

3EME PARTIE :

**CARACTERISATION DE QUELQUES PROPRIETES DE TRANSPORT A
TRAVERS DES MILIEUX POREUX CONSOLIDES**

E. LA CONDUCTIVITE ELECTRIQUE

Cette étude a pour but d'évaluer la tortuosité des empilements consolidés à partir de mesures électriques. Elle a été réalisée par O. Verhaeghe dans le cadre d'un travail de D.E.A. ; nous n'en rappellerons ici que les grandes lignes.

I. Mode opératoire

1. Principe

Nous devons tout d'abord mesurer le facteur de formation F caractérisant la conductivité d'un électrolyte baignant le milieu poreux considéré. Connaissant la porosité de ce dernier (pour nos calculs, nous avons privilégié ϕ'), nous obtenons aisément la tortuosité T à l'aide de l'équation (A.III.5.).

Par définition, F est égal au rapport des résistivités du milieu poreux saturé en électrolyte Γ_m et de l'électrolyte seul Γ_0 . En supposant le milieu poreux saturé contenu dans un cylindre de diamètre D , de hauteur H , de volume V et de section S , sa résistance électrique R est telle que :

$$R = \Gamma_m \frac{H}{S} \quad (\text{E.I.1.})$$

Si ce même cylindre est rempli, non plus par le milieu poreux saturé d'électrolyte, mais par l'électrolyte seul, ce dernier offre une résistance électrique R_0 telle que :

$$R_0 = \Gamma_0 \frac{H}{S} \quad (\text{E.I.2.})$$

Dans ces conditions, nous obtenons :

$$F = \frac{R}{R_0} \quad (\text{E.I.3.})$$

L'évaluation de F nécessite dans les faits la mesure de deux résistances.

2. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental retenu pour cette étude a nécessité la mise au point de trois éléments (Figure E.I.1.).

La cellule :

Elle est composée d'un tuyau de même diamètre intérieur que les échantillons poreux, permettant à la fois le passage d'un fluide et l'installation de deux électrodes (de platine) à chaque extrémité du tuyau.

Le circuit hydraulique :

Il s'agit d'un circuit ouvert composé des mêmes éléments que celui présenté par la suite (cf. § F.I.).

Le circuit électrique :

Il est composé de deux résistances disposées en série : la première R_1 est connue ($R_1 = 10 \Omega$) ; sa valeur est nettement inférieure à la seconde. Celle-ci est la résistance électrique offerte par ce qui est placé entre les électrodes : soit le composite milieu poreux-électrolyte, soit l'électrolyte seul.

Elle est évaluée en appliquant aux bornes de ces deux résistances une tension alternative U_0 connue (fréquence : 10 kHz - valeur efficace : 100 mV) et en mesurant la tension U_1 aux bornes de la première résistance ; dans ces conditions, nous avons :

$$R = \frac{R_1 \cdot U_0}{U_1} \quad (\text{E.I.4.})$$

La valeur minimale de R est de l'ordre de 700Ω et correspond à une tension U_1 légèrement supérieure à 1 millivolt.

L'ensemble du dispositif a été automatisé.

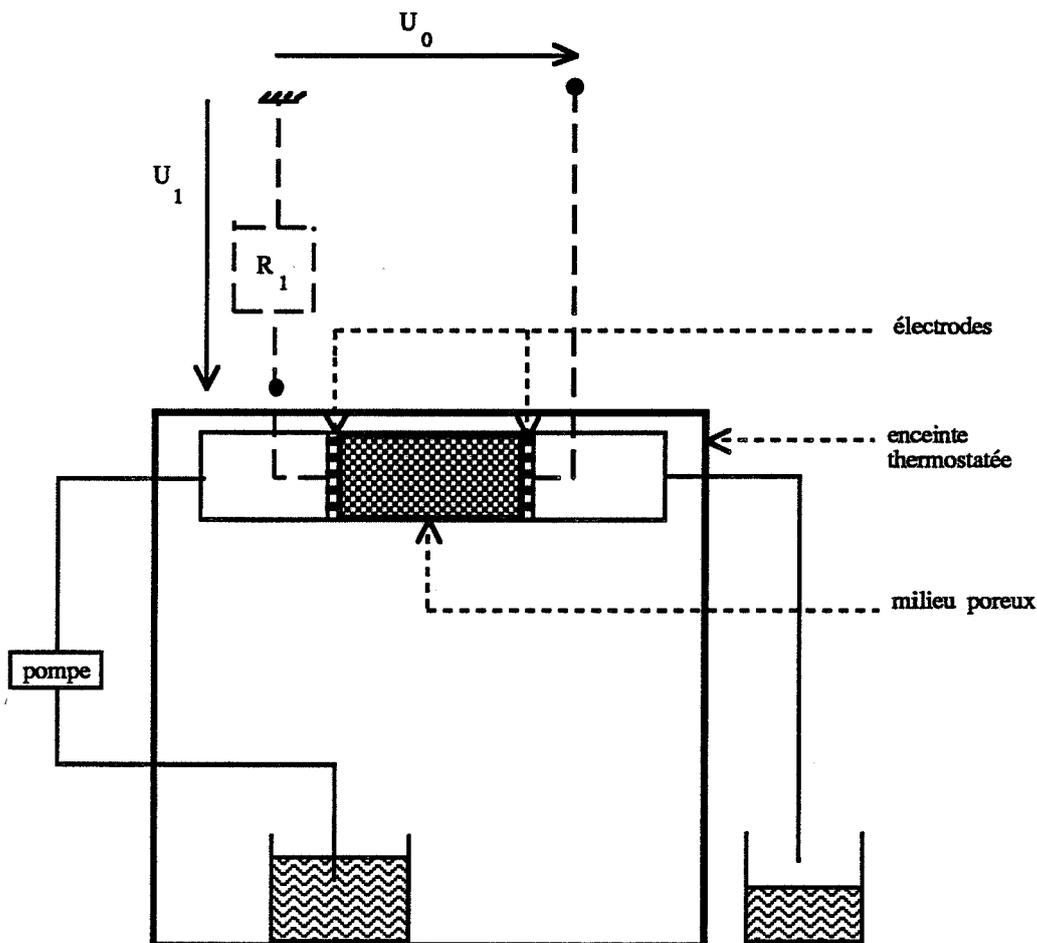


Figure E.I.1. : Schéma du dispositif expérimental de mesure du facteur de formation.

3. Conditions expérimentales

Dans tous les cas, la caractérisation des propriétés de conductivité électrique a lieu après celle des propriétés d'écoulement. Les paramètres retenus concernent le milieu poreux (diamètre des billes, porosité globale) mais aussi le fluide conducteur.

Les échantillons analysés sont ceux décrits précédemment (§ B.II.2.).

Notons cependant que la cellule, telle qu'elle était conçue, ne pouvait permettre la caractérisation des empilements de la série I de porosité inférieure à 0,20.

Différents électrolytes ont été utilisés : il s'agit de solutions aqueuses de KCl, NaCl et BaCl₂ de concentration égale à 10⁻² mole/l pour les deux premières et à 5.10⁻³ mole/l pour la dernière.

La mesure de la tension U₁ est réalisée en statique (la circulation du fluide doit être arrêtée après avoir permis de remplir totalement la cellule en électrolyte). Un temps de stabilisation de 15 minutes est nécessaire avant d'effectuer la mesure. La température (thermorégulée) choisie est de 35°C.

II. Variations du facteur de formation

Nous allons rappeler brièvement l'influence, sur le facteur de formation donc sur la tortuosité T, des différents paramètres retenus pour cette étude.

1. Influence de la nature de l'électrolyte

Quelles que soient la série d'échantillons analysée et la porosité de l'empilement considéré, le facteur de formation F (donc la tortuosité T) est indépendant de l'électrolyte utilisé. Ce résultat, conforme à ce qui a été dit précédemment (§ A.III.2.b.), est partiellement illustré par la figure E.II.1.

2. Influence de la taille des billes de verre

Quels que soient l'électrolyte et la porosité des échantillons, le facteur de formation est indépendant de la taille des billes utilisées pour réaliser les empilements. Ce résultat est partiellement illustré par la figure E.II.2.

3. Influence de la porosité

Quels que soient l'électrolyte et le diamètre des billes utilisées pour réaliser les échantillons consolidés, la loi d'Archie est vérifiée pour des porosités comprises entre 0,20 et 0,40 (Figure E.II.3.). Pour des porosités inférieures à 0,20, les valeurs expérimentales du facteur de formation sont supérieures à celles prévues par la loi d'Archie et ce d'autant plus que la porosité diminue. Aux erreurs expérimentales près, la loi d'Archie, lorsqu'elle est vérifiée, est de la forme :

$$F = \phi^{-m}$$

avec $m = 1,50$.

