

Médiation de jauge et Théories de Grande Unification

4.1 Problématique

Nous voulons étudier la phénoménologie des modèles dans lesquels il y a à la fois des théories de grande unification et de la médiation de jauge. Notons que cette problématique est assez répandue. Le fait que la supersymétrie fasse converger les constantes de couplages du modèle standard plaide en sa faveur et en celle des théories de grande unification. On va voir qu'il est très naturel de coupler les messagers $\phi, \tilde{\phi}$ aux champs du secteur de grande unification, et que cela a des conséquences non négligeables sur les spectres générés.

En particulier, nous verrons que contrairement au cas de médiation de jauge minimal [8], dans lequel les messagers ont tous la même masse à haute énergie, les champs composant les messagers auront des masses différentes dictées par la théorie des groupes. Cela donne un cas particulier inscrit dans la médiation de jauge générale, avec une motivation théorique pour le choix des paramètres à haute énergie. Cela donne aussi naturellement des spectres atypiques à basse énergie. Les plus remarquables sont ceux possédant un neutralino léger LSP ou un gluino léger NLSP.

4.1.1 Justification du couplage

Nous voulons ici évaluer à quel point il est naturel pour des messagers de coupler au secteur de grande unification, quand le modèle possède les deux ingrédients : médiation de jauge et groupe de grande unification.

Contraintes sur les messagers

Dans la plupart des modèles décrivant des secteurs cachés, la supersymétrie est brisée par un spurion X . Les messagers ϕ et $\tilde{\phi}$ couplent directement au spurion chirale X via $X\phi\tilde{\phi}$.

Dans le cas des modèles de type O’Raifeartaigh, on sait qu’on peut écrire le superpotentiel sous la forme [57]

$$W = fX + 2(\lambda_{ab}X + m_{ab})\Phi_a\Phi_b + \frac{1}{6}\lambda_{abc}\Phi_a\Phi_b\Phi_c, \quad (4.1)$$

où on a choisi les paramètres pour que X soit le spurion et la supersymétrie soit brisée pour $\Phi = 0$. X est donc neutre, et comme l’existence d’une R-symétrie aide à briser la supersymétrie, il a souvent une R-charge 2.

Même si on ignore de quoi est fait le secteur caché, on sait que les messagers prennent généralement une masse via un terme du type $M\phi\tilde{\phi}$, ou bien $X\phi\tilde{\phi}$ avec $\langle X \rangle \neq 0$.

Ce qui nous importe ici, c’est que $\phi\tilde{\phi}$ est neutre sous les symétries du modèle standard.

Un couplage naturel

Par simplicité, on note dans cette partie Σ un champ quelconque du secteur de grande unification. Une notation de type Σ^2 ou Σ^3 correspond donc à des opérateurs obtenus en contractant plusieurs champs du secteur de grande unification, les indices de sommation étant omis.

Dans les modèles les plus simples, on trouve des champs Σ qui peuvent directement coupler avec les messagers. On en verra des exemples par la suite, ainsi que leurs conséquences sur la phénoménologie à basse énergie.

Il faut noter que beaucoup d’opérateurs existent, et qu’il y en a forcément certains qui sont neutres sous les symétries du modèle standard. Ainsi si on travaille avec des messagers et des champs de grande unification, on peut éviter certains couplages en utilisant judicieusement certaines symétries¹, mais on ne peut pas les supprimer tous à la fois. En effet, il faut bien pouvoir décrire la dynamique du système et donc écrire un superpotentiel!

Dans ce cas, le superpotentiel va donc contenir des opérateurs de type $W_{GUT} = \sum_i c_i O_{GUT}^i$, où O_{GUT} est un opérateur fait à partir des champs de grande unification. Ces opérateurs sont neutres, et on peut a priori les coupler aux messagers $\phi O_{GUT}^i \tilde{\phi}$. On aura donc un superpotentiel de couplage qui pourra contenir, en plus de couplages directs, les termes

$$W_c = \phi O_{GUT} \tilde{\phi}, \text{ soit } W_c \sim \phi \frac{\Sigma^2}{M_P} \tilde{\phi}, \quad \phi \frac{\Sigma^3}{M_P^2} \tilde{\phi}. \quad (4.2)$$

Au final, on s’attend donc à avoir des couplages du type

$$\phi \Sigma \tilde{\phi}, \quad \phi \frac{\Sigma^2}{M_P} \tilde{\phi}, \quad \phi \frac{\Sigma^3}{M_P^2} \tilde{\phi}. \quad (4.3)$$

1. en fait, la construction de modèles réalistes nécessite la suppression de certains couplages par des symétries judicieusement choisies

En particulier, $\phi\Sigma\tilde{\phi}$ est invariant de jauge quand Σ est dans l'adjoint du groupe. Par exemple, dans le cas où le groupe de jauge est $SU(5)$ et le Higgs dans la représentation adjointe $\Sigma = 24$ du groupe, on va avoir un superpotentiel $W_{GUT} = \mu/2\sigma^2 + \lambda\Sigma^3/3$ dans le secteur de grande unification, et un couplage à l'ordre des arbres avec des messagers dans des représentations $5, \bar{5}$ ou $10, \bar{10}$.

À partir du moment où on peut écrire un terme de masse pour les messagers $M\phi\tilde{\phi}$, neutre sous les GUT, on doit aussi permettre des couplages du type (4.3).

Par souci de simplicité, nous étudierons les cas où les masses sont données par un couplage renormalisable à un champ de Higgs donnant des masses à tous les messagers.

L'adjoint du groupe de grande unification **Adj** peut se coupler avec tous les messagers vectoriels, comme dans (4.3). Comme celui-ci sert souvent à briser le groupe de grande unification, il prend une vev, ce qui induit des masses pour les messagers. C'est ce phénomène qui va nous intéresser ici, car tous les champs contenus dans les messagers ne vont pas alors avoir la même masse. D'autres champs de GUT prenant une grande vev peuvent coupler avec les messagers, engendrant d'autres termes de masses pour ceux-ci.

4.1.2 Vers des spectres atypiques

Puisque l'on couple des champs de grande unification prenant des vev aux messagers, on engendre des termes de masse pour ceux-ci. Ces termes ne sont plus invariants sous le groupe de grande unification. Les composantes des messagers n'ont plus forcément la même masse. Ceci s'oppose à la plupart des modèles, pour lesquels les masses des jauginos sont égales à haute énergie (universalité). On s'attend donc à avoir des spectres différant des spectres typiques.

En effet, pour la plupart des modèles (en particulier minimal supergravity, notée mSUGRA, et médiation de jauge minimale, notée mGM), les masses des jauginos vérifient la relation suivante, valable à toute énergie et à une boucle

$$\frac{M_{\lambda_1}}{\alpha_1} = \frac{M_{\lambda_2}}{\alpha_2} = \frac{M_{\lambda_3}}{\alpha_3}. \quad (4.4)$$

Ici, on note sans surprise $\alpha_a = g_a^2/4\pi$, $a = 1, 2, 3$ les couplages de jauge associés à $U(1)_Y$ (dans la normalisation de $SU(5)$), $SU(2)_L$ et $SU(3)_C$. On a aussi noté M_{λ_1} , M_{λ_2} and M_{λ_3} les masses respectives des bino, winos et des gluinos.

Pour mSUGRA, non seulement les constantes de couplages convergent à haute énergie, mais les jauginos ont aussi tous la même masse à Λ_{GUT} :

$$M_{\lambda_1} = M_{\lambda_2} = M_{\lambda_3} \quad (4.5)$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 \quad (4.6)$$

Dans le cas de mGM, on suppose que tous les messagers ont la même masse, ce qui induit (4.4).

L'intérêt de l'hypothèse d'universalité est sa simplicité, qui permet de réduire le nombre de paramètres à piloter afin de prédire des spectres à basse énergie. Bien entendu, on peut toujours trouver des spectres dans lesquels les masses

de jauginos ne vérifient pas cette relation. La plupart du temps, les paramètres sont alors mis à la main et choisis arbitrairement.

Cependant, ici, le spectre est différent du cas minimal et est déterminé par la structure du système à haute énergie. Si nous devons toujours faire certains choix pour les modèles (groupe et représentations...), ceux-ci sont plus prédictifs que si on mettait tous les paramètres à la main sans justification théorique.

4.1.3 De l'importance de la gravitation

Si les messagers prennent une masse via un couplage du type (4.3), celles-ci seront générées à des échelles proches de l'échelle de grande unification. Les effets gravitationnels ne seront donc pas forcément négligeables.

Pour évaluer cet effet, on note qu'un couplage typique à l'ordre des arbres de type $\lambda\phi\Sigma\tilde{\phi}$ donnera une masse de l'ordre de $\lambda 10^{16}$ GeV aux messagers pour $\lambda \sim 1$. Si on supprime une partie des opérateurs dont ceux renormalisables, on peut tout de même penser qu'il y aura au moins des opérateurs de type $\phi\Sigma^3/M_P^2\tilde{\phi}$ pour donner des masses de messagers. On estime donc que les masses des messagers seront comprises entre 10^{10} GeV $\leq M \leq 10^{16}$ GeV.

Il y a également une contribution liée au spurion, qui vaut $\lambda_X X\phi\tilde{\phi}$, avec X le champ qui brise la supersymétrie. Comme nous l'avons vu dans le chapitre sur la stabilité, X_0 est souvent protégé par une symétrie ou une pseudo-symétrie. Cette contribution est donc souvent négligeable devant les termes que nous considérons. Nous ferons systématiquement cette hypothèse par la suite.

On peut donc mesurer la part d'effets gravitationnels par rapport aux contributions de jauge dans la génération des termes softs en regardant

$$\frac{M_{GM}}{m_{3/2}} \sim \frac{g^2}{16\pi^2} \lambda_X \frac{M_P}{M} . \quad (4.7)$$

(4.7) nous dit que les effets gravitationnels sont minoritaires pour

$$M \lesssim \frac{g^2}{16\pi^2} \lambda_X M_P \sim \lambda_X M_{GUT} . \quad (4.8)$$

Si on prend des masses de messagers $M \sim 10^{16} GeV$, les contributions aux termes softs liées aux médiations gravitationnelles et de jauge seront du même ordre de grandeur. Dans ce cas, l'importance de la contribution gravitationnelle nous fait perdre le côté prédictif de notre modèle.

En choisissant M à quelques ordres de grandeur en dessous de $\lambda_X M_{GUT}$, on garde un spectre donné principalement par la médiation de jauge, avec des effets gravitationnels non négligeables. Ceci sera utilisé par la suite.

Soulignons le fait que si on veut obtenir $m_{3/2} \leq 100$ GeV on doit, via (4.7), avoir $M \leq \lambda_X 10^{15}$ GeV, c'est-à-dire à prendre des messagers dont la masse est légèrement plus petite que l'échelle de grande unification. Nous travaillons avec $M < 10^{14} GeV$, auquel cas les contributions de jauge l'emportent sur les effets gravitationnels avec un facteur 10^4 dans les masses des scalaires. Nous avons fait ce choix pour supprimer la plupart des changements de saveur. On doit donc

travailler avec un couplage $\lambda_\Sigma < 0.1$ relativement supprimé, où λ_Σ intervient dans $\lambda_\Sigma \phi \Sigma \tilde{\phi}$. Ceci peut provenir de symétries de saveurs ou de modèles avec dimensions supplémentaires dans lequel on trouve une suppression géométrique.

Nous verrons par la suite que garder une contribution gravitationnelle sous dominante mais non négligeable a plusieurs avantages :

- parce que le spectre est principalement donné par la médiation de jauge, il est prédictif et contient peu de changement de saveurs
- parce que la gravitation n'est pas négligeable, on peut générer un μ et $B \mu$ termes du bon ordre de grandeur
- dans certains cas, le neutralino sera la LSP. Il sera donc possible d'obtenir des contraintes sur le modèle via l'étude de la densité relique.

4.1.4 Méthodologie

Nous nous proposons donc de détailler les conséquences de cette interaction dans le cas de SU(5) et SO(10).

La méthodologie est la suivante :

1. regarder la liste des couplages autorisés par les symétries de jauge
2. regarder les masses des messagers qu'elles engendrent
3. calculer le spectre à hautes énergies
4. calculer le spectre à basse énergie
5. vérifier sa viabilité ainsi que ses prédictions

4.2 Construction d'un modèle explicite

Dans cette section, nous nous intéressons non pas aux spectres, mais aux aspects généraux de stabilité et de génération des termes μ et $B \mu$ du bon ordre de grandeur.

4.2.1 Définition du modèle

$$W = W_{MSSM} + W_{SB}(X, \dots) + W_m(\Phi, \tilde{\Phi}, X, \Sigma) + W_{GUT}(\Sigma), \quad (4.9)$$

Ce modèle comporte le superpotentiel de plusieurs secteurs :

- le secteur du MSSM, W_{MSSM}
- le secteur dans lequel la supersymétrie est brisée $W_{SB}(X, \dots)$
- le secteur de grande unification $W_{GUT}(\Sigma)$
- le secteur des messagers, couplé au spurion X et au higgs Σ , $W_m(\Phi, \tilde{\Phi}, X, \Sigma) = \Phi(\lambda_X X + \lambda_\Sigma \Sigma) \tilde{\Phi}$.

Pour pouvoir faire des calculs explicites, on choisit un secteur caché qui correspond à une brisure dynamique de la supersymétrie [48], et plus particulièrement le modèle d'ISS [1].

On a donc $\mathcal{N} = 1$ SUSY QCD avec N_f saveur et un groupe de jauge $SU(N_c)$, avec $N_c < N_f < \frac{3}{2} N_c$. Dans l'infrarouge, la théorie est fortement couplée, donnant naissance à une physique décrite par la théorie duale magnétique. Celle-ci contient un groupe de jauge $SU(N_f - N_c)$, N_f saveurs pour des quarks q_a^i et des antiquarks \tilde{q}_i^a , ainsi que des mésons singlets de jauge X_i^j ($i, j = 1 \dots N_f$, $a = 1 \dots N$, avec $N \equiv N_f - N_c$). La théorie magnétique est libre dans l'infrarouge et peut donc être analysée de manière perturbative.

Son superpotentiel vaut

$$W_{ISS} = h q_a^i X_i^j \tilde{q}_j^a - h f^2 \text{Tr} X, \quad (4.10)$$

La supersymétrie est brisée pour $\langle q_a^i \rangle = \langle \tilde{q}_i^a \rangle = f \delta_i^a$, $\langle X \rangle = 0$.

À l'ordre des arbres, il y a des directions plates pour X_i^j $i, j = (N+1) \dots N_f$. Celles-ci sont levées par les corrections quantiques $\langle X \rangle = 0$ [1]. On peut remarquer que le système a une R-symétrie et que cette vev la préserve. Comme vu précédemment, cela veut aussi dire qu'on a du mal à générer les masses des jauginos.

