

# Superlentille en champ proche en régime impulsif

---

## Sommaire

---

<b>3.1 Superlentille hors régime harmonique</b>	<b>55</b>
3.1.1 Potentiel en régime impulsif	55
3.1.2 Réponse impulsif	56
3.1.3 Potentiel dans le cas général	58
3.1.4 Impulsion de fréquence complexe	59
3.1.5 Régime libre	63
<b>3.2 Images de sources ponctuelles</b>	<b>66</b>
3.2.1 Impulsion fréquence complexe	67
3.2.2 Régime libre	70
3.2.3 Comparaison et évolution de la largeur à mi-hauteur au cours du temps	70

---

Dans le chapitre 2, nous avons étudié un principe d’Huygens-Fresnel pour les ondes de surface. Celui-ci s’appuie sur la représentation des ondes de surface avec un vecteur d’onde complexe et une pulsation réelle (voir figure 3.1). Dans cette représentation, les pertes dans les matériaux présents font que la relation de dispersion des ondes de surface ne présente pas d’asymptote. Nous avons vu que cela a notamment pour conséquence de limiter la résolution spatiale atteignable. La superlentille proposée par Pendry, dans la limite électrostatique, se base sur la présence des ondes de surface et de l’asymptote de la relation de dispersion pour augmenter la résolution. Toutefois, le problème reste identique et en présence de pertes, en régime harmonique, les ondes de surface ne présentent plus d’asymptote, ce qui limite finalement la résolution. Nous allons voir qu’il est possible, en mettant en forme la dépendance temporelle des objets à imager, de s’appuyer de nouveau sur les ondes de surface de cette asymptote. Celle-ci est en effet présente lorsque l’on considère une pulsation complexe, comme sur la figure 3.1. La résolution spatiale obtenue peut ainsi être façonnée par une mise en forme *temporelle* du faisceau éclairant le système. En d’autres termes, nous allons montrer que la mise en forme *temporelle* du faisceau incident permet de modifier la résolution *spatiale* d’un système d’imagerie.

La superlentille la plus générale s’appuie sur les matériaux possédant à la fois une permittivité  $\epsilon$  et une perméabilité  $\mu$  négative. Ces matériaux ont été étudiés initialement par VESELAGO (1968). L’une des propriétés particulières de ces matériaux est la réfraction négative qui peut avoir lieu à leur interface avec un milieu

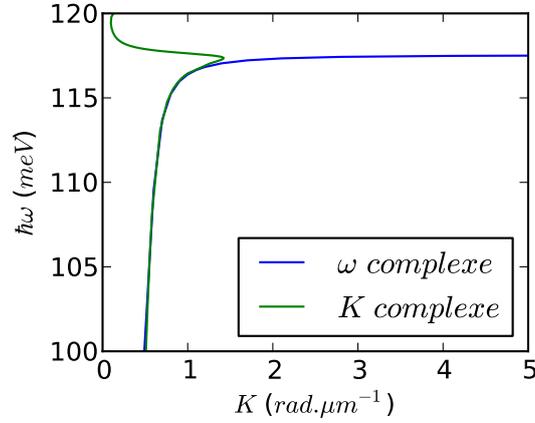


FIGURE 3.1 – Relation des ondes de surface d’une interface SiC/air. Bleu : relation de dispersion avec une pulsation  $\omega$  complexe et un vecteur d’onde de module  $K$  réel. Vert : relation de dispersion avec une pulsation  $\omega$  réelle et un vecteur d’onde de module  $K$  complexe. Avec une pulsation complexe, la relation de dispersion présente une asymptote, à une pulsation  $\omega_{sp}$  complexe vérifiant  $\epsilon(\omega_{sp}) + 1 = 0$ . Avec un vecteur d’onde de module complexe, la relation de dispersion présente un repliement, la partie réelle du module des vecteurs d’onde  $K$  est limitée.

de permittivité et perméabilité positives. Cette propriété permet de concevoir avec de tels matériaux une lentille « sans axe optique ». À la suite des travaux de Veselago, Pendry a souligné qu’une telle lentille exalte les ondes évanescentes provenant d’un objet, en plus de réfracter les ondes progressives. Pendry souligne notamment que théoriquement, l’image formée par une telle lentille n’est pas soumise à la limite usuelle de diffraction (PENDRY 2000 ; PENDRY et RAMAKRISHNA 2003). De tels matériaux n’ayant pas encore été réalisés aux fréquences visibles (SHALAEV 2007), Pendry fait remarquer que dans la limite électrostatique (module des vecteurs d’onde dans le plan de la lentille grands devant  $\omega/c$ ), la condition  $\epsilon = -1$  suffit pour obtenir une superlentille (plus de condition sur  $\mu$ ), et qu’un métal tel que l’argent permet d’approcher cette condition dans le visible.

Afin d’étudier la superlentille, nous utilisons l’approximation électrostatique, car les distances mises en jeu sont telles que les effets de retard sont négligeables. On peut alors se contenter de calculer les potentiels créés par des charges. On peut aisément en déduire les champs électriques créés par des dipôles si nécessaire. On considère un film de constante diélectrique  $\epsilon(\omega)$  entouré d’air (voir figure 3.3). Dans la limite électrostatique, on peut écrire en un point d’observation le potentiel créé par une charge ponctuelle située de l’autre côté du film (LARKIN et STOCKMAN 2005),

$$\varphi(\mathbf{r}, \omega) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\infty dK J_0(K\rho) e^{-K(z-h)} t_p^{(es)}(K, \omega) e^{Kz_0}, \quad (3.1)$$

où  $z$  est la coordonnée du point d’observation selon l’axe  $Oz$  perpendiculaire au film, et  $z_0$  la coordonnée de la charge selon cet axe.  $q$  est la valeur de la charge considérée.  $\rho$  est la distance du point d’observation à l’axe

$Oz$ . La charge est supposée située sur cet axe.  $t_p^{(es)}(K, \omega)$  est le coefficient de transmission en polarisation  $p$  dans la limite électrostatique, et vaut

$$t_p^{(es)}(K, \omega) = \frac{4\epsilon(\omega)e^{-Kh}}{[\epsilon(\omega) + 1]^2 - [\epsilon(\omega) - 1]^2e^{-2Kh}}. \quad (3.2)$$

Sauf cas particulier, le terme  $[\epsilon(\omega) + 1]^2$  figurant au dénominateur n'est pas nul. Aux grands  $K$ , ce terme domine au dénominateur, et  $t_p^{(es)}(K, \omega)$  décroît exponentiellement. L'amplitude du potentiel est alors atténuée à la traversée du film. Mais à la fréquence particulière où  $\epsilon(\omega) + 1 = 0$ ,  $t_p^{(es)}(K, \omega)$  vaut  $e^{Kh}$  : le coefficient de transmission du film croît exponentiellement, et le potentiel est exalté à la traversée du film. On peut alors écrire ce potentiel sous la forme

$$\varphi(\mathbf{r}, \omega) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\infty dK J_0(K\rho) e^{-K[z - (z_0 + 2h)]} = \frac{q/(4\pi\epsilon_0)}{\sqrt{\rho^2 + [z - (z_0 + 2h)]^2}}. \quad (3.3)$$

Le potentiel du côté opposé à la charge est ainsi celui d'une charge image de même valeur  $q$  située à une distance  $2h$  (vers les  $z$  croissant) de la charge  $q$ , éventuellement du même côté que la charge objet, voire dans le film (figure 3.2). Le module  $K$  des composantes de Fourier dans le plan parallèle au film n'est ici pas limité

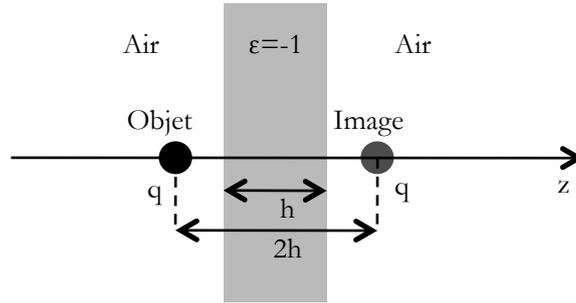


FIGURE 3.2 – Superlentille parfaite dans la limite électrostatique. L'image d'une charge objet  $q$  est une charge image de même valeur située à une distance  $2h$  de la charge objet, où  $h$  est l'épaisseur du film vérifiant  $\epsilon = -1$  et jouant le rôle de superlentille.

par le film, il n'y a pas de limite de résolution. On peut donner une autre vision du fonctionnement de cette superlentille. Dans la limite électrostatique, les ondes de surface d'une interface simple air/matériau du film ont une unique pulsation  $\omega_{sp}$  vérifiant  $\epsilon(\omega_{sp}) + 1 = 0$ . À cette pulsation, deux ondes évanescentes décroissant en s'éloignant d'une interface satisfont les relations de passage au niveau de l'interface (interface de droite), et constituent le champ d'une onde de surface. Solution moins courante, deux ondes évanescentes *croissant* en s'éloignant de l'interface satisfont également ces relations de continuité (interface de gauche). Nous parlerons alors d'« anti-onde de surface ». Dans le cas d'un film et avec un objet source à partir duquel décroît une onde évanescente, on peut ainsi construire une solution des équations de Maxwell composée d'une anti-onde de surface et d'une onde de surface partageant leur champ dans le film. Une telle solution est représentée schématiquement sur la figure ci-dessus. Les ondes de surface présentant une asymptote (voir figure 3.1) à la

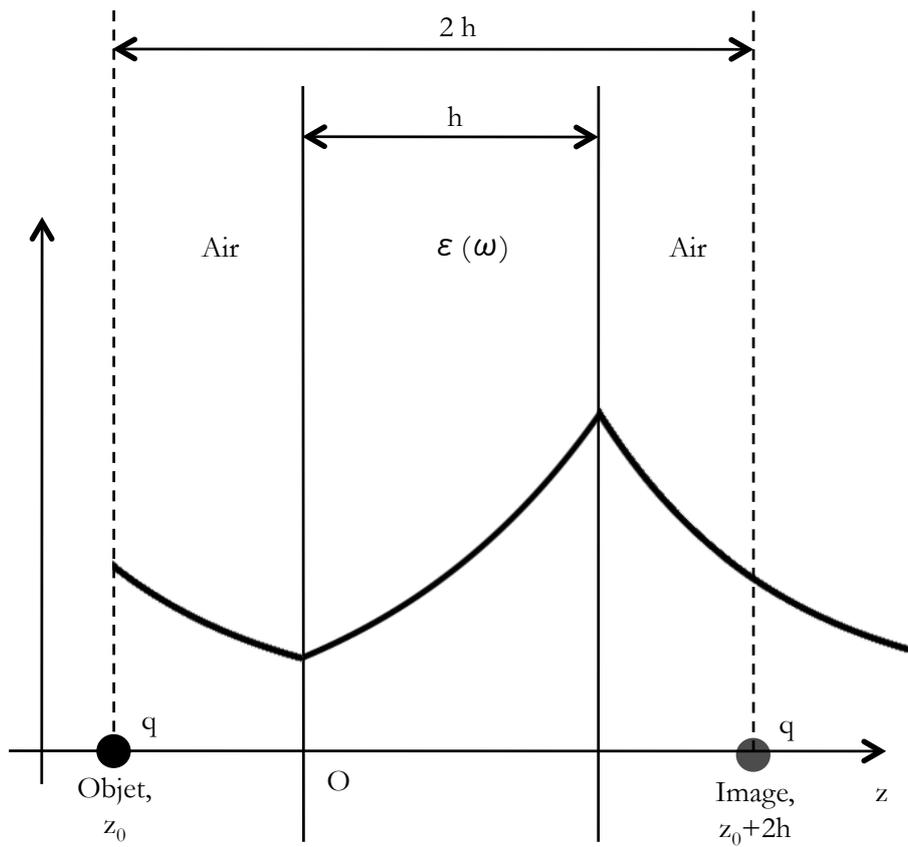


FIGURE 3.3 – Principe de fonctionnement d'une superlentille dans la limite électrostatique. On a tracé en trait épais le potentiel d'une des ondes de surface et anti-onde de surface (voir ci-dessous) contribuant à la construction de l'image.

pulsation  $\omega_{sp}$  vérifiant  $\epsilon(\omega_{sp}) + 1 = 0$ , ces solutions existent pour un grand nombre de vecteurs d'onde  $\mathbf{K}$  à cette pulsation, et permettent de reconstruire l'image d'un point source (PENDRY et RAMAKRISHNA 2003).

