

### CHAPITRE 3

#### COMPRESSION PLANE DE MONOCRISTAUX CUBIQUES CENTRES

---

Cette partie du travail consiste à étudier de façon expérimentale le comportement plastique de monocristaux cubiques centrés en grandes déformations. Pour cela, nous avons choisi l'essai de compression plane partiellement imposée qui est un mode de déformation voisin du laminage et pour lequel les conditions aux limites sont relativement bien déterminées. Afin de caractériser le comportement plastique de ces cristaux aussi complètement que possible, nous nous sommes intéressés aux aspects suivants de la déformation : les relations contrainte - déformation, les réorientations cristallines, les cisaillements finis et les systèmes de glissement actifs. En effet, jusqu'à présent, très peu d'expériences en glissement multiple ont été réalisées sur les métaux cubiques centrés ; si ce n'est deux études en compression plane partiellement imposée. L'une réalisée par Crutchley et al. (1970) sur 2 orientations de haute symétrie  $(1\ 1\ 0)[\bar{1}\ 1\ 0]$  et  $(1\ 1\ 0)[0\ 0\ 1]$  pour Cr, Mo, V et Nb. L'autre réalisée par Carpay et al. (1975, 1977) sur des cristaux de Mo pour les 4 orientations suivantes :  $(1\ 1\ 0)[1\ \bar{1}\ 0]$ ,  $(1\ 1\ 0)[0\ 0\ 1]$ ,  $(1\ 0\ 0)[0\ 1\ 1]$  et  $(1\ 0\ 0)[0\ 1\ 0]$ . Mais aucune ne traite en détails des différents aspects de la déformation plastique pour des cristaux orientés de façon quelconque, comme nous nous en sommes fixés le but.

De plus, afin de prévoir les observations expérimentales, nous avons utilisé une généralisation de la théorie de Taylor - Bishop - Hill adaptée aux conditions mixtes de la compression plane (Renouard et Wintenberger, 1976). Dans ce modèle, nous avons également fait des hypothèses quant aux valeurs des cisssions résolues critiques sur les différents systèmes de glissement afin de confronter les prévisions théoriques aux résultats expérimentaux.

Dans ce chapitre, nous présentons donc le dispositif et les techniques expérimentales ainsi que les méthodes de calcul utilisées.

\* \*  
\*

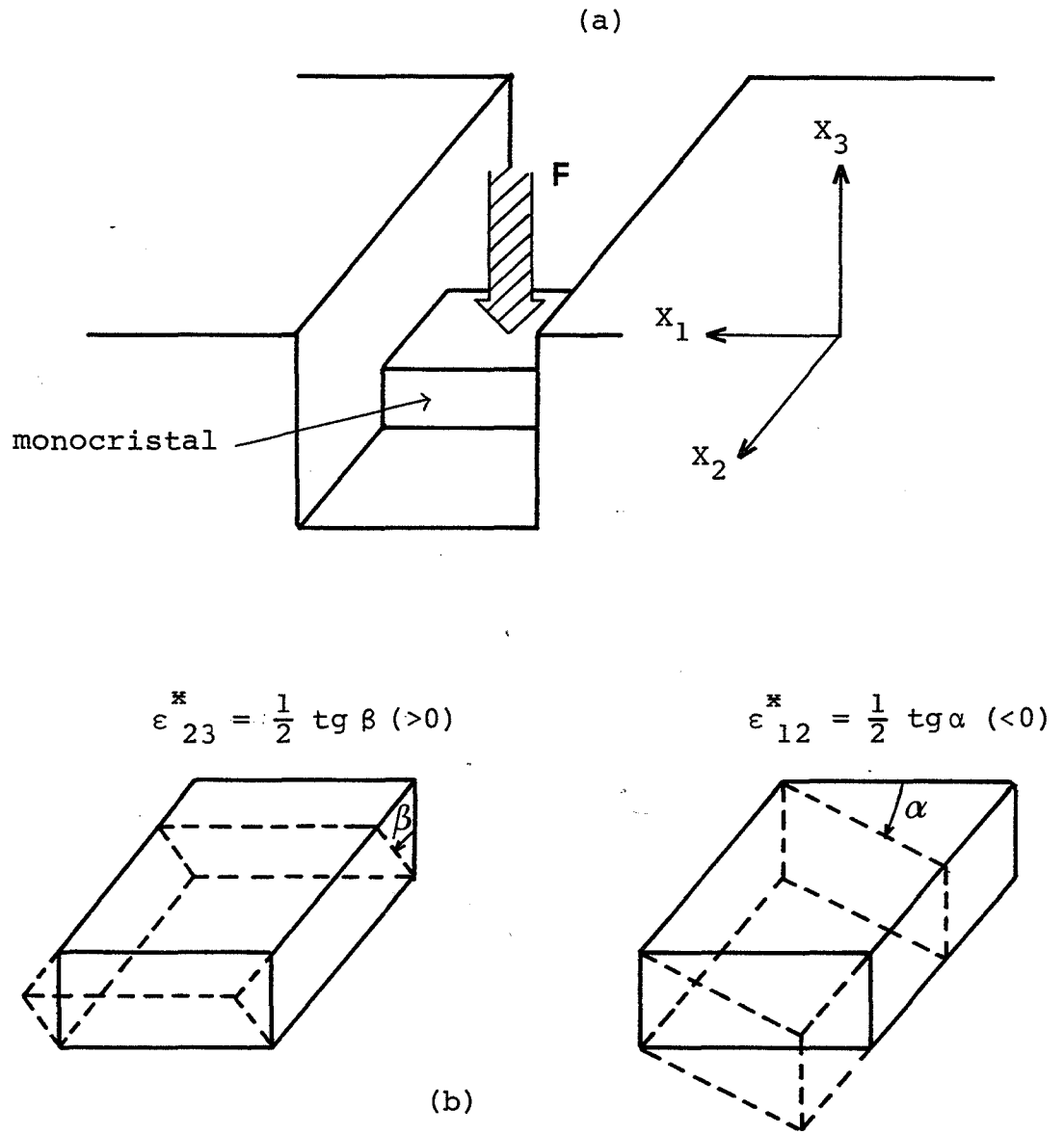


Figure 3.1 Représentation de l'essai de compression plane partiellement imposée d'un monocrystal :

- (a) schéma du dispositif,
- (b) possibilités de cisaillement.

### 3.1 METHODES EXPERIMENTALES

#### 3.1.1 Dispositif de compression plane

L'essai de compression plane consiste à imposer une déformation homogène de compression suivant l'axe  $X_3$  à un échantillon qui s'allonge dans la direction  $X_2$  en empêchant la déformation transverse (Fig. 3.1(a)). Le dispositif utilisé est celui proposé par Chin, Nesbitt et Williams (1966), il est constitué d'une matrice comportant un couloir dans lequel vient s'encastrent le poinçon. L'appareil en acier pratiquement indéformable (90 MCV8, trempé à l'huile à 800° C et revenu à 150° C) est fixé sur une machine de traction - compression INSTRON de 250 kN (Fig. 3.2).

Par cette technique, le monocristal peut cisailier librement le long du couloir de la matrice, l'amplitude de ces deux cisaillements étant fonction de l'orientation de l'échantillon et de la déformation imposée (Fig. 3.1(b)).

