficients d'ordre 1.

Après prise en compte des effets de renormalisation[102], les termes softs des masses à l'échelle électrofaible sont données avec une assez bonne approximation par :

$$\tilde{m}^2_{u,LL,ij} \sim r_q\, m^2_{1/2}\, \delta_{ij} + \hat{m}^2_q \epsilon^{|q_i \pm q_j|} \tag{5.5}$$

$$\tilde{m}^2_{u,RR,ij} \sim r_u\, m^2_{1/2}\, \delta_{ij} + \hat{m}^2_u \epsilon^{|u_i \pm u_j|} \tag{5.6}$$

$$\tilde{m}^2_{u,LR,ij} \sim A_u v \sin\beta\, \epsilon^{q_i + u_j} \tag{5.7}$$

$$\tilde{m}^2_{d,LL,ij} \sim r_q\, m^2_{1/2}\, \delta_{ij} + \hat{m}^2_q \epsilon^{|q_i \pm q_j|} \quad (5.8)$$
$$\tilde{m}^2_{d,RR,ij} \sim r_d\, m^2_{1/2}\, \delta_{ij} + \hat{m}^2_d \epsilon^{|d_i \pm d_j|} \quad (5.9)$$
$$\tilde{m}^2_{d,LR,ij} \sim A_d v \cos\beta\, \epsilon^{q_i + d_j} \quad (5.10)$$

$$\tilde{m}^2_{e,LL,ij} \sim r_\ell\, m^2_{1/2}\, \delta_{ij} + \hat{m}^2_\ell \epsilon^{|\ell_i \pm \ell_j|} \quad (5.11)$$
$$\tilde{m}^2_{e,RR,ij} \sim r_e\, m^2_{1/2}\, \delta_{ij} + \hat{m}^2_e \epsilon^{|e_i \pm e_j|} \quad (5.12)$$
$$\tilde{m}^2_{e,LR,ij} \sim A_e v \cos\beta\, \epsilon^{\ell_i + e_j} \quad (5.13)$$

où nous avons défini l'échelle à haute énergie des masses softs $m_{1/2}$, $\hat{m}_a$ et A_a. A moins qu'il n'y ait un mécanisme là afin de générer des suppressions supplémentaires, on s'attend à ce que ces termes soient du même ordre de grandeur.Par simplicité, on les prendra égaux, valant m_0.

Pour simplifier, on a omis les coefficients d'ordre 1 dépendant de la saveur qui doivent multiplier les termes supprimés par des puissances en ϵ. Les charges sont toutes positives ou nulles, les signes + correspondent au cas WFR, et les - au cas FN. Les constantes r_a paramétrisent la renormalisation de jauge dominante et sont données par environ $r_q = 6.5$, $r_u = 6.2$, $r_d = 6.1$, $r_\ell = 0.5$ et $r_e = 0.15$. Les corrections des Yukawa devraient être grandes pour la troisième génération mais vu qu'on travaille avec des coefficients inconnus $\mathcal{O}(1)$, on n'a pas besoin de les évaluer. Les matrices de masses obtenues sont présentées dans le tableau 5.1.

Plusieurs points méritent d'être soulignés.

- Pour WFR, les contributions dominantes aux masses propres des première et seconde générations sont déduites du running des boucles de bosons de jauge/jauginos, tandis que dans le cas FN, les masses softs à l'ordre des arbres donnent des contributions non négligeables, en particulier pour les sleptons.
- Les Yukawas et les masses softs qui changent la chiralité (A-termes) sont supprimés de la même facon. Ils sont même identiques dans le cas FN et WFR.
- Comme souligné auparavant, les modèles WFR suppriment mieux les termes off-diagonaux des secteurs LL et RR que les modèles FN.

Pour comparer les prédictions aux expériences, on étudie les limites en termes des paramètres d'insertions de masses δ^a_{ij} par rapport à une masse de sfermion de référence. Elles sont définies comme

$$\delta^a_{MN,ij} = \frac{\tilde{m}^2_{a,MN,ij}}{\tilde{m}_{a,M,i}\, \tilde{m}_{a,N,j}}\,, \qquad \langle \delta^a_{ij} \rangle = \sqrt{\delta^a_{LL,ij} \delta^a_{RR,ij}} \quad (5.14)$$

pour $a = u, d, e,\ M, N = L, R,\ i \neq j$. Les expressions sont normalisées par rapport aux entrées diagonales $\tilde{m}^2_{a,M,i}, i = 1, 2, 3$. On associe le même type de paramètres pour les A-termes (quelques soient i, j) :

$$\delta^a_{LR,ij} = (\delta^a_{RL,ji})^* = \frac{\tilde{m}^2_{a,LR,ij}}{\tilde{m}_{a,L,i}\, \tilde{m}_{a,R,j}}\,. \quad (5.15)$$

