

Supersymétrie

2.1 Quelques éléments d'introduction

Cette partie servira à rappeler les principaux résultats concernant la supersymétrie globale et à fixer quelques notations. Nous ne pouvons malheureusement, faute de place et de temps, faire une introduction complète à la supersymétrie. Le lecteur pourra se référer à [43] pour une introduction plus détaillée, et à [28] et [44] pour des exemples de revues sur la supersymétrie.

2.1.1 Idées et formalisme de base

Cette section est destinée aux lecteurs et lectrices qui ne connaîtraient pas la supersymétrie et seraient tout de même arrivés jusqu'ici¹.

Algèbre supersymétrique

Suivant les goûts du physicien, la structure formelle de la supersymétrie peut être motivée par différents points de vue :

- le point de vue mathématique : on cherche la plus grande structure susceptible de contenir l'algèbre de Poincaré (ie une symétrie capable d'englober celles de l'espace-temps). Le théorème de Coleman-Mandula nous dit que les quantités conservées qui se transforment comme tenseurs sous le groupe de Lorentz se limitent aux scalaires, aux générateurs des translations et des transformations de Lorentz. On étend donc nos recherches aux superalgèbres de Lie, qui contiennent des opérateurs fermioniques.
- le point de vue du phénoménologue : les observations décrites au chapitre précédent nous amènent à chercher une symétrie qui relie des particules de spins différents. Les opérateurs doivent donc en porter un et ne sont plus bosoniques. Ayant un spin demi-entier, ils risquent donc de suivre, non pas des relations de commutation, mais des relations d'anti-commutation.

1. Bravo!

L'algèbre supersymétrique est décrite par :

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = 2\sigma_{\alpha\beta}^\mu P_\mu \quad (2.1)$$

$$[Q_\alpha, P_\mu] = 0 \quad (2.2)$$

$$[Q_\alpha, M_{\mu,\nu}] = i\sigma_{\alpha\beta}^{\mu,\nu} Q_\beta \quad (2.3)$$

(2.1) signifie que la composition de deux transformations de supersymétrie amène à une translation dans l'espace-temps.

(2.2) signifie que le générateur de supersymétrie commute avec le générateur de translations ie que l'invariance par translation est respectée.

(2.3) donne la facon qu'a le générateur de supersymétrie de se transformer sous les rotations, ce qui permet de confirmer que son spin est 1/2.

En supersymétrie globale, on montre facilement que l'énergie du système est toujours positive, et que le minimum est supersymétrique si et seulement si son énergie est nulle. Cela nous donne un critère simple pour savoir si notre modèle est phénoménologiquement viable, ie si la supersymétrie est bien brisée. Il suffit de regarder l'énergie du vide et de vérifier qu'elle est bien non nulle.

Les incontournables- Énergie du système

Comme toujours en physique théorique, la physique est codée dans le lagrangien du système. Avec les notations habituelles, il est difficile de voir qu'une théorie est supersymétrique (quand elle l'est). On a donc trouvé d'autres outils plus adaptés aux théories supersymétriques.

Le superpotentiel permet de décrire les interactions entre les champs.

En supersymétrie, le Kähler intervient vis-à-vis des termes cinétiques des champs.

Un potentiel de Kähler canonique s'écrit

$$K = \sum_i \phi_i^\dagger \phi_i \quad (2.4)$$

Cependant, si on travaille sur des modèles à haute énergie avant d'intégrrer des champs et de regarder la physique à basse énergie, des potentiels de Kähler plus complexes peuvent intervenir. Dans cette thèse, il nous arrivera de les prendre en compte sous la forme de corrections

$$K = \sum_i \phi_i^\dagger \phi_i + \sum_i \frac{\text{Opérateurs}_i}{\text{Échelle de coupure}^{4-d_i}} \quad (2.5)$$

d_i étant la dimension de l'opérateur Opérateurs_i .

À partir du potentiel de Kähler, on construit la métrique du système

$$g_{i,\bar{j}} = \frac{\partial^2 K}{\partial \phi_i \partial \bar{\phi}_{\bar{j}}} \quad (2.6)$$

Les termes cinétiques des scalaires se généralisent ensuite à

$$L_{kin} = g_{i,\bar{j}} \partial^\mu \phi^i \partial_\mu \bar{\phi}^{\bar{j}} \quad (2.7)$$

Les termes de jauge sont eux codés par la fonction cinétique $f(\phi^i)$

$$L_{kin} = -\frac{1}{4} \text{Re}(f_{ab}(\phi^i)) F^{a\mu\nu} F_{\mu\nu}^b + \frac{1}{4} \text{Im}(f_{ab}(\phi^i)) F^{a\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}^b \quad (2.8)$$

Finalement, on obtient l'énergie du système

$$V = F^i g_{i,\bar{j}} \bar{F}^{\bar{j}} + \frac{1}{2} \text{Re}(f_{ab}) D^a D^b \quad (2.9)$$

avec, pour $\kappa^{-1} = \frac{M}{\sqrt{8\pi}}$ l'échelle de Plank réduite

$$F^i = -g^{i\bar{j}} e^{\kappa^2 K/2} \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{\phi}^{\bar{j}}} + \kappa^2 \frac{\partial K}{\partial \bar{\phi}^{\bar{j}}} \bar{W} \right), \quad (2.10)$$

$$D = (\text{Re}f)_{ab}^{-1} \frac{\partial K}{\partial \phi^i} (t^a \phi)^i \quad (2.11)$$

Superchamps

L'idée de superchamp reprend des outils bien connus en symétrie. Lorsqu'on travaille dans l'espace, on sait que ce sont les vecteurs, et non pas les coordonnées prises séparément, qui ont du sens lorsqu'on effectue des rotations sur le système. De même, dans le modèle standard, les particules qui se transforment les unes dans les autres par échange de bosons sont regroupées dans des représentations du groupe de symétrie. En supersymétrie, ce sont les champs bosoniques et fermioniques qui se mélangent lors de transformations supersymétriques. On comprend donc que ce sont les superchamps, qui rassemblent dans le même objet les composantes de spin différents, qui seront à même de décrire simplement les objets supersymétriques.

De même que pour un vecteur $\vec{x} = x_1 \vec{u}_1 + x_2 \vec{u}_2 + x_3 \vec{u}_3$, on va pouvoir écrire par exemple $X = x + \theta y + \theta^2 z$. où x , y et z seront les composantes du superchamp. Comme ces champs ont des spins différents, on sait que θ a un spin 1/2, ce qui en fait une variable de Grassmann. Pour que les transformations soient linéaires, on va être obligés de rajouter des champs auxiliaires. Leur rôle est de simplifier les calculs. Ils ne sont pas dynamiques car n'ont pas de terme cinétique et ne sont donc pas physiques.