ISS possède un second vide, pour lequel $\langle X \rangle \neq 0$, mais il est suffisamment éloigné du premier pour que ce dernier soit métastable, avec une durée de vie grande devant l'âge de l'univers.

Une fois le secteur d'ISS couplé aux messagers, on trouve, comme prévu par [58], qu'il existe un nouveau vide, d'énergie plus basse, et que le vide ISS est stabilisé à côté de l'origine, avec une durée de vie très grande devant l'âge de l'univers.

Le vide acceptable pour le modèle standard a pour propriétés :

$$\begin{aligned} - V(\phi\tilde{\phi} = 0) &= (N_f - N)h^2 f^4; \\ - \phi &= \tilde{\phi} = 0 \end{aligned}$$

Le vide messagers a lui pour propriétés :

$$\begin{aligned} - \phi\tilde{\phi} &= \frac{\sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i h f^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1 \dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2} \\ - V(\phi\tilde{\phi} \neq 0) &= h^2 f^4 \left(N_f - N - \frac{\left| \sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i \right|^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1 \dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2} \right) \\ - \lambda_{X,i}^j < X >_j^i + M &\text{ a une valeur propre nulle.} \end{aligned}$$

4.2.2 Stabilité et temps de vie

On peut estimer le temps de vie du vide "Modèle Standard" par l'approximation triangulaire comme dans [1] qui donne $\tau \sim \exp(\frac{(\Delta\Phi)^4}{\Delta V})$.

On estime

$$\Delta V = V_{\phi\tilde{\phi}} - V_{MS} = -h^2 f^4 \left(\left| \sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i \right|^2 / \sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2 \right) \quad (4.11)$$

et

$$(\Delta\Phi)^2 = \Delta\phi^2 + \Delta X^2 \quad (4.12)$$

On peut facilement évaluer $\Delta\phi^2$.

$$\Delta\phi^2 = \left(\frac{\sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i h f^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2} \right) \quad (4.13)$$

La distance ΔX^2 doit être calculée à une boucle, vu qu'il y a des directions plates à l'ordre des arbres. Nous avons choisi une limite conservative en prenant simplement

$$(\Delta\Phi)^2 \geq \left(\frac{\sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i h f^2}{\sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2} \right)^2. \quad (4.14)$$

Cela donne

$$\frac{\Delta V}{(\Delta\Phi)^4} \leq \sum_{(i,j) \notin \{i=j=1\dots N\}} |\lambda_{X,j}^i|^2 \equiv \bar{\lambda}^2. \quad (4.15)$$

On peut donc avoir $\frac{(\Delta\phi)^4}{\Delta V} \gg 1$ si on prend des couplages λ assez petits. Le vide métastable peut donc avoir une durée de vie plus longue que celle de l'univers.

4.2.3 Stabilisation à une boucle

On peut calculer les corrections quantiques à une boucle et on trouve :

$$V_{1\text{-loop}}(X_0, Y_0) = 2N h^2 f^2 |Y_0|^2 + \frac{1}{64\pi^2} \left\{ 8h^4 f^2 (\ln 4 - 1) N(N_f - N) |X_0|^2 + \frac{10N_m h^2 f^4 |\text{Tr}'\lambda|^2}{3\lambda_\Sigma v} \left[(\text{Tr}'\lambda) X_0 + (\text{Tr}''\lambda) Y_0 + \text{h.c.} \right] \right\}, \quad (4.16)$$

avec $\tilde{X} = X_0 1_{N_f-N}$, $\tilde{Y} = Y_0 1_N$ et où on a défini $\text{Tr}'\lambda \equiv \sum_{i=N+1}^{N_f} \lambda_{X,i}^i$, $\text{Tr}''\lambda \equiv \sum_{i=1}^N \lambda_{X,i}^i$. Dans l'équation (4.16), la première ligne contient le potentiel de X

à l'ordre des arbres et les corrections à une boucle calculées dans [1]. Les termes linéaires de la seconde ligne sont générés par les boucles de messagers.

Les mésons prennent les vev suivantes :

$$\langle X_0 \rangle \simeq - \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}'\lambda)^*}{12(\ln 4 - 1)h^2 N(N_f - N)} \frac{f^2}{\lambda_\Sigma v}, \quad (4.17)$$

$$\langle Y_0 \rangle \simeq - \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}''\lambda)^*}{192\pi^2 N} \frac{f^2}{\lambda_\Sigma v}. \quad (4.18)$$

4.2.4 Génération d'un potentiel de Higgs correct

Nous allons discuter ici de la génération des termes μ et $B\mu$.

Comme dit précédemment, $m_{3/2} \ll M_{GM}$ donc le mécanisme de Giudice-Masiero ne peut pas donner un terme μ du bon ordre de grandeur. Nous allons voir comment les effets gravitationnels permettent tout de même, dans notre cas, de générer les termes μ et $B\mu$ du bon ordre de grandeur.

Nous avons fait l'hypothèse répandue de la séparation du secteur observable et du secteur caché. Il n'y a donc pas de terme de couplage direct entre leurs champs, comme $XH_u H_d$. Par contre, il y a des interactions non renormalisables, gravitationnelles ou via les messagers, qui vont nous être utiles par la suite.

Considérons ainsi

$$\lambda_1 \frac{q\tilde{q}}{M_P} H_u H_d. \quad (4.19)$$

Cet opérateur d'origine gravitationnelle donne naissance à un terme μ qui peut être plus grand que $m_{3/2}$. (4.19) permet d'avoir

$$\mu = \frac{\lambda_1}{h} \frac{N}{\sqrt{N_c}} \sqrt{3} m_{3/2}, \quad (4.20)$$

$$B = -2h\langle Y_0^* \rangle = - \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}''\lambda)}{96\pi^2 N \sqrt{N_c}} \frac{M_P}{\lambda_\Sigma v} \sqrt{3} m_{3/2}, \quad (4.21)$$

où on a utilisé $m_{3/2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=N+1}^{N_f} |F_{X,i}^i|^2}{3}} / \sqrt{3} M_P = \sqrt{N_c} h f^2 / \sqrt{3} M_P$.

On peut donc à la fois avoir $m_{3/2} \ll M_{GM}$, ce qui permet de supprimer les effets indésirables de saveur, et avoir une brisure de symétrie électrofaible avec un μ -terme de l'ordre de grandeur des masses de squarks et gluinos.

On peut obtenir $\mu \sim 1$ TeV pour $m_{3/2} \sim (10 - 100)$ GeV, quite à prendre un petit couplage h . En guise d'exemple, on peut prendre $m_{3/2} = 50$ GeV, $N_c = 5$, $N_f = 7$ and $\lambda_1/h = 10$, auquel cas $\mu = 775$ GeV.

L'opérateur

$$\lambda_2 \frac{XX}{M_P} H_u H_d, \quad (4.22)$$

donne quant à lui une contribution négligeable à μ , mais donne $B\mu = -\lambda_2 \sqrt{3N_c} \langle X_0 \rangle m_{3/2}$.

$$B = -\lambda_2 \frac{h}{\lambda_1} \frac{N_c}{N} \langle X_0 \rangle = -\lambda_2 \frac{h}{\lambda_1} \frac{5N_m |\text{Tr}'\lambda|^2 (\text{Tr}'\lambda)^*}{12(\ln 4 - 1)h^3 N^2 \sqrt{N_c}} \frac{M_P}{\lambda_\Sigma v} \sqrt{3} m_{3/2}, \quad (4.23)$$

On peut avoir un $B\mu$ terme du bon ordre de grandeur, avec les mêmes valeurs que précédemment et $h = 0.1$, on a $B/\lambda_2 = 7.9$ TeV. Si on prend $\text{Tr}'\lambda = 10^{-2}$ on a $B/\lambda_2 = 250$ GeV.

Les vev acquièrent par les champs à une boucle permettent donc de générer des paramètres μ et $B\mu$ du bon ordre de grandeur.

4.3 Modèles

Cette section introduit le formalisme général nécessaire pour discuter des idées présentées précédemment.

4.3.1 Couplages

Considérons un groupe de grande unification G ($G = SU(5), SO(10), \dots$) et des messagers $(\Phi, \tilde{\Phi})$ dans une représentation réelle $\mathbf{R} \oplus \bar{\mathbf{R}}$ de G . À partir de maintenant, Σ à un des Higgs appartenant au secteur de grande unification et prenant du vev lors de la brisure du groupe de symétrie.

Si le higgs Σ , est dans la représentation adjointe du groupe, comme $\mathbf{R} \otimes \bar{\mathbf{R}} = \mathbf{1} \oplus \text{Adj.} \oplus \dots$, on peut toujours coupler les messagers $\phi, \tilde{\phi}$ et Σ .

Les composantes des messagers ont donc des masses différentes, déterminées par les représentations de G auxquelles elles appartiennent. Le spectre en découlera.

Les messagers sont couplés à un champ X qui brise la supersymétrie et à un champ Σ . Σ brise le groupe G avec une vev qui respecte les symétries du modèle standard $\langle \Sigma \rangle \neq 0$:

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X \Phi X \tilde{\Phi} + \lambda_\Sigma \Phi \Sigma \tilde{\Phi}. \quad (4.24)$$

On considère que le couplage renormalisable $\Phi \Sigma \tilde{\Phi}$ est permis par toutes les symétries de la théorie unifiée, symétries globales incluses.

En l'absence de cette contribution, il faudra prendre d'autres contributions d'ordre plus élevées.

Suivant le groupe de grande unification et la représentation des messagers choisies, d'autres couplages utilisant, Φ et/ou $\tilde{\Phi}$ peuvent être autorisés ou supprimés par les symétries de jauge, comme des termes du superpotentiel mélangeant matière/Higgs avec les messagers.

Lorsque Σ prend une vev, G est brisé et le couplage $\Phi \Sigma \tilde{\Phi}$ donne des masses de messagers de l'ordre $\lambda_\Sigma \langle \Sigma \rangle$. L'échelle des termes softs sera donnée approximativement par $\alpha \frac{F_X}{\langle \Sigma \rangle}$, avec α un couplage de jauge et $\sqrt{F_X}$ l'échelle de brisure de supersymétrie, $\langle X \rangle = X_0 + F_X \theta^2$. Comme $\langle \Sigma \rangle \sim M_{\text{GUT}}$, l'échelle de brisure de supersymétrie est élevée.

On a vu au chapitre précédent que dans la plupart des modèles, $\lambda_X X_0 \ll \lambda_\Sigma \langle \Sigma \rangle$, avec $\langle X \rangle = X_0 + F \theta^2$. En effet, la brisure de supersymétrie appelle

une R-symétrie, qui a tendance à protéger les vev des champs autour de 0. Elle peut être légèrement brisée pour générer les masses des jauginos, mais les corrections aux vev sont souvent petites. Les masses des messagers peuvent également recevoir une autre contribution provenant du terme de masse $M\Phi\tilde{\Phi}$, qui est autorisé par toutes les symétries, à part la R-symétrie sous laquelle X est chargée.

Par la suite, on supposera que la masse de messagers déterminée par le couplage aux champs de grande unification l'emporte devant les autres termes.

Les composantes des superchamps messagers ont donc in fine des masses différentes, ce qui va conduire à des spectres différents du cas de médiation de jauge minimale.

4.3.2 Des masses de messagers vers les spectres

Parce que leurs masses viennent du couplage à Σ , et que $\langle \Sigma \rangle$ ne préserve que les symétries du modèle standard, les champs messagers n'ont pas tous la même masse. On aboutit donc à un schéma de médiation de jauge non minimale, avec des spectres non standards, mais avec une démarche qui reste pourtant prédictive. Si on note M_i les masses des champs $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$, la masse des jauginos engendrée à une boucle vaut

$$M_a(\mu) = N_m \frac{\alpha_a(\mu)}{4\pi} \sum_i 2T_a(R_i) \frac{\lambda_X F_X}{M_i}, \quad (4.25)$$

où la somme porte sur tous les composantes des champs messagers ϕ_i , et $T_a(R_i)$ est l'index de Dynkin de la représentation R_i de ϕ_i , normalisé à 1/2 pour la représentation fondamentale de $SU(N)$. Pour $U(1)$, on utilise une normalisation pour $SU(5)$ $\alpha_1 = \frac{5}{3} \alpha_Y$; on a également $T_1(R_i) = 3Y_i^2/5$, où l'hypercharge Y est défini par $Y = Q - T_3$.

Les masses softs des scalaires sont données par

$$m_\chi^2 = 2N_m \sum_a C_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 \sum_i 2T_a(R_i) \left| \frac{\lambda_X F_X}{M_i} \right|^2, \quad (4.26)$$

où C_χ^a sont les coefficients de Casimir quadratiques pour les superchamps χ , normalisé à $C(N) = (N^2 - 1)/2N$ pour les représentations fondamentales de $SU(N)$ et à $C_\chi^1 = 3Y_\chi^2/5$ pour $U(1)$. Nous avons négligé l'effet de l'évolution des couplages entre les différentes échelles de messagers M_i , qui est supposé être petit. En pratique, on définit une échelle moyenne liée aux messagers M_{mess} et à laquelle l'équation (4.26) est valide, avec $\alpha_a \equiv \alpha_a(M_{\text{mess}})$.

Dans les équations (4.25) et (4.26), nous avons pris N_m copies de paires de messagers identiques, et supposé par simplicité qu'ils ont tous les mêmes couplages λ_X et λ_Σ . Si on relâche cette hypothèse, on bouge juste l'échelle globale des scalaires par rapport à l'échelle de masse des jauginos, et les ratios entre les masses de jauginos restent les mêmes (idem pour les masses des scalaires).

À cause de la hiérarchie entre l'échelle de grande unification (où sont définis λ_X et M_i) et l'échelle des messagers (où sont générés les termes softs), les effets

de renormalisation peuvent être importants. En effet, les champs messagers ($\phi_i, \tilde{\phi}_i$) ont des dimensions anormales différentes, donc les masses M_i et les couplages $\lambda_{X,i}$ (tels que $W_{\text{mess}} \ni \sum_i \lambda_{X,i} \phi_i X \tilde{\phi}_i$) évoluent différemment en dessous de l'échelle de grande unification.

Cependant, comme remarqué par Ref. [59], les ratios $\lambda_{X,i}/M_i$ n'évoluent pas, à part potentiellement d'une contribution universelle associée aux dimensions anormales du champ qui brise la supersymétrie X . Les masses des jauginos et des scalaires ne sont donc pas affectées par le running entre l'échelle des messagers et l'échelle de grande unification, et peuvent être calculées à partir de (4.25) et (4.26), avec les masses M_i évaluées à l'échelle de grande unification. L'unification des couplages de jauge, elle, dépend de ces effets de renormalisation.

