Développement du modèle de cavitation

Sommaire

3.1	Bibl	iographie	
3.2	Mod	èle de l'enveloppe des bulles de cavitation	
	3.2.1	Équation de Rayleigh-Plesset	
	3.2.2	Implémentation du modèle dans le code potentiel 2D	
	3.2.3	Test du modèle : résultats et discussion	
3.3	Inve	stigations préliminaires 37	
	3.3.1	Forme de poche imposée	
	3.3.2	Seuil de pression de vapeur	
3.4	Mod	èle de cavitation	
	3.4.1	Présentation du modèle 41	
	3.4.2	Schéma de calcul	
	3.4.3	Procédure d'itération	
3.5	Impl	émentation du modèle dans les codes potentiels 43	
	3.5.1	Implémentation dans le code potentiel 2D stationnaire	
	3.5.2	Implémentation dans le code potentiel 3D instationnaire	
3.6	Étuc	les numériques	
	3.6.1	Effet du facteur d'adaptation $k \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 46$	
	3.6.2	Effet du nombre de mailles	
3.7	Bila	n du chapitre	

3.1 Bibliographie

La Figure 3.1 décrit les paramètres principaux de la géométrie d'une poche de cavitation. La pression à la surface de la poche elle-même est égale à la pression de vapeur saturante. Dès que la pression est supérieure à la pression de vapeur saturante, la poche commence à se refermer jusqu'au point de fermeture qui doit être situé sur le profil pour que la poche de cavitation soit partielle. La longueur de la poche se définit par la distance entre le point de détachement qui marque le départ de la poche et le point de fermeture.



Figure 3.1. Définition du point de détachement de poche, de la zone de pression de vapeur, de la zone de fermeture de poche, du point de fermeture de poche et de la longueur de poche

A priori, la pression à l'intérieur de la poche devrait être égale à la pression de vapeur. Cependant, on mesure des pressions parfois inférieures à cette valeur, notamment proche ou même en amont du point de détachement. Il arrive également à l'inverse que la pression dans la poche soit supérieure à la pression de vapeur. C'est ce que l'on observe par exemple en fermeture de poche (Le et al., 1993) ou dans le phénomène "Burst" (Kuiper, 2001) comme si le fluide hésitait entre les deux phases. Il est donc important de distinguer la zone de pression de vapeur de la zone de fermeture. La frontière entre les deux zones correspond à l'épaisseur maximale de la poche. Cette dernière affirmation peut être contestée car elle n'est pas vraie dans tous les modèles. Cependant, elle est expérimentalement quasi invérifiable. Les deux difficultés majeures les plus discutées dans les différentes publications décrivant des modèles de poche sont la localisation et le critère du point de détachement, ainsi que la manière dont la poche se referme.

Avec l'augmentation en puissance de l'informatique, les simulations de l'écoulement visqueux diphasique autour d'une hélice sont maintenant abordables. Ainsi le programme VIRTUE (Salvatore et al., 2009) compare les capacités et les résultats de plusieurs de ces codes visqueux diphasiques. Des résultats très convaincants sont obtenus mais les temps de calcul restent importants. De plus, quoi qu'il en soit, l'utilisation de solveurs d'écoulements visqueux diphasiques nécessite toujours un modèle de cavitation avec un certain degré d'hypothèse et de simplification. La représentation complète de la cavitation et donc sa simulation passe par une résolution à l'échelle moléculaire. Donc peu importe le solveur, un modèle de cavitation à poche est indispensable.

Trois points importants sont à discuter quant à la modélisation de la cavitation à poche : le critère du point de détachement de la poche, le modèle complémentaire de la zone de fermeture de poche, et la méthode de résolution.

Dans le cas de la cavitation à poche en aval d'un bord pointu, la poche de cavitation se détache toujours au point anguleux (Brennen, 1995). Par contre, pour la poche de cavitation qui se développe près du bord d'attaque arrondi d'un corps portant, le mécanisme de détachement de la poche n'est pas évident. La première partie de Pellone et al. (2000) donne une liste exhaustive des critères du point de détachement utilisés dans les différents modèles de cavitation existants. Les critères les plus utilisés sont :

- Le critère de Brillouin-Villat, utilisé par la plupart (par exemple Kinnas and Fine (1993), Young and Kinnas (2003), Lee and Kinnas (2004) et Kinnas et al. (2007)), consiste à choisir le point assurant la continuité de la courbure en respectant la condition de glissement et la pression de vapeur.
- Le critère de la couche limite laminaire, introduit par Franc (1986), impose que la poche de cavitation commence en aval du point de décollement de la couche limite laminaire. La distance entre le point de décollement et le point de détachement de poche est souvent négligée. Ce critère est aussi largement accepté, voir par exemple Briançon-Marjollet and Merle (1999), Salvatore and Esposito (2001), Le (1989) et Brewer and Kinnas (1997). Néanmoins, selon des essais effectués au Laboratoire de Machines Hydrauliques, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (Farhat and Avellan, 2001; Farhat et al., 2002), le phénomène de cavitation à poche a été obtenu sans qu'il y ait eu observation de décollement de la couche limite laminaire.
- Les autres critères souvent mentionnés sont celui de la pression minimale et celui du bord d'attaque. Cette dernière méthode peu physique est cependant celle finalement retenue par Vaz et al. (2003) qui ont implémenté plusieurs modèles de cavitation, y compris plusieurs variantes du jet ré-entrant.

Le modèle complémentaire pour la fermeture de poche est un autre point important. Les résultats expérimentaux, par exemple Le et al. (1993) et Leroux et al. (2003), montrent que la distribution de pression dans la zone de fermeture n'est pas constante et pas nécessairement égale à la pression vapeur. Comme la poche peut se désagréger sous la forme de bulles de cavitation, Yamaguchi and Kato (1983) utilisent l'équation de Rayleigh-Plesset comme modèle de fermeture. Cependant, la poche peut aussi s'effondrer par un autre mécanisme appelé le jet ré-entrant (Callenaère, 1999). Krishnaswamy et al. (2001) et Vaz et al. (2003) simulent ce mécanisme avec un écoulement potentiel.

