

Exploitation du modèle en étoile

6.1 Introduction

Le chapitre précédent nous a permis de présenter les principes du modèle en étoile : utilisation de l'écoute flottante, partition des agents en groupes autour de leaders, formation et évolution des croyances, désirs et connaissances des agents envers la composition des groupes. Dans ce chapitre nous nous consacrons à la manière d'exploiter ce modèle. Insistons sur le fait que le modèle en étoile a une vocation normative, il ne contraint en rien l'architecture des agents ou la manière dont ils prennent leurs décisions. Il assure simplement que si les agents respectent certaines règles (notamment de cohérence) ils peuvent utiliser les principes du modèle et les outils présentés dans ce chapitre pour adapter dynamiquement leur organisation aux conditions de communication en créant, rejoignant et quittant des groupes. Notons au passage que dans [Glance et Huberman, 1995], Glance et Huberman ont montré que la possibilité de quitter son groupe combinée avec la difficulté d'évoluer parmi des groupes déjà établis permet les plus hauts niveaux de coopération.

Tout d'abord, afin de communiquer à propos des groupes, les agents ont besoin d'un langage. Nous proposons donc un ensemble d'*attitudes propositionnelles*, qui, une fois instanciées, correspondent aux messages que peuvent s'échanger les agents à propos des groupes. Ensuite, nous présentons un mécanisme qui permet à un agent de suivre l'évolution de l'or-

ganisation de l'équipe en fonction des messages qu'il perçoit par écoute flottante. Enfin, nous nous intéressons aux problèmes liés aux horloges des agents.

6.2 Attitudes propositionnelles

Le modèle en étoile repose sur les communications entre agents, qui doivent pouvoir exprimer leur désir de rejoindre un groupe, leurs croyances, leurs connaissances à propos de la composition des groupes, *etc.* Le concept d'*attitude propositionnelle*¹ (AP) [Fodor, 1987] est adapté pour exprimer ce type d'information.

6.2.1 Messages

Tous les messages que s'échangent les agents dans le cadre du modèle en étoile sont des AP. Une attitude propositionnelle est classiquement composée de trois parties : un sujet, un contenu propositionnel et une attitude. Dans notre modèle, le sujet correspond bien sûr à l'agent qui formule le message. Le contenu propositionnel correspond à un groupe et à des connaissances à propos de ce groupe. Enfin, l'attitude fait partie d'un ensemble fini {AFF, BEL, JOIN, CHK, BRK, QUIT} qui sera détaillé à la section suivante. La représentation que nous avons choisie pour les messages ne met toutefois pas directement en évidence cette séparation :

$$AP(A_e, T_e, [A_L, T_L], \{(A_j, d_j), \dots\})$$

Sujet

Le sujet est ici simplement A_e , l'agent émetteur. Rappelons au passage que nous faisons l'hypothèse que chaque agent du système possède un identifiant unique.

Contenu propositionnel

Le contenu propositionnel du message correspond aux parties $[A_L, T_L]$ et $\{(A_j, d_j), \dots\}$. Nous avons déjà vu au chapitre précédent qu'un groupe

¹Nous avons déjà rencontré ce concept avec KQML à la section 3.5.1.

est identifié par son leader et sa date de création, le groupe concerné par le message est identifié ici comme $[A_L, T_L]$: le groupe créé à l'instant T_L par l'agent A_L . Cette partie peut éventuellement être remplacée par $\emptyset$ si l'agent A_e s'exprime à propos d'agents qui n'appartiennent pas à un groupe. On considère que $\emptyset$ est le « groupe vide » et qu'il correspond aux agents seuls.

La partie $\{(A_j, d_j), \dots\}$ correspond véritablement aux croyances et connaissances de l'agent A_e à propos du groupe $[A_L, T_L]$ (en dehors du fait que A_L soit son leader et qu'il ait été créé à T_L). Elle peut être optionnelle, l'agent A_e n'a pas nécessairement à exprimer ses croyances à propos de la composition du groupe, si par exemple il veut simplement le quitter. Mais s'il a besoin d'exprimer ses croyances, cela se fait sous la forme de couples $(A_j, d_j) \in \Gamma \times \mathbb{T}$. Chacun de ces couples correspond à un membre A_j du groupe $[A_L, T_L]$ d'après les croyances de A_e au moment T_e où il formule son message. On se souvient (voir la section 5.5.4) que les croyances se forment à partir des connaissances des agents, soit :

$$K_{A_e}(A_j \in [A_L, T_L]^t) \supset B_{A_e}(A_j \in [A_L, T_L]^{t'}), \forall t' > t$$

en l'absence d'information contradictoire entre t et t' .

Ici, la présence du couple (A_j, d_j) indique que A_e croit que A_j appartient à $[A_L, T_L]$ au moment où il formule son message, ce qui équivaut à :

$$B_{A_e}(A_j \in [A_L, T_L]^{T_e})$$

mais cela indique aussi qu'il fonde sa croyance sur le fait qu'il sait que A_j était membre de $[A_L, T_L]$ à la date d_j (notons que $d_j < T_e$), c'est-à-dire :

$$K_{A_e}(A_j \in [A_L, T_L]^{d_j})$$

De plus, d_j est la date la plus récente à laquelle A_e sait que A_j appartenait à $[A_L, T_L]$.