En commencant avec les limites provenant du secteur des hadrons, nous donnons les limites et les résultats du modèle A dans le tableau 5.2 et 5.3. Toutes les limites dans le tableau . 5.2 sont satisfaites sans problème (même pour tanβ assez grand). Elles pourraient même être satisfaites avec des masses de squarks plus petites.

Notons que dans le modèle FN avec les charges correspondantes, il est très difficile de satisfaire la borne sur $\langle\delta_{12}\rangle$ [90]. Comme les mélanges entre squarks de première et seconde génération sont supprimés au plus par des termes d'ordre deux en ϵ, pour satisfaire les bornes expérimentales, il faut donc des effets de renormalisation insensibles à la saveur assez forts, c'est-à-dire un large ratio entre la valeur initale de la masse du gluino sur la masse des squarks à haute énergie.

Les insertions de masse sur le changement de chiralité du tableau Tab 5.3 sont plus contraignants. En particulier, les 11 entrées sont fortement contraintes par la mesure de l'EDM du neutron. Cela étant dit, les prédictions correspondantes de notre modèle pour des masses de squarks d'1 TeV satisfont les limites expérimentales sur leurs limites.

Du côté des leptons, nous citons dans la table 5.4 les limites [4] provenant des LFV desintégrations des leptons chargés, $\mu \to e\gamma$, $\tau \to e\gamma$ et $\tau \to \mu\gamma$ ainsi que des prédictions théoriques obtenues avec l'hypothèse d'une échelle de brisure de supersymétrie unique à haute énergie m_0.

Alors, à l'échelle électrofaible $A_e \sim m_0$ et l'échelle typique pour les sleptons est $\tilde{m}_{sl} = (r_\ell r_e)^{\frac{1}{4}} m_0$. On observe que même pour une masse de sleptons aussi élevée que 400 GeV (correspondant à $m_0 = 750$ GeV) la contribution à $\mu \to e\gamma$ n'est pas suffisamment supprimée. Il est intéressant de savoir jusqu'où on peut ajuster les charges e_i et ℓ_i pour améliorer ce problème. À cette fin, considérons le produit

$$\delta^e_{LR,12}\delta^e_{RL,12} \sim \frac{A_e^2 v^2}{\tilde{m}_{sl}^4}\epsilon^{\ell_1+e_2+\ell_2+e_1}\cos^2\beta \sim \frac{A_e^2 m_e m_\mu}{\tilde{m}_{sl}^4}\,. \qquad (5.16)$$

Il est clair que ce produit est indépendant du choix fait de la charge et ne peut être diminué qu'en augmentant $\tilde{m}_{sl}$ ou en diminuant A_e. Cela veut dire qu'au moins une des contributions est plus grande que

$$\frac{A_e\sqrt{m_e m_\mu}}{\tilde{m}_{sl}^2} \sim 3.5\times 10^{-5} \qquad (5.17)$$

où les valeurs ont été prises pour $\tilde{m}_{sl} = 400$ GeV. C'est une prédiction assez solide (à des coefficients $\mathcal{O}(1)$ près), et effectivement, Tab. 5.4 montre que cela tient en particulier pour le modèle A. Une suppression plus forte peut être obtenue à condition que les A termes soient plus petites que m_0 et/ou m_0 soit plus grand, soit $\tilde{m}_{sl} > 400$ GeV. Par exemple, on peut avoir un taux de désintégration acceptable pour $A_e \sim 100$ GeV et $\tilde{m}_{sl} \sim 400$ GeV. Pour diminuer encore la masse des sleptons, il faut plus de fine-tuning sur A_0, tandis

4. Notons que le taux de désintégration dépend de $(\delta_{LR,ij})^2 + (\delta_{RL,ij})^2$ [99]. Les entrées LL et RR sont bien moins constraintes et nous ne les considérerons pas ici.