#### 3.1.2 Elaboration des échantillons

Les deux métaux cubiques centrés choisis pour cette étude sont :

\* un alliage fer-silicium dont des monocristaux orientés sont élaborés à partir de fer pur électrolytique et de silicium haute pureté par la méthode de solidification en nacelle horizontale (Roche, 1976), (Magnin, 1980). La composition de cet alliage est la suivante :

élément	C	N	Cu	Mo	Cr	Ni	Ti	Mn
teneur en ppm	50-60	30	5	20	50	100	70	60

La teneur en silicium variant de 2,7 à 3 % en poids suivant le barreau considéré, toutes les orientations ont été testées pour deux compositions en Si différentes afin d'éliminer toute influence possible de cet élément sur la déformation plastique.

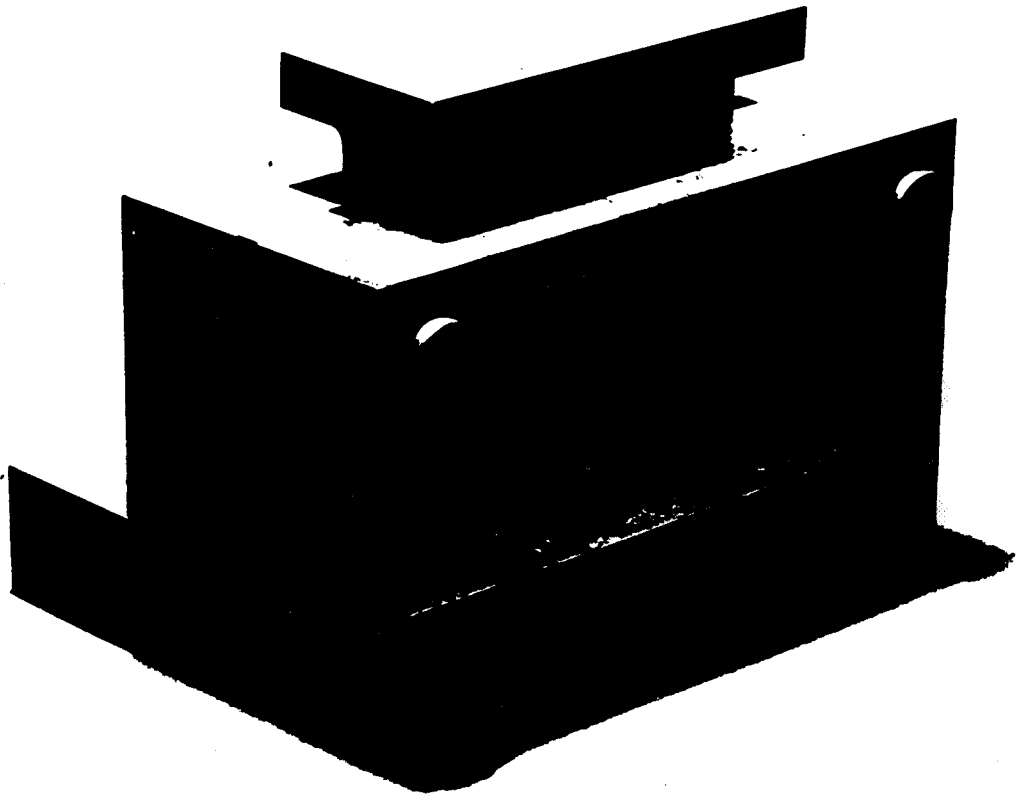


Figure 3.2 Dispositif de compression plane utilisé.

\* des monocristaux de niobium de haute pureté (99,99 %) achetés à la société LEICO aux U.S.A.

Le découpage d'échantillons ayant une orientation bien déterminée dans ces barreaux monocristallins nécessite une grande précision et requiert un minimum de perte. Nous avons donc utilisé une tronçonneuse de précision du type Meyer et Burger munie d'une platine goniométrique. Toutes les chutes de métal sont récupérées pour être analysées. En effet, la teneur en éléments d'alliage varie parfois le long d'un monocristal. Aussi est-il nécessaire de vérifier que la teneur en Si est constante pour une série d'échantillons découpés dans un même barreau monocristallin.

Cependant, le tronçonnage provoque un écrouissage superficiel du matériau qui se traduit par un astérisme important des tâches de diffraction des rayons X. Cet écrouissage est éliminé par un recuit à 1 250° C pendant 8 heures pour le Fe - Si et par un recuit à 1 000° C pendant 6 heures pour le niobium. Ce traitement thermique est effectué sous une atmosphère d'argon de 150 torrs réalisée dans des ampoules en quartz, ce qui permet de restaurer la structure monocristalline.

Afin d'obtenir les dimensions finales des échantillons à savoir : épaisseur 4 mm, largeur  $5 \pm 0,01$  mm et longueur 7 mm, nous avons réalisé un polissage mécanique au papier 1 000, suivi d'un polissage électrolytique effectué dans les conditions suivantes :

- Pour le Fe-Si :

bain : 680 ml d'acide acétique glacial,  
160 ml d'acide perchlorique (70 %),  
160 ml de butycellosolve ;

tension : 15 - 20 volts avec une cathode en acier inoxydable ;

température : 0 - 2° C avec une forte agitation ;

durée : 30 minutes pour enlever 0,05 mm ;

rinçage à l'alcool éthylique.

- Pour le Nb :

bain : 900 ml d'acide sulfurique (96 %),  
100 ml d'acide fluorhydrique (40 %) ;

