

---

# Comportement rhéologique d'une suspension et interactions entre particules

Comme nous l'avons vu précédemment, la fraction volumique en particules d'une suspension influence son comportement rhéologique, mais ce n'est pas le seul paramètre à prendre en compte. La nature des interactions entre les particules en suspension joue également un rôle non-négligeable. Après avoir décrit les natures des interactions susceptibles d'être rencontrées, nous présentons leur influence sur le comportement macroscopique de la suspension.

## 1. Différentes natures d'interactions

On peut distinguer quatre types d'interactions entre particules, lesquelles sont rappelées ci-dessous. (Tadros, 1996 et Quemada, 1996).

### 1.1. Interactions de type « sphères dures »

Il s'agit du type d'interaction le plus simple. Les particules n'interagissent entre elles que lorsqu'elles entrent en contact. Dans ce cas limite, on peut considérer que l'interaction répulsive est d'énergie infinie, puisqu'elles ne peuvent pas s'interpénétrer. Cette énergie d'interaction est nulle lorsque les deux particules ne sont plus en contact.

### 1.2. Interactions de type « sphères molles » - Electrostatique

Les répulsions électrostatiques sont liées à l'existence d'une double couche électronique étendue autour des particules. Les interactions entre particules ont alors lieu dès que les double couches respectives des particules interfèrent. La distance d'influence d'une particule sur les autres dépend de l'épaisseur de sa double couche.

### 1.3. Interactions stériques

Des interactions stériques sont observées avec des particules susceptibles d'adsorber une couche d'additifs ou de macromolécules. Dans ce cas les interactions ont lieu lorsque les couches adsorbées entrent en contact.

### 1.4. Interactions de Van der Waals

Les interactions de Van der Waals, enfin, mettent en jeu des forces attractives entre particules. Elles sont universelles, et existent dans tout système dispersé. Le potentiel d'interaction entre particules est fonction de la constante de Hamaker  $A$  (Eq. 1.4-1).

$$V_A = -\frac{A}{12} \left[ \frac{1}{x^2 + 2x} + \frac{1}{x^2 + 2x + 1} + \ln \left( \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x + 1} \right) \right] \quad \text{Eq. 1.4-1}$$

avec  $x = (r - D_p) / D_p$

A faible distance entre particules, ( $r - D_p \ll D_p$ ), ce potentiel d'interaction se simplifie sous la forme de l'Eq. 1.4-2. Dans ces expressions,  $r$  représente la distance centre à centre entre deux particules.

$$V_A = -\frac{A}{12} \frac{D_p/2}{(r - D_p/2)} \quad \text{Eq. 1.4-2}$$

Pour chaque type d'interaction présenté précédemment, l'allure du potentiel d'interaction, en fonction de la distance entre deux particules, est présenté sur la Figure 1.4-1.

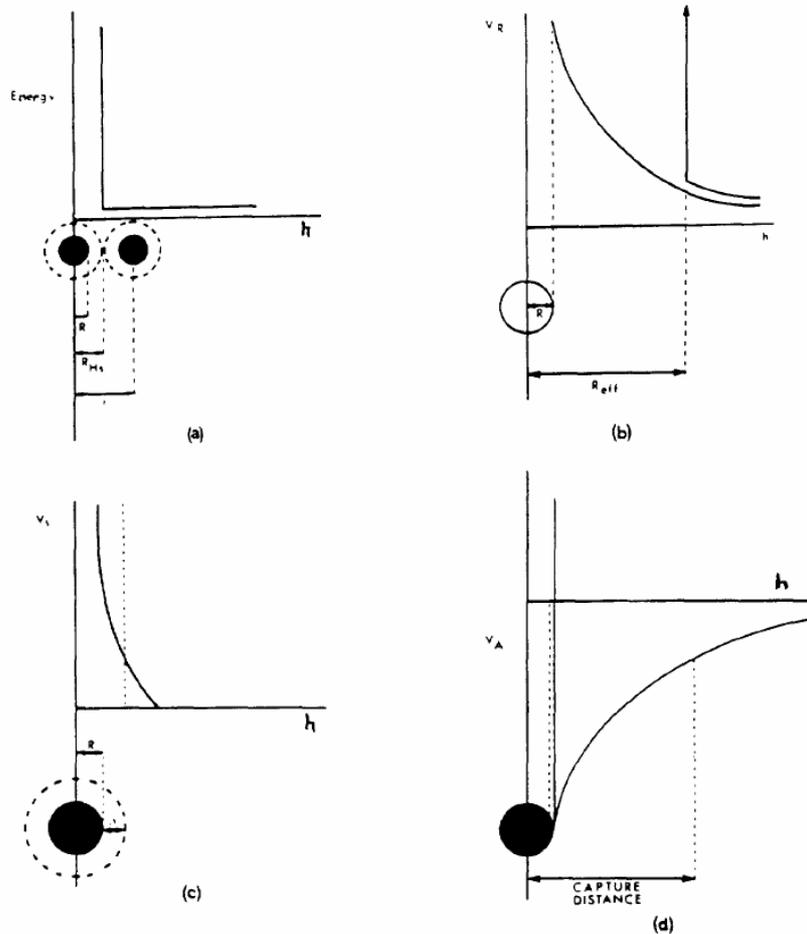


Fig. 5. Types of interparticle interactions in suspensions: (a) "hard-sphere"; (b) "soft" (electrostatic); (c) steric; (d) van der Waals.

Figure 1.4-1 : Types d'interactions entre particules (Tadros, 1996)

## 2. Lien entre comportement rhéologique et nature des interactions

### 2.1. Suspensions de sphères dures

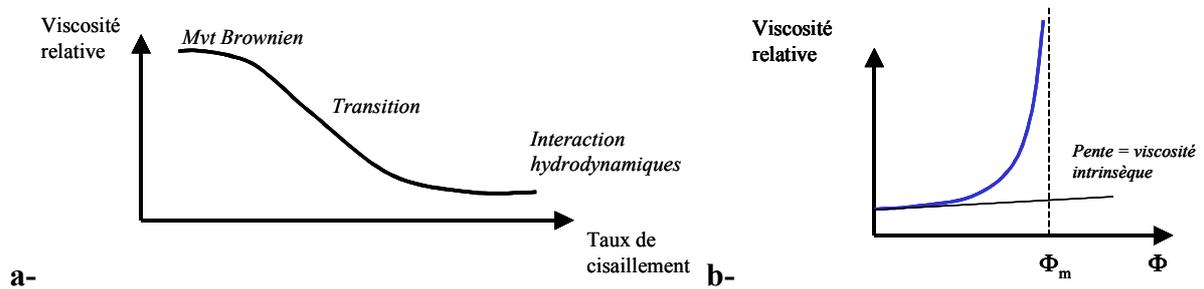


Figure 1.4-2: Comportement rhéologique de suspensions de sphères dures. (Tadros, 1996)

La Figure 1.4-2a représente l'évolution de la viscosité relative en fonction du taux de cisaillement, dans le cas d'une suspension de sphères dures. L'allure de cette courbe s'interprète à l'aide une comparaison entre les importances relatives du mouvement de diffusion brownien des particules et des interactions hydrodynamiques.

En effet, la viscosité importante observée pour de faibles valeurs de cisaillement peut s'expliquer par l'effet prédominant de la diffusion brownienne, les particules étant alors disposées de manière aléatoire. Lorsque le cisaillement augmente, les particules se réarrangent dans l'espace pour former des plans pouvant glisser librement les uns sur les autres. C'est ce réarrangement qui permet d'interpréter le phénomène de fluidification. A fort cisaillement, la viscosité tend vers la valeur limite ( $\mu_\infty$ ) et devient indépendante du taux de cisaillement. On est alors dans un régime dominé par les mouvements de convection.

La Figure 1.4-2b représente l'évolution de la viscosité relative de telles suspensions pour de grandes vitesses de cisaillement ( $\mu_\infty/\mu_l$ ) en fonction de la fraction volumique en particules. La viscosité augmente avec la fraction volumique en particules jusqu'à diverger lorsque la fraction de compactage maximal ( $\Phi_m$ ) est atteinte. Ce comportement est décrit par différents modèles introduisant une fraction volumique de compactage maximal (Tableau 1.3-1).

Un changement de comportement (type liquide – type solide) est observé lorsque la fraction volumique de compactage maximal est atteinte.

### 2.2. Suspensions de sphères avec interactions molles

Derjaguin (1974), puis Chuarev (1985) suggèrent de considérer la double couche comme appartenant à la phase dispersée, en raison des interactions liantes très fortes entre les particules solides et la double-couche (Cugniet, 2003).

La rhéologie de telles suspensions est alors contrôlée par les trois paramètres suivants : fraction volumique en solide, diamètre des particules et concentration en électrolyte. En augmentant la concentration de la solution en électrolyte, l'épaisseur de la double-couche diminue et la fraction volumique effective, donnée par l'Eq. 1.4-3, s'approche de la fraction volumique en solide.

$$\Phi_{eff} = \Phi \left[ 1 + \frac{1/\kappa}{D_p/2} \right] \quad \text{Eq. 1.4-3}$$

Où  $1/\kappa$  est la longueur de Debye - Hückel, qui représente l'épaisseur de la double-couche électronique.

Au contraire, de faibles concentrations en électrolyte permettent d'étendre l'épaisseur de la double-couche, et de créer des interactions entre particules plus molles. La suspension acquiert ainsi un comportement plus élastique.

Il est alors possible d'obtenir des suspensions présentant un comportement souhaité en jouant sur ces paramètres.

### 2.3. Suspensions avec encombrement stérique

Dans le cas de suspensions de particules pouvant adsorber une couche d'additifs ou de macromolécules d'épaisseur  $\delta$ , le comportement rhéologique de la suspension dépend largement du rapport de cette épaisseur au diamètre des particules. Si la couche adsorbée est relativement compacte, les particules peuvent être considérées comme des sphères dures de diamètre effectif supérieur au diamètre propre de la particule :  $D_{p,eff} = D_p + 2\delta$ . Ceci amène à introduire une fraction volumique effective  $\Phi_{eff} > \Phi$  définie par l' Eq. 1.4-4.

$$\Phi_{eff} = \Phi \left[ 1 + \frac{\delta}{D_p/2} \right]^3 \quad \text{Eq. 1.4-4}$$

où  $\delta$  représente l'épaisseur de la couche adsorbée.

La *Figure 1.4-a* présente l'évolution de la viscosité relative en fonction du taux de cisaillement et de la taille des particules, pour une fraction volumique en particules donnée. Les fortes viscosités observées  $2\delta \approx D_p$  illustrent les phénomènes « d'interactions molles » à grande distance.

