

Stabilité

des modèles d'O'Raifeartaigh avec messagers

Lors de la construction de modèles, on a tendance à construire le secteur caché avec un modèle qui brise la supersymétrie, puis à rajouter des messagers qui se coupleront directement au spurion et transmettront la brisure de supersymétrie.

Ce chapitre cherche à répondre à la question suivante : Comment l'ajout de messagers modifie-t'il la dynamique du secteur caché ?

Pour cela, nous nous limiterons au cas classique dans lequel la supersymétrie est brisée par un secteur caché de type O'Raifeartaigh. Ces modèles ont en effet un certain nombre de caractéristiques générales qui nous permettent de mieux comprendre les dynamiques mises en oeuvre.

3.1 O'Raifeartaigh : Méta- et Instabilité

Les modèles de type O'Raifeartaigh possèdent des caractéristiques générales qui ont des impacts forts en terme de construction de modèles : le phénoménologue doit naviguer entre des masses de jauginos difficiles à générer et des instabilités qui risquent d'amener le système vers des vides qui brisent les symétries du modèle standard.

3.1.1 Stabilité et génération des masses des jauginos, un autre compromis à trouver

Dans [57], Komargodski et Shih expliquent que dans un modèle de type O'Raifeartaigh, si un vide non supersymétrique est stable à l'ordre des arbres (directions plates incluses), la masse des jauginos est forcément supprimée par

rapport au reste du spectre, conduisant à des modèles non viables ou à des spectres lourds difficiles à détecter au LHC.

On doit donc choisir entre avoir un vide non supersymétrique stable ou un spectre sans trop de hiérarchie. Dans le cas de la médiation de jauge, on va voir qu'on est toujours avec un vide non supersymétrique qui est au mieux métastable.

En effet, dans [47], S. Ray montre que dans un modèle de O'Raifeartaigh général, il y a toujours une direction plate dans les directions $\partial_a W$, dès que $F_a \neq 0$. Il y a donc toujours une direction plate dans la direction du goldstino. Ensuite, si on se place au point de coordonnées $\lambda X + M = 0$, la matrice de masse des messagers vaut

$$\begin{pmatrix} 0 & \lambda^* F^\dagger \\ \lambda F & 0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

La masse supersymétrique des messagers s'annule en ce point, ce qui correspond à une instabilité.

On peut donc suivre un chemin qui part du premier vide, suit la direction plate jusqu'à $\lambda X + M = 0$ puis suit l'instabilité jusqu'au second vide dans lequel les messagers prennent une vev et les symétries du modèle standard sont brisées (voir Figure 3.1.2).

Un modèle d'O'Raifeartaigh couplé à des messagers est instable à l'ordre des arbres, et c'est pour ça que la masse des jauginos n'est pas supprimée par rapport au reste du spectre dans ce modèle.

3.1.2 Stabilisation par les corrections quantiques : une condition

Si à l'ordre des arbres, un modèle de type O'Raifeartaigh couplé à une médiation de jauge est instable, les corrections quantiques se chargent de stabiliser le système en levant les directions plates.

Cela dit, il faut bien lever toutes les directions plates pour s'assurer que le système ne reste pas instable. Nous allons voir que cette condition n'est pas toujours réalisée, et nous allons introduire une condition nécessaire (mais non suffisante) à vérifier afin de s'assurer de la viabilité de nos modèles.

Considérons un modèle générique de type

$$W = X_i f_i(\varphi_a) + g(\varphi_a) + \phi(\lambda.X + M)\tilde{\phi}, \quad (3.2)$$

avec $i = 1..N, a = 1..P$

L'énergie du système vaut

$$V = \sum_i |f_i(\varphi_a) + \lambda_i \phi \tilde{\phi}|^2 + \sum_a |X_i \partial_a f_i(\varphi_b) + \partial_a g(\varphi_b)|^2 + |\lambda.X + M|^2 (|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2) \quad (3.3)$$