Suivant le spin des particules concernées, on a différents types de superchamps :

- Superchamps chiraux

Ce champ permet de décrire un scalaire complexe ϕ , son superpartenaire ψ comme fermion de Weyl, accompagnés d'un champ auxiliaire F .

$$\Phi = \phi + \sqrt{2} \theta^\alpha \psi_\alpha + \theta^2 F \quad (2.12)$$

L'action pour un superchamp chiral s'écrit simplement

$$S = \int d^4x d^2\theta d^2\bar{\theta} \Phi^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) + \int d^4x d^2\theta W(\Phi(x, \theta)) + cc \quad (2.13)$$

Alors que l'action par composantes s'écrit

$$S = \int d^4x \left(\partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi + i\psi \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\psi} + F^* F + \frac{\partial W}{\partial \Phi}(\phi) F + \left[\frac{\partial W}{\partial \Phi}(\phi) \right]^* F^* - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial \Phi^2}(\phi) \psi \psi - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 W}{\partial \bar{\Phi}^2} \right](\bar{\phi}) \bar{\psi} \bar{\psi} \right) \quad (2.14)$$

- Le superchamp vectoriel

Le superchamp vectoriel contient un vecteur, un fermion et un champ auxiliaire réel $(A_\mu(x), \lambda(x), D(x))$.

$$V(x, \theta, \bar{\theta}) = V^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} V(x, \theta, \bar{\theta}) = & C(x) + i\theta \chi_x - i\bar{\theta} \bar{\chi}(x) + \frac{i}{2} \theta^2 [M(x) + iN(x)] - \frac{i}{2} \bar{\theta}^2 [M(x) - iN(x)] + \theta \sigma^\mu \bar{\theta} A_\mu(x) \\ & + \theta^2 \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \left(\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}(x) + \frac{1}{2} (\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi(x))^{\dot{\alpha}} \right) + \bar{\theta}^2 \theta^\alpha \left(\lambda_\alpha(x) - \frac{1}{2} (\sigma^\mu \partial_\mu \bar{\chi}(x))_\alpha \right) \\ & - \frac{1}{2} \theta^2 \bar{\theta}^2 \left(D(x) + \frac{1}{2} \partial_\mu \partial^\mu C(x) \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Évidemment, à cause de l'invariance de jauge, certains champs qui apparaissent ici ne sont pas physiques.

Les champs physiques sont contenus dans le superchamp chiral

$$W_\alpha = -\frac{1}{4} \bar{D}_{\dot{\alpha}} \bar{D}^{\dot{\alpha}} D_\alpha V \quad (2.17)$$

On obtient l'action à partir de

$$S = \int d^4x d^4\theta \Phi_i^\dagger e^{-2gV} \Phi_i + \left(\frac{1}{4} \int d^4x d^2\theta W^\alpha W_\alpha + cc \right) \quad (2.18)$$

Ceci donne le même résultat que

$$\begin{aligned} S = & \int d^4x \left(D^\mu \phi^{i*} D_\mu \phi_i + i\psi_i \sigma^\mu D_\mu \bar{\psi}^i + F^{*i} F_i \right. \\ & \left. + g(\phi^{i*} D^\alpha t_i^{\alpha j} \phi_j + \sqrt{2} \phi^{i*} \lambda^\alpha t_i^{\alpha j} \psi_j + \sqrt{2} \bar{\lambda}^\alpha \bar{\psi}^i t_i^{\alpha j} \phi_j) \right) \\ & + \text{Tr} \int d^4x \left(-\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + i\lambda \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\lambda} + \frac{1}{2} D^2 \right) \end{aligned} \quad (2.19)$$

2.1.2 Le MSSM

L'acronyme MSSM traduit Minimal Supersymmetric Standard Model. C'est donc l'extension minimale du modèle standard.

Contenu en superchamps

Elle contient donc :

- les superchamps contenant les champs de matière du modèle standard (fermions) et leurs partenaires supersymétriques (sfermions) :
- les superchamps contenant les bosons de jauge du modèle standard et leurs superpartenaires (jauginos)
- deux bosons de Higgs et leurs superpartenaires (higgsinos). On rappelle qu'il faut deux doublets de Higgs pour pouvoir écrire un superpotentiel holomorphe contenant les couplages de Yukawa pour tous les fermions et pour éviter les anomalies de jauge.
- on ajoute aussi le gravitino, qui intervient naturellement quand on se place dans le cadre de la supergravité

supermultiplet	$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$	spin de la particule standard	spin du partenaire supersymétrique
$Q = \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}$	$(3, 2, \frac{1}{3})$	$\frac{1}{2}$	0
$L = \begin{pmatrix} N \\ E \end{pmatrix}$	$(1, 2, -1)$	$\frac{1}{2}$	0
U^c	$(\bar{3}, 1, \frac{-4}{3})$	$\frac{1}{2}$	0
D^c	$(3, 1, \frac{2}{3})$	$\frac{1}{2}$	0
E^c	$(1, 1, 2)$	$\frac{1}{2}$	0
$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix}$	$(1, 2, -1)$	0	$\frac{1}{2}$
$H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix}$	$(1, 2, 1)$	0	$\frac{1}{2}$
V_Y	$(1, 1, 0)$	1	$1/2$
$V_i, i=1..3$	$(1, 3, 0)$	1	$1/2$
$V_a = a=1..8$	$(8, 1, 0)$	1	$1/2$
gravitino	$(1, 1, 0)$	2	$3/2$

Superpotentiel du MSSM

$$W_{Higgs} = -\mu H_1 \cdot H_2 \quad (2.20)$$

$$W_{Yukawa} = \lambda_d Q H_1 D^c + \lambda_u Q H_2 U^c + \lambda_e L H_1 E^c \quad (2.21)$$

Champs physiques

Les particules physiques sont des combinaisons des partenaires supersymétriques des particules du modèle standard. En effet, si par exemple les bosons de Higgs du modèle standard et les bosons de jauge ne peuvent se mélanger entre eux

(scalaires et vecteurs), leurs partenaires sont tous de spin 1/2. Ceux qui ont la même charge peuvent donc se mélanger entre eux via une matrice de masse. Les états physiques sont les états propres de cette matrice et sont donc une combinaison de tous les gens.

Ainsi on sait qu'on obtient les neutralinos à partir des partenaires neutres des champs de jauge λ_{B_L} , λ_{3_L} ainsi que ceux des bosons de higgs neutres $\Psi_{H_{1L}^0}$ et $\Psi_{H_{2L}^0}$.

$$\begin{pmatrix} \chi_{1L}^0 \\ \chi_{2L}^0 \\ \chi_{3L}^0 \\ \chi_{4L}^0 \end{pmatrix} = U_{\chi^0} \begin{pmatrix} \lambda_{B_L} \\ \lambda_{3_L} \\ \Psi_{H_{1L}^0} \\ \Psi_{H_{2L}^0} \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

U_{χ^0} est la matrice de passage qui permet de diagonaliser la matrice de masse M_{χ}

$$M_{\chi^0} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & M_Z \cos\beta \sin\theta_W & -M_Z \sin\beta \sin\theta_W \\ 0 & M_2 & -M_Z \cos\beta \cos\theta_W & M_Z \sin\beta \cos\theta_W \\ M_Z \cos\beta \sin\theta_W & -M_Z \cos\beta \cos\theta_W & 0 & -\mu \\ -M_Z \sin\beta \sin\theta_W & M_Z \sin\beta \cos\theta_W & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Les charginos eux, sont obtenus à partir de Higgs et jauginos chargés

$$\begin{pmatrix} \chi_{1L}^+ \\ \chi_{2L}^+ \end{pmatrix} = U_{\chi^+} \begin{pmatrix} \lambda_L^+ \\ \Psi_{H_{2L}^+} \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

U_{χ^+} permet de diagonaliser la matrice de masse

$$M_{\chi^+} = \begin{pmatrix} M_2 & -M_W \sqrt{2} \sin\beta \\ -M_W \sqrt{2} \cos\beta & \mu \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

De même, on obtient χ_1^- et χ_2^- à partir de λ^- et $\Psi_{H_1^-}$.