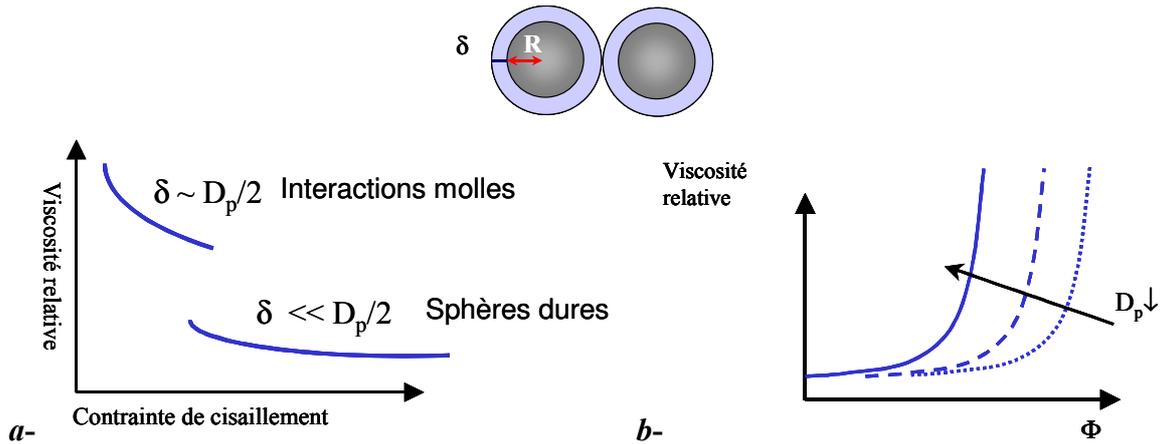


Figure 1.4-3 : Comportement rhéologique de suspensions stabilisées par encombrement stérique. (Tadros, 1996)

La Figure 1.4-3b met en évidence le fait que la fraction volumique correspondant au compactage maximal, pour laquelle la valeur de la viscosité diverge diminue avec le diamètre des particules. En effet, la fraction volumique effective est d'autant plus éloignée de la fraction volumique en solide que le diamètre des particules est faible devant l'épaisseur de ma couche adsorbée.

### 3. Phénomène d'agrégation au sein d'une suspension

#### 3.1. Formation d'agrégats

Dans une suspension, les particules peuvent s'organiser entre elles pour former des structures tridimensionnelles de plus grandes tailles et de formes plus ou moins ramifiées.

Un agrégat est un objet formé de particules dites « élémentaires » ou « primaires », reliées entre elles par des forces d'interactions. Au sein de ces grosses structures, appelées « agrégats », les particules conservent leur identité (forme et taille). La distance entre deux particules d'un agrégat dépend alors de la nature de leurs interactions.

On distingue alors les phénomènes réversibles des phénomènes irréversibles. Pour ces derniers, les particules entrant en contact se collent de manière définitive. Dans le cas contraire, les systèmes agrégés sont dits « instables » et les agrégats présents dans la suspension peuvent être détruits sous l'action d'un cisaillement important.

Les agrégats se forment sous l'effet de collisions entre particules. Ils peuvent également être détruits s'ils sont soumis à des contraintes supérieures aux forces d'interaction entre particules. Ainsi, une suspension de particules solides dans un milieu continu, soumise à un champ de cisaillement, peut former des agrégats sous l'effet du cisaillement (Figure 1.4-4). Ce même cisaillement limite la taille maximale atteinte par ces agrégats en exerçant sur les particules les plus éloignées du centre de l'agrégat une force supérieure à la force d'attraction exercée par les autres particules de l'agrégat. Ainsi, l'action d'un champ de cisaillement provoque la destruction des plus gros agrégats, non pas en particules élémentaires, mais en agrégats de plus petites tailles, plus compacts et plus résistants aux forces de cisaillement. Ces petites structures peuvent se comporter comme des particules de type « sphère dure », et se réorganiser, sous l'effet du cisaillement, selon des plans parallèles glissant les uns sur les autres.

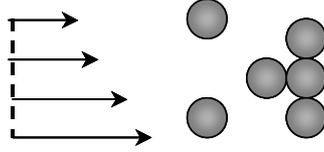


Figure 1.4-4 : Agrégat soumis à un champ de cisaillement

### 3.2. Différentes approches pour la description des agrégats

La description des agrégats est délicate dans la mesure où, bien souvent, on ne connaît que la fraction volumique en particules primaires. Les objets formés, de manière générale, ne sont pas compacts mais composés de particules solides et de phase continue. Nous présentons dans un premier temps une description de ces agrégats tenant compte de la fraction volumique en agrégats, puis une approche plus récente introduisant leur dimension fractale.

#### □ Approche de Firth & Hunter (1976 a,b,c ; 1980)

Firth, Hunter & Van de Ven, dans les années 1970, ont basé leur approche sur une étude du rapport ( $C_{FP}$ ) entre les fractions volumiques en particules primaires ( $\Phi_p$ ) d'une part, et en agrégats ( $\Phi_A$ ) d'autre part. Cette approche, assez intuitive, permet de comparer facilement la taille des particules élémentaires, la taille des agrégats et le nombre de particules élémentaires par agrégat. Les différents paramètres utilisés sont présentés ci-dessous.

$$C_{FP} = \frac{\Phi_A}{\Phi_p} \quad \text{Eq. 1.4-5}$$

$$\Phi_p = N_p \frac{4}{3} \pi R_p^3 \quad \text{Eq. 1.4-6}$$

$$\Phi_A = N_A \frac{4}{3} \pi R_A^3 \quad \text{Eq. 1.4-7}$$

$N_p$  et  $N_A$ ,  $R_p$  et  $R_A$  sont respectivement les densités numériques et les rayons pour les particules primaires et les agrégats.  $C_{FP}$  est alors d'autant plus grand que la structure de l'objet est ouverte, c'est-à-dire que l'objet est peu compact.

#### □ Dimension fractale

Une approche plus récente fait intervenir la dimension fractale  $f$  des objets formés par les particules élémentaires. L'hypothèse d'objet fractal consiste à supposer que les agrégats formés sont sphériques et symétriques. Cette dimension fractale est définie par la répartition de la masse de l'objet en fonction de la distance par rapport à son centre :

$$m(r) \propto r^f \quad \text{Eq. 1.4-8}$$

Pour un agrégat de rayon  $R_i$  formé de  $i$  particules identiques de rayon  $R_1$ , on peut écrire la relation :

$$\frac{R_i}{R_1} = \left( \frac{i}{S} \right)^{1/f} \quad \text{Eq. 1.4-9}$$

avec  $S \approx 0,42f - 0,22$ , pour  $f > 1,5$ , facteur de structure dont l'expression a été obtenue par Gmachowski (1996) à l'aide de simulations numériques.

La fraction volumique locale en solide dans un objet fractal s'exprime alors sous la forme :

$$\Phi_f(r) = \frac{S}{3} f \left( \frac{r}{R_1} \right)^{f-3} \quad \text{Eq. 1.4-10}$$

Quant à la fraction volumique moyenne de solide, elle s'écrit :

$$\bar{\Phi}_f = S \left( \frac{R_i}{R_1} \right)^{f-3} \quad \text{Eq. 1.4-11}$$

Ainsi, pour  $f = 3$  l'objet fractal est compact ; sa masse varie comme son volume et le facteur de structure vaut 1.

### □ Comparaison des deux approches

Si l'on suppose que toutes les particules primaires font partie d'objets ayant tous la même dimension fractale, on peut alors exprimer les paramètres utilisés par Firth & Hunter ( $C_{FP}$ ,  $\Phi_p$ ,  $\Phi_A$ ) en fonction de cette dimension fractale  $f$ . Les expressions équivalentes pour chaque approche sont présentées dans le Tableau 1.4-1.

Paramètre	Firth & Hunter	Dimension fractale
$C_{FP}$	$\Phi_A / \Phi_p$	$\frac{1}{\Phi_f} = \frac{1}{S} \left( \frac{R_i}{R_1} \right)^{3-f}$
Nombre de sphères dans un agrégat (i)	$\frac{1}{C_{FP}} \left( \frac{R_i}{R_1} \right)^3$	$S \left( \frac{R_i}{R_1} \right)^f$
Rapport du nombre de particules et du nombre de contacts entre particules par agrégat $\frac{i}{n_b}$	$\frac{C_{FP} - 1}{C_{FP} + 0,7}$ (relation empirique) Van de Ven, 1977	$\frac{\frac{1}{S} \left( \frac{R_i}{R_1} \right)^{3-f} - 1}{\frac{1}{S} \left( \frac{R_i}{R_1} \right)^{3-f} + 0,7}$
Nombre de contacts entre particules par agrégat ( $n_b$ )	$\left( \frac{R_i}{R_1} \right)^3 \frac{C_{FP} + 0,7}{C_{FP} (C_{FP} - 1)}$	$\frac{\left( \frac{R_i}{R_1} \right)^3 + 0,7 S \left( \frac{R_i}{R_1} \right)^f}{\frac{1}{S} \left( \frac{R_i}{R_1} \right)^{3-f} - 1}$
Nombre de collisions par unité de temps et de volume - entre 2 particules	$\frac{3\Phi_p^2 \dot{\gamma}}{\pi^2 R_1^3}$	$\frac{3\Phi_p^2 \dot{\gamma}}{\pi^2 R_1^3}$

- entre 2 agrégats (Smoluchowski, 1917)	$\frac{3\Phi_A^2 \dot{\gamma}}{\pi^2 R_i^3} = \frac{3C_{FP} \Phi_P^2 \dot{\gamma}}{\pi^2 R_i^3}$	$\frac{3\Phi_F^2 \dot{\gamma}}{\pi^2 R_i^3}$
--	--	--

Tableau 1.4-1 : Equivalence entre l'approche de Firth et al. et l'approche par dimension fractale.

### 3.3. Conséquences qualitatives sur la rhéologie des suspensions agrégées

Les suspensions d'agrégats instables présentent un comportement rhéologique rhéofluidifiant, c'est-à-dire qu'elles subissent une fluidification sous l'effet d'une sollicitation croissante. En effet, la destruction des grosses structures entraîne la libération d'un volume de fluide jusqu'alors emprisonné entre les particules formant les agrégats. Dans ce cas, la fraction volumique effective, qui prend en compte à la fois le volume solide propre des particules et le volume du fluide emprisonné, diminue. En conséquence, la viscosité apparente diminue également. Cette propriété de rhéofluidification permet de distinguer, *a priori*, les agrégats avec des liaisons inter-particules fortes, des agrégats présentant des liaisons faibles.