Pellone et al. (2000) présentent également les différents modèles pour la fermeture de la poche. Les modèles de la fermeture de poche sont classés en deux catégories : fermé et ouvert. Rowe and Blottiaux (1993) ont donné la définition selon laquelle le modèle fermé est un modèle dans lequel la ligne de courant, après avoir été déviée par la poche de cavitation, retouche à nouveau la surface mouillée tandis que le modèle ouvert est un modèle dans lequel la ligne de courant ne retouche pas la surface mouillée.

Même si la cavitation à poche partielle et le modèle fermé ne sont pas synonymes, le modèle fermé est principalement utilisé dans la modélisation de cavitation à poche partielle, voir par exemple Kinnas and Fine (1993), Peallat and Pellone (1996), Briançon-Marjollet and Merle (1999), Salvatore and Esposito (2001) et Salvatore et al. (2003). Même si le détail de chaque modèle n'est pas le même, le principe est de transformer de façon continue la condition de pression de vapeur sur la poche en la condition de glissement sur la surface mouillée. Dans ce type de modèle de fermeture de poche, la longueur de la zone de fermeture de poche est généralement imposée.

L'utilisation du modèle ouvert est quant à elle mentionnée par exemple dans Achkinadze and Krasilnikov (2001), pour une modélisation de la supercavitation mais aussi des poches partielles de grandes longueurs.

Dans la plupart des simulations d'écoulements potentiels, voir par exemple : Kinnas and Fine (1993), Fine and Kinnas (1993), Salvatore and Esposito (2001), Krasilnikov et al. (2003), Pereira et al. (2002), Vaz et al. (2003) et Vaz et al. (2005), la distribution de l'intensité des doublets sur la surface de la poche est imposée en utilisant l'hypothèse que la pression à l'intérieur de la poche est égale à la pression de vapeur. La distribution de l'intensité des sources, qui est utilisée ici pour représenter la distribution de l'épaisseur de la poche, est l'inconnue à déterminer. En imposant le plateau de pression à la pression de vapeur, les auteurs imposent une première estimation de la longueur de la zone de pression de vapeur. Il faut toutefois refermer la poche ce qui nécessite des itérations pour satisfaire les hypothèses du modèle. Lors des itérations la longueur de la zone de pression de vapeur est une variable libre.

Une fois que la cavitation à poche est développée, certaines hypothèses sur la distribution de pression doivent être faites afin de calculer les efforts hydrodynamiques. La plupart, si ce n'est pas tous les modèles, ont supposé que, comme dans les modélisations de la couche limite, la pression ne varie pas entre la surface du corps portant et la surface extérieure de la poche. En d'autres mots, la pression dans la poche de cavitation est supposée être égale à la pression de vapeur saturante de façon homogène. Tant que la poche de cavitation se referme sur la surface du corps portant c'est-à-dire dans le cas poche de cavitation partielle, ses effets sur les coefficients hydrodynamiques devraient être modérés. Carlton (2007) mentionne les premiers travaux de Balhan (1951) où il est montré à la Figure 1.5 au Chapitre 1 que les coefficients de portance C_L et les coefficients de traînée C_D des profils bidimensionnels de Kármán-Trefftz varient en fonction du nombre de cavitation σ_V . Lorsque le nombre de cavitation diminue, le coefficient de portance augmente d'abord légèrement, puis il s'effondre lorsque le nombre de cavitation est tel que la poche ne se referme plus sur la surface du corps portant. Il est généralement admis que le coefficient de portance augmente avec la présence de la cavitation à poche partielle et qu'il diminue brusquement lorsque la supercavitation se produit.

Cet effet a été confirmé par de nombreux travaux. Plusieurs articles, dont certains ont été présentés au récent symposium sur le thème des propulseurs marins (SMP 2009 à Trondheim), ont rapporté des résultats expérimentaux démontrant l'effet de la cavitation à poche sur le coefficient de poussée et de couple d'hélices, voir par exemple : Jessup et al. (2009), Kanemaru and Ando (2009), ainsi que sur le coefficient de portance et de traînée d'hydrofoils (Kato et al., 2006). Tous ont confirmé la tendance générale obtenue par Balhan (1951).

3.2 Modèle de l'enveloppe des bulles de cavitation

Dans cette partie, on teste un modèle de cavitation à poche basé sur l'équation classique de Rayleigh-Plesset, l'équation de l'évolution d'une bulle de cavitation. Ce modèle considère la poche de cavitation comme une enveloppe des bulles de cavitation hémisphériques. Autrement dit, la poche est construite et maintenue par des germes de cavitation grossissant de façon incessante. L'épaisseur de la poche est donc le rayon des bulles de cavitation (voir Figure 3.2). Ce modèle a été utilisé pour déterminer la forme de poche initiale pour le modèle de cavitation à poche développé au Laboratoire de Machines Hydrauliques de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (Hirschi et al., 1997, 1998; Ait-Bouziad et al., 2003; Ait-Bouziad, 2005).



Figure 3.2. Schéma de la modélisation de la poche de cavitation à partir de l'enveloppe des bulles de cavitation

3.2.1 Équation de Rayleigh-Plesset

L'équation de Rayleigh-Plesset (baptisée d'après John William Strutt, 3rd Baron Rayleigh 1842 - 1919) permet de décrire l'évolution d'une bulle sphérique dans un champ de pression variable (Lecoffre, 1994). On suppose que la bulle reste sphérique, que le fluide est un milieu infini et incompressible et qu'il n'y a variation que dans la direction radiale. On réécrit les équations de Navier-Stokes sur la coordonnée radiale r de la bulle comme suit :

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = \nu \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) - 2 \frac{u_r}{r^2} \right]$$
(3.1)

où u_r est la vitesse radiale. Si R est le rayon de la bulle, on peut alors remplacer u_r par dR/dt.