Le mode de fonctionnement d'une telle superlentille s'explique donc notamment par le fait qu'elle exalte les ondes évanescentes incidentes (PENDRY et RAMAKRISHNA 2003). Cette lentille ne fonctionne théoriquement qu'à la pulsation à laquelle  $\epsilon(\omega) = -1$  (pour une lentille entourée d'air), qui correspond à la pulsation de l'asymptote des ondes de surface d'une interface simple entre de l'air et le matériau de permittivité  $\epsilon(\omega)$ .

Si maintenant nous nous intéressons à un cas plus proche de la réalité, la constante diélectrique  $\epsilon(\omega)$  est complexe à cause des pertes du matériau du film et cette pulsation  $\omega_{sp}$  est nécessairement complexe. On l'approche par sa partie réelle,  $\omega'_{sp} = Re(\omega_{sp})$ , et  $\epsilon(\omega'_{sp}) + 1$  est faible mais n'est plus nul. Le dénominateur de l'équation (3.2) fait ainsi apparaître une fréquence (spatiale) de coupure  $K_c$ , pour laquelle  $[\epsilon(\omega'_{sp}) + 1]^2 \sim [\epsilon(\omega'_{sp}) - 1]^2 e^{-2K_c h}$ , soit  $Im[\epsilon(\omega'_{sp})] \sim 4e^{-2K_c h}$ . Au delà de  $K_c$ ,  $t_p^{(es)}(K, \omega'_{sp})$  cesse de croître exponentiellement et tend vers 0, comme cela est représenté sur la figure 3.4 (voir partie 3.1.1). Les valeurs de  $K$  correspondantes ne participent plus à la construction de l'image, ce qui conduit à une perte de résolution, bien que celle-ci reste inférieure à la limite de diffraction  $\lambda/2$ . Par la suite, ces pertes sont le facteur limitant la résolution de la superlentille. Dans les cas non traités ici de matériaux rugueux ou de métamatériaux, la rugosité et la non-homogénéité du matériau peuvent constituer le principal facteur limitant la résolution plutôt que cette fréquence de coupure (MAYSTRE et ENOCH 2004).

LIU et al. (2003) ont vérifié expérimentalement qu'un film d'argent exaltait effectivement les ondes évanescentes incidentes, à condition que l'épaisseur du film d'argent ne soit pas trop importante. La distance entre les plans objet et image de la superlentille (égale à deux fois l'épaisseur du film) est limitée également par ce facteur. Plusieurs groupes ont ensuite montré qu'un film d'argent était effectivement capable de former une image sub-longueur d'onde dans la configuration proposée par Pendry (MELVILLE et BLAIKIE 2005 ; MELVILLE et al. 2004 ; FANG et al. 2005). TAUBNER et al. (2006b) ont également montré qu'un film de carbure de silicium permettait de réaliser une superlentille dans le moyen infrarouge. Les articles de revue (SHALAEV 2007 ; KAWATA et al. 2009) résument ces avancées et discutent également de la possibilité de transmettre l'image formée par la superlentille en champ lointain pour une observation par microscopie « classique ».

Plusieurs groupes ont étudié théoriquement des systèmes s'écartant de celui décrit par Pendry ou en ont affiné la description. ANANTHA RAMAKRISHNA et PENDRY (2003) proposent d'utiliser un milieu à gain afin d'augmenter la résolution de la superlentille. LARKIN et STOCKMAN (2005) discutent de l'influence de la dispersion spatiale sur les performances de la superlentille. KIK et al. (2004) ont notamment étudié les images obtenues dans le cas d'impulsions gaussiennes, centrées ou non sur la fréquence de l'asymptote des ondes de surface. HALDANE (2002) analyse la formation d'images par une superlentille en termes d'ondes de surface du film formant la superlentille. L'asymptote de la relation de dispersion de ces modes est nécessairement coupée à partir d'une certaine valeur du module de leur vecteur d'onde  $K$ , pour des raisons physiques (rugosité des interfaces du film, dispersion spatiale des matériaux). Les composantes de Fourier de fréquence spatiale plus grande que cette valeur maximale ne seront pas restituées par la superlentille, ce qui constitue une première limite à sa résolution.

En procédant de manière analogue au chapitre 2, nous allons séparer les contributions des différents

modes de ce système lors de la formation d'une image. Nous verrons que le champ de cette image n'est pas formé uniquement de ces modes, et nous donnerons une expression de l'amplitude de ces différentes contributions en fonction de la forme temporelle du champ provenant des objets à imager. Nous verrons qu'avec une impulsion de la forme  $H(t)e^{-i\omega_{sp}t}$ , ainsi qu'en régime libre, il est possible d'obtenir une meilleure résolution qu'en régime harmonique. Nous interpréterons ce résultat en termes d'ondes de surface, symétriques et antisymétriques, du film formant la superlentille.

### 3.1 Superlentille hors régime harmonique

#### 3.1.1 Potentiel en régime impulsionnel

Nous avons vu en introduction qu'à la pulsation  $\omega_{sp}$  vérifiant  $\epsilon(\omega_{sp}) + 1 = 0$ , le coefficient de transmission du film considéré  $t_p^{(es)}(K, \omega)$  valait  $e^{Kh}$ , où  $h$  est l'épaisseur du film. Le potentiel électrostatique est alors exalté à la traversée du film. Toutefois, dans le cas d'un matériau à pertes pour le film,  $\omega_{sp}$  est nécessairement complexe, et est approché en régime harmonique par  $\omega'_{sp} = \text{Re}(\omega_{sp})$ . Afin d'étudier les écarts au cas idéal, nous allons écrire le coefficient de transmission sous la forme

$$t_p^{(es)}(K, \omega) = e^{Kh} \tilde{t}(K, \omega). \quad (3.4)$$

Ainsi, si le film agit effectivement en superlentille, on aura  $\tilde{t}(K, \omega) = 1$ .

Les équations (3.1) et (3.4) permettent d'écrire

$$\varphi(\mathbf{r}, \omega) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\infty dK J_0(K\rho) e^{-K[z-(z_0+2h)]} \tilde{t}(K, \omega). \quad (3.5)$$

Ainsi, on voit à l'aide de cette expression que le terme  $\tilde{t}(K, \omega)$  agit comme un filtre spatial du champ à imager : le champ image correspond au champ de la charge source translaté de  $2h$  et filtré par  $\tilde{t}(K, \omega)$ .

Nous illustrerons les résultats obtenus avec le cas d'un film de carbure de silicium (SiC), d'épaisseur  $h = 440$  nm, entouré d'air. Ce système est proche de celui utilisé par TAUBNER et al. (2006b), le diélectrique entourant le film de SiC est ici remplacé par de l'air afin de simplifier les calculs. Nous modélisons la constante diélectrique du carbure de silicium par un modèle de Lorentz,

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty \left( 1 + \frac{\omega_{LO}^2 - \omega_{TO}^2}{\omega_{TO}^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega} \right) \quad (3.6)$$

avec  $\epsilon_\infty = 6,7$ ,  $\omega_{TO} = 793 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\omega_{LO} = 969 \text{ cm}^{-1}$  et  $\Gamma = 4,76 \text{ cm}^{-1}$  (données de SPITZER et al. 1959 et PALIK et GHOSH 1998, ajustées par MARQUIER 2004).

On a représenté, sur la figure 3.4,  $\tilde{t}(K, \omega)$  à la pulsation  $\omega'_{sp}$ , ainsi qu'à des pulsations proches. On remarque sur cette figure que  $\tilde{t}(K, \omega'_{sp})$  est constant et vaut 1 aux faibles  $K$  et décroît exponentiellement aux grandes valeurs de  $K$ . On observe que la fréquence (spatiale) de coupure est plus grande pour  $\omega = \omega'_{sp}$ . Ceci illustre à la fois le rôle joué par les ondes de surface pour augmenter la résolution et l'existence d'une fréquence de coupure due aux pertes.