## 4. Interprétation de la contrainte seuil

Le comportement rhéologique de certaines suspensions obéit alors à des lois de type Bingham, ou Herschel-Buckley qui ont été présentées dans le Chapitre 1.2. Nous rappelons alors que le comportement d'un fluide de Bingham est décrit par :

$$\begin{cases} \text{Si } \tau \leq \tau_0 & \dot{\gamma} = 0 \\ \text{Si } \tau \geq \tau_0 & \tau = \tau_0 + \mu_0 \dot{\gamma} \end{cases} \quad \text{Eq. 1.4-12}$$

Pour des fractions volumiques en solide suffisamment importantes, on considère qu'un réseau peut se former en l'absence de cisaillement. Ce réseau, dans lequel toutes les particules sont en contact, permet de justifier l'existence d'une contrainte de cisaillement minimale permettant la mise en écoulement de la suspension.

Différents auteurs ont d'ailleurs interprété la contrainte seuil comme la force nécessaire pour vaincre les attractions entre les particules au repos et permettre la mise en mouvement de la suspension.

### 4.1. Hypothèse d'additivité

Gillepsie fut le premier, en 1960, à introduire le concept d'additivité des énergies dissipées au sein d'une suspension de particules solides. L'énergie totale dissipée par la suspension est alors présentée comme la somme de l'énergie dissipée au sein du fluide sous l'effet de la viscosité ( $E_V$ ) et de l'énergie supplémentaire dissipée par les interactions entre particules ( $E_f$ ) (Eq. 1.4-13). En introduisant alors un modèle de type fluide de Bingham, il est possible de mettre en évidence le lien entre la contrainte seuil ( $\tau_0$ ) de l'écoulement et l'énergie supplémentaire dissipée à cause de la présence de particules en suspension.

$$\begin{aligned}
 E &= E_V + E_f \\
 \tau \dot{\gamma} &= \mu_0 \dot{\gamma}^2 + \tau_0 \dot{\gamma} \\
 E_V &= \mu_0 \dot{\gamma}^2 \\
 E_f &= \tau_0 \dot{\gamma}
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 1.4-13}$$

Il reste alors à identifier les phénomènes responsables de cette dissipation énergétique ( $E_f$ ) et qui permettent d'interpréter la contrainte seuil ( $\tau_0$ ). Pour ce faire, nous nous intéressons à la fréquence et à la nature des interactions entre particules.

#### 4.2. Fréquence des interactions entre particules

Chander (1998) propose une expression de la distance moyenne entre particules sous une forme prenant en compte la fraction de compactage maximale (Eq. 1.4-14).

$$H = D_p \left[ \left( \frac{\Phi_m}{\Phi} \right)^{1/3} - 1 \right]
 \tag{Eq. 1.4-14}$$

où  $D_p$  représente le diamètre moyen des particules en suspension, et  $\Phi_m$  la fraction volumique obtenue avec une compacité maximale. Celle-ci dépend de la forme des particules utilisées ainsi que de leur distribution granulométrique. La compacité maximale obtenue avec une suspension de sphères monodisperse vaut 0,74.

Comme nous l'avons évoqué précédemment, le cisaillement appliqué à une suspension est responsable de l'agglomération de particules mais aussi de la rupture de contacts. Dans le cas où l'on considère un régime permanent, c'est-à-dire que la nature de la suspension ne varie pas au cours du temps, le nombre de collisions ( $n_C$ ) est égal au nombre de ruptures de contact entre particules ( $n_{sep}$ ) (Eq. 1.4-15).

$$n_{sep} = n_C
 \tag{Eq. 1.4-15}$$

Von Smoluchowski, en 1917, exprima le nombre de collisions par unité de temps et de volume dans une suspension de sphères identiques en fonction de la fraction volumique en particules, de leur taille et de la vitesse de cisaillement, sous la forme de l'Eq. 1.4-16.

$$n_C = \frac{3\Phi^2 \dot{\gamma}}{\pi^2 R_1^3}
 \tag{Eq. 1.4-16}$$

Cette expression est une approximation qui ne tient pas compte des forces d'interaction entre particules et des effets hydrodynamiques, mais qui est couramment utilisée.

Van de Ven et Masson (1977) introduisent alors un facteur d'efficacité de collision  $\alpha_0 \leq 1$ , afin de tenir compte qu'une partie seulement des collisions aboutit à la création effective d'agrégats. Ce facteur d'efficacité est fonction de la nature des particules en suspension et de la vitesse de cisaillement. Le nombre de liaisons créées par unité de volume et de temps s'écrit alors sous la forme de l'Eq. 1.4-17.

$$n_{cr\u00e9\u00e9es} = n_{sep} \frac{3\alpha_0 \Phi^2 \dot{\gamma}}{\pi^2 R_1^3} \quad \text{Eq. 1.4-17}$$

Dans le cas o\u00f9 la suspension est form\u00e9e d'agr\u00e9gats, le nombre de collisions entre agr\u00e9gats par unit\u00e9 de temps et de volume s'exprime en fonction de la taille des agr\u00e9gats et de la fraction volumique en agr\u00e9gat.

#### 4.3. Natures et expressions des \u00e9nergies mises en jeu

D'autre part, au sein des agr\u00e9gats, des dissipations \u00e9nerg\u00e9tiques li\u00e9es \u00e0 l'\u00e9tirement des liaisons entre particules et \u00e0 l'emprisonnement de fluide \u00e0 l'int\u00e9rieur de la structure, peuvent \u00e9galement \u00eatre envisag\u00e9es.

Le nombre de contacts et de s\u00e9parations \u00e0 consid\u00e9rer, ainsi que l'\u00e9nergie dissip\u00e9e par les particules en suspension, sera alors fonction de l'approche consid\u00e9r\u00e9e. Les diff\u00e9rents cas envisag\u00e9s, sont pr\u00e9sent\u00e9s ci-dessous par ordre de complexit\u00e9 croissante.

##### ❑ Collision et rupture particule/particule

Dans ce cas, l'\u00e9nergie dissip\u00e9e par les ruptures des liaisons est le produit du nombre de liaisons rompues par l'\u00e9nergie de rupture d'une liaison ( $E_{sep}$ ).

$$n_{sep-PP} = \frac{3\Phi_p^2 \dot{\gamma}}{\pi^2 R_1^3} \quad E_f = n_{sep-PP} E_{sep} \quad \text{Eq. 1.4-18}$$

##### ❑ Collision et rupture agr\u00e9gat/agr\u00e9gat

Il para\u00eet raisonnable de penser que l'\u00e9nergie de s\u00e9paration mise en jeu dans ce cas est la m\u00eame que dans le cas ci-dessus, dans la mesure o\u00f9 les contacts entre agr\u00e9gats ont lieu localement entre deux particules de deux agr\u00e9gats diff\u00e9rents. Il faut cependant tenir compte du nombre de liaisons entre particules \u00e9l\u00e9mentaires rompues ( $n_{A-A}$ ) lorsque deux agr\u00e9gats sont s\u00e9par\u00e9s.

$$n_{sep-AA} = \frac{3\Phi_A^2 \dot{\gamma}}{\pi^2 R_1^3} \quad E_f = n_{sep-AA} n_{A-A} E_{sep} \quad \text{Eq. 1.4-19}$$

##### ❑ Mod\u00e8le d'agr\u00e9gat \u00e9lastique

C'est le mod\u00e8le propos\u00e9 par Firth & Hunter (1976) (« Elastic Floc Model ») afin d'interpr\u00e9ter la contrainte seuil de cisaillement observ\u00e9e pour certaines suspensions.

Leur raisonnement est b\u00e2ti sur l'hypoth\u00e8se que, dans un agr\u00e9gat soumis \u00e0 un cisaillement ou \u00e0 un choc, les particules \u00e9l\u00e9mentaires constituant l'agr\u00e9gat subissent toutes un d\u00e9placement de quelques nanom\u00e8tres par rapport \u00e0 leurs positions initiales. Toutes les liaisons entre particules sont alors \u00e9tir\u00e9es, mais seule une partie d'entre elle sera d\u00e9truite par le cisaillement. Etant donn\u00e9e la grande quantit\u00e9 de liaisons mises en jeu par la d\u00e9formation, c'est l'\u00e9nergie \u00e9lastique ( $E_e$ ) qui pr\u00e9domine sur l'\u00e9nergie de rupture.

Il faut donc prendre en compte le nombre de collisions entre agrégats ( $n_{sep-AA}$ ), ainsi que le nombre de liaisons concernées à l'intérieur d'un agrégat ( $n_b$ ), dont les expressions sont données par Eq. 1.4-20 et Eq. 1.4-21.

$$n_{sep-AA} = \frac{3\Phi_A^2 \dot{\gamma}}{\pi^2 R_i^3} \quad \text{Eq. 1.4-20}$$

$$n_b \approx \left(\frac{R_i}{R_1}\right)^3 \frac{C_{FP} + 0,7}{C_{FP}(C_{FP} - 1)} = \frac{\left(\frac{R_i}{R_1}\right)^3 + 0,7S\left(\frac{R_i}{R_1}\right)^f}{\frac{1}{S}\left(\frac{R_i}{R_1}\right)^{3-f} - 1} \quad \text{Eq. 1.4-21}$$

$$E_f = n_{sep-AA} (E_{sep} + 2n_b E_e) \quad \text{Eq. 1.4-22}$$

#### □ Prise en compte des mouvements de fluide

Van de Ven et Hunter (1977) ont complété le modèle précédent suite à l'observation d'un écart entre les valeurs calculées et les résultats expérimentaux. Cette différence est interprétée comme l'énergie dissipée par le mouvement du fluide contenu dans l'agrégat ( $E_L$ ), dont il n'a pas été question dans les modèles précédents. Le fluide, emprisonné au sein de l'agrégat, est déplacé par deux phénomènes distincts qui sont, d'une part, le déplacement des particules primaires à chaque extrémité de leur liaison élastique ( $E_s$ ) et, d'autre part, la déformation globale de l'agrégat ( $E_A$ ). Cette énergie dissipée est calculée à partir de la résistance de Stokes, le fluide ayant tendance à s'opposer au mouvement des particules.

$$E_L = E_s + E_A \quad \text{Eq. 1.4-23}$$

$$E_f = n_{sep-AA} (2n_b E_e + 2i(E_s + E_A)) \quad \text{Eq. 1.4-24}$$

Le Tableau 1.4-2 récapitule les énergies présentées ci-dessus et fournit leurs expressions mathématiques.