a	ij	$\delta^a_{LL,ij}$		$\delta^a_{RR,ij}$		$\langle\delta^a_{ij}\rangle$	
		Exp.	Th	Exp.	Th.	Exp.	Th.
d	12	0.03	8.6×10^{-5}	0.03	$9.1 \times 10^{-7}\, t_\beta^2$	0.002	$8.9 \times 10^{-6}\, t_\beta$
d	13	0.2	1.8×10^{-3}	0.2	$9.1 \times 10^{-7}\, t_\beta^2$	0.07	$4.0 \times 10^{-6}\, t_\beta$
d	23	0.6	8.1×10^{-3}	1.8	$1.8 \times 10^{-5}\, t_\beta^2$	0.2	$3.8 \times 10^{-4}\, t_\beta$
u	12	0.1	8.6×10^{-5}	0.1	8.6×10^{-5}	0.008	8.6×10^{-5}

TABLE 5.2 – Limites sur les insertions de masses hadroniques qui préservent la chiralité et résultats obtenus pour le modèle A de WFR. Les limites (prises dans le tableau IV de Isidori :2010kg) sont valides pour des masses de squarks de 1 TeV et varient linéairement par rapport à ce dernier.

a	ij	$\delta^a_{LR,ij}$		$\delta^a_{RL,ij}$	
		Exp.	Th.	Exp.	Th.
d	12	2×10^{-4}	8.1×10^{-6}	2×10^{-3}	1.8×10^{-6}
d	13	0.08	8.1×10^{-6}	0.08	3.7×10^{-5}
d	23	0.01	3.7×10^{-5}	0.01	7.6×10^{-4}
d	11	4.7×10^{-6}	3.9×10^{-7}	4.7×10^{-6}	3.9×10^{-7}
u	12	0.02	3.7×10^{-5}	0.02	3.7×10^{-5}
u	11	9.3×10^{-6}	8.1×10^{-6}	9.3×10^{-6}	8.1×10^{-6}

TABLE 5.3 – Limites sur les insertions de masses changeant la chiralité des hadrons et résultats obtenus pour le modèle A des WFR. Les limites sont prises de Tab. V de [103] et sont données pour des masses de squarks de 1 TeV. Alors que les limites sur les éléments $i \neq j$ $(i = j)$ croissent linéairement avec ces derniers (quadratiquement) with the latter, nos prédictions diminuent linéairement.

que $\tilde{m}_{sl} \sim 400$ GeV donne des masses de l'ordre de 1.9 TeV pour les squarks, ce qui provoque des tensions vis à vis du problème de petite hiérarchie.

Pour conclure, les limites leptoniques sont plus contraignantes que les limites hadroniques (voir [14], [92]). Finalement, soulignons que les modèles FN ont un problème semblable (avec les mêmes limites dans le secteur LR/RL). Ils prédisent aussi une suppression insuffisante dans les secteurs LL et RR.

Dans la partie 5.6, nous décririons une facon de supprimer le taux de désintégration de $\mu \to e\gamma$ dans les modèles de type WFR. Cela permet d'alléger les masses des superpartenaires sans fine-tuning sur les A termes leptoniques.

5.5 Unification et hiérarchie des fonctions d'onde

5.5.1 Quelques mots sur le mécanisme de Green-Schwarz

On considère un système décrit par

ij	$\delta^e_{MN,ij}$		
	Exp.	Th. (LR)	Th. (RL)
12	4.8×10^{-6}	2.0×10^{-5}	9.4×10^{-5}
13	1.8×10^{-2}	4.3×10^{-4}	9.4×10^{-5}
23	1.2×10^{-2}	8.9×10^{-3}	4.3×10^{-4}

TABLE 5.4 – Limites expérimentales sur les insertions de masses leptoniques et les résultats du modèle A de WFR. Limites (prises du tableau 7 de [99]), valables pour des masses de sleptons de 400 GeV.

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{GS} \tag{5.18}$$

$\mathcal{L}_0$ représente un secteur possédant au moins une symétrie $U(1)_X$, a est l'indice des groupes de jauge du modèle standard, $S = s_r + is_i$ est un axio-dilaton. $\mathcal{L}_{GS} = \int d^2\theta \frac{1}{2} k_a S (W^\alpha W_\alpha)_i$ est le couplage de S aux champs de jauge.

Le système représenté par $\mathcal{L}_0$ peut avoir des anomalies mixtes notées A_a entre $U(1)_X$ et G_a, G_a contenant au moins les symétries du modèle standard et $U(1)_X$.