4.3.3 $SU(5)$ comme groupe de grande unification

Le cas le plus simple est celui où le groupe de grande unification est donné par $SU(5)$. Nous verrons aussi que c'est le cas le plus intéressant phénoménologiquement, car la masse du bino va s'annuler la plupart des cas à une boucle, conduisant à un neutralino plus léger que le reste du spectre.

Nous nous limitons au cas où les messagers appartiennent à des paires de $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ ou de $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$. On peut décomposer leur produit suivant les règles de la théorie des groupes :

$$\mathbf{5} \otimes \bar{\mathbf{5}} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{24}, \quad (4.27)$$

$$\mathbf{10} \otimes \bar{\mathbf{10}} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{24} \oplus \mathbf{75}. \quad (4.28)$$

Les couplages² possibles sont

1. des messagers dans $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ couplés au Higgs dans l'adjoint $\mathbf{24}$
2. des messagers dans $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$ couplés au Higgs dans l'adjoint $\mathbf{24}$
3. des messagers dans $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$ couplés au Higgs dans le multiplet $\mathbf{75}$

La $\mathbf{24}$ est couramment utilisée pour briser $SU(5)$ en $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

La $\mathbf{75}$ est utilisée dans certains modèles qui cherchent à résoudre le problème du "doublet-triplet splitting", ie à donner une grande masse au Higgs triplet coloré tout en gardant le doublet léger.

On peut alors réaliser un "doublet-triplet splitting" de manière naturelle via le mécanisme du "partenaire manquant" [60]. Pour cela, on a dû introduire une paire de Higgs dans $(\mathbf{50}, \bar{\mathbf{50}})$ en plus.

Les cas 1 et 2 donnent un neutralino LSP. Ils seront décrits dans la partie "Spectres remarquables".

Le cas 3 sera traité dans la partie suivante "Spectres, un goût d'exhaustivité"

2. Plus généralement, n'importe quelle paire de messagers vectoriels $(\mathbf{R}, \bar{\mathbf{R}})$ peut coupler à la représentation adjointe, et la plupart d'entre eux peuvent aussi coupler à une $\mathbf{75}$. D'autres représentations de $SU(5)$ contiennent des singlets du modèle standard, comme la $\mathbf{200}$ qui apparaît dans $\mathbf{R} \otimes \bar{\mathbf{R}}$, pour certaines grandes représentations de \mathbf{R} . Cependant, ces représentations ne sont pas utilisées dans les modèles courants de $SU(5)$, aussi nous ne les considérerons pas ici.

4.3.4 $SO(10)$ comme groupe de grande unification

Le second cas répandu de théorie de grande unification est celui du groupe $SO(10)$. Les modèles réalistes de $SO(10)$ utilisent plusieurs Higgs prenant des vev.

Par souci de simplicité, nous avons décidé de ne regarder que le cas où les messagers couplent à un et un seul Higgs.

Il y a donc plus de cas à étudier que dans le cas de $SU(5)$. Nous nous limiterons aux cas où les messagers sont dans des représentations $\mathbf{10}$ ou $\mathbf{16}$. Les représentations plus grandes sont plus complexes et risquent de mener à un pôle de Landau.

Les messagers vont donc se comporter comme :

$$\mathbf{10} \otimes \mathbf{10} = \mathbf{1}_s \oplus \mathbf{45}_a \oplus \mathbf{54}_s, \quad (4.29)$$

$$\mathbf{16} \otimes \overline{\mathbf{16}} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{45} \oplus \mathbf{210}. \quad (4.30)$$

Nous considérons le cas de leurs couplages aux Higgs les plus couramment utilisés pour briser $SO(10)$, c'est-à-dire dans une $\mathbf{45}$ ou dans une $\mathbf{54}$ (voir [61] pour une revue).

La $\mathbf{54}$ contient une vev qui respecte les symétries du modèle standard et qui brise $SO(10)$ en le sous-groupe de Pati-Salam $SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R$. La $\mathbf{45}$, elle, contient deux vevs compatibles avec le modèle standard. On peut ainsi choisir les symétries en fonction des générateurs de $SO(10)$ que l'on veut préserver.

Les directions qui sont le plus utilisées pour construire des modèles sont :

- (i) $B - L$, qui garde le sous groupe $SU(3)_c \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ de $SO(10)$ intact ;
- (ii) T_{3R} , la troisième composante de l'isospin droit, qui laisse $SU(4)_c \times SU(2)_L \times U(1)_R$ intact ;
- (iii) Y , qui brise le sous groupe $SU(5)$ en $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$;
- (iv) X , le générateur de $SO(10)$ qui commute avec $SU(5)$ et qui garde $SU(5) \times U(1)_X$ intact.

Les directions (i) et (ii) peuvent être utilisées, en combinaison avec une vev $\mathbf{54}$, lors de la première étape de la brisure de $SO(10)$; (i) est aussi nécessaire pour le mécanisme de vev manquante dans le doublet-triplet splitting [62].

La direction (iii) est souvent utilisée pour briser $SU(5)$ en le $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, après avoir déjà brisé $SO(10)$ en $SU(5)$ via la vev d'une $\mathbf{16}$ (avec son partenaire $\overline{\mathbf{16}}$, afin de garder le D-terme nul).

La direction (iv) peut être employée pour briser $SO(10)$ en $SU(5)$ flippé.

En présence des opérateurs non-renormalisables appropriés, les quatres directions donnent des corrections à la relation naive de $SO(10)$ $M_u = M_d = M_e$.

Comme la brisure de $SO(10)$ en $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ nécessite une réduction du rang par les vevs d'une $\mathbf{16} \oplus \overline{\mathbf{16}}$ ou une paire $\mathbf{126} \oplus \overline{\mathbf{126}}$, on doit aussi considérer les couplages possibles entre ces multiplets et les champs messagers.

Au niveau renormalisable, les seules possibilités sont $\mathbf{16}_M \mathbf{16}_M \overline{\mathbf{126}}$ ($\overline{\mathbf{16}}_M \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{126}$) et $\mathbf{16}_M \mathbf{10}_M \mathbf{16}$ ($\overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{10}_M \overline{\mathbf{16}}$)

Le dernier ne donne qu'une masse au singlet du modèle standard contenu dans $\mathbf{16}_M$ ($\overline{\mathbf{16}}_M$), et ne contribue donc pas à la génération de termes softs pour le MSSM via la médiation de jauge.

Tous ces couplages sont supprimés par la symétrie discrète ci-après. Nous ne les compterons plus par la suite.

Comme précisé dans la section 4.2, la symétrie de jauge $SO(10)$ autorise aussi des termes mélangeant les champs messagers, la matière du MSSM et les Higgs dans le superpotentiel. C'est le cas des termes comme $\mathbf{16}_i \overline{\mathbf{16}}_M$, $\mathbf{10}_H \mathbf{10}_M$, $\mathbf{16}_i \mathbf{16}_M \mathbf{10}_H$ et $\mathbf{16}_i \mathbf{45} \overline{\mathbf{16}}_M$, où $\mathbf{16}_i$ ($\mathbf{10}_H$) contiennent des champs de matière du MSSM (Higgs), alors que $\mathbf{16}_M$, $\overline{\mathbf{16}}_M$ et $\mathbf{10}_M$ sont des champs messagers.

On peut interdire ces termes en introduisant une symétrie \mathbf{Z}_4 telle que

$$\Phi \rightarrow i\Phi, \quad \tilde{\Phi} \rightarrow -i\tilde{\Phi} \quad (4.31)$$

(si les messagers sont dans des représentations réelles, on peut choisir une parité $\Phi \rightarrow -\tilde{\Phi}$), ce qui garantit que Φ et $\tilde{\Phi}$ apparaissent systématiquement sous la combinaison $\Phi\tilde{\Phi}$ dans le superpotentiel renormalisable.

Cette symétrie pourrait aussi interdire les couplages renormalisables entre les champs messagers et les multiplets de Higgs ($\mathbf{16}, \overline{\mathbf{16}}$) / ($\mathbf{126}, \overline{\mathbf{126}}$).

Par la suite, nous allons présenter les spectres obtenus, en commençant par les spectres les plus remarquables. Par simplicité, nous ne prenons qu'une paire de messagers, et un seul couplage entre la paire de messagers et le champ de Higgs qui brise le groupe de grande unification.

4.4 Spectres remarquables

Lors de ce travail, effectué en 2008-2010, nous avons pris soin de vérifier la compatibilité de nos modèles les contraintes expérimentales de l'époque. Certaines d'entre elles ayant été actualisées, certains modèles étudiés ont été exclus. Bien que n'ayant pas eu le temps de rechercher des spectres compatibles avec l'expérience pour reprendre la phénoménologie, nous présentons tout de même ici ces études illustrant la démarche à suivre.

Pour guider le lecteur parmi les résultats, nous mettons ici les spectres les plus remarquables obtenus. La section suivante sera consacrée à l'obtention systématique d'autres spectres possibles à partir des modèles décrits ci-avant.

4.4.1 $G = SU(5)$, $\Sigma = \mathbf{24}$, ou naissance d'un neutralino léger comme LSP

Masses des messagers

On commence par le cas le plus simple de grande unification : $SU(5) \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Le Higgs qui réalise cette brisure est dans l'adjoint

de $SU(5)$. On sait que la valeur de Σ est donnée par

$$\langle \Sigma \rangle = V \text{Diag}(2, 2, 2, -3, -3) = 6VY, \quad (4.32)$$

où V est à l'échelle de grande unification soit $\approx 10^{16}\text{GeV}$, tandis que Y est le générateur de l'hypercharge, normalisé pour que $Y = Q - T_3$.

Dans les cas où la masse des messagers est bien donnée par le couplage³ $\lambda_\Sigma \langle \Sigma \rangle$ on obtient les masses suivantes pour les composantes des messagers :

$$\Phi(\bar{5}) = \{\phi_{\bar{3},1,+1/3}, \phi_{1,2,-1/2}\}, \quad M_\Phi = \{2\lambda_\Sigma V, -3\lambda_\Sigma V\}, \quad (4.33)$$

$$\Phi(10) = \{\phi_{3,2,+1/6}, \phi_{\bar{3},1,-2/3}, \phi_{1,1,+1}\}, \quad M_\Phi = \{\lambda_\Sigma V, -4\lambda_\Sigma V, 6\lambda_\Sigma V\}. \quad (4.34)$$

Pour l'exemple, on a pris les messagers dans les représentations $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ ou $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$, mais on a de manière générale

$$M_i \propto \lambda_\Sigma V Y_i. \quad (4.35)$$

Annulation de la masse du bino

Ceci débouche sur une propriété intéressante sur la masse du bino. En effet,

$$M_1 = \frac{\alpha_1}{4\pi} \sum_i 2 \frac{3}{5} Y_i^2 \frac{\lambda_X F_X}{6\lambda_\Sigma V Y_i} \propto \sum_i Y_i, \quad (4.36)$$

avec $T_1(R_i) = 3Y_i^2/5$. Or, Y est un générateur de $SU(5)$ donc sa trace prise sur une représentation complète de $SU(5)$ s'annule.

La contribution principale au bino vaut donc

$$M_{\lambda_1}|_{\text{GM}} = 0. \quad (4.37)$$

Ceci est vrai quelque soit la représentation choisie pour les messagers.

Sa masse sera donc plus petite que le reste du spectre. Elle sera donnée par une contribution sous-dominante, venant par exemple :

- de la médiation gravitationnelle,
- des corrections quantiques : deux boucles ou plus,
- du couplage $M\Phi\tilde{\Phi}$ provenant peut-être de la vev de X ,
- des opérateurs du type $\Phi\Sigma^2\tilde{\Phi}/M_P$.

Les messagers sont très lourds, avec des masses de l'ordre de $\lambda_\Sigma \times 10^{16}\text{GeV}$. Il faut donc faire attention aux corrections liées à la supergravité, qui ne seront plus forcément négligeables. C'est le rapport $m_{3/2}/M_{\text{GM}} \sim \lambda_\Sigma V / (\alpha_{\text{GUT}} \lambda_X M_P / 4\pi) \sim \lambda_\Sigma / \lambda_X$ qui permet de mesurer l'importance de ces contributions.

Ainsi, si la masse du bino est générée gravitationnellement à haute énergie, on a

$$M_{\lambda_1} \sim m_{3/2} \ll (M_{\lambda_2}, \mu) \sim M_{\text{GM}}, \quad (4.38)$$

3. les autres termes de masse ayant été négligés.

Si c'est la contribution gravitationnelle qui domine, on obtient typiquement à l'échelle électrofaible, $M_1 < m_{3/2}$, ce qui donne une LSP avec forte composante en bino. Dans le cas contraire, la LSP est le gravitino.

Vu que l'échelle de gravitation est proche de l'échelle de grande unification, nous avons considéré le cas dans lequel c'est la gravitation qui génère M_1 . Par simplicité, on suppose que $M_1(M_{\text{mess}}) = m_{3/2}$. On prend en compte les effets de supergravité sur les autres termes softs en rajoutant un terme $m_{3/2}$ et $m_{3/2}^2$ dans les masses des jauginos et des scalaires.

Après renormalisation, on arrive à la hiérarchie suivante :

$$M_1 \approx 0.5 m_{3/2} \ll M_2, M_3, \quad (4.39)$$

On sait que les équations de renormalisation imposent à l'échelle électrofaible $M_{\lambda_1} \sim 0.5 m_{3/2}$. Dans ce cas, la LSP est un neutralino léger, avec une forte composante en bino.

Notons qu'un neutralino léger n'est pas exclu par les bornes du LEP, même s'il pèse moins de 50 GeV. En effet, ceux-ci ont d'abord fixé des limites sur les winos et gluinos, puis ont supposé l'universalité afin d'en tirer des contraintes sur la masse du neutralino. Sans cette hypothèse, leur borne n'est plus valable. D'ailleurs, certains papiers phénoménologiques ont étudié des scénarios dans lesquels les neutralinos pouvaient être aussi légers que possibles [63].

Ceci n'est pas courant dans un spectre de médiation de jauge, puisqu'en général c'est le gravitino qui est la particule la plus légère. Cette spécificité est d'autant plus frappante qu'elle est indépendante de la représentation dans laquelle figure les messagers.