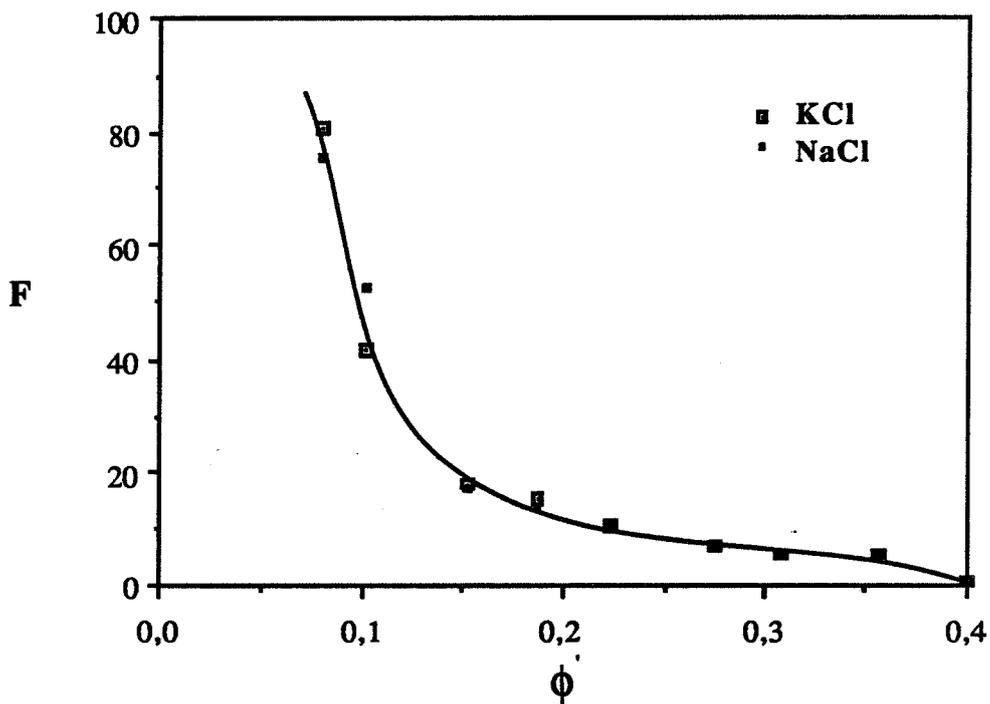


Figure E.II.1. : Influence de la nature de l'électrolyte sur le facteur de formation des échantillons de la série II de porosité ϕ' ($290 < D_{p2} < 320 \mu\text{m}$).

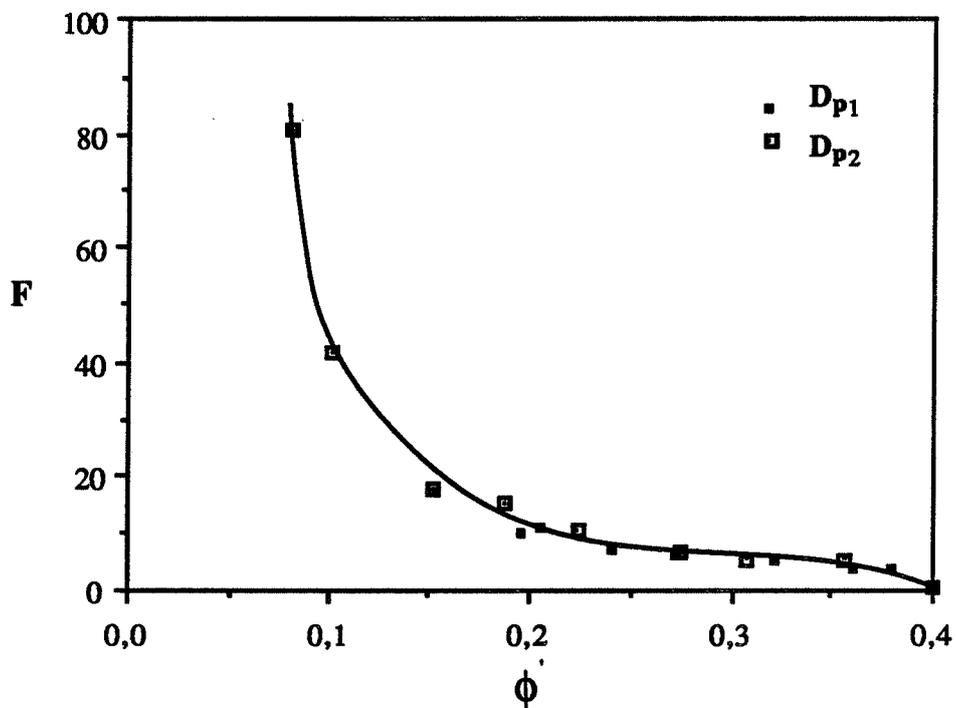


Figure E.II.2. : Influence de la taille des billes de verre utilisées pour réaliser les échantillons sur les valeurs du facteur de formation obtenues avec la solution de KCl.

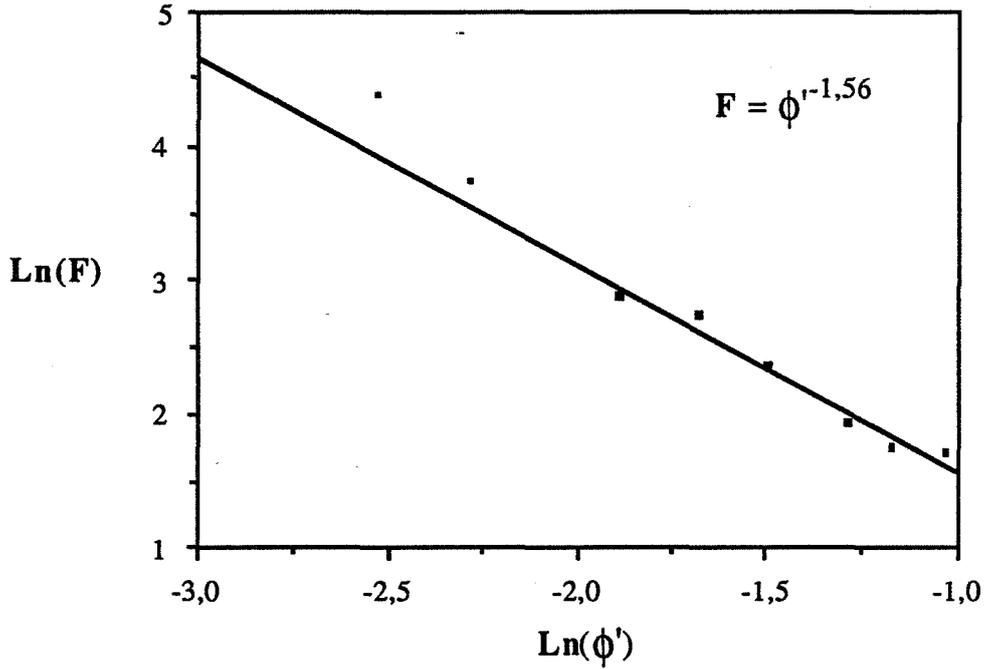


Figure E.II.3. : Validité de la loi d'Archie vérifiée dans le cas des échantillons de la série II (D_{p_2}) de porosité supérieure à 0,20 ($\ln \phi' > -2$) avec la solution de KCl. L'équation de la droite qui conduit à $F = \phi'^{-1,56}$ a été obtenue sans tenir compte des points tels que $\phi' < 0,20$.

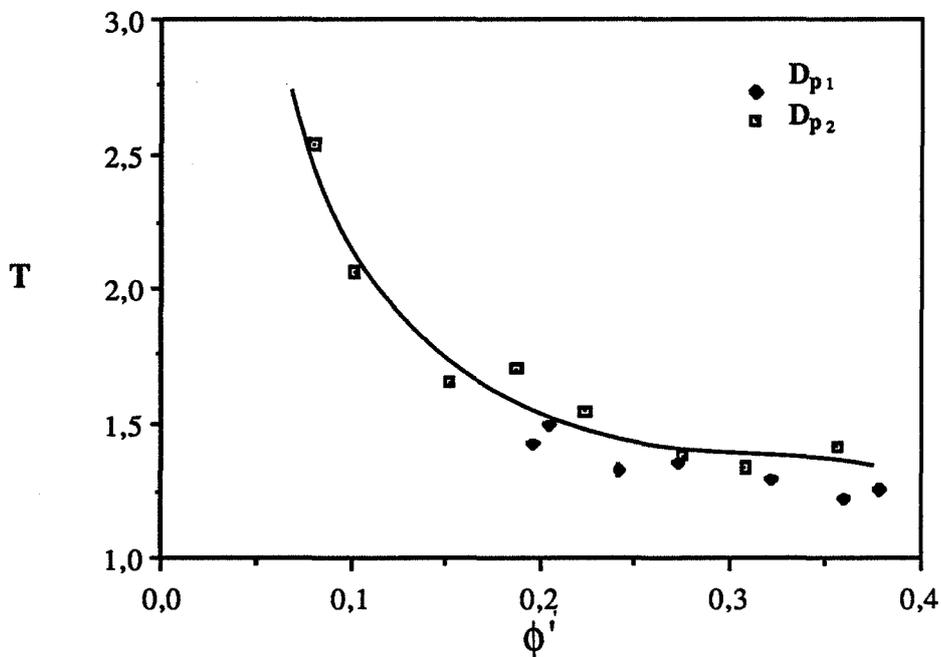


Figure E.II.4. : Variation, en fonction de la porosité ϕ' , de la tortuosité T déduite des mesures de conductivité électrique effectuées avec la solution du KCl.

Nous vérifions bien dans ces conditions que le coefficient de cimentation m d'une part est indépendant de la taille des particules et d'autre part prend une valeur compatible avec les données de la littérature (cf. § A.III.2.b.).

4. La tortuosité T

Moyennant certaines hypothèses concernant la géométrie de l'espace poreux (cf. annexe 1), cette étude nous permet également d'évaluer le facteur de tortuosité T susceptible d'intervenir lors de la caractérisation des propriétés d'écoulement effectuée sur ces mêmes milieux et présentée dans la prochaine partie de cet exposé.

