
Affectation et ordonnancement des missions

Ce chapitre a pour objectif de définir de manière formelle les problèmes d'affectation et d'ordonnancement des missions au cours d'une journée. Nous commençons par décrire les décisions pertinentes et proposons ensuite les critères d'évaluation des décisions. Deux modèles mathématiques sont ensuite présentés pour une modélisation rigoureuse des décisions, des contraintes et des critères d'optimisation.

5.1. Décisions opérationnelles

Ce chapitre aborde la prise des décisions opérationnelles du système robotique étudié. Elles concernent l'affectation des missions aux robots et l'ordonnancement des missions sur les robots. Les agents de décision traitant ces deux problèmes sont sollicités régulièrement à l'issue de chaque changement des demandes ou des états des ressources. Ces décisions doivent être prises dans les plus brefs délais afin de ne pas gêner le bon déroulement des missions ; de même, les temps d'attente excessifs de prise de décision ne sont pas désirables.

5.1.1. Affectation des missions

Une des décisions opérationnelles les plus importantes est l'affectation des nouvelles missions et la réaffectation des missions en attente aux robots disponibles. Cette décision est évidemment contrainte par les configurations, les fonctionnalités installées sur les robots, ainsi que par l'autonomie restante et la localisation des robots.

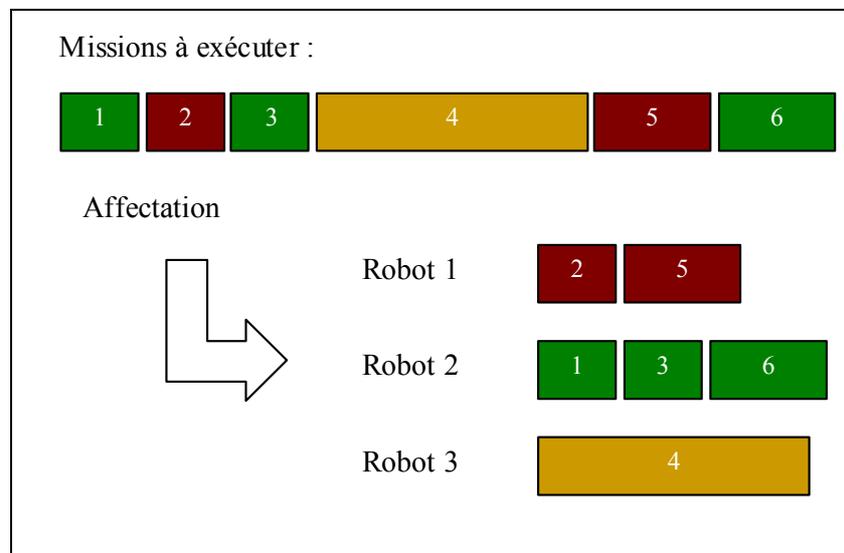


Figure 22 : Affectation des missions aux robots

Événement déclencheur : deux événements majeurs sont responsables du déclenchement du processus de décision. Le premier est lié aux changements des demandes notamment l'arrivée de nouvelles missions. Le deuxième événement se produit suite à un changement de disponibilité de ressources comme le départ d'un robot ou l'arrivée d'un nouveau robot.

Données : différentes informations sont nécessaires pour une bonne affectation des missions. Ces informations sont essentiellement des indicateurs de l'état des robots, comme la configuration des robots, les fonctionnalités installées sur les robots, le niveau d'énergie restante, ainsi que leur charge de travail due aux missions qui leur sont déjà affectées. Les informations sur les nouvelles demandes comme les missions à affecter ou à réaffecter, sont aussi nécessaires. Les recommandations énergétiques du niveau stratégique doivent aussi être prises en compte.

Nature de l'agent décision : la prise de décisions peut être centralisée ou décentralisée. Les deux systèmes de prise de décisions seront étudiés et comparés.

Horizon de calcul : l'horizon de calcul s'étend de la date actuelle de la prise de décision à la fin de l'ensemble des missions connues.

Temps de calcul : sachant que certaines missions sont urgentes et doivent être exécutées dans les minutes qui suivent leur demande, l'affectation doit être décidée rapidement. Dans notre cas, le temps de calcul de cet agent est plafonné à une minute.

Décision : l'agent de décision définit pour chaque robot un ensemble de missions qui lui sont affectées.

5.1.2. Planification et ordonnancement des missions

En plus de l'affectation des missions, il faut séquencer les missions sur chaque robot (c'est-à-dire déterminer l'ordre d'exécution des missions) et planifier les dates d'exécution de chaque mission. Des informations plus détaillées sur l'exécution des missions comme les déplacements à vide et les vitesses de déplacements des robots sont nécessaires.