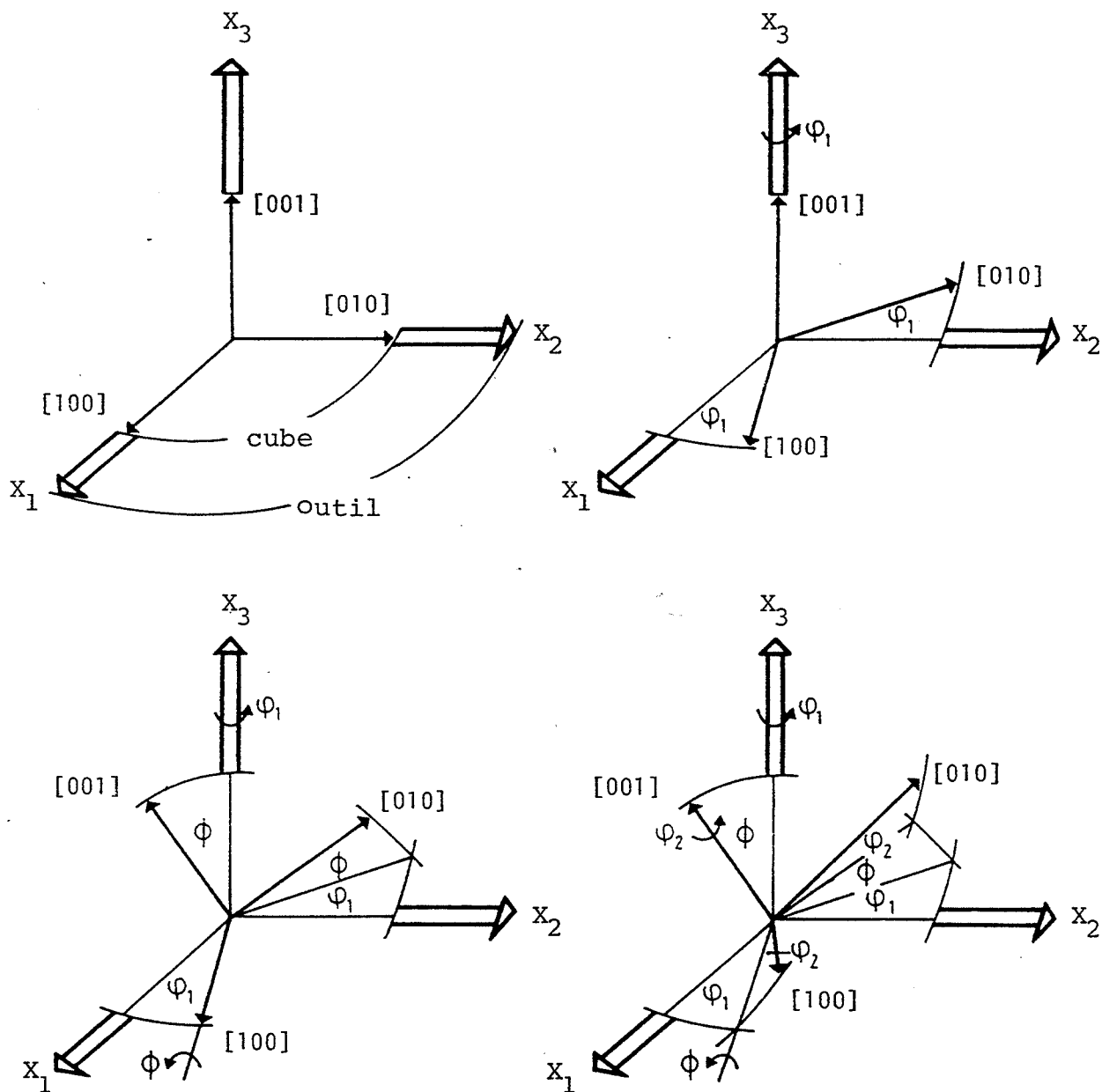


Figure 3.3 Représentation des 3 angles d'Euler ( $\varphi_1, \phi, \varphi_2$ ) permettant de positionner le repère de l'outil par rapport au repère du cube et inversement (Bunge, 1969).

tension : 15 volts avec une cathode en platine ;

température : 35 - 40° C avec une faible agitation ;

durée : 1 minute sous tension suivie de 2 minutes avec la tension coupée pour dissoudre la couche visqueuse formée au cours du polissage pour enlever 0,1 mm ;

rinçage à l'eau et ensuite à l'alcool éthylique.

Ce polissage permet d'obtenir un état de surface miroir exempt de tout écrouissage.

Avant déformation, une grille est tracée parallèlement aux axes  $X_1$ ,  $X_2$  et  $X_3$  sur une des faces de compression et transverses des échantillons. Cette grille dont l'espacement est de 1 mm est gravée à l'aide d'un micro-duromètre muni d'un diamant à rayures. Elle permet de mesurer les cisaillements  $\varepsilon_{12}^*$  et  $\varepsilon_{23}^*$  au cours de la déformation à l'aide des angles  $\alpha$  et  $\beta$  (Fig. 3.1(b)) et de contrôler l'homogénéité de la déformation.

Les orientations cristallines sont déterminées, avant déformation, par diffraction des rayons X selon la méthode de Laue en retour (la précision est de l'ordre du degré). Chaque orientation est caractérisée par les angles d'Euler  $(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$  (Fig. 3.3) et par la notation  $(h k l)[u v w]$  où  $h, k, l$  sont les cosinus directeurs de la normale au plan de compression  $X_3$  et  $u, v, w$  ceux de la direction d'allongement  $X_2$  dans le repère du cube.

### 3.1.3 Réalisation de l'essai de compression plane

Afin de réduire les frottements échantillon-matrice-poinçon, nous avons utilisé un film de teflon (0,05 mm d'épaisseur) afin de lubrifier les surfaces de contact. Cela permet d'éviter un cisaillement superficiel trop important. L'essai de compression plane est réalisé à température ambiante avec le dispositif décrit précédemment, la vitesse de déplacement de la traverse étant de 0,2 mm/min (c'est-à-dire  $\dot{\varepsilon}_{33} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  au début de l'essai).

La déformation pour la compression plane sera définie conventionnellement par :

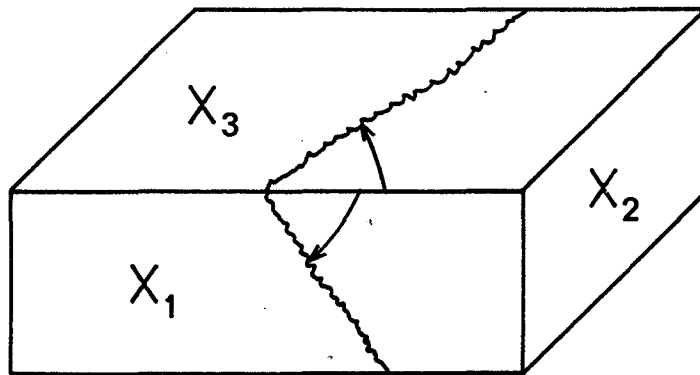


Figure 3.4 Traces d'un plan de glissement sur deux faces d'indices connus  $X_3$  et  $X_1$ .



$$\varepsilon = \varepsilon_{22} = -\varepsilon_{33} = \ln \frac{e_0}{e} = \ln \frac{l}{l_0} \quad (3.1)$$

où  $e_0$  et  $l_0$  sont respectivement l'épaisseur et la longueur initiales de l'échantillon, et  $e$  et  $l$ , son épaisseur et sa longueur en cours de déformation.

Après chaque réduction de 10 %, l'essai est interrompu, les dimensions de l'échantillon sont mesurées avec précision afin de vérifier que les cristaux sont bien déformés en compression plane ( $\dot{\varepsilon}_{11} < 0.01$ ), le teflon est renouvelé afin d'assurer une meilleure lubrification. Les courbes contrainte  $\sigma_{33}$  - déformation  $\varepsilon_{22}$  sont alors obtenues à partir de la force appliquée  $F$  et des dimensions du cristal par les relations :

$$\sigma_{33} = \frac{F}{S} \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_{22} = \ln \frac{e_0}{e} \quad (3.3)$$

où  $S$  est la surface de la face de compression en cours d'essai.

Après des taux de déformation de 10, 30 et 50 %, les orientations cristallines sont déterminées à partir des figures de pôles  $\{110\}$  dont la précision est de  $\pm 1^\circ$  à  $\pm 5^\circ$  selon la largeur des pics de diffraction. De plus, la mesure de l'orientation est effectuée en plusieurs points de l'échantillon (au centre de la face de compression et également sur chaque moitié, l'autre étant masquée) afin de s'assurer de l'homogénéité ou de l'hétérogénéité de la déformation.

Les distorsions des grilles sont également analysées après chaque arrêt de l'essai afin de mesurer les cisaillements libres en fonction de la déformation. De plus, les extrémités cisillées des cristaux sont éliminées par un polissage mécanique afin de rendre à l'échantillon sa forme rectangulaire. Cela est réalisé dans le but d'éviter de créer un état de contrainte et des vitesses de déformation hétérogènes dans les zones cisillées.

Les lignes de glissement sont analysées par microscopie optique à contraste interférentiel en surface et dans le volume à partir des traces observées sur les faces transverse et de compression de l'échantillon (Fig. 3.4). Cette détermination ne s'avéra possible que dans le cas du Fe - Si. En effet, pour le niobium, malgré de nombreuses



tentatives sur les conditions de polissage, nous n'avons pas réussi à obtenir un état de surface suffisamment bon pour permettre l'observation des traces des lignes de glissement.