Attitude

La partie « attitude » correspond à PA et T_e . L'attitude elle-même correspond à PA et fait partie d'un ensemble de six éléments. L'attitude

- AFF permet au leader A_L d'exprimer ses croyances sur son groupe,
- BEL permet à un agent A_e quelconque d'exprimer ses croyances sur $[A_L, T_L]$,
- JOIN permet à A_e de demander à rentrer dans $[A_L, T_L]$,

- CHK permet à A_e de vérifier si ses croyances à propos de $[A_L, T_L]$ sont correctes,
- BRK permet à A_L de dissoudre $[A_L, T_L]$, et enfin
- QUIT permet à A_e d'annoncer qu'il quitte $[A_L, T_L]$.

La partie T_e permet d'indiquer à quel instant cette attitude était vraie, en effet, les communications ne sont pas instantanées et les croyances et les désirs des agents évoluent avec le temps (les connaissances, elles, sont immuables²). Il n'y a *a priori* pas de notion d'engagement dans les attitudes des agents, par exemple un désir à un instant donné peut ne plus être d'actualité quelques secondes plus tard.

6.2.2 Sémantique des attitudes propositionnelles

Nous avons défini six classes d'attitudes propositionnelles : AFF, BEL, JOIN, CHK, BRK et QUIT. Ces classes ont été choisies de manière empirique, en partie pour assurer une certaine lisibilité. Il aurait été possible par exemple de n'avoir que deux types d'AP, tels que Informer et Vérifier, auquel cas par exemple, quitter un groupe pourrait s'exprimer avec un Informer à propos de soi-même exprimant son appartenance au groupe vide. Nous avons préféré faire un compromis entre lisibilité et minimalité, l'ensemble choisi couvre nos besoins et assure une certaine compréhension pour le lecteur. Il ne s'agit en fait que d'une question d'écriture, l'importante est la sémantique des messages, pas leur syntaxe. Voyons maintenant les sémantiques de ces six classes d'AP.

Nous présenterons à chaque fois d'une part (en haut) un message, et d'autre part (en bas) sa sémantique :

Message
Sémantique

Croyances du leader : AFF

AFF est utilisée par un agent pour affirmer la création de son groupe ; il devient alors publiquement son leader et unique membre. Il devient alors possible pour des agents seuls de demander à entrer dans ce groupe. La création d'un groupe se fait par l'émission d'un message de la forme :

²Sauf dans le cas où $A_1 \in [A_2, t_2]^t$ vient « écraser » $A_1 \notin [A_2, t_2]^t$, voir section 5.5.3.

$\text{AFF}(A_L, T_L, [A_L, T_L], \{(A_L, T_L)\})$
$K_{A_L}(A_L \in [A_L, T_L]^{T_L})$ $K_{A_L}(A_i \notin [A_L, T_L]^{T_L}) \quad \forall A_i \neq A_L$ $K_{A_L}(A_L \notin [A'_L, T'_L]^{T_L}) \quad \forall [A'_L, T'_L] \neq [A_L, T_L]$

En créant ainsi son groupe, A_L affirme bien sûr en faire partie, mais affirme du même coup que personne d'autre n'en fait partie à cet instant, et que lui-même ne peut faire partie d'aucun autre groupe à T_L . Notons au passage que $K_{A_L}(A_L \notin [A'_L, T'_L]^{T_L})$, $\forall [A'_L, T'_L] \neq [A_L, T_L]$ peut en fait se déduire directement de $K_{A_L}(A_L \in [A_L, T_L]^{T_L})$. En effet, rappelons encore une fois que $K_{A_i}\varphi \supset \varphi$, et qu'un agent ne peut être membre que d'un seul groupe à un même instant. Dans la suite, nous n'inclurons donc pas ces « informations négatives » dans la sémantique des messages si elles peuvent être déduites.

Une fois son groupe créé, le leader utilise des AFF pour exprimer ses croyances sur la composition de son groupe. Cela prend la forme suivante :

$\text{AFF}(A_L, T_e, [A_L, T_L], \{(A_L, T_e), (A_j, d_j), \dots\})$
$K_{A_L}(A_i \in [A_L, T_L]^{d_i}) \quad \forall A_i \in \{A_L, A_j, \dots\}$ $B_{A_L}(A_i \in [A_L, T_L]^{T_e}) \quad \forall A_i \in \{A_L, A_j, \dots\}$ $D_{A_L}(A_i \in [A_L, T_L]^{T_e}) \quad \forall A_i \in \{A_L, A_j, \dots\}$ $K_{A_L}(A_i \notin [A_L, T_L]^{T_e}) \quad \forall A_i \notin \{A_L, A_j, \dots\}$

Chaque agent A_i de l'ensemble $\{(A_L, T_e), (A_j, d_j), \dots\}$ des agents cités par le leader comme faisant partie de son groupe faisait partie du groupe à la date d_i correspondante.³ Il s'agit là d'une connaissance qui fonde la croyance du leader que A_i fait partie du groupe à T_e , de plus, le leader exprime en même temps le désir que chacun de ces agents fasse encore partie du groupe au moment où il formule son AFF. Enfin, les agents qui ne sont pas cités par le leader comme membres ne font pas partie de son groupe à T_e .

Croyances : BEL

BEL est utilisée par un agent pour exprimer ses croyances sur la composition d'un groupe dont il n'est pas le leader :

³Les notations sont ici quelque peu abusives mais simplifient l'écriture.