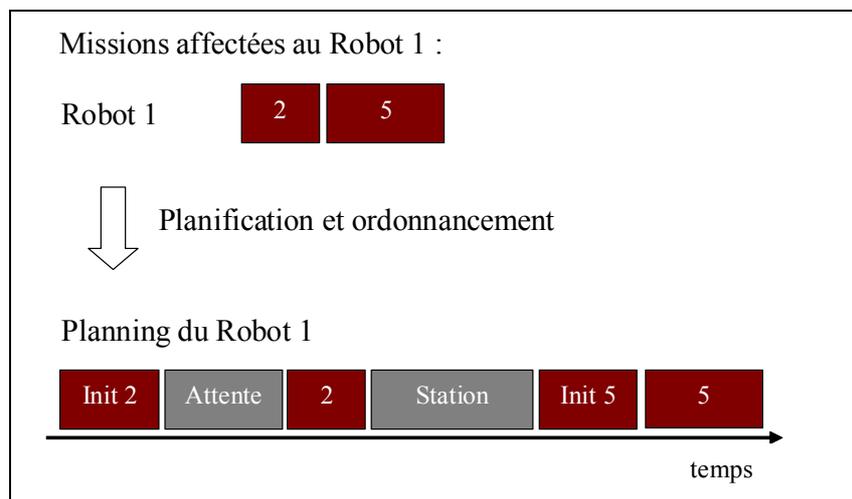


Figure 23 : Planification et ordonnancement des missions

Événement Déclencheur: Cet agent de décision est sollicité suite à toute nouvelle affectation de missions, mais aussi suite à des circonstances empêchant la bonne exécution d'une mission et provoquant ainsi des retards importants sur le planning initial.

Données : Les informations concernant les missions affectées à un robot ainsi que l'état du robot sont nécessaires pour une bonne planification. Pour les missions, nous avons besoins de

la liste de missions affectées à un robot, la mission en cours, les caractéristiques et les contraintes temporelles des missions. Une bonne planification dépend aussi des informations sur l'état des robots telles que la position actuelle du robot, sa vitesse moyenne, le niveau d'énergie restante de la batterie, la vitesse de consommation d'énergie (en veille, en attente et en marche). L'estimation du temps de trajet pour chaque déplacement d'un robot nécessite une trajectoire planifiée par le système de navigation et la vitesse moyenne du robot en fonction de la nature du déplacement (à vide ou chargé).

Nature de l'agent décision : Un agent centralisé peut effectuer l'ordonnancement des missions sur tous les robots, mais cela nécessite une communication continue entre l'agent et les robots pour mettre à jour l'état des robots. Une approche décentralisée avec un agent de planification sur chaque robot peut effectuer la prise de décision plus efficacement et alléger la charge sur les ressources de communication en supprimant les messages de notifications envoyés à l'agent central.

Horizon de calcul : L'horizon de calcul s'étend de la date actuelle de la prise de décision à la fin de l'ensemble des missions connues.

Temps de calcul : Comme pour l'affectation des missions, la planification et l'ordonnancement des missions doivent être décidés rapidement et le temps de calcul de cet agent est plafonné à une minute dans notre application.

Décision : Etablir pour chaque robot un plan d'exécution des missions donnant l'ordre d'exécution des missions et la date de début et de fin de chaque mission, ainsi que la durée des périodes d'attente.

5.2. Evaluation des stratégies de décisions opérationnelles

Cette section a pour objectif de proposer des critères permettant d'évaluer la qualité et les performances des stratégies d'affectation et d'ordonnancement des missions.

Dans la littérature d'ordonnancement des tâches, les critères sont généralement liés aux dates de fin des tâches et peuvent être les suivants : la durée totale d'exécution des tâches, la somme des temps d'achèvement des tâches, le nombre de tâches en retard, la somme des retards, le retard maximal, la somme de pénalités liées aux avances et retards, l'équilibrage des charges des ressources. Dans certaines applications, on cherche à minimiser le nombre de ressources nécessaires. Certaines études prennent en compte les coûts de production, les coûts de transport, les coûts de stockage et les coûts de lancement.

Pour la gestion des missions logistiques hospitalières par des robots, la date de début d'une mission peut être aussi importante que sa date de fin et les exigences diffèrent d'une mission à l'autre. Pour certaines missions, il est important de pouvoir commencer une mission dans une fenêtre de temps donnée afin d'assurer la présence du personnel pour lancer la mission. C'est le cas des missions de nettoyage de vomissements où la présence d'une personne médicale est nécessaire pour définir la zone de nettoyage. Pour d'autres missions, la fin d'une mission dans un intervalle de temps donné est importante. Pour beaucoup de missions comme la livraison urgente de médicaments pour un patient, la date de début et la date de fin dans des fenêtres de temps données sont toutes importantes.

L'importance accordée au respect de ces intervalles en début et fin de missions varie selon l'importance de la mission, le type de mission et selon les exigences de l'utilisateur final. Par exemple, pour les missions de transport et de livraison, il est exigé de mentionner la date de livraison, la date d'approvisionnement ou bien la date de prise en charge du médicament à transporter. Par contre pour les missions de téléconférence, le respect des délais de date de début est primordial afin de ne faire attendre ni le patient, ni le docteur avant d'établir une connexion vidéo entre les deux parties.

Sachant que l'élément-clé des décisions opérationnelles est la mission, les caractéristiques de la mission sont prises en compte pour l'évaluation des décisions opérationnelles. Ces caractéristiques peuvent être déterminées selon les attentes exprimées par l'utilisateur final et les exigences requises par telle ou telle mission.

Dans notre étude, les contraintes temporelles de chaque mission m sont représentées par les critères suivants :

- $[es_m, ps_m]$: fenêtre de temps pour le démarrage de la mission m avec es_m correspondant à la date au plus tôt pour le démarrage et ps_m la fenêtre de temps souhaitée pour démarrer la mission m ;
- ls_m : date au plus tard pour le début de la mission m avec $ps_m \leq ls_m$;
- dd_m : date de fin souhaitée de la mission m avec $ls_m \leq dd_m$. Ce critère exige la fin de la mission m avant cette date si cela est possible;
- ld_m : date de fin au plus tard de la mission m avec $dd_m \leq ld_m$;

L'ordonnancement est responsable de la conversion de la séquence des missions affectées à un robot en un planning. Deux dates sont calculées pour chaque mission :

- La date de début de la mission s_m sous contrainte $s_m \geq es_m$;
- La date d'achèvement e_m .