Dans ce qui suit, les valeurs de T utilisées pour différents calculs sont, sauf avis contraire, celles déduites de l'équation ($F = T^2/\phi$) (établie en annexe 1) où F est le facteur de formation mesuré en prenant pour électrolyte la solution de KCl.

La figure E.II.4. montre que la tortuosité croît légèrement (de 1,25 à 1,50) lorsque la porosité passe de 0,40 à 0,20 puis brutalement lorsque la porosité décroît de 0,20 à 0,08.

F. L'ÉCOULEMENT D'UN LIQUIDE

Cette étude a pour but de caractériser les propriétés d'écoulement, supposé unidirectionnel, d'un liquide à travers un milieu poreux consolidé "modèle", c'est-à-dire de relier la chute de pression ΔP observée entre les deux extrémités du milieu à la vitesse du liquide u_0 après traversée du milieu, à l'aide de certains paramètres caractéristiques du milieu poreux, ou du liquide.

Pour ce faire, nous devons tout d'abord nous donner les moyens de mesurer, pour un échantillon donné, ΔP et u_0 .

De l'analyse des courbes de variation de ΔP en fonction de u_0 , nous définirons d'une part le régime d'écoulement rencontré puis les grandeurs pertinentes susceptibles de conduire à une relation simple entre ΔP et u_0 . Cette analyse sera réalisée à l'aide des données de la littérature présentées au paragraphe A.II.

I. Principe de mesures

1. Dispositif expérimental

Il doit permettre de mesurer u_0 et la chute de pression ΔP , différence entre la pression à l'entrée P_e et à la sortie P_s du milieu.

a. Principe

Nous avons retenu la solution (cf. figure F.I.1.) qui consistait à faire circuler le fluide à travers le milieu poreux à l'aide d'une pompe à engrenage (IWAKI-MDG M25 220).

Un régulateur de débit (non représenté sur la figure) s'intercale entre la pompe et la vanne. Cette dernière permet de faire varier le débit du liquide et, par la même occasion, la pression P_e . Le capteur de pression (à membrane) placé en dérivation, mesure la pression P_m (à 1 kPa près) en un point situé à une distance H_1 , fixée, de la base de l'échantillon. Ce dernier étant positionné verticalement, nous avons $P_m = P_e + \rho g H_1$ (g est ici l'accélération de la pesanteur).

Juste avant de s'écouler dans le récipient placé sur la balance, (METTLER PE 3600, précision de 10^{-2} g), le liquide est soumis à la pression atmosphérique P_a . Ceci se produit en un point situé à une distance H_2 (variable d'un échantillon à l'autre mais qui est mesurée) de l'extrémité supérieure de l'échantillon. Ainsi : $P_s = P_a + \rho g H_2$.

Dans ces conditions, la mesure de ΔP ($\Delta P = |P_s - P_e|$) est possible : elle n'est pas directe.

La vitesse u_0 du fluide est, quant à elle, déduite d'une mesure de débit rendue possible en suivant, en fonction du temps et pour une pression P_e fixée, la variation de la masse indiquée par la balance. Connaissant le diamètre D du tuyau dans lequel est placé l'échantillon et la masse volumique du fluide, il est facile d'obtenir la vitesse u_0 .

Pour des raisons présentées ultérieurement, il a fallu thermoréguler une partie du montage. La mesure de la température du liquide est réalisée à l'aide d'un thermocouple (fer - constantan).

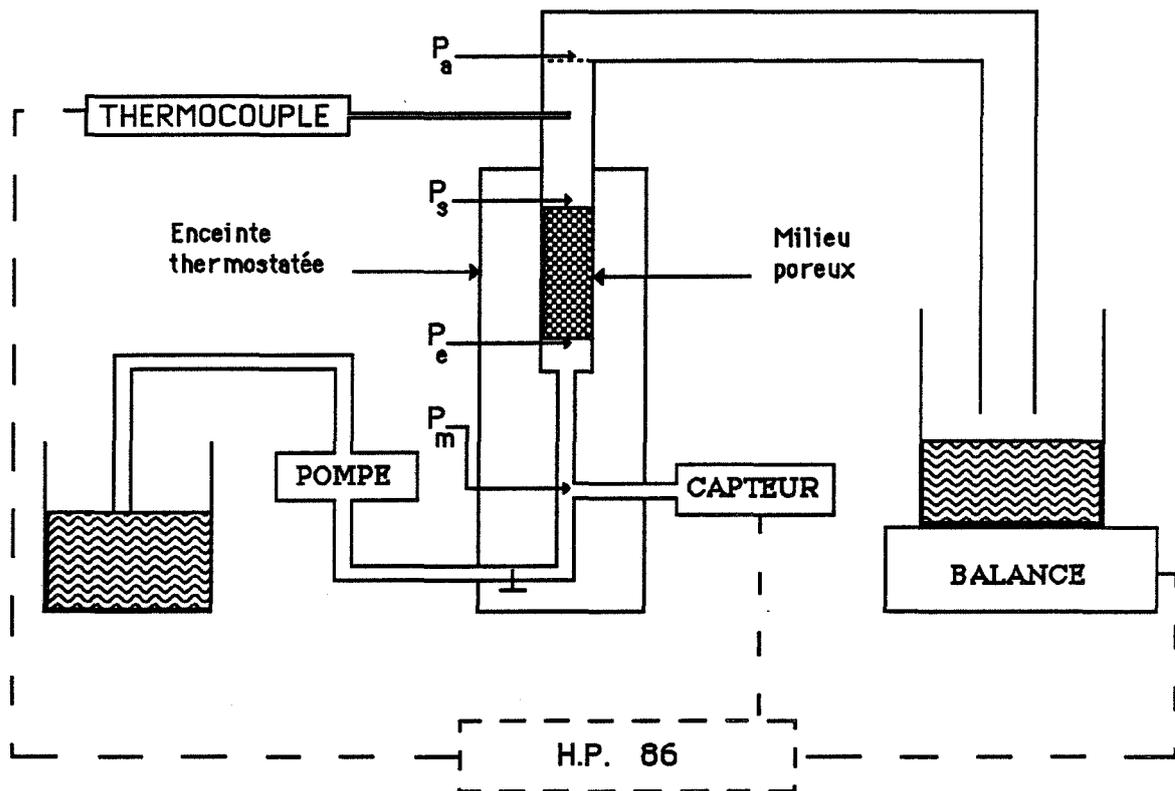


Figure F.I.1. : Schéma du montage utilisé pour caractériser les propriétés d'écoulement des milieux poreux consolidés.

b. Mise en place des échantillons

Chaque échantillon est glissé à l'intérieur d'un tube en silicone (de diamètres interne 16 mm et externe 21 mm). Pour éviter tout passage de liquide entre les parois du tuyau et l'échantillon, celui-ci a été, au préalable, recouvert d'une pâte silicone qui assure l'étanchéité sans pour autant pénétrer à l'intérieur du milieu poreux. Le tout est aussitôt glissé à l'intérieur d'un cylindre évidé en PVC (hauteur : 80 mm - diamètre interne : 21 mm - diamètre externe : 50 mm) pour permettre le séchage dans de bonnes conditions, de la pâte silicone. Un raccord rapide disposé à l'une des extrémités du tuyau est partiellement emboîté à l'intérieur du cylindre en PVC, et permet la fixation de l'échantillon sur le circuit hydraulique.

c. Automatisation du montage

Le dispositif utilisé permet une acquisition automatique des valeurs de pression de température et de masse à un instant t déterminé par l'horloge de l'ordinateur. Le convertisseur analogique-numérique relié au capteur de pression est intégré à un multimètre KEITHLEY. Le thermocouple est relié à un multimètre HP 3421 A.

2. Protocole opératoire

Concrètement l'analyse des propriétés d'écoulement d'un échantillon s'effectue après saturation de l'échantillon par ouverture complète de la vanne. Après avoir été complètement fermée, la vanne est partiellement ouverte, imposant ainsi une pression P_{m_1} . Lorsque celle-ci est

stabilisée, la mesure de P_{m_1} , de la température et de la masse est réalisée dans les conditions indiquées au paragraphe suivant. La vanne est ensuite ouverte davantage mais toujours partiellement imposant une pression P_{m_2} et ainsi de suite jusqu'à ce que la vanne soit totalement ouverte.

Les grandeurs nécessaires au calcul de ΔP , à savoir H_2 et P_a , sont alors mesurées : la pression atmosphérique P_a est obtenue à l'aide du capteur installé sur le montage.

a. Acquisition des données

Pour une position fixée de la vanne, lorsque l'écoulement est stationnaire, l'ordinateur enregistre, à dix reprises, une série de valeurs : la pression P_{m_i} , la température \mathcal{T}_i , la masse m_i affichée par la balance et la date t_i à laquelle toutes ces mesures sont effectuées.

Afin de s'assurer de la stabilité de la pression P_m d'une part et minimiser les erreurs de mesures du débit d'autre part, et ce quel que soit le débit mesuré, certaines précautions sont à prendre quant au choix de la durée Δt qui sépare deux séries de mesures. Pour de faibles débits, Δt est telle que la variation de masse observée entre deux enregistrements consécutifs soit supérieure à 5 g. Dans ces conditions, l'acquisition des dix séries de mesures nécessite "naturellement" une durée suffisamment importante pour pouvoir vérifier la stabilité de la pression P_m . Pour des débits importants, Δt est choisi de telle sorte que l'acquisition des dix séries de mesures nécessite au moins deux minutes : la variation de masse entre deux séries de mesure est alors assez élevée pour minimiser les éventuelles erreurs faites sur la mesure du débit.

b. Traitement des données

Pour un échantillon donné, les valeurs moyennes de la pression P_{m_j} , de la température \mathcal{T}_j et du débit Q_j , correspondant à une position déterminée de la vanne, sont calculées à partir des dix séries de mesures explicitées précédemment. Le débit moyen Q_j a été évalué en faisant la moyenne arithmétique des débits Q_i (i variant de 2 à 10). La pression P_{m_j} est évaluée, dans ces conditions, à 0,5 % près.