$BEL(A_e, T_e, [A_L, T_L], \{(A_j, d_j), \dots\})$
$K_{A_e}(A_i \in [A_L, T_L]^{d_i}) \quad \forall A_i \in \{(A_j, d_j), \dots\}$
$B_{A_e}(A_i \in [A_L, T_L]^{T_e}) \quad \forall A_i \in \{(A_j, d_j), \dots\}$

Si A_e fait partie des agents $\{(A_j, d_j), \dots\}$, cela veut dire qu'il s'exprime à propos du groupe dont il croit faire partie, et qu'il désire donc toujours en faire partie au moment où il formule ce message, cela implique aussi qu'il ne fait pas partie d'un autre groupe :

$BEL(A_e, T_e, [A_L, T_L], \{(A_e, d_e), (A_j, d_j), \dots\})$
$K_{A_e}(A_i \in [A_L, T_L]^{d_i}) \quad \forall A_i \in \{A_e, A_j, \dots\}$
$K_{A_e}(A_e \notin [A'_L, T'_L]^{T_e}) \quad \forall [A'_L, T'_L] \neq [A_L, T_L]$
$B_{A_e}(A_i \in [A_L, T_L]^{T_e}) \quad \forall A_i \in \{A_e, A_j, \dots\}$
$D_{A_e}(A_i \in [A_L, T_L]^{T_e})$

Demande d'adhésion : JOIN

JOIN est utilisée par un agent pour demander à faire partie d'un groupe préexistant. Émettre un JOIN implique de quitter son groupe actuel si l'on n'est pas déjà seul. Si le leader du groupe concerné reçoit ce message et accepte l'adhésion, il « répond » avec un AFF incluant l'agent A_e comme membre avec une date $d_e = T_e$ (dans le couple correspondant (A_e, d_e) du AFF). La partie $\{(A_j, d_j), \dots\}$ est optionnelle dans un JOIN et est équivalente à un BEL, nous ne répétons donc pas sa sémantique.

$JOIN(A_e, T_e, [A_L, T_L], \{(A_j, d_j), \dots\})$
$D_{A_e}(A_e \in [A_L, T_L]^{T_e})$
$K_{A_e}(A_e \in \emptyset^{T_e})$

Notons que si l'on considère le groupe vide comme un groupe, on a

$$A_i \in \emptyset^t \supset A_i \notin [A_L, T_L]^t, \quad \forall [A_L, T_L] \in \Gamma \times \mathbb{T}$$

Vérification : CHK

CHK est utilisée pour réclamer de l'information à propos d'un groupe. L'agent peut exprimer une croyance et les autres la confirment ou l'infirmement par des BEL/AFF, ou encore simplement demander de l'information à propos du groupe. Un CHK n'a pas en soi de sémantique exprimable

en croyances, connaissances ou désirs. Si la partie $\{(A_j, d_j), \dots\}$ est présente, le CHK a alors la même sémantique qu'un BEL (ou qu'un AFF si A_e est le leader du groupe concerné).

Une utilisation particulière d'un CHK avec le groupe vide peut être faite pour réclamer de l'information à propos d'un ensemble d'agents plutôt qu'un groupe donné :

$$\begin{array}{|l|} \hline \text{CHK}(A_e, T_e, \emptyset, \{(A_j, -\infty), \dots\}) \\ \hline B_{A_e}(A_i \in \emptyset^{-\infty}) \quad \forall A_i \in \{A_j, \dots\} \\ \hline \end{array}$$

Un tel message devrait inciter les autres agents à fournir les informations dont ils disposent à propos des agents $\{A_j, \dots\}$ car elles seront nécessairement plus récentes que $-\infty$. Cela ressemble à un mensonge, mais en fait, A_e ne donne aucune fausse information.

Le modèle n'indique pas si les agents doivent répondre ou non aux CHK, ni quelles conclusions tirer de l'absence de réponse, cela est laissé aux processus de décision des agents. Il est toutefois raisonnable, par exemple, qu'un leader exclue un membre qui ne répond pas et qu'un membre quitte un groupe dont le leader ne lui répond pas non plus.

Dissolution : BRK

BRK permet à un leader de démanteler son groupe, il se retrouve alors seul et plus aucun agent ne peut être membre de ce groupe :

$$\begin{array}{|l|} \hline \text{BRK}(A_e, T_e, [A_L, T_L]) \\ \hline K_{A_L}(A_L \in \emptyset^{T_e}) \\ K_{A_L}(A_i \notin [A_L, T_L]^t) \quad \forall A_i \in \Gamma, \forall t \geq T_e \\ \hline \end{array}$$

La première ligne de sémantique pourrait se déduire de la deuxième, mais il est intéressant de l'explicitier, car selon la manière dont le groupe vide est considéré dans une mise en œuvre du modèle, il peut être plus ou moins difficile de faire cette déduction. La partie $\{(A_j, d_j), \dots\}$ est encore une fois optionnelle et n'a même aucun intérêt car ces informations ne sont plus valides, les anciens membres étant maintenant seuls ou ayant rejoint entre temps un autre groupe.

Départ : QUIT

QUIT permet à un agent de quitter son groupe, il est alors seul. Notons que le BRK pourrait s'exprimer comme un QUIT du leader du groupe, et que ces deux attitudes peuvent aussi se remplacer par un JOIN vers le groupe vide, ou tout autre groupe, car le JOIN implique de quitter son groupe.

$\text{QUIT}(A_e, T_e, [A_L, T_L], \{(A_j, d_j), \dots\})$
$K_{A_e}(A_e \in \emptyset^{T_e})$

6.2.3 Utilisation des messages

La figure 6.1 illustre l'utilisation des attitudes propositionnelles dans le cadre d'une conversation entre trois agents A_L , A_1 et A_2 . Nous ne détaillerons pas l'évolution des informations $\mathcal{I}(A_L, t)$, $\mathcal{I}(A_1, t)$ et $\mathcal{I}(A_2, t)$ de chacun des agents. Le but de cet exemple est d'une part d'illustrer le mécanisme de formation de groupe fondé sur un échange JOIN-AFF déjà présenté à la section 5.5.2 et l'utilisation des CHK, et d'autre part la propagation des dates T_e d'émission (ou de formulation) des messages. On peut aussi y observer un exemple typique d'écoute flottante : lorsque A_L reçoit le BEL que A_2 émet à t_6 en réponse au CHK de A_1 (BEL que d'ailleurs A_1 ne reçoit pas), il peut conclure que A_2 désire toujours faire partie du groupe à t_6 et donc utiliser une date $d_2 = t_6$ dans ses prochains AFF.