Des masses de jauginos déterminées par les représentations des messagers

On peut calculer le reste du spectre en fonction des représentations \mathbf{R} dans lesquelles sont les messagers. En dégageant une échelle typique $\Lambda \equiv \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_{\Sigma V}}$, on trouve pour des messagers dans $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$

$$M_1 = 0, \quad M_2 = -\frac{1}{3} \frac{\alpha_2}{4\pi} N_m \Lambda, \quad M_3 = \frac{1}{2} \frac{\alpha_3}{4\pi} N_m \Lambda \quad (4.40)$$

et pour des messagers dans $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$.

$$M_1 = 0, \quad M_2 = 3 \frac{\alpha_2}{4\pi} N_m \Lambda, \quad M_3 = \frac{7}{4} \frac{\alpha_3}{4\pi} N_m \Lambda, \quad (4.41)$$

Les ratios caractéristiques valent

$$(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}}) : \frac{M_{\lambda_2}/\alpha_2}{M_{\lambda_3}/\alpha_3} = -\frac{2}{3}, \quad (\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}}) : \frac{M_{\lambda_2}/\alpha_2}{M_{\lambda_3}/\alpha_3} = \frac{12}{7}. \quad (4.42)$$

Déterminer le ratio entre le wino et le gluino aide donc à distinguer les représentations dans lesquelles se retrouvent les messagers.

Pour les masses des scalaires, elles s'écrivent :

$$m_\chi^2(M_{\text{mess}}) = \sum_a d_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 N_m |\Lambda|^2, \quad (4.43)$$

où $\alpha_a \equiv \alpha_a(M_{\text{mess}})$ et les valeurs des coefficients d_χ^a sont rentrées dans le tableau 4.1. On a négligé leur évolution entre les différentes échelles de masses de messagers.

	d_χ^a	$SU(3)$	$SU(2)$	$U(1)$		d_χ^a	$SU(3)$	$SU(2)$	$U(1)$
(5, $\bar{5}$):	\bar{Q}	2/3	1/6	1/180	(10, $\bar{10}$):	\bar{Q}	11/2	9/2	1/90
	U^c	2/3	0	4/45		U^c	11/2	0	8/45
	D^c	2/3	0	1/45		D^c	11/2	0	2/45
	L	0	1/6	1/20		L	0	9/2	1/10
	E^c	0	0	1/5		E^c	0	0	2/5
	H_u, H_d	0	1/6	1/20		H_u, H_d	0	9/2	1/10

TABLE 4.1 – Coefficients d_χ^a pour des messagers dans la $\mathbf{5} \oplus \bar{\mathbf{5}}$ (gauche) et $\mathbf{10} \oplus \bar{\mathbf{10}}$ (droite) représentations de $SU(5)$, couplés au multiplet de Higgs dans une $\mathbf{24}$ de $SU(5)$.

On peut trouver un exemple de spectre dans la figure 4.1. Il est obtenu avec les conditions suivantes :

- les higgs et messagers appartiennent aux représentations $(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{10}})$
- la masse des messagers vaut $M_{\text{mess}} \equiv \lambda_\Sigma V = 10^{13}$ GeV, $M_{\text{GM}} \equiv \frac{\alpha_3(M_{\text{mess}})}{4\pi} \frac{\lambda_X F}{\lambda_\Sigma V} = 215$ GeV,
- $m_{3/2} = 85$ GeV
- $\tan \beta = 15$.
- on a rajouté une contribution de supergravité universelle $m_{3/2}$ pour tous les termes softs.

Neutralino léger et nucléosynthèse primordiale

Comme dit précédemment, la LSP est un neutralino à forte composante en bino, ce qui est surprenant pour un scénario de médiation de jauge.

C'est une bonne nouvelle pour la BBN (Big Bang Nucleosynthesis), qui met des contraintes sévères sur les particules reliques qui ont une grande durée de vie, et qui sont particulièrement difficiles à satisfaire lorsque le gravitino est la LSP.

Ici, la désintégration tardive du gravitino est compatible avec les prédictions de la BBN tant que sa densité est suffisamment petite. Pour une production thermique, cela pose une borne supérieure sur la température de réchauffement, $T_R \lesssim 10^{5-6}$ GeV [64].

Matière noire

Un autre avantage d'avoir un neutralino LSP est que contrairement au gravitino, il permet de faire des prédictions vis-à-vis de la matière noire. On peut en effet prédire sa densité à partir des paramètres mesurés aux collisionneurs. On peut aussi le chercher dans des expériences de détection directe [65] [66].

Pour l'instant, on sait que ce spectre a deux caractéristiques marquées :

- un neutralino léger LSP, principalement bino
- des masses de jauginos non-universelles codant les représentations dans lesquelles sont les messagers.

On va voir qu'il faut également avoir des sleptons singlets légers.

En effet, on doit satisfaire la contrainte liée à WMAP [67]

$$\Omega_{DM}h^2 = 0.1109 \pm 0.0056. \quad (4.44)$$

Pour cela, on doit réaliser des annihilations efficaces via $\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$, réalisées via l'échange d'un $\tilde{\tau}_1$ léger.

Pour que la NLSP, c'est-à-dire le gravitino, ne se désintègre pas trop tôt en $\tilde{\chi}_1^0\gamma$ et $\tilde{\chi}_1^0q\bar{q}$, ruinant ainsi les prédictions cohérentes de la BBN, on doit imposer que la température de réchauffement vérifie $T_R \lesssim 10^{5-6}\text{GeV}$. [68]

Il est difficile de distinguer le cas du neutralino léger de celui de mSUGRA (par exemple SPS1a, dans lesquels $M_{\tilde{\chi}_1^0} = 97\text{GeV}$) dans les collisionneurs de hadrons. Il y a juste une section efficace qui est un peu augmentée dans les processus tels que $p\bar{p}/pp \rightarrow \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0 + \text{jet}$. [69]

Spectres

Comme exemple, on peut considérer le spectre décrit dans le tableau 4.2 et représenté dans Fig. 4.1. Nous avons pris une paire de messagers dans $\mathbf{10} \oplus \bar{\mathbf{10}}$. Les paramètres considérés sont $M_{GM} \equiv \alpha_3(M_{\text{mess}})\Lambda/4\pi = 240\text{ GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{13}\text{GeV}$, $m_{3/2} = 86\text{ GeV}$, $\tan\beta = 18$ et $\text{sign}(\mu) = +$. Pour tenir compte des corrections de supergravité, on a rajouté une contribution universelle de $m_{3/2}$ et $m_{3/2}^2$ pour les masses softs des jauginos et des scalaires respectivement.

Les termes softs ont alors évolué de l'échelle des messagers vers l'échelle électrofaible et le spectre physique a été calculé avec SUSPECT [70], en prenant $m_t = 173.1\text{GeV}$.

Nos spectres présentent des sleptons singlets plus légers que le reste du spectre (neutralino exclu). Cela est dû au fait qu'ils permettent de réduire la densité relique de neutralino jusqu'à des quantités en accord avec les observations actuelles. Cela vient des annihilations transmises par \tilde{l}_R , $\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0 \rightarrow l^+l^-$ qui sont assez efficaces. (Du fait de la proximité du Z , les annihilations en fermions médiés par un Z sont aussi importantes, et ce malgré la petite composante en higgsino dans $\tilde{\chi}_1^0$). Pour les paramètres donnés précédemment, la densité relique calculée via MicrOMEGAs [71, 72] vaut $\Omega_{\tilde{\chi}_1^0}h^2 = 0.112$, comparée à la valeur de WMAP calculée à 68% C.L. $\Omega_{CDM}h^2 = 0.1109 \pm 0.0056$ [67].

Par souci d'exhaustivité, nous donnons aussi les valeurs des sections efficaces indépendantes du spin et dépendantes du spin calculées par MicrOMEGAS qui

h	A	H^0	H^\pm	$\tilde{\chi}_1^\pm$	$\tilde{\chi}_2^\pm$	$\tilde{\chi}_1^0$	$\tilde{\chi}_2^0$	$\tilde{\chi}_3^0$	$\tilde{\chi}_4^0$	\tilde{g}
114.5	765.3	765.4	769.7	514.0	634.7	43.7	513.9	560.7	634.5	1042
\tilde{t}_1	\tilde{t}_2	\tilde{u}_1, \tilde{c}_1	\tilde{u}_2, \tilde{c}_2	\tilde{b}_1	\tilde{b}_2	\tilde{d}_1, \tilde{s}_1	\tilde{d}_2, \tilde{s}_2			
780.8	1085	1017	1158	995.2	1068	1016	1161			
$\tilde{\tau}_1$	$\tilde{\tau}_2$	$\tilde{e}_1, \tilde{\mu}_1$	$\tilde{e}_2, \tilde{\mu}_2$	$\tilde{\nu}_\tau$	$\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu$					
92.2	580.9	138.4	584.1	574.7	578.8					

TABLE 4.2 – Spectre généré par une paire de messagers dans $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$ couplé à un Higgs dans la représentation adjointe de $SU(5)$, avec pour paramètres $M_{\text{GM}} = 240\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{13}\text{GeV}$, $m_{3/2} = 86\text{GeV}$, $\tan\beta = 18$ and $\mu > 0$ (all masses in GeV).

valent respectivement, $\sigma_p^{\text{SI}} = 5.17 \times 10^{-46} \text{cm}^2$ ($\sigma_p^{\text{SD}} = 8.33 \times 10^{-43} \text{cm}^2$) pour une diffusion sur un proton, et $\sigma_n^{\text{SI}} = 3.4 \times 10^{-44} \text{cm}^2$ ($\sigma_n^{\text{SD}} = 9.99 \times 10^{-43} \text{cm}^2$) pour une diffusion sur un neutron. Les sections efficaces indépendantes du spin sont presque deux ordres de magnitude en dessous des limites actuelles venant des expériences de détection directe comme CDMS [73] et XENON [74].

Un neutralino plus léger que 50GeV tel que décrit dans le tableau 4.2 n'est pas en contradiction avec la limite du LEP, car celle-ci suppose l'unification de masses de jauginos à haute échelle. Plus précisément, il n'y pas de borne venant du LEP tant que $M_{\tilde{\chi}_1^0} + M_{\tilde{\chi}_2^0}$ dépasse la limite cinématique de 208GeV .

Dans les collisionneurs de hadrons, les signatures des neutralinos légers ne sont pas très différentes de celles d'un scénario standard de type SPS1a (dans lequel $M_{\tilde{\chi}_1^0} = 97\text{GeV}$), malgré la section efficace légèrement plus grande due à un espace de phase plus grand.

Par exemple, au LHC avec $\sqrt{s} = 14 \text{TeV}$, la section efficace pour la production d'une paire de neutralinos en association avec un jet est seulement augmentée d'à peu près 20% dans le cas extrême d'un bino sans masse [69].

La meilleure façon de tester le scénario est donc de mesurer la masse des superpartenaires, surtout le ratio entre les masses du wino par rapport au gluino, qui dépend de la représentation des messagers.

Pour synthétiser, ce scénario se caractérise par les particularités suivantes vis-à-vis de son spectre :

- neutralino LSP à majeure bino
- des masses de jauginos non universelles définies par le ratio de M_2/M_3
- sleptons droits légers, en particulier avec des messagers dans $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$.

Changements de saveur

Une différence importante entre ce scénario et la médiation de jauge classique est que les contributions gravitationnelles aux termes softs ne peuvent pas être négligées. La gravité mélangeant les familles entre elles, cela peut induire des changements de saveurs qui n'existeraient pas dans une médiation de jauge pure.

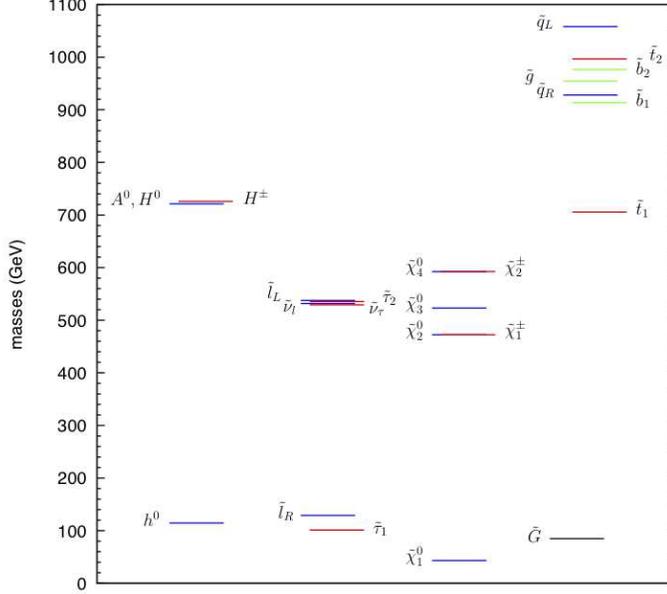


FIGURE 4.1 – Spectre de masses des superpartenaires pour une paire de messagers dans un $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$ couplés à une adjointe de $SU(5)$, pour $M_{\text{GM}} = 240\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{13}\text{GeV}$, $m_{3/2} = 86\text{GeV}$, $\tan\beta = 18$ and $\mu > 0$.

Les matrices de masse des sfermions peuvent être décomposées en :

$$(M_\chi^2)_{ij} = m_\chi^2 \delta_{ij} + (\lambda_\chi)_{ij} m_{3/2}^2 \quad (\chi = Q, U^c, D^c, L, E^c), \quad (4.45)$$

où les coefficients $(\lambda_\chi)_{ij} \lesssim 1$ paramétrisent les contributions non universelles liées à la supergravité.

Dans le secteur des squarks, l'insertion des paramètres de masses qui contrôlent les observables violant la saveur sont supprimées par $m_{3/2}^2/m_{\tilde{q}}^2 \sim 7 \times 10^{-3}$, ce qui est assez pour être compatible avec toutes les contraintes expérimentales, à l'exception du secteur du Kaon, où on doit imposer en plus $\sqrt{(\lambda_Q)_{12}(\lambda_{D^c})_{12}} \lesssim 0.3$ [75].

Par contre, dans le secteur des sleptons, la suppression est seulement $m_{3/2}^2/m_{\tilde{l}_L}^2 \sim 0.02$ ($m_{3/2}^2/m_{\tilde{l}_R}^2 \sim 0.5$) pour les insertions de masse LL (RR). Il faut donc des contributions de supergravité universelles pour les masses softs des sleptons, peut-être grâce à des symétries de saveur responsables pour les hiérarchies de Yukawa.

Le problème de saveur en supersymétrie est donc simplifié mais pas entièrement résolu dans le secteur des leptons.

4.4.2 $G = SO(10)$, $\Sigma = \mathbf{45}$, messagers dans $(\mathbf{10}, \mathbf{10}')$ ou comment faire un Wino NLSP

Nous étudions le cas où le Higgs est dans une $\mathbf{45}$ proportionnelle à T_{3R} de $SO(10)$, avec deux messagers distincts dans une $\mathbf{10}_M$ et une $\mathbf{10}'_M$ (en effet, la représentation adjointe apparaît dans le produit antisymétrique de deux représentations vectorielles).