Si Λ correspond au superchamp correspondant aux transformations de jauge, les anomalies de $U(1) \times G_a^2$ donnent donc

$$\delta\mathcal{L}_0 = \sum_a \int d^2\theta \Lambda A_a (W^\alpha W_\alpha)_a \tag{5.19}$$

Il suffit que les variations du lagrangien $\mathcal{L}_{GS}$ compensent celles du reste du sytème pour que le système conserve ses symétries. On prend donc

$$S \to S + \Lambda \delta_{GS}, \text{ où } \delta_{GS} = \frac{A_3}{k_3} = \frac{A_2}{k_2} = \frac{A_1}{k_1} \tag{5.20}$$

Dans ce cas, un système qui peut sembler anomal ne l'est en fait pas.

5.5.2 Une contrainte commune (et mystérieuse)

Dans les modèles de type WFR, nous ne sommes pas obligés de supposer l'unification des constantes de couplage du modèle standard. Mais si nous le faisons, nous arrivons à un résultat intéressant sur nos modèles.

Les couplages de jauges physiques d'une théorie des champs supersymétrique sont données à tous les ordres de la théorie des perturbations par [104, 105]

$$\frac{4\pi^2}{g_a^2(\mu)} = Ref_a + \frac{b_a}{4} \log \frac{\Lambda^2}{\mu^2} + \frac{T(G_a)}{2} \log g_a^{-2}(\mu^2) - \sum_r \frac{T_a(r)}{2} \log \det Z_{(r)}(\mu^2) , \tag{5.21}$$

où

$$b_a = \sum_r n_r T_a(r) - 3T(G_a) \quad , \quad T_a(r) = Tr_r \, T_{(a)}^2 \tag{5.22}$$

sont les fonction beta et l'index de Dynkin de la représentation r sous le facteur du groupe de jauge G_a, f_a sont les couplages de jauge holomorphiques, $Z_{(r),ij}$ sont les fonctions d'onde des champs de matière d'indices i, j et le déterminant $\det Z_{(r)}(\mu^2)$ est calculé sur l'espace de saveurs.

Dans notre cas, $Z_{(r)} \simeq diag\ (\epsilon^{-2q_1^{(r)}}, \epsilon^{-2q_2^{(r)}}, \epsilon^{-2q_3^{(r)}})$ et donc

$$\log \det Z_{(r)} \ = \ -2 \sum_i q_i^{(r)} \log \epsilon \ , \tag{5.23}$$

où les $q_i^{(r)}$ sont les "charges" $U(1)$ des représentations contenant la matière $r = Q, U, D, L, E, H_u, H_d$. On définit les quantités suivantes

$$A_a \ = \ -\frac{1}{\log \epsilon} \sum_r \frac{T_a(r)}{2} \log \det Z_{(r)} \ , \tag{5.24}$$

qui sont proportionnelles aux contributions additionnelles au running provenant d'un secteur couplé fortement, produisant les fonctions d'onde hiérarchiques. Notons que l'unification du MSSM est préservée si

$$A_3 \ = \ A_2 \ = \ \frac{3}{5} A_1 \ . \tag{5.25}$$

Avec le contenu en champs du MSSM, on trouve

$$\begin{aligned}
SU(3) \ : \qquad & A_3 \ = \ \sum_i (2q_i + u_i + d_i) \ , \\
SU(2) \ : \qquad & A_2 \ = \ \sum_i (3q_i + l_i) + h_u + h_d \ , \\
U(1)_Y \ : \qquad & A_1 \ = \ \sum_i (\frac{1}{3} q_i + \frac{8}{3} u_i + \frac{2}{3} d_i + l_i + 2e_i) + h_u + h_d
\end{aligned} \tag{5.26}$$

Notons aussi que les quantités A_i peuvent être simplement reliées aux déterminants des matrices de Yukawa des leptons et quarks via

$$\begin{aligned}
\det(Y_U Y_D^{-2} Y_L^3) \ &= \ \epsilon^{\frac{3}{2}(A_1 + A_2 - 2A_3)} \ , \\
\det(Y_U Y_D) \ &= \ \epsilon^{A_3 + 3(h_u + h_d)} \ .
\end{aligned} \tag{5.27}$$

Ces quantités interviennent dans le cas de d'un Froggatt-Nielsen, avec un $U(1)$ jaugé qui génère la hiérarchie des Yukawas, via (5.25)-(5.27), voir [95], [96], [97]. On peut comparer ces contraintes au cas étudié ici :

- Dans le cas de FN jaugé, les quantités (5.26) correspondent aux coefficients des anomalies mixtes $U(1)_X G_a^2$, entre le groupe jaugé $U(1)_X$ et les groupes de jauges du modèle standard $G_a = SU(3), SU(2), U(1)_Y$.
- Dans le cas de FN, (5.25) représente la condition d'annulation des anomalies de Green-Schwarz (pour des cordes hétérotiques et certaines cordes de type II).