Nous allons voir qu'il est possible, hors du régime harmonique, de tirer parti des propriétés de  $\tilde{t}(K, \omega)$  afin de compenser partiellement sa décroissance rapide, ce qui permettra d'améliorer la résolution de la superlentille. Nous souhaitons étudier le potentiel induit par des sources de forme temporelle quelconque. Ainsi, nous sommons sur les pulsations  $\omega$  l'expression (3.5) (multipliée par sa dépendance temporelle  $e^{-i\omega t}$ ),

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega t} \varphi(\mathbf{r}, \omega), \quad (3.7)$$

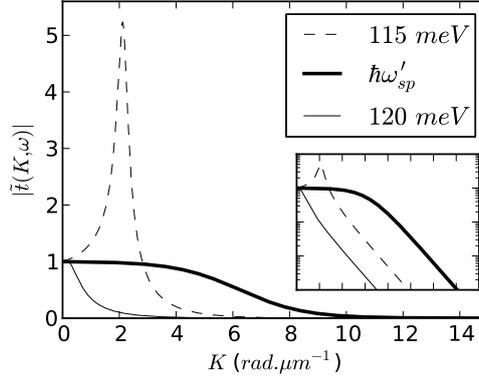


FIGURE 3.4 –  $|\tilde{t}(K, \omega)|$  pour différentes pulsations  $\omega$ . On a  $\hbar\omega'_{sp} \approx 117,5 \text{ meV}$ . À la pulsation complexe  $\omega_{sp}$ ,  $\tilde{t}(K, \omega_{sp})$  est indépendant de  $K$ . Pour des pulsations réelles,  $\tilde{t}(K, \omega)$  est la plus large à la pulsation  $\omega'_{sp}$  (trait épais), est la plus proche de  $\omega_{sp}$ . Encart : même figure, ordonnée en échelle logarithmique. Même graduation en abscisse, ordonnée de 0,001 à 10.

soit

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\infty dK J_0(K\rho) e^{-K[z-(z_0+2h)]} \tilde{t}(K, t). \quad (3.8)$$

Cette expression fait intervenir un filtre spatial dépendant du temps, d'expression

$$\tilde{t}(K, t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega t} \tilde{t}(K, \omega). \quad (3.9)$$

### 3.1.2 Réponse impulsionnelle

Nous nous intéressons maintenant au filtre spatial  $\tilde{t}(K, t)$  (équation 3.9), figurant dans l'expression (3.8) du potentiel créé par une charge impulsionnelle  $\delta(t)$  n'existant qu'à  $t = 0$ . On montre en annexe E.1 que  $\tilde{t}(K, \omega)$ , qui figure dans l'expression (3.9), peut se séparer en contributions des modes du film, ainsi que d'une contribution de la réponse instantanée du système. En utilisant l'équation (E.3), on peut alors effectuer l'intégrale figurant dans (3.9), et on obtient pour  $\tilde{t}(K, t)$ ,

$$\tilde{t}(K, t) = S_K \delta(t) - iR_{S,K} H(t) e^{-i\omega_{S,K} t} - iR_{A,K} H(t) e^{-i\omega_{A,K} t} + c.c., \quad (3.10)$$

où l'expression *c.c.* (complexe conjugué) s'applique uniquement aux deux termes  $-iR_{S,K} H(t) e^{-i\omega_{S,K} t}$  et  $-iR_{A,K} H(t) e^{-i\omega_{A,K} t}$ . Le terme  $S_K \delta(t)$  est une réponse instantanée du système (elle est proportionnelle à la dépendance temporelle  $\delta(t)$  de la charge source). Le terme  $-iR_{S,K} H(t) e^{-i\omega_{S,K} t}$  et son complexe conjugué sont la contribution du mode symétrique du film, de relation de dispersion  $\omega_{S,K}$  tracée sur la figure 3.5(a, rouge), et de potentiel représenté sur la figure 3.6 (gauche). Le terme complexe conjugué  $[-iR_{S,K} H(t) e^{-i\omega_{S,K} t}]^* = iR_{S,K}^* H(t) e^{-i(-\omega_{S,K}^*) t}$  est dit « antirésonant » au sens où sa pulsation  $-\omega_{S,K}^*$  a une partie réelle négative. De la même manière, le terme  $-iR_{A,K} e^{-i\omega_{A,K} t}$  et son complexe conjugué

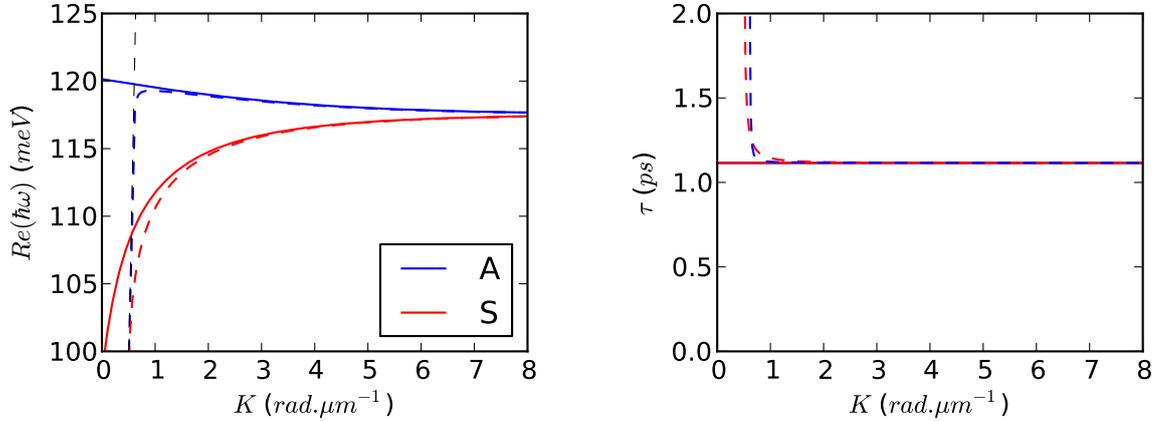


FIGURE 3.5 – Relation de dispersion des phonons-polaritons de surface d'un film de SiC, entouré d'air, de 440 nm d'épaisseur. Gauche : partie réelle de la pulsation. Droite : durée de vie  $\tau$  des modes ( $\tau = \frac{1}{-2\omega''}$ ). Bleu : modes symétriques, rouge : modes antisymétriques. Traits continus : dans l'approximation électrostatique, tirets : sans l'approximation électrostatique. Tirets fins noirs (figure de gauche) : cône de lumière de l'air  $K = \frac{\omega}{c}$ . Dans le cas d'un film métallique, les modes symétriques correspondent aux plasmons-polaritons de surface *short range*, et les modes antisymétriques aux plasmons-polaritons de surface *long range*.

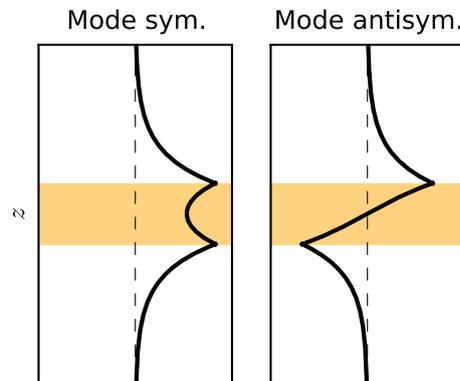


FIGURE 3.6 – Potentiel des phonons-polaritons de surface d'un film de SiC, entouré d'air, de 440 nm d'épaisseur. Gauche : potentiel du mode symétrique. Droite : potentiel du mode mode antisymétrique. L'amplitude de ce potentiel est complexe de manière générale, mais peut être choisie réelle ici. Le potentiel de ces modes est de la forme  $\varphi_p(\mathbf{r}, t) = \varphi_{p,0} e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}} f_p(z) e^{-i\omega_p, \kappa t} + c.c.$  ( $p = S$  ou  $A$ ). Les fonctions  $f_p(z)$  peuvent être choisies réelles et sont représentées ci-dessus. La zone orangée représente le film. Le trait en tirets fins correspond au zéro de l'abscisse. On a représenté le potentiel des modes à  $K = 5 \text{ rad}\cdot\mu\text{m}^{-1}$ .

correspondent à la contribution du mode antisymétrique, de relation de dispersion  $\omega_{A,K}$  tracée sur la figure 3.5(a,bleu) et de potentiel représenté sur la figure 3.6, et le complexe conjugué est dit antirésonant.

La figure 3.5(b) montre la durée de vie des modes associés aux relations de dispersion. On voit qu'à une excitation impulsionnelle correspond une réponse (oscillante) amortie dont la durée est donnée par la durée de vie des plasmons. Le point clé est qu'il n'y a plus de repliement dans la relation de dispersion. On a accès ici à tous les vecteurs d'onde. Le prix à payer est la courte durée de vie de ces modes, qui est ici constante et vaut  $\tau \approx 1,1$  ps.

### 3.1.3 Potentiel dans le cas général

L'expression (3.8) correspond au potentiel  $\varphi(\mathbf{r}, t)$  créé par une charge source impulsionnelle  $\delta(t)$  (il s'agit donc d'une fonction de Green de notre problème). Afin d'obtenir le potentiel électrostatique créé par des charges sources de dépendance temporelle quelconque  $f(t)$ , nous effectuons un produit de convolution entre  $\varphi(\mathbf{r}, t)$  et  $f(t)$ ,

$$\tilde{\varphi}(\mathbf{r}, t) = \int dt' \varphi(\mathbf{r}, t - t') f(t'), \quad (3.11)$$

soit

$$\tilde{\varphi}(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\infty dK J_0(K\rho) e^{-K[z-(z_0+2h)]} \Pi(K, t). \quad (3.12)$$

Cette expression fait intervenir un nouveau filtre spatial, remplaçant le filtre impulsionnel  $\tilde{t}(K, t)$  (équation 3.10), d'expression

$$\Pi(K, t) = \int dt' \tilde{t}(K, t - t') f(t') \quad (3.13a)$$

$$= S_K f(t) + R_{S,K} \alpha_{S,K}(t) + R_{A,K} \alpha_{A,K}(t) + t.a.r., \quad (3.13b)$$

où les termes antirésonants *t.a.r.* se déduisent de  $R_{S,K} \alpha_{S,K}(t)$  et  $R_{A,K} \alpha_{A,K}(t)$  en substituant  $-R_{S,K}^*$  et  $-R_{A,K}^*$  à  $R_{S,K}$  et  $R_{A,K}$ , et  $-\omega_{S,K}^*$  et  $-\omega_{A,K}^*$  à  $\omega_{S,K}$  et  $\omega_{A,K}$  dans  $\alpha_{S,K}(t)$  et  $\alpha_{A,K}(t)$ . Là encore, le terme  $S_K f(t)$  correspond à une réponse instantanée du système, les termes  $R_{S,K} \alpha_{S,K}(t)$  et  $R_{A,K} \alpha_{A,K}(t)$  et les termes antirésonants correspondent aux modes symétriques et antisymétriques du film. Les amplitudes  $\alpha_{S,K}(t)$  et  $\alpha_{A,K}(t)$  sont données par

$$\alpha_{S,K}(t) = -i \int_{-\infty}^t dt' e^{-i\omega_{S,K}(t-t')} f(t'), \quad (3.14a)$$

$$\alpha_{A,K}(t) = -i \int_{-\infty}^t dt' e^{-i\omega_{A,K}(t-t')} f(t'). \quad (3.14b)$$

Elles sont solutions des équations différentielles

$$\frac{\partial \alpha_{S,K}}{\partial t}(t) + i\omega_{S,K}\alpha_{S,K}(t) = -if(t), \quad (3.15a)$$

$$\frac{\partial \alpha_{A,K}}{\partial t}(t) + i\omega_{A,K}\alpha_{A,K}(t) = -if(t), \quad (3.15b)$$

On reconnaît la forme d'équations différentielles régissant l'amplitude d'oscillateurs harmoniques amortis de pulsations complexes  $\omega_{S,K}$  et  $\omega_{A,K}$ , et pilotés par le terme  $-if(t)$ . On retrouve une interprétation du fonctionnement de la superlentille en termes d'oscillateurs couplés correspondant aux ondes de surface symétriques et antisymétriques du film (GÓMEZ-SANTOS 2003 ; WEE et PENDRY 2011).