Il y a au moins deux minima, le premier dans lequel la supersymétrie est brisée et les symétries du modèle standard sont conservées, qu'on appellera à partir de maintenant vide "Modèle Standard" :

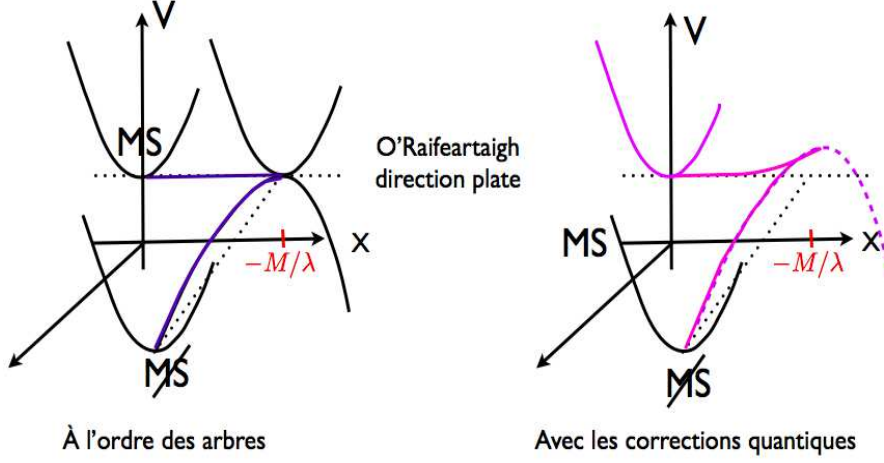


FIGURE 3.1 – Potentiel scalaire en fonction de X et des messagers

$$\phi = \tilde{\phi} = 0 \quad (3.4)$$

$$V_1 = f^2 = \sum_i \bar{f}_i f_i \quad (3.5)$$

Un autre, d'énergie plus basse, dans lequel les messagers ont des vevs donc les symétries du modèle standard sont brisées. On l'appellera “vide messagers”.

$$V_2 = f^2 - \frac{|\bar{\lambda}f|^2}{|\lambda|^2} \quad (3.6)$$

avec $|\lambda|^2 = \sum_i \lambda_i \lambda_i$ et $\bar{\lambda}_i f_i = \bar{\lambda} \cdot f$.

A l'ordre des arbres, c'est donc le vide “messagers” qui est le plus bas tandis que celui qui nous intéresse est instable.

Dans O'Raifeartaigh (sans couplage aux messagers), les corrections quantiques lèvent les directions plates. On regarde ici si elles sont également capable de stabiliser localement le vide “Modèle Standard”.

Comment lever toutes les directions plates

Les directions plates d'O'Raifeartaigh n'interviennent que via les matrices de masses qui serviront à calculer les corrections au potentiel scalaire, ie

$$M_F = \begin{pmatrix} 0 & \partial_a f_i(\phi) \\ \partial_b f_j(\varphi) & X_i \partial_a \partial_b f_i(\varphi) + \partial_a \partial_b g(\varphi) \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Ici, les combinaisons sont $\chi_{a,b} = X_i \partial_a \partial_b f_i(\varphi)$. Si $P(P+1)/2 < N$, il y en a $P(P+1)/2$ d'indépendantes, sinon il y en a N . Ce sont elles qui apparaissent dans l'énergie potentielle, et ce sont donc elles dont les valeurs seront fixées lorsque nous chercherons à le minimiser.

Nous avons donc $N-P$ directions plates à l'ordre des arbres dont on doit fixer la valeur, et nous aurons $\min(N, P(P+1)/2)$ contraintes après minimisation du potentiel scalaire. Pour lever toutes les directions plates, il faut plus de contraintes que de directions plates, c'est à dire $N - P \leq P(P+1)/2$.

Si cette condition est remplie, les directions plates peuvent être levées et le vide peut être stabilisé. Sinon, on n'a même pas besoin de faire le calcul des corrections quantiques, on sait qu'il y aura une instabilité et que le vide "Modèle Standard" sera instable.