À la date T_L , l'agent A_L crée son groupe en émettant un AFF, les agents A_1 et A_2 reçoivent ce message et décident de demander à entrer dans ce groupe respectivement à t_1 et t_2 en émettant des JOIN (que seul le leader reçoit, mais c'est un hasard, A_1 aurait pu recevoir le JOIN de A_2 , et réciproquement).

Après avoir reçu ces JOIN, le leader A_L décide d'accepter l'adhésion de A_1 et A_2 et décide de le faire avec un seul et même AFF émis à t_3 (que A_1 et A_2 reçoivent). Le leader aurait tout aussi bien pu émettre un premier AFF n'incluant que A_1 puis un deuxième incluant A_1 et A_2 . On peut noter également que cet AFF indique que A_1 était membre à t_1 (la date d'émission du JOIN de A_1) et A_2 à t_2 .

À t_4 l'agent A_1 décide de vérifier le groupe auquel il appartient, par exemple pour s'assurer que son leader ne l'a pas exclu (pour une raison qui lui appartient et ne dépend pas du modèle). Il émet donc un CHK qui est reçu par A_L et A_2 . Ces deux agents décident de lui répondre en émettant

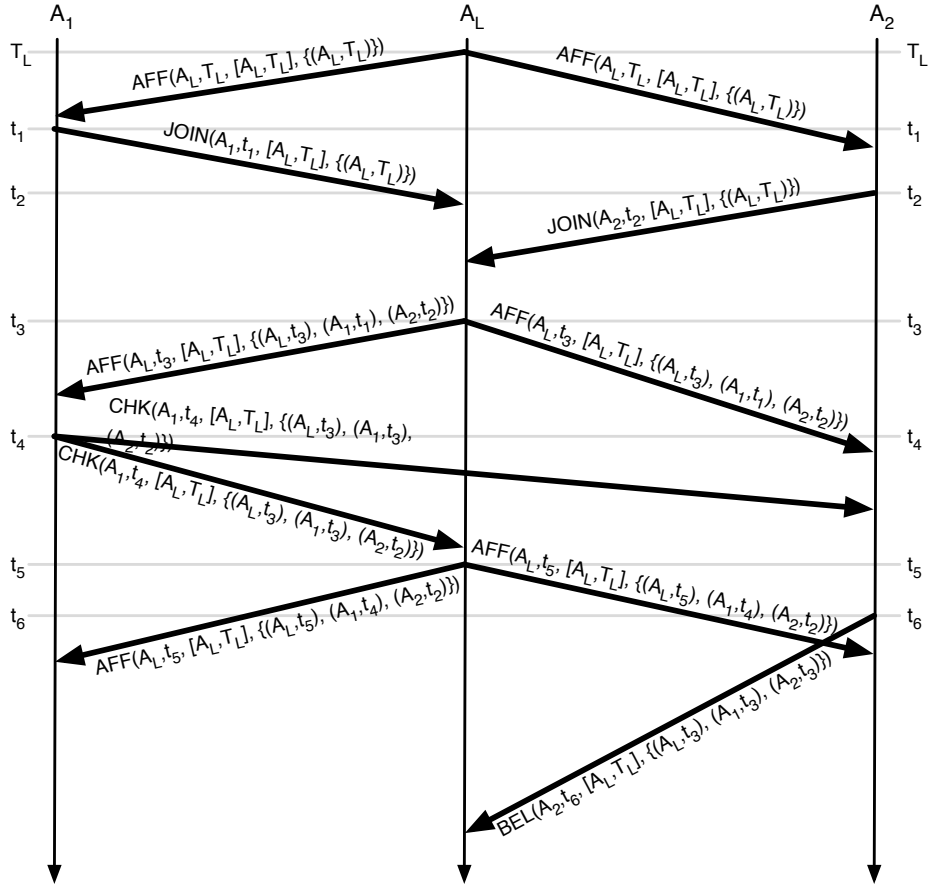


FIG. 6.1 – Exemple de conversation entre trois agents A_L , A_1 et A_2 illustrant la formation d'un groupe et le mécanisme de vérification.

les informations dont ils disposent à propos du groupe. En tant que leader, A_L répond par un AFF (qui est reçu par A_1 et A_2) tandis que A_2 utilise un BEL. On notera que le leader A_L a utilisé la sémantique du CHK (qui est ici la même que celle d'un BEL) pour déterminer que A_1 désire toujours être membre et qu'il peut donc le considérer comme membre à t_4 .

6.3 Suivi d'organisation

Les conditions pour lesquelles a été conçu le modèle en étoile (écoute flottante, communications locales non fiables) font qu'il est difficile pour les agents d'avoir une conversation réellement suivie. L'exemple de la figure 6.1 à la section précédente nous montre par exemple qu'un leader peut répondre à deux demandes d'adhésion en même temps, qu'un agent peut répondre à une requête qui ne lui était pas adressée (la réponse de A_2 au CHK de A_1) ou encore que des messages peuvent se croiser. Notre approche ne considère donc pas les liens entre les messages, chacun d'eux est utilisé indépendamment pour en tirer de l'information. Un agent A_k ne dispose à un instant t que de l'ensemble des messages reçus jusqu'à cet instant pour déterminer son ensemble d'informations $\mathcal{I}(A_k, t)$ et en tirer une représentation en extension de l'organisation de l'équipe à l'instant t .