Pour le Fe - Si, l'observation de ces traces en surface a été réalisée comme suit. Après un taux de déformation donné, l'échantillon est repoli électrolytiquement dans les conditions citées auparavant. Il est à nouveau déformé de 5 % afin de mettre en évidence les systèmes de glissement intervenant pour ce taux de déformation donné. Pour l'observation des lignes de glissement à coeur, l'échantillon est poli mécaniquement, puis électrolytiquement dans la solution 16 %  $\text{HClO}_4$ , 16 %  $\text{C}_6\text{H}_{16}\text{O}_2$  et 68 %  $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$  comme précédemment et est immédiatement attaqué dans une solution à 10 %  $\text{HNO}_3$  afin de révéler toute trace de glissement dans le volume de l'échantillon.

### 3.2 METHODES DE CALCULS

A présent, nous allons détailler la méthode de calcul utilisée pour simuler le comportement en grandes déformations plastiques de monocristaux cubiques centrés en compression plane partiellement imposée. Pour cela, nous utilisons une généralisation de la théorie de Taylor - Bishop - Hill aux conditions mixtes proposées par Renouard et Wintenberger (1976). Ce modèle déjà appliqué avec succès aux cas des métaux cubiques à faces centrées (Kocks et Chandra, 1982) est basé sur l'hypothèse d'une déformation homogène d'un monocristal rigide - plastique dont l'écoulement ne dépend pas de la pression hydrostatique.

Dans un premier temps, nous explicitons comment obtenir, à partir de ce modèle, l'état de contrainte, les systèmes à l'état critique, les amplitudes de glissement, les cisaillements finis ainsi que la rotation cristalline dans le cas de la compression plane. Ensuite, nous commentons les différentes hypothèses faites sur les valeurs des cissions résolues critiques pour les systèmes de glissement dans le cas des métaux cubiques centrés.



### 3.2.1 Application du modèle généralisé de Taylor - Bishop - Hill au cas de la compression plane

Nous avons vu que le dispositif utilisé (Fig. 3.1) empêche les déplacements dans la direction transverse  $X_1$  et ne permet qu'un déplacement homogène dans la direction de compression  $X_3$ . De par cette géométrie, les composantes  $\dot{d}_{ij}$  du gradient des vitesses de déplacement  $\dot{u}_i$  dans la direction  $x_i$  d'un élément de surface parallèle à  $x_j$  sont telles que  $\dot{d}_{11} = \dot{d}_{12} = \dot{d}_{13} = 0$ , mais également  $\dot{d}_{31} = \dot{d}_{32} = 0$ .

Dans le repère outil, les tenseurs des gradients des vitesses de déplacement  $\dot{d}$  et des vitesses de déformation  $\dot{\epsilon}$  s'écrivent donc dans la notation choisie (\* pour inconnu et - pour imposé) de la façon suivante :

$$\dot{d} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \dot{d}_{21}^* & -\overline{\dot{d}_{33}} & \dot{d}_{23}^* \\ 0 & 0 & \overline{\dot{d}_{33}} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$\dot{\epsilon} = \begin{pmatrix} 0 & \dot{\epsilon}_{12}^* & 0 \\ \dot{\epsilon}_{12}^* & \overline{\dot{\epsilon}} & \dot{\epsilon}_{23}^* \\ 0 & \dot{\epsilon}_{23}^* & -\overline{\dot{\epsilon}} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

étant donné que  $\dot{\epsilon}_{ij} = 1/2(\dot{d}_{ij} + \dot{d}_{ji})$ .

De plus, la face de l'échantillon dans la direction d'allongement  $X_2$  étant libre, les 3 composantes de la contrainte  $y$  sont nulles ( $\sigma_{12} = \sigma_{22} = \sigma_{23} = 0$ ). De ce fait, le tenseur de contrainte  $\sigma$  se met sous la forme suivante :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^* & 0 & \sigma_{13}^* \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{13}^* & 0 & \sigma_{33}^* \end{pmatrix} \quad (3.6)$$



Au vu de ces tenseurs, nous constatons que nous sommes bien en conditions mixtes. Puisque, pour chaque paire d'indices  $ij$ , on impose soit la vitesse de déformation  $\bar{\dot{\epsilon}}_{ij}$  soit la contrainte  $\bar{\sigma}_{ij} = 0$ .

Il faut cependant signaler le paradoxe qui fut mis en évidence par Sue et Havner (1984) au niveau de la contrainte de cisaillement  $\sigma_{13}$ . En effet, la lubrification des surfaces de contact entre l'échantillon et la matrice par le téflon empêche toutes forces tangentielles d'être appliquées au cristal et notamment une composante  $\sigma_{13}$ ; aussi ces auteurs suggèrent une valeur nulle pour cette contrainte. Mais comme l'a montré Fortunier (1987) la condition  $\sigma_{13} = 0$  pour un cristal d'orientation quelconque conduit à un cisaillement  $\epsilon_{13}$  non nul, ce qui est incompatible avec les conditions aux limites de l'essai de compression plane. La seule solution admissible est donc que  $\sigma_{13}$  soit non nulle dans le volume et tende vers zéro à la surface de l'échantillon. Puisque seul le comportement volumique du cristal nous intéresse, nous pouvons donc considérer une valeur constante non nulle pour la contrainte  $\sigma_{13}$  lors de nos calculs.

Ayant caractérisé les tenseurs des contraintes et des vitesses de déformation, il s'agit maintenant de quantifier leurs composantes  $\sigma_{11}^*$ ,  $\sigma_{13}^*$ ,  $\sigma_{33}^*$ , et  $\dot{\epsilon}_{12}^*$ ,  $\dot{\epsilon}_{23}^*$  respectivement. Pour cela, nous avons effectué un calcul incrémental basé sur la connaissance des conditions aux limites ainsi que sur l'orientation et la forme de l'échantillon.

En ce qui concerne l'état de contrainte  $\sigma_{ij}$ , nous savons qu'il se distribue sur les systèmes de glissement sous forme de contraintes de cisaillement :

$$\tau^k = \sum_{ij} m_{ij}^k \sigma_{ij} \quad (3.7)$$

où  $m_{ij}^k$  sont les facteurs de Schmid généralisés qui caractérisent l'orientation du système de glissement  $k$  par rapport à la sollicitation  $\sigma_{ij}$ .

Et, conformément à la loi de Schmid et Boas, un système  $k$  est susceptible de glisser lorsque sa cission résolue atteint une valeur critique  $\tau_c^k$  qu'elle ne peut pas dépasser

$$\sum_{ij} m_{ij}^k \sigma_{ij} \leq \tau_c^k \quad (3.8)$$

Afin de déterminer les 3 composantes inconnues de cet état de contrainte, nous





recherchons toutes les valeurs du triplet  $(\sigma_{11}^*, \sigma_{13}^*, \sigma_{33}^*)$  correspondant à l'activation simultanée de 3 systèmes de glissement indépendants et respectant la loi de Schmid sur les autres. Lors du glissement mixte sur les 48 systèmes  $\{110\}\langle 111 \rangle + \{112\}\langle 111 \rangle$ , les différents états de contrainte possibles peuvent à nouveau être représentés par les sommets d'un polyèdre critique dans un sous-espace  $\sigma_{11}^*, \sigma_{13}^*, \sigma_{33}^*$  de l'espace des contraintes à 5 dimensions. Pour chaque incrément de déformation  $\Delta\varepsilon$ , cette surface d'écoulement du cristal est obtenue en résolvant 3 par 3, les équations du glissement sur un système k :

$$\tau_c^k = m_{11}^k \sigma_{11}^* + 2 m_{13}^k \sigma_{13}^* + m_{33}^k \sigma_{33}^* \quad (3.9)$$

et en ne conservant que les sommets appartenant à l'enveloppe intérieure des plans définis par les équations du type 3.9.