En régime harmonique de pulsation  $\omega$ ,  $f(t) = e^{-i\omega t}$ , et on retrouve le filtre  $\tilde{t}(K, \omega)$ , multiplié par sa dépendance temporelle  $e^{-i\omega t}$ ,

$$\Pi(K, t) = \tilde{t}(K, \omega)e^{-i\omega t}. \quad (3.16)$$

$\tilde{t}(K, \omega)$  est représenté pour  $\omega = \omega'_{sp}$  ainsi que des pulsations proches sur la figure 3.4.

### 3.1.4 Impulsion de fréquence complexe

On a tracé le module des différentes contributions à  $\tilde{t}(K, \omega'_{sp})$  sur la figure 3.7 (gauche).

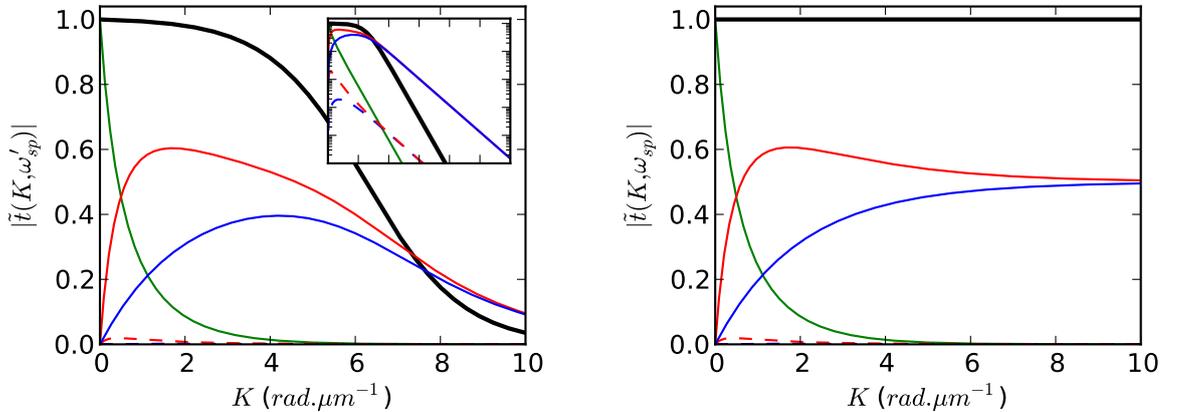


FIGURE 3.7 – Poids des différentes contributions à  $\tilde{t}(K, \omega)$ . Noir :  $|\tilde{t}(K, \omega)|$  (gauche :  $\omega = \omega'_{sp}$ , droite :  $\omega = \omega_{sp}$ ), vert : module de la contribution de la constante  $|S_K|$ , rouge : module des contributions des modes antisymétriques (trait continu : terme résonant, tirets : terme anti-résonant), bleu : module des contributions des modes symétriques (idem, le mode anti-résonant est trop faible pour être visible sur les graphes). Encart gauche : idem figure principale, échelle logarithmique en ordonnée. Même échelle en abscisse, ordonnée de  $10^{-5}$  à 1,1.

Sur cette figure, on peut remarquer que les contributions des modes symétriques et antisymétriques décroissent exponentiellement et sont proportionnelles pour  $K \gtrsim 6 \text{ rad}.\mu\text{m}^{-1}$  à  $e^{-Kh}$ . Pour  $K \gtrsim 8 \text{ rad}.\mu\text{m}^{-1}$ ,

on remarque également que le module de  $\tilde{t}(K, \omega'_{sp})$  est inférieur à la somme des modules des contributions des modes symétriques et antisymétriques. On peut vérifier (non représenté) que les contributions des modes symétriques et antisymétriques sont opposées à ces valeurs de  $K$ . Ceci s'explique par les signes opposés des potentiels de ces deux modes s'ils sont excités en phase. Lorsque les pertes sont faibles – aux faibles  $K$ , le terme  $\frac{1}{\omega'_{sp} - \omega_{p,K}}$  (voir équations 3.17 ci-dessous,  $p = S$  ou  $A$ ) a des signes différents pour chacun de ces modes, et ils sont de nouveau en phase. Si les pertes sont importantes, comme c'est le cas ici, on a  $\frac{1}{\omega'_{sp} - \omega_{p,K}} \sim \frac{1}{-Im(\omega_{p,K})}$ , dont le signe est le même pour les modes symétriques et antisymétriques, qui s'opposent à nouveau. Ainsi,  $\tilde{t}(K, \omega'_{sp})$  varie asymptotiquement comme leur différence, en  $e^{-2Kh}$  et non plus  $e^{-Kh}$  : la décroissance de  $\tilde{t}(K, \omega'_{sp})$  est accentuée par rapport à celle des contributions séparées des modes du film.

Sur la figure 3.7 (droite), nous avons représenté les différentes contributions de  $\tilde{t}(K, \omega_{sp})$ . On voit dans ce cas que les contributions des modes symétriques et antisymétriques sont constantes aux grands  $K$ , et  $\tilde{t}(K, \omega_{sp})$  également.

Afin d'exploiter les propriétés de  $\tilde{t}(K, \omega_{sp})$ , nous allons employer une charge source avec une dépendance temporelle de la forme  $f(t) = H(t)e^{-i\omega_{sp}t}$ , représentée sur la figure 3.8, et que nous nommerons ici « im-

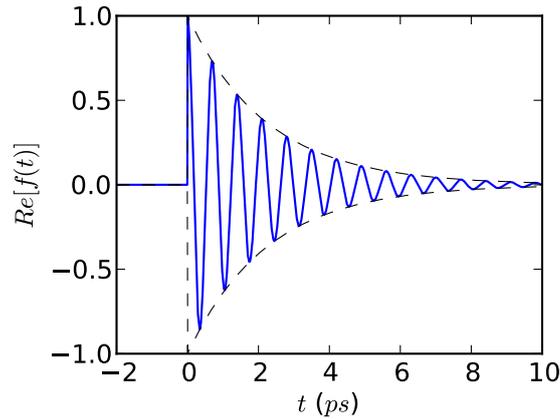


FIGURE 3.8 – Partie réelle de l'impulsion FC  $f(t) = H(t)e^{-i\omega_{sp}t}$ . Tirets noir : enveloppe des oscillations. L'échelle des oscillations n'est pas respectée.

pulsion de fréquence complexe » (impulsion FC). Sa transformée de Fourier  $f(\omega) = \frac{i}{\omega - \omega_{sp}}$  a la particularité de présenter un pôle en  $\omega_{sp}$ , ce qui permet de faire intervenir  $\tilde{t}(K, \omega_{sp})$  dans les expressions des amplitudes obtenues. Une solution particulière de (3.15) dans ce cas est

$$\alpha_{S,p,K}(t) = \frac{H(t)e^{-i\omega_{sp}t}}{\omega_{sp} - \omega_{S,K}}, \quad (3.17a)$$

$$\alpha_{A,p,K}(t) = \frac{H(t)e^{-i\omega_{sp}t}}{\omega_{sp} - \omega_{A,K}}. \quad (3.17b)$$

Avec cette solution particulière, on aurait  $\Pi_p(K, t) = H(t)e^{-i\omega_{sp}t}$ . Ce filtre a la propriété remarquable de

ne plus dépendre de  $K$ , et donc d'être non dispersif spatialement : on retrouverait parfaitement l'image d'une charge ponctuelle à une distance  $2h$  de la charge source. Ce résultat correspond à l'analyse théorique du chapitre précédent : lorsque la pulsation est complexe, la relation de dispersion présente une asymptote et permet bien d'accéder aux grands  $K$ . Toutefois, cette solution particulière n'est pas continue en  $t = 0$ . Afin d'assurer cette continuité, il est nécessaire de lui ajouter pour  $t > 0$  une solution homogène de (3.15), de la forme

$$\alpha_{S,h,K}(t) = \alpha_{S,0,K} e^{-i\omega_{S,K}t}, \quad (3.18a)$$

$$\alpha_{A,h,K}(t) = \alpha_{A,0,K} e^{-i\omega_{A,K}t}, \quad (3.18b)$$

où les constantes  $\alpha_{S,0,K}$  et  $\alpha_{A,0,K}$  sont déterminées en écrivant  $\alpha_{S,p,K}(t) + \alpha_{S,h,K}(t) \xrightarrow[t \rightarrow 0^+]{} 0$  et  $\alpha_{A,p,K}(t) + \alpha_{A,h,K}(t) \xrightarrow[t \rightarrow 0^+]{} 0$ . On obtient finalement

$$\alpha_{S,K}(t) = \frac{H(t) [e^{-i\omega_{sp}t} - e^{-i\omega_{S,K}t}]}{\omega_{sp} - \omega_{S,K}}, \quad (3.19a)$$

$$\alpha_{A,K}(t) = \frac{H(t) [e^{-i\omega_{sp}t} - e^{-i\omega_{A,K}t}]}{\omega_{sp} - \omega_{A,K}}. \quad (3.19b)$$

Les amplitudes des modes symétriques et antisymétriques (équations 3.19) décroissent exponentiellement, à cause des parties imaginaires des pulsations  $\omega_{sp}$ ,  $\omega_{S,K}$  et  $\omega_{A,K}$ , et présentent des battements (entre  $\omega_{sp}$  et  $\omega_{S,K}$  pour  $\alpha_{S,K}(t)$  et  $\omega_{sp}$  et  $\omega_{A,K}$  pour  $\alpha_{A,K}(t)$ ). À  $t = 0$ , ces amplitudes sont nulles à cause de la présence du régime transitoire (correspondant à la solution homogène, termes en  $e^{-i\omega_{sp}t}$ ). Leur module n'est maximal qu'après une demi-période des battements. Ces périodes sont représentées sur la figure 3.9. On remarque qu'elles croissent exponentiellement avec  $K$  en  $e^{Kh}$ . Les battements ont en effet pour période

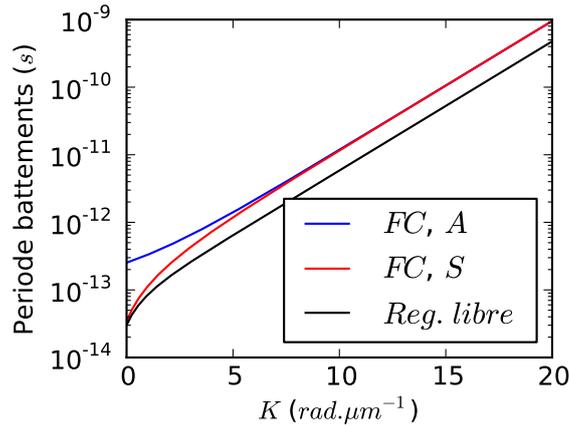


FIGURE 3.9 – Ordre de grandeur des battements pour une impulsion FC et en régime libre. Impulsion FC : bleu,  $1/|\omega'_{sp} - \omega'_{A,K}|$ , rouge,  $1/|\omega'_{sp} - \omega'_{S,K}|$ . Régime libre : noir,  $1/(\omega'_{A,K} - \omega'_{S,K})$ .