Si de plus on fait l'hypothèse qu'il n'y a pas de gradient de pression à l'intérieur de la bulle, on obtient donc l'équation de Rayleigh-Plesset :

$$R\frac{\mathrm{d}^2R}{\mathrm{d}t^2} + \frac{3}{2}\left(\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \frac{4\nu}{R}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\rho}\left(P_0 - P_V + \frac{2S}{R_0}\right)\left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\kappa} + \frac{P_V - P(t)}{\rho} - \frac{2S}{\rho R} \quad (3.2)$$

où P(t) désigne la loi temporelle de pression que subit la bulle, P_0 la pression initiale dans la bulle, R_0 le rayon initial de la bulle, S la tension superficielle de la bulle, et κ l'exposant polytropique caractéristique de la transformation thermodynamique subie par le gaz.

En négligeant les effets de la tension superficielle, du gaz occlus et de la viscosité, l'équation de Rayleigh-Plesset se simplifie alors comme suit :

$$R\frac{\mathrm{d}^2 R}{\mathrm{d}t^2} + \frac{3}{2}\left(\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}\right)^2 = \frac{P_V - P(t)}{\rho} \tag{3.3}$$

En considérant une bulle de cavitation se déplaçant le long d'un profil, il est plus commode de remplacer la dépendance par rapport au temps t par la dépendance par rapport à l'abscisse curviligne s le long du profil. Grâce au changement de variables défini par ds/dt = u où u désigne la vitesse locale sur le profil, l'équation de Rayleigh-Plesset simplifiée en forme de variables spatiales est présentée à l'équation suivante, dans laquelle le point désigne la dérivation par rapport à s:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 - \frac{\dot{P}}{\rho u^2}R\dot{R} = \frac{P_V - P}{\rho u^2}$$
(3.4)

où R est le rayon de la bulle de cavitation en fonction de l'abscisse curviligne s le long du profil et P désigne la loi spatiale de pression que subit la bulle.

Enfin, en utilisant la corde c du profil et la vitesse amont U_{∞} comme les valeurs de référence, cette équation prend la forme adimensionnelle suivante :

$$\tilde{R}\ddot{\tilde{R}} + \frac{3}{2}\dot{\tilde{R}}^2 - \frac{\dot{C}_P}{2(1 - C_P)}\tilde{R}\dot{\tilde{R}} = -\frac{1}{2}\frac{(C_P + \sigma_V)}{(1 - C_P)}$$
(3.5)

où R est le rayon de la bulle adimensionnalisé par la corde du profil.

3.2.2 Implémentation du modèle dans le code potentiel 2D

Ce modèle de cavitation a été implémenté dans le code potentiel 2D (présenté en Section 2.4). D'abord le code potentiel 2D est utilisé pour calculer le champ de coefficient de pression que subit la bulle. L'équation de Rayleigh-Plesset simplifiée (l'Equation 3.5) est ensuite résolue en utilisant la méthode de Rung-Kutta d'ordre 4 pour déterminer l'évolution de rayon des bulles de cavitation, \tilde{R} et $\dot{\tilde{R}}$, avec les valeurs initiales $\tilde{R}(0) = \tilde{R}_0$ et $\dot{\tilde{R}}(0) = 0$. L'intégration de l'équation de Rayleigh-Plesset démarre quand la pression est inférieure à la pression de vapeur, $C_P \leq -\sigma_V$. Cela équivaut au critère de détachement de Brillouin-Villat. Bien entendu, l'épaisseur adimensionnelle de la poche est le rayon adimensionnel des bulles de cavitation, $\tilde{t}_c = \tilde{R}$.

Enfin, l'effet de la poche de cavitation est pris en compte dans le code potentiel 2D en utilisant la technique des vitesses de transpiration (présentée dans la Section 2.6). Dans ce cas spécifique, les vitesses de transpiration \tilde{v}^* sont définies comme suit :

$$\tilde{v}^* = \tilde{u}\tilde{R} \tag{3.6}$$

où \tilde{u} est la vitesse tangentielle adimensionnelle.

3.2.3 Test du modèle : résultats et discussion

Ce modèle a été testé pour simuler la poche de cavitation sur un profil 2D, le NACA66(mod)-312 a=0.8, le même profil que celui utilisé dans la Section 4.1. Dans ce test, le profil est placé à 6° d'incidence par rapport à l'écoulement amont, en milieu infini non-visqueux (pas de simulation de la couche limite).

La solution de l'équation de Rayleigh-Plesset dépend du rayon initial R_0 ou en d'autres termes, de la taille des germes de cavitation. Une étude numérique de l'effet du rayon initial R_0 a été effectuée et est présentée en Figure 3.3 et au Tableau 3.1. Le volume de la poche dans le Tableau 3.1 est calculé par l'intégration du rayon de la bulle du point de détachement jusqu'au point de fermeture, $\tilde{V} = \int \tilde{R} d\tilde{s}$.



Figure 3.3. Effet du rayon initial sur l'évolution d'une bulle de cavitation

$ ilde{R}_0$	Volume de poche adimensionnel	Écart relatif
$2 imes 10^{-2}$	2.003×10^{-2}	0.700
$1 imes 10^{-2}$	1.583×10^{-2}	0.344
1×10^{-3}	1.211×10^{-2}	0.028
1×10^{-4}	1.180×10^{-2}	0.002
1×10^{-5}	1.178×10^{-2}	—

Tableau 3.1. Effet du rayon initial sur l'évolution d'une poche de cavitation

Selon la Figure 3.3 et le Tableau 3.1, les résultats du rayon initial adimensionnel de 10^{-4} et de 10^{-5} sont évidemment presque les mêmes. La différence en volume des deux cas d'étude est très petite (0.2%). Cela démontre que la solution de l'équation de Rayleigh-Plesset ne dépend plus du rayon initial quand le rayon initial est suffisamment petit, de l'ordre de grandeur adimensionnel de 10^{-4} dans ce cas. Cet ordre de grandeur convient bien avec la taille des germes de cavitation mentionnée dans l'ouvrage de Franc et al. (1995). La taille des germes typiques est de quelques microns ou dizaines de microns de diamètre pour un profil de 10 cm de corde. Le rayon adimensionnel est donc de 10^{-5} .