Les squarks et sleptons gauches et droits ont chacun un partenaire supersymétrique. On a donc à chaque fois deux sfermions $\tilde{f}_{1,2}$ obtenus comme combinaisons linéaires de $\tilde{f}_{L,R}$. Il en ressort à chaque fois deux sparticules, notées \tilde{p}_1 et \tilde{p}_2 .

Si on rajoute les jauginos, il ne manque plus que les Higgs pour avoir un spectre complet. Dans le secteur des bosons de Higgs, il y a h_0 le plus léger, H_0 et A_0 ceux qui sont pair et impair sous CP, et les higgs chargés H^+ et H^- .

On obtient des spectres dont des exemples sont disponibles en figures 2.5 et 2.4.

Enfin notons que si on cherche à représenter un spectre théorique, on peut encore rajouter le gravitino afin de compléter le tableau.

particule	limite sur sa masse
χ_1^0	46 GeV
χ_2^0	62.4 GeV
χ_3^0	99.9 GeV
χ_4^0	116 GeV
χ_1^+	94 GeV
\tilde{e}	107 GeV
$\tilde{\mu}$	94 GeV
$\tilde{\tau}$	81.9 GeV
\tilde{q}	379 GeV
\tilde{b}	89 GeV
\tilde{t}	95.7 GeV
\tilde{g}	308 GeV

FIGURE 2.1 – Limites sur les masses des partenaires données par [28]. Soulignons le fait que ce ne sont en fait que des ordres de grandeur, la valeur exacte des limites dépendant toujours des hypothèses sur lesquelles sont basées les analyses. *Ces limites sont en partie obsolètes, les nouvelles mesures ayant tendance à mettre des contraintes plus fortes, en particulier sur les gluinos et les squarks [40]. Il semblerait que ceux-ci soient plus lourds que 500 GeV (au moins 562 GeV du fait de la recherche de hadrons stables à atlas). Les limites étant souvent dépendantes des analyses, encore peu nombreuses, nous avons gardé ici les vieilles valeurs de [28].*

2.1.3 Termes softs

Les termes softs peuvent être abordés de plusieurs facons :

- du point de vue phénoménologique, on peut les mettre “à la main” en ne gardant que les termes qui garantissent des corrections quantiques logarithmiques à la masse du higgs. On supprime arbitrairement les autres.
- on peut aussi avoir une approche “top-down”, c’est-à-dire constater que si on part d’un lagrangien supersymétrique à haute énergie (en supergravité) et qu’on garde les termes dans la limite $M_p \rightarrow \infty$, à $\frac{F}{M_p}$ constant, on se retrouve avec les mêmes termes softs que trouvés par la méthode précédente.

Les seuls termes softs possibles sont :

- les termes de masse pour les scalaires et pseudo-scalaires $m^2 \phi^* \phi$, $\tilde{m}^2 (\phi^2 + \phi^{*2})$, où ϕ est un scalaire.
- les A-termes $A(\phi^3 + \phi^{*3})$
- les termes de masses pour les jauginos $M_\lambda (\lambda\lambda + \bar{\lambda}\bar{\lambda})$

2.1.4 Limites des modèles les plus simples

SuperTrace ou la nécessité d’un secteur additionnel

Dans les premiers modèles supersymétriques, la brisure de supersymétrie était posée de question naturelle : Peut-on construire un modèle contenant uniquement le MSSM et dans lequel la supersymétrie est brisée ?

Il se trouve que cette condition est difficile à réaliser.

Si aucun théorème ne permet d’exclure qu’un modèle simple pourrait exister, ceux-ci font face à un certain nombre de contraintes.

Ainsi par exemple, une condition imposée par la supersymétrie est que sans D terme

$$\text{Str} M^2 = \sum_{\text{particules } i} (-1)^{2S_i} (2S_i + 1) M_i^2 = 0 \quad (2.26)$$

Où M_i et S_i sont les masses et spins des particules concernées.

S’il existe une échelle qui fixe la masse des superpartenaires, elle doit être plus lourde que celle du modèle standard, donc cette égalité ne peut pas être préservée.

Si on veut briser la supersymétrie par les F-termes dans le MSSM, cela ne peut se faire que sur celui du Higgs. En effet, les autres étant définis via $-F^* = \frac{\partial W}{\partial \phi}$, W étant neutre et les champs étant chargés, avoir un F terme non nul impose de briser la symétrie sous laquelle ϕ est chargée.

On peut essayer de briser la supersymétrie via les D-termes en utilisant un terme de Fayet Iliopoulos, mais dans ce cas la difficulté vient du fait qu’il faut réussir à éviter les anomalies tout en engendrant des masses suffisamment grandes pour les jauginos.

Devant les difficultés rencontrées, les théoriciens ont pris l’habitude de rajouter un ensemble de particules (secteur) dont le rôle est uniquement de briser la supersymétrie.

Deux facons d'échapper à la condition $StrM^2 = 0$:

- prendre en compte les corrections quantiques (médiation de jauge)
- prendre en compte des effets gravitationnels (supergravité et médiation gravitationnelle). La formule devient alors

$$StrM^2 = \sum_{\text{particules } i} (-1)^{2S_i} (2S_i + 1) M_i^2 = 2e^G \frac{G_z G_{\bar{z}}}{G_{z\bar{z}}} \frac{R_{z\bar{z}}}{G_{z\bar{z}}} \Big|_{min}, \quad (2.27)$$

où S_i représente le spin de la particule, M_i sa masse, tandis que $G = \frac{8\pi}{M_p^2} K + \ln|W|^2$, et $R_{z\bar{z}}$ est sa courbure $R_{z\bar{z}} = -\partial_z \partial_{\bar{z}} \ln(G_{z\bar{z}})$.

Si le mécanisme qui génère des masses pour les sfermions est découplé de la physique des saveurs, on risque de prédire des changements de saveur en contradiction avec l'expérience. Il faut donc comprendre pourquoi les masses des sfermions sont

- soit universelles (matrice de masse pour les trois familles proportionnelle à l'identité)
- soit générées dans la même base que celle du modèle standard (on parle d'alignement, la matrice de masses au carré est diagonale dans la base où les matrices de masses du modèle standard sont diagonales. Le plus simple est d'avoir proportionnalité entre les deux (Minimum Flavor Violation))
- avec des coefficients, probablement fine-tunés, tels que les particules n'engendrent pas de changements de saveur en contradiction avec l'expérience.

Masse du higgs

À l'ordre des arbres, la masse du higgs doit vérifier $m_h \leq m_Z$. On peut donc être surpris du fait qu'il n'ait pas encore été détecté. En fait, si on prend en compte les corrections radiatives, on trouve une limite qui vaut plutôt

$$m_h^2 \leq M_Z^2 + \frac{3g^2 m_t^4}{8\pi^2 m_W^2} \left(\ln(M_s^2/m_t^2) + \frac{X_t^2}{M_s^2} \left(1 - \frac{X_t^2}{12M_s^2}\right) \right) \quad (2.28)$$

avec $X_t = A_t - \mu \cot\beta$, $M_S^2 = \frac{1}{2}(M_{t_1}^2 + M_{t_2}^2)$. Pour une masse du top $m_t = 175$ GeV et une masse moyenne des stops $M_s \leq 2$ TeV, on évalue pour le MSSM, $m_h \leq 135$ GeV.