Dans notre cas, (5.25) représente les conditions pour l'unification des couplages de jauge à l'échelle ou le secteur fortement couplé découple du running. Même s'il n'y a pas de symétrie $U(1)$ de jauge dans le cas WFR, l'unification des couplages impose exactement les mêmes contraintes que si les "charges" étaient reliées à une symétrie U(1) de type FN (en tous cas pour les anomalies mixtes $U(1)_X \times G_a^2$).

En utilisant les résultats de [96], [97] sur la strucutre des masses des quarks et leptons, on peut écrire cette relation qui va nous être utile

$$A_1 + A_2 - \frac{8}{3} A_3 \simeq 2(h_u + h_d) \ . \tag{5.28}$$

Les conditions d'unification (5.25) amènent donc à $h_u + h_d = 0$. Comme dans les modèles de renormalisation des fonctions d'ondes, toutes les "charges" sont positives ou nulles, cela donne donc $h_u = h_d = 0$. Dans le cas où on interprète la renormalisation des fonctions d'onde avec une dimension supplémentaire, cela se traduit par le fait que les deux doublets de Higgs sont localisés sur la brane ultraviolette.

On peut aussi mentionner une autre possibilité plausible pour l'unification : les couplages de jauge holomorphique et les fonctions d'onde prises séparemment violent les relations des couplages de jauge de SU(5), mais leurs contributions combinées les préservent. Pour une étude approfondie de l'unification des couplages de jauge dans des théories comprenant des secteurs fortement couplés, voir [106]

Remarquons que, dans le cas de FN, les conditions sur les anomalies mixtes (5.26) imposée au modèle C de la partie (5.4) donnent aussi $h_u + h_d = 0$, $d_3 - l_3 = 2/3$. Une facon simple de réaliser cette contrainte est de prendre $h_u = h_d = 0$, $d_3 = 1, l_3 = 1/3$. Dans ce cas, la symétrie $U(1)_X$ se brise en une symétrie discrète Z_3^L agissant sur les leptons. Elle permet d'éviter la désintégration du proton. C'est un effet qu'il est difficile de reproduire dans le cas de modèles de type WFR, qui ont donc typiquement des problèmes avec la désintégration du proton.

5.6 Un modèle à 5 dimensions pour réaliser une renormalisation forte des fonctions d'onde

Il y a plusieurs facons de générere un modèle reposant sur la renormalisation des fonctions d'onde. On peut utiliser des modèles à 4D fortement couplés ou bien des modèles avec dimension supplémentaire dans lesquels les fonctions d'ondes sont localisées différemment en fonction de leur saveur.

On a travaillé avec une variante du modèle standard de Randall-Sundrum [39], avec une brane ultraviolette dont l'échelle était $\Lambda_{UV} \sim M_p$ et une brane infrarouge d'échelle $\Lambda_{IR} \sim \Lambda_{GUT}$. En comparant le cas standard RS non supersymétrique, dans lequel les hiérarchies dans les masses de fermions sont générées par le recouvrement des fonctions d'onde on remarque que dans ce cas, comme

$\epsilon_{RS} = \frac{\Lambda_{UV}}{\Lambda_{IR}} \sim 10^{-16}$, les masses de bulk c_i doivent être ajustée pour être proches de 1/2 et ne pas générer de trop grandes hiérarchies dans les masses des fermions. Comme dans notre cas, on a pris une dimension supplémentaire très petite, $10^{-3} \leq \epsilon \leq 10^{-1}$ il n'y a pas besoin d'ajustement. Evidemment, le problème de hiérarchie n'est pas résolu avec une dimension de cette taille. C'est la supersymétrie qui va s'assurer de répondre au problème de naturalité.