Le superpotentiel est le suivant

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X X \mathbf{10}_M \mathbf{10}'_M + \lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M. \quad (4.46)$$

La vev $\langle \mathbf{45} \rangle = V_R T_{3R}$ ne génère pas de masses pour les triplets et anti-triplets de $\mathbf{10}_M$ et $\mathbf{10}'_M$. Celles-ci vont donc, comme dans le cas précédent, être générées par des effets sous-dominants, par exemple un terme de masse M_T pour les messagers colorés, venant de $X_0 \neq 0$, d'un terme de masse directe $M_T \mathbf{10}_M \mathbf{10}'_M$ ou de contributions de supergravité.

La masse des winos est ainsi supprimée par rapport aux masses des bino et gluinos.

Comme précédemment, on considère que M_T , quelque soit son origine, vérifie $M_T \ll \lambda_{45} V_R$. Cela donne :

$$M_{\lambda_2} \propto \frac{\lambda_X F_X}{M_T} \left(\frac{M_T}{\lambda_{45} V_R} \right)^2, \quad M_{\lambda_1}, M_{\lambda_3} \propto \frac{\lambda_X F_X}{M_T}. \quad (4.47)$$

On a donc plutôt un spectre possédant un LSP gravitino et un NLSP wino. Les sleptons seront plus légers que les squarks.

Le formalisme général sera expliqué en détails dans la section suivante. Pour illustration, on prend un spectre typique, obtenu avec les ratios

$$\frac{M_1}{\alpha_1} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_3}{\alpha_3} = \frac{13}{20} : -\frac{1}{4} : 2. \quad (4.48)$$

Les masses des scalaires sont elles données par :

$$m_\chi^2 = \sum_a d_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 |\Lambda_D|^2. \quad (4.49)$$

Les coefficients d_χ^a sont donnés dans le tableau 4.3. Le spectre des partenaires supersymétriques a été évalué avec SUSPECT pour

- une échelle liée aux messagers $M_{\text{mess}} \equiv \lambda_{45} V_R = 10^{11} \text{ GeV}$,
- $M_{\text{GM}} = 550 \text{ GeV}$,
- $M_T = M_{\text{mess}}/6$
- $\tan \beta = 15$.

Les valeurs sont données dans le tableau 4.4 et représentées dans la figure 4.2. Le gravitino a une masse de l'ordre d'1 GeV. Les superpartenaires les plus légers sont les winos neutres et chargés $\tilde{\chi}_1^0$ et $\tilde{\chi}_1^\pm$, tandis que le bino est légèrement plus lourd ($\tilde{\chi}_2^0$). Si on avait pris un ϵ_L plus grand, on aurait eu une différence plus importante entre la masse du bino et du wino.

La dégénérescence de masse dans le triplet de wino est levée par les corrections radiatives. Celles-ci rendent le chargino le plus léger un peu plus lourd que le neutralino le plus léger. (La différence de masses provenant de la diagonalisation des matrices de masses du neutralino et du chargino est négligeable pour $M_1, M_2 \ll |\mu|$)

Les sleptons sont assez légers, avec une masse de l'ordre de 300GeV, tandis que les particules colorées sont plus lourdes, entre 1.8 and 2TeV.

d_χ^a	$SU(3)$	$SU(2)$	$U(1)$
Q	16/3	15/32	79/2400
U^c	16/3	0	79/150
D^c	16/3	0	79/600
L	0	15/32	237/800
E^c	0	0	237/200
H_u, H_d	0	15/32	237/800

TABLE 4.3 – Coefficients d_χ^a obtenus pour des messagers ($\mathbf{10}_M, \mathbf{10}'_M$) couplés à un Higgs dans une $\mathbf{45}$ de $SO(10)$, avec une vev dans la direction T_{3R} . $\Lambda_D = \Lambda_L$ et $\epsilon_L = 1/6$.

h	A	H^0	H^\pm	$\tilde{\chi}_1^\pm$	$\tilde{\chi}_2^\pm$	$\tilde{\chi}_1^0$	$\tilde{\chi}_2^0$	$\tilde{\chi}_3^0$	$\tilde{\chi}_4^0$	\tilde{g}
118.3	1236	1236	1239	114.1	1220	114.1	117.2	1218	1218	1978
\tilde{t}_1	\tilde{t}_2	\tilde{u}_1, \tilde{c}_1	\tilde{u}_2, \tilde{c}_2	\tilde{b}_1	\tilde{b}_2	\tilde{d}_1, \tilde{s}_1	\tilde{d}_2, \tilde{s}_2			
1723	1902	2002	2011	1883	1985	1994	2013			
$\tilde{\tau}_1$	$\tilde{\tau}_2$	$\tilde{e}_1, \tilde{\mu}_1$	$\tilde{e}_2, \tilde{\mu}_2$	$\tilde{\nu}_\tau$	$\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu$					
272.9	370.5	326.7	329.6	318.2	320.1					

TABLE 4.4 – Spectre de masse supersymétrique obtenu pour des messagers ($\mathbf{10}_M, \mathbf{10}'_M$) couplés à un Higgs dans une $\mathbf{45}$ de $SO(10)$, avec une vev dans la direction T_{3R} . $\Lambda_D = \Lambda_L$, $\epsilon_L = 1/6$, $M_{GM} = 550\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{11}\text{GeV}$, $\tan\beta = 15$ and $\mu > 0$ (les masses étant données en GeV).

La principale caractéristique de ce scénario est un wino neutre NLSP avec une longue durée de vie.

En effet, s'il n'y a pas de violation de R-parité, la composante la plus légère du triplet de wino ne peut se désintégrer que gravitationnellement.

Pour évaluer son temps de vie, on peut utiliser la formule suivante [76] :

$$\Gamma(\tilde{W}^3 \rightarrow \tilde{G}W^3) = \frac{1}{48\pi} \frac{M_{\tilde{\chi}_1^0}^5}{(m_{3/2}M_P)^2} \left(1 - \frac{m_{3/2}^2}{M_{\tilde{\chi}_1^0}^2}\right)^3 \left(1 + 3 \frac{m_{3/2}^2}{M_{\tilde{\chi}_1^0}^2}\right). \quad (4.50)$$

Cela donne $\tau_{\tilde{\chi}_1^0} \sim 5 \times 10^4$ s pour $M_{\tilde{\chi}_1^0} = 114.1\text{GeV}$ et $m_{3/2} \sim 1\text{GeV}$.

Au niveau des signatures dans les collisionneurs, ce scénario ressemble aux modèles où la brisure de supersymétrie est transmise par des anomalies (on parle d' "anomaly mediation"), auquel cas le wino est la LSP.

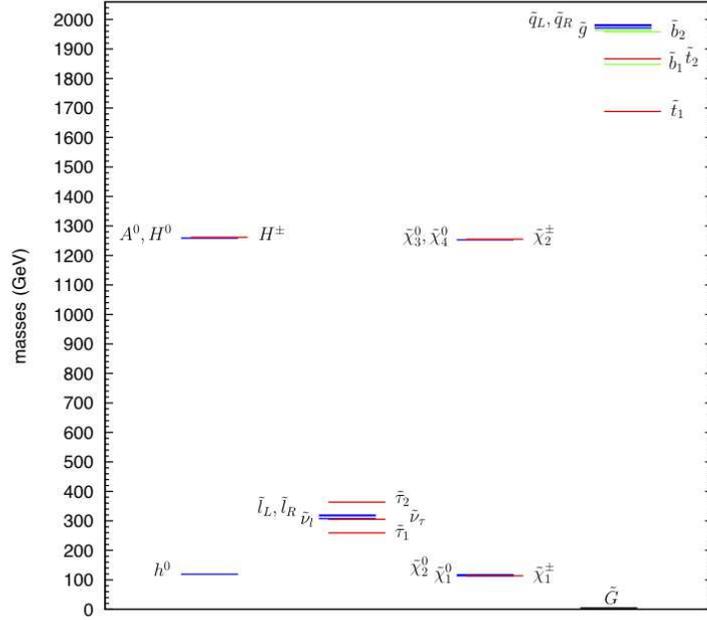


FIGURE 4.2 – Spectre de masse supersymétrique obtenus pour des messagers ($\mathbf{10}_M, \mathbf{10}'_M$) couplés à un Higgs dans une $\mathbf{45}$ de $SO(10)$, avec une vev dans la direction T_{3R} . $\Lambda_D = \Lambda_L$, $\epsilon_L = 1/6$, $M_{GM} = 550\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{11}\text{GeV}$, $\tan\beta = 15$ and $\mu > 0$ (les masses étant données en GeV).

A une boucle, on génère une différence de masses $M_{\tilde{\chi}_1^+} - M_{\tilde{\chi}_1^0}$. Elle est toujours positive et un peu plus grande que la masse du pion chargé.

Le chargino le plus léger va se désintégrer en la NLSP via $\tilde{\chi}_1^+ \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 \pi^+$, menant à la trace d'une particule chargée lourde terminant par la production d'un pion très soft.

La signature caractéristique au LHC est une production $\tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$ en association avec un jet, laissant deux vertex déplacés et de l'énergie transverse manquante.

Le signal correspondant, la production d'une paire de $\tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-$ avec un jet, laissant deux vertex déplacés et de l'énergie transverse manquante, est délicate pour le LHC. Si la différence de masse $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_1^0$ est assez grande, il peut aussi être intéressant d'observer la production d'une paire $\tilde{\chi}_2^0 \tilde{\chi}_1^+$ suivie de $\tilde{\chi}_2^0 \rightarrow l^+ l^- \tilde{\chi}_1^0$ or $\bar{\nu} l^- \tilde{\chi}_1^+$.

Contrairement au bino, le wino a des interactions de jauge importantes. L'efficacité de ses annihilations permet donc d'avoir une densité relique très petite devant la densité relique d'un bino. Cependant, il peut toujours y avoir des désintégrations tardives qui posent des problèmes liées à la BBN [77]. Cela

demande de satisfaire la contrainte $m_{3/2} \lesssim$ quelques GeV.

Là aussi, les signatures doivent être comparées avec les nouveaux résultats [40] du LHC. A priori, les premières analyses ne posent pas de contraintes fortes sur les winos. Ce scénario a l'avantage d'expliquer la grande masse des particules colorées, en accord avec l'absence de signal détecté correspondant à un gluino ou un squark pour l'instant.

4.4.3 $G = SO(10)$, $\Sigma = \mathbf{45}$, messagers dans $(\overline{\mathbf{16}}, \mathbf{16})$, où comment faire un gluino léger

Dans cet exemple, nous considérons le groupe de grande unification $SO(10)$ et une paire de messagers dans $(\mathbf{16}, \overline{\mathbf{16}})$ couplés à un Higgs dans un adjoint, avec une vev alignée dans la direction $B - L$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{B-L} T_{B-L}$.

La masse de chaque composante des messagers ϕ_i dépend donc de $B - L$, $M_i = (B - L)_i \lambda_{45} V_{B-L}$.

La masse du gluino est alors supprimée

$$M_{\lambda_3}|_{\text{GM}} = \frac{\alpha_3}{4\pi} \frac{\lambda_X F_X}{\lambda_{45} V_{B-L}} \left(2 \times \frac{1}{1/3} + \frac{1}{-1/3} + \frac{1}{-1/3} \right) = 0. \quad (4.51)$$

On peut avoir un point de vue plus général sur la question.

Si on néglige les possibles contributions sous-dominantes, les masses des composantes des messagers sont déterminées par leur charge $B - L$.

Comme $T_{B-L}(Q_M) = -T_{B-L}(U_M) = -T_{B-L}(D_M)$, cela donne une annulation pour la masse du gluino.

Ainsi, si on ne prend en compte que les effets à une boucle, on trouve :

$$M_1 = -\frac{24}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda, \quad M_2 = 8 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda, \quad M_3 = 0, \quad (4.52)$$

$$m_\chi^2 = 6 \left[16 \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + 7 \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{108}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2, \quad (4.53)$$

où $\Lambda \equiv \lambda_X F_X / (\lambda_{45} V_{45})$.

L'annulation de la masse du gluino semble accidentelle. On peut la relier à l'annulation de l'anomalie de jauge mixte $SU(3)_C - SU(3)_C - U(1)_{B-L}$ en remarquant que Q_M , U_M and D_M ont la même valeur pour $(B - L)^2$. Ainsi, $\sum_R 2T_{SU(3)_C}(R) \Lambda/x_R$ est proportionnelle au coefficient anomal de $SU(3)_C - SU(3)_C - U(1)_{B-L}$, x_R étant le coefficient de la masse des messagers dépendant de leur représentation (le formalisme est présenté dans la section "exhaustive").

Par comparaison, Q_M and L_M n'ont pas la même valeur pour $(B - L)^2$. Du coup, l'annulation de l'anomalie mixte $SU(2)_L - SU(2)_L - U(1)_{B-L}$ ne donne pas $M_2 = 0$.

On peut générer une masse de gluino grâce aux corrections de supergravité, comme dans le cas du neutralino léger. La différence avec les neutralinos, c'est que le groupe de renormalisation fait grandir la masse des gluinos quand on descend en énergie. Si on part de $M_{\lambda_3}(M_{\text{mess}}) \sim m_{3/2} \ll M_{\text{GM}}$, on obtient un gluino NLSP de longue vie avec un gravitino LSP.

La prédiction $M_3 = 0$ est corrigée par les contributions venant de la médiation gravitationnelle et de $M_R \neq 0$. Si les corrections venant de la supergravité dominent, on peut écrire :

$$M_3(M_{\text{mess}}) \sim m_{3/2} \ll M_{\text{GM}}. \quad (4.54)$$

Ceci mène à $M_3 \sim 3m_{3/2}$ à l'échelle électrofaible. Le gluino va donc a priori être la NLSP, à moins que la hiérarchie $m_{3/2} \ll M_{\text{GM}}$ soit assez petite pour permettre au neutralino d'être la NLSP.

Le spectre contenant les Higgs et les superpartenaires est représenté dans la figure 4.3. Les paramètres sont

- une masse pour les messagers de $M_{\text{mess}} \equiv \lambda_{45} V_{B-L} = 10^{13} \text{GeV}$,
- $M_{\text{GM}} = 150 \text{GeV}$
- $m_{3/2} = 70 \text{GeV}$
- $\tan \beta = 15$.

On a rajouté une contribution universelle liée à la supergravité $m_{3/2}$ aux termes softs de masses. Le neutralino le plus léger et le gluino ont pour masses respectives $M_{\tilde{\chi}_1^0} = 228.9 \text{GeV}$ et $M_{\tilde{g}} = 218.4 \text{GeV}$.