La valeur du nombre de cavitation σ_V est choisie de telle sorte que la longueur de la poche l_c soit à peu près de 30% de la longueur de corde. Dans ce test, le nombre de cavitation est de 1.35 ($\sigma_V = 1.35$). La Figure 3.4 présente les résultats du modèle de l'enveloppe des bulles en terme de coefficient de pression. Les résultats montrent un plateau de coefficient de pression sur la poche mais la valeur moyenne des coefficients de pression sur le plateau est très loin de la valeur attendue. Le plateau de coefficient de pression se trouve à peu près à -2.2 au lieu de -1.35. Les résultats du modèle de cavitation à poche développé dans ce document (voir la Section 3.4) sont également présentés à la Figure 3.4 à titre comparatif. Les longueurs des plateaux de pression prédits par les deux modèles sont comparables mais pas les longueurs de la zone de fermeture. La comparaison de la forme de poche des deux modèles est aussi effectuée et présentée à la Figure 3.5. La poche prédite par le modèle de l'enveloppe des bulles est beaucoup plus épaisse que celle prédite par le modèle proposé dans ce document et sa fermeture est plus brutale.

Un autre point, contrairement aux résultats du modèle proposé dans ce document, est que les résultats du modèle de l'enveloppe des bulles n'ont pas de pic de pression inférieur à la pression de vapeur dans la région amont de la poche près du bord d'attaque.



Figure 3.4. Résultat du modèle de l'enveloppe des bulles de cavitation; profil NACA66(mod)– $312 a=0.8, \alpha = 6^{\circ}, \sigma_V = 1.35$, milieu infini non-visqueux



Figure 3.5. Forme de poche du modèle de l'enveloppe des bulles de cavitation; profil NACA66(mod)–312 a=0.8, $\alpha = 6^{\circ}$, $\sigma_V = 1.35$, milieu infini non-visqueux

En conclusion, ce modèle de l'enveloppe des bulles de cavitation ne permet pas d'obtenir le plateau de coefficient de pression attendu dans ce cas test. Le mécanisme de la construction d'une poche de cavitation à partir d'une saturation en bulles de cavitation est également discutable. La Figure 3.6, extraite de l'ouvrage de Franc et al. (1995), montre la saturation en bulles de cavitation sur un profil et sur cette photo, on peut voir qu'elle ne ressemble en rien à une poche de cavitation.



Figure 3.6. Saturation en cavitation par bulles; photo extraite de Franc et al. (1995)

3.3 Investigations préliminaires

Nous venons de voir que le modèle de l'enveloppe des bulles pour représenter les poches de cavitation ne donne pas de bons résultats. On ne peut donc pas l'utiliser pour définir la géométrie de la poche. Il faut donc trouver un autre moyen pour définir la géométrie de la poche.

3.3.1 Forme de poche imposée

Afin d'étudier la possibilité de modéliser la cavitation à poche partielle dans le code potentiel en utilisant la technique des vitesses de transpiration, une étude numérique de l'effet de la géométrie de poche a été effectuée. La longueur de poche dépend bien sûr du nombre de cavitation. Il est donc intéressant d'imposer une forme de poche, bien sûr pas trop ridicule, et d'étudier l'effet de la longueur de poche et de l'épaisseur maximale de la poche sur la distribution du coefficient de pression. La forme de poche imposée est définie comme suit :

$$t_{c}(s) = \begin{cases} t_{c,max} \sin\left[\frac{\pi}{2} \frac{s}{0.66 \, l_{c}}\right] & \text{si } s < 0.66 \, l_{c} \\ \\ t_{c,max} \sin\left[\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \frac{(s - 0.66 \, l_{c})}{0.34 \, l_{c}}\right] & \text{si } s > 0.66 \, l_{c} \end{cases}$$
(3.7)

où s est la distance curviligne par rapport au point de détachement, t_c l'épaisseur de la poche, $t_{c,max}$ l'épaisseur maximale de la poche et l_c la longueur de poche. La forme de poche imposée est présentée en Figure 3.7.



Figure 3.7. Forme géométrique de la poche correspondant à l'Equation 3.7

Des simulations ont été effectuées pour cette étude. Le détachement de la poche est imposé au bord d'attaque dans ces simulations. La Figure 3.8 présente l'effet de longueur et d'épaisseur maximale de la poche imposée sur la distribution des coefficients de pression du profil NACA66(mod)-312 a=0.8. Elle montre également que l'on peut trouver un plateau de pression de vapeur sur la poche imposée en faisant varier sa longueur et son épaisseur maximale de manière itérative.



Figure 3.8. Effets de l'épaisseur et de la longueur de poche imposées sur la distribution des coefficients de pression ; profil NACA66(mod)–312 a=0.8, $\alpha = 6^{\circ}$; (à gauche) $l_c/c = 0.3 t_{c,max}$ variable, (à droite) $l_c/c = 0.5 t_{c,max}$ variable

Ces résultats numériques montrent la possibilité de modéliser une géométrie de poche quelconque ou presque en utilisant des vitesses de transpiration. On montre bien la flexibilité de la méthode des vitesses de transpiration, par contre on ne peut baser un modèle qui se veut physique sur des paramètres uniquement géométriques.

3.3.2 Seuil de pression de vapeur

Plutôt que d'aborder directement le problème du modèle en termes d'ouverture et de fermeture de poche, on choisit de se limiter à une seule observation physique simple, à savoir que le changement de phase est dû au seuil de pression correspondant à la pression de vapeur saturante.



Figure 3.9. Choix de v^* en fonction de $\sqrt{|P_V - P|}$

Le modèle le plus simple en utilisant la méthode des vitesses de transpiration est résumé à la Figure 3.9. La poche s'ouvre à partir du point où P est inférieure à P_V ($v^* > 0$), et commence à se refermer dès que P est plus grande que P_V ($v^* < 0$). Cela implique ici en première hypothèse que la poche doit pouvoir être déterminée par la distribution de pression en régime subcavitant. Selon cette approche v^* est donc fonction de $P_V - P$. Par soucis d'homogénéité, on a d'abord posé :

$$v^* = \pm \beta \sqrt{\frac{2}{\rho} |P_V - P|} \tag{3.8}$$

Si on implémente ce modèle tel quel, on obtient bien un plateau de pression sur une certaine longueur à partir de $P < P_V$ mais la pression de ce plateau, qui correspond à la surface de la poche, n'est pas égale et même en fait plus petite que la pression de vapeur saturante. Ce modèle brut ne donne donc pas un résultat physique.