3. Conditions expérimentales

Les paramètres retenus pour cette étude concernent les empilements (porosité - taille des particules) et le fluide (viscosité - masse volumique).

Les échantillons analysés sont ceux décrits précédemment (§ B.II.2.).

Notons qu'ici aussi le support des échantillons décrit au paragraphe F.I.1.b. ne permet pas la caractérisation des échantillons de la série I ($50 < D_{p_1} < 62 \mu\text{m}$) qui ont des porosités inférieures à 0,20, même si leur hauteur est réduite à 1 cm.

a. Liquides utilisés

Les liquides utilisés sont l'eau pure et une solution aqueuse de glycérol ($\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$). Cette dernière a été retenue car, selon sa teneur en glycérol, elle permet de faire varier la viscosité η sur un très large domaine (figure F.I.2.) sans pour autant modifier de façon notable la masse volumique ρ .

Sa concentration c a été évaluée en mesurant la masse volumique ρ du mélange glycérol-eau et en prenant la teneur correspondante indiquée par les tables (Techniques de l'Ingénieur - 1955 - Vol. K, p. 480-6). Elle est de 34 % (pourcentage massique) ; cette valeur donne lieu à une viscosité nettement différente de celle de l'eau pure sans pour autant conduire à des durées d'acquisition trop longues.

Les caractéristiques des fluides utilisés, sont indiquées dans le tableau F.I.1. Notons que, dans ces conditions, la masse volumique ρ est supposée indépendante de la température (Techniques de l'Ingénieur, 1955, Vol. K, p. 450-7).

c (%)	0	34
ρ (g/cm ³) (20°C)	0,998	1,083
η (cp) (30°C)	0,800	2,167

Tableau F.I.1. : Caractéristiques des solutions aqueuses de glycérol de concentration c utilisées. D'après les "Techniques de l'Ingénieur" (1955 - Vol. K, p. 480-6).

Pour éviter tout problème de bouchage des pores, l'eau utilisée a été au préalable filtrée et distillée. De plus, après chaque passage dans le circuit hydraulique, le liquide, avant tout autre passage, est filtré sur papier (0,6 μm) à l'aide d'une trompe à eau.

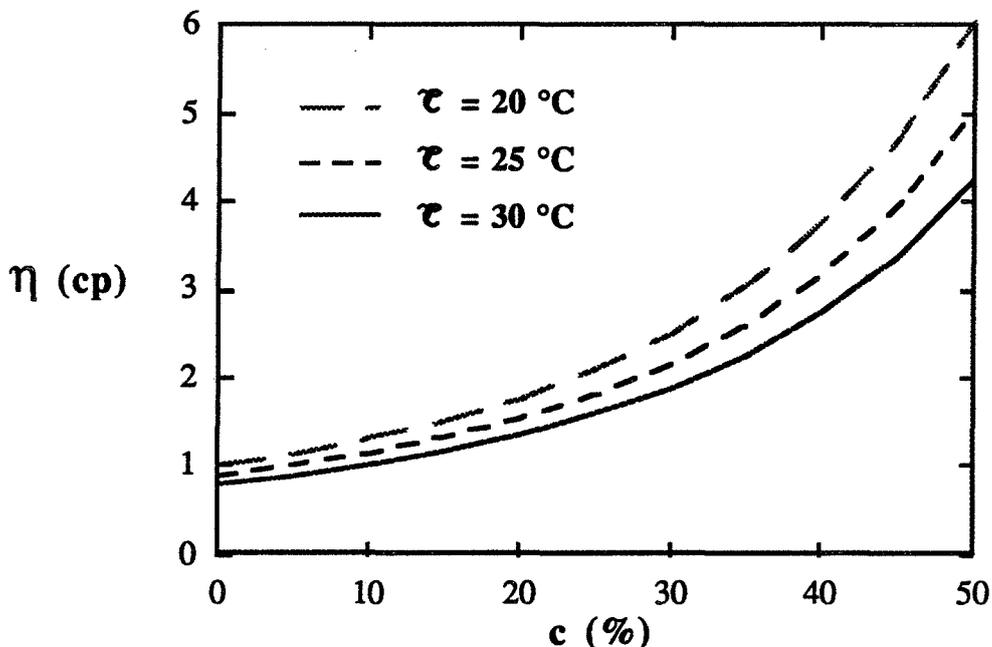


Figure F.I.2. : Variation de la viscosité d'une solution aqueuse de glycérol en fonction de sa concentration c (% massique) à différentes températures. D'après les techniques de l'Ingénieur (1955, Vol. K, p. 480-6).

b. Température

Pour une teneur donnée, la viscosité de la solution aqueuse de glycérol est sensible à la température, d'autant plus si la teneur est élevée (figure F.I.2.). Pour cette raison, nous avons choisi d'effectuer nos mesures à la température $T = 30 \pm 0,5^\circ\text{C}$. Ainsi, une partie du montage (indiquée sur la figure F.I.1.) est immergée dans un bain thermostaté.

II. Résultats expérimentaux

1. Présentation des résultats

Les courbes de variation de $\Delta P/H$ en fonction de u_0 représentent une fonction de type soit parabolique, soit linéaire (figures F.II.1. et F.II.2.). La variation est parabolique lorsque la régression linéaire réalisée, selon la méthode des moindres carrés, sur la courbe de variation de $\Delta P/(H \cdot u_0)$ en fonction de u_0 , conduit à un coefficient de corrélation supérieur à 0,99 alors que l'application de cette méthode à la courbe de variation $\Delta P/H$ en fonction de u_0 conduit à un coefficient de corrélation inférieur à 0,99. Dans tous les autres cas, $\Delta P/H$ croît linéairement avec u_0 : la régression linéaire effectuée selon la méthode des moindres carrés, sur les courbes de variation de $\Delta P/H$ en fonction de u_0 conduit à des coefficients de corrélation supérieurs à 0,99 et à des ordonnées à l'origine négligeables devant les erreurs de mesures réalisées sur P_a et H_2 .

Ainsi, nous écrirons $\Delta P/H = A u_0$ dans le cas d'une variation linéaire et $\Delta P/(H \cdot u_0) = A + B u_0$ dans le cas d'une variation parabolique (figure F.II.3.) : A et B sont obtenus par régression linéaire.

2. Les différents régimes d'écoulement

La variation de $\Delta P/H$ en fonction de u_0 est de type parabolique dans le cas des échantillons poreux ($\phi_{AI} > 0,10$) de la série II ($290 < D_{p2} < 320 \mu\text{m}$) ; elle est linéaire dans tous les autres cas (tableau F.II.1.).

Elle met en évidence deux régimes d'écoulement :

- un écoulement laminaire linéaire lorsque la variation de $\Delta P/H$ en fonction de u_0 est linéaire
- un écoulement laminaire non linéaire lorsque la variation de $\Delta P/H$ en fonction de u_0 est parabolique (cf. § A.I.2.c.).

En utilisant pour grandeur caractéristique du diamètre, dans le nombre de Reynolds, l'intercept moyen \bar{I} déduit des mesures d'analyse d'image (cf. § C.II.2.b.), le nombre de Reynolds ($Re = (\rho/\eta) \bar{I} u_0$) est tel que :

$$\begin{array}{ll} 0,04 < Re < 2 & \text{si l'écoulement est laminaire linéaire} \\ \text{et } 2 < Re < 6 & \text{si l'écoulement est laminaire non linéaire.} \end{array}$$