Aujourd'hui, la limite expérimentale sur la masse du Higgs est de 114,4 GeV [?].

μ et $B\mu$

μ et $B\mu$ déterminent la forme du potentiel de Higgs et vérifient donc un certain nombre de contraintes :

$$V = (m_1^2 + \mu^2)|h_1^0|^2 + (m_2^2 + \mu^2)|h_2^0|^2 + B\mu(h_1^0 h_2^0 + \bar{h}_1^0 \bar{h}_2^0) + \frac{g^2 + g'^2}{8} (|h_1^0|^2 - |h_2^0|^2)^2 \quad (2.29)$$

On vérifie que dans la direction $|h_1^0| = |h_2^0|$ il n'y a pas d'instabilité, ce qui impose

$$m_1^2 + m_2^2 + 2\mu^2 > 2|B\mu| \quad (2.30)$$

L'instabilité en zero est nécessaire pour la brisure électrofaible :

$$(m_1^2 + \mu^2)(m_2^2 + \mu^2) < |B\mu|^2 \quad (2.31)$$

Il faut savoir comment générer le μ terme.

Le problème se pose ainsi : comment générer naturellement une échelle de l'ordre de grandeur attendu (1 TeV) alors que tous les paramètres sont à une échelle différente ($M_P, \Lambda_{GUT} \dots$) ?

Une réponse simple consiste à rajouter un scalaire dont le rôle est de prendre une vev et générer ainsi un μ terme du bon ordre de grandeur.

$$\lambda S H_2 \cdot H_1 \quad (2.32)$$

Ces modèles sont appelés nMSSM [45].

Dans les autres modèles, μ et $B\mu$ peuvent être générées par les corrections radiatives et les interactions non renormalisables.

2.1.5 Les bases des modèles plus évolués

Un système comprenant les particules du modèle standard et leurs partenaires supersymétriques ne peut pas briser la supersymétrie en cohérence avec les observations du modèle standard.

Il faut donc rajouter aux modèles des particules en plus, qui forment un secteur dans lequel la supersymétrie est brisée, puis étudier comment la brisure de supersymétrie est communiquée au MSSM. Dans le cas où la brisure de supersymétrie est communiquée gravitationnellement, on parle de secteur caché. Dans cette thèse, on appellera secteur caché le secteur additionnel qui brise la supersymétrie, indépendamment de la façon dont la brisure de supersymétrie est médiée.

2.2 Modèles explicites de brisure de la SUSY, Brisure dynamique

Il s'agit ici de construire des modèles pour les secteurs cachés. On doit donc trouver un certain nombre de champs qui interagissent de telle sorte que la supersymétrie soit brisée. On se concentre ici sur les modèles qui brisent la supersymétrie via leurs F-termes.

2.2.1 Théorèmes généraux

Afin de comprendre les contraintes auxquels la plupart des modèles sont soumis, un certain nombre de théorèmes ont été développés. Nous décrivons ici le rôle de la R symétrie dans la brisure de supersymétrie, amenant aux raisons pour lesquelles les gens s'intéressent de près aux vides métastables.

R symétrie est nécessaire pour la brisure de supersymétrie

Dans [87], Nelson et Seiberg expliquent pourquoi la majorité des modèles nécessitent une brisure de R-symétrie pour briser la supersymétrie.

Hypothèses :

Dans ce modèle, le potentiel de Kähler est canonique : $K = \sum_i z_i^* z_i$.²

Du coup, avoir un vide supersymétrique revient à pouvoir résoudre les équations suivantes.

$$\frac{\partial W}{\partial z_j} = 0 \text{ (F-termes)} \quad (2.33)$$

$$z_j^* T_{j,k}^A z_k = 0 \text{ (D-termes)} \quad (2.34)$$

Dans l'article, les auteurs considèrent qu'à basse énergie les éléments chargés se sont agrégés pour former des condensats et qu'il ne reste donc que des éléments neutres (invariants de jauge). Ils n'ont donc pas de condition sur les D-termes. C'est le cas de la plupart des modèles utilisés dans la construction des modèles O'Raifeartaigh.

L'étude se fait en 3 étapes

1/ Premier cas : le système ne comporte pas de symétrie.

Comme il n'y a pas de D-termes, chercher un vide supersymétrique revient à résoudre n équations à n inconnues. Un modèle générique va donc posséder un minimum supersymétrique.

2/ Second cas : le système comporte une symétrie globale ou une symétrie de jauge.

Pour le démontrer, on regarde d'abord ce qui se passe dans le cas d'une symétrie U(1). Le superpotentiel dépend de n champs $W(\phi_i), i = 1..n$. Il y a au moins un champ chargé (sinon on revient au cas précédent). Pour les notations, on considère que c'est le champ n qui est chargé, soit $q_n \neq 0$. On peut ainsi redéfinir les champs $X_i = \phi_i / \phi_n^{q_i/q_n}$, pour $i = 1..n-1$. Le superpotentiel dépend des n-1 X_i et de ϕ_n . Le superpotentiel est neutre, tous les champs sauf ϕ_n sont neutres, ϕ_n est chargé, donc W ne dépend que des X_i .

$$\frac{\partial W}{\partial \phi_n} = 0. \quad (2.35)$$

Il reste n-1 contraintes à satisfaire pour n-1 champs.

$$\frac{\partial W}{\partial X_j} = 0, j = 1..n-1 \quad (2.36)$$

Si le superpotentiel est générique, cela veut dire que l'on peut a priori résoudre le système et mettre tous les F-termes à zéro, donc que le vide est supersymétrique.

2. En fait, cet argument sert uniquement à écrire l'équation (2.33) . On peut donc le généraliser tant que la métrique ne s'annule pas. On sait de toutes les facons, notre modèle n'est plus valide si la métrique devient singulière, par exemple parce que le système développe de nouveaux degrés de libertés de masse nulle non décrits dans notre système.

3/ Troisième cas : le système possède une R-symétrie. La différence avec le cas précédent vient du fait que dans ce cas, le superpotentiel est chargé, de charge 2. Avec les mêmes notations qu'au cas précédent, la seule façon de l'écrire en fonction de ϕ_n chargé et des X_i neutres est donc

$$W = \phi_n^{2/q_n} \tilde{W}(X_i) \quad (2.37)$$

On réutilise le fait que notre étude se limite aux endroits où le Kähler ne s'annule pas.

Ainsi, les conditions pour mettre tous les F-termes à zéro sont

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial X_i} = 0, i = 1..n - 1 \quad (2.38)$$

$$\tilde{W}(X_i) = 0 \quad (2.39)$$

Pour un superpotentiel quelconque, il faut résoudre n équations avec n-1 inconnues, pour mettre tous les F-termes à zéro, c'est-à-dire pour avoir un vide supersymétrique.

Conclusion :

- avec un Kähler canonique (en fait une métrique non singulière)
- pour des vev de champs non nulles et non infinies (En fait on note que c'est la vev du champ chargé sous la R symétrie qui doit être non nulle. Cela correspond à une brisure spontanée de R-symétrie)
- pour un système sans D-termes (qui exclut donc les modèles dynamiques dans lesquels la supersymétrie est liée à des effets de confinements dus à des couplages forts)
- pour un système générique, c'est-à-dire sans fine-tuning ou sans relation particulière entre les paramètres,

Il faut une R symétrie pour pouvoir briser la supersymétrie.