La limite inférieure expérimentale sur la masse du gluino se traduit sur une limite inférieure sur la masse du gravitino. Comme les autres termes softs se comportent comme $M_{\text{GM}} \gg m_{3/2}$, le spectre supersymétrique résultant est plutôt lourd.

Si au contraire, la masse du gluino vient principalement d'effets non gravitationnels, le gravitino est plus léger, et en utilisant Eq. (4.90) avec $\epsilon_Q = \epsilon_U = \epsilon_D \equiv \epsilon$ dans la formule plus générale, on trouve :

$$M_3 \simeq -36 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda \epsilon. \quad (4.55)$$

M_1 , M_2 et les autres masses softs de scalaires sont toujours données par les mêmes équations (4.52) et (4.53). Le spectre supersymétrique est donc semblable au cas précédent, à l'exception d'un gravitino plus léger dont la masse n'est plus corrélée à celle du gluino. Suivant la valeur de ϵ , le gluino sera la NLSP ou pas.

Mais dans tous les cas, un gluino léger est une des caractéristiques de ce scénario.

A partir de maintenant, on se concentre sur le cas plus intéressant du gluino NLSP. Comme le gluino ne peut se désintégrer que gravitationnellement, il a une grande durée de vie, évaluée par [76] :

$$\tau^{-1}(\tilde{g} \rightarrow \tilde{G}g) = \frac{1}{48\pi} \frac{M_{\tilde{g}}^5}{(m_{3/2} M_P)^2} \left(1 - \frac{m_{3/2}^2}{M_{\tilde{g}}^2}\right)^3 \left(1 + 3 \frac{m_{3/2}^2}{M_{\tilde{g}}^2}\right). \quad (4.56)$$

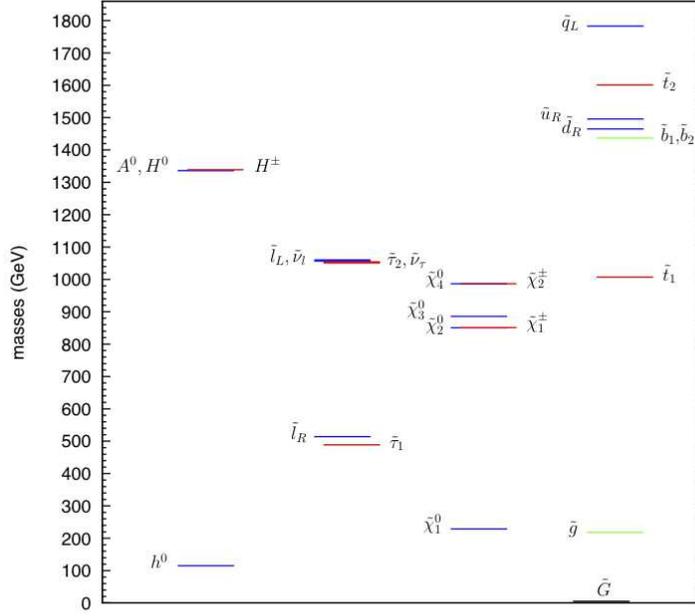


FIGURE 4.3 – Spectre de masse supersymétrique obtenus pour des messagers dans $(\mathbf{16}, \mathbf{16})$, $\Sigma = \mathbf{45}$, dans la direction B-L. $M_{\text{mess}} \equiv \lambda_{45} V_{B-L} = 10^{13} \text{GeV}$, $M_{\text{GM}} = 150 \text{GeV}$, $m_{3/2} = 70 \text{GeV}$, $\tan \beta = 15$.

Le temps de vie d'un gluino de 250 GeV est donc $\tau_{\tilde{g}} \sim 10^7 \text{s}$ pour $m_{3/2} \sim 100 \text{GeV}$, et $\tau_{\tilde{g}} \sim 500 \text{s}$ pour $m_{3/2} \sim 1 \text{GeV}$. Ce scénario partage des caractéristiques avec “split supersymmetry”, dans laquelle le gluino a aussi un temps de vie assez long, mais la LSP est le neutralino le plus léger.

Le gluino va s'hadroniser et former des R -hadrons après avoir été produit aux collisionneurs. Si le R -hadron le plus léger est neutre, il s'échappera du détecteur en ne laissant qu'une petite fraction de l'énergie liée à l'événement. La signature correspondante, monojet + énergie manquante (liée à la production d'une paire de gluino associée à un jet à haute énergie transverse), nous permet de mettre une bonne inférieure $M_{\tilde{g}} > 210 \text{GeV}$ à partir des données du Tevatron [78]. Le LHC devrait aussi sonder des masses allant jusqu'à 1.1 TeV. Il y a aussi la possibilité que des R -hadrons neutres soient transformés en R -hadrons chargés et s'arrêtent dans le détecteur après avoir perdu leur énergie [79]. Les gluinos arrêtés vont finir par se désintégrer sans être synchronisés avec un croisement des faisceaux. La collaboration D0 a cherché de tels événements et mis une limite $M_{\tilde{g}} < 270 \text{GeV}$ pour $\tau_{\tilde{g}} < 3 \text{heures}$; [80]. Cependant, cette limite ne s'applique

pas à notre scénario, puisque $\tau_{\tilde{g}} \sim 10^7$ s.

Un tel temps de vie peut sembler inconsistant avec les contraintes de la BBN si on prend en compte les effets des états liés sur la nucléosynthèse primordiale [81]. Dans ce cas, une contrainte plus forte, $\tau_{\tilde{g}} \lesssim 100$ s s'appliquerait. Cela laisserait penser que les corrections gravitationnelles sont petites, $m_{3/2} < 1$ GeV, et que la masse du gluino est générée par un autre type de contributions sous-dominantes. Dans ce cas, la limite trouvée par D0 s'applique.

Le LHC a déjà mis des contraintes bien plus fortes sur la masse du gluino, qui doit maintenant faire au moins 500 GeV. Il faudrait donc modifier ce modèle afin d'éviter cette nouvelle contrainte. Notons que les contraintes les plus fortes supposent l'universalité, qui n'est pas valable ici. Les contraintes plus faibles vérifient aussi des hypothèses théoriques, comme le fait d'un neutralino de masse nulle pour la limite de 725 GeV d'ATLAS [40], qui ne sont pas forcément valables dans ce modèle. La contrainte la plus forte semble donc provenir de l'absence d'hadrons formés à partir de gluinos. Atlas pose ainsi des limites de l'ordre de 570 GeV sur la masse des gluinos. Cette analyse là est donc exclue telle qu'elle et devra être mise à jour pour coller aux données du LHC

4.5 Spectres, un peu d'exhaustivité

4.5.1 SU(5) comme groupe de grande unification

Messagers couplés à un Higgs dans une 24

Le cas du Higgs dans une 24 couplé à des messagers dans une (5, $\bar{5}$) ou une (10, $\bar{10}$) a déjà été traité précédemment, c'est celui du neutralino léger.

Messagers couplés à un Higgs dans une 75

La seule représentation non triviale de $SU(5)$ à laquelle les messagers (5, $\bar{5}$) peuvent coupler au niveau renormalisable est 24. Des messagers dans (10, $\bar{10}$) peuvent aussi coupler à une 75. Nous considérons ici le cas où un multiplet de Higgs dans une 75, décrit par un tenseur A_{kl}^{ij} avec deux indices covariants et 2 indices contravariants ($i, j, k, l = 1 \dots 5$), est utilisé pour briser $SU(5)$ en $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Sa vev vaut alors $\langle A_{kl}^{ij} \rangle = V \epsilon_{kl}^{ij}$, avec [82] :

$$\begin{aligned} \epsilon_{kl}^{ij} = & 6(\delta_4^i \delta_5^j - \delta_5^i \delta_4^j)(\delta_k^4 \delta_l^5 - \delta_k^5 \delta_l^4) - 2\delta_k^i (\delta_4^j \delta_l^4 + \delta_5^j \delta_l^5) + 2\delta_k^j (\delta_4^i \delta_l^4 + \delta_5^i \delta_l^5) \\ & + 2\delta_l^i (\delta_4^j \delta_k^4 + \delta_5^j \delta_k^5) - 2\delta_l^j (\delta_4^i \delta_k^4 + \delta_5^i \delta_k^5) + \delta_k^i \delta_l^j - \delta_l^i \delta_k^j . \end{aligned} \quad (4.57)$$

Coupler cette vev à une paire de champs messagers dans $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$ induit la différence de masse suivante parmi leurs composants $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$:

$$\phi_i = (\phi_{3,2,+1/6}, \phi_{\bar{3},1,-2/3}, \phi_{1,1,+1}), \quad M_i = (-4\lambda_\Sigma V, 4\lambda_\Sigma V, 12\lambda_\Sigma V). \quad (4.58)$$

Pour calculer la masse des jauginos, il suffit de mettre (4.58) dans (4.25) :

$$M_1 = \frac{9}{20} \frac{\alpha_1}{4\pi} N_m \Lambda, \quad M_2 = -\frac{3}{4} \frac{\alpha_2}{4\pi} N_m \Lambda, \quad M_3 = -\frac{1}{4} \frac{\alpha_3}{4\pi} N_m \Lambda, \quad (4.59)$$

Ceci nous amène à une hiérarchie inversée entre le wino et le gluino à l'échelle électrofaible.

Ici, la LSP est le gravitino, comme d'habitude, et dans la plupart des cas, la NLSP est le neutralino le plus léger (pour de grandes valeurs de $\tan\beta$, c'est parfois le stau le plus léger qui fait office de NLSP).

Les masses des scalaires sont toujours données par (4.43), et les coefficients d_χ^a sont cette fois référencés dans le tableau 4.5.

d_χ^a	$SU(3)$	$SU(2)$	$U(1)$
Q	1/2	9/32	29/7200
U^c	1/2	0	29/450
D^c	1/2	0	29/1800
L	0	9/32	29/800
E^c	0	0	29/200
H_u, H_d	0	9/32	29/800

TABLE 4.5 – Coefficients d_χ^a pour des messages dans une $\mathbf{10} \oplus \overline{\mathbf{10}}$ $SU(5)$ couplé à un multiplet de Higgs dans une $\mathbf{75}$.

Le spectre supersymétrique physique, évalué avec SUSPECT pour $N_m = 1$, $M_{\text{GM}} = 1700\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{11}\text{GeV}$, $\tan\beta = 20$ et $\text{sign}(\mu) = +$, est donné dans le tableau 4.6.

Ce qui est marquant dans ce spectre, c'est la présence d'un gluino relativement léger, plus léger que le chargino le plus léger ou que le second neutralino. Cela permet de réduire le fine-tuning dans le potentiel de Higgs, et ce malgré un spectre relativement lourd. Le chargino le plus léger ainsi que les second et troisième neutralinos sont principalement higgsinos, alors que le chargino le plus lourd est principalement composé de wino.

Comme le gravitino est la LSP, la NLSP a une longue durée de vie, et ses désintégrations tardives peuvent détruire les prédictions de la nucléosynthèse primordiale (Big Bang Nucleosynthesis-BBN) [83]. Les contraintes de la BBN sont particulièrement fortes pour une NSLP principalement composée de bino, car celui-ci a de larges rapports d'embranchement hadroniques venant du mode de désintégration $\tilde{B} \rightarrow \tilde{G}q\bar{q}$. Ceux-ci mènent à une hadro-dissociation des éléments légers synthétisés. Pour une masse du bino autour de 230 GeV, comme dans le spectre du tableau 4.6, ces contraintes peuvent être contournées si la masse du

h	A	H^0	H^\pm	$\tilde{\chi}_1^\pm$	$\tilde{\chi}_2^\pm$	$\tilde{\chi}_1^0$	$\tilde{\chi}_2^0$	$\tilde{\chi}_3^0$	$\tilde{\chi}_4^0$	\tilde{g}
114.8	1037	1037	1040	727.8	855.4	263.5	726.8	757.5	855.1	632.2
\tilde{t}_1	\tilde{t}_2	\tilde{u}_1, \tilde{c}_1	\tilde{u}_2, \tilde{c}_2	\tilde{b}_1	\tilde{b}_2	\tilde{d}_1, \tilde{s}_1	\tilde{d}_2, \tilde{s}_2			
1028	1417	1357	1554	1300	1410	1341	1556			
$\tilde{\tau}_1$	$\tilde{\tau}_2$	$\tilde{e}_1, \tilde{\mu}_1$	$\tilde{e}_2, \tilde{\mu}_2$	$\tilde{\nu}_\tau$	$\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu$					
329.0	815.8	358.5	820.8	811.3	817.1					

TABLE 4.6 – Spectre supersymétrique pour le cas d’une paire de messagers dans $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$, couplés à un Higgs dans la représentation $\mathbf{75}$ de $SU(5)$, pour $M_{\text{GM}} = 1700\text{GeV}$, $M_{\text{mess}} = 10^{11}\text{GeV}$, $\tan\beta = 20$ et $\mu > 0$ (toutes les masses sont en GeV).

gravitino est plus petite que quelques 0.1GeV [64]. Une valeur aussi petite de $m_{3/2}$ n’est possible que pour une échelle de messagers de l’ordre de 10^{11}GeV , sachant que :

$$M_{\text{mess}} = 1.1 \times 10^{11}\text{GeV} \left(\frac{\alpha_3(M_{\text{mess}})}{0.05} \right) \left(\frac{1.5\text{TeV}}{M_{\text{GM}}} \right) \left(\frac{\lambda_X}{10^{-2}} \right) \left(\frac{m_{3/2}}{0.25\text{GeV}} \right), \quad (4.60)$$

où $M_{\text{mess}} \equiv 4\lambda_\Sigma V$.

Une analyse plus détaillée donne une limite plus forte, $m_{3/2} \lesssim 0.01\text{GeV}$ [77]. Elle est cependant relâchée par les cohannihilations $\tilde{\tau}_1\text{-}\tilde{\chi}_1^0$, qui réduisent la densité relique en bino.

Étant la LSP, le gravitino est un candidat naturel à la matière noire froide, et un choix adéquat de la température de reheating après inflation permet à sa densité relique de tomber dans l’intervalle autorisé par WMAP [84].

4.5.2 $SU(5)$ flippé comme groupe de grande unification

Nous regardons ici le cas où le groupe de grande unification est $SU(5)$ flippé : $SU(5) \times U(1)_X$ [85].

Du point de vue de la théorie des champs, ce modèle met en oeuvre le mécanisme du partenaire manquant pour le doublet-triplet splitting. Du point de la théorie des cordes, c’est une construction naturelle liée aux groupes de grande unification, obtenue via les cordes hétérotiques et la F-théorie. Dans les constructions les plus simples, on n’a pas besoin de Higgs appartenant à l’adjoint du groupe afin de briser le groupe de grande unification.