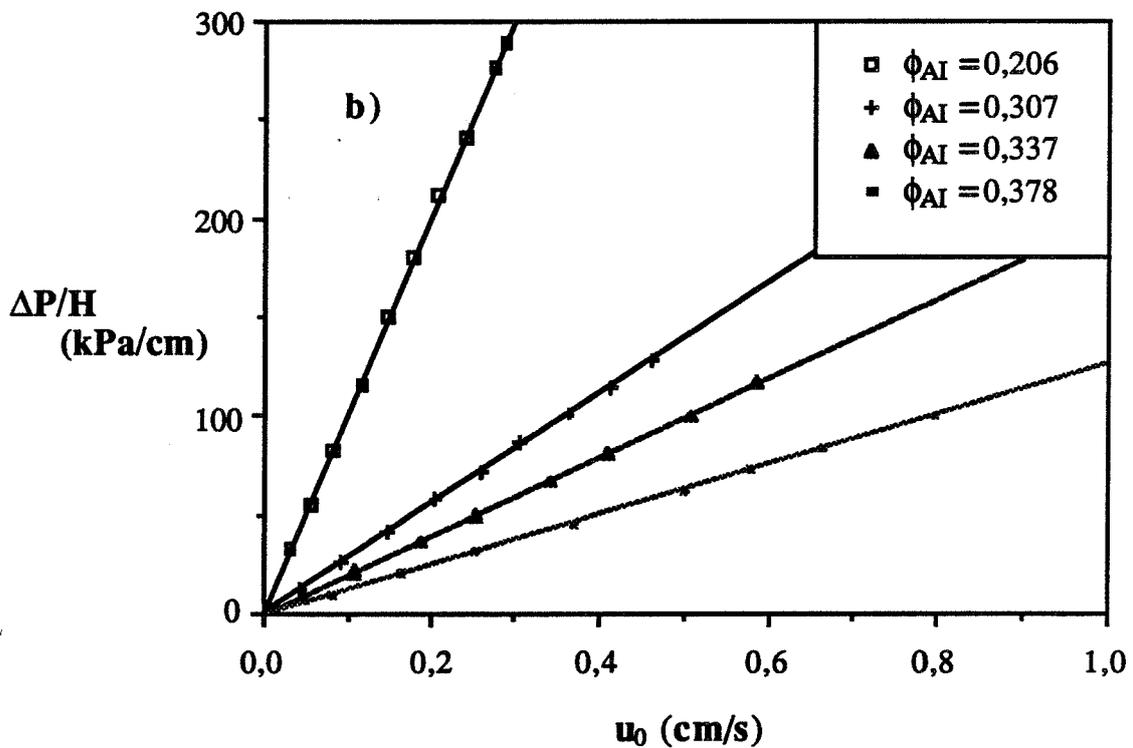
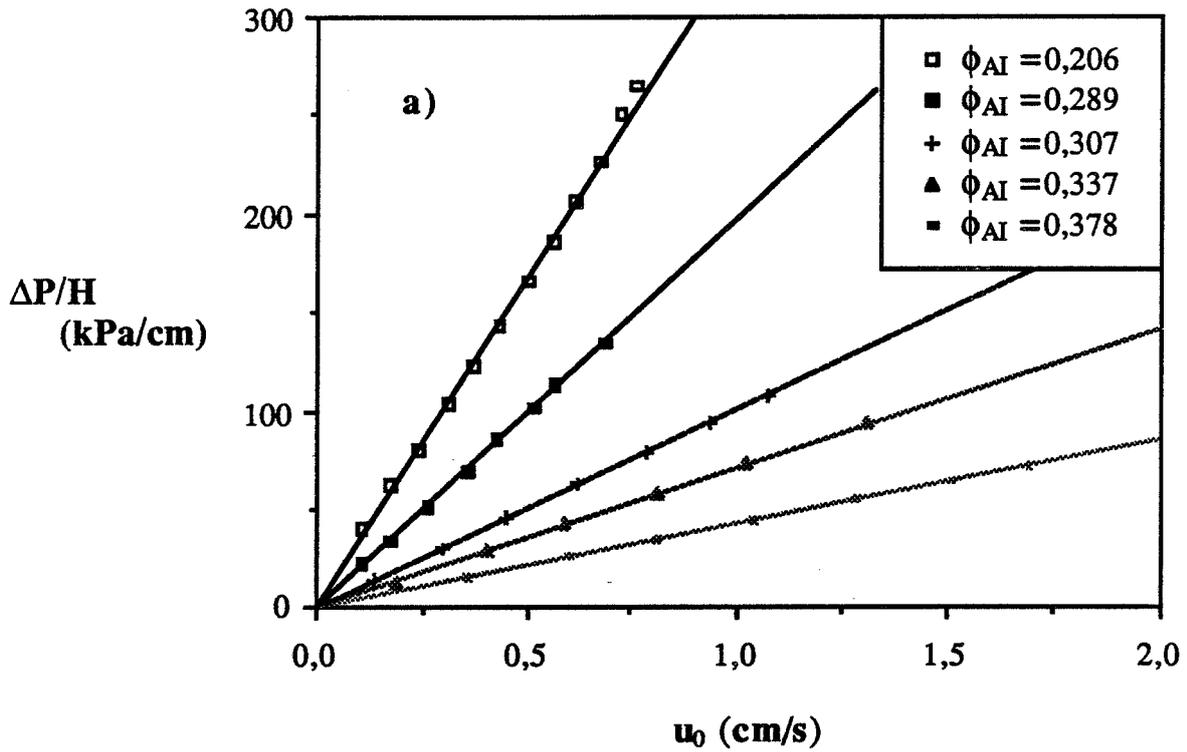


Figure F.II.1. : Variation de $\Delta P/H$ en fonction de u_0 dans le cas des empilements de billes de diamètre $D_{p1} = 55 \mu\text{m}$ traversés par de l'eau pure (a) et une solution aqueuse de glycérol de concentration $c = 34 \%$ (b) (pourcentage massique).

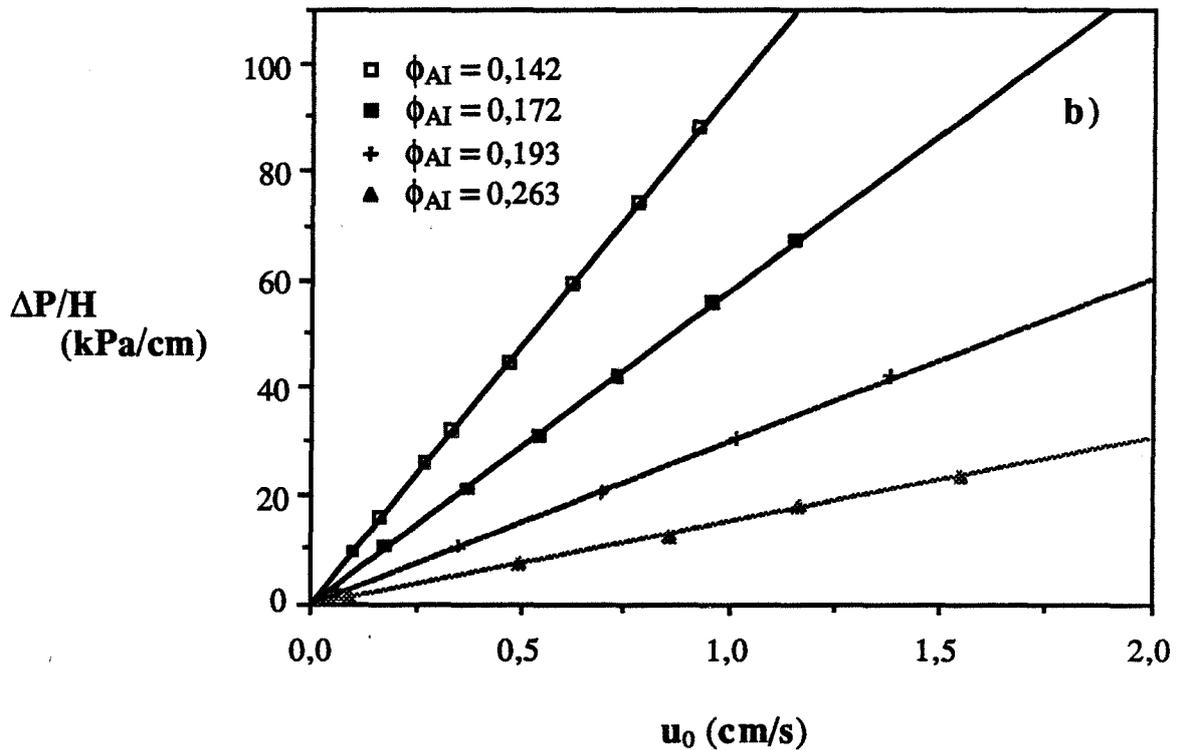
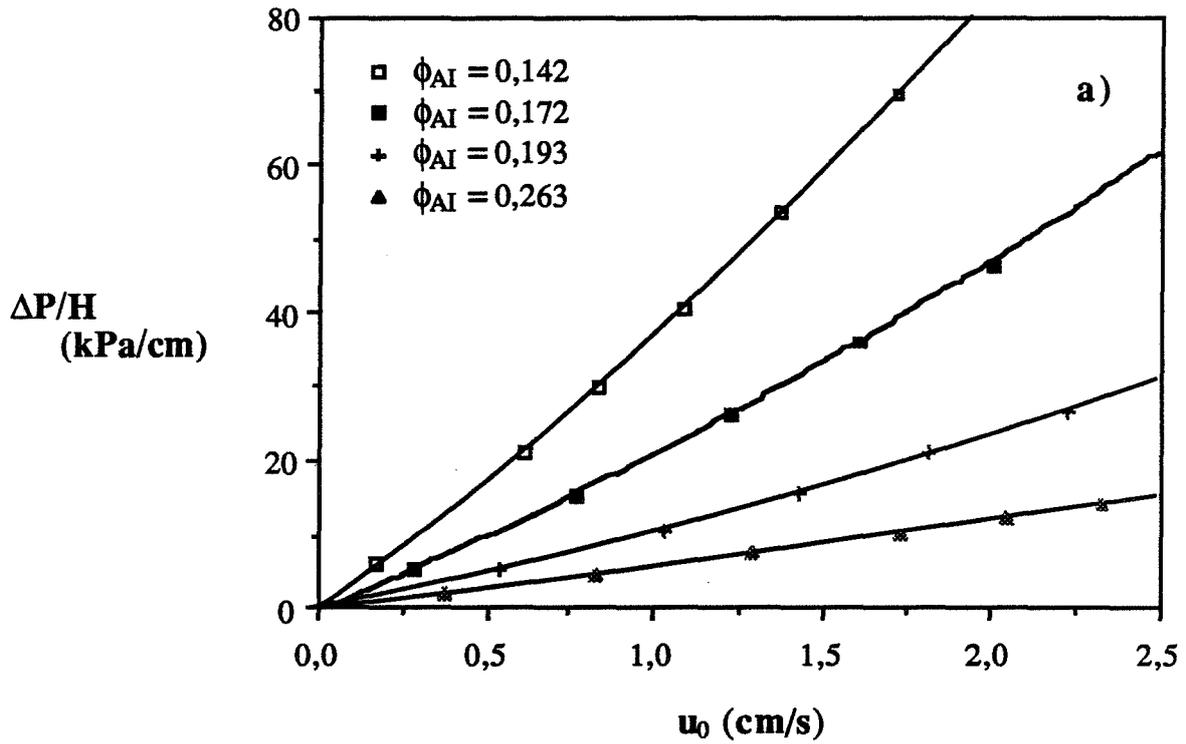


Figure F.II.2. : Variation de $\Delta P/H$ en fonction de u_0 dans le cas des empilements frittés de billes de diamètre $D_{p_2} = 295 \mu\text{m}$ traversés par de l'eau pure (a) et une solution aqueuse de glycérol de concentration $c = 34 \%$ (b) (pourcentage massique).