La Figure 24 illustre les différentes dates clé ou jalons d'une mission m , notamment les trois dates attribuées aux dates de début des missions et les deux dates attribuées aux dates d'achèvement.

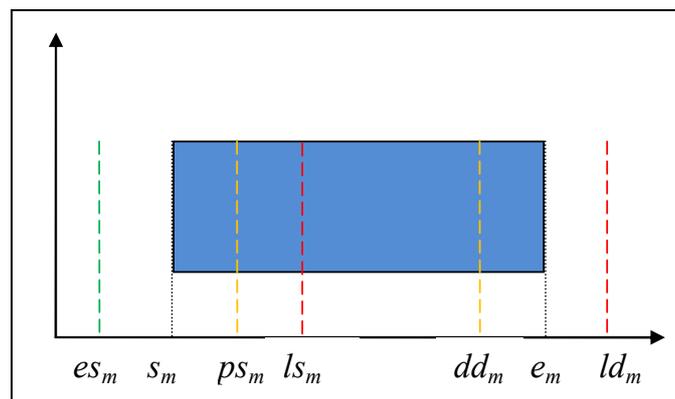


Figure 24 : Dates clés d'une mission

Le non respect des différentes dates clés sera mesuré par différentes pénalités en fonction des priorités des missions. D'autres critères seront également introduits pour l'évaluation de la consommation d'énergie des robots.

Afin de définir les paramètres et les dates clé pour une nouvelle mission, on définit des intervalles type pour chaque famille de missions, sachant que l'utilisateur final, pour des raisons de rapidité, peut fixer une seule des dates clés d'une mission et que les autres caractéristiques manquantes seront calculées à partir de la date fixée par l'utilisateur final et des intervalles type pour chaque famille de missions. Par exemple, un médecin demandant la mise en place d'une session de téléconférence avec un patient à 15h, ce qui sera considéré comme la date de début souhaitée, la durée du premier intervalle de date de début a été définie empiriquement pour les missions de téléconférence d'une valeur de cinq minutes et pour le deuxième intervalle de date de début de dix minutes ce qui nous permet de définir les deux paramètres es et ls ayant respectivement les valeurs 14:55 et 14:10.

5.2.1. Primes par palier pour l'évaluation des décisions opérationnelles

Nous proposons d'abord une première méthode d'évaluation constituée de deux critères, un critère temporel sur les respects des impératifs temporels des missions et le deuxième critère lié au respect des recommandations énergétiques des robots. Le critère temporel repose sur le principe de gains qui privilégie les solutions ayant respecté les fenêtres de temps recommandées par les utilisateurs finaux.

A la mission m , nous associons une prime RS_m en fonction de sa date de démarrage et une prime RE_m en fonction de sa date de fin. Plus précisément,

$$RS_m = \begin{cases} r_{m1} + r_{m2}, & \text{si } es_m \leq s_m < ps_m; \\ r_{m1}, & \text{si } ps_m \leq s_m < ls_m; \\ 0, & \text{si } s_m \geq ls_m. \end{cases}$$

$$RE_m = \begin{cases} r_{m3} + r_{m4}, & \text{si } e_m < dd_m; \\ r_{m3}, & \text{si } dd_m \leq e_m < ld_m; \\ 0, & \text{si } e_m \geq ld_m \end{cases}$$

où les gains $r_{mi} > 0$ dépendent du type de la mission et de son degré de priorité. La Figure 25 trace les courbes des gains d'une mission en fonction de sa date de début et de sa date d'achèvement.