Vu la différence entre les énergies, la cinquième dimension est donc très petite, de rayon R et la hiérarchie est donnée par

$$\epsilon = \frac{\Lambda_{IR}}{\Lambda_{UV}} = e^{-k\pi R} \tag{5.29}$$

où k est la courbure de l'espace AdS à 5 dimensions.

Tous les champs du MSSM sont dans le bulk, localisés de sorte à créer des Yukawas hiérarchiques [132].

Comme dans l'article [93], on commence avec des termes de Kähler ($0 < y < \pi R$)

$$\begin{aligned}\hat{K} = & e^{(1-2c_{h_u})ky} H_u^\dagger H_u + e^{(1-2c_{h_d})ky} H_d^\dagger H_d \\ & + e^{(1-2c_{q,i})ky} Q_i^\dagger Q_i + e^{(1-2c_{u_i})ky} U_i^\dagger U_i + e^{(1-2c_{d_i})ky} D_i^\dagger D_i \\ & + \delta(y) k^{-3} X^\dagger X \left(C_{q,ij} Q_i^\dagger Q_i + C_{u,ij} U_i^\dagger U_i + C_{d,ij} D_i^\dagger D_i + C_{h_u} H_u^\dagger H_u + C_{h_d} H_d^\dagger H_d \right) .\end{aligned} \tag{5.30}$$

dans lesquels $i, j = 1, 2, 3$ représente les familles et les coefficients sont quelconques $\mathcal{O}(1)$. On n'a gardé que les champs avec des modes zéros (l'échelle est petite donc les états excités sont hors d'accès), les champs conjugués ϕ^c dont des conditions de Diriclet aux bords $(--)$ et donc n'ont pas de zero mode.

Les leptons ont un lagrangien analogue. Les termes cinétiques localisés sur les branes peuvent aussi être introduits, et même s'ils dépendent de la saveur, ils ne changent rien au résultat final.

On introduit un superpotentiel qui rend compte des couplages sur les deux branes (on se limite aux squarks par simplicité) :

$$\begin{aligned}\hat{W} = & \delta(y) k^{-\frac{3}{2}} \left(\hat{Y}^u_{ij} H_u Q_i U_j + \hat{Y}^d_{ij} H_d Q_i D_j + k^{-1} X \hat{A}^u_{ij} H_u Q_i U_j + k^{-1} X \hat{A}^d_{ij} H_d Q_i D_j \right) \\ & + \delta(y - \pi R)(k\epsilon)^{-\frac{3}{2}} \left(\hat{Y}'^u_{ij} \epsilon^{c_{h_u} + c_{q_i} + c_{u_j}} H_u Q_i U_j + \hat{Y}'^d_{ij} \epsilon^{c_{h_d} + c_{q_i} + c_{d_j}} H_d Q_i D_j \right)\end{aligned} \tag{5.31}$$

On a confiné le spurion X qui brise la supersymétrie sur la brane ultraviolette, à $y = 0$. On a introduit des couplages de Yukawas sans dimension arbitraires sur chacune des branes. Après intégration sur la dimension supplémentaire, les termes cinétiques gagnent une renormalisation de fonction d'ondes

$$Z_q = \frac{1}{(1-2c_q)k} \left(\epsilon^{2c_q - 1} - 1 \right) , \tag{5.32}$$

et donc on peut approximer Z_q par

$$Z_q \sim \frac{\epsilon^{2c_q-1}}{(1-2c_q)k} \quad \text{pour } c<1/2 \quad \text{et} \quad Z_q \sim \frac{1}{(2c_q-1)k} \quad \text{pour } c>1/2\,. \tag{5.33}$$

Notons que

- Pour $c_q < \frac{1}{2}$ le champ est localisé près de la brane infrarouge. On lui donne les "charges" fictives $q = \frac{1}{2} - c_q > 0$ et $q' = 0$.
- Pour $c_q > \frac{1}{2}$ le champ est localisé près de la brane ultraviolette. Ses charges sont $q = 0$ et $q' = c_q - \frac{1}{2} > 0$.
- On retrouve une localisation exacte sur la brane ultraviolette (resp infrarouge) en prenant la limite q' (q) tend vers l'infini.