Si on garde en tête le schéma de la Figure 3.9, on doit introduire en plus du facteur de proportionnalité β , un facteur k permettant d'ajuster la hauteur du plateau, autrement

dit affectant P_V . Cette correction nous a amené au modèle cumulatif et itératif suivant :

$$v_{it}^{*}(s) = \begin{cases} v_{it-1}^{*}(s) + \beta \sqrt{\frac{2}{\rho} |k P_{V} - P_{it-1}(s)|} & \text{si } k P_{V} > P_{it-1}(s) \\ v_{it-1}^{*}(s) - \beta \sqrt{\frac{2}{\rho} |k P_{V} - P_{it-1}(s)|} & \text{si } k P_{V} < P_{it-1}(s) \end{cases}$$
(3.9)

avec

$$v_{0}^{*}(s) = \begin{cases} +\beta \sqrt{\frac{2}{\rho} |k P_{V} - P_{sub}(s)|} & \text{si} \quad k P_{V} > P_{sub}(s) \\ \\ -\beta \sqrt{\frac{2}{\rho} |k P_{V} - P_{sub}(s)|} & \text{si} \quad k P_{V} < P_{sub}(s) \end{cases}$$
(3.10)

processus itéré jusqu'à ce que l'écart type de P sous la poche soit minimal.

Pour compléter ce modèle, le plus naturel a consisté à arrêter la simulation de la poche par injection de vitesses de transpiration quand l'intégrale de ces vitesses rapportées à la vitesse locale devient nulle, c'est-à-dire quand aucun débit supplémentaire n'est ajouté dans l'écoulement. Soit :

$$t_c(s) = \int_{s_0}^s \frac{v^*}{u_{sub}} \,\mathrm{d}s = 0 \tag{3.11}$$

où t_c est l'épaisseur de poche au point d'abscisse curviligne s.

Ce modèle a été implémenté et ses résultats comparés à une étude numérique précédente effectuée au BEC (Briançon-Marjollet and Merle, 1999), sur laquelle nous reviendrons au chapitre suivant lors de la validation et de la vérification du modèle de cavitation final. La comparaison présentée en Figure 3.10 semble qualitativement bonne au premier abord. Ce modèle ainsi que cette comparaison ont déjà été présentés dans Laurens and Phoemsapthawee (2004a), et un rapport qui explique l'ensemble de cette étude a également été rapporté pour le Bassin d'Essais des Carènes (Laurens and Phoemsapthawee, 2004b). Encore une fois, cette étude préliminaire montre la flexibilité de la technique des vitesses de transpiration qui au passage lorsqu'implémentée dans un code potentiel 3D instationnaire permet de suivre l'évolution tridimensionnelle et temporelle de la poche.

Par contre, ce modèle n'est pas vraiment satisfaisant. Le facteur β est parfaitement justifié car il sert à la fois de facteur de relaxation et de relation entre vitesse de transpiration et épaisseur de poche. Par contre, le facteur k placé devant P_V est moins satisfaisant. Il est un peu le tournevis qui manipulé conjointement avec β permet d'obtenir n'importe quel résultat souhaité. C'est en essayant de valider ce modèle que nous avons dû nous rendre compte qu'au final l'altération du paramètre physique P_V (remplacé arbitairement par $k P_V$) représentait une lacune trop importante.

Sans rompre avec les principaux éléments de la méthode, en particulier l'hypothèse que la poche peut être entièrement déterminée à partir de la distribution de pression en régime subcavitant, le point suivant présente le modèle finalement adopté, en remettant partiellement en question le schéma de la Figure 3.9.



Figure 3.10. Comparaison des résultats numériques en termes de coefficient de pression de Briançon-Marjollet and Merle (1999) (à gauche) et le modèle présent (à droite); hydrofoil 3D rectangulaire, profil NACA0004, $\Lambda = 3$, $\alpha = 3.5^{\circ}$, $\sigma_V = 0.45$

3.4 Modèle de cavitation

C'est dans cette section que le modèle de cavitation à poche développé durant la thèse est exposé. Ce modèle a été présenté pour la première fois à la communauté scientifique nationale dans Phoemsapthawee et al. (2007b). Cette présentation a ensuite été retenue pour être publiée dans le "*European Journal of Environmental and Civil Engineering*" (Phoemsapthawee et al., 2008a). Le modèle a enfin été présenté à la communauté scientifique internationale dans Phoemsapthawee et al. (2007a). Dans la continuité, la validation complète ainsi que l'application du modèle en régime instationnaire ont été présentées dans Phoemsapthawee et al. (2008b) et Phoemsapthawee et al. (2009b).

3.4.1 Présentation du modèle

Comme précédemment, on propose qu'il y ait une relation entre la géométrie de la poche de cavitation et la distribution de pression en condition subcavitante. Par contre, au lieu de relier directement v^* à $P_V - P$, on cherche plutôt à exprimer les variations spatiales de v^* , c'est-à-dire dv^*/ds , en fonction de $P_V - P$ (Figure 3.11 à comparer à la Figure 3.9). Ce nouveau modèle est présenté Equation 3.12, qui décrit la relation entre la vitesse de transpiration v^* et la distribution de pression en condition subcavitante P_{sub} .

$$v^*(s) = \frac{2k}{\rho U_{\infty} l} \int_{s_0}^s \left(P_V - P_{sub} \right) \,\mathrm{d}s \tag{3.12}$$

où k désigne un facteur d'adaptation, U_{∞} la vitesse de référence, l la longueur de référence, P_V la pression de vapeur, s l'abscisse curviligne, et s_0 le point de détachement de la cavité.

L'épaisseur de la poche de cavitation t_c au point d'abscisse curviligne s correspondant peut alors se déterminer, à partir de la vitesse de transpiration, par l'Equation 3.13.

$$t_c(s) = \int_{s_0}^s \frac{v^*}{u_{sub}} \,\mathrm{d}s \quad ; \quad t_c \ge 0 \tag{3.13}$$

où u_{sub} désigne la vitesse tangentielle en condition subcavitante.