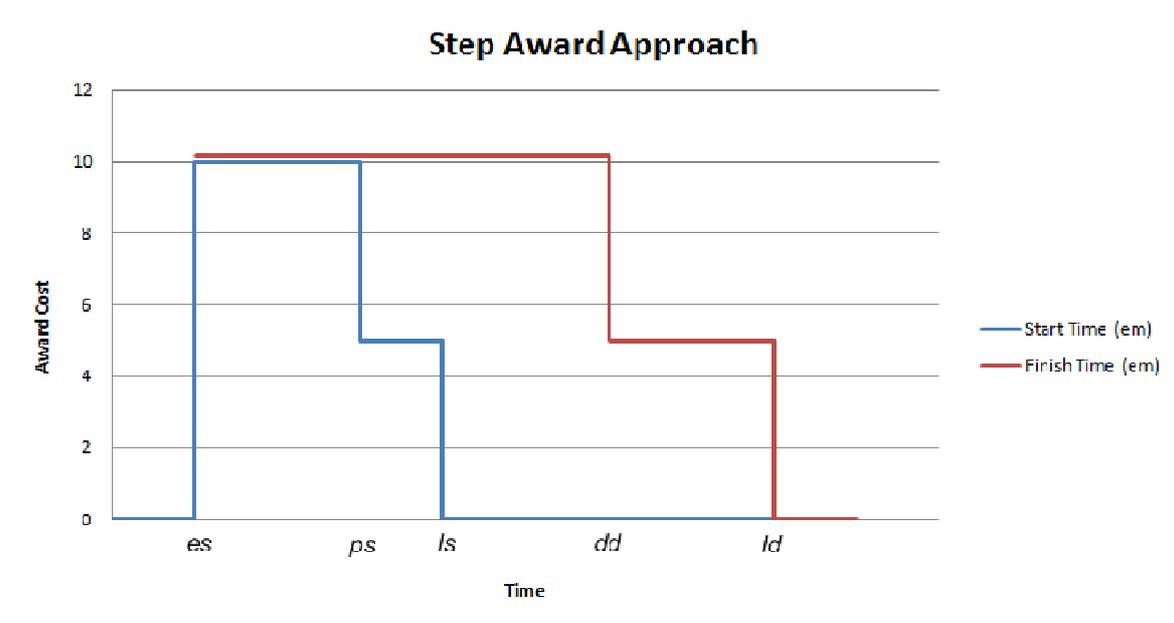


Figure 25 : Primes par palier

Nous proposons maintenant un deuxième critère pour évaluer le respect des consommations énergétiques préconisées par les agents de décisions stratégiques. Il est évident que ce critère concerne seulement les robots avec des batteries rechargeables fixes dont la gestion d'autonomie est importante. Ce critère pénalise les déviations des recommandations de la consommation énergétique.

Notons d'abord que les recommandations sont établies sur une période assez longue avec des prévisions des différents types de missions estimées sur la totalité de la période. D'un autre côté, les décisions opérationnelles étudiées dans ce chapitre concernent seulement les missions connues et affectées aux robots au fur et à mesure de leur arrivée. Afin de tenir compte des missions futures, nous remplaçons la recommandation énergétique globale du niveau stratégique par une recommandation énergétique uniformément répartie dans le temps durant toute la période concernée.

Plus précisément, soit $Q_{rec,n}$ la recommandation énergétique du niveau stratégique pour l'exécution des missions par le robot n pour une période de longueur T . Soit $Q_{con,n}$ la consommation énergétique du robot n jusqu'à la date actuelle. Soit $Q_{plan,n}$ la quantité d'énergie nécessaire pour exécuter l'ensemble de ces missions du robot n . La pénalité due au dépassement énergétique du robot n est donnée par la formule suivante :

$$CP_n = P \cdot \text{MAX} \left(Q_{plan,n} + Q_{con,n} - \frac{t_0}{T} Q_{rec,n}, 0 \right)$$

où t_0 peut être la date actuelle.

Et le coût total du planning pour un robot n est donné par la formule suivante:

$$R_n = \sum_{m \in M_n} (RS_m + RE_m) - CP_n$$

Le but de cette fonction objectif est de maximiser les gains qui découlent des primes et de minimiser les pénalités qui proviennent du dépassement des recommandations de consommation d'énergie.

Exemple illustratif :

Considérons un exemple de trois missions. Les caractéristiques de ces missions sont données par le tableau suivant où $t_0 = 25$ indique la date actuelle:

MISSION	CONSOMMATION Q_m	DATE DE DÉBUT			DATE D'ACHEVEMENT	
		es_m	ps_m	ls_m	dd_m	ld_m
M1	400	t_0+0	t_0+5	t_0+10	t_0+15	t_0+25
M2	200	t_0+0	t_0+10	t_0+15	t_0+17	t_0+23
M3	400	t_0+5	t_0+12	t_0+17	t_0+20	t_0+27

Tableau 9 : Caractéristiques des missions

Les paramètres des gains sont $r_{m1} = r_{m2} = r_{m3} = r_{m4} = 5$. Considérons l'ordonnancement suivant :

MISSION	PLANNING		GAIN	
	s_m	e_m	RS	RE
M1	t_0+0	t_0+9	10	10
M2	t_0+10	t_0+15	5	10
M3	t_0+17	t_0+25	0	5

Tableau 10: Gains par missions

Pour les pénalités liées aux consommations énergétiques, la recommandation du niveau stratégique est $Q_{rec,n}=4500W$ établie pour une période de trois heures ($T=180$ min) et aucune mission n'est encore exécutée, i.e. $Q_{con,n} = 0$. Selon le Tableau 9, le planning (M1, M2, M3) nécessite une énergie de 1000 W pour ces trois missions.

$$CP_n = P \cdot MAX \left(1000 - \frac{25}{180} 4500, 0 \right) = P \cdot 375$$

Avec $P = 0.05$, la somme des deux critères est $R_n = (10+10+5+10+5) \cdot 18,75 = 21,25$.

5.2.2. Pénalités continues

Cette formulation est une variante de la formulation précédente avec également deux critères d'évaluation : un critère sur le respect des dates clés des missions et l'autre sur le respect de la recommandation énergétique du niveau stratégique.