6.3.1 Principes

Un mécanisme de suivi de l'organisation de l'équipe doit permettre à un agent (à partir d'un ensemble de messages reçus jusqu'à un instant t) de se forger une croyance sur la situation de chacun des agents du système.⁴ Un agent qui utilise ce mécanisme doit pouvoir l'exploiter pour justifier ses croyances par des connaissances datées (qui correspondent aux couples (A_j, d_j) dans les messages).

Nous proposons une approche incrémentale fondée sur la mise à jour de structures de données pour suivre l'organisation de l'équipe. Un agent A_k associe une structure S_j en mémoire à chaque membre A_j , puis met à jour chacune de ces structures avec les messages qu'il reçoit au fur et à mesure. À tout moment la structure S_j contient les informations dont son « propriétaire » (l'agent A_k qui l'a en mémoire) dispose au sujet de A_j . Mais

⁴On peut faire à ce propos un parallèle intéressant avec la définition de la rationalité de la section 1.1, qui se fonde sur la séquence de perceptions d'un agent jusqu'à un instant t .

nous devons démontrer que cette approche incrémentale est équivalente au calcul global qui consiste à garder toutes les informations reçues jusqu'à t et à recalculer à chaque nouvelle information.

6.3.2 Analyse globale

Nous voulons obtenir la croyance courante de l'agent A_k sur le groupe auquel appartient l'agent A_j et la connaissance sur laquelle se fonde cette croyance, et ce à partir de $\mathcal{I}(A_k, t)$ l'ensemble des informations qui correspondent à la sémantique des messages que A_k a reçus jusqu'à l'instant t .

De $\mathcal{I}(A_k, t)$, on ne retient que les connaissances, en effet les croyances et les désirs ne sont utilisés que pour permettre aux agents de raisonner et prendre des décisions (« *dois-je accepter son adhésion?* », « *il désire toujours faire partie du groupe à T_e , et je suis d'accord...* », etc.) Il reste alors un ensemble réduit $\mathcal{I}_r(A_k, t)$ de connaissances de la forme $K_{A_x}\varphi$. Mais on se souvient que $K_{A_x}\varphi \supset \varphi$. Nous pouvons donc encore réduire $\mathcal{I}_r(A_k, t)$ en un ensemble d'informations de la forme $A_i \in \gamma^d$ ou $A_i \notin \gamma^d$ avec γ un « vrai » groupe de la forme $[A_L, T_L]$, en effet, les cas de la forme $A_i \in \emptyset^d$ peuvent se réécrire comme :

$$A_i \in \emptyset^d \supset A_i \notin [A_L, T_L]^d \quad \forall [A_L, T_L]$$

Pour tout groupe γ , nous pouvons définir deux dates⁵ D_j^γ et $\bar{D}_j^\gamma$ pour l'agent A_j comme suit :

$$D_j^\gamma = \max\{d \mid (A_j \in \gamma^d) \in \mathcal{I}_r(A_k, t)\}$$

$$\bar{D}_j^\gamma = \max\{d \mid (A_j \notin \gamma^d) \in \mathcal{I}_r(A_k, t)\}$$

On peut facilement interpréter D_j^γ comme la date la plus récente à laquelle A_k sait que A_j faisait partie de γ , et de même, $\bar{D}_j^\gamma$ s'interprète comme la date la plus récente (par rapport à la date actuelle t) à laquelle A_k sait que A_j ne faisait pas partie de γ . Seules les informations les plus récentes nous intéressent : si l'on sait que A_j était dans γ il y a deux secondes, le fait qu'il l'ait été il y a trois minutes n'a aucun intérêt, de même pour la non appartenance de A_j à γ . Nous pouvons donc encore réduire $\mathcal{I}_r(A_k, t)$ à l'ensemble des informations de la forme $A_i \in \gamma^{D_j^\gamma}$ ou $A_i \notin \gamma^{\bar{D}_j^\gamma}$.

⁵On ne confondra pas ces dates avec un désir $D_{A_j}\varphi$.

La construction d'une croyance sur l'appartenance de A_j à un groupe γ est donc fondée sur une information de la forme $(A_j \in \gamma^{D_j^\gamma}) \in \mathcal{I}_r(A_k, t)$ en remarquant que l'on a :

$$(A_j \in \gamma^{D_j^\gamma}) \in \mathcal{I}_r(A_k, t) \equiv K_{A_k}(A_j \in \gamma^{D_j^\gamma})$$

ce qui nous permet d'utiliser la formule (déjà connue) :

$$K_{A_k}(A_j \in \gamma^{D_j^\gamma}) \supset B_{A_k}(A_j \in \gamma^t)$$

qui correspond à la construction d'une croyance. Mais cette formule n'est valable que si aucune information n'indique que A_j n'appartenait pas à γ entre D_j^γ et t .