La matière est contenue dans les représentations suivantes

$$\mathbf{10}_1 = (Q, D, N) \quad , \quad \overline{\mathbf{5}}_{-3} = (L, U) \quad , \quad \mathbf{1}_5 = E \quad . \quad (4.61)$$

On peut le voir comme les restes d’une $\mathbf{16}$ de $SO(10)$ décomposée sous $SU(5) \times U(1)_X$.

Le secteur de Higgs est décrit par

$$\Sigma \text{ , } \overline{\Sigma} = \mathbf{10}_1 \oplus \overline{\mathbf{10}}_{-1} \quad , \quad H \text{ , } \overline{H} = \mathbf{5}_{-2} \oplus \overline{\mathbf{5}}_2 \quad . \quad (4.62)$$

La brisure de $SU(5) \times U(1)_X \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ est réalisée via $\langle \Sigma \rangle = \langle N_\Sigma \rangle \neq 0$. On essaie maintenant d'introduire des représentations de messagers de faible dimension, $\mathbf{5}_M - \bar{\mathbf{5}}_M$ and $\mathbf{10}_M - \bar{\mathbf{10}}_M$, couplant aux champs de Higgs $\Sigma, \bar{\Sigma}$.

Les seuls couplages renormalisables permis sont

$$\Sigma \bar{H} \bar{\mathbf{5}}_M \quad , \quad \Sigma \bar{\mathbf{5}}_M \bar{\mathbf{5}}'_M \quad , \quad \Sigma H \mathbf{10}_M \quad . \quad (4.63)$$

Le premier couplage doit être interdit car il donne une grande masse à l'un des doublets des Higgs du MSSM⁴. Les deux autres opérateurs ne donnent pas des masses à tous les champs messagers. Afin de rester simple, nous ne considérerons que le cas dans lequel tous les messagers d'une représentation prennent des masses via le couplage aux Higgs du secteur de grande unification. Pour cela, il faut regarder les couplages non-renormalisables. Les opérateurs d'ordre les plus bas composés à partir de Higgs sont

$$\begin{aligned} \Sigma \otimes \Sigma &= \bar{\mathbf{5}} \oplus \mathbf{45} \oplus \mathbf{50}, \\ \Sigma \otimes \bar{\Sigma} &= \mathbf{1} \oplus \mathbf{24} \oplus \mathbf{75}. \end{aligned} \quad (4.64)$$

La seule contribution à la masse provenant de la première ligne de (4.64) est $\mathbf{50}$, et cela ne convient pas car cela ne donne une masse qu'à N_Σ . Les opérateurs de la seconde ligne de (4.64) sont tous valables, eux. Le singlet donne la médiation de jauge minimale (standard) [86], le second $\mathbf{24}$ a été discuté en détails dans la partie 4.4.1, et le troisième $\mathbf{75}$ a été discuté dans la section 4.5.1.

4.5.3 $SO(10)$ comme groupe de grande unification

Messagers dans des représentations $\mathbf{10}$

On regarde ici le cas du groupe de grande unification $SO(10)$, avec des messagers dans la représentation vectorielle $\mathbf{10}$.

S'il n'y a qu'un seul messenger, le produit antisymétrique $(\mathbf{10} \otimes \mathbf{10})_a$ s'annule, donc il ne peut coupler qu'à un Higgs dans une $\mathbf{54}$.

S'il y a au moins deux champs messagers dans $\mathbf{10}$ et $\mathbf{10}'$, on peut écrire $\mathbf{10} \mathbf{10}' \mathbf{54}$ comme $\mathbf{10} \mathbf{10}' \mathbf{45}$.

Comme $\mathbf{10} \otimes \mathbf{10} = \mathbf{1}_s \oplus \mathbf{45}_a \oplus \mathbf{54}_s$, les messagers peuvent coupler avec l'adjoint de $SO(10)$ $\mathbf{45}$ ou avec un multiplet de Higgs dans $\mathbf{54}$. Ces deux higgs interviennent dans les chaînes de brisure qui font passer $SO(10)$ vers $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, souvent combinés ensemble.

Le cas où le Higgs est dans une $\mathbf{54}$ est similiaire à l'étude faite dans le cas $SU(5)$ avec des messagers dans $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$.

Dans le cas des messagers dans une $\mathbf{45}$, il faut deux messagers distincts dans une $\mathbf{10}_M$ et une $\mathbf{10}'_M$ ⁵. La $\mathbf{45}$ a deux vevs singlets sous le modèle standard, dans les directions $B - L$ et T_{3R} .

4. il y a aussi des opérateurs qui mélangent les champs de matière avec les messagers, $\Sigma \bar{\mathbf{5}}_i \bar{\mathbf{5}}_M$, $\Sigma \mathbf{10}_i \mathbf{5}_M$, avec $i = 1, 2, 3$ l'indice de famille. Leur interdiction donne des contraintes supplémentaires sur les charges $U(1)_X$ des messagers.

5. La représentation adjointe apparaît dans le produit antisymétrique de deux représentations vectorielles

Nous n'avons pas réussi à produire des cas viables dans le premier cas, et le second cas a déjà été étudié dans la section précédente.

Un seul champ messager dans une représentation $\mathbf{10}$

Nous détaillons ici un peu l'argument donné ci-dessus dans le cas de messagers dans une représentation $\mathbf{10}$ de $SO(10)$. Le superpotentiel vaut

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X X \mathbf{10}_M \mathbf{10}_M + \lambda_{54} \mathbf{10}_M \mathbf{54} \mathbf{10}_M. \quad (4.65)$$

Les vev de la $\mathbf{54}$ invariantes sous Pati-Salam sont

$$\langle \mathbf{54} \rangle = V_{54} \begin{pmatrix} 2\mathbf{I}_6 & \mathbf{0}_{6 \times 4} \\ \mathbf{0}_{4 \times 6} & -3\mathbf{I}_4 \end{pmatrix}, \quad (4.66)$$

Elles séparent les masses des composants $(\phi_i, \tilde{\phi}_i)$ de $\mathbf{10}_M$ de la manière suivante :

$$\mathbf{10}_M = \{\phi_{6,1,1}, \phi_{1,2,2}\}, \quad M_\Phi = \{2\lambda_{54} V_{54}, -3\lambda_{54} V_{54}\}, \quad (4.67)$$

où les indices renvoient aux représentations sous le groupe de Pati-Salam $SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R$.

Comme la $\mathbf{6}$ de $SU(4)$ se décompose comme $(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, +1/3) \oplus (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -1/3)$ sous $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, cela donne exactement les mêmes résultats que lorsqu'on a une paire de messagers dans $(\mathbf{5}, \bar{\mathbf{5}})$ couplée à un adjoint de $SU(5)$.

En particulier, les masses de bino proviennent des contributions sous dominantes aux termes softs, permettant un neutralino léger LSP. Le spectre supersymétrique est le même que celui décrit dans la section précédente.

Plusieurs messagers dans des représentations $\mathbf{10}$

Lorsqu'il y a plusieurs champs messagers dans des représentations $\mathbf{10}$, on peut coupler antisymétriquement les messagers avec un Higgs dans une $\mathbf{45}$.

Nous formalisons et développons ici le cas de deux champs messagers $\mathbf{10}_M$ et $\mathbf{10}'_M$ couplé à une $\mathbf{45}$:

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X X \mathbf{10}_M \mathbf{10}'_M + \lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M. \quad (4.68)$$

Comme on a imposé une symétrie \mathbf{Z}_4 comme définie en (4.31), on n'a pas de terme du type $X \mathbf{10}_M \mathbf{10}_M$ et $X \mathbf{10}'_M \mathbf{10}'_M$ dans W_{mess} .

La différence de masse entre les multiplets de messagers dépend de l'orientation de la vev du $\mathbf{45}$.

On décompose $\mathbf{10}_M, \mathbf{10}'_M$ comme

$$\mathbf{10}_M = (D_M, L_M) \oplus (\bar{D}_M, \bar{L}_M), \quad \mathbf{10}'_M = (D'_M, L'_M) \oplus (\bar{D}'_M, \bar{L}'_M), \quad (4.69)$$

où $D_M \equiv \phi_{\bar{3},1,+1/3}$, $\bar{D}_M \equiv \phi_{3,1,-1/3}$, $L_M \equiv \phi_{1,2,-1/2}$, $\bar{L}_M \equiv \phi_{1,2,+1/2}$ (et de même pour les champs primés), on obtient :

$$\mathbf{10}_M \langle \mathbf{45} \rangle \mathbf{10}'_M = x_D V_{45} (D'_M \bar{D}_M - D_M \bar{D}'_M) + x_L V_{45} (L'_M \bar{L}_M - L_M \bar{L}'_M), \quad (4.70)$$

direction de (45)	x_D	x_L
$B - L$	$2/3$	0
T_{3R}	0	$-1/2$
Y	$1/3$	$-1/2$
X	-2	-2

TABLE 4.7 – Coefficients x_D et x_L de l'équation (4.70) pour différentes orientations de la vev **45**.

avec les coefficients x_D et x_L donnés dans le tableau 4.7.

Le signe relatif des masses entre les deux paires de doublets (ou triplets) de messagers mène à une annulation entre leur contribution à la masse des messagers. S'il n'y avait pas d'autres contributions à la masse des messagers et pas de corrections de supergravité, cela donnerait des jauginos sans masse.

Les corrections peuvent venir

- d'un couplage entre un Higgs dans une **54** ($\lambda_{54} \mathbf{10}_M \mathbf{54} \mathbf{10}'_M$)
- d'une vev $X_0 \neq 0$ pour la composante la plus basse de X ,
- d'un terme de masse direct $M \mathbf{10}_M \mathbf{10}'_M$
- d'opérateurs non renormalisables

On paramétrise ces contributions sous dominantes via deux paramètres de masse, M_D et M_L , ce qui permet d'écrire les masses des messagers comme :

$$(M_D + x_D \lambda_{45} V_{45}) D'_M \bar{D}_M + (M_D - x_D \lambda_{45} V_{45}) D_M \bar{D}'_M \\ + (M_L + x_L \lambda_{45} V_{45}) L'_M \bar{L}_M + (M_L - x_L \lambda_{45} V_{45}) L_M \bar{L}'_M. \quad (4.71)$$

S'il y a une invariance sous $SO(10)$, on prend $M_D = M_L \equiv M$.

Comme $M_D, M_L \ll \lambda_{45} V_{45}$, on peut développer la masse du jaugino par rapport aux paramètres $\epsilon_D \equiv M_D / (\lambda_{45} V_{45})$ et $\epsilon_L \equiv M_L / (\lambda_{45} V_{45})$:

$$M_3 \simeq 2 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda_D \left\{ \delta_D - (1 - \delta_D) \frac{\epsilon_D^2}{x_D^2} \right\}, \\ M_2 \simeq 2 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda_L \left\{ \delta_L - (1 - \delta_L) \frac{\epsilon_L^2}{x_L^2} \right\}, \quad (4.72) \\ M_1 \simeq \frac{12}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \left\{ \frac{\Lambda_D}{3} \left[\delta_D - (1 - \delta_D) \frac{\epsilon_D^2}{x_D^2} \right] + \frac{\Lambda_L}{2} \left[\delta_L - (1 - \delta_L) \frac{\epsilon_L^2}{x_L^2} \right] \right\},$$

avec

$$\Lambda_D \equiv \frac{\lambda_X F_X}{M_D}, \quad \epsilon_D \equiv \frac{M_D}{\lambda_{45} V_{45}}, \quad \delta_D = \begin{cases} 1 & \text{si } x_D = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (4.73)$$

et de même pour Λ_L , ϵ_L , δ_L en remplaçant (M_L, x_L) par (M_D, x_D) .

En faisant le même développement, on obtient l'expression suivante pour les masses des scalaires à l'ordre dominant :

$$m_\chi^2 \simeq \frac{16}{3} \delta_\chi^{\mathbf{3}} \left(\frac{\alpha_3}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_D|^2 \left[\delta_D + \frac{1-\delta_D}{x_D^2} |\epsilon_D|^2 \right] + 3\delta_\chi^{\mathbf{2}} \left(\frac{\alpha_2}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_L|^2 \left[\delta_L + \frac{1-\delta_L}{x_L^2} |\epsilon_L|^2 \right] \\ + \frac{72}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi}\right)^2 \left\{ \frac{1}{3} |\Lambda_D|^2 \left[\delta_D + \frac{1-\delta_D}{x_D^2} |\epsilon_D|^2 \right] + \frac{1}{2} |\Lambda_L|^2 \left[\delta_L + \frac{1-\delta_L}{x_L^2} |\epsilon_L|^2 \right] \right\}, \quad (4.74)$$

où $\delta_\chi^{\mathbf{3}} = 1$ si χ se trouve dans la représentation (anti-)fondamentale de $SU(3)_C$ et $\delta_\chi^{\mathbf{3}} = 0$ autrement, et de même pour $\delta_\chi^{\mathbf{2}}$.

On peut maintenant appliquer les formules (4.72) et (4.74) à quelques orientations particulières de la vev de la **45**.

Les paramètres utilisés dans l'exemple étudié précédemment ont été définis comme suit.

De manière générale, on peut écrire

$$M_1 \simeq \frac{4}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda_D, \quad M_2 \simeq -8 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda_L \epsilon_L^2, \quad M_3 = 2 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda_D, \quad (4.75)$$

$$m_\chi^2 \simeq \frac{16}{3} \delta_\chi^{\mathbf{3}} \left(\frac{\alpha_3}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_D|^2 + 12 \delta_\chi^{\mathbf{2}} \left(\frac{\alpha_2}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_L|^2 |\epsilon_L|^2 \\ + \frac{72}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi}\right)^2 \left[\frac{1}{3} |\Lambda_D|^2 + 2 |\Lambda_L|^2 |\epsilon_L|^2 \right]. \quad (4.76)$$

Pour $|\epsilon_L| \lesssim 0.2 \sqrt{|\Lambda_D/\Lambda_L|}$, le wino est plus léger que le bino et est souvent la NLSP. Le gravitino est toujours la LSP.

Pour $\Lambda_D = \Lambda_L$ et $\epsilon_L = 1/6$, les masses des jauginos sont données par

$$\frac{M_1}{\alpha_1} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_3}{\alpha_3} = \frac{13}{20} : -\frac{1}{4} : 2, \quad (4.77)$$

et les masses des scalaires par :

$$m_\chi^2 = \sum_a d_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi}\right)^2 |\Lambda_D|^2, \quad (4.78)$$

avec les coefficients d_χ^a du tableau 4.3.

On retrouve le cas dont la physique a été discuté auparavant, et dont on peut trouver une illustration dans le tableau (4.4) et la figure (4.3).