Comme l'approche des gains par palier, le critère sur le respect des dates clés est la somme des deux critères : l'un sur le respect des dates clés pour le démarrage des missions et l'autre sur les dates d'achèvement.

$$CS_m = \begin{cases} 0, & \text{si } s_m < ps_m; \\ c_{m1}(s_m - ps_m), & \text{si } ps_m \leq s_m < ls_m; \\ c_{m1}(s_m - ps_m) + c_{m2}(s_m - ls_m), & \text{si } s_m \geq ls_m. \end{cases}$$

$$CE_m = \begin{cases} 0, & \text{si } e_m < dd_m; \\ d_{m1}(e_m - dd_m), & \text{si } dd_m \leq e_m < ld_m; \\ d_{m1}(e_m - dd_m) + d_{m2}(e_m - ld_m), & \text{si } e_m \geq ld_m. \end{cases}$$

où les paramètres (c_{mi} et d_{mi}) sont positifs et définissent les pénalités par unité de dépassement des dates clés de la mission. Dans certains cas ayant une fonction objectif maximisant le gain par rapport à certains critères (voir chapitre 7) ces critères par rapport aux retards peuvent être intégrés en échangeant le signe (c_{mi} et d_{mi}) ce qui permettra d'intégrer les critères de retard dans une fonction maximisant certains gains et en minimisant les critères de retard. La Figure 26 illustre la partie des pénalités temporelles qu'une mission peut procurer selon la date butoir et selon la date d'achèvement.

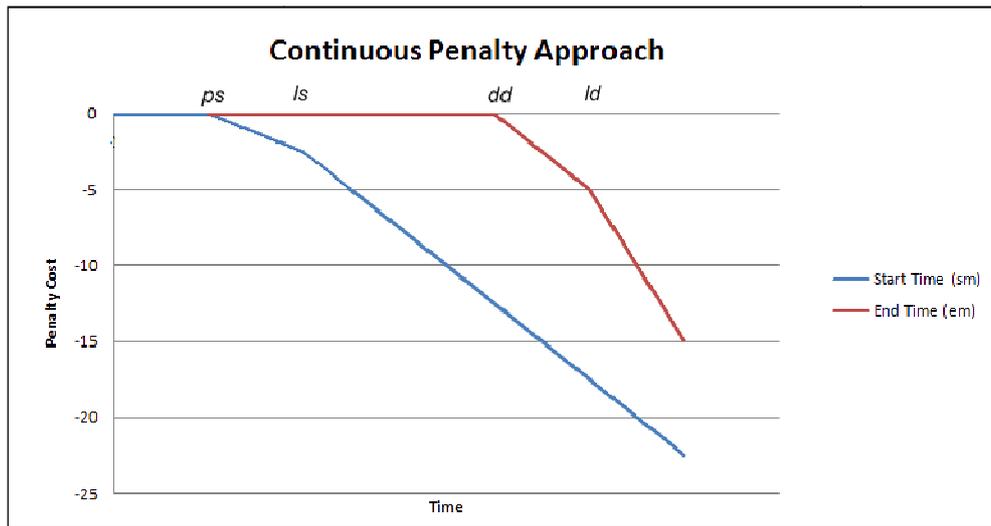


Figure 26 : Pénalités Continues(c_{mi} et d_{mi}) négatives

Le critère sur le respect de la recommandation énergétique est le même que celui de l'approche de gains par palier. Ainsi, le coût total du planning de l'ensemble des missions M_n affecté au robot n est donné par la formule suivante :

$$C_n = \sum_{m \in M_n} (CS_m + CE_m) + CP_n$$

Exemple illustratif :

Reprenons la même instance illustrée par le Tableau 9 de la section précédente, le tableau suivant permet de dresser les pénalités associées à chaque mission avec $c_{m1} = d_{m1} = 10$ et $c_{m2} = d_{m2} = 10$.

MISSION	PLANNING		PENALITES	
	s_m	e_m	CS	CE
M1	t_0+0	t_0+9	0	0

M2	t_0+10	t_0+15		0	0
M3	t_0+17	t_0+25		-50	-50

Tableau 11: Pénalités continues

La pénalité issue du dépassement énergétique est égale à 18,75 et donc le coût total de ce planning en utilisation la méthode de pénalités continues est égale $(-50 -50) -18,75 = -118,75$.

5.3. Modèle de décisions opérationnelles utilisant les primes par palier

Le problème d'affectation et d'ordonnancement peut être formulé comme un problème de programmation linéaire en nombres entiers, et les notations suivantes sont utilisées pour modéliser le problème.

Notation

- Soit M l'ensemble de missions connues et à exécuter
- Chaque mission m est caractérisée par :
 - La durée d'exécution T_m
 - La quantité d'énergie nécessaire E_m
 - La date de début au plus tôt es_m
 - La date de début préféré ps_m
 - La date de début au plus tard ls_m
 - La date de fin préférée dd_m
 - La date de fin au plus tard ld_m
 - La fonctionnalité f_m nécessaire
- Soit N l'ensemble des robots
- Chaque robot n est caractérisé par:
 - L'ensemble C_n des fonctionnalités installées sur le robot n
 - La quantité recommandée d'énergie W_n à consommer par le robot n . Selon la Section 5.2.1, $W_n = \text{MAX} \left(\frac{t_0}{T} Q_{rec,n} - Q_{con,n}, 0 \right)$
 - La quantité maximal d'énergie $E_{n,max}$ que le robot n peut consommer