Enfin de façon adimensionnelle, les équations de base du modèle, les Equations 3.12 et 3.13, peuvent s'écrire comme présentées dans les Equations 3.14 et 3.15 en utilisant la définition du coefficient de pression et celle du nombre de cavitation :

$$\tilde{v}^*(s) = -k \int_{\tilde{s}_0}^{\tilde{s}} \left(C_{Psub} + \sigma_V \right) \, d\tilde{s} \tag{3.14}$$

$$\tilde{t}_c(s) = \int_{\tilde{s}_0}^{\tilde{s}} \frac{\tilde{v}^*}{\tilde{u}_{sub}} d\tilde{s} \quad ; \quad \tilde{t}_c \ge 0$$
(3.15)

Ce modèle de cavitation est schématiquement présenté Figure 3.11, que l'on peut comparer à la Figure 3.9.



Figure 3.11. Schéma de présentation du modèle de cavitation

3.4.2 Schéma de calcul

Le schéma général de calcul est le suivant :

- On suit une ligne de courant le long de la paroi, à partir du point d'arrêt. Tant que la pression en condition subcavitante est supérieure à la pression de vapeur $(P_{sub} > P_V)$, la vitesse de transpiration est mise à zéro $(v^* = 0)$. Cela est évident car l'épaisseur de la poche ne peut pas être négative $(t_c \ge 0)$.
- La ligne de courant se détache de la paroi et forme la poche au point où la pression en condition subcavitante dépasse la pression de vapeur $(P_{sub} = P_V)$. Ceci est équivalent au **critère de détachement de Brillouin-Villat**.

- Par la suite, la vitesse de transpiration v^* ainsi que l'épaisseur de la poche t_c sont calculées en utilisant les Equations 3.12 et 3.13 ou les Equations 3.14 et 3.15. Numériquement, la méthode des trapèzes est simplement choisie pour calculer ces valeurs d'intégration.
- La poche est fermée et la ligne de courant se rattache à la paroi losque l'épaisseur de la poche revient à zéro $(t_c = 0)$.
- En aval du point de fermeture de la poche, la vitesse de transpiration est remise à zéro $(v^* = 0)$. Bien sûr, cela est dû au fait que l'épaisseur de la poche ne peut pas être négative.

De cette manière, la longueur de la poche ne dépend que de la distribution de la pression en condition subcavitante et de la pression de vapeur. Ni un submodèle supplémentaire de fermeture de la poche ni des paramètres empiriques ne sont nécessaires.

3.4.3 Procédure d'itération

Le facteur d'adaptation k qui intervient dans le modèle (l'Equation 3.12 ou 3.14) est déterminé automatiquement de façon itérative selon l'algorithme suivant :

- A partir de deux valeurs initiales choisies relativement petites, on calcule les vitesses de transpiration v^* sur le profil, les formes de poches de cavitation qui en résultent, et les distributions de pression correspondantes.
- On itère ensuite sur la valeur de k en utilisant la méthode de la sécante pour atteindre le critère $P = P_V$ sur la poche au point d'épaisseur maximale de la poche :

$$k_{it+1} = k_{it} - \frac{(k_{it} - k_{it-1})}{(\Delta P_{it} - \Delta P_{it-1})} \Delta P_{it}$$
(3.16)

où $\Delta P = P - P_V$ au point d'épaisseur maximale de la poche.

Numériquement, le critère $P = P_V$ est remplacé par

$$\left|\frac{P - P_V}{P_\infty - P_V}\right| < \epsilon \tag{3.17}$$

où ϵ est l'erreur acceptable. On prend $\epsilon = 0.01$ pour toutes les simulations présentées dans ce document. Dans la pratique plutôt que de travailler directement sur la pression (quantité $P - P_V$), on a choisi de travailler en adimensionnel sur les coefficients de pression (quantité $C_P + \sigma_V$).

3.5 Implémentation du modèle dans les codes potentiels

Dans ce document, le modèle de cavitation à poche a été implémenté dans deux codes potentiels différents : le code potentiel bidimensionnel stationnaire couplé avec un modèle de couche limite (présenté à la Section 2.4) et le code potentiel tridimensionnel instationnaire (présenté à la Section 2.5).

3.5.1 Implémentation dans le code potentiel 2D stationnaire

Comme présenté à la Section 2.4, ce code bidimensionnel prend en compte l'effet de confinement en utilisant la fonction de Green modifiée par la théorie des images. Quant au modèle de couche limite, la méthode des vitesses de transpiration est employée. Cette méthode des vitesses de transpiration est également utilisée pour simuler la poche de cavitation comme présenté dans la section précédente. Le principal point délicat réside alors dans l'interaction du modèle de cavitation à poche avec le modèle de couche limite. La littérature montre un désaccord parmi des observations expérimentales (Dupont and Avellan, 1991; Brewer and Kinnas, 1997). Au lieu d'augmenter la compléxité avec un modèle additionnel, on a décidé d'inhiber la couche limite là où la poche de cavitation est présente. A l'intrados subcavitant, la couche limite est simulée normalement du point d'arrêt au bord de fuite. À l'extrados cavitant, la procédure de simulation est présentée comme suit :

- Les vitesses de transpiration représentant la couche limite sont calculées en régime laminaire du point d'arrêt au point de détachement de la poche.
- Du point de détachement de la poche au point de fermeture de la poche, les vitesses de transpiration représentant la couche limite sont mises à zero. L'épaisseur de la couche limite reste donc constante sur la poche de cavitation.
- En aval de la poche de cavitation du point de fermeture de la poche au bord de fuite, le calcul de la couche limite est repris en régime turbulent avec l'épaisseur précédente comme condition initiale.

Le schéma de ce couplage du calcul de couche limite et du modèle de poche de cavitation est présenté en Figure 3.12. Cette procédure, si elle n'est pas juste en toute rigueur, permet de modéliser conjointement la couche limite et la poche de cavitation.