La condition nécessaire, mais non suffisante (il faut toujours faire le calcul des corrections quantiques pour s'assurer que le vide "Modèle Standard" est métastable) est donc que

$$N \leq \frac{P(P+3)}{2} \quad (3.8)$$

3.1.3 Comment calculer les corrections quantiques

Cette section donne quelques formules pour pouvoir évaluer les corrections quantiques à l'énergie d'un vide dans le cas d'un modèle assez général de secteur caché de type O'Raifeartaigh.

On prend pour exemple le modèle

$$W = X_i (f_i + \frac{1}{2} h_a^{(i)} \varphi_a^2) + m_a \varphi_a Y_a + \phi (\lambda_i X^i + M) \tilde{\phi} \quad (3.9)$$

avec $i = 1 \dots N_1$ et $a = 1 \dots p$

On verra plus tard que nous aurons besoin de la condition pour $m_a = m$

$$\lambda_X \ll \frac{1}{8\pi^2} \left| \sum_a h_a^{(X)} (\lambda \cdot \bar{h}_a) \right|, \quad (3.10)$$

afin de garantir la stabilité du vide phénoménologiquement viable. Cependant, cette condition n'intervient pas tout de suite, et on peut l'oublier pour l'instant.

Étude à l'ordre des arbres

Le système étudié a pour potentiel scalaire :

$$V = |f_i + \frac{1}{2} h_a^{(i)} \varphi_a^2 + \lambda_i \phi \tilde{\phi}|^2 + |m_a \varphi_a|^2 + |X_i h_a^{(i)} \varphi_a + m_a Y_a|^2 + |\lambda_i X^i + M|^2 (|\tilde{\phi}|^2 + |\phi|^2). \quad (3.11)$$

On comprend que si on prend m_a assez grands, le système va devoir choisir un vide avec $\varphi_a = Y_a = 0$ à l'ordre des arbres¹. Pour $N_1 > 1$, la supersymétrie

1. Nous faisons ce choix pour simplifier les calculs et non pas pour des raisons théoriques particulières

est bien brisée car on ne pourra pas mettre $f_i - \lambda_i \phi \tilde{\phi}$ à zéro pour tous les $i = 1..N_1$. A l'ordre des arbres, les directions plates sont

- N_1 , les champs X_i dans le vide "Modèle Standard"
- $N_1 - 1$ X_i qui restent après avoir imposé $(\lambda_i X^i + M) = 0$, et la condition imposée par le D-terme $\phi = \tilde{\phi}$ dans le vide "messagers"

Maintenant, il reste à calculer les corrections quantiques.

Calcul des corrections quantiques : méthode

Pour cela, la procédure est de commencer par calculer les matrices de masses fermioniques.

Ici, la masse des fermions se décompose en

$$M_F = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_1 & 0 \\ 0 & \mathcal{M}_2 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

avec une contribution liée au secteur de O'Raifeartaigh

$$\mathcal{M}_1 = \begin{pmatrix} h_a^{(i)} X_i & m_a \\ m_a & 0 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

et une contribution liée aux messagers

$$\mathcal{M}_2 = \begin{pmatrix} 0 & \lambda X + M & \lambda_j \tilde{\phi} \\ \lambda X + M & 0 & \lambda_j \phi \\ \lambda_i \tilde{\phi} & \lambda_i \phi & 0 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

On doit donc calculer les corrections à l'énergie du vide dans les deux vides pour pouvoir ensuite étudier la stabilité du vide phénoménologiquement viable.

\mathcal{M}_1 est commune aux deux vides, \mathcal{M}_2 ne l'est pas.