Les variables de décisions

$$y_m = \begin{cases} 1, & \text{si la mission } m \text{ est affectée et exécutée par un robot} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

$$x_{n,m} = \begin{cases} 1, & \text{si la mission } m \text{ est affectée au robot } n \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

$$k_{n,ij} = \begin{cases} 1, & \text{si les missions } i \text{ et } j \text{ sont affectées au robot } n \\ & \text{et } j \text{ est exécutée immédiatement après } i \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

$$k_{n,0m} = \begin{cases} 1, & \text{si la mission } m \text{ est la première à être exécutée sur le robot } n, \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

$$s_m = \text{date de début de mission } m.$$

$$a_{1,m} = \begin{cases} 1, & \text{si la mission } m \text{ est lancée avant la date } ps_m \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

$$a_{2,m} = \begin{cases} 1, & \text{si la mission } m \text{ est lancée avant la date } ls_m \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

$$b_{1,m} = \begin{cases} 1, & \text{si la mission } m \text{ est achevée avant la date } dd_m \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

$$b_{2,m} = \begin{cases} 1, & \text{si la mission } m \text{ est achevée avant la date } ld_m \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

Les contraintes

- Une mission ne peut être affectée qu'aux robots proprement configurés pour exécuter ce type de mission.

$$x_{nm} = 0 \text{ si } f_m \notin C_n$$

- Chaque robot ne peut exécuter qu'une mission à la fois.

$$s_i + k_{n,ij}(T_i + A_{ij}) \leq s_j + (1 - k_{n,ij})G$$

où G est un grand nombre.

- Une mission exécutée est, soit la première à être exécutée soit exécutée après une autre mission.

$$\sum_{n \in N} \sum_{i \in M} k_{n,im} + \sum_{n \in N} k_{n,0m} = y_m$$

- Dépassements des recommandations énergétiques des robots.

$$\sum_{m \in M} x_{nm} E_m \leq W_n + p_n$$

- Quantités maximales d'énergie des robots.

$$\sum_{m \in M} x_{nm} E_m \leq E_{n,\max}$$

- La date de début de la première mission à exécuter par un robot découle du temps d'initialisation du robot et du temps de trajet de la position initiale du robot jusqu'au point de départ du robot.

$$0 + k_{n,0m}(T_{n,0} + A_{n,0m}) \leq s_m + (1 - k_{n,0m})G$$

- Une mission est affectée à au plus un robot

$$k_{n,0m} + \sum_{i \in M} k_{n,im} \leq x_{nm}$$

$$\sum_{i \in M} k_{n,im} \leq x_{nm}$$

- Une mission est considérée comme exécutée si elle est affectée à un robot

$$\sum_n x_{nm} = y_m$$

- Dépassement de la date clé ps_m :

$$s_m + a_{1,m}\varepsilon \leq ps_m + (1 - a_{1,m})G$$

où ε est un nombre suffisamment petit.

- Dépassement de la date clé ls_m :

$$s_m + a_{2,m}\varepsilon \leq ls_m + (1 - a_{2,m})G$$

- Dépassement de la date clé dd_m :

$$s_m + T_m + b_{1,m}\varepsilon \leq dd_m + (1 - b_{1,m})G$$

- Dépassement de la date clé ld_m :

$$s_m + T_m + b_{2,m}\varepsilon \leq ld_m + (1 - b_{2,m})G$$

- D'autres contraintes :

$$a_{1,m} \leq y_m; \quad a_{2,m} \leq y_m; \quad b_{1,m} \leq y_m; \quad b_{2,m} \leq y_m$$

Fonction objectif

Plusieurs objectifs sont considérés, on cherche à exécuter le plus possible de missions en respectant les contraintes de temps et en minimisant les dépassements énergétiques. Plus précisément :

$$\text{Max} \sum_{m \in M} (r_{m1}a_{1,m} + r_{m2}a_{2,m} + r_{m3}b_{1,m} + r_{m4}b_{2,m} + y_m H) - \sum_{n=1..N} p_n P$$

où H est le gain de l'exécution d'une mission et P le coût unitaire de dépassement énergétique.

Formulation

Le problème d'ordonnancement peut être formulé ainsi :

$$\text{Max} \sum_{m \in M} (r_{m1}a_{1,m} + r_{m2}a_{2,m} + r_{m3}b_{1,m} + r_{m4}b_{2,m} + y_m H) - \sum_{n=1..N} p_n P \quad (5-1)$$

Sous contraintes :

$$x_{nm} = 0 \text{ if } f_m \notin C_n \quad \forall n \in 1..N; m \in M \quad (5-2)$$

$$s_i + k_{n,ij}(T_i + A_{ij}) \leq s_j + (1 - k_{n,ij})G \quad \forall n = 1..N; \forall i, j \in M \quad (5-3)$$

$$0 + k_{n,0m}(T_{n,0} + A_{n,0m}) \leq s_m + (1 - k_{n,0m})G \quad \forall n = 1..N; \forall m \in M \quad (5-4)$$

$$\sum_{n=1..N} \sum_{i \in M} k_{n,im} + \sum_{n=1..N} k_{n,0m} = y_m \quad \forall m \in M \quad (5-5)$$

$$\sum_{m \in M} x_{nm} E_m \leq W_n + p_n \quad \forall n = 1..N \quad (5-6)$$

$$\sum_{m \in M} x_{nm} E_m \leq E_{n,\max} \quad \forall n = 1..N \quad (5-7)$$

$$k_{n,0m} + \sum_{i \in M} k_{n,im} \leq x_{nm} \quad \forall m \in M, \forall n = 1..N \quad (5-8)$$

$$\sum_{i \in M} k_{n,mi} \leq x_{nm} \quad \forall m \in M, \forall n = 1..N \quad (5-9)$$