Parmi tous ces états de contrainte possibles, nous déterminons celui appliqué au cristal, soit par le théorème du travail interne minimal (Taylor, 1938), soit par celui du travail externe maximal (Bishop et Hill, 1951) adapté aux conditions mixtes (Renouard et Wintenberger, 1976). Dans notre cas, l'expression du travail des forces externes non-imposées lors d'un incrément de déformation  $\Delta\varepsilon$  est très simple et se réduit à un seul terme :

$$\Delta W = \sum_{ij} \sigma_{ij}^* \Delta \bar{\varepsilon}_{ij} = -\sigma_{33}^* \Delta\varepsilon \quad (3.10)$$

Maximiser cette expression équivaut donc à rechercher le sommet de la surface d'écoulement pour lequel  $|\sigma_{33}^*|$  est maximal ( $\sigma_{33}^* < 0$ ). Les systèmes à l'état critique sont alors obtenus directement à partir des facettes du polyèdre qui constituent ce sommet d'énergie maximale.

Connaissant l'état de contrainte ainsi que les systèmes activables, il nous reste à déterminer les amplitudes de glissement sur ceux-ci. Pour cela, nous utilisons la relation existant entre les vitesses de déformations imposées et les facteurs de Schmid des systèmes à l'état critique :

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \sum_{l=1}^n m_{ij}^l \dot{\gamma}^l \quad (3.11)$$

A ce niveau, nous rappelons que si le nombre des systèmes de glissement activables

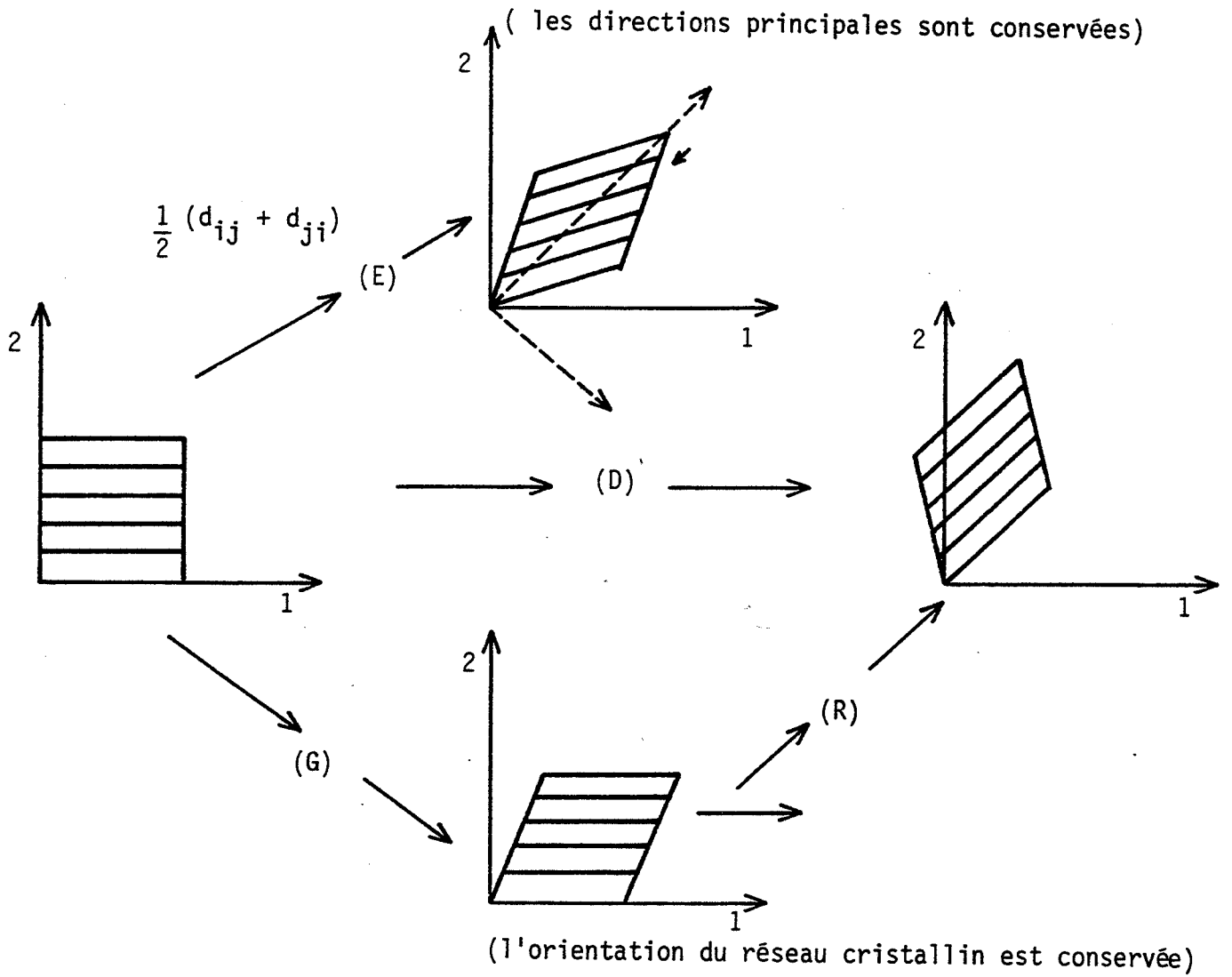


Figure 3.5 Schéma de l'accommodation des déformations imposées par les glissements et la rotation cristalline (Goux, 1975).

n est supérieur à 3 : nombre des composantes indépendantes imposées du tenseur des vitesses de déformation, il y a indétermination sur les amplitudes de glissement des différents systèmes. Ce problème, fréquemment rencontré dans le cas des métaux cubiques à faces centrées est résolu de différentes façons selon les auteurs. Van Houtte et Aernoudt (1975) prennent la moyenne sur l'ensemble des solutions possibles pour les  $\dot{\gamma}^l$  alors que Kallend et Davies (1972) en sélectionnent une au hasard. Quant à Renouard et Wintenberger (1981), Havner (1981) et Franciosi (1984), ils proposent chacun un critère d'écoulement minimum basé sur une étude au second ordre de l'écoulement plastique pour lever cette indétermination.

Heureusement, dans le cas de la déformation des métaux cubiques centrés, en raison du grand nombre des systèmes de glissement, cette indétermination est pratiquement inexistante comme nous l'avons mis en évidence lors de l'étude du polyèdre critique mixte (Orlans - Joliet, Bacroix, Montheillet, Driver et Jonas, 1988). De ce fait, pour les rares cas où ce problème se présentera lors de nos calculs, nous utiliserons la moyenne des valeurs obtenues pour les amplitudes de glissement sur les systèmes actifs.