Figure 3.12. Couplage du calcul de couche limite et du modèle de poche de cavitation

3.5.2 Implémentation dans le code potentiel 3D instationnaire

Les caractéristiques principales du code potentiel tridimensionnel instationnaire utilisé pour toutes les simulations tridimensionnelle dans ce document a déjà été présenté à la Section 2.5. Afin d'implémenter le modèle de cavitation à poche dans ce code potentiel tridimensionnel instationnaire, certaines hypothèses doivent être faites.

Comme le modèle est défini le long d'une ligne de courant, on doit imposer que

Hypothèse : Les vitesses de perturbation dues à la présence du corps sont petites par rapport à la vitesse de l'écoulement.

Cette hypothèse permet l'implémentation du modèle de poche de cavitation sur chaque bande (comprise entre deux sections) des corps portants : hydrofoils ou pales d'hélice. De plus, le facteur d'adaptation k doit prendre des valeurs différentes pour chaque bande.

Le facteur d'adaptation k de chaque bande est déterminé indépendamment des facteurs d'adaptation des autres bandes en utilisant la méthode de la sécante comme dans les cas bidimensionnels. De cette manière, le modèle de cavitation est traité en quelque sorte comme dans une méthode des tranches. Cependant les simulations restent tridimensionnelles car la détermination de la distribution des doublets pour satisfaire à la condition de Kutta est effectuée d'une manière tridimensionnelle. Dans la méthode de relaxation utilisée pour déterminer la valeur du facteur d'adaptation k dans chaque bande à chaque pas de temps, la variation de k ne dépasse pas 5% de la valeur de k obtenue à l'itération précédente, comme présenté à l'Equation 3.18.

si
$$k_{it+1} > 1.05 k_{it}$$
 alors $k_{it+1} = 1.05 k_{it}$
si $k_{it+1} < 0.95 k_{it}$ alors $k_{it+1} = 0.95 k_{it}$

$$(3.18)$$

Plus précisement, le critère de convergence dans le cas tridimensionnel est atteint quand la différence de pression par rapport à la pression de vapeur de toutes les bandes est inférieure à l'erreur accceptable :

$$\forall j \quad \left| \frac{P_j - P_V}{P_\infty - P_V} \right| < \epsilon \quad \text{ou} \quad \left| \frac{C_{Pj} + \sigma_V}{\sigma_V} \right| < \epsilon \tag{3.19}$$

où j est le numéro de bande.

Pour les simulations instationnaires, une autre hypothèse est requise. Compte tenu du principe du modèle, il est nécessaire de supposer que

Hypothèse : L'inertie de la phase vapeur, due au changement de phase sous l'effet d'une fluctuation de pression, est négligée devant celle de la phase liquide environnante.

En d'autres termes, cela signifie que la géométrie de la poche de cavitation s'adapte immédiatement à la distribution de pression instantannée environnante, et donc ne dépend pas de la géométrie de la poche au pas de temps précédent.

3.6 Études numériques

Dans cette section, des simulations numériques ont été effectuées pour étudier les performances du modèle proposé dans ce document. Le code bidimensionnel présenté à la Section 2.4 est utilisé dans cet objectif. Néanmoins le module de la couche limite n'est pas activé pour toutes les études de cette section. Le même cas test que celui utilisé dans la Section 3.2.3 est repris pour toutes les études de cette section. Le profil utilisé est le NACA66(mod)–312 a=0.8 et il est placé à 6° d'incidence par rapport à l'écoulement amont, en milieu infini non-visqueux. Le nombre de cavitation est également de 1.35 ($\sigma_V = 1.35$).

3.6.1 Effet du facteur d'adaptation k

On étudie d'abord l'effet du facteur d'adapation k. Les simulations avec des valeurs du facteur k imposées ont été effectuées. Les résultats numériques montrant l'effet de la variation de k sur la distribution des vitesses de transpiration, des coefficients de pression et des épaisseurs de la poche sont présentés à la Figure 3.13.



Figure 3.13. Effet du facteur k; profil NACA66(mod)–312 a=0.8, $\alpha = 6^{\circ}$, milieu infini non-visqueux, $\sigma_V = 1.35$

Les résultats numérique présentés à la Figure 3.13 montrent bien, comme c'était mathématiquement prévisible, que les vitesses de transpiration et les épaisseurs de poche varient linéairement en fonction du facteur k. De plus, les coefficients de pression obtenus varient également linéairement en fonction du facteur k. Ils montrent également que la longueur de poche ne dépend pas du facteur k.

La variation de la différence entre la pression calculée et la pression de vapeur $P-P_V$, ou sous forme adimensionnelle $C_p + \sigma_V$, au point de l'épaisseur maximale de poche en fonction du facteur k est présentée à la Figure 3.14. Dans ce cas spécifique, cette variation est presque une ligne droite. C'est ce résultat typique qui nous a suggéré d'utiliser la méthode de la sécante pour déterminer le facteur k, comme mentionné à la Section 3.4.3. Ainsi on obtient une convergence en trois ou quatre itérations seulement. C'est du moins le cas dans les simulations bidimensionnelles. Pour les simulations tridimensionnelles la résolution globale impose un plus grand nombre d'itérations (trois ou quatre dizaines en général), une procédure de relaxation ayant été introduite en 3D.



Figure 3.14. $C_P + \sigma_V$ au point de l'épaisseur maximale de la poche en fonction du facteur k

3.6.2 Effet du nombre de mailles

Des simulations pour étudier l'effet du nombre de mailles sur les résultats du modèle de poche de cavitation ont été effectuées. Le profil utilisé est toujours le NACA66(mod)– 312 a=0.8 avec l'angle d'incidence de 6 degrés en milieu infini non-visqueux. En plus des simulations avec le nombre de cavitation σ_V de 1.35, des simulations avec le nombre de cavitation de 1.75 sont également effectuées. Les deux nombres de cavitation sont choisis de telle manière que les longueurs de poche soient a peu près de 20% et 50% de la longueur de la corde. Les simulations sont effectuées pour les nombres de mailles autour du profil de 50, 100 et 200.