$$s_m + a_{1,m} \varepsilon \leq ps_m + (1 - a_{1,m})G \quad \forall m \in M \quad (5-10)$$

$$s_m + a_{2,m} \varepsilon \leq ls_m + (1 - a_{2,m})G \quad \forall m \in M \quad (5-11)$$

$$s_m + T_m + b_{1,m} \varepsilon \leq dd_m + (1 - b_{1,m})H \quad \forall m \in M \quad (5-12)$$

$$s_m + T_m + b_{2,m} \varepsilon \leq ld_m + (1 - b_{2,m})G \quad \forall m \in M \quad (5-13)$$

$$\sum_{n=1..N} x_{nm} = y_m \quad \forall m \in M \quad (5-14)$$

$$s_m \geq es_m \quad \forall m \in M \quad (5-15)$$

$$a_{1,m}, a_{2,m}, b_{1,m}, b_{2,m} \in \{0,1\} \quad \forall m \in M \quad (5-16)$$

$$p_n \geq 0 \quad \forall n = 1..N \quad (5-17)$$

$$x_{nm} \in \{0,1\}; y_m \in \{0,1\} \quad \forall n \in 1..N; \forall m \in M \quad (5-18)$$

$$k_{n,ij} \in \{0,1\} \quad \forall n \in 1..N; \forall i \in M^* j \in M \quad (5-19)$$

5.4. **Modèle de décisions opérationnelles utilisant les pénalités continues**

Cette formulation est une variante de la formulation utilisant les gains par palier, on suppose que les notations de la formulation précédente ainsi que la majorité des variables de décision et des contraintes restent valables et sont conservées pour cette variante.

Nouvelles variables de décisions

Les variables de décision, $a_{1,m}$, $a_{2,m}$, $b_{1,m}$, $b_{2,m}$, ne sont plus d'utilité dans la nouvelle formulation et les variables suivantes les remplaceront :

- Δps_m : retard du début de la mission m par rapport au jalon ps_m
- Δls_m retard du début de la mission m par rapport au jalon ls_m
- Δdd_m retard de la fin de la mission m par rapport au jalon dd_m
- Δld_m retard de la fin de la mission m par rapport au jalon ld_m .

Les contraintes

Les contraintes (2-9,14,15, 17-19) sont conservés et les contraintes liées aux retards sont ajoutés aux contraintes précédentes.

- Retard du début de la mission m par rapport au jalon ps_m

$$\Delta ps_m \geq s_m - ps_m$$

- Retard du début de la mission m par rapport au jalon ls_m

$$\Delta ls_m \geq s_m - ls_m$$

- Retard de la fin de la mission m par rapport au jalon dd_m

$$\Delta dd_m \geq s_m + T_m - dd_m$$

- Retard de la fin de la mission m par rapport au jalon ld_m

$$\Delta ld_m \geq s_m + T_m - ld_m$$

Fonction objectif

La fonction objectif est subdivisée en trois parties afin de minimiser :

- Les retards (Δps_m , Δls_m , Δdd_m , Δld_m) par rapport aux impératifs temporels visant à respecter les délais.
- Le nombre des missions repoussées ($1 - y_m$); ceci revient à maximiser le nombre de missions prises en charge y_m .
- Le dépassement p_n de consommation énergétique par rapport aux recommandations.

La fonction objective est la somme de ces pénalités qu'on cherche à minimiser :

$$\text{Min} \sum_{m \in M} (c_{m1} \Delta ps_m + c_{m2} \Delta ls_m + d_{m1} \Delta dd_m + d_{m2} \Delta ld_m + (1 - y_m)H) + \sum_{n=1..N} p_n P$$

Où H est le coût de rejet d'une mission et P est le poids lié au dépassement de consommation énergétique.

Formulation

Le problème d'ordonnancement peut être formulé ainsi :

$$\text{Min} \sum_{m \in M} (c_{m1} \Delta ps_m + c_{m2} \Delta ls_m + d_{m1} \Delta dd_m + d_{m2} \Delta ld_m + (1 - y_m)H) + \sum_{n=1..N} p_n P \quad (5-20)$$

Sous contraintes :

$$x_{nm} = 0 \text{ if } f_m \notin C_n \quad \forall n \in 1..N; m \in M \quad (5-21)$$

$$s_i + k_{n,ij}(T_i + A_{ij}) \leq s_j + (1 - k_{n,ij})G \quad \forall n = 1..N; \forall i, j \in M \quad (5-22)$$

$$0 + k_{n,0m}(T_{n,0} + A_{n,0m}) \leq s_m + (1 - k_{n,0m})G \quad \forall n = 1..N; \forall m \in M \quad (5-23)$$

$$\sum_{n=1..N} \sum_{i \in M} k_{n,im} + \sum_{n=1..N} k_{n,0m} = y_m \quad \forall m \in M \quad (5-24)$$

$$\sum_{m \in M} x_{nm} E_m \leq W_n + p_n \quad \forall n = 1..N \quad (5-25)$$

$$\sum_{m \in M} x_{nm} E_m \leq E_{n,\max} \quad \forall n = 1..N \quad (5-26)$$

$$k_{n,0m} + \sum_{i \in M} k_{n,im} \leq x_{nm} \quad \forall m \in M, \forall n = 1 \dots N \quad (5-27)$$

$$\sum_{i \in M} k_{n,mi} \leq x_{nm} \quad \forall m \in M, \forall n = 1 \dots N \quad (5-28)$$