A ce stade, nous sommes en mesure de calculer les vitesses des déformations libres  $\dot{\epsilon}_{12}^*$  et  $\dot{\epsilon}_{23}^*$  au moyen des expressions suivantes :

$$\dot{\epsilon}_{12}^* = \sum_{l=1}^n \dot{\gamma}^l m_{12}^l \quad (a)$$

$$\dot{\epsilon}_{23}^* = \sum_{l=1}^n \dot{\gamma}^l m_{23}^l \quad (b)$$

(3.12)

ainsi que les valeurs de cisaillements finis  $\epsilon_{12}^*$  et  $\epsilon_{23}^*$  après une déformation  $\epsilon$  donnée. Ces cisaillements, caractérisés par les angles  $\alpha$  et  $\beta$  (Fig. 3.1(b)) sont recalculés, après chaque incrément de déformation, en tenant compte du fait que la largeur reste constante, mais que l'épaisseur varie en cours de déformation. On obtient donc les expressions suivantes après le  $n^e$  incrément de déformation  $\Delta\epsilon$ .

$$\text{tg } \alpha = 2 \epsilon_{12}^* = 2(\epsilon_{12}^*(n-1) + \Delta\epsilon_{12}^*(n-1)) \exp \Delta\epsilon \quad (a)$$

$$\text{tg } \beta = 2 \epsilon_{23}^* = 2(\epsilon_{23}^*(n-1) + \Delta\epsilon_{23}^*(n-1)) \exp 2\Delta\epsilon \quad (b)$$

(3.13)

Pour terminer, il nous reste à déterminer la rotation du réseau cristallin en cours de déformation. En effet, l'accommodation des vitesses de déplacements  $\dot{d}$  que l'on impose au cristal se fait par glissements mais aussi par une rotation cristalline  $\dot{r}$  (Fig. 3.5),

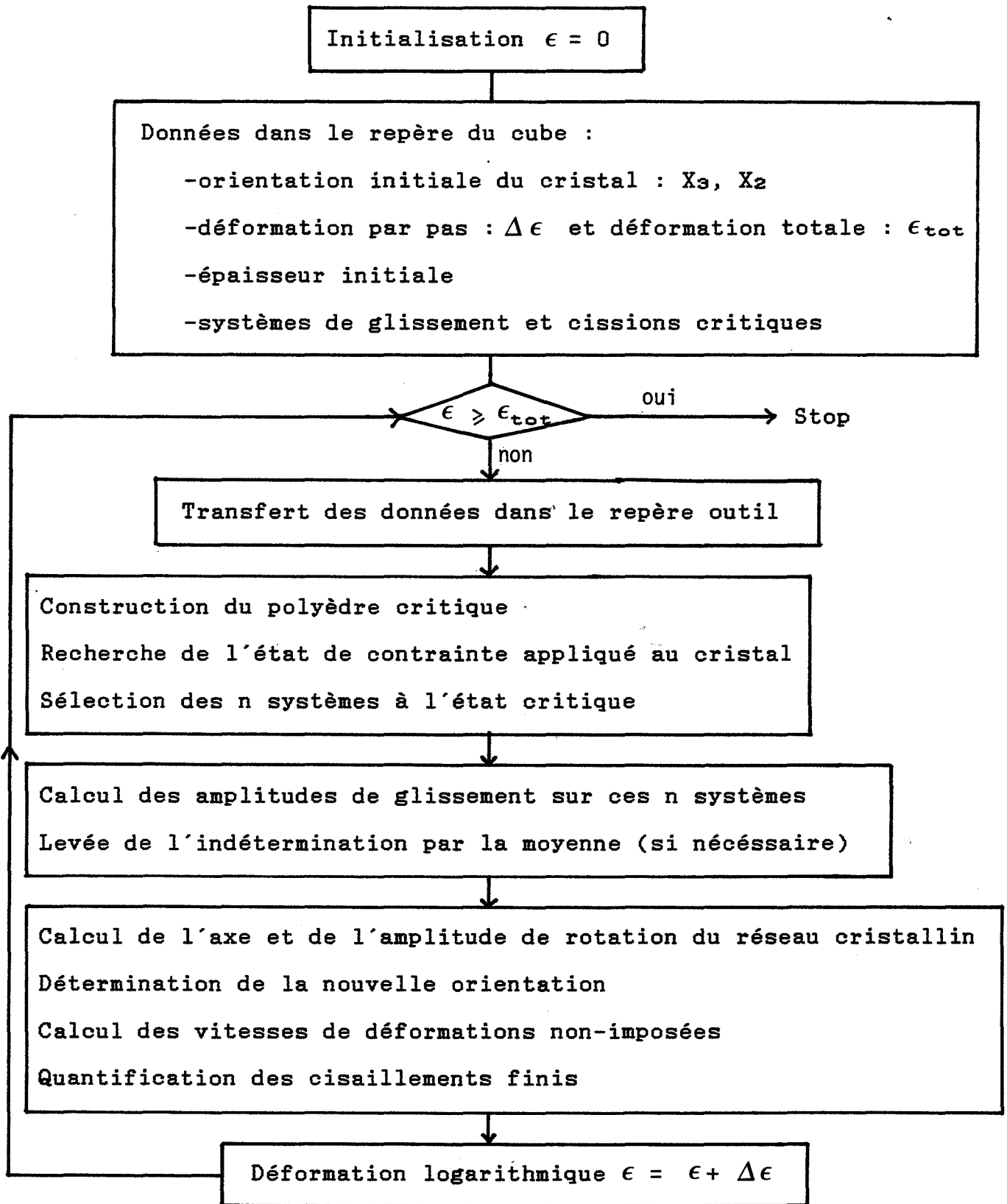


Figure 3.6 Organigramme du calcul.

définie comme suit :

$$\dot{r}_{ij} = \dot{d}_{ij} - \dot{g}_{ij} \quad (3.14)$$

$$\dot{r}_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & -\dot{r}_3 & \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 & 0 & -\dot{r}_1 \\ -\dot{r}_2 & \dot{r}_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \text{avec } \dot{\theta} R_1 = \dot{r}_1 &= \sum_{l=1}^n -b_3^{l1} n_2^l \dot{\gamma}^l \\ \dot{\theta} R_2 = \dot{r}_2 &= \sum_{l=1}^n b_3^{l1} n_1^l \dot{\gamma}^l \\ \dot{\theta} R_3 = \dot{r}_3 &= \sum_{l=1}^n b_1^{l2} n_2^l \dot{\gamma}^l \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\text{et } \dot{\theta} = \sqrt{\dot{r}_1^2 + \dot{r}_2^2 + \dot{r}_3^2} \quad (3.17)$$

$\vec{R} = (R_1, R_2, R_3)$  et  $\dot{\theta}$  sont respectivement l'axe et la vitesse de rotation du réseau cristallin dans le repère outil.

La nouvelle orientation du cristal après chaque incrément de déformation  $\Delta \epsilon$  se calcule à l'aide de la matrice de rotation finie  $R$  définie à partir du vecteur  $\vec{R}$  et de l'angle  $\Delta \theta$  de la façon suivante :

$$\begin{pmatrix} X'_1 \\ X'_2 \\ X'_3 \end{pmatrix} = (R) \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

où

$$(R) = \begin{pmatrix} R_1^2(1-\cos\Delta\theta)+\cos\Delta\theta & R_1R_2(1-\cos\Delta\theta)-R_3 \sin\Delta\theta & R_1R_3(1-\cos\Delta\theta)+R_2 \sin\Delta\theta \\ R_1R_2(1-\cos\Delta\theta)+R_3 \sin\Delta\theta & R_2^2(1-\cos\Delta\theta)+\cos\Delta\theta & R_2R_3(1-\cos\Delta\theta)-R_1 \sin\Delta\theta \\ R_1R_3(1-\cos\Delta\theta)-R_2 \sin\Delta\theta & R_2R_3(1-\cos\Delta\theta)+R_1 \sin\Delta\theta & R_3^2(1-\cos\Delta\theta)+\cos\Delta\theta \end{pmatrix} \quad (3.19)$$



Du fait que l'orientation du cristal change après chaque incrément de déformation  $\Delta\varepsilon$ , c'est-à-dire que sa surface d'écoulement se modifie, le calcul doit être réitéré à partir de la recherche de l'état de contrainte ; ceci afin de simuler l'évolution du comportement, de la forme et de l'orientation de l'échantillon jusqu'à la déformation voulue. Les différentes étapes de ce calcul incrémental sont résumées dans l'organigramme présenté à la figure 3.6.