Puis on peut calculer les corrections au potentiel de Kähler :

$$K^{(1)} = - \frac{1}{32\pi^2} \text{Tr} \left(M_F M_F^\dagger \log \frac{M_F M_F^\dagger}{\Lambda^2} \right) \quad (3.15)$$

On a ainsi le potentiel scalaire

$$V = (K^{-1})_{i\bar{j}} F_i \bar{F}_j = V_0 + V^{(1)}, \text{ avec} \\ V^{(1)} = \frac{1}{32\pi^2} \sum_\alpha \left[\log \frac{\mu_\alpha^2}{\Lambda^2} + \frac{1}{\mu_\alpha^2} \frac{\partial \mu_\alpha^2}{\partial X_i} \frac{\partial \mu_\alpha^2}{\partial \bar{X}_j} \right] F_i \bar{F}_j, \quad (3.16)$$

où $K_{i\bar{j}} = \frac{\partial^2 K}{\partial X_i \partial \bar{X}_j}$. Les μ_α^2 sont les valeurs propres de la matrice de masses carrées $M_F M_F^\dagger$.

Il ne reste enfin "plus qu'à" étudier ses minima et leur stabilité.

Application au secteur d'O'Raifeartaigh

On applique la méthode décrite dans la section précédente en partant de

$$\mathcal{M}_1 = \begin{pmatrix} h_a^{(i)} X_i & m_a \\ m_a & 0 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Ce qui donne pour le potentiel de Kähler

$$\begin{aligned} \text{Tr } \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_1^\dagger \log \frac{\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_1^\dagger}{\Lambda^2} &= \sum_a \left\{ (|h_a^{(i)} X_i|^2 + 2m_a^2) \log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} \right. \\ &\left. + 2 |h_a^{(i)} X_i| \sqrt{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2} \log \frac{|h_a^{(i)} X_i| \sqrt{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2}}{2m_a} \right\} \quad (3.18) \end{aligned}$$

Dans la mesure où $F \ll M^2$, on peut travailler dans l'approximation de Kähler et on trouve

$$K_{i\bar{j}} = \delta_{ij} + Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)}, \quad (3.19)$$

où on a posé

$$\begin{aligned} Z_a &= -\frac{1}{32\pi^2} \left\{ \log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + 2 - \frac{2m_a^2}{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2} + \right. \\ &\left. \frac{2}{|h_a^{(i)} X_i|} \frac{|h_a^{(i)} X_i|^4 + 6m^2 |h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^4}{(|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m^2)^{3/2}} \log \frac{|h_a^{(i)} X_i| + \sqrt{|h_a^{(i)} X_i|^2 + 4m_a^2}}{2m_a} \right\} \quad (3.20) \end{aligned}$$

À une boucle et au premier ordre, la correction à la métrique vaut donc

$$K_{i\bar{j}}^{-1} = \delta_{ij} - Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)}. \quad (3.21)$$

Ceci nous donne une contribution à l'énergie qui vaut

$$V^{(1)} = -Z_a(\chi_a) |\bar{h}_a f|^2. \quad (3.22)$$

On remarque que si on définit $\chi_a = h_a^{(i)} X_i$, les fonctions Z_a décroissent de manière monotone par rapport à $|\chi_a|$, et sont bornées par

$$\begin{aligned} Z_a(\chi_a \ll m_a) &\simeq -\frac{1}{32\pi^2} \left(2 + \log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + \frac{2|\chi_a|^2}{3m_a^2} \right), \\ Z_a(\chi_a \gg m_a) &\simeq -\frac{1}{32\pi^2} \log \frac{|\chi_a|^2}{\Lambda^2}. \quad (3.23) \end{aligned}$$

Comme Z_a est décroissante, cela veut dire que ces corrections ont tendance à stabiliser χ_a , c'est-à-dire les directions plates X_i vers 0.

Au voisinage de 0, on peut donc évaluer la correction au potentiel scalaire :

$$V^{(1)} \simeq \text{const} + \frac{1}{32\pi^2} \left(2 + \log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + \frac{2}{3m_a^2} h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} X_i \bar{X}_j \right) |\bar{h}_a f|^2. \quad (3.24)$$

On voit bien que si

$$M_{ij}^2 = \sum_a \frac{|\bar{h}_a f|^2}{m_a^2} h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} \quad (3.25)$$

a des valeurs propres toutes strictement positives, c'est-à-dire si $\text{rang}[M_{ij}^2] = N_1$, les pseudo-modules sont stabilisés en zéro. C'est une application du raisonnement général décrit auparavant. Si $\text{rang}[M_{ij}^2] < N_1$, il reste des directions plates après prise en compte des corrections quantiques. Le vide n'est pas totalement stabilisé et si on ajoute des messagers, le système sera instable.