Nous savons qu'un agent ne peut appartenir qu'à un seul groupe à la fois (en laissant de côté le problème du groupe vide, nous ne parlons ici que de « vrais » groupes), ce qui fait que pour toute date d :

$$A_j \in \gamma^d \supset A_j \notin \gamma'^d \quad \forall \gamma' \neq \gamma$$

Donc, si on a deux groupes γ_1 et γ_2 tels que $(A_j \in \gamma_1^{D_j^{\gamma_1}}) \in \mathcal{I}_r(A_k, t)$ et $(A_j \in \gamma_2^{D_j^{\gamma_2}}) \in \mathcal{I}_r(A_k, t)$ et avec $D_j^{\gamma_1} > D_j^{\gamma_2}$, alors A_k ne peut pas construire la croyance $B_{A_k}(A_j \in \gamma_2^t)$ car on a $(A_j \notin \gamma_2^{D_j^{\gamma_1}}) \in \mathcal{I}_r(A_k, t)$. De plus, comme on considère que les agents construisent des désirs cohérents (individuellement) le théorème 5.1 (voir section 5.5.4) nous permet de voir que si $D_j^{\gamma_1} = D_j^{\gamma_2}$ alors $\gamma_1 = \gamma_2$ et qu'il est donc possible de déterminer (s'il en existe au moins un) le groupe γ_j qui a une date $D_j^{\gamma_j}$ maximale :

$$\gamma_j = \arg \max_{\gamma} \{D_j^\gamma \mid (A_j \in \gamma^{D_j^\gamma}) \in \mathcal{I}_r(A_k, t)\}$$

D'ailleurs, étant donné le mode de construction des dates D_j^γ , elles ne sont pas réellement nécessaires pour calculer γ_j , et on peut déterminer γ_j directement à partir de $\mathcal{I}(A_k, t)$:

$$\gamma_j = \arg \max_{\gamma} \{d \mid K_{A_k}(A_j \in \gamma^d)\}$$

$$D_j = \max_{\gamma} \{d \mid K_{A_k}(A_j \in \gamma^d)\}$$

la date D_j correspond à $D_j^{\gamma_j}$ (qui, elle, nous intéresse), que l'on peut déterminer en même temps que γ_j . Nous savons donc maintenant que la

meilleure connaissance candidate pour fonder une croyance sur l'appartenance de A_j à un groupe à la date t est :

$$K_{A_k}(A_j \in \gamma_j^{D_j})$$

Il ne reste qu'à s'assurer qu'il n'existe pas d'information qui empêche A_k de faire la déduction :

$$K_{A_k}(A_j \in \gamma_j^{D_j}) \supset B_{A_k}(A_j \in \gamma_j^t)$$

Si une telle information existe, alors elle a servi à calculer $\bar{D}_j^{\gamma_j}$ et on a $\bar{D}_j^{\gamma_j} > D_j$.⁶ Alors la croyance de A_k est que A_j est seul : $B_{A_k}(A_j \in \emptyset^t)$. De même si le calcul de γ_j n'a pas donné de résultat (ce qui veut dire que A_k ne dispose d'aucune information du type $K_{A_k}(A_j \in \gamma^d)$), on obtient $B_{A_k}(A_j \in \emptyset^t)$.

On obtient donc une croyance à propos de A_j : soit $B_{A_k}(A_j \in \gamma_j^t)$ soit $B_{A_k}(A_j \in \emptyset^t)$.

6.3.3 Résumé de l'analyse globale

Les étapes nécessaires pour déterminer la croyance de A_k à propos de A_j à la date t à partir de $\mathcal{I}(A_k, t)$ sont les suivantes :

1. Déterminer γ_j et D_j . Ces deux opérations peuvent se faire en parallèle en parcourant $\mathcal{I}(A_k, t)$:

$$\gamma_j = \arg \max_{\gamma} \{d \mid (A_j \in \gamma^d) \in \mathcal{I}(A_k, t)\}$$

$$D_j = \max_{\gamma} \{d \mid (A_j \in \gamma^d) \in \mathcal{I}(A_k, t)\}$$

2. Déterminer la plus récente date de non-appartenance de A_j à γ_j :

$$\bar{D}_j^{\gamma_j} = \max_{\gamma} \{d \mid (A_j \notin \gamma_j^d) \in \mathcal{I}(A_k, t)\}$$

3. Comparer D_j et $\bar{D}_j^{\gamma_j}$:

– Si on a $D_j \geq \bar{D}_j^{\gamma_j}$, alors :

$$K_{A_k}(A_j \in \gamma_j^{D_j}) \supset B_{A_k}(A_j \in \gamma_j^t)$$

⁶Nous avons vu que l'information « positive » a priorité sur la « négative », et donc la situation $\bar{D}_j^{\gamma_j} = D_j$ n'empêche pas de déduire $B_{A_k}(A_j \in \gamma_j^t)$.

– Sinon, on a :

$$B_{A_k}(A_j \in \emptyset^t)$$

Notons au passage que la date D_j identifiée par A_k est utilisée par la suite dans les messages de A_k s'ils concernent A_j . Ainsi, si A_k exprime ses croyances à propos de la composition de γ_j , il inclut dans son message le couple (A_j, d_j) comme on l'a vu à la section 6.2.1, et on a $d_j = D_j$. En revanche, si A_k croit que A_j est seul et veut l'exprimer avec par exemple un $\text{BEL}(A_k, t, \emptyset, \{(A_j, d_j)\})$, la date d_j la plus récente à laquelle A_k sait que A_j était seul est $d_j = \min_{\gamma} \{\bar{D}_j^{\gamma}\}$.

6.4 Mécanisme incrémental

6.4.1 Aspect incrémental

L'analyse globale décrite à la section 6.3.3 doit être répétée à chaque fois que de nouvelles informations sont reçues par A_k et qu'il doit mettre à jour ses croyances sur A_j .