La distribution des coefficients de pression et la forme de poche pour les simulations avec le nombre de cavitation de 1.35 sont présentées aux Figures 3.15 et 3.16. On peut voir que les résultats numériques obtenus pour des nombres de mailles autour de profil de 100 ou 200 sont quasiment superposés. Le pic de recompression au point de fermeture de la poche est bien marqué dans la simulation avec 200 mailles. Ce pic est moins marqué avec 100 mailles, pour disparaître avec 50 mailles. Cette différence est liée à la taille des mailles en sortie de poche.

Pour les simulations avec le nombre de cavitation de 1.75 (voir les Figures 3.17 et 3.18), l'effet du nombre de mailles est plus flagrant qu'avec les simulations avec un nombre de cavitation de 1.35. Ceci est lié au nombre de mailles situées au niveau de la poche de cavitation. La méthode des trapèzes choisie pour les calculs d'intégration fonctionne moins bien dans ce cas.

Quoi qu'il en soit, la différence en terme d'effort hydrodynamique entre les différents cas de maillage ne dépasse pas 1% (voir les Tableaux 3.2 et 3.3).



Figure 3.15. Effet du nombre de mailles sur la distribution des coefficients de pression; profil NACA66(mod)–312 a=0.8, $\alpha = 6^{\circ}$, milieu infini non-visqueux, $\sigma_V = 1.35$



Figure 3.16. Effet du nombre de mailles sur la forme de la poche de cavitation; profil NACA66(mod)-312 a=0.8, $\alpha = 6^{\circ}$, milieu infini non-visqueux, $\sigma_V = 1.35$



Figure 3.17. Effet du nombre de mailles sur la distribution des coefficients de pression; profil NACA66(mod)–312 a=0.8, $\alpha = 6^{\circ}$, milieu infini non-visqueux, $\sigma_V = 1.75$



Figure 3.18. Effet du nombre de mailles sur la forme de la poche de cavitation; profil NACA66(mod)–312 a=0.8, $\alpha = 6^{\circ}$, milieu infini non-visqueux, $\sigma_V = 1.75$

Nombre de mailles	l_c/c	Volume de poche adimensionnel	C_L
50	0.5057	$7.407 \times 10^{-3} \\ 7.921 \times 10^{-3} \\ 2.427 = 10^{-3}$	1.057
100	0.5398		1.062

Tableau 3.2. Effet du nombre de mailles ; profil NACA66(mod)–312 a=0.8, $\alpha = 6^{\circ}$, milieu infini non-visqueux, $\sigma_V = 1.35$

Nombre de mailles	l_c/c	Volume de poche adimensionnel	C_L
50 100	0.2154	1.614×10^{-3} 1.066 × 10^{-3}	1.024
200	0.2337 0.2387	1.900×10^{-3} 1.869×10^{-3}	1.030 1.034

Tableau 3.3. Effet du nombre de mailles; profil NACA66(mod)–312 a=0.8, $\alpha = 6^{\circ}$, milieu infini non-visqueux, $\sigma_V = 1.75$

3.7 Bilan du chapitre

Les différents modèles proposés dans la littérature offrent des degrés de complexité variables qui peuvent être autant liés à l'interprétation physique du phénomène qu'à la méthode de calcul d'écoulement utilisée. La technique des vitesses de transpiration est la véritable originalité du présent développement. Elle permet de forcer une géométrie de poche ou de la relier aux différences de pression entre la pression obtenue en régime subcavitant et la pression de vapeur saturante.

Dans un premier temps, on essaie de représenter la poche comme un train de bulles dont l'épaiseur est considérée comme le rayon d'une bulle isolée et est calculée par l'équation de Rayleigh-Plesset. La technique des vitesses de transpiration permet d'imposer la forme de poche calculée par ce modèle. Si la forme de poche obtenue est réaliste, le plateau de pression au niveau de la poche ne correspond pas à la valeur de la pression de vapeur saturante. Bien que ce modèle soit basé sur une équation physique, ce résultat n'est guère surprenant car l'écoulement saturé en bulles n'a rien de commun avec un écoulement comportant une poche de cavitation (Figure 3.6).

Dans un second temps, il est d'abord établi pour démonstration que l'on peut forcer une géométrie de poche qui permet d'obtenir un plateau à la bonne valeur de la pression. Un tel modèle, à géométrie de poche paramétrique, n'est bien sûr pas acceptable car les paramètres géométriques sont autant de facteurs d'ajustement n'ayant aucune signification par rapport à la physique du phénomène. De plus, la solution d'un tel modèle ne serait pas unique. À la suite de ce travail, afin de relier le modèle à la physique du phénomène, on est parti de l'hypothèse que la physique de la poche était uniquement déterminée par la pression de vapeur et la distribution des pressions en régime subcavitant. Ceci a d'abord conduit à déterminer les vitesses de transpiration en fonction de la différence entre la pression en régime subcavitant et la pression de vapeur saturante. On a également imposé de façon naturelle que l'intégrale des vitesses de transpiration soit nulle (égalilté des débits de vaporisation et de condensation à la surface de la cavité) ce qui marque le point de fermeture de la poche. Le modèle ainsi obtenu s'est révélé satisfaisant de façon qualitative mais n'a pas pu être validé au final.

Dans un troisième temps, tout en conservant les mêmes hypothèses générales, un troisième et dernier modèle a été proposé, dans lequel ce sont les variations spatiales des vitesses de transpiration qui sont exprimées en fonction de la différence entre la pression en régime subcavitant et la pression de vapeur saturante. Le modèle de cavitation ainsi obtenu ne contient au final aucun paramètre artificiel, aucun modèle de fermeture additionnel, et ne repose principalement que sur quelques hypothèses physiques raisonnables. Ce modèle a été implémenté dans le code potentiel 2D stationnaire et dans le code potentiel 3D instationnaire. Des cas test sur un profil bidimensionnel ont montré son bon comportement et ont permis de vérifier son implémentation. Une étude de la sensibilité au maillage a également souligné la robustesse et la rapidité du modèle. Enfin, les résultats présentés sont a priori conformes à la compréhension physique du phénomène.

Les éléments de vérification et de validation de ce dernier modèle de cavitation font l'objet des chapitres 4 et 5 suivants.