Note : Si $p \geq N_1$ et que les couplages sont génériques, cette condition est a priori remplie. Les champs χ_a ne sont pas indépendants mais cela ne nuit pas à notre raisonnement.

On trouve bien le fait que les corrections quantiques permettent, lorsqu'elles lèvent toutes les directions plates, de stabiliser l'origine. Ceci n'est pas surprenant car on sait que dans un modèle d' O'Raifeartaigh sans messagers, le vide est stabilisé à l'origine, qui respecte la R-symétrie.

3.2 O'Raifeartaigh : vers la stabilité ?

On a vu que de manière générale, un modèle d'O'Raifeartaigh avec messagers mène à deux vides dont la différence d'énergie vaut

$$\Delta V = V_{\phi\bar{\phi}} - V_{MS} = -\frac{|\bar{\lambda} \cdot f|^2}{|\lambda|^2}. \quad (3.26)$$

Malheureusement, c'est le vide "messagers", dans lequel les messagers prennent une vev et les symétries du modèle standard sont brisées, qui a l'énergie la plus basse.

L'idée est de voir si dans certains cas, cette différence peut être contrebalancée par les corrections quantiques à une boucle.

3.2.1 Condition à l'ordre des arbres

Pour que les corrections à une boucle puisse compenser ΔV calculé à l'ordre des arbres, il faut que celui-ci soit "petit", soit

$$|\bar{\lambda} f|^2 \ll |\lambda|^2 f^2 \quad (3.27)$$

où nous avons noté $f^2 = \sum_i \bar{f}_i f_i$ et $\bar{\lambda} \cdot f = \sum_i \bar{\lambda}_i f_i$.

On peut comprendre la condition (3.27) comme étant liée à un faible couplage entre les messagers et le goldstino. En effet, on pose pour le goldstino à basse énergie

$$X = \frac{1}{f} f_i X_i \quad , \quad F_X = f = \sqrt{\sum_i |f_i|^2} \quad , \quad (3.28)$$

Avec (X, χ_i) , $i = 1 \cdots N - 1$ les champs orthogonaux vérifiant $F_{\chi_i} = 0$ qui complètent la base, on peut tout réécrire sachant que²

$$X_i = \frac{\bar{f}_i}{f} X + c_{ij} \chi_j \quad , \quad (3.29)$$

La condition (3.27) se comprend donc comme une contrainte sur le couplage λ_X entre le goldstino et les messagers

$$\lambda_X = \frac{\lambda \cdot \bar{f}}{f} \ll \lambda = \sqrt{\sum_i |\lambda_i|^2} \quad . \quad (3.30)$$

Pour savoir si l'on peut vraiment stabiliser le vide "Modèle standard" grâce aux corrections quantiques, il faut cependant aller jusqu'au calcul des corrections à une boucle. Nous avons déjà calculé la correction liée au secteur d'O'Raifeartaigh, et nous allons maintenant calculer la contribution liée aux messagers.

3.2.2 Énergies des vides calculées à une boucle

Contribution du secteur messagers

Il y a une seconde contribution qui provient des messagers, avec leurs masses

$$\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger = \begin{pmatrix} |\lambda_i X^i + M|^2 + \lambda^2 |\tilde{\phi}|^2 & \lambda^2 \tilde{\phi} \phi^* & \lambda_i^* \phi^* (\lambda X + M) \\ \lambda^2 \phi \tilde{\phi}^* & |\lambda_i X^i + M|^2 + \lambda^2 |\phi|^2 & \lambda_i^* \tilde{\phi}^* (\lambda X + M) \\ \lambda_j \phi (\lambda X + M) & \lambda_j \tilde{\phi} (\lambda X + M) & \lambda_i \lambda_j (|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2) \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Quand on calcule leurs valeurs propres, on trouve $N_1 - 1$ valeurs propres nulles correspondant aux directions plates, avec une valeur propre nulle en plus dans le cas du vide "Modèle Standard".