On peut trouver un certain nombre de contre-exemples dans [47] [48] par exemple.

La R symétrie est incompatible avec la brisure de supersymétrie.

Si la supersymétrie existe, elle doit être brisée, donc les jauginos, qui n'ont jamais été observés, doivent avoir une masse. Celle-ci, si elle est de Majorana, est de la forme : $M\lambda\lambda$. Comme les champs de jauge ne peuvent pas être chargés sous la R symétrie, ce terme brise la R-symétrie.

Il faut donc briser la R symétrie pour générer les masses des jauginos et briser la supersymétrie de manière réaliste.

Notons qu'il y a eu des tentatives pour échapper au problème en construisant des masses de Dirac pour les jauginos [49].

De manière générale, on se référera à la masse de Majorana des jauginos quand on parlera de la masse des jauginos.

La métastabilité ou l'art du compromis

Le lecteur averti aura noté que les phrases “Il faut une R symétrie pour pouvoir briser la supersymétrie.” et “Il faut donc briser la R symétrie pour briser la supersymétrie de manière réaliste.” sont un peu contradictoires. Heureusement, le physicien rusé a inventé pour vous un concept qui nous permet de sortir de cette impasse : celui de métastabilité. Le potentiel possède plusieurs vides locaux. Celui de plus basse énergie restaure la supersymétrie, ce qui permet de générer facilement des masses de jauginos.

Nous allons revenir brièvement sur l'impact de la R-symétrie dans les modèles de O'Raifeartaigh, puis nous décrirons brièvement le modèle dit d'ISS, qui permet de briser dynamiquement la supersymétrie de manière métastable.

2.2.2 Brisure dynamique et QCD supersymétrique

On sait que la difficulté d'étudier QCD vient du fait que son couplage est fort et qu'on ne peut donc pas travailler perturbativement à basse énergie. A basse énergie, les bons degrés de libertés ne sont plus tant les quarks et gluons que les baryons et mésons. On sait également qu'en QCD, le confinement n'est pas seulement dû au couplage fort mais dépend aussi du nombre de familles relativement à la taille du groupe de jauge. Dans la version de QCD supersymétrique, on trouve également des comportements différents suivant les valeurs de N_f et N_c . Seiberg [50] identifie des dualités entre théories à couplage faible et fort en comparant leurs degrés de liberté. Pour utiliser le même vocabulaire, on appellera mésons les particules composées de quarks et celles qui apparaissent à basse énergie.

À haute énergie, on travaille avec des quarks Q et \tilde{Q} “fondamentaux” qui sont soumis à une symétrie de saveur $SU(N_f)$ et de couleur $SU(N_c)$ ainsi qu'à une R symétrie et une symétrie baryonique. À partir des quarks élémentaires, on peut construire des mésons et des baryons (ceux-ci n'étant définis que si $N_f \leq N_c$) :

$$M_{\tilde{j}}^i = Q^i \tilde{Q}_{\tilde{j}} \quad (2.40)$$

$$B^{i_1 \dots i_{N_c}} = Q^{i_1} \dots Q^{i_{N_c}} \quad (2.41)$$

$$\tilde{B}^{\tilde{i}_1 \dots \tilde{i}_{N_c}} = \tilde{Q}^{\tilde{i}_1} \dots \tilde{Q}^{\tilde{i}_{N_c}} \quad (2.42)$$

A l'ordre des arbres

On peut calculer leurs vevs à l'ordre des arbres, celles-ci annulant la contribution à l'énergie liée aux D-termes :

$$N_f < N_c$$

$$Q = \tilde{Q} = \begin{pmatrix} a_1 & & & \\ & a_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & a_{N_f} \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

$$N_f \geq N_c$$

$$Q = \begin{pmatrix} a_1 & & & \\ & a_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & a_{N_c} \end{pmatrix}, \tilde{Q} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_1 & & & \\ & \tilde{a}_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \tilde{a}_{\tilde{N}_c} \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

avec $|a_i|^2 - |\tilde{a}_i|^2 = \text{indépendant de } i$

$$M = \begin{pmatrix} a_1 \tilde{a}_1 & & & \\ & a_2 \tilde{a}_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & a_{N_c} \tilde{a}_{\tilde{N}_c} \end{pmatrix}, \quad (2.45)$$

$$B^{1\dots N_c} = a_1 a_2 \dots a_{N_c} \quad (2.46)$$

$$\tilde{B}^{1\dots N_c} = \tilde{a}_1 \tilde{a}_2 \dots \tilde{a}_{\tilde{N}_c} \quad (2.47)$$

Sous $SU(N_f) \times SU(N_f) \times U(1)_B \times U(1)_R$, Q se comporte comme $(N_f, 1, 1, \frac{N_f - N_c}{N_f})$ et \tilde{Q} comme $(1, \tilde{N}_f, -1, \frac{N_f - N_c}{N_f})$.

Pour trouver les superpotentiels donnés dans la table (2.2), on cherche les superpotentiels qui vérifient les symétries du problème, et sont cohérents entre eux (si on découple un quark par exemple, on trouve bien le cas $N_f - 1$, et les théories collent au raccordement, lorsque l'énergie du système vaut la masse du quark lourd).

	Contraintes classiques	Corrections quantiques au superpotentiel	Comportements /commentaires
$N_f < N_c$		$W_{eff} = (N_c - N_f) \left(\frac{\Lambda^{3N_c - N_f}}{\det \tilde{Q}Q} \right)^{1/N_c - N_f}$	Pas de vide (runaway)
$N_f < N_c$	$W_{tree} = \text{Tr}mM$ Rajouté pour stabiliser le runaway	$W_{eff} = (N_c - N_f) \left(\frac{\Lambda^{3N_c - N_f}}{\det \tilde{Q}Q} \right)^{1/N_c - N_f}$	N_c vides : $\langle M_j^i \rangle = (\det m \Lambda^{3N_c - N_f})^{1/N_c} \left(\frac{1}{m} \right)_j^i$
$N_f = N_c$	$\det M - B\tilde{B} = 0$ Il y a une singularité en 0 qui correspond à l'apparition de particules de masse nulle	$\det M - B\tilde{B} = \Lambda^{2N_c}$ Au niveau quantique, 0 n'est plus solution, la symétrie $SU(N_f)$ est brisée	
$N_f = N_c + 1$	$\det M (1/m)_j^i - B_i B^{\tilde{j}} = 0$ $M_j^i B_i = M_j^i \tilde{B}^{\tilde{j}} = 0$	$W_{eff} = \frac{1}{\Lambda^{2N_c - 1}} \left(M_j^i B_i \tilde{B}^{\tilde{j}} - \det M \right)$	
$N_f \geq 3N_c$			là la valeur de la constante de couplage diminue en même temps que l'énergie, on peut travailler simplement avec les champs du lagrangien.
$3/2N_c < N_f < 3N_c$			Liberté asymptotique. On considère qu'il existe un point fixe \rightarrow théorie des champs superconforme.

FIGURE 2.2 – Liste des différents cas possibles pour SQCD

Dualité

Le cas $3/2N_c < N_f < 3N_c$ est particulièrement intéressant, car la théorie qu'il décrit peut également l'être par une théorie dite duale.