Nature de la dissipation énergétique	Expression mathématique
Rupture de contact entre particules (Hypothèse d'interactions de Van der Waals)	$E_{sep} = \frac{AR_1}{12d_0}$
Energie élastique -Etirement des liaisons	$E_e = \frac{R_1}{2} \left( \frac{n_F}{n_c} \right)^2 (d_1 - d_0) Q$ $Q = \frac{-A}{12d_1^2} + B(d_1)\zeta^2$
Energie dissipée (en moyenne par sphère) lors du déplacement de sphères dans un fluide	$E_s = 0,9\lambda\mu\dot{\gamma} \frac{R_i^2 \delta^2}{R_1}$
Energie dissipée par le mouvement du fluide à l'intérieur d'un agrégat soumis à un choc	$E_A = 0,9\pi^2 \lambda\mu\dot{\gamma} R_i^2 \delta$

*A* : Constante de Hamaker pour 2 particules dans un milieu  
*d*<sub>0</sub> : distance minimale d'approche entre deux particules  
*d*<sub>1</sub> : distance d'interaction maximale entre deux particules  
*Q* : force d'attraction maximale entre deux particules  
*δ* : Amplitude des vibrations des liaisons entre particules  
*γ̇* : Vitesse de cisaillement  
*μ* : Viscosité de la phase continue  
*λ* : Facteur de correction à la loi de Stokes  
*ζ* : Potentiel-*ζ* d'une particule isolée

Tableau 1.4-2 : Expressions des énergies mises en jeu (Firth et al. 1976a, b,c ; 1980)

## 5. Conclusion

Le comportement rhéologique d'une suspension peut donc donner des informations sur la nature des interactions entre les particules qu'elle contient. Si ces dernières sont importantes, le fluide peut présenter une contrainte seuil de cisaillement.

Par le contrôle des propriétés de la suspension, il est possible de modifier la nature ou l'intensité des interactions entre particules. Ainsi, le comportement rhéologique du fluide peut être adapté à l'application visée.

## Écoulements stratifiés

Une suspension est composée d'une phase solide et d'une phase liquide. Dans le cas où les masses volumiques de chaque phase sont différentes, les particules solides peuvent se répartir de manière inhomogène selon la verticale sous l'effet de la pesanteur : c'est le phénomène de stratification. On observe alors un gradient vertical de concentration en particules.

Cette répartition des particules est due à l'ensemble des forces qu'elles subissent. L'écoulement du fluide porteur ou la forte concentration en particules de la solution sont des facteurs qui jouent un rôle important dans le phénomène de stratification.

### 1. Régimes d'écoulement et pertes de charge

Dans le cas des écoulements de suspensions, on distingue classiquement les régimes homogène, hétérogène et stratifié représentés sur la Figure 1.5-1 et décrits ci-après.

#### 1.1. Description des régimes d'écoulement

##### ❑ Écoulement homogène

La fraction volumique en particules est uniforme, indépendante du point considéré. Cet écoulement est obtenu avec des vitesses de fluide de transport élevées ou des fractions massiques en solide importantes.

##### ❑ Écoulement hétérogène

La concentration en particules présente un gradient de concentration vertical lié à un rassemblement des particules vers le haut ou vers le bas de la conduite selon le rapport des densités des phases continue et dispersée. Ce régime apparaît lorsque la vitesse d'entraînement du fluide porteur est de l'ordre de grandeur de la vitesse glissement de la phase solide par rapport à la phase liquide.

Parmi les écoulements stratifiés, on peut encore distinguer deux cas particuliers :

##### ❑ Écoulement de lit fluidisé

La fraction volumique en solide sur une des parois de la conduite est la fraction de compactage maximal. Ainsi, les particules sont toutes en contact et se déplacent à la même vitesse. Dans le reste de la conduite, l'écoulement est hétérogène.

##### ❑ Écoulement de lit stationnaire

Une partie des particules formant le lit est immobilisée à la paroi, l'autre partie se déplaçant en bloc. Dans le reste de la conduite, l'écoulement est hétérogène.

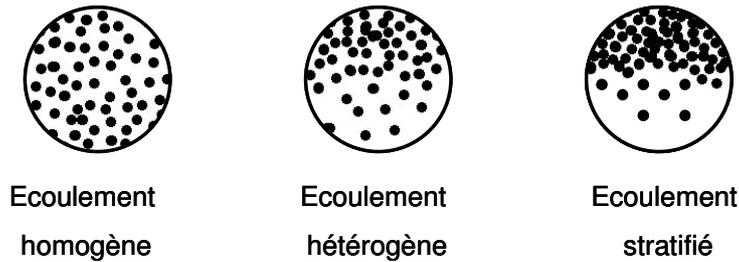


Figure 1.5-1 : Classification des régimes d'écoulement des suspensions

### 1.2. Pertes de charge

Les différents régimes d'écoulement se distinguent par la répartition des particules solides dans la section de la conduite. Cette distribution locale influe sur le comportement global de la suspension. Ainsi, celui-ci ne dépend pas uniquement de sa fraction volumique en particules mais est influencé par la répartition de ces particules dans la section de la conduite.

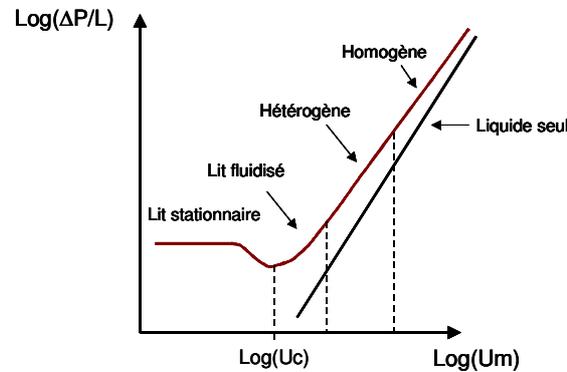


Figure 1.5-2 : Pertes de charge en fonction de la vitesse moyenne pour différents régimes (Turian et Yuan, 1977)

La Figure 1.5-2 met en évidence l'effet du changement de régime d'écoulement sur les pertes de charge. Sur cette figure sont comparés les comportements de la suspension et de la phase liquide seule. Lorsque la teneur en particules est faible, le comportement de la suspension est peu différent de celui de la phase liquide. L'écart s'accroît lorsque la fraction volumique en solide augmente.

Le régime d'écoulement homogène s'approche de celui de la phase continue seule. En effet, il a été observé que pour ce régime, les interactions entre les particules sont uniformes même si la suspension est très chargée. On est alors très proche d'un régime d'écoulement newtonien (Kitanovski, 2002).

Le régime stratifié est celui qui pose le plus de problème de transport puisque les pertes de charge augmentent considérablement au fur et à mesure que la stratification se produit. En effet, les particules solides ont tendance à s'agglomérer dans la partie supérieure ou inférieure de la conduite, ce qui réduit la section réellement disponible pour le fluide de transport.

L'écoulement hétérogène est un régime intermédiaire entre l'écoulement homogène et le régime stratifié. Les particules ont tendance à se concentrer à l'un côté de la conduite. Le comportement de la suspension s'écarte alors de celui d'un fluide newtonien.

Ces considérations permettent enfin de justifier que l'écoulement de suspensions plus concentrées en particules solides est parfois plus facile que celui d'une suspension moins chargée. En effet, en augmentant la fraction volumique en particules, il est possible d'atteindre un régime homogène à une vitesse plus faible. Dans ce cas, les pertes de charge sont réduites par rapport à celles obtenues avec un coulis moins concentré, mais en régime hétérogène (Ayel, 2003).

1.3. Expressions empiriques des coefficients de perte de charge

Turian et Yuan (1977) ont déterminé de manière empirique les coefficients de perte de charge associés à chaque configuration d'écoulement. Les résultats expérimentaux ont été obtenus à partir de suspensions composées de particules de divers matériaux dispersées dans de l'eau. Les corrélations obtenues sont présentées dans le Tableau 1.5-1.

Régime d'écoulement	Expression du coefficient de perte de charge linéaire	Transition entre ces régimes
Lit stationnaire (Régime 0)	$f - f_w = 0,4036C^{0,7389} f_w^{0,7717} C_D^{-0,4054} F_r^{-1,096}$	
Lit fluidisé (Régime 1)	$f - f_w = 0,9857C^{1,0180} f_w^{1,0460} C_D^{-0,4213} F_r^{-1,354}$	$R_{01} = \frac{\bar{U}^2}{31,93C^{1,083} f_w^{1,064} C_D^{-0,0616} Dg(s-1)}$
Hétérogène (Régime 2)	$f - f_w = 0,5513C^{0,8687} f_w^{1,200} C_D^{-0,1677} F_r^{-0,6938}$	$R_{12} = \frac{\bar{U}^2}{2,411C^{0,2263} f_w^{-0,2334} C_D^{-0,3840} Dg(s-1)}$
Homogène (Régime 3)	$f - f_w = 0,8444C^{0,5024} f_w^{1,428} C_D^{0,1516} F_r^{-0,3531}$	$R_{23} = \frac{\bar{U}^2}{0,2859C^{1,075} f_w^{-0,6700} C_D^{-0,9375} Dg(s-1)}$

$F_r$  : nombre de Froude  
 $f = (-\Delta P/L)(D/2\rho\bar{U}^2)$  : coefficient de perte de charge de la suspension  
 $f_w$  : coefficient de perte de charge de la phase liquide seule  
 $C$  : concentration volumique en particules  
 $C_D = (4/3) gD_p(s-1)/w_0^2$  coefficient de traînée  
 $R_{ij}$  : Nombre de régime – Définit la transition du régime d'écoulement  $i$  au régime  $j$ .

$D$  : Diamètre de la conduite  
 $s = \rho_s/\rho_l$   
 $g$  : Accélération de la pesanteur

Tableau 1.5-1 : Corrélations empiriques pour la prédiction des pertes de charge d'une suspension (Turian et Yuan, 1977)

Les résultats sont présentés sous la forme d'un produit entre le coefficient de perte de charge du liquide porteur seul, de la concentration en particules, du coefficient de traînée, et du nombre de Froude. Les auteurs introduisent également un « nombre de régime »  $R_{ij}$  qui permet de délimiter les différents régimes d'écoulement. Ce nombre adimensionnel, dont certaines expressions sont données dans le Tableau 1.5-1, représente le rapport entre les forces d'inertie et de flottabilité. Les nombres de régime  $R_{13}$   $R_{02}$   $R_{03}$  ont également été déterminés même s'ils ne sont pas reportés ici.

## 2. Vitesse de flottaison d'une particule – Vitesse de sédimentation d'une suspension

La vitesse de flottaison d'une particule est la vitesse qu'une particule acquiert selon la verticale sous l'effet de la pesanteur.

La vitesse de sédimentation d'une suspension est la vitesse d'entraînement limite pour laquelle a lieu la transition entre les régimes d'écoulement hétérogène et de lit mobile.

Ce paragraphe propose une méthode de calcul de la vitesse de flottaison d'une particule isolée ou au sein d'une suspension concentrée. Des résultats concernant la vitesse de sédimentation d'une suspension sont ensuite présentés.

### 2.1. Forces s'exerçant sur une particule en suspension

Les particules en suspension dans un fluide en écoulement sont soumises à différentes forces :

- la pesanteur ;
- les forces d'interaction entre particules ;
- la poussée d'Archimède, liée à la différence de masse volumique entre le fluide et les particules ;
- la force de traînée, liée à la différence de vitesse entre le fluide porteur et la particule ;
- la force de portance, due à un gradient de vitesse perpendiculaire à la direction de l'écoulement.