### 3.2.2 Hypothèses sur les cissions résolues critiques des systèmes de glissement

La prévision du comportement plastique de monocristaux par le modèle généralisé de Taylor - Bishop - Hill nécessite un choix sur les systèmes de glissement ainsi que sur les valeurs de leurs cissions résolues critiques (CRC).

En ce qui concerne les métaux cubiques centrés, rappelons que la plupart des résultats montre que la déformation a lieu sur les systèmes  $\{110\}\langle 111 \rangle + \{112\}\langle 111 \rangle$  et que le glissement sur les plans  $\{112\}$  orientés dans le sens maclage (SM) est 5 à 10 % plus facile que dans le sens opposé au maclage (SOM). Mais les valeurs des cissions critiques sur ces systèmes de glissement restent toutefois très imprécises. C'est pourquoi, nous avons testé et comparé à l'expérience différentes hypothèses sur la géométrie du glissement ainsi que sur le rapport  $\xi$  des cissions critiques afin d'atteindre les valeurs effectives des  $\tau_c$  sur les différents systèmes ; ces dernières correspondant au meilleur accord entre les résultats expérimentaux et les prévisions théoriques. Les hypothèses issues pour la plupart de la littérature sont présentées au tableau 3.1 en fonction de  $\xi$ .

$$\text{où } \xi = \frac{\text{CRC du système } \{hkl\}\langle 111 \rangle \text{ considéré}}{\text{CRC du système } \{110\}\langle 111 \rangle}$$

quand le glissement sur  $\{110\}\langle 111 \rangle$  est permis.

Les hypothèses 2 à 4 correspondent aux suppositions habituellement faites pour le glissement dans les métaux cubiques centrés, c'est-à-dire un glissement mixte sur les plans  $\{110\}$  et  $\{112\}$ , mais généralement plus facile sur  $\{110\}$  que sur  $\{112\}$  ( $n^{\circ}2$  et  $n^{\circ}3$ ) ou à la limite équiprobable ( $n^{\circ}4$ ).

L'hypothèse 5 représente le cas où la cission résolue critique sur  $\{112\}$  est voisine

Hypothèses	Plans de glissement possibles		Remarques	Notation
1	{110}	1		110
2	{110} {112} SM {112} SOM	1 1,10 1,22	Valeurs de $\xi$ obtenues en cisaillement sur des monocristaux de Fe - 3 % Si par Roche (1976).	ROCHE
3	{110} {112} SM {112} SOM	1 1,05 1,10	Valeurs de $\xi$ obtenues en traction sur des monocristaux de Fe - 3 % Si par Taoka et al. (1964).	GMF 110
4	{110} {112} SM {112} SOM	1 1 1		GME
5	{110} {112} SM {112} SOM	1 0,95 1,05	Valeurs de $\xi$ obtenues en traction et en compression sur des monocristaux de Nb par Bowen et al. (1967).	GM
6	{110} {112} SM + {112} SOM {123}	1 1 1		PENCIL
7	{110} {112} SM {112} SOM	1 0,93 0,96		GMF 112
8	{110} {112} SM {112} SOM	1 0,77 1	Valeurs de $\xi$ obtenues en compression plane sur des monocristaux de Mo par Carpay et al. (1975).	CARPAY
9	{112} SM + {112} SOM	1*		112

Tableau 3.1 Hypothèses sur les systèmes de glissement et leurs cissions résolues critiques.

\* Dans le cas où le glissement sur  $\{110\}\langle 111 \rangle$  n'est pas autorisé,  $\xi$  est défini comme  $\xi = \tau_c^{\{112\}}$  et  $\tau_c^{\{110\}} = \infty$



de celle sur {110}, tout en différenciant le sens maillage du sens opposé pour les systèmes {112}. Ces valeurs de CRC ont été obtenues par des essais de traction et de compression sur des monocristaux de niobium par Bowen et al. (1967).

L'hypothèse 6 qui suggère un glissement équiprobable sur les plans {110}, {112} et {123} permet de simuler de façon fort proche le comportement plastique du cristal en "pencil glide".

Les hypothèses 7 et 8 supposent un glissement mixte sur les plans {110} et {112}, mais plus facile sur {112} que sur {110}. L'hypothèse 8 repose sur les résultats obtenus par Carpay et al. (1975) pour des essais de compression plane sur des monocristaux de molybdène orientés en glissement multiple. Quant à l'hypothèse 7, elle résulte de simulations numériques sur ordinateur et, comme nous le verrons, elle permet d'obtenir le meilleur accord entre la théorie et l'expérience pour la déformation des cristaux de Fe - Si et de Nb étudiés dans ce travail.

Pour terminer, les hypothèses 1 et 9 correspondent au glissement restreint, respectivement, aux plans {110} et {112}. Cette dernière hypothèse correspond à un cas purement académique, mais a été retenue afin d'étudier quelle était l'influence des systèmes {112} sur la déformation.

Pour conclure ce chapitre, ces différentes hypothèses sont également utilisées afin de définir des variables microscopiques équivalentes ; ces dernières permettant d'obtenir le travail plastique à fournir pour chaque étape de la déformation sans tenir compte de l'orientation du cristal ou du chemin de déformation. En effet, pour les métaux cubiques centrés où le glissement a lieu sur plusieurs familles de systèmes ( $\alpha, \beta, \dots$ ) de cisssions critiques différentes ( $\tau_c^\alpha, \tau_c^\beta, \dots$ ), l'anisotropie de l'écoulement plastique du cristal peut être caractérisée par le facteur de Taylor M. Celui-ci, dans l'hypothèse d'une cisssion résolue critique et d'un écrouissage isotrope de systèmes de glissement ( $\xi$  constant) est défini comme suit :

$$M = \frac{\dot{W}}{\tau_c^\alpha \dot{\epsilon}} \quad (3.20)$$

où  $\tau_c^\alpha$  est la cisssion résolue critique de référence, dans notre cas, celle des systèmes {110}<111>

Le taux de travail par unité de volume  $\dot{W}$  étant défini à partir des amplitudes de



glissement  $\dot{\gamma}^l$ , nous obtenons l'équation suivante :

$$M = \frac{1}{\tau_c^\alpha \dot{\epsilon}} \sum_l \tau_c^l \dot{\gamma}^l = \frac{1}{\dot{\epsilon}} \left( \sum_\alpha \dot{\gamma}^\alpha + \xi^\beta \sum_\beta \dot{\gamma}^\beta + \dots \right) = \frac{\dot{\bar{\Gamma}}}{\dot{\epsilon}} \quad (3.21)$$

où  $\dot{\bar{\Gamma}}$  est la vitesse de déformation totale équivalente pour toutes les familles de systèmes de glissement.

Or, d'une part, le facteur de Taylor M est fonction du choix des systèmes de glissement et de leurs cissions résolues critiques via les amplitudes de glissement  $\dot{\gamma}^l$ . Cela signifie que les courbes  $\tau_c^\alpha - \bar{\Gamma}$  obtenues à partir des courbes expérimentales contrainte - déformation dépendent également de  $\xi$ .

D'autre part, le taux de travail plastique  $\dot{W}$  dépend de l'orientation du monocristal par rapport à la sollicitation. Il faut donc définir une valeur courante de M ( $\Psi_1, \phi, \Psi_2$ ) qui varie durant la déformation par suite de la rotation du réseau cristallin.