THÉORÈME 6.1 – Incrémentalité. *Un agent A_k obtient les mêmes croyances à propos de A_j qu'avec l'analyse globale de $\mathcal{I}(A_k, t)$ en mettant simplement à jour le triplet $(\gamma_j, D_j, \{\bar{D}_j^{\gamma} \mid \gamma \in \Gamma \times \mathbb{T}\})$ avec chaque nouvelle information.*

Preuve. La preuve apparaît naturellement avec l'explication de la mise à jour et le fait que l'analyse globale repose sur le calcul de maxima. Deux types d'informations peuvent se présenter :

- $A_j \in \gamma^d$: si $d > D_j$ alors on met à jour $\gamma_j \leftarrow \gamma$ et $D_j \leftarrow d$. Il faut aussi déduire (si cela n'a pas été fait) les informations $A_j \notin \gamma'^d, \forall \gamma' \neq \gamma$ et se reporter au point suivant ;
- $A_j \notin \gamma^d$: si $d > \bar{D}_j^{\gamma}$ alors on met à jour $\bar{D}_j^{\gamma} \leftarrow d$.

Comme les valeurs de γ_j , D_j et des $\bar{D}_j^{\gamma}$ sont calculées comme des maxima, les valeurs obtenues de manière incrémentale par comparaison aux valeurs précédentes sont les mêmes que celles obtenues de manière globale. Il est alors possible d'aller directement à l'étape 3 (voir section 6.3.3) de l'approche globale en utilisant le triplet

$$(\gamma_j, D_j, \{\bar{D}_j^{\gamma} \mid \gamma \in \Gamma \times \mathbb{T}\})$$

qui a été obtenu de manière incrémentale, pour alors déterminer la croyance de A_k sur A_j . $\square$

Notons que le triplet doit comporter une date $\bar{D}_j^\gamma$ pour *tous* les groupes γ alors que l'approche globale se contente de $\bar{D}_j^{\gamma_j}$. Cela est dû au fait que le groupe γ_j est susceptible de changer, il faut donc garder toutes les dates $\bar{D}_j^\gamma$ car elles sont susceptibles d'être utiles.

6.4.2 Limitation de la complexité

Nous avons vu que l'approche incrémentale doit garder une date $\bar{D}_j^\gamma$ pour tous les groupes $\gamma \in \Gamma \times \mathbb{T}$, ce qui en représente potentiellement une infinité. Même si l'on peut facilement voir qu'il est possible de ne garder une date $\bar{D}_j^\gamma$ que pour les groupes dont on connaît l'existence et de donner une valeur par défaut de $-\infty$ aux autres, ce nombre N_G de « groupes connus » croît avec le temps et l'activité du système. Or la complexité de la mise à jour et du processus de détermination des croyances de A_k sur un agent A_j sont en $\mathcal{O}(N_G)$.⁷

THÉOREME 6.2 – Taille fixe du triplet. *Pour une équipe $\Gamma = \{A_1, A_2 \dots A_N\}$, il est possible de reprendre l'approche incrémentale en utilisant une structure de taille fixe :*

$$S_j = (\gamma_j, D_j, \{(\bar{D}_j^1, T_1), (\bar{D}_j^2, T_2) \dots (\bar{D}_j^N, T_N)\})$$

avec T_i la date de création du groupe le plus récent dont A_i est le leader et $\bar{D}_j^i = \bar{D}_j^{[A_i, T_i]}$.

Preuve. La preuve se fait en explicitant comment retrouver toute date $\bar{D}_j^\gamma$ à partir de l'ensemble $\{(\bar{D}_j^1, T_1), (\bar{D}_j^2, T_2) \dots (\bar{D}_j^N, T_N)\}$ et comment mettre à jour le triplet.

Un couple de dates $(\bar{D}_j^i, T_i)$ permet de retrouver le groupe le plus récent créé par l'agent A_i et sa date $\bar{D}_j^\gamma$ associée, c'est à dire :

$$(\bar{D}_j^i, T_i) \Leftrightarrow (\bar{D}_j^{[A_i, T_i]} = \bar{D}_j^i)$$

et comme $[A_i, T_i]$ est le groupe le plus récent de A_i , on a

$$\bar{D}_j^{[A_i, d]} = \bar{D}_j^i \quad \forall d \leq T_i$$

⁷Si l'on se contente d'une recherche séquentielle pour trouver une date $\bar{D}_j^\gamma$ précise. Cette recherche pourrait être optimisée en stockant les $\bar{D}_j^\gamma$ dans une structure autre qu'un simple tableau (table de hachage, etc.)

La mise à jour par une information qui concerne le groupe $[A_L, T]$ se fait de la manière suivante :

1. si $T > T_L$ alors on met à jour $T_L \leftarrow T$ et $\bar{D}_j^L \leftarrow T$. C'est que A_L a créé un nouveau groupe ;
2. si l'information est de la forme $A_j \in [A_L, T]^d$ et si $d > D_j$ alors on met à jour $\gamma_j \leftarrow [A_L, T]$ et $D_j \leftarrow d$.
3. si l'information est de la forme $A_j \notin [A_L, T]^d$, si $d > \bar{D}_j^L$ et si $T = T_L$ alors on met à jour $\bar{D}_j^L \leftarrow d$. La dernière condition permet d'être sûr que l'information concerne le dernier groupe de A_L .

Ce mécanisme fonctionne de manière équivalente au triplet précédent, on peut en retirer et y ajouter les mêmes informations. $\square$

En utilisant ce mécanisme, la mise à jour et la détermination de la croyance de A_k à propos de A_j se fait en $\mathcal{O}(N)$ où N est l'effectif de l'équipe. Pour un effectif donné, la mise à jour des informations et la détermination des croyances se font donc en temps constant.

Nous disposons donc d'un mécanisme qui permet à un agent de déterminer ses croyances en les fondant sur des connaissances, et ceci peut se faire en utilisant une structure de données de taille fixe, sans que l'agent ait à stocker l'ensemble des informations dont il pourrait disposer. De plus ce processus est incrémental et même indépendant de l'ordre dans lequel arrivent les informations, c'est-à-dire l'ordre des messages que reçoit l'agent.