Les forces d'interaction entre particules sont les plus difficiles à évaluer dans la mesure où elles interviennent de manière stochastique. L'intensité et la fréquence d'observation de ces forces d'interaction augmentent avec la fraction massique en cristaux puisque la distance moyenne entre les particules diminue (Eq. 1.4-13).

### 2.2. Particule isolée dans un fluide au repos

Considérons une particule sphérique, de masse volumique  $\rho_s$ , plongée dans un fluide au repos de masse volumique différente  $\rho_l$ . Sous l'effet de la pesanteur, la particule se met en mouvement, selon la verticale et présente un mouvement accéléré jusqu'à ce que la force de traînée compense les forces d'Archimède et de pesanteur. La vitesse terminale ( $v_\infty$ ) est alors atteinte. L'Eq. 1.5-1 (Bird, 1960) présente l'expression du bilan des forces appliquées à la particule, la force de traînée ( $F_D$ ) étant exprimée dans le cas d'un écoulement de Stokes ( $Re \ll 1$ ). L'Eq. 1.5-2 fournit l'expression de la vitesse terminale obtenue en régime stationnaire.

$$\rho_s \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{dv_p}{dt} = -\rho_s \mathbf{g} \frac{4}{3} \pi R^3 + \rho_l \mathbf{g} \frac{4}{3} \pi R^3 - \mathbf{F}_D \quad \text{Eq. 1.5-1}$$

$$\mathbf{F}_D = 6\pi\mu_l R \mathbf{v}_p$$

$$v_\infty = \frac{2}{9} \frac{\rho_s}{\mu_l} R^2 g \left( \frac{\rho_l}{\rho_s} - 1 \right) = \frac{1}{18} \frac{\rho_s}{\mu_l} D_p^2 g \left( \frac{1}{s} - 1 \right) \quad \text{Eq. 1.5-2}$$

Le paramètre  $s = \rho_s / \rho_l$ , rapport des masses volumiques de la particule solide et de la phase liquide, apparaît alors comme un paramètre déterminant dans l'étude des phénomènes de

sédimentation. En introduisant également le temps de relaxation de la particule ( $\tau_r$ ), la vitesse terminale de la particule dans le fluide au repos se met sous la forme de l'Eq. 1.5-3. Elle est aussi appelée « vitesse de Stokes ».

$$v_\infty = \tau_r g \left( \frac{1}{s} - 1 \right) \quad \text{Eq. 1.5-3}$$

$$\tau_r = \frac{1}{18} \frac{\rho_s}{\mu_l} D_p^2$$

La Figure 1.5-3 présente alors, en fonction du temps, l'évolution de la vitesse de chute ou de remontée d'une particule isolée dans un fluide au repos.

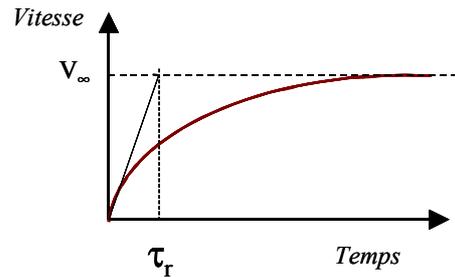


Figure 1.5-3 : Evolution de la vitesse d'une particule initialement au repos dans un fluide au repos

### 2.3. Particule isolée dans un fluide en écoulement

Considérons maintenant une particule isolée en suspension dans un fluide en écoulement à la vitesse  $\mathbf{U}$ , et soumise à une vitesse de cisaillement  $\dot{\gamma}$ . Nous cherchons alors à déterminer le comportement de cette particule au cours de son transport par la phase continue.

Un nombre adimensionnel intéressant est le nombre de Stokes, défini comme le rapport entre le temps de relaxation de la particule ( $\tau_r$ ), introduit précédemment, et le temps caractéristique de l'écoulement ( $\tau_e$ ), inverse de la vitesse de cisaillement.

$$St = \frac{\tau_r}{\tau_e} = \left( \frac{\rho_s D_p^2}{18 \mu_l} \right) \cdot \dot{\gamma} \quad \text{Eq. 1.5-4}$$

La valeur du nombre de Stokes donne une idée du comportement de la particule :

➤  $St \gg 1$

Le temps de relaxation de la particule est grand devant le temps caractéristique de l'écoulement. La particule est peu - voire pas - influencée par les variations de vitesse de la phase continue. Les effets d'inertie prédominent.

➤  $St \ll 1$

Le temps de relaxation de la particule est très faible et celle-ci répond très rapidement aux sollicitations extérieures. La particule suit parfaitement les lignes de courant et se comporte comme un traceur de l'écoulement.

➤  $St \approx 1$

Les temps caractéristiques de la particule et de l'écoulement sont du même ordre de grandeur. La trajectoire de la particule est modifiée par les fluctuations de l'écoulement mais ne suit pas parfaitement les filets fluides. Les particules ont alors tendance à être éjectées hors des zones de cisaillement par effet d'inertie.

Le bilan des forces s'exerçant sur la particule en suspension fait intervenir la vitesse du fluide porteur (Eq. 1.5- 5). Il est à noter que seules les forces de pesanteur, d'Archimède et de traînée ont été prises en compte, les effets des forces de portance et de masse ajoutée étant négligés.

$$\rho_s \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = -\rho_s \mathbf{g} \frac{4}{3} \pi R^3 + \rho_l \mathbf{g} \frac{4}{3} \pi R^3 - \mathbf{F}_D$$

$$\mathbf{F}_D = C_D \frac{\pi R^2}{2} \rho_l \|\mathbf{U} - \mathbf{v}_p\| (\mathbf{U} - \mathbf{v}_p)$$

Eq. 1.5- 5

La force de traînée n'est plus calculable par la loi de Stokes, mais fait intervenir le coefficient de traînée  $C_D$ , lequel dépend du nombre de Reynolds de particule :  $Re_{w_0} = \rho_l \|\mathbf{U} - \mathbf{v}_p\| D_p / \mu_l$ .

La vitesse terminale de la particule isolée s'écrit alors sous la forme générale de l'Eq. 1.5- 6.

$$w_0 = \left( \frac{4}{3} g \left[ 1 - s \left| \frac{D_p}{C_D} \right| \right] \right)^{1/2}$$

Eq. 1.5- 6

Cette vitesse terminale peut être utilisée dans le cas de suspensions suffisamment peu concentrées, pour lesquelles la vitesse de sédimentation de chaque particule n'est pas influencée par la présence des autres particules.

#### 2.4. Vitesse de flottaison d'une particule en suspension

Lorsque l'on considère le transport d'une suspension concentrée de particules solides, et non plus une particule isolée, les interactions entre particules modifient la vitesse de sédimentation de chaque particule. La présence des autres particules constitue en général un frein à la stratification. La vitesse de glissement de la particule dépend alors de la fraction volumique en particules solides. Le Tableau 1.5-2 récapitule différentes expressions proposées dans la littérature.

Les lois proposées par Robinson (1926) et Steinour (1944) supposent que la vitesse de sédimentation d'une suspension dépend de la viscosité apparente ( $\mu_0$ ) et de la masse volumique ( $\rho_0$ ) de la suspension.

Cette hypothèse est démentie par Richardson & Zaki (1954). En effet, les particules environnantes jouent un rôle sur la trajectoire d'une particule en accentuant les gradients de vitesse dans les zones laissées disponibles au fluide. Par contre, la force de résistance à l'avancement d'une particule est bien exercée par le fluide de viscosité  $\mu_l$ . Richardson &

Zaki (1954) proposent alors de différencier trois cas, en fonction du nombre de Reynolds de particule associé à la vitesse de sédimentation en suspension très diluée ( $Re_{w_0} = \frac{\rho_l w_0 D_p}{\mu_l}$ ).

Ces cas sont présentés dans le Tableau 1.5-2.

Auteur	Année	Expression proposée	Commentaires
Robinson <sup>a</sup>	1926	$w = K \frac{D_p^2 (\rho_s - \rho_0) g}{\mu_0}$	K : constante
Steinour <sup>a</sup>	1944	$w = \frac{D_p^2 (\rho_s - \rho_0) g}{18 \mu_0} (1 - \Phi)^2 10^{-1,82\Phi}$	
		$\frac{w}{w_0} = (1 - \Phi)^n$	
		$w_0 = \frac{D_p^2 (\rho_s - \rho_l) g}{18 \mu_l}$	
Richardson & Zaki	1954	$n = \left( 4,35 + 17,5 \frac{D_p}{D} \right) Re_{w_0}^{-0,03}$	$0,2 < Re_{w_0} < 1$
		$n = \left( 4,45 + 18 \frac{D_p}{D} \right) Re_{w_0}^{-0,1}$	$1 < Re_{w_0} < 200$
		$n = 4,45 Re_{w_0}^{-0,1}$	$200 < Re_{w_0} < 500$
Wasp E.J. <sup>b</sup>	1977	$w = 4,0 \left( \frac{D_p}{D} \right)^{1/6} \Phi^{1/5} [2gD s-1 ]^{1/2}$	Écoulement turbulent $\Phi > 0,01$

<sup>a</sup> : cité par Richardson & Zaki (1954)

<sup>b</sup> : cité par Kaushal (2002)

Tableau 1.5-2 : Expressions de la vitesse de flottaison d'une particule en suspension

### 2.5. Vitesse de sédimentation d'une suspension

On définit la vitesse de sédimentation comme la vitesse moyenne d'une suspension pour laquelle a lieu la transition entre l'écoulement hétérogène et l'écoulement de lit mobile. Pour des vitesses d'entraînement inférieures à cette vitesse de sédimentation, la force de traînée est faible devant la force de flottabilité et les particules se regroupent en formant un lit mobile.

Cette vitesse de sédimentation dépend, de manière générale, de la fraction volumique en particules, de leur diamètre, de la différence de densité entre les phases, et du diamètre de la conduite.

Pour des écoulements de suspensions en conduite cylindrique, différents auteurs ont proposé des relations semi-empiriques permettant de calculer une vitesse de sédimentation. Le Tableau 1.5-3 donne les expressions proposées par deux d'entre eux.

Auteur	Année	Expression proposée	Commentaires
Durand R. <sup>a</sup>	1952	$v_{dep} = F_L [2gD s-1 ]^{1/2}$	$F_L(\Phi, D_p)$ Pour de très faibles fractions volumiques ( $\Phi < 0,01$ )
Wasp E.J.	1977	$v_{dep} = 1,87 \left(\frac{D_p}{D}\right)^{1/6} [2gD s-1 ]^{1/2}$	Ecoulement turbulent Suspensions très diluées

<sup>a</sup> : cité par Richardson & Zaki (1954)

Tableau 1.5-3 : Expressions de la vitesse de sédimentation d'une suspension

### 3. Modélisation par une approche « multicouche »

Afin de modéliser les écoulements stratifiés, une première approche consiste à considérer que l'écoulement est constitué de deux ou trois couches glissant les unes sur les autres. Chacune de ces couches est alors décrite par une vitesse moyenne, une concentration moyenne et une épaisseur. C'est l'approche adoptée par Doron et Barnea (1987, 1993, 1996, 1997).