En effet, considérons, la théorie possédant

- un groupe de jauge $SU(N_f - N_c)$
- une symétrie de saveur $SU(N_f)$
- N_f quarks q_i et antiquarks \tilde{q}_i , $i = 1..N_f$ “magnétiques”
- des mésons magnétiques neutres dans l'adjoint de $SU(N_f)$, $M_{m,\tilde{j}}^i$

Comme $3/2(N_f - N_c) < N_f < 3(N_f - N_c)$, on sait que le système évolue vers un point fixe où la théorie des champs devient superconforme. Il se trouve que lorsqu'on prend en compte le superpotentiel suivant

$$W = \frac{1}{\mu} M_{m,\tilde{j}}^i q_i \tilde{q}^{\tilde{j}} \quad (2.48)$$

la théorie électrique (avec les quarks électriques Q chargés sous $SU(N_c)$ et $SU(N_f)$) et la théorie magnétique évoluent vers le même point fixe. On peut donc choisir l'une ou l'autre des descriptions suivant ce qui est le plus simple à manipuler (celle au couplage faible, par exemple), en gardant en tête les relations suivantes :

$$M = \mu M_m \quad (2.49)$$

$$\Lambda_e^{3N_c - N_f} \tilde{\Lambda}_m^{2N_f - 3N_c} = (-1)^{N_f - N_c} \mu^{N_f} \quad (2.50)$$

Λ_e et Λ_m correspondent aux échelles dynamiques générées dans les théories électrique et magnétique, tandis que μ est introduite en (2.49) pour faire le raccord dimensionnel entre les deux théories.

Les symétries globales sont les mêmes dans les deux cas : $SU(N_f) \times SU(N_f) \times U(1)_B \times U(1)_R$, avec q se transformant comme $(\bar{N}_f, 1, \frac{N_c}{N_f - N_c}, \frac{N_c}{N_f})$ et \tilde{q} comme $(1, N_f, -\frac{N_c}{N_f - N_c}, \frac{N_c}{N_f})$.

2.2.3 Modèle d'Intrilligator, Seiberg et Shih (ISS)

Le modèle dit ISS, pour Intrilligator, Seiberg et Shih [51] est très populaire car il permet de :

- Générer dynamiquement un modèle de type O'Raifeartaigh via SQCD
- Résoudre le conflit apparent concernant la R-symétrie

Comme vu précédemment, on peut partir d'une théorie à haute énergie avec $N = 1$ SUSY QCD, avec N_f saveurs et un groupe de jauge $SU(N_c)$. Si $N_c < N_f < 3/2N_c$, on sait qu'à basse énergie, dans la théorie duale, on peut décrire le système perturbativement par des quarks et des mésons magnétiques, chargés sous une symétrie de jauge $SU(N)$, $N = N_f - N_c$ et avec une symétrie globale de saveur $SU(N_f)$. Les mésons sont dans l'adjoint de $SU(N_f)$: X_{ij} , $i, j = 1..N_f$. Les quarks sont notés $q_{i,a}$ et \tilde{q}_a^i , $a = 1..N$

Le superpotentiel s'écrit

$$W = h\text{Tr}(qX\tilde{q}) - h\mu^2\text{Tr}(X) \quad (2.51)$$

Il suffit de choisir $N < N_f$ pour que la supersymétrie soit brisée. En effet,

$$-F_{X_{i,j}}^* = hq_{i,a}\tilde{q}_j^a - h\mu^2\delta_{i,j} \quad (2.52)$$

La première matrice est de rang N et ne peut donc pas être égale au second terme de rang N_f . La supersymétrie est donc brisée et certains champs X font office de spurions³.

L'énergie du vide vaut

$$V_{min} = (N_f - N)|h^2\mu^4| \quad (2.53)$$

et est obtenue, à l'ordre des arbres, pour des champs dont les vev valent :

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & X_0 \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

$$q = \begin{pmatrix} q_{0,1} \\ \vdots \\ q_{0,N} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

$$\tilde{q} = (\tilde{q}_{0,1}, \dots, \tilde{q}_{0,N}, 0) \quad (2.56)$$

Comme pour l'étude des modèles O'Raifeartaigh, on montre qu'il existe des directions plates à l'ordre des arbres qui sont levées par les corrections quantiques :

$$V_{eff} = \frac{1}{64\pi^2} \text{STr} M^4 \log \frac{M^2}{\Lambda^2} = \frac{1}{64\pi^2} \text{Tr} m_B^4 \log \frac{m_B^2}{\Lambda^2} - \text{Tr} m_F^4 \log \frac{M_F^2}{\Lambda^2} \quad (2.57)$$

où m_B et m_F sont les masses des bosons et des fermions.

On trouve que des vevs qui maximisent les symétries conservées, c'est-à-dire $X = 0$ et $q = \tilde{q}^T = (\underbrace{\mu, \dots, \mu}_{N \text{ times}}, \underbrace{0, \dots, 0}_{N_f - N})$. Sans surprise, on trouve que la R-symétrie

est conservée dans ce vide qui brise la supersymétrie.

Le suspense est à son comble : comment va-t'on modifier le système pour réussir à générer des masses de jauginos ?

On étudie le même modèle, mais jaugé.

Les changements sont négligeables au voisinage du vide qui brisait la supersymétrie. Il le fait toujours.

On étudie ensuite le système loin de l'origine. L'index de Witten nous dit déjà que le système possède $N_f - N$ vides supersymétriques. Pour en savoir plus,

3. ce qui justifie a posteriori nos notations

on étudie ce qui se passe si $\langle X \rangle$ prend une vev. Alors les quarks prennent une masse $h \langle X \rangle$. Si on les intègre-out et qu'on regarde la physique infrarouge, on trouve le superpotentiel suivant :

$$W_{low} = N(h^{N_f} \Lambda_m^{(N_f-3N)} \det X)^{1/N} - h\mu^2 \text{Tr} X \quad (2.58)$$

En conséquence :

- Loin de l'origine, se développent $N_f - N$ vides supersymétriques pour $\langle hX \rangle = \Lambda_m \left(\frac{\mu}{\Lambda_m}\right)^{2N/(N_f-N)} \mathbf{1}_{N_f} = \left(\frac{\Lambda_m}{\mu}\right)^{(N_f-3N)/(N_f-N)} \mathbf{1}_{N_f}$
- Parce qu'il existe désormais un vide qui restaure la supersymétrie, le vide qui la brise n'est plus stable mais métastable. Heureusement, son temps de vie est grossièrement estimé à $\exp(S)$, avec

$$S = \left(\frac{\Lambda_m}{\mu}\right)^{4(N_f-3N)/(N_f-N)} \gg 1 \quad (2.59)$$

Ce modèle a l'intérêt d'être à la fois un modèle de brisure de supersymétrie dynamique, crée à partir d'un couplage fort, et grâce à la dualité, de pouvoir être étudié perturbativement. De plus, on sait depuis longtemps grâce à l'index de Witten que les modèles les plus simples ont des vides supersymétriques. Ici, la métastabilité permet de garantir à la fois la simplicité relative du modèle ainsi que le fait qu'il brise la supersymétrie.

2.3 Médiation de jauge

Pour les raisons vues précédemment, la supersymétrie ne peut pas être brisée directement dans le MSSM. Afin d'assouplir les contraintes sur la construction des modèles supersymétriques, on construit des modèles dans lesquels la brisure de supersymétrie n'est communiquée au MSSM que par des effets gravitationnels ou par des corrections radiatives.