$\omega_{sp} - \omega_{p,K}$ , proportionnel asymptotiquement à  $e^{-Kh}$ . Ainsi, les amplitudes  $\alpha_{S,K}(t)$  et  $\alpha_{A,K}(t)$  n'atteindront

leur maximum qu'après des temps longs devant leur durée caractéristique de décroissance  $1/(-2\omega''_{sp})$ , et la difficulté à les observer augmente avec  $K$ .

Le filtre correspondant (équation 3.13b) peut s'écrire sous la forme  $\Pi(K, t) = H(t)e^{-i\omega_{sp}t} - R_{S,K} \frac{H(t)e^{-i\omega_{S,K}t}}{\omega_{sp} - \omega_{S,K}} - R_{A,K} \frac{H(t)e^{-i\omega_{A,K}t}}{\omega_{sp} - \omega_{A,K}} + t.a.r.$ , où les termes antirésonants *t.a.r.* se déduisent de  $-R_{S,K} \frac{H(t)e^{-i\omega_{S,K}t}}{\omega_{sp} - \omega_{S,K}}$  et  $-R_{A,K} \frac{H(t)e^{-i\omega_{A,K}t}}{\omega_{sp} - \omega_{A,K}}$  en substituant  $-R_{S,K}^*$ ,  $-R_{A,K}^*$ ,  $-\omega_{S,K}^*$  et  $-\omega_{A,K}^*$  à  $R_{S,K}$ ,  $R_{A,K}$ ,  $\omega_{S,K}$  et  $\omega_{A,K}$ . Il peut se réécrire sous la forme

$$\Pi(K, t) = H(t)e^{-i\omega_{sp}t} \left[ 1 - R_{S,K} \frac{e^{-i(\omega_{S,K} - \omega_{sp})t}}{\omega_{sp} - \omega_{S,K}} - R_{A,K} \frac{e^{-i(\omega_{A,K} - \omega_{sp})t}}{\omega_{sp} - \omega_{A,K}} + t.a.r. \right]. \quad (3.20)$$

Ce filtre est représenté à différents instants sur la figure 3.10. Le filtre en régime harmonique  $\tilde{t}(K, \omega'_{sp})$

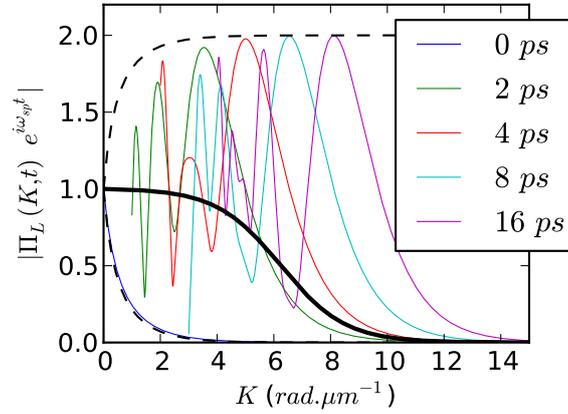


FIGURE 3.10 – Filtre des fréquences spatiales  $|\Pi(K, t)|$ , multiplié par  $e^{-\omega''_{sp}t}$ , pour une impulsion FC. Traits colorés :  $|\Pi(K, t)|e^{-\omega''_{sp}t}$  à différents instants (voir légende). Ces courbes ont été tronquées pour plus de clarté (à  $K = 1, 2, 3$  et  $4 \text{ rad.}\mu\text{m}^{-1}$  pour les courbes correspondant respectivement à  $t = 2, 4, 8$  et  $16 \text{ ps}$ ). Le filtre  $\Pi(K, t)$  (couleur), multiplié par  $e^{-\omega''_{sp}t}$ , peut ainsi être plus large que le filtre en régime harmonique  $\tilde{t}(K, \omega'_{sp})$  (module en trait épais noir, sur la figure 3.4 également).  $\Pi(K, t)$  est multiplié par  $e^{-\omega''_{sp}t}$  afin de compenser sa décroissance au cours du temps (indépendante de  $K$ ). L'enveloppe des battements de  $|\Pi(K, t)|e^{-\omega''_{sp}t}$  est représentée en tirets noirs. L'enveloppe supérieure a une limite constante aux grands  $K$ . Ainsi, elle ne limite pas la résolution atteignable avec ce type d'impulsion.

est également représenté sur cette figure pour comparaison. On retrouve des battements, comme pour les amplitudes  $\alpha_{S,K}(t)$  et  $\alpha_{A,K}(t)$ . L'enveloppe supérieure de ce filtre est indépendante de  $K$  à un instant donné mais décroît exponentiellement en fonction de  $t$  (cette décroissance étant compensée sur la figure 3.10 par un terme  $e^{-\omega''_{sp}t}$ ). Comme pour les amplitudes, la durée à attendre pour que le filtre soit maximal à une valeur de  $K$  donnée augmente avec  $K$ , augmentant la difficulté d'observation des fréquences spatiales élevées rendues accessibles ici. Ainsi, la résolution est également limitée par les pertes. Cependant, la limite est maintenant liée au rapport signal sur bruit uniquement.

En résumé, comme on pouvait le supposer à partir de l'étude des relations de dispersion, lorsque l'on

utilise une fréquence complexe, on excite de façon uniforme les ondes de surface caractérisées par des vecteurs d'onde réels arbitrairement grands. Ceci restaure en principe la résolution. Toutefois, la présence du régime transitoire avec un temps de décroissance égal et des pulsations proches de celles de l'impulsion excitatrice « masque » ce champ, dont les propriétés ne se révèlent que lentement, au fur et à mesure qu'il se déphase avec le régime transitoire.

### 3.1.5 Régime libre

Nous avons vu ci-dessus qu'en régime harmonique, aux grandes valeurs de  $K$ , les contributions des modes symétriques et antisymétriques à  $\tilde{t}(K, \omega'_{sp})$  décroissent en  $e^{-Kh}$  et sont opposées. Ainsi  $\tilde{t}(K, \omega'_{sp})$  est proportionnel à la différence de leurs modules, et varie asymptotiquement en  $e^{-2Kh}$  (ordre suivant d'un développement limité en  $e^{-Kh}$ ). Nous allons voir qu'en régime libre, il est possible d'obtenir un filtre présentant des battements, dont l'enveloppe supérieure décroît en  $e^{-Kh}$ , et non plus  $e^{-2Kh}$ .

Nous étudions tout d'abord le cas d'un régime libre après un régime harmonique à la pulsation  $\omega'_{sp}$ , la dépendance temporelle de la charge source est alors décrite par  $f(t) = H(-t)e^{-i\omega'_{sp}t}$ , voir figure 3.11. Une

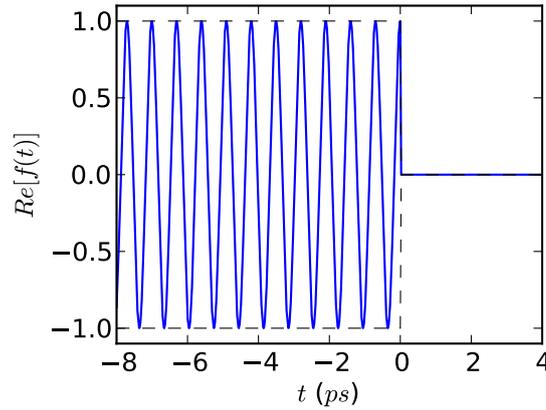


FIGURE 3.11 – Partie réelle de l'impulsion source en régime libre  $f(t) = H(-t)e^{-i\omega'_{sp}t}$ . Tirets noir : enveloppe des oscillations. L'échelle des oscillations n'est pas respectée.

solution particulière de (3.15) est alors

$$\alpha_{S,p,K}(t) = \frac{H(-t)e^{-i\omega'_{sp}t}}{\omega'_{sp} - \omega_{S,K}}, \quad (3.21a)$$

$$\alpha_{A,p,K}(t) = \frac{H(-t)e^{-i\omega'_{sp}t}}{\omega'_{sp} - \omega_{A,K}}. \quad (3.21b)$$

Là encore, cette solution particulière n'est pas continue en 0, et il faut lui adjoindre une solution homogène de la forme donnée par (3.18a). En écrivant  $\alpha_{S,p,K}(0^-) = \alpha_{S,p,K}(0^+) + \alpha_{S,h,K}(0^+)$  et  $\alpha_{A,p,K}(0^-) =$

$\alpha_{A,p,K}(0^+) + \alpha_{A,h,K}(0^+)$ , on trouve finalement

$$\alpha_{S,K}(t) = \frac{H(-t)e^{-i\omega'_{sp}t} + H(t)e^{-i\omega_{S,K}t}}{\omega'_{sp} - \omega_{S,K}}, \quad (3.22a)$$

$$\alpha_{A,K}(t) = \frac{H(-t)e^{-i\omega'_{sp}t} + H(t)e^{-i\omega_{A,K}t}}{\omega'_{sp} - \omega_{A,K}}. \quad (3.22b)$$

Pour  $t < 0$ , ces deux amplitudes oscillent à la même pulsation  $\omega'_{sp}$ . Comme expliqué au début de la section 3.1.4, aux grands  $K$ , les contributions des termes symétriques et antisymétriques à  $\Pi(K, t)$  (voir équation 3.13b) décroissent asymptotiquement en  $e^{-Kh}$  mais sont opposées, de sorte que leur somme décroît en  $e^{-2Kh}$ . Pour  $t > 0$ , ces deux amplitudes n'oscillent plus à la même pulsation. Leur somme, approximativement égale au filtre  $\Pi(K, t)$ , présente ainsi des battements, dont la période est représentée sur la figure 3.9. À  $t = 0$ , dans la continuité du régime harmonique à  $t < 0$ , les amplitudes  $\alpha_{S,K}(t)$  et  $\alpha_{A,K}(t)$  sont opposées et les battements sont à leur minimum. Il est nécessaire d'attendre une demi-période de leur battement afin que leur valeur maximale soit atteinte. Toutefois, la décroissance exponentielle au cours du temps, due aux parties imaginaires de ces pulsations, augmente la difficulté à observer les fréquences spatiales élevées.