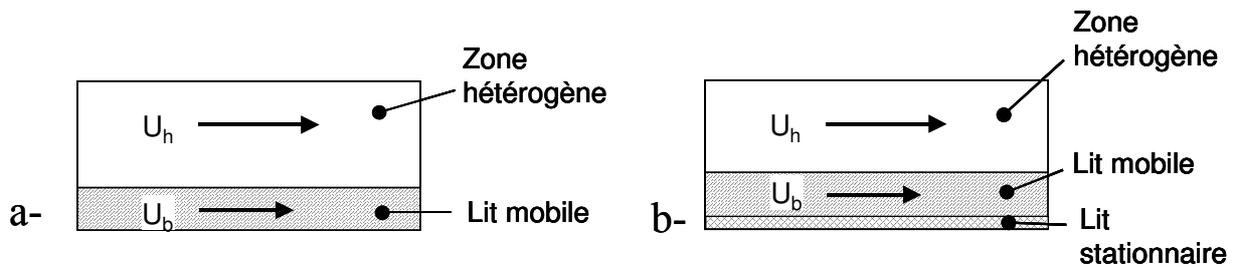


Figure 1.5-4 : Modèles à deux ou trois couches (Doron et Barnea, 1987 ; 1993)

La mise en équations consiste en l'écriture des bilans matières des phases liquide et solide, ainsi que du bilan des contraintes exercées sur chaque « couche ».

Dans le cas du modèle à deux couches développé en 1987 par Doron *et al.*, le système d'équations en écoulement stationnaire est donné par :

$$\begin{array}{l} \text{Bilans} \\ \text{masses :} \end{array} \quad U_h \Phi_h A_h + U_b \Phi_b A_b = \bar{U} \Phi A \quad \text{pour la phase solide} \quad \text{Eq. 1.5-7}$$

$$U_h (1 - \Phi_h) A_h + U_b (1 - \Phi_b) A_b = \bar{U} (1 - \Phi) A \quad \text{pour la phase liquide} \quad \text{Eq. 1.5-8}$$

$$\begin{array}{l} \text{Bilans des} \\ \text{forces :} \end{array} \quad A_h \frac{dP}{dx} = -\tau_h S_h - \tau_i S_i \quad \text{pour la zone hétérogène} \quad \text{Eq. 1.5-9}$$

$$A_b \frac{dP}{dx} = -F_b + \tau_i S_i \quad \text{pour le lit mobile} \quad \text{Eq. 1.5-10}$$

$A$ ,  $A_b$ ,  $A_h$  représentent respectivement les aires des sections de la conduite, du lit mobile et de la zone hétérogène.  $S_h$ ,  $S_i$ ,  $S_b$  sont respectivement les surfaces de contact, par unité de

longueur, de la phase hétérogène avec la paroi, de l'interface entre le lit et la phase hétérogène et enfin entre le lit mobile et la paroi de la conduite.

La zone hétérogène est soumise à des contraintes de cisaillement à la paroi ( $\tau_h$ ) et à l'interface avec le lit mobile ( $\tau_I$ ).

Le lit mobile subit lui aussi la contrainte interfaciale ( $\tau_I$ ), et  $F_b$ , la force exercée par la paroi de la conduite sur le lit mobile. Doron *et al.* décomposent cette dernière en une partie liée aux frottements du lit de particules en mouvement sur la paroi ( $F_{bl}$ ) et une force de frottement sec ( $F_{bd}$ ). Cette dernière fait intervenir un coefficient de frottement sec ( $\eta$ ) et, à nouveau, deux contributions : la flottabilité du lit de particules ( $N_w$ ) et sa capacité à transmettre la contrainte de cisaillement, exercée à l'interface avec la zone hétérogène, jusqu'à la paroi ( $N_\phi$ ). Les équations 1.5-11 à 1.5-14 permettent d'explicitier les forces représentées sur la Figure 1.5-5.

$$F_b = F_{bd} + F_{bl} \quad \text{Eq. 1.5-11}$$

$$F_{bl} = \tau_b S_b \quad \text{Eq. 1.5-12}$$

$$F_{bd} = \eta(N_w + N_\phi) \quad \text{Eq. 1.5-13}$$

$$N_w = (\rho_s - \rho_l)g\Phi_b A_b \quad \text{Eq. 1.5-14}$$

$$N_\phi = \frac{\tau_I S_i}{\tan(\phi)}$$

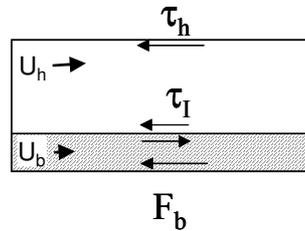


Figure 1.5-5 : Représentation des forces considérées dans le modèle à deux couches (Doron *et al.*, 1987)

Doron *et al.* (1992) ont ensuite retravaillé ce modèle, sans amélioration notable, pour tenir compte d'une vitesse de glissement entre les particules et le fluide dans le mobile. Ensuite, ces mêmes auteurs ont proposé, en 1993, un modèle à trois couches introduisant un lit stationnaire de particules. Ce modèle à trois couches a été validé en 1995 et adapté aux cas d'écoulements dans des conduites inclinées en 1997.

#### 4. Champs locaux : Profils de concentration et de vitesse

On se place maintenant à l'échelle mésoscopique, c'est à dire à l'échelle d'une particule de fluide. Cette échelle est suffisamment grande devant l'échelle moléculaire pour considérer le milieu comme étant continu, et suffisamment petite devant l'échelle macroscopique pour le considérer comme étant homogène. Les lois valables pour des milieux homogènes peuvent alors être appliquées à ces particules de fluide. Ainsi, si l'on connaît en chaque point de la conduite la fraction volumique en particules, les champs locaux de viscosité et de contrainte seuil peuvent être calculés à l'aide de lois semi-empiriques (Tableau 1.3-1). Par intégration sur la section complète de la conduite, on en déduit les grandeurs moyennes, ou apparentes, accessibles à la mesure expérimentale.

##### 4.1. Profil de concentration

Dans le cas où les ordres de grandeur de la vitesse d'entraînement du fluide et de la vitesse de sédimentation de la suspension sont comparables, la concentration en particules solides n'est plus uniforme dans la section de la conduite horizontale, mais varie le long de la verticale.

Schmidt & Rouse (référéncés par Kitanovski, 2002) proposent de calculer ce profil de concentration par résolution d'une équation de diffusion de matière (Eq. 1.5-15) où  $\mathcal{D}$  est alors le coefficient de diffusion local.

$$\mathcal{D} \frac{d^2 \Phi(y)}{dy^2} + w \frac{d\Phi(y)}{dy} = 0 \quad \text{Eq. 1.5-15}$$

En régime établi, le profil de concentration obtenu est de la forme de l'Eq. 1.5-16.

$$\Phi(y) = \Phi_0 e^{\left(\frac{w}{\mathcal{D}} y\right)} \quad \text{Eq. 1.5-16}$$

$\Phi_0$  est la concentration maximale en particules dans la conduite. Cette équation est valable dans la zone de la conduite non saturée en particules, c'est-à-dire dans la zone hétérogène de l'écoulement. Le profil obtenu à l'aide de cette relation a l'allure représentée sur la Figure 1.5-6 b.

Roco & Shook (1987) complètent l'équation Eq. 1.5-16 en effectuant un bilan de quantité de mouvement pour chacune des deux phases en présence. L'équation différentielle proposée est alors de la forme de l'Eq. 1.5-17.

$$\frac{\mathcal{D}^2}{w^2} \frac{d^2 \Phi(y)}{dy^2} + \frac{s\Phi}{(s-1)g \tan \psi} \frac{\partial^2 (\alpha_s v_s^2)}{\partial y^2} + \Phi^2 = 0 \quad \text{Eq. 1.5-17}$$

$\psi$  : angle de friction interne des contraintes dispersives

$\alpha_s$  : coefficient de turbulence (expérimental)

$v_s$  : vitesse de la particule solide

La Figure 1.5-6 présente des allures de profils de concentration pour différents régimes d'écoulement (on suppose ici que les particules solides ont une masse volumique inférieure à celle du fluide).

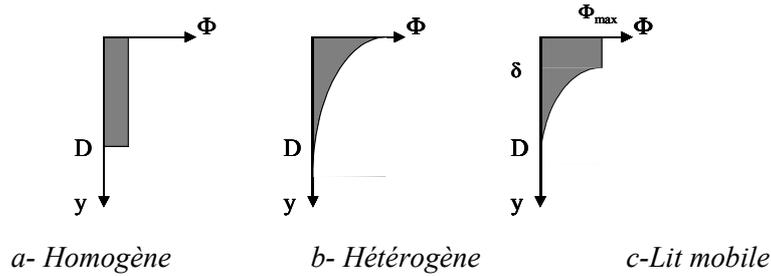


Figure 1.5-6 : Allures des profils de concentration pour différents régimes d'écoulement

#### 4.2. Diffusivité turbulente

Lorsque, dans un milieu au repos, une espèce diffuse sous le seul effet de l'agitation moléculaire, la loi de Fick, permet d'exprimer le flux de matière en fonction du gradient de concentration et de la diffusivité moléculaire  $D$  (Eq. 1.5-18).

$$\mathbf{J} = -D \overrightarrow{\text{grad}C} \quad \text{Eq. 1.5-18}$$

Lorsque le milieu est agité, ou en écoulement, les phénomènes d'agitation turbulente accentuent les transferts diffusifs. Le flux de matière s'écrit alors à l'aide d'une diffusivité totale, somme de la diffusivité moléculaire et d'une diffusivité turbulente  $D_t$  (Eq. 1.5-19).

$$\mathbf{J} = -(D + D_t) \overrightarrow{\text{grad}C} \quad \text{Eq. 1.5-19}$$

Dans les zones de l'écoulement où l'intensité turbulente est très importante, la diffusivité turbulente prédomine largement sur la diffusivité moléculaire. Au contraire, dans les zones à très faibles nombres de Reynolds, c'est-à-dire dans la sous-couche visqueuse par exemple, la diffusion moléculaire est prédominante.

Le Tableau 1.5-4 présente quelques expressions de la diffusivité turbulente rencontrées dans la littérature. Certains modèles tiennent compte de la région considérée de l'écoulement en faisant intervenir différents cas de figure selon la distance à la paroi.