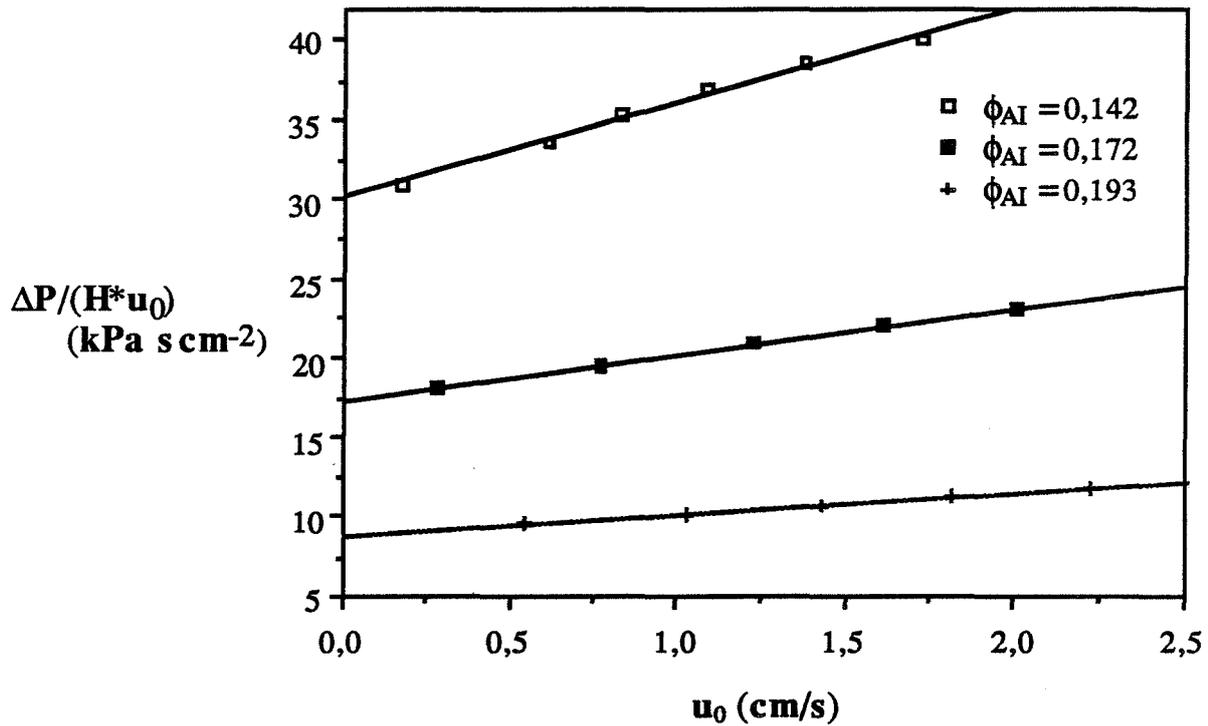


Figure F.II.3. : Variation de $\Delta P / (H u_0)$ en fonction de u_0 dans le cas des empilements frittés de billes de diamètre D_{p2} traversés par de l'eau pure.

En prenant pour grandeur caractéristique du nombre de Reynolds le rayon efficace

$R_p = \frac{3}{S_v}$ (cf. § A.I.2.b.) où S_v est déduite des mesures d'analyse d'image (cf. § C.II.2.a.), les

valeurs du nombre de Reynolds $Re = \frac{2\rho R_p u_0}{\eta}$ sont nettement supérieures à celles obtenues dans le cas précédent. Elles sont telles que :

0,10 < Re < 6 si l'écoulement est laminaire linéaire
 et 6 < Re < 26 si l'écoulement est laminaire non linéaire.

Dans les deux cas, la valeur de Re_c est en accord avec les résultats de la littérature qui suggèrent que $0,1 < Re_c < 75$ (figure A.I.1.).

	ϕ_{AI}	c (%)	0	34
$50 < D_{p_1} < 62 \mu\text{m}$	0,206	linéaire	linéaire	
	0,289			
	0,307			
	0,337			
	0,378			
$290 < D_{p_2} < 320 \mu\text{m}$	0,082	linéaire	linéaire	
	0,093			
	0,142	parabolique		
	0,172			
	0,193			
	0,263			
0,306				

Tableau F.II.1. : Domaine d'existence des différents types de variation de $\Delta P/H$ en fonction de u_0 .

3. Influence de la nature du liquide

Par la suite, les grandeurs A , ρ , η et a_{vd} seront indicées par "1" ou "2" si elles concernent respectivement l'écoulement de l'eau pure ou de la solution aqueuse à 34 % de glycérol.

D'après le modèle d'Ergun (cf. § A.II.1.), le coefficient A s'écrit comme le produit de deux variables indépendantes, l'une \mathfrak{R} caractérisant la géométrie du milieu poreux, l'autre η caractérise le liquide. Ainsi, pour un échantillon donné, nous pouvons écrire :

$$A_i = \mathfrak{R} \eta_i \quad (i = 1, 2) \quad (\text{F.II.1.})$$

Si les variables \mathfrak{A} et η sont indépendantes, nous devrions donc avoir :

$$A_2 = \frac{\eta_2}{\eta_1} A_1 \quad (\text{F.II.2.})$$

Comiti, dans son modèle, exprime \mathfrak{A} sous la forme d'un produit de plusieurs termes :

$$\mathfrak{A} = 2\gamma T^2 a_{vd}^2 \frac{(1-\phi)^2}{\phi^3} \quad (\text{F.II.3.})$$

Certains d'entre eux caractérisent la texture poreuse proprement dite (γ , T , ϕ) ; la surface spécifique dynamique a_{vd} caractérise à la fois le solide et le liquide.

Dans ces conditions, nous devrions avoir :

$$A_2 = \left(\frac{a_{vd2}}{a_{vd1}} \right)^2 \left(\frac{\eta_2}{\eta_1} \right) A_1 \quad (\text{F.II.4.})$$

a. Cas des empilements frittés de billes de diamètre D_{p1}

Dans le cas des échantillons de la série I, la variation de $\Delta P/H$ en fonction de u_0 est linéaire quel que soit le liquide utilisé (tableau F.II.1.).

L'équation F.II.2. est parfaitement vérifiée pour des échantillons de porosité supérieure à 0,25 ($0,25 < \phi_{AI} < 0,40$) ; elle est mise à défaut pour des porosités inférieures (figure F.II.4.a.).

b. Cas des empilements frittés de billes de diamètre D_{p2}

Dans le cas des échantillons de la série II, la variation de $\Delta P/H$ en fonction de u_0 peut passer de parabolique à linéaire par changement de liquide (tableau F.II.1.).

L'équation F.II.2. est ici aussi bien vérifiée pour des échantillons de porosité supérieure à 0,25 ($0,25 < \phi_{AI} < 0,40$) ; elle est mise à défaut pour des échantillons de porosité inférieure à 0,25.

Les valeurs de A_1 étant très faibles (inférieures à 10 kPa s.cm^{-2}) pour des échantillons de porosité supérieure à 0,25, un écart sensible à la courbe théorique reste acceptable dans ce domaine de porosité. Par contre, un écart de 20 ou 30 % à la courbe théorique ne peut être totalement attribué aux erreurs de mesure dans le cas où les valeurs de A_1 et A_2 sont importantes (échantillons de porosité inférieure à 0,25).