(i) Couplage $\lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_{B-L}$

Dans ce cas, la vev de la **45** ne contribue pas aux masses des doublets ($x_L = 0$). Les triplets contenus dans les champs messagers sont plus lourds que ces derniers.

En conséquence, les masses des gluinos et des squarks singlets sont supprimés par un facteur ϵ_D^2 par rapport aux autres masses softs :

$$M_1 \simeq \frac{6}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda_L, \quad M_2 = 2 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda_L, \quad M_3 \simeq -\frac{9}{2} \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda_D \epsilon_D^2, \quad (4.79)$$

$$m_\chi^2 \simeq 12 \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 |\Lambda_D|^2 |\epsilon_D|^2 + 3 \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 |\Lambda_L|^2 + \frac{72}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \left[\frac{3}{4} |\Lambda_D|^2 |\epsilon_D|^2 + \frac{1}{2} |\Lambda_L|^2 \right]. \quad (4.80)$$

À cause de la hiérarchie entre les masses des squark doublet et singlet, le couplage de Yukawa du top quark amène $m_{U^c}^2$ à des valeurs négatives à l'échelle électrofaible, développant un tachyon dans le secteur du stop. Ni une petite masse de gluino, ni un ϵ_D allant jusqu'à 1/4 ne suffit pas à compenser cet effet.

Le cas $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_{B-L}$ n'est donc pas viable.

(ii) Couplage $\lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_{3R}$

Ce cas a déjà été traité dans la section (4.4.2). C'est celui du wino léger et NLSP.

(iii) Couplage $\lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_Y$

Dans ce cas, on a

$$M_1 \simeq -\frac{12}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda (3\epsilon_D + 2\epsilon_L), \quad M_2 \simeq -8 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda \epsilon_L, \quad M_3 = -18 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda \epsilon_D, \quad (4.81)$$

$$m_\chi^2 \simeq 12 \left[4 \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{6}{5} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2, \quad (4.82)$$

où $\Lambda \equiv \lambda_X F_X / (\lambda_{45} V_{45})$. Comme on a supposé $\epsilon_D, \epsilon_L \ll 1$, ce scénario présente des masses de jauginos qui sont toutes petites devant les masses des scalaires.

Si les corrections sous dominantes aux masses de messagers sont invariantes sous SO(10), $\epsilon_D = \epsilon_L$ et les masses des jauginos vérifient les ratios suivants :

$$\frac{M_1}{\alpha_1} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_3}{\alpha_3} = -6 : -4 : -9. \quad (4.83)$$

(iv) Couplage $\lambda_{45} \mathbf{10}_M \mathbf{45} \mathbf{10}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_X$

Comme dans le cas précédent, les masses des jauginos sont supprimées par rapport aux masses des scalaires :

$$M_1 \simeq -\frac{3}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} \Lambda \left(\frac{1}{3} \epsilon_D + \frac{1}{2} \epsilon_L \right), \quad M_2 \simeq -\frac{1}{2} \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda \epsilon_L, \quad M_3 = -\frac{1}{2} \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda \epsilon_D, \quad (4.84)$$

$$m_\chi^2 \simeq \left[\frac{4}{3} \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + \frac{3}{4} \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{3}{5} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2. \quad (4.85)$$

À l'ordre dominant, les masses des scalaires ont les mêmes ratios que dans la version minimale de la médiation de jauge. Cela provient du fait que les termes qui génèrent la majeure partie des masses sont invariants sous $SU(5)$. Si toutes les contributions, même sous-dominantes, sont invariantes sous $SU(5)$ (soit $\epsilon_D = \epsilon_L$), les masses de jauginos respectent les ratios de la médiation de jauge minimale, c'est-à-dire $M_1 : M_2 : M_3 = \alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3$.

Messagers dans des représentations ($\mathbf{16}$, $\overline{\mathbf{16}}$)

, higgs dans une des $\langle 45 \rangle$ possibles

On regarde maintenant le cas où les messagers sont dans la représentation $\mathbf{16} \oplus \overline{\mathbf{16}}$. Comme le produit $\mathbf{16} \otimes \overline{\mathbf{16}}$ contient la représentation adjointe, on peut écrire le superpotentiel suivant :

$$W_{\text{mess}} = \lambda_X X \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{16}_M + \lambda_{45} \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}_M. \quad (4.86)$$

Comme dans les sections précédentes, nous supposons que la contribution dominante aux masses des messagers vient des vev de $\mathbf{45}$, avec de possibles contributions sous-dominantes venant de $X_0 \neq 0$ ou d'un terme de masse directe $M \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{16}_M$ (qui ne soit pas contenue dans W_{mess}). Décomposant $\mathbf{16}_M$ en :

$$\mathbf{16}_M = (Q_M, U_M, D_M, L_M, E_M, N_M), \quad (4.87)$$

où $Q_M \equiv \phi_{3,2,+1/6}$, $U_M \equiv \phi_{\overline{3},1,-2/3}$, $D_M \equiv \phi_{\overline{3},1,+1/3}$, $L_M \equiv \phi_{1,2,-1/2}$, $E_M \equiv \phi_{1,1,+1}$, $N_M \equiv \phi_{1,1,0}$ (et de même pour son partenaire vectoriel $\overline{\mathbf{16}}_M$), on obtient :

$$\overline{\mathbf{16}}_M \langle \mathbf{45} \rangle \mathbf{16}_M = \sum_{R=Q,U,D,L,E,N} x_R V_{45} \bar{R}_M R_M, \quad (4.88)$$

avec les coefficients x_R donnés dans le tableau 4.8. Les masses de messagers peuvent donc être écrites comme :

$$\sum_{R=Q,U,D,L,E,N} (M_R + x_R \lambda_{45} V_{45}) \bar{R}_M R_M, \quad (4.89)$$

où les M_R ($M_R \ll \lambda_{45} V_{45}$) paramétrisent les potentielles contributions sous-dominantes. Quand ces dernières sont pertinentes (en particulier quand certains x_R sont nuls, auquel cas M_R ne peut être négligé), cela peut être utile

orientation dela $\langle 45 \rangle$	x_Q	x_U	x_D	x_L	x_E	x_N
$B-L$	1/3	-1/3	-1/3	-1	1	1
T_{3R}	0	-1/2	1/2	0	1/2	-1/2
Y	1/6	-2/3	1/3	-1/2	1	0
X	-1	-1	3	3	-1	5

TABLE 4.8 – Coefficients x_R de l'équation (4.88) pour les différentes orientations de la vev $\mathbf{45}$.

de développer la masse des jauginos et des scalaires par rapport aux petits paramètres $\epsilon_R \equiv M_R/(\lambda_{45}V_{45})$:

$$M_a \simeq \frac{\alpha_a}{4\pi} \sum_R 2T_a(R)\Lambda_R \left\{ \delta_R + (1 - \delta_R) \frac{\epsilon_R}{x_R} \left(1 - \frac{\epsilon_R}{x_R} \right) \right\}, \quad (4.90)$$

$$m_\chi^2 = 2 \sum_a C_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 \sum_R 2T_a(R) |\Lambda_R|^2 \left\{ \delta_R + (1 - \delta_R) \frac{|\epsilon_R|^2}{x_R^2} \right\}. \quad (4.91)$$

où

$$\Lambda_R \equiv \frac{\lambda_X F_X}{M_R}, \quad \epsilon_R \equiv \frac{M_R}{\lambda_{45}V_{45}}, \quad \delta_R = \begin{cases} 1 & \text{si } x_R = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}. \quad (4.92)$$

(i) **Couplage** $\lambda_{45}\overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45}T_{B-L}$

Le cas a été traité dans la section (4.4.3). C'est celui du gluino léger.

(ii) **Couplage** $\lambda_{45}\overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45}T_{3R}$

Comme $x_Q = x_L = 0$, les messagers (Q_M, \bar{Q}_M) et (L_M, \bar{L}_M) ne reçoivent pas de contribution à leurs masses de la part du Higgs $\mathbf{45}$ dans ce cas, mais de la part de contributions sous-dominantes M_Q et M_L . Les masses softs des jauginos et des scalaires sont données via (4.90) et (4.91) par :

$$M_1 \simeq \frac{1}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} (\Lambda_Q + 3\Lambda_L), \quad M_2 \simeq \frac{\alpha_2}{4\pi} (3\Lambda_Q + \Lambda_L), \quad M_3 = 2 \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda_Q, \quad (4.93)$$

$$m_\chi^2 \simeq \frac{16}{3} \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 (1 + 4|\epsilon_Q|^2) |\Lambda_Q|^2 + \frac{3}{2} \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 (3|\Lambda_Q|^2 + |\Lambda_L|^2) + \frac{6}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 [(1 + 64|\epsilon_Q|^2) |\Lambda_Q|^2 + 3|\Lambda_L|^2] \quad (4.94)$$

Si les contributions sous-dominantes à la masse des messagers sont invariantes sous $SO(10)$, $\Lambda_Q = \Lambda_L$ et les ratios des masses des jauginos sont données par :

$$\frac{M_1}{\alpha_1} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_3}{\alpha_3} = \frac{4}{5} : 4 : 2, \quad (4.95)$$

et les masses des scalaires par :

$$m_\chi^2 \simeq \left[\frac{16}{3} \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 (1 + 4|\epsilon_Q|^2) + 6\delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{24}{25} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 (1 + 16|\epsilon_Q|^2) \right] |\Lambda_Q|^2 \quad (4.96)$$

(iii) Couplage $\lambda_{45} \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_Y$

Dans ce cas, on a, pour $M_R = 0$:

$$M_1 = 0, \quad M_2 = 16 \frac{\alpha_2}{4\pi} \Lambda, \quad M_3 = \frac{27}{2} \frac{\alpha_3}{4\pi} \Lambda, \quad (4.97)$$

$$m_\chi^2 = 2 \left[111 \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + 84 \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{54}{5} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2, \quad (4.98)$$

où $M_1 = 0$ est, comme dans le cas de $SU(5)$, une conséquence du fait que la vev du Higgs dans l'adjoint du groupe de grande unification est dans la direction de l'hypercharge. La masse du bino provient des contributions gravitationnelles ou sous-dominantes des masses des messagers. Dans le dernier cas, on a :

$$M_1 \simeq -\frac{6}{5} \frac{\alpha_1}{4\pi} (6\epsilon_Q + 3\epsilon_U + 3\epsilon_D + 2\epsilon_L + \epsilon_E) \Lambda, \quad (4.99)$$

Si les contributions sous dominantes aux masses des messagers sont invariantes sous $SO(10)$, ceci se simplifie en $M_1 \simeq -18(\alpha_1/4\pi)\Lambda\epsilon$

Si les corrections de supergravité dominant, $M_1(M_{\text{mess}}) \approx m_{3/2}$ donne $M_1 \approx 0.5m_{3/2}$ à l'échelle électrofaible.

Comme pour le cas $SU(5)$ avec des messagers couplant à une $\mathbf{24}$, ce cas est caractérisé par un bino léger LSP, le reste du spectre étant différent toutefois.

(iv) Couplage $\lambda_{45} \overline{\mathbf{16}}_M \mathbf{45} \mathbf{16}'_M$, $\langle \mathbf{45} \rangle = V_{45} T_X$

Comme le générateur T_X de $SO(10)$ commute avec tous les générateurs de $SU(5)$, les masses des messagers sont invariants sous $SU(5)$ et ce cas se ramène à celui de la médiation de jauge minimale. Plus précisément, le secteur des messagers est composé d'une paire de $(\mathbf{5}, \overline{\mathbf{5}})$ et de $(\mathbf{10}, \overline{\mathbf{10}})$ avec pour masses $M_5 = -3M_{10}$.

Cela donne des masses de jauginos vérifiant

$$\frac{M_1}{\alpha_1} = \frac{M_2}{\alpha_2} = \frac{M_3}{\alpha_3} = -\frac{8}{3} \frac{\Lambda}{4\pi}, \quad (4.100)$$

Les masses des scalaires, elles, vérifient

$$m_\chi^2 \simeq \frac{56}{9} \left[\frac{4}{3} \delta_\chi^3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + \frac{3}{4} \delta_\chi^2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + \frac{3}{5} Y_\chi^2 \left(\frac{\alpha_1}{4\pi} \right)^2 \right] |\Lambda|^2. \quad (4.101)$$

4.6 Conclusions

Les modèles de supersymétrie qui considèrent à la fois l'existence d'un secteur de grande unification et d'une médiation de jauge pour la brisure de supersymétrie peuvent facilement posséder des spectres atypiques. Le rapport des masses de gauginos sera une des clés pour comprendre la structure sous-jacente du modèle. Ceci permettra de favoriser les modèles possédant les groupes de grande unification et les représentations adéquates. Les spectres peuvent avoir des caractéristiques peu ordinaires pour une médiation de jauge, comme un neutralino léger LSP, ou un wino/gluino NSLP. Les contraintes expérimentales font du cas neutralino LSP le scénario le plus intéressant à étudier.

	H	$\phi & \tilde{\phi}$	$\frac{M_3}{\alpha_3} : \frac{M_2}{\alpha_2} : \frac{M_1}{\alpha_1}$	Propriétés remarquables
mSUGRA			1 : 1 : 1	
mGM			1 : 1 : 1	
$SU(5)$	24	5 & $\bar{5}$	1 : -2/3 : ϵ	neutralino LSP, sleptons légers, $T_R \leq 10^{5-6}$ GeV,
		10 & $\bar{10}$	1 : 12/7 : ϵ	changements de saveur ok à part chez les leptons
	75	10 & $\bar{10}$	1 : 3 : -9/5	
$SU(5) \times U(1)_X$			combinaisons de cas déjà étudiés	
$SO(10)$	54	10 & 10	1 : -2/3 : ϵ	Cas du neutralino léger
	45 $\sim T_{3R}$	10 & 10'	13/20 : -1/4 : 2	wino NSLP, $\tau 10^{4-5}$ s, sleptons légers, sparticules colorées lourdes, $M_{3/2} \sim$ GeV
		16 & $\bar{16}$	$\frac{4}{5} : 4 : 2$	
	45 $\sim T_{B-L}$	10 & 10'	$-\frac{3}{5} : 1 : \epsilon$	gluinos légers
		16 & $\bar{16}$	6 : 4 : 9	pas viable
	45 $\sim T_Y$	10 & 10'	$\epsilon : 16 : \frac{27}{2}$	neutralino léger LSP
		16 & $\bar{16}$		
	45 $\sim T_X$	10 & 10'	1 : 1 : 1	
16 & $\bar{16}$		1 : 1 : 1		

FIGURE 4.4 – Sommaire des propriétés des modèles de grande unification avec messagers suivant les groupes et les représentations choisies.