Le filtre résultant s'écrit

$$\Pi(K, t) = H(-t)e^{-i\omega'_{sp}t}\tilde{t}(K, \omega'_{sp}) + H(t) \left[ R_{S,K} \frac{e^{-i\omega_{S,K}t}}{\omega'_{sp} - \omega_{S,K}} + R_{A,K} \frac{e^{-i\omega_{A,K}t}}{\omega'_{sp} - \omega_{A,K}} + t.a.r. \right] \quad (3.23)$$

où les termes antirésonants se déduisent des deux termes qui précèdent de la même manière que (3.13b). Il est représenté sur la figure 3.12. Le filtre en régime harmonique  $\tilde{t}(K, \omega'_{sp})$  est également représenté pour comparaison. On remarque que l'enveloppe supérieure des battements de  $\Pi(K, t)$  est plus large que le filtre en régime harmonique, ce qui permet d'obtenir une résolution plus importante. Là encore, l'enveloppe des battements décroît exponentiellement au cours du temps, et la résolution sera en pratique limitée par le rapport signal sur bruit. Toutefois, contrairement au cas de l'impulsion FC de la partie précédente, la source qui éclaire les objets est éteinte aux instants où l'on observe le champ. On est en quelque sorte dans une situation de détection sur fond sombre, pour laquelle on s'attend à ce que le bruit soit moindre (moins de bruit engendré par la source).

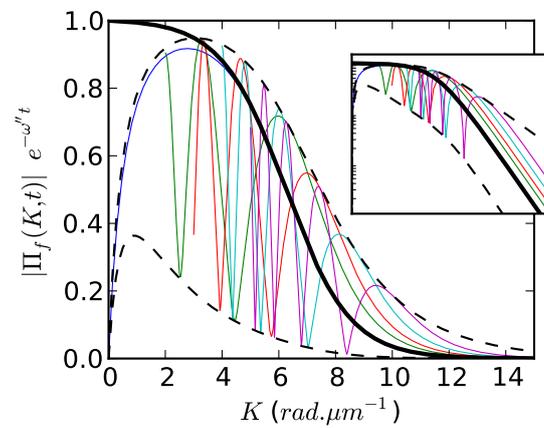


FIGURE 3.12 – Filtre des fréquences spatiales du potentiel en régime libre après arrêt du régime harmonique à  $t = 0$ . Les couleurs correspondent aux mêmes instants que la figure 3.10. Trait continu épais : filtre en régime harmonique (voir figure 3.4). Tirets noirs : enveloppe des battements de  $|\Pi(K, t)|$ . Les courbes en couleur ont été tronquées pour plus de clarté (à  $K = 1, 2, 3$  et  $4 \text{ rad.}\mu\text{m}^{-1}$  pour les courbes correspondant respectivement à  $t = 2, 4, 8$  et  $16 \text{ ps}$ ). Encart : même graphique avec une échelle logarithmique en ordonnée. Même échelle en abscisse, ordonnée de  $10^{-3}$  à 1, 5.

### 3.2 Images de sources ponctuelles

Dans la section précédente, nous nous sommes intéressés aux fonctions  $\Pi(K, t)$  qui filtrent spatialement le potentiel de l'image formée par la superlentille. Nous avons pu mettre en évidence qu'en régime libre et à l'aide d'une impulsion « fréquence complexe » (« FC »), il est possible d'accéder à des fréquences spatiales plus élevées qu'en régime harmonique. Nous allons maintenant étudier les images que l'on peut former dans ces différents cas.

Pour cela, nous cherchons à déterminer l'image d'un diffuseur ponctuel disposé dans un plan parallèle au film, à sa proximité. Un champ incident éclaire le système et est diffusé par cet objet. On assimile ce champ diffusé à celui d'un dipôle (voir figure 3.13). On déduit tout d'abord le potentiel  $\tilde{\varphi}(\mathbf{r}, t)$  créé par ce dipôle

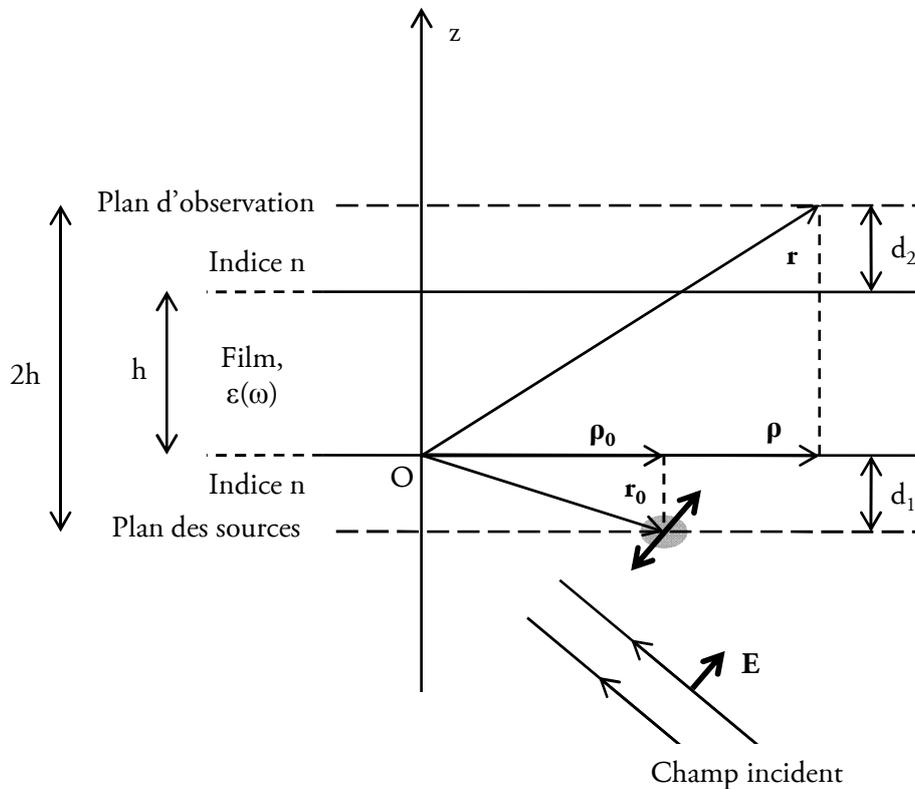


FIGURE 3.13 – Système considéré afin d'étudier l'effet de superlentille en champ proche. Le film, d'épaisseur  $h$ , compris entre les interfaces en  $z = 0$  et  $z = h$ , est constitué d'un matériau de constante diélectrique  $\epsilon(\omega)$  et est non magnétique ( $\mu = 1$ ). Il est infiniment étendu dans les directions  $x$  et  $y$ . Il est situé dans un milieu d'indice optique  $n$ . Le plan des sources, ou plan objet, dans le milieu extérieur, est situé à une distance  $d_1$  du film (son équation est  $z = -d_1$ .) On ne considère ici que des sources dirigées selon la direction  $z$ . Le plan d'observation, ou plan image, dans le milieu extérieur également, est situé à une distance  $d_2$  du film (son équation est  $z = h + d_2$ .) Les plans des sources et d'observation sont séparés d'une distance totale  $d_1 + h + d_2 = 2h$ . Une onde incidente est à l'origine de dipôles induits au niveau des objets que l'on souhaite imager. On modélise ces objets par des dipôles ponctuels. Pour représenter les résultats obtenus, on choisit un film constitué de carbure de silicium, d'épaisseur  $h = 440$  nm, entouré d'un milieu d'indice  $n = 1$ .

du potentiel  $\tilde{\varphi}(\mathbf{r}, t)$  d'une charge ponctuelle en lui appliquant l'opérateur  $\mathbf{p}_0 \cdot \nabla_{\mathbf{r}_0}$ , où  $\mathbf{r}_0$  désigne à la fois la position de la charge source et du dipôle, et  $\mathbf{p}_0$  est le moment dipolaire du dipôle induit,

$$\tilde{\tilde{\varphi}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{p}_0 \cdot \nabla_{\mathbf{r}_0} \tilde{\varphi}(\mathbf{r}, t) \quad (3.24)$$

soit

$$\tilde{\tilde{\varphi}}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{p}_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_0^\infty dK \nabla_{\mathbf{r}_0} \left\{ J_0(K\rho) e^{-K[z-(z_0+2h)]} \right\} \Pi(K, t). \quad (3.25)$$

On a  $\mathbf{r}_0 = \vec{\rho}_0 + z_0 \mathbf{z}$ . Afin d'introduire  $\vec{\rho}_0$ , la partie parallèle de la position de la charge et du dipôle, dans  $\tilde{\varphi}(\mathbf{r}, t)$  pour le calcul de  $\nabla_{\mathbf{r}_0}$ , on pose  $\rho = |\vec{\rho} - \vec{\rho}_0|$  où  $\vec{\rho}$  désigne la partie parallèle au film du point d'observation  $\mathbf{r}$ .

On déduit le champ électrique  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  de  $\tilde{\tilde{\varphi}}(\mathbf{r}, t)$  en calculant le gradient de  $\tilde{\tilde{\varphi}}(\mathbf{r}, t)$ ,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla_{\mathbf{r}} \tilde{\tilde{\varphi}}(\mathbf{r}, t) \quad (3.26a)$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\infty dK \nabla_{\mathbf{r}} \nabla_{\mathbf{r}_0} \left\{ J_0(K\rho) e^{-K[z-(z_0+2h)]} \right\} \mathbf{p}_0 \Pi(K, t), \quad (3.26b)$$

où la juxtaposition  $\nabla_{\mathbf{r}} \nabla_{\mathbf{r}_0}$  correspond à un produit tensoriel. Dans l'annexe E.2, on retrouve rigoureusement cette expression à partir du tenseur de Green retardé pour le champ électrique du système considéré.

À noter que par la suite, sur les figures 3.14 à 3.17, les champs tracés correspondent à  $\frac{4\pi\epsilon_0}{p_0} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ , en  $\mu m^{-3}$ , où  $p_0$  est le module du moment dipolaire  $\mathbf{p}_0$ . Ainsi, les champs au carré en unité arbitraire sont calculés à partir de  $\frac{4\pi\epsilon_0}{p_0} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  et sont en  $\mu m^{-6}$ .

### 3.2.1 Impulsion fréquence complexe

On a représenté l'intensité obtenue dans le plan image (voir figures 3.3 et 3.13) dans le cas de dipôles source parallèles sur les figures 3.14(a,b), et perpendiculaire au film, figures 3.14(c,d). On remarque que les images obtenues dans le cas d'un dipôle source perpendiculaire au film ont une largeur à mi-hauteur plus petite que dans le cas parallèle. La résolution s'améliore encore si l'on ne s'intéresse qu'à la composante  $E_z$  du champ électrique, figures 3.14(e,f).

La largeur à mi-hauteur dans les configurations traitées sur la figure 3.14, ainsi que la valeur maximale du module du carré du champ, sont étudiées plus en détails sur la figure 3.15. Cette figure représente l'évolution de ces deux grandeurs au cours du temps (a et b), ainsi que la FWHM en fonction de la valeur maximale du champ.

Les tracés d'intensité (figures 3.14a-d) font ressortir la présence de « pieds » importants en plus du pic principal, que l'on ne retrouve que dans une moindre mesure dans le cas d'un dipôle perpendiculaire en observant la composante  $E_z$  du champ électrique (figures 3.14e et 3.14f).