Les valeurs propres non nulles vérifient l'équation

$$\mu^2 \left(\mu^2 - \lambda^2 (|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2) - |\lambda X + M|^2 \right)^2 = 4\lambda^4 |\phi|^2 |\tilde{\phi}|^2 |\lambda X + M|^2 \quad . \quad (3.32)$$

Énergie du Vide Modèle Standard

Dans le vide "Modèle Standard", l'étude est simple puisque $\phi = \tilde{\phi} = 0$. Les deux valeurs propres sont donc égales à $|\lambda X + M|^2$ et

$$\text{Tr } \mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger \log \frac{\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger}{\Lambda^2} = 2|\lambda X + M|^2 \log \frac{|\lambda X + M|^2}{\Lambda^2} \quad . \quad (3.33)$$

2. On peut calculer les c_{ij} si besoin est mais cela n'est pas utile pour notre argumentation.

On rajoute cette contribution à ce qui a déjà été calculé auparavant

$$K_{i\bar{j}} = \delta_{ij} + Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} + Z' \lambda_i \bar{\lambda}_j , \quad (3.34)$$

Z_a étant inchangé et Z' valant

$$Z' = -\frac{1}{16\pi^2} \left(\ln \frac{|\lambda X + M|^2}{\Lambda^2} + 2 \right) . \quad (3.35)$$

Comme précédemment, on définit $\chi_a = h_a^{(i)} X_i$ et $\chi' = \lambda X + M$. Comme le couplage entre le goldstino et les messagers est faible, on regarde au voisinage de l'origine

$$V^{(1)} = -Z_a |\bar{h}_a \cdot f + (\bar{h}_a \cdot \lambda) \phi \tilde{\phi}|^2 - Z' |\bar{\lambda} \cdot f|^2 . \quad (3.36)$$

Dans le cas $p \geq N_1$, on trouve un extremum pour

$$M_{ij}^2 X_j = -\frac{3\bar{\lambda}_i}{M} |\bar{\lambda} \cdot f|^2 , \quad (3.37)$$

avec la même matrice M_{ij}^2 que dans (3.25).

La condition des petites vev $X_i \ll m_a, M$ est satisfaite pour des messagers lourds, $m_a \ll M$. On peut alors obtenir une très bonne approximation de l'énergie du vide du modèle standard en posant $X_i = 0$ dans le potentiel effectif. On obtient finalement

$$V_1 = f^2 + \frac{1}{32\pi^2} \left[\sum_a |h_a \cdot \bar{f}|^2 \left(\log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + 2 \right) + 2 |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left(\log \frac{M^2}{\Lambda^2} + 2 \right) \right] . \quad (3.38)$$

On peut réécrire cette équation en remarquant que la dépendance en $\log(\Lambda)$ correspond à la renormalisation de l'énergie du vide calculée à l'ordre des arbres.

On a donc au final :

$$V_1 = f^2(\mu) + \frac{1}{32\pi^2} \left[\sum_a |h_a \cdot \bar{f}|^2 \left(\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) + 2 |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left(\log \frac{M^2}{\mu^2} + 2 \right) \right] , \quad (3.39)$$

en évaluant les couplages à l'échelle μ .

Énergie du vide dans celui qui brise le modèle standard

Dans ce vide, les messagers prennent une vev et les symétries du modèle standard sont donc brisées.

$$\lambda_i X_i + M = 0 \quad (3.40)$$

$$\phi \tilde{\phi} = -\frac{1}{\lambda^2} \sum_i \bar{\lambda}_i f_i \quad (3.41)$$

En fait, ces relations sont corrigées à une boucle :

$$\lambda_i X_i + M = 0 \quad (3.42)$$

$$\phi \tilde{\phi} = -\frac{1}{\lambda^2} \sum_i \bar{\lambda}_i f_i (1 + \epsilon_\phi) , \quad (3.43)$$

(3.42) est inchangé car dans ce modèle, il n'y a pas de dimension anormale permettant de mélanger les champs du secteur caché, $\gamma_{X_i}^\phi = \gamma_{X_i}^{\tilde{\phi}} = 0$. La relation $F_\phi \sim (\lambda X + M)\tilde{\phi} = 0$ est donc inchangée à une boucle.