Après être revenu à une normalisation canonique, cela donne des couplages de Yukawas suivant

$$Y^u_{ij} = \hat{Y}^u_{ij}\epsilon^{q_i+u_j+h_u} + \hat{Y}'^u_{ij}\epsilon^{q'_i+u'_j+h'_u}\,, \tag{5.34}$$
$$Y^d_{ij} = \hat{Y}^d_{ij}\epsilon^{q_i+d_j+h_d} + \hat{Y}'^d_{ij}\epsilon^{q'_i+d'_j+h'_d}\,. \tag{5.35}$$

Chaque champ a au moins un type de yukawa supprimé,$\hat{Y}$ ou $\hat{Y}'$, suivant qu'il soit localisé vers l'infrarouge ou l'ultraviolet.

Comme on choisit de prendre X sur la brane ultraviolette, la masse soft et les A-termes à haute énergie sont donnés par les expressions de la section 5.4 avec

$$m_0 \sim \frac{|F_X|}{k}\,. \tag{5.36}$$

On choisit de placer les champs du MSSM comme suit :

- Les deux premières générations de quarks et leptons sont localisés près de la brane infrarouge. Dans l'interprétation 4D holographique, les deux premières générations sont des états composites.
- le quark top est localisé sur ou près de la brane ultraviolette, tandis que le bottom et le tau sont localisés près de la brane ultraviolette ou infrarouge, suivant la valeur de tanβ. Dans le language holographique, le quark top est élémentaire.
- les deux doublets de Higgs H_u, H_d sont localisés près de la brane ultraviolette et donc $h_u,\ h_d = 0$. Ils sont donc élémentaires dans l'interprétation holographique. Dans le scénario suivant, nous considèrerons un h'_d non nul représentant une “"queue" non négligeable près de l'infrarouge. Ceci est facile à réaliser vu que la dimension supplémentaire est très petite.
- le spurion X est localisé sur la brane ultraviolette

Ici, c'est bien parce qu'on travaille dans un modèle de type WFR qu'on a plus de libertés que d'habitude. Les cas interprétables en termes de symétries FN sont ceux pour lesquels les Yukawas sont situés sur la brane ultraviolette. Dans ce cas, les corrections provenant de la “queue” du Higgs, près de la brane infrarouge, sont négligés.

Si h'_u et h'_d sont assez grands (c'est à dire que les Higgs sont très proches de la brane UV), les couplages de Yukawas provenant de la brane infrarouge (c'est-à-dire les termes proportionnels à $\hat{Y}'$ dans Eqns. (5.34) et (5.35)) sont toujours sous-dominants par rapport à ceux provenant de la brane ultraviolette, donc négligeables. Pour des valeurs plus grandes, ils peuvent devenir comparables, au moins pour les générations légères, et peuvent être utilisées pour contourner le problème lié à $\mu \to e\gamma$ signalé dans la partie 5.4. Par exemple, pour les trois générations de leptons localisés vers l'infrarouge (pour des $\tan\beta$ petits ou moyens), on a

$$Y^e_{ij} = \hat{Y}^e_{ij}\epsilon^{\ell_i+e_j} + \hat{Y}'^e_{ij}\epsilon^{h'_d}\,, \qquad A^e_{ij} = m_0\hat{A}^e_{ij}\epsilon^{\ell_i+e_j} \tag{5.37}$$

Idéalement, cela supprimerait les dangereux A termes sans supprimer les Yukawas correspondants. Pour le faire, il suffit d'augmenter ℓ_1 et/ou e_1 de telle sorte que A^e_{12} et A^e_{21}soient assez petits pour vérifier les limites pour une masse de sleptons donnée.[5] Pour éviter d'avoir une masse trop petite pour l'électron, on génère Y^e_{11} grâce à h'_d, c'est à dire grâce aux couplages sur la brane infrarouge habituellement négligés. On peut par exemple prendre :

$$\begin{aligned} \ell_1 + e_1 &> h'_d && (5.38)\\ h'_d &\sim 5 + \ell_3 + e_3 && (5.39)\\ \ell_2 + e_2 &\sim 2 + \ell_3 + e_3\,. && (5.40) \end{aligned}$$

où les deux dernières relations donnent les bons rapports de masses pour $e-\tau$ et $\mu-\tau$. Un choix possible, satisfaisant aussi les conditions d'unification Eq. (5.25), reste donné par

$$q = (4,2,0)\,, \qquad u = (3,2,0)\,, \qquad e = (5,2,0)\,, \tag{5.41}$$

$$d = (5,0,0) + d_3\,, \qquad \ell = (4,0,0) + d_3\,, \qquad h'_d \sim 5 + d_3\,. \tag{5.42}$$