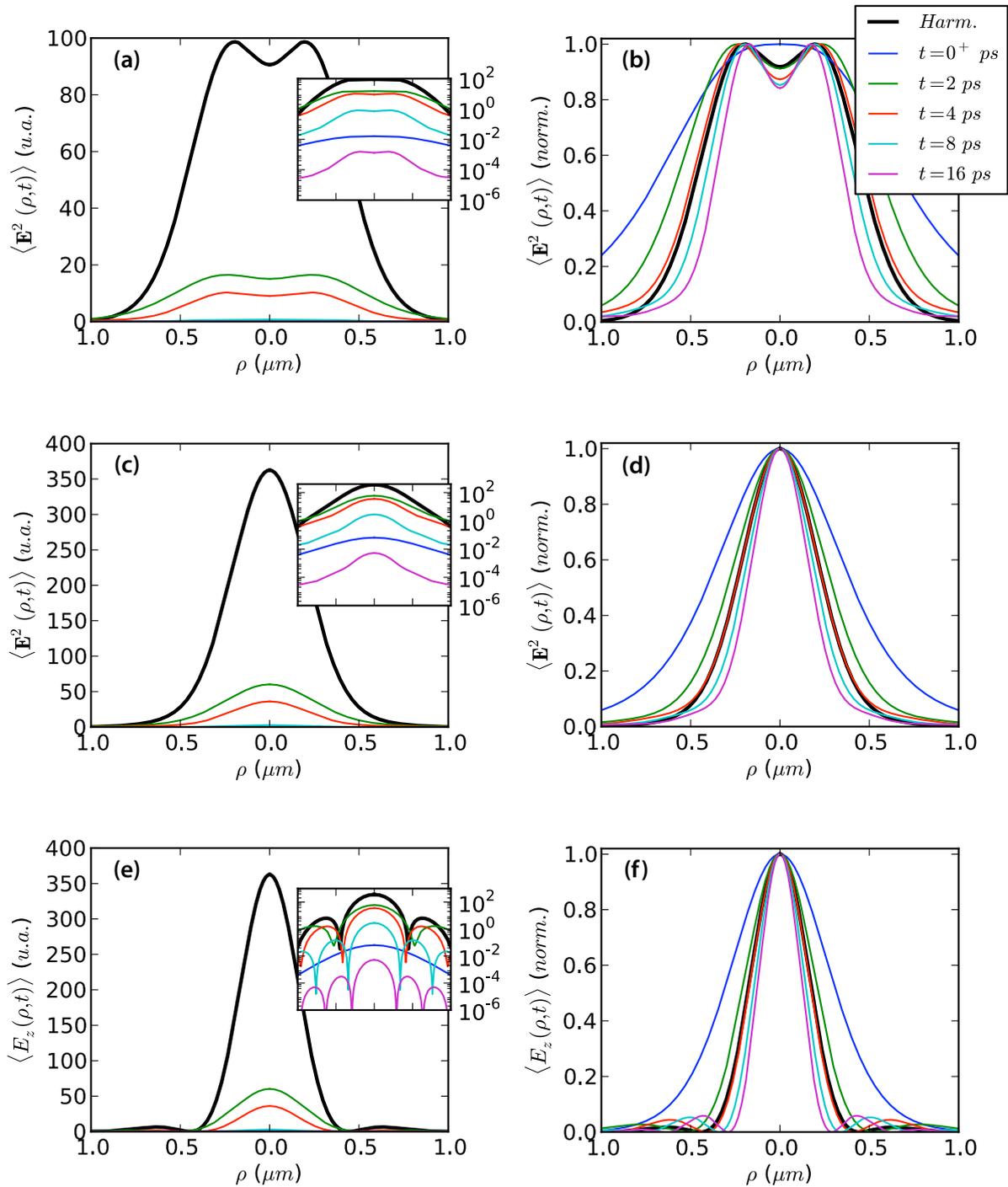


FIGURE 3.14 – Pour une impulsion FC, champ dans le plan image à différents instants, d'un dipôle source parallèle (a,b) ou perpendiculaire au film (c-f). Champs représentés : « intensité »  $\langle \mathbf{E}^2(\rho, t) \rangle$  (a-d),  $\langle E_z^2(\rho, t) \rangle$  (e,f). Trait épais noir : régime harmonique. Couleur : impulsion FC à différents instants (légende sur (b), les couleurs correspondent aux mêmes instants que la figure 3.10). Sur les figures de droite, chaque courbe est normalisée par son maximum.

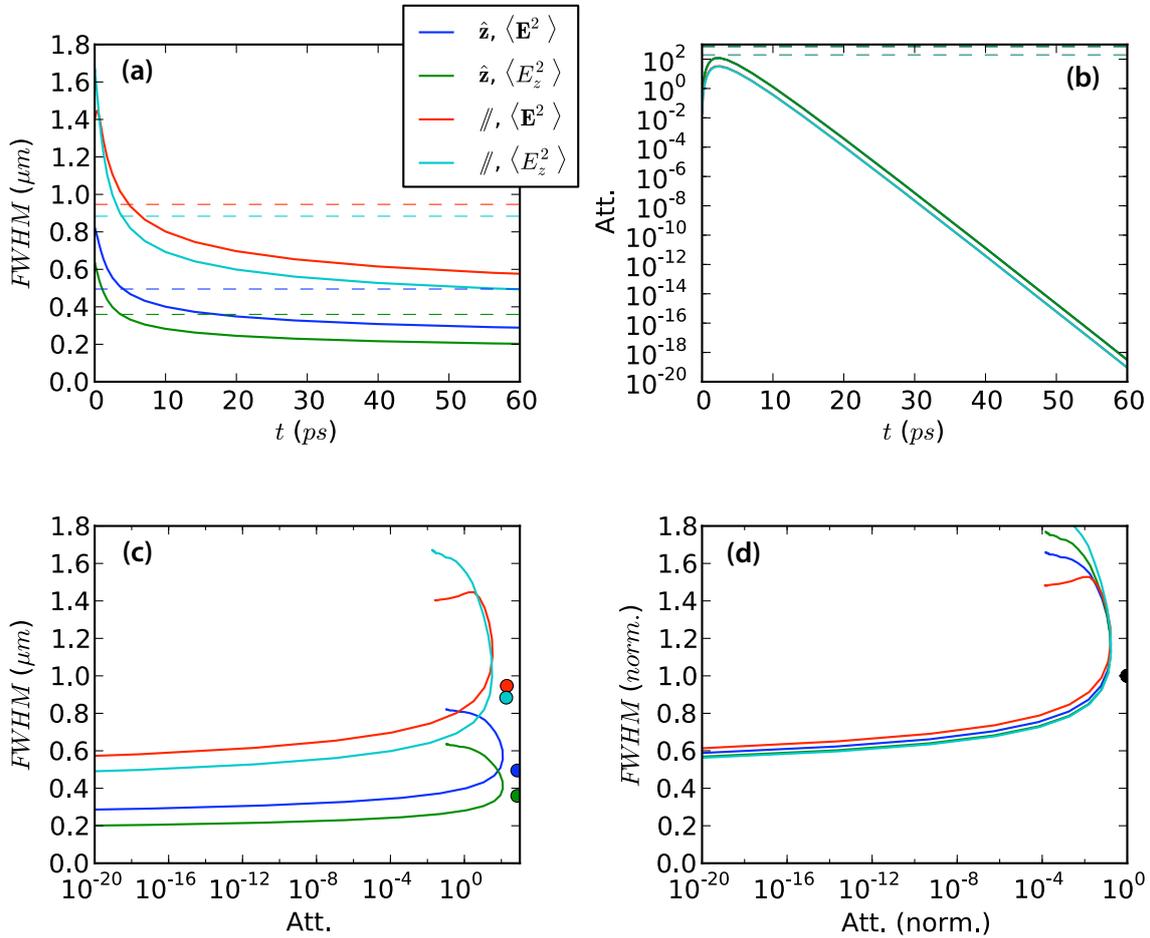


FIGURE 3.15 – Largeur à mi-hauteur et atténuation de l’image d’un dipôle source, pour une impulsion FC. (a) : évolution de la largeur à mi-hauteur (FWHM) de l’image en fonction du temps (trait continu) et FWHM en régime harmonique – indépendante du temps – pour comparaison (tirets). (b) : valeur minimale du module du carré du champ (cf. notes de la figure 3.14) en fonction du temps (trait continu) et en régime harmonique (tirets). Les traits cyan et rouge (dipôle parallèle, courbes inférieures), et bleu et vert (dipôle perpendiculaire, courbes supérieures), sont proches et paraissent superposés sur cette figure. (c) : graphe FWHM en fonction de la valeur minimale du module du carré du champ (trait continu) et valeurs obtenues en régime harmonique (ronds). Pour une valeur de champ mesurable, ce graphe donne la FWHM accessible. La droite de chaque courbe correspond aux premiers instants, la partie gauche aux temps plus grands. (d) : idem, la FWHM et les valeurs maximales du champ sont normalisées par les valeurs en régime harmonique. Le champ  $\langle E_z^2(\rho, t) \rangle$  pour un dipôle parallèle (cyan) n’est pas tracé sur la figure 3.14.

### 3.2.2 Régime libre

Les champs obtenus dans le cas du régime libre sont représentés pour les mêmes configurations que l'impulsion FC sur la figure 3.16. La résolution s'améliore dès les premiers instants. On constate la présence de « pieds » importants sur les figures d'intensité (figure 3.16,a-d), que l'on ne retrouve que dans une moindre mesure en observant la composante  $E_z$  du champ électrique dans le cas d'un dipôle perpendiculaire (figures 3.16,e et f).

### 3.2.3 Comparaison et évolution de la largeur à mi-hauteur au cours du temps

Sur la figure 3.18, on a superposé les courbes des figures 3.15(c,d) et 3.17(c,d). Comme on peut le voir sur cette figure, le régime libre permet d'atteindre des faibles FWHM avec des champs plus importants que l'impulsion FC.

Sur les figures 3.15(a) et 3.17(a), la FWHM décroît au cours du temps. Cette FWHM tend vers 0, ce que l'on peut voir sur la figure 3.19. Cette figure représente l'inverse de la FWHM en fonction du temps, avec le temps en échelle logarithmique. On voit ainsi qu'après un premier régime où la FWHM est constante, son inverse évolue en  $A + B \ln t$ , où  $A$  et  $B$  sont des constantes. Ainsi, asymptotiquement, et la FWHM tend vers 0 – à un rythme extrêmement lent qui varie en  $1/\ln t$ .