$$\sum_{n=1..N} x_{nm} = y_m \quad \forall m \in M \quad (5-29)$$

$$s_m \geq es_m \quad \forall m \in M \quad (5-30)$$

$$\Delta ps_m \geq s_m - ps_m \quad \forall m \in M \quad (5-31)$$

$$\Delta ls_m \geq s_m - ls_m \quad \forall m \in M \quad (5-32)$$

$$\Delta dd_m \geq s_m + T_m - dd_m \quad \forall m \in M \quad (5-33)$$

$$\Delta ld_m \geq s_m + T_m - ld_m \quad \forall m \in M \quad (5-34)$$

$$\Delta ps_m, \Delta ls_m, \Delta dd_m, \Delta ld_m, t_m \geq 0 \quad \forall m \in M \quad (5-35)$$

$$p_n \geq 0 \quad \forall n = 1 \dots N \quad (5-36)$$

$$x_{nm} \in \{0,1\}; y_m \in \{0,1\} \quad \forall n \in 1 \dots N; \forall m \in M \quad (5-37)$$

$$k_{n,ij} \in \{0,1\} \quad \forall n \in 1 \dots N; \forall i \in M^*; j \in M \quad (5-38)$$

5.5. Expérimentations numériques

Dans cette section, nous proposons de résoudre le modèle MIP présenté ci-dessus, afin de confirmer la complexité de ce problème. Ensuite nous proposons de résoudre un scénario à l'aide d'une approche décentralisée, une fois en utilisant la fonction prime par palier comme critère d'évaluation et une autre fois en utilisant la fonction pénalités continues, afin de comparer les réactions des robots et l'impact sur les décisions prises.

5.5.1. Limites du modèle MIP

Le modèle linéaire [20-38] présenté ci-dessus a été formalisé en un programme linéaire en nombres entiers, développé sous MS Visual 2005 en utilisant les bibliothèques C++ de ILOG Concert. Les expérimentations numériques ont été exécutées sur un ordinateur dont le microprocesseur est de 2.4 GHz Intel Core 2 Quad avec 4GB de mémoire RAM et utilisant le solveur commerciale de ILOG Cplex version 11.

#. Robots	#. Missions	#. Fonctionnalités	Temps calcul (sec)
3	10	3	3
3	12	3	54
3	15	3	5276
4	10	3	3
3	10	5	4
4	12	3	6
5	15	4	∞ Infinie

Tableau 12 : Limites du modèles MIP

Ces expérimentations montrent la complexité de ce problème où même les instances de faible taille (5 robots et 15 missions) ne peuvent être résolues à l'optimalité, e qui nous a poussé à implémenter d'autres méthodes de résolution permettant d'obtenir dans un temps acceptable de bonnes solutions à notre problème d'affectation et d'ordonnancement.

5.5.2. Comparaison des critères d'évaluation

Afin de comparer les deux critères d'évaluation « primes par escalier » et les « pénalités continues », ces critères ont été implémentés et utilisés dans la version distribuée de la prise de décision présentée dans le chapitre 7. Nous comparons le comportement d'un groupe robots dans deux types de scénarios, un où les demandes arrivent l'une après l'autre avec un intervalle d'inter arrivée prédéfini (*Equally Distributed*) et un autre type où les demandes arrivent de manière groupée afin de simuler les pics de demande ou bien des situations d'urgence (*Peek Demands*).

Scenario	# Robots	# Missions	Period	Distribution
1	4	30	3600	Equally Distributed
2	4	30	3600	Peek Demands
3	8	90	3600	Equally Distributed
4	8	90	3600	Peek Demands

Tableau 13 : Scénarios étudiés

Deux critères d'évaluation sont étudiés, la fonction primes par escalier (*Step Reward*) et la fonction pénalités continues (*Continuous Penalty*).

Scenario	Decision Finder	Nb of Handled Missions	Avg Preferred Start Latency	Min Preferred Start Latency	Max Preferred Start Latency	Avg Preferred Finish Latency
1(eq)	Step Reward	28	12.5	-120	600	-9.7
1(eq)	Continuous Penalty	28	12.5	-120	600	-9.7
2(pk)	Step Reward	24	133,2	-120	900	33,4
2(pk)	Continuous Penalty	24	102.8	-120	1233	-17
3(eq)	Step Reward	76	13.23	-120	600	0,6
3(eq)	Continuous Penalty	76	2.5	-120	656	-0.7
4(pk)	Step Reward	72	211,5	-120	900	178,5
4(pk)	Continuous Penalty	72	185,9	-120	1567	169,5

Tableau 14 : comparaison des critères d'évaluation

Les résultats précédents comparant les effets des critères d'évaluation, montrent que les critères sont équivalents dans les situations normales, tandis que la version « pénalités continues » est plus sensible en cas de pics de demandes puisque cette version est plus sensible aux retards. Et donc en moyenne les retards en utilisant les pénalités continues sont inférieurs par rapport aux retards en utilisant le critère prime.

On note que les retards maximaux prennent en compte seulement les missions exécutées et que nous remarquons dans la version « primes par escalier », certaines missions dont l'exécution est continuellement repoussée puisque la prime d'exécution d'une mission en retard est inférieure à la prime attribuée à l'exécution d'une mission dans les délais souhaités.

Donc par la suite de ce manuscrit la version pénalités continues sera utilisée comme critère d'évaluation.