La supersymétrie est brisée dans un secteur qu'on appelle caché, ou "secluded" soit "retiré"⁴. Comme vu précédemment, on peut construire des modèles explicites pour ce secteur, par exemple avec des brisures dynamiques de supersymétrie.

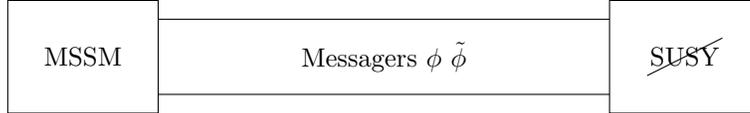
Cela dit, il n'est pas nécessaire de savoir comment la supersymétrie est brisée pour étudier ses mécanismes de transmission. On considère alors le secteur caché comme une boîte noire capable de donner un spurion X , avec $\langle X \rangle = X_0 + \theta^2 F_X$.

2.3.1 Description succincte et résultats classiques

En médiation de jauge, on couple le secteur caché à un ensemble de champs chargés sous le modèle standard, dit messagers. Ceux-ci sont dans des représentations

4. nous utiliserons abusivement le terme caché dans cette thèse

réelles, vectorielles. Si on travaille dans le cadre de théories de grande unification, on les prend dans des représentations complètes du grand groupe de symétrie afin de ne pas perturber l'unification des couplages. Dans ce contexte, il faut aussi faire attention à ne pas mettre trop de messagers pour éviter l'apparition des pôles de Landau.



Avantages :

- En médiation de jauge, tout repose sur des calculs de boucles qui sont calculables exactement dans le cas où le secteur des messagers est perturbatif. Tout se déroule dans le cadre connu de la théorie des champs.
- Comme les masses sont générées dans la base d'états propres des interactions, elles ne peuvent pas engendrer de changements de saveur supplémentaire, et ne posent donc pas de problème de saveur.

Inconvénients :

- En médiation de jauge, il est difficile de générer μ et $B \mu$ du bon ordre de grandeur. Plus précisément, si μ et $B \mu$ sont engendrés par des boucles de messagers, $B \mu \sim 16\pi^2 \mu^2$. Il faut donc trouver des façons de contourner et résoudre le problème [3].
- Le gravitino est souvent la LSP. Comme il est difficile de tester ses propriétés dans les collisionneurs, on ne peut pas faire de prédiction simple sur la densité de matière noire que l'on peut confronter aux mesures ensuite. Il faut également s'assurer qu'il ne perturbe pas la synthèse des éléments légers pendant la nucléosynthèse.

2.3.2 Formalisme classique de la médiation de jauge

Dans le cas de la médiation de jauge [52], les masses des sparticules sont engendrées par corrections radiatives. Pour cela, on introduit des particules, dites messagers, couplées au secteur caché et chargées sous les symétries du modèle standard. Plus précisément, on prend N_m champs $\phi, \tilde{\phi}$ qui appartiennent à la représentation $r + \bar{r}$ du groupe de jauge. Si l'on veut conserver l'unification des constantes de couplage, il faut choisir les messagers dans des représentations complètes du groupe de grande unification choisi. Si l'on veut conserver la perturbativité, on ne peut pas mettre trop de champs de masse M sous peine de générer des pôles de Landau, ce qui donne comme condition $N_m < \frac{150}{\ln M_{GUT}/M}$. Classiquement, on couple les messagers avec les spurions X_l par le biais du couplage $W = \tilde{\phi}_i (\lambda_{i,j}^l X_l + M_{i,j}^0) \phi_j$, $\langle X_l \rangle = X_{0,l} + \theta^2 F_l$.

Les messagers sont donc composés de fermions de masse $M_{i,j} = (\lambda_{i,j}^k X_{0,k} + M_{i,j}^0)$ et de scalaires dont la masse est donnée par

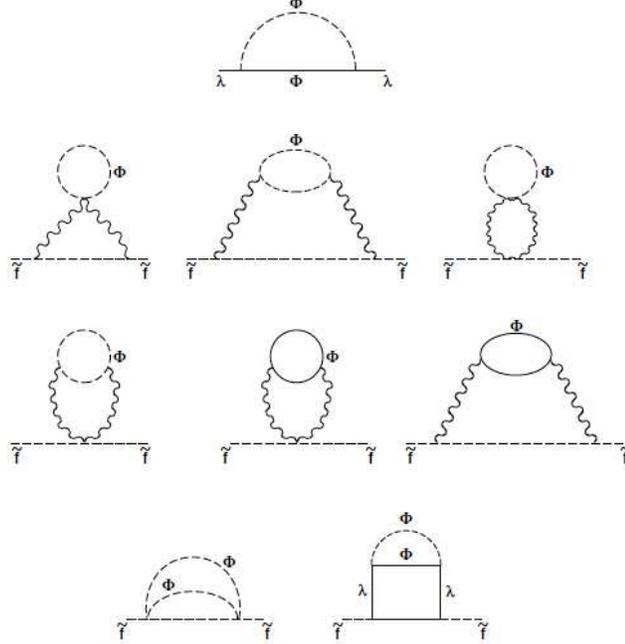


FIGURE 2.3 – Génération des masses des jauginos et des scalaires à une et deux boucles respectivement. Figure prise dans [2], les pointillés sont des scalaires, les lignes pleines des fermions et les lignes ondulées sont les vecteurs.

$$(\phi^\dagger, \tilde{\phi}) \begin{pmatrix} (M)^\dagger(M) & -(\lambda F)^\dagger \\ -(\lambda F) & (M)^\dagger(M) \end{pmatrix} (\phi, \tilde{\phi}^\dagger) \quad (2.60)$$

Comme dans beaucoup de modèles, X_0 est petit devant M_0 (parfois nul pour des raisons de symétries), la condition de stabilité pour les masses des scalaires s'écrit $F < M^2$. Souvent, on aura $F \ll M^2$, ce qui permet de travailler de manière perturbative en F/M .

Si on trace les diagrammes de Feynman pour les termes softs, on obtient la figure 2.3.2.

La masse des jauginos est engendrée à une boucle :

$$M_{\lambda_r} = N_m k_r \frac{\alpha_r(t)}{4\pi} \sum_{i,j} \frac{\lambda_{i,j}^l F_l}{M_{i,j}}, \quad (2.61)$$

$$(2.62)$$

où $k_1 = 5/3, k_2 = k_3 = 1$ pour que $k_r \alpha_r$ soient égaux à GUT. l représente le nombre de champs qui brisent la supersymétrie, N_m est le nombre de messagers.

La masse carrée des sfermions est elle générée à deux boucles :

$$m_\chi^2 = 2 \sum_a C_\chi^a \left(\frac{\alpha_a}{4\pi} \right)^2 \sum_{i,j,k} 2T_a(R_i) N_m \left| \frac{\lambda_{j,k}^l F_l}{M_{j,k}} \right|^2, \quad (2.63)$$

avec les notations habituelles : a représente le groupe de jauge, i l'indice de la composante ϕ_i du messenger Φ , ce dernier appartenant à la représentation R_i du groupe choisi. $T_a(R_i)$ est l'index de Dynkin de la représentation R_i , et les C_χ^a sont les coefficients de Casimir quadratiques pour le superchamp chiral χ , tous par rapport à G_a .