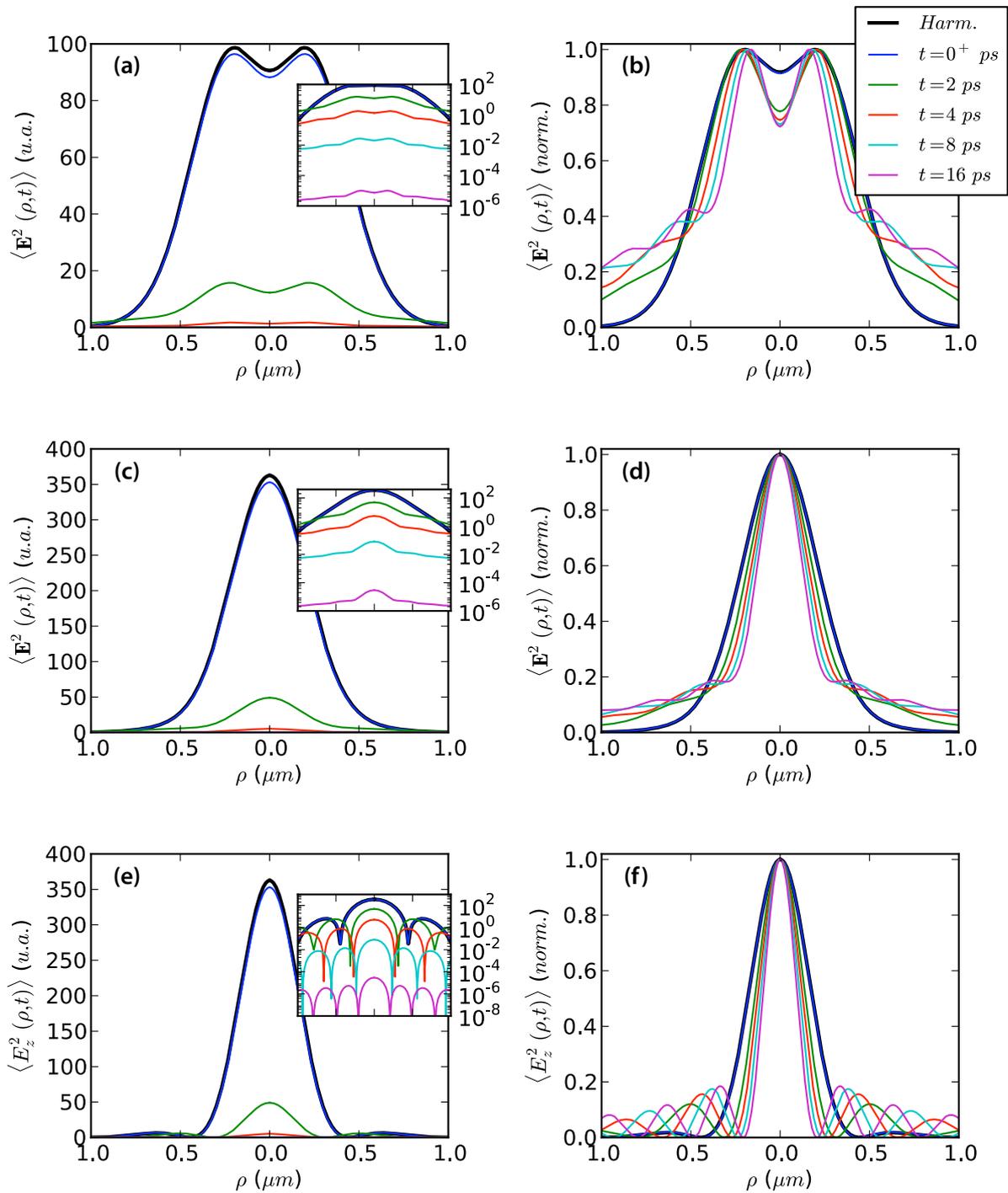


FIGURE 3.16 – En régime libre, champ dans le plan image à différents instants, d'un dipôle source parallèle (a,b) ou perpendiculaire au film (c-f). Voir notes de la figure 3.14.

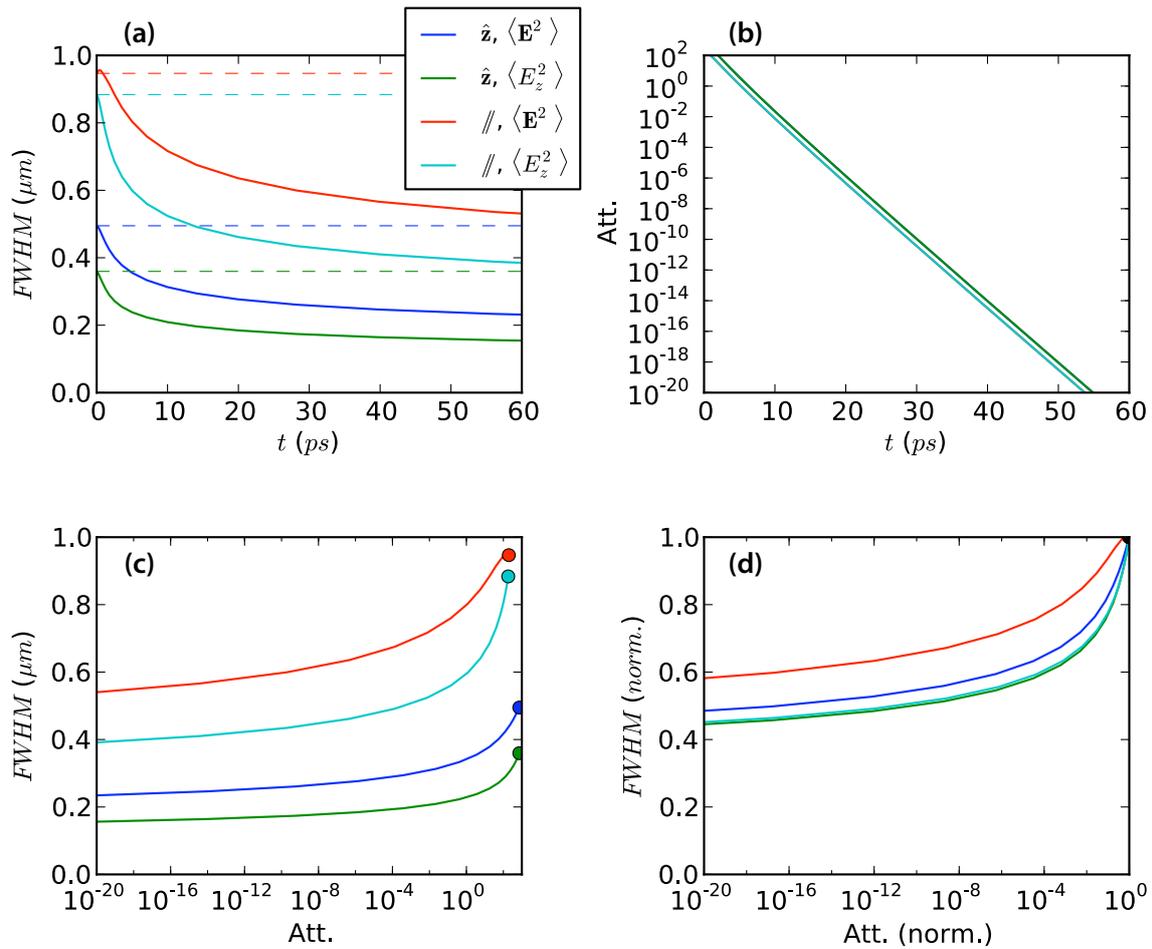


FIGURE 3.17 – Largeur à mi-hauteur et atténuation de l’image d’un dipôle source, en régime libre. Cf. notes de la figure 3.15.

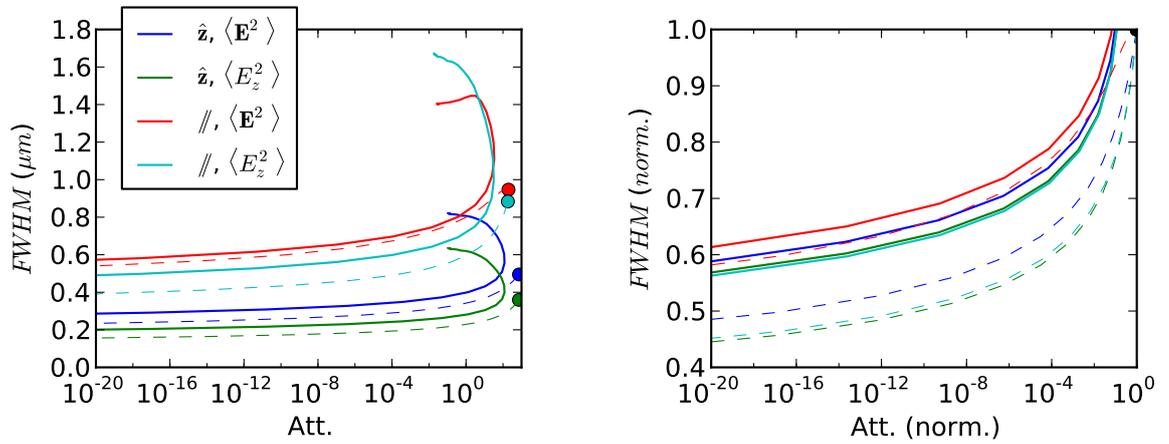


FIGURE 3.18 – Comparaison des graphes FWHM / valeur maximale du champ pour une impulsion FC et en régime libre. Voir notes de la figure 3.15 pour l'interprétation de ces courbes. Trait continu : impulsion FC, tirets : régime libre.

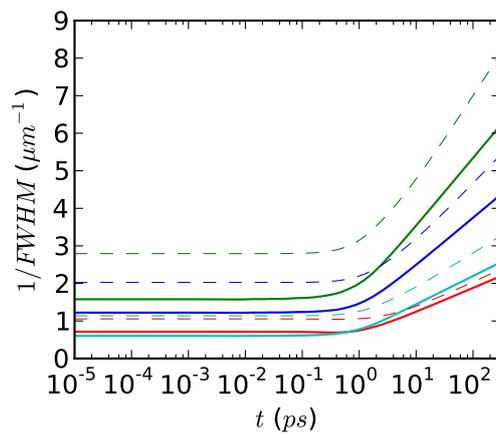


FIGURE 3.19 – Évolution de l'inverse de la FWHM au cours du temps. Inverse de la largeur à mi-hauteur en fonction du temps. Le temps  $t$  est en échelle logarithmique. Trait continu : impulsion FC, tirets : régime libre. Voir figure 3.18 pour la légende.

## Conclusion

L'analyse de la relation de dispersion suggérait que des fréquences complexes permettent d'accéder à des ondes de surface de grand vecteur d'onde, et donc à une superrésolution. Ceci conduit à penser que si l'on éclaire avec un faisceau ayant une structure temporelle judicieusement choisie, on peut améliorer la résolution spatiale. On a étudié ces idées dans le domaine spatial et temporel. On a montré qu'il est effectivement possible d'améliorer la résolution. Une augmentation de la résolution de 50% par rapport au régime harmonique peut être obtenue sur la largeur à mi-hauteur au prix d'une baisse de signal de 4 ordres de grandeur. L'augmentation de résolution est potentiellement infinie, mais elle s'accompagne cependant d'une chute drastique du signal (figure 3.18, droite).