Auteur	Année	Expression proposée	Commentaires
Taylor <sup>a,d</sup>	1954	$D_t = 0,052 \dot{\gamma} r_h$ $\dot{\gamma} = \bar{U} \sqrt{f/2}$	$r_h$ : rayon hydraulique
Davies <sup>e</sup>	1966	$\frac{D_t}{D} = \left( \frac{y^*}{14,5} \right)^3 Sc$ $\frac{D_t}{D} = \frac{Sc (y^*)^{(4-y^{*0,08})}}{1000 \left( \frac{2,5 \cdot 10^7}{Re} \right)^{y^*/(400+y^*)}}$	$y^* < 0,05$ $y^* \geq 0,05$ Sc : Nombre de Schmidt $y^*$ : Distance à la paroi adimensionnelle $y^* = \frac{(R-r)\bar{u}}{\nu} \sqrt{\frac{f}{2}}$
Roco & Shook	1987	$\varepsilon_s = \frac{1}{2} \frac{\rho_l}{\rho} D v^* \varepsilon_l \frac{b\Phi}{\left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^a}$	Exprime l'influence des particules sur la diffusivité turbulente $a, b$ : paramètres ajustables $D$ : diamètre de conduite $v^*$ : Vitesse de frottement $\Phi_m$ : fraction de compactage maximal
Johansen <sup>b</sup>	1991	$D_t = \nu \left( \frac{r^+}{11,15} \right)^3$ $r^+ = \frac{r\bar{U}}{\nu} \sqrt{f/2}$	Valable pour $r^+ \leq 5$ , dans la sous-couche laminaire
Karabelas <sup>c</sup>	1977	$D_{ts} = \beta D_{tl}$	
Longwell <sup>c</sup>	1977	$D_{tl} = 0,369 \dot{\gamma} \frac{y}{R} \left(1 - \frac{y}{R}\right)$ $D_{tl} = 0,0775 R \dot{\gamma}$ $D_{tl} = 0,369 \dot{\gamma} \left(\frac{y}{R} - 1\right) \left(2 - \frac{y}{R}\right)$	$0 \leq y/D \leq 0,337$ $0,337 \leq y/D \leq 0,663$ $0,663 \leq y/D \leq 1,000$ Diffusivité du liquide dans un écoulement turbulent
Kaushal	2002	$D_{ts} = \beta D_{tl}$ $\beta = 1,0 + 0,12504 \exp\left(4,22054 \frac{C_{vf}}{C_{vss}}\right)$	$C_{vf}$ : Concentration volumique en particules $C_{vss}$ : concentration maximale atteignable par gravité

<sup>a</sup> : cité par Doron & Barnea (1987)

<sup>b</sup> : cité par Escobedo (1995)

<sup>c</sup> : cité par Kaushal (2002)

<sup>d</sup> : cité par Kitanovski (2002)

<sup>e</sup> : cité par Tandon et al. (1998)

Tableau 1.5-4 : Corrélations pour le calcul de la diffusivité turbulente

#### 4.3. Diffusivité induite par le cisaillement

Leighton & Acrivos (1986) ont étudié expérimentalement le phénomène de remise en suspension d'un lit de particules sédimenté par un écoulement en régime laminaire. Ils ont

ainsi montré que le cisaillement seul permet la remise en suspension de particules solides, et en ont ainsi démontré l'existence d'un phénomène de diffusion induite par le cisaillement.

L'expression approchée du coefficient de diffusion introduit, adimensionné par  $\dot{\gamma}(D_p/2)^2$ , est fournie par l'Eq. 1.5-20.

$$\hat{D} = \frac{1}{3} \Phi^2 \left( 1 + \frac{1}{2} e^{8,80\Phi} \right) \quad \text{Eq. 1.5-20}$$

#### 4.4. Profils de vitesse

Le profil de vitesse est fortement influencé par la présence des particules. En effet, si la phase continue entraîne les particules et influence leurs trajectoires, celles-ci jouent également un rôle sur le profil de vitesse de la phase continue par transfert de quantité de mouvement. Les profils de vitesse correspondant aux profils de concentration de la Figure 1.5-6 sont présentés sur la Figure 1.5-7.

En écoulement homogène, le profil de vitesse est symétrique par rapport à l'axe de la conduite. Le maximum de vitesse s'écarte progressivement de l'axe de la conduite lorsque l'hétérogénéité augmente.

Lorsqu'un lit fluidisé de particules se crée, on peut supposer que celui-ci se déplace en bloc, sous la forme d'un écoulement de type « piston » glissant le long de la paroi supérieure. Dans le cas d'un lit stationnaire, une partie des particules est immobilisée à la paroi.

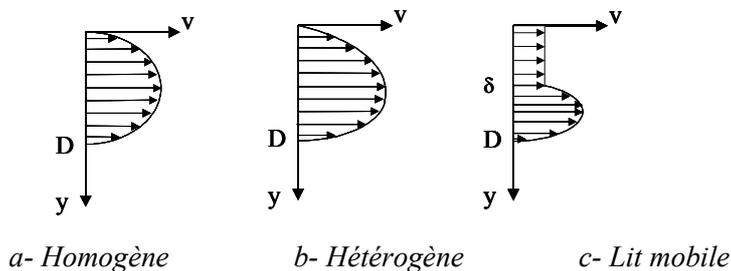


Figure 1.5-7 : Allures des profils de vitesse pour différents régimes d'écoulement

## 5. Conclusion

Ce chapitre a présenté des outils permettant de décrire et prédire les différents régimes d'écoulement susceptibles d'être rencontrés lors du transport de suspensions.

En effet, à partir de corrélations rencontrées dans la littérature, il est possible d'estimer la vitesse de glissement d'une particule solide par rapport à la phase liquide, ainsi que le coefficient de diffusion auquel elle est soumise. Ceci nous permet d'effectuer un bilan matière sur les particules solides et de calculer leur profil de concentration.

D'autre part, en fonction de cette répartition des particules, des modèles introduisant une approche à plusieurs couches, fournissent une méthode de calcul des vitesses moyennes de chaque couche.



## Les Coulis de glace et d'hydrates : des suspensions particulières

La connaissance du comportement rhéologique des coulis de glace est une question primordiale dans l'étude des procédés les mettant en œuvre. En effet, un système de réfrigération utilisant une telle technologie ne sera acceptable que si l'énergie électrique supplémentaire consommée par la pompe pour mettre le fluide en mouvement reste inférieure à toutes les économies d'énergie réalisées par ailleurs. Le coulis doit donc être facilement transportable.

Les coulis de glace sont, avant tout, des suspensions de cristaux de glace. Les résultats généraux concernant les suspensions leur sont donc applicables. Ces suspensions ont toutefois des propriétés remarquables, la première d'entre elles étant que la phase solide est moins dense que la phase liquide. De plus, la composition du mélange diphasique peut varier, dans la mesure où la glace est susceptible de fondre et de disparaître peu à peu du mélange lorsqu'elle est soumise à un écoulement. Nous n'envisagerons pas ce dernier cas dans cette étude pour laquelle nous nous placerons dans le cas d'un régime stationnaire, la fraction massique en glace étant alors fixée.

### 1. Difficultés expérimentales

Les rhéomètres classiques présentés dans le Chapitre 1.2 permettent d'obtenir directement la viscosité apparente d'un fluide, à partir de la contrainte exercée sur celui-ci. Pour les coulis de glace, ce type de mesures rhéologiques est difficile à mettre en œuvre pour plusieurs raisons (Ayel, 2003):

- La contrainte exercée sur le coulis peut provoquer un échauffement local du mélange et conduire à la fusion d'une partie des cristaux de glace. La fraction massique en glace est en conséquence modifiée ;
- L'écart entre les plaques du rhéomètre doit être suffisamment important par rapport à la taille des cristaux de glace, mais pas trop grand pour conserver une certaine précision ;
- La stratification des cristaux de glace rend les échantillons inhomogènes ;
- Des glissements entre les particules solides et les parois peuvent avoir lieu, ce qui complique encore l'exploitation des résultats.

D'après Barnes (2001), un viscosimètre adapté aux suspensions liquide/solide, et par conséquent aux coulis de glace, est le viscosimètre « vane-in-cup ». Celui-ci est composé d'une hélice en rotation à vitesse constante dans un cylindre. Le couple exercé sur l'axe de rotation est mesuré. La viscosité est alors obtenue de la même manière qu'avec un viscosimètre de Couette. L'avantage de ce type de dispositif est qu'il permet de réduire les effets de glissement des particules et la création d'une couche de liquide seul sur le mobile. La Figure 1.6-1 présente l'allure de ce type de mobile.

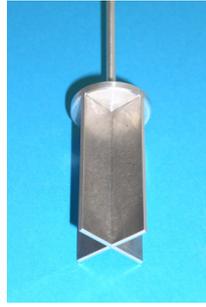


Figure 1.6-1 : Mobile « vane » pour l'étude rhéologique des suspensions

Une autre méthode, utilisée entre autres par Bel (1996), et Ben Lakhdar (1998), est une méthode indirecte, consistant à étudier le comportement d'un fluide en écoulement en conduite. La méthode consiste alors à relier la perte de charge par unité de longueur de conduite en fonction de la vitesse moyenne du fluide. L'avantage d'un tel dispositif par rapport aux dispositif *ex-situ*, est que l'on se place dans des conditions identiques à celles de l'application.

Afin de faire des mesures de précision correcte, l'écoulement doit laminaire, établi et permanent. Des adaptations sont nécessaire dans les autres cas.

## 2. Modélisation rhéologique des coulis de glace

Les différents auteurs ayant étudié les propriétés rhéologiques des coulis de glace jusqu'à présent s'accordent pour dire qu'il existe une fraction volumique en glace critique ( $\Phi_C$ ) en-dessous de laquelle le comportement du coulis est newtonien. Pour des fractions massiques en glace supérieures, le coulis a un comportement proche du type Bingham. La valeur critique  $\Phi_C$  diffère selon les auteurs et les fluides étudiés, mais reste comprise entre 6% et 15%. Ayel (2003) dresse un récapitulatif des différents travaux réalisés et des fractions massiques critiques obtenues par les différents auteurs (Tableau 1.6-1).

Les efforts de modélisation du comportement rhéologique des coulis portent actuellement sur la détermination d'un modèle valable pour toutes les valeurs de concentration en glace et prenant en considération la fraction massique de glace ( $\Phi$ ), la viscosité de la phase liquide ( $\mu_l$ ) et éventuellement d'autres paramètres.

La plupart des auteurs se sont placés dans le cas d'un écoulement homogène et plusieurs modèles ont déjà été proposés pour rendre compte à la fois du comportement newtonien du coulis pour des faibles teneurs en glace, et du comportement de type Bingham pour des teneurs en glace plus importantes (Kitanovski, 2002).