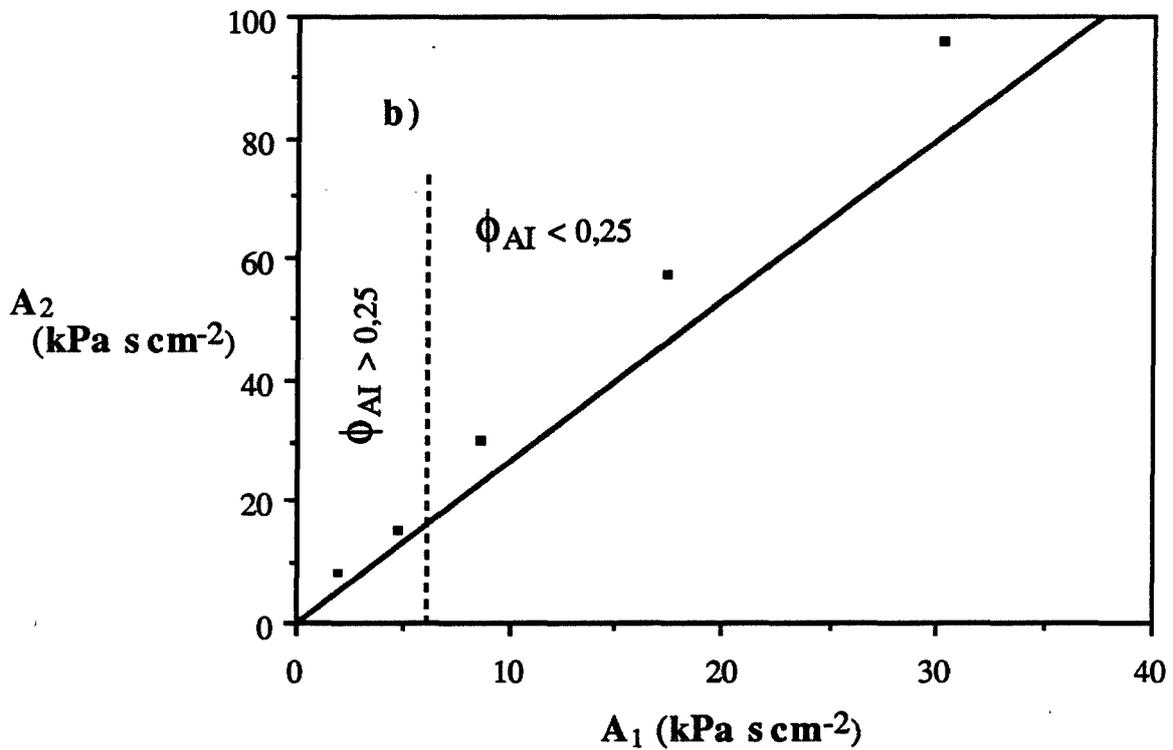
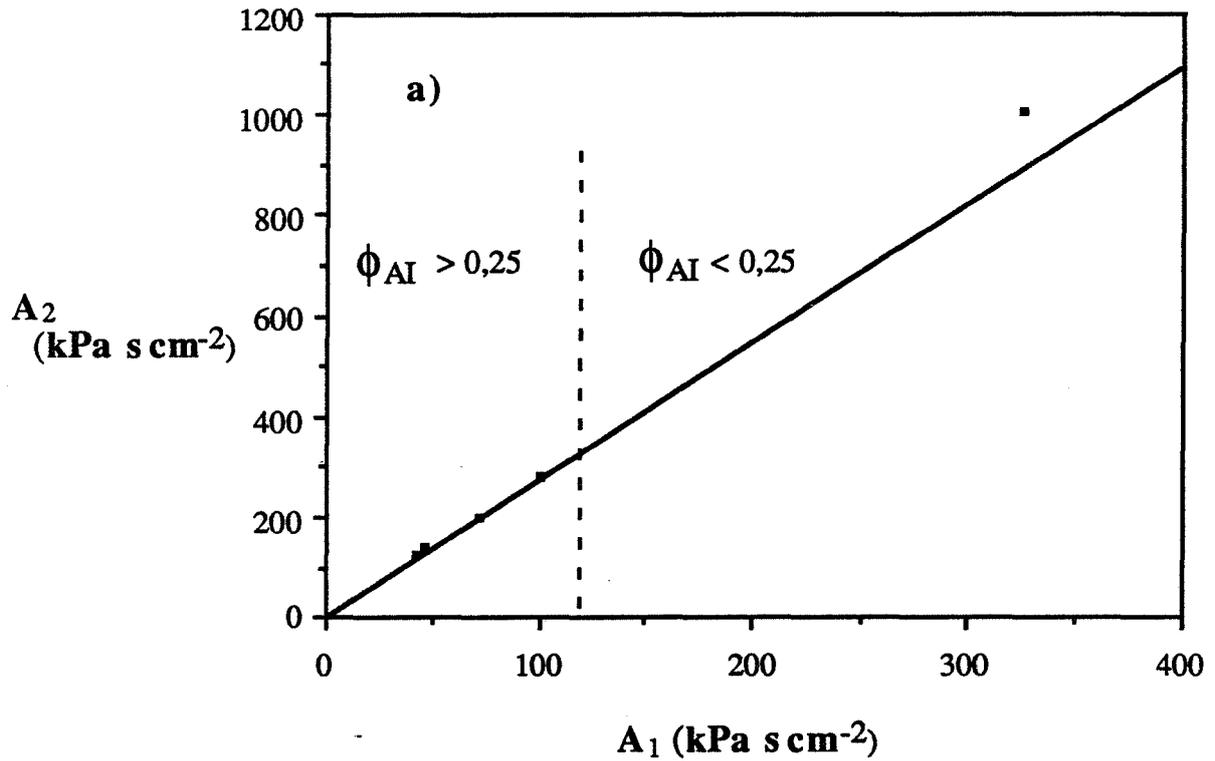


Figure F.II.4. : Variation de A_2 en fonction de A_1 dans le cas des empilements frittés de billes de diamètre D_{p1} (a) et D_{p2} (b) de porosité comprise entre 0,20 (a) ou 0,15 (b) et 0,40.

Remarque : Pour minimiser les erreurs de mesure réalisées sur les échantillons de forte porosité, nous aurions pu utiliser des échantillons plus hauts (3 ou 4 cm). Mais ils auraient présenté un gradient de porosité important le long de l'axe cylindrique (cf. § B.I.2.).

c. Conclusion

Ces résultats montrent que le modèle d'Ergun n'est, a priori, transposable aux milieux poreux consolidés que dans un domaine restreint de porosité ($0,25 < \phi < 0,40$).

Le modèle de Comiti n'est en aucun cas mis en défaut : il montre que, quelle que soit la série étudiée, la surface spécifique dynamique est identique d'un liquide à l'autre ($a_{vd_1} = a_{vd_2}$) pour des échantillons de porosité supérieure à 0,25. Par contre, le coefficient A_2 mesuré, étant toujours supérieur à sa valeur théorique dans le cas des échantillons de porosité inférieure à 0,25, nous avons la relation :

$$a_{vd_2} > a_{vd_1} \quad (\text{F.II.5.})$$

Des mesures réalisées par le laboratoire "Energétique et réactivité aux interfaces" de l'Université Pierre et Marie Curie (Paris) ont montré que la tension superficielle de la solution aqueuse de glycérol à 34 % était inférieure à celle de l'eau pure (66,7 mN/m et 71,5 mN/m) alors que les angles de mouillage liquide-verre sont sensiblement identiques (de l'ordre de 32°). Ces résultats, bien qu'insuffisants, laissent supposer que la solution aqueuse de glycérol est plus "mouillante" que l'eau pure et ne contredisent donc pas la relation F.II.5.

4. Comparaison de nos résultats à ceux proposés par la littérature

Nous nous proposons, dans ce paragraphe, de vérifier la validité de certains modèles d'écoulement (Ergun et Comiti), établis pour des milieux poreux non consolidés.

a. Le modèle d'Ergun

Nous avons vu précédemment qu'il n'était, a priori, adapté qu'aux milieux consolidés de porosité supérieure à 0,25. L'expression de ce modèle (cf. § A.II.1. - Equation A.II.4.), fait intervenir deux facteurs correctifs α et β tels que $\alpha = 2,083$ et $\beta = 2,133$.

A partir des mesures de S'_v et de ϕ faites par analyse d'image et des coefficients A_i et B_i déduits des propriétés d'écoulement, nous avons évalué α et β :

$$\alpha = \frac{A_i \phi_{AI}^3}{2(1 - \phi_{AI})^2 S'_v \eta_i} \quad (\text{F.II.6.})$$

$$\beta = \frac{8 B_i \phi_{AI}^3}{(1 - \phi_{AI}) S'_v \rho_i} \quad (\text{F.II.7.})$$

Les valeurs de α et β présentées par la suite ont été calculées en privilégiant les valeurs de A_i et de B_i déduites des propriétés d'écoulement de l'eau ($i = 1$). Les résultats sont analogues à ceux présentés ci-dessous en prenant $i = 2$.

Quelle que soit la série d'échantillons analysée, le facteur correctif α n'est pas constant (tableau F.II.2.) : il augmente au fur et à mesure que la porosité diminue. De plus, pour une porosité donnée, la valeur de α correspondant à l'échantillon de la série I est plus élevée que celle correspondant à l'échantillon de la série II.

Par ailleurs, la valeur du coefficient β est très nettement supérieure à la valeur théorique de 2,133.

Ainsi, le modèle d'Ergun ne peut être étendu au cas d'un écoulement à l'intérieur d'un milieu poreux consolidé de porosité supérieure à 0,25 ($0,25 < \phi < 0,40$). Les facteurs correctifs α et β dépendent de la porosité globale (leur valeur augmente lorsque la porosité diminue). De plus, le facteur α semble dépendre de la taille des particules constituant le milieu.

	ϕ_{AI}	Modèle d'Ergun		Modèle de Comiti	
		α	β	γ	f
$50 < D_{p1} < 62 \mu\text{m}$	0,40	2,083		1	
	0,378	4,14		2,63	
	0,377	4,99		3,35	
	0,337	6,76		4,05	
	0,307	7,13		3,91	
	0,289			4,81	
	0,206			4,27	
$290 < D_{p2} < 320 \mu\text{m}$	0,40	2,083	2,13	1	0,1936
	0,306	3,30		1,34	
	0,263	4,32	7,58	2,38	0,775
	0,193			2,16	0,735
	0,172			2,55	0,749
	0,142			3,07	
	0,093			8,93	
	0,082			9,26	

Tableau F.II.2. : Coefficients intervenant dans les modèles d'Ergun et de Comiti évalués pour différentes porosités (ϕ_{AI}). Les valeurs correspondant à $\phi_{AI} = 0,40$ sont celles proposées par Ergun et Comiti dans le cas d'empilements non consolidés.

b. Le modèle de Comiti

A la différence du modèle d'Ergun, ce modèle est a priori, adapté aux écoulements à l'intérieur d'un milieu poreux consolidé, quelle que soit sa porosité. Il fait lui aussi intervenir deux coefficients γ et f , tels que $0,6 < \gamma < 1,5$ et $f = 0,1936$ (cf. § A.II.3.).