Ceci donne les Yukawas suivants :

$$Y^u \sim \begin{pmatrix} \epsilon^7 & \epsilon^6 & \epsilon^0 \\ \epsilon^5 & \epsilon^4 & \epsilon^2 \\ \epsilon^3 & \epsilon^2 & \epsilon^0 \end{pmatrix}, \quad Y^d \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^{\underline{8}} & \epsilon^7 & \epsilon^7 \\ \epsilon^{\underline{8}} & \epsilon^5 & \epsilon^5 \\ \epsilon^8 & \epsilon^3 & \epsilon^3 \end{pmatrix}, \quad Y^e \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^{\underline{8}} & \epsilon^{\underline{8}} & \epsilon^7 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \end{pmatrix}. \tag{5.43}$$

Les exposants soulignés sont ceux qui sont générés par les nouvelles contributions dans le second terme de l'équation Eq. (5.37). On voit que seul les masses des quarks et de l'électron sont affectées par h'_d. De l'autre côté, les A-termes sont donnés par

$$A^u \sim Y^u\,, \quad A^d \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^{12} & \epsilon^7 & \epsilon^7 \\ \epsilon^{10} & \epsilon^5 & \epsilon^5 \\ \epsilon^8 & \epsilon^3 & \epsilon^3 \end{pmatrix}, \quad A^e \sim t_\beta \begin{pmatrix} \epsilon^{12} & \epsilon^9 & \epsilon^7 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \\ \epsilon^8 & \epsilon^5 & \epsilon^3 \end{pmatrix}. \tag{5.44}$$

5. Le terme A^e_{11} qui génère l'EDM de l'électron en est d'autant plus supprimé.

La suppression des éléments 12 et 21 de A^e est maintenant suffisante pour fournir une masse de sleptons de l'ordre de 200 GeV. Notons que les modèles FN, même avec plusieurs $U(1)$, n'ont pas de mécanisme équivalent.

Pour supprimer les opérateurs qui violent la R-parité, nous devons imposer la R-parité comme symétrie dans l'action effective. Une fois que cela est fait, il reste souvent des opérateurs de dimension 5. Dans notre cas, si le champ triplet de Higgs est localisé sur la brane ultraviolette avec les doublets, ces opérateurs y sont généralement naturellement générés, et on trouve

$$\frac{1}{\Lambda_{UV}}\epsilon^{q_i+q_j+q_l+l_m}Q_iQ_jQ_kL_m \quad , \quad \frac{1}{\Lambda_{UV}}\epsilon^{u_i+u_j+d_k+e_m}U_iU_jD_kE_m \ . \tag{5.45}$$

Comme les deux premières générations sont localisés sur la brane infrarouge, on a une suppression supplémentaire, tout comme les Yukawas des deux premières générations situées dans l'ultraviolet, ce qui est assez pour ramener ces opérateurs dans les limites expérimentales [107].

5.7 Conclusions

Les modèles supersymétriques avec renormalisation de fonction d'ondes reproduisent le succès des modèles de FN pour décrire les matrices de masses des fermions ainsi que leurs mélanges, tout en réduisant leurs problèmes vis-à-vis des changements de saveur dans les courants neutres. Dans les modèles à 4 dimensions, ceux-ci sont fortement supprimés dans le secteur des quarks mais doivent être regardés de près dans le secteur leptonique, avec des problèmes pour $\mu \to e\gamma$. On a vu que si on prend un modèle avec une dimension en plus, du genre RS mais avec une brane infrarouge à l'échelle de Λ_{GUT},avec les deux premières générations composites, dans l'infrarouge, et la troisième élémentaire, dans l'ultraviolet, on peut résoudre ce problème grâce à un terme de masse pour l'électron généré via un couplage fort au secteur conforme. Le cas WFR dans un espace à 5 dimensions offre donc certains libertés qu'on ne peut reproduire dans le cadre de modèles de type FN.

Nous avons vu que les modèles de FN et le WFR suivent une contrainte commune pour deux raisons apparemment différentes. Dans le premier cas, il s'agit d'une condition d'annulation des anomalies, tandis que dans le cas de WFR, il s'agit de s'assurer de la convergence des constantes de couplage.

On a vu que les changements de saveur dans les courants neutres sont plus fortement supprimés dans les cas de WFR que dans les cas de FN. Si on en détecte près des limites actuelles, cela sera donc un signal pour des modèles de type FN plutôt que WFR.