6.5 Horloges locales

Afin de permettre les comparaisons de dates nécessaires aux processus que nous avons présentés, les agents doivent disposer d'un « temps unique », c'est du moins l'hypothèse que nous avons faite implicitement jusqu'à maintenant. Or, les agents ne disposent *a priori* que d'horloges locales, qui ne sont pas nécessairement toutes synchronisées. Sans nous appesantir sur le domaine du temps distribué, nous allons présenter deux manières simples de pallier l'absence de synchronisation parfaite entre les horloges locales des agents.

6.5.1 Temps discrétisé

L'hypothèse la plus classique que l'on puisse faire sur les horloges des agents est qu'elles ont une erreur δ maximum, c'est-à-dire que si t est la véritable date, les horloges des agents indiquent une valeur dans l'intervalle $]t - \delta, t + \delta[$. Dans une telle situation, il est possible d'obtenir des horloges synchronisées en réduisant le temps à une série d'intervalles de longueur 2δ centrés sur des instants t_i séparés d'au moins 4δ , comme illustré sur la figure 6.2.

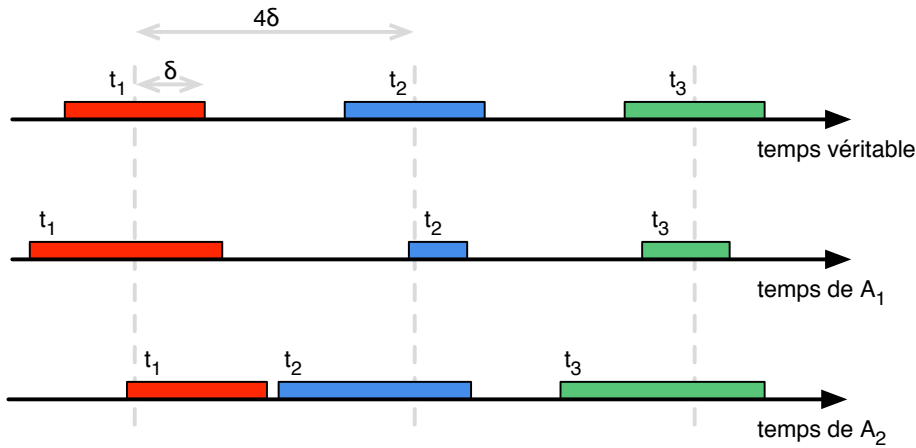


FIG. 6.2 – Illustration de la discrétisation du temps avec deux agents A_1 et A_2 .

Comme on le voit sur la figure, quelle que soit l'erreur que fasse l'horloge d'un agent (si elle reste inférieure à δ), l'intervalle de temps qu'il associe à t_i dans son « temps local » contient le véritable instant t_i et aucun autre t_j . De plus les intervalles de différents agents ne se chevauchent pas non plus. Donc, si les agents limitent leur représentation du temps aux instants t_i on peut considérer leurs horloges comme synchrones.

6.5.2 Temps relatif

Il se peut également que les agents disposent d'horloges aux déroulements synchrones mais sans avoir la même origine de temps (c'est-à-dire qu'il y a un décalage constant entre chaque paire d'agents). Dans ce cas, si

l'on peut faire l'hypothèse que le temps de propagation δ d'un message est constant, il reste possible d'utiliser le modèle en étoile.

Il suffit pour cela de modifier la forme des messages en supprimant la date d'émission T_e qui n'est plus d'aucune utilité, et de remplacer toutes les autres dates d (locales à l'émetteur) par $T_e - d$. En recevant à la date d_r (locale à l'agent récepteur) un message ainsi formulé, le récepteur peut retranscrire les dates d dans son temps local avec la valeur $d_r - (\delta + T_e - d)$. Pour résumer, cela revient pour un agent à dire par exemple « A_L a fondé son groupe il y a x secondes », le récepteur peut savoir quelle est cette date car il sait quand il a reçu ce message et combien de temps il a mis pour lui parvenir.

Enfin, il serait possible de combiner les deux techniques pour gérer par exemple des temps de propagation bornés, ou encore d'autres hypothèses, mais cela nous entraînerait trop loin, et ce n'est pas notre propos ici.

6.6 Conclusion

Nous avons proposé dans ce chapitre plusieurs éléments utiles pour exploiter le modèle en étoile. Tout d'abord nous avons présenté un langage qui permet aux agents de communiquer à propos de l'organisation de l'équipe en groupe. Ce langage est basé sur un ensemble de six types d'*attitudes propositionnelles* dont les sémantiques sont définies formellement. Nous avons ensuite présenté un mécanisme qui permet à un agent de tenir à jour ses croyances à propos de l'organisation de son équipe, en fonction de messages exprimés dans ce langage et qu'il reçoit par écoute flottante. Nous disposons également d'un algorithme qui permet de reproduire ce mécanisme de manière incrémentale, indépendamment de l'ordre d'arrivée des messages, en temps constant et en utilisant un espace mémoire de taille fixe (pour une équipe donnée).

Signalons au passage, le concept d'ensemble de dominance. Il correspond à un sous-ensemble des nœuds d'un graphe tels que tous les nœuds soient connectés à un élément de l'ensemble de dominance (ou fasse partie de cet ensemble de dominance). Ce concept se transpose directement dans notre modèle si l'on cherche à ce que les leaders forment un ensemble de dominance du graphe de communication de l'équipe (si l'on exclut les agents seuls). Notons alors que le problème de déterminer l'ensemble de dominance minimal d'un graphe est NP-complet [Garey et Johnson, 1979].