2.3.3 Propriétés classiques

Dans la plupart des cas, on prend pour simplifier les masses des messagers égales à haute énergie. Une fois les paramètres fixés à l'échelle de Λ_{GUT} (F-termes) et les caractéristiques des messagers choisis (masses, nombre et représentations), on peut calculer les corrections à une boucle et prédire des spectres à basse énergie.

Quand les masses des messagers sont égales à haute énergie, on sait que celles des jauginos vérifieront à toute énergie et à une boucle

$$\frac{M_1}{\alpha_1} = \frac{M_2}{\alpha_2} = \frac{M_3}{\alpha_3} \quad (2.64)$$

C'est donc un test facile à effectuer à basse énergie. Notons qu'il ne permet de faire la différence avec minimal SUGRA, mais il permet tout de fois de tester l'universalité dans l'ultraviolet.

En général, la masse à laquelle on trouve les messagers $M_m \ll M_P$ donc le gravitino est la LSP : $m_{3/2} \sim \frac{F}{M_P} \ll \Lambda_{GM}$

Un spectre classique de médiation de jauge avec neutralino NLSP est mis en figure 2.4, tiré de [53].

2.3.4 Autres mécanismes de transmission de la brisure de la supersymétrie, comparaison

Une façon très naturelle de transmettre la brisure de supersymétrie est de le faire par la gravitation [54]. On sait déjà qu'on peut obtenir les termes softs comme limite à basse énergie d'un lagrangien de supergravité.

Dans ce cas, la LSP est le neutralino⁵

Avantages :

- La gravitation étant présente dans tous les cas (!), c'est un mécanisme naturel.
- Lorsque la médiation est gravitationnelle, le mécanisme de Giudice-Masiero (voir [55]) permet de générer naturellement les termes μ et $B\mu$ via les interactions gravitationnelles. On prend la limite à basse énergie ($M_p \rightarrow \infty$, F/M_p constant) et il reste les termes désirés.

5. le cas où $\tilde{\tau}_1$ est la LSP n'est pas viable et doit donc être évité

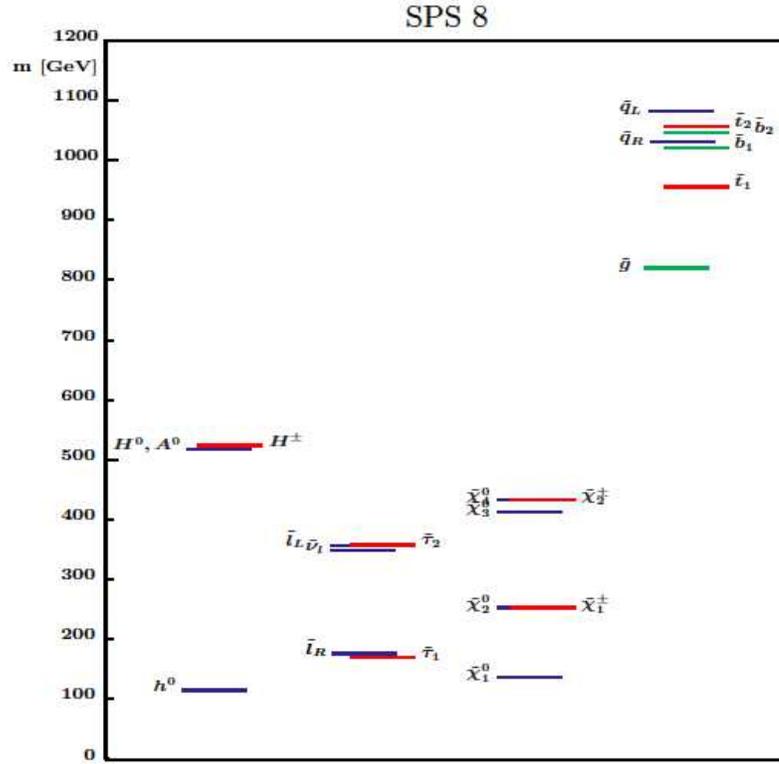


FIGURE 2.4 – Spectre classique sps8 [53]. Il est obtenu avec médiation de jauge et les paramètres suivants : $\Lambda = F/M = 100$ TeV, $M_{mess} = 200$ TeV, $N_m = 1$, $\tan\beta = 15$, $\mu > 0$.

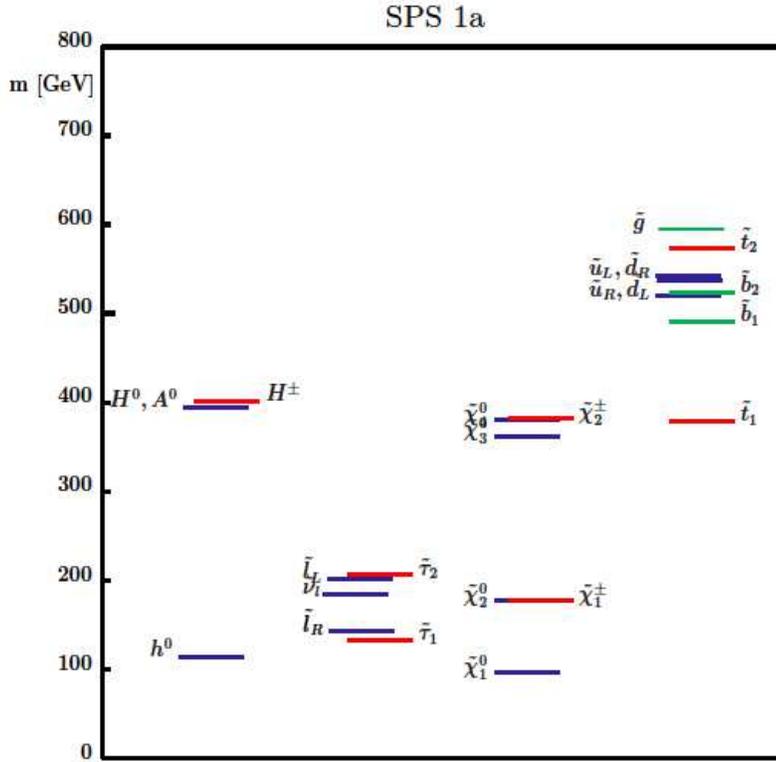


FIGURE 2.5 – Spectre classique sps1a. Il est obtenu avec minimal sugra et les paramètres suivants : $m_0 = 100\text{GeV}$, $m_{1/2} = 250\text{ GeV}$, $A_0 = -100\text{ GeV}$, $\tan\beta = 10$, $\mu > 0$.

Inconvénients :

- Les modèles les plus simples génèrent des changements de saveur difficiles à éviter.
- Les modèles de médiation gravitationnelle sont plus difficiles à tester car moins prédictifs (un des intérêts d'un modèle physique est de pouvoir le tester...). C'est pourquoi on se concentre sur mSUGRA.

Note : la médiation gravitationnelle existe dans tous les cas. Mais comme son ordre de grandeur est $\frac{F}{M_P}$, elle est souvent négligeable face à des mécanismes ayant lieu à un échelle plus basse $M \ll M_P$. La médiation de jauge est naturellement dominante pour des échelles inférieures à 10^{14}GeV .

Un spectre classique de médiation gravitationnelle est le spectre suivant mis en figure (2.5), tiré de [53].

On peut aussi travailler dans un cadre dit de médiation de jauge directe

[56] : dans ce cas là, les messagers appartiennent au secteur “caché” (secluded) et sont chargés sous les symétries de jauge du modèle standard.