Dans le cas de la compression plane, les courbes de la cission résolue critique  $\tau_c^{\{110\}}$  en fonction de la déformation totale équivalente  $\bar{\Gamma}$  sont obtenues à partir des données expérimentales  $\sigma_{33}(\epsilon_{22})$  et des valeurs courantes de M par les relations :

$$\tau_c^{\{110\}} = \frac{-\sigma_{33}}{M} \quad (3.22)$$

$$\bar{\Gamma} = \int_0^t \dot{\bar{\Gamma}} dt = \int_0^t M(t) \dot{\epsilon} dt = \int_0^\epsilon M(\epsilon) d\epsilon \quad (3.23)$$

Nous constatons que si l'orientation du cristal est stable pendant la déformation, M est constant et la dernière expression se réduit à  $\bar{\Gamma} = M\epsilon$ .

\* \*

\*



## CHAPITRE 4

### RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX EN COMPRESSION PLANE

---

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats expérimentaux obtenus pour les essais de compression plane partiellement imposée sur des monocristaux de Fe-Si et de Nb, ainsi que les prévisions théoriques obtenues par le modèle proposé avec différentes hypothèses sur les systèmes de glissement. L'analyse du comportement plastique de ces cristaux et la comparaison théorie - expérience portent sur les points suivants :

- les relations contrainte - déformation,
- les réorientations du réseau cristallin,
- les cisaillements finis,
- les systèmes de glissement actifs.

Pour cette étude, nous avons testé 8 orientations cristallines pour deux compositions de l'alliage Fe-Si et 4 sur ces 8 ont été également déformées dans le cas du niobium. Ces orientations initiales décrites par les cosinus directeurs des axes  $X_3$  et  $X_2$ , mais également par les angles d'Euler  $(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$  sont présentées au tableau 4.1 pour le Fe-Si en fonction de la composition en Si de chaque échantillon et au tableau 4.2 pour le Nb. Les résultats expérimentaux concernant les rotations et les cisaillements sont rassemblés aux tableaux 4.1 et 4.3 pour le Fe-Si et aux tableaux 4.2 et 4.4 pour le Nb, pour des taux de déformation nominaux de 0.1, 0.3 et 0.5.

Il est important de noter que, pour toutes les orientations testées, aucune influence significative sur les réorientations cristallines ou sur les cisaillements finis n'a été mise en évidence en fonction du matériau (Fe - Si, Nb) ou du pourcentage en silicium dans l'alliage Fe - Si. La seule différence se situe au niveau des valeurs des contraintes de compression. En début de déformation, elles avoisinent 300 MPa pour le Fe - Si avec une valeur plus élevée ( $\approx 15\%$ ) dans le cas du 3 % Si (Fig. 4.1) que pour le 2,7 % Si (Fig. 4.2), alors qu'elles débutent vers 100 MPa dans le cas du Nb (Fig. 4.3). Ces courbes contrainte - déformation (Fig. 4.1-3) illustrent la forte dépendance des contraintes d'écoulement en fonction de l'orientation du cristal. Nous constatons également que cette dépendance est similaire d'un matériau à l'autre, la classification par ordre croissant en fin de déformation étant sensiblement la même.

Notation	% Si (en poids)	$X_3 : (h k l) X_2 : [u v w]$ (cosinus directeurs)	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2) \text{ à } \epsilon_{22} = 0$	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2) \text{ à } \epsilon_{22} \approx 0.1$	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2) \text{ à } \epsilon_{22} \approx 0.3$	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2) \text{ à } \epsilon_{22} \approx 0.5$
A1 A2	3 2,7	(0,45 0,40 0,80)[-0,56 0,83 -0,10] (0,48 0,35 0,81)[-0,53 0,85 -0,05]	(-80°, 37°, 48°) (-85°, 36°, 54°)	(-81°, 36°, 48°) (-81°, 35°, 50°)	(-80°, 38°, 43°) (-68°, 39°, 40°)	(-79°, 41°, 42°) (-66°, 40°, 38°)
B1 B2	3 2,7	(0,84 -0,06 0,54)[-0,39 -0,76 0,52] (0,84 -0,06 0,54)[-0,39 -0,76 0,52]	(128°, 57°, 94°) (128°, 57°, 94°)	(130°, 60°, 87°) (130°, 61°, 85°)	(124°, 66°, 80°) (132°, 66°, 75°)	(125°, 68°, 72°) (130°, 70°, 68°)
C1 C2	3 2,7	(0,69 -0,02 0,72)[0,49 -0,72 -0,49] (0,71 0,02 0,71)[0,49 -0,74 -0,47]	(45°, 44°, 92°) (49°, 45°, 89°)	(55°, 44°, 82°) (64°, 46°, 75°)	(83°, 40°, 59°) (81°, 40°, 59°)	(88°, 39°, 51°) (92°, 41°, 48°)
D1 D2	3 2,7	(0,72 0,53 0,44)[-0,67 0,70 0,26] (0,73 0,53 0,43)[-0,67 0,68 0,30]	(-107°, 64°, 54°) (-109°, 65°, 54°)	(-105°, 63°, 52°) (-101°, 62°, 52°)	(-103°, 63°, 45°) (-98°, 57°, 45°)	(-94°, 59°, 39°) (-90°, 57°, 39°)
E1 E2	3 2,7	(0,65 0,67 0,38)[-0,71 0,35 0,61] (0,65 0,66 0,37)[-0,71 0,35 0,61]	(-131°, 68°, 44°) (-131°, 68°, 44°)	(-135°, 66°, 42°) (-132°, 62°, 41°)	(-140°, 62°, 38°) (-137°, 60°, 35°)	(-142°, 62°, 35°) (-139°, 60°, 33°)
F1 F2	2,8 2,7	(0,21 0,98 0,04)[-0,91 0,21 -0,37] (0,17 0,98 0,04)[-0,94 0,18 -0,29]	(-69°, 88°, 12°) (-73°, 88°, 10°)	(-66°, 91°, 9°) (-68°, 92°, 6°)	(-62°, 92°, 2°) (-64°, 92°, 3°)	(-59°, 92°, 0°) (-59°, 91°, -1°)
G1 G2	2,8 2,7	(0,54 0,84 0,13)[-0,84 0,52 0,12] (0,52 0,85 0,09)[-0,85 0,51 0,12]	(-97°, 83°, 33°) (-97°, 85°, 32°)	A : (-101°, 78°, 31°) B : (-94°, 86°, 33°) A : (-99°, 84°, 30°)	A : (-105°, 73°, 30°) B : (-93°, 87°, 33°) A : (-103°, 83°, 29°)	A : (-108°, 70°, 29°) B : (-90°, 88°, 34°) A : (-108°, 81°, 26°)
H1 H2	2,8 2,8	(0,61 0,80 0)[-0,15 0,11 0,98] (0,61 0,79 0)[-0,16 0,13 0,98]	(-169°, 90°, 37°) (-168°, 90°, 37°)	A : (-169°, 88°, 38°) B : (-169°, 96°, 38°) A : (-167°, 83°, 36°) B : (-169°, 94°, 40°)	A : (-166°, 75°, 35°) B : (-173°, 109°, 40°) A : (-169°, 72°, 34°) B : (-170°, 105°, 38°)	A : (-164°, 71°, 31°) B : (-170°, 115°, 46°) A : (-165°, 65°, 31°) B : (-171°, 116°, 43°)

Tableau 4.1 Notation, teneur en Si, orientations (initiales et pour des taux de déformation de 0.1, 0.3 et 0.5) des monocristaux de Fe - Si.