Doetsch (2001) propose, par exemple, le modèle de Casson pour décrire simultanément ces deux comportements des coulis de glace (Eq. 1.6-1).

$$\begin{cases} Si & \tau \leq \tau_C & \dot{\gamma} = 0 \\ Si & \tau > \tau_C & \tau^{1/2} = \tau_C^{1/2} + k_C \dot{\gamma}^{1/2} \end{cases} \quad \text{Eq. 1.6-1}$$

Auteurs	Année	Description du coulis de glace	Viscosimètre utilisé	Résultats
Bel et Lallemand	1996	$x_g < 33\%$ $d < 400 \mu\text{m}$	“Bob-and-cup”	Fluide newtonien si $x_g < 12\%$ ( $\mu_0 = 28\text{mPa}\cdot\text{s}$ pour $x_g = 12\%$ )
Ben Lakhdar et Lallemand	1998	$x_g < 28\%$ $d < 400 \mu\text{m}$	Rhéomètre d’Ostwald (conduite horizontale : $L = 2,15 \text{ m}$ $D = 14,7 \text{ mm}$ )	Fluide newtonien si $x_g < 6\%$ Non-newtonien si $x_g \geq 6\%$ Si $x_g \geq 13\%$ : comportement pseudoplastique.
Christensen et Kauffeld	1997	$x_g < 35\%$ $d < 100 \mu\text{m}$	Rhéomètre d’Ostwald	Fluide newtonien si $x_g < 15\%$ si $x_g \geq 15\%$ : Fluide de Bingham ou pseudoplastique $\mu_0 > \mu_{\text{eau}}$
Jensen <i>et al.</i>	2000	$x_g < 30\%$ $d < 200 \mu\text{m}$	Conduites horizontales $12,8 < D < 20,7 \text{ mm}$ $L = 2 \times 12 \text{ m}$	Fluide newtonien si $x_g < 15\%$ Non-newtonien si $x_g \geq 15\%$
Doetsch	2001	$x_g < 45\%$	Rhéomètre d’Ostwald (conduite horizontale : $D = 10\text{-}22\text{-}38 \text{ mm}$ )	Fluide newtonien si $x_g < 10\%$ Modèle de Casson pour $x_g \geq 20\%$
Royon	1998	Coulis stabilisé $x_g < 45\%$ $d < 300 \mu\text{m}$	« Bob in cup » avec un large entrefer et des rainures verticales	Fluide newtonien dont la viscosité dépend de la température

Tableau 1.6-1 : Comportement rhéologique des coulis de glace (d’après Ayel, 2003)

Ben Lakhdar (1998), quant à lui, estime que les coulis de fraction massique en glace supérieure à 6% ont un comportement rhéologique pouvant être modélisé par une loi de type loi de puissance d’Ostwald, pour des vitesses de cisaillement comprises entre 20 et 310  $\text{s}^{-1}$ . L’indice d’écoulement  $n$  varie alors avec la teneur en glace, le comportement du coulis s’écartant de celui d’un fluide newtonien lorsque  $\Phi$  augmente. La Figure 1.6-2 présente les résultats obtenus par Ben Lakhdar (1998).

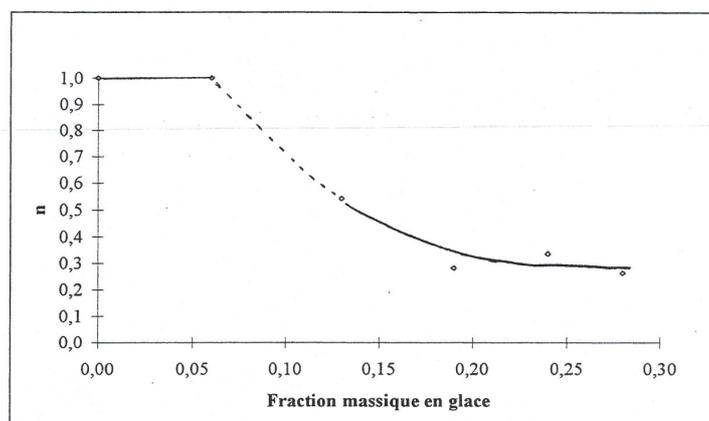


Figure 1.6-2 : Evolution de l’indice d’écoulement du coulis de glace en fonction de la fraction massique en glace (Ben Lakhdar, 1998)

Kitanovski *et al.* (2002) tentent, quant à eux, de proposer un modèle valable pour les régimes d'écoulement hétérogènes à partir des modèles à deux et trois couches proposés par Doron *et al.* (1987, 1993, 1996, 1997). Ils cherchent ainsi à prendre en compte l'agglomération des particules de glace sur le haut de la conduite, jusqu'à ce que la transition entre le régime hétérogène et le régime de lit fluidisé ou de lit stationnaire se produise. Au-delà de cette transition, les cristaux de glace atteignent une compacité proche de la compacité maximale et peuvent boucher la conduite, partiellement ou totalement. La viscosité tend alors vers des valeurs infinies et le modèle proposé n'est plus valable.

### 3. Phénomène de stratification

La stratification est un phénomène souvent observé avec les coulis de glace, dans la mesure où il peut exister des écarts de masse volumique relativement importants entre les phases solides et liquide.

Snoek (1993) définit, en fonction de la vitesse d'écoulement et de la fraction massique en glace, un domaine où les risques de bouchage de conduite sont très importants, et un domaine d'utilisation des coulis de glace en toute sécurité. Ces domaines sont représentés sur la Figure 1.6-3. Les meilleures conditions pour le transport des coulis de glace sont obtenues avec des vitesses d'entraînement d'autant plus importantes que la teneur en glace est importante. Les domaines de forte concentration en glace sont toutefois à éviter, puisque les risques de bouchage des conduites sont également plus importants.

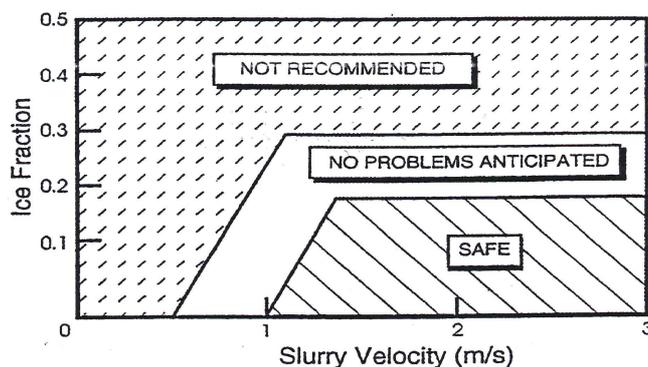


Figure 1.6-3 : Domaines d'utilisation des coulis de glace (Snoek, 1993)

## 4. Comportement des coulis d'hydrates de TBAB

### 4.1. Pertes de charge

Nous ne disposons que d'une seule source pour l'étude de la rhéologie des coulis d'hydrates de TBAB. Il s'agit des travaux de Hayashi *et al.* (2000), qui ont réalisé des mesures de débit et de pertes de charge sur deux conduites de diamètres différents (27,6 mm et 52,9 mm). Ce travail leur a permis de décrire le comportement de ces coulis selon une loi rhéologique de type « loi puissance » (les rhéogrammes obtenus sont présentés sur la Figure 1.6-4). Cette figure est difficilement exploitable. Les auteurs indiquent avoir déterminé des valeurs de consistance ou d'indice d'écoulement, mais les résultats ne sont pas publiés.

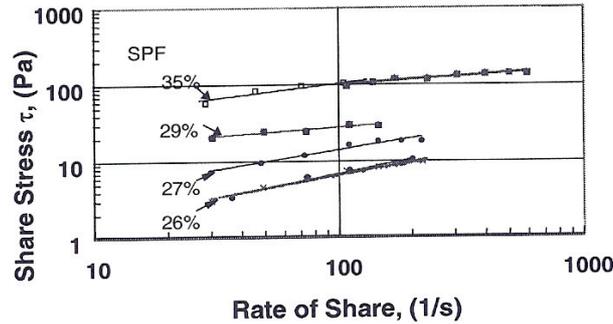


Figure 1.6-4 : Rhéogramme de coulis d'hydrates de TBAB (Hayashi et al. (2000))

#### 4.2. Puissance de pompage

Hayashi *et al.* (2000) présentent également les résultats d'une étude dont les détails ne sont, là encore, pas donnés. La Figure 1.6-5 présente ainsi la consommation énergétique liée au pompage du coulis en fonction de la teneur en particules normalisée par celle qui serait obtenue avec un système utilisant de l'eau réfrigérée, pour le transfert d'une même puissance frigorifique (respectivement 115 kW et 172 kW). Cette étude montre qu'une concentration volumique optimale de 25% permet de réduire au maximum l'énergie consommée par la pompe, et que, au-delà de 30%, la consommation augmente rapidement.

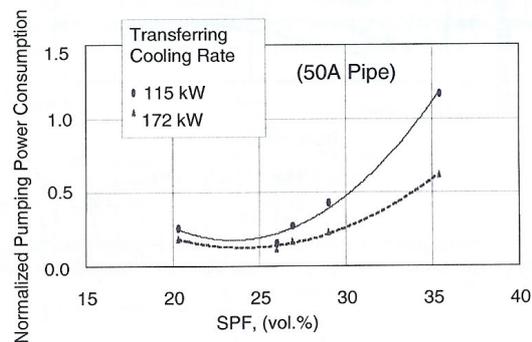


Figure 1.6-5 : Dépense énergétique liée au pompage en fonction de la teneur en hydrates de TBAB

#### 4.3. Phénomènes de stratification

Comme ce phénomène est fréquemment rencontré lors du transport de suspensions liquide/solide, Ogoshi *et al.* (2004) se sont interrogés sur l'existence d'hétérogénéités lors du transport des coulis d'hydrates de TBAB. Afin d'apporter une réponse à cette question, leur approche expérimentale a consisté en la réalisation de mesures de capacités thermiques sur les deux branches issues d'un diviseur de débit. L'identité des résultats obtenus pour chaque branche leur permet de conclure à une bonne homogénéité des coulis d'hydrates de TBAB lors de leur écoulement en conduite, et à la possibilité d'utiliser ce type de coulis dans des boucles comportant des points de raccordement.

#### 4.4. Etude globale de rentabilité de l'installation

Ogoshi *et al.* présentent, de plus, une étude comparative, en terme de consommation énergétique, de procédés fonctionnant soit avec de l'eau réfrigérée, soit avec un coulis d'hydrates de TBAB. Cette estimation est réalisée pour un bâtiment de 15 000 m<sup>2</sup> comportant des bureaux. L'économie réalisée grâce à l'utilisation des coulis d'hydrates de TBAB est estimée à hauteur de 283 MWh/an, ce qui représente une économie de 35%. Ceci signifie que les coulis d'hydrates de TBAB sont un moyen de réduire significativement les consommations énergétiques liées à la climatisation des bâtiments.

En conclusion, on peut dire que les résultats apportés par l'équipe de JFE Engineering sont prometteurs mais qu'ils ne sont pas suffisamment précis ou consistants, sans doute en raison d'une volonté de secret.