α. Hypothèses

Afin de vérifier si ce modèle peut être étendu au cas d'un écoulement à l'intérieur d'un milieu poreux consolidé, nous avons formulé les hypothèses suivantes :

- la surface spécifique dynamique a_{vd} est identique à l'aire volumique S'_V : $a_{vd} = S'_V$
- la tortuosité T est telle que $T = \sqrt{Te}$: les valeurs de T sont celles déduites des propriétés de conductivité électrique (cf. § E.II.4.).

β. Calculs

A partir des valeurs de S'_V et de ϕ obtenues par analyse d'image et celles de A_i et B_i déduites des lois expérimentales de variation de $\Delta P/H$ en fonction de u_0 , nous avons évalué γ et f :

$$\gamma = \frac{A_i \phi_{AI}^3}{2 \eta_i T^2 S_V'^2 (1 - \phi_{AI})^2} \quad (\text{F.II.8.})$$

$$f = \frac{2 B_i \phi_{AI}^3}{\rho_i T^3 S_V' (1 - \phi_{AI})} \quad (\text{F.II.9.})$$

Les valeurs de γ et de f présentées par la suite ont été calculées en privilégiant les valeurs de A_i et B_i déduites des propriétés d'écoulement de l'eau ($i = 1$).

Les résultats sont analogues à ceux présentés ci-dessous en prenant $i = 2$.

γ. Résultats

Quelle que soit la série analysée, le coefficient de circularité γ varie avec la porosité (tableau F.II.2.) : il croît légèrement d'une valeur théorique ($\gamma = 1$) obtenue pour des empilements non consolidés ($\phi = 0,40$) à une valeur γ_c puis reste constant pour des porosités comprises entre 0,30 et 0,15 et croît brutalement lorsque la porosité passe de 0,15 à 0,05.

La valeur prise par γ_c dépend, à première vue, sensiblement de la taille des billes constituant le milieu poreux : elle est de l'ordre de 4 pour les échantillons de la série I ($50 < D_{p1} < 62 \mu\text{m}$) et de 2 pour les échantillons de la série II ($290 < D_{p2} < 320 \mu\text{m}$).

Dans les deux cas, elle est en dehors du domaine de variation proposé par Comiti.

De plus, le coefficient f reste constant quelle que soit la porosité (tableau F.II.2.). Sa valeur (de l'ordre de 0,75) est nettement supérieure à celle proposée par Comiti ($f = 0,1936$).

Remarque : Si les calculs de γ et f sont réalisés à l'aide des équations (A.II.22.) et (A.II.23.) dans lesquelles le paramètre d est égal au diamètre moyen du disque inclus $\bar{\delta}$, les résultats sont analogues à ceux présentés précédemment.

Les valeurs de γ obtenues dans ce cas sont légèrement supérieures à celles déduites de la relation (F.II.8.) et ce uniquement pour des porosités inférieures à 0,25.

Le facteur de frottement f a une valeur constante (voisine de 0,183) beaucoup plus proche de la valeur théorique de Comiti que celle obtenue selon l'équation (F.II.9.).

δ . Interprétation

Un tel écart entre les valeurs des coefficients γ et f déduites de nos résultats expérimentaux et celles proposées par le modèle de Comiti ne peut être totalement attribué à une imprécision de nos mesures.

Aussi, les hypothèses envisagées doivent être vérifiées. Pour ce faire, supposons que le modèle de Comiti est adapté pour décrire les propriétés d'écoulement d'un liquide à travers des milieux poreux consolidés. Dans ces conditions, nous pouvons évaluer dans les cas particuliers où la variation $\Delta P/H$ en fonction de u_0 est parabolique (tableau F.II.1.), la surface spécifique dynamique a_{vd} et la tortuosité hydraulique T_{calc} :

$$T_{calc} = \left[\frac{8 \gamma \eta_i B^2}{f^2 \rho_i A} \phi^3 \right]^{1/4} \quad (\text{F.II.10.})$$

$$a_{vd} = \frac{2 B_i \phi_{AI}^3}{f \rho_i T^3 (1 - \phi_{AI})} \quad (\text{F.II.11.})$$

avec $i = 1$, $\gamma = 1$ et $f = 0,1936$.

Le tableau F.II.3. montre alors que la surface spécifique dynamique est identique à l'aire volumique S_v mais que la tortuosité T_{calc} est très différente de T ($T_{calc} > T$).

Ainsi, l'hypothèse $T = \sqrt{Te}$ n'est pas vérifiée.

En conservant l'hypothèse $S_v = a_{vd}$, nous pouvons maintenant évaluer la tortuosité hydraulique T_{th} dans les cas où la variation de $\Delta P/H$ en fonction de u_0 est linéaire :

Φ_{AI}	$S_V(\text{cm}^{-1})$	T	T_{calc}	$-a_{vd}(\text{cm}^{-1})$
0,142	97,05	1,65	2,73	99,49
0,172	108,71	1,70	2,53	112,34
0,193	116,15	1,54	2,30	106,86
0,263	151,32	1,38	2,17	145,02

Tableau F.II.3. : Vérification des hypothèses à partir des mesures réalisées sur les échantillons de la série II ($290 < D_{p2} < 320 \mu\text{m}$) présentant une variation parabolique de $\Delta P/H$ en fonction de u_0 .

	Φ_{AI}	T	T_{th}	T_{calc}
$50 < D_{p1} < 62 \mu\text{m}$	0,206	1,495	3,87	
	0,289	1,325	3,28	
	0,307	1,351	2,68	
	0,337	1,292	2,60	
	0,377	1,221	2,23	
	0,378	1,253	2,03	
$290 < D_{p2} < 320 \mu\text{m}$	0,082	2,54	7,83	
	0,093	2,06	5,95	
	0,142	1,65		2,73
	0,172	1,70		2,53
	0,193	1,54		2,30
	0,263	1,38		2,17
	0,306	1,31		

Tableau F.II.4. : Comparaison des valeurs de T déduites des mesures de conductivité électrique et calculées à partir des propriétés d'écoulement en supposant le modèle de Comiti vérifié.

$$T_{th} = \left[\frac{A_i \phi_{AI}^3}{2 \gamma \eta_i S_V (1 - \phi_{AI})^2} \right]^{1/2} \quad \text{avec } i = 1 \text{ et } \gamma = 1$$

Le tableau F.II.4. indique que, dans tous les cas, la tortuosité hydraulique T_{th} déduite des mesures d'écoulement est supérieure à celle déduite des propriétés de conductivité électrique $T_{th} > T$.

L'ensemble de ces résultats montre que le modèle de Comiti qui assimile l'espace poreux à un ensemble de tubes tortueux identiques et non connectés entre eux reste adapté pour expliciter les propriétés d'écoulement d'un liquide à travers des milieux poreux consolidés. Cependant, il fait intervenir une grandeur physique (la tortuosité T) accessible uniquement par des mesures d'écoulement.

5. Conclusion

La caractérisation des propriétés d'écoulement d'un liquide à l'intérieur d'un milieu poreux consolidé fait apparaître, comme dans le cas de milieux poreux non consolidés, deux régimes d'écoulement : l'un laminaire linéaire, l'autre laminaire non linéaire. Le passage de l'un à l'autre correspond à un nombre de Reynolds critique Re_c qui, selon les paramètres utilisés pour son calcul, est tel que :

$$2 \leq Re_c \leq 6$$

L'hypothèse des pores cylindriques formulée pour expliciter les lois expérimentales de variation de $\Delta P/H$ en fonction de u_0 reste adaptée à des milieux poreux consolidés ayant une porosité supérieure à 0,15. Cependant, il est préférable, comme le suggère le modèle de Comiti, d'écrire chaque coefficient A et B sous la forme d'un produit de trois termes : l'un caractérisant la texture poreuse proprement dite, l'autre le liquide et le dernier, à la fois, le solide et le liquide mis en jeu.

Dans les cas où cette précaution n'est pas nécessaire, c'est-à-dire lorsque le liquide mouille parfaitement la totalité de la surface du solide (cette condition est remplie dans notre étude pour les échantillons de porosité supérieure à 0,25), le modèle d'Ergun n'est pas applicable en toute rigueur puisqu'il fait intervenir des coefficients α et β qui varient avec la porosité.

D'une manière générale, l'approche faite dans le modèle de Comiti est adaptée aux problèmes d'écoulement dans les milieux poreux consolidés. L'application de ce modèle à de tels milieux nécessite cependant des études complémentaires concernant l'évolution, en fonction de la porosité, de la tortuosité hydraulique T .

Cette dernière ne semble pas être reliée d'une façon simple à la tortuosité électrique Te . Toutes deux semblent augmenter lorsque la porosité diminue. De plus, quelle que soit la porosité des milieux analysés, la tortuosité hydraulique est telle que $T > \sqrt{Te}$.