Dans 3.43, on verra que la correction à une boucle ϵ_ϕ n'intervient qu'en facteur de termes correctifs, et ne contribue donc pas aux corrections à une boucle à l'énergie du vide

Calculer l'énergie dans ce cas là est un peu plus difficile que dans le premier vide, car nous avons besoin de garder les termes en $\phi, \tilde{\phi}$ et X pour calculer les dérivées de μ par rapport aux X_i qui existent dans le potentiel scalaire.

Dans l'approximation $|\lambda X + M|^2 \ll \lambda^2(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)$, on évalue la métrique de Kähler

$$K_{i\bar{j}} = \delta_{ij} + Z_a h_a^{(i)} \bar{h}_a^{(j)} + Z' \lambda_i \bar{\lambda}_j , \quad (3.44)$$

où nous avons noté

$$\begin{aligned} Z' = & -\frac{1}{16\pi^2} - \frac{1}{16\pi^2(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)} \left\{ 2|\phi\tilde{\phi}|^2 \left(\log \frac{4|\phi\tilde{\phi}|^2 |\lambda X + M|^2}{(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)\Lambda^2} + 2 \right) \right. \\ & \left. + (|\phi|^4 + |\tilde{\phi}|^4) \log \frac{\lambda^2(|\phi|^2 + |\tilde{\phi}|^2)}{\Lambda^2} \right\} . \end{aligned} \quad (3.45)$$

Dans le "vide-messenger", $\lambda_i F_i = 0$ à l'ordre des arbres. Le terme proportionnel à Z' sera donc d'ordre au moins deux boucles dans l'énergie potentielle et peut être négligé.

Le potentiel à une boucle se simplifie donc pour donner

$$V^{(1)} = -\sum_a Z_a |h_a^{(i)} f_i + h_a^{(i)} \lambda_i \phi \tilde{\phi}|^2 . \quad (3.46)$$

On retrouve ici le fait que la correction à une boucle vue en (3.43) ne contribue pas à la correction à l'ordre d'une boucle de l'énergie du vide. En effet, sa contribution à une boucle s'annule :

$$\epsilon_\phi \bar{\lambda}_i (f_i - \frac{\lambda_i}{\lambda^2} \bar{\lambda} f) = 0 . \quad (3.47)$$

On rappelle que les Z_a trouvent leur minima pour $\chi_a = h_a^{(i)} X_i = 0$, tandis que Z_a, Z' décroissent de manière monotone vis-à-vis de χ_a and χ' , respectivement. On commencera par travailler comme si χ_a et χ' étaient des variables indépendantes. Ceci n'est pas vrai dans le cas qui nous intéresse $p > N_1$, mais

cette hypothèse simplifiera nos calculs et sera suffisante pour notre étude. En effet, la vraie minimisation impose à certains $X_i \neq 0$ d'être non nul, et donc d'avoir quelques $\chi_a \neq 0$, ce qui fait que l'énergie est en fait plus grande que dans notre estimation. Comme nous allons sous-estimer la valeur de l'énergie du vide "messagers", notre conclusion n'en sera que renforcée si on trouve $V_1 < V_2$.

On trouve ainsi comme limite sur V_2

$$V_2 > |f_i - \frac{\lambda_i}{\lambda^2} \bar{\lambda} \cdot f|^2 + \frac{1}{32\pi^2} \sum_a (\log \frac{m_a^2}{\Lambda^2} + 2) |\bar{h}_a \cdot f - (\bar{h}_a \cdot \lambda) \frac{\bar{\lambda} \cdot f}{\lambda^2}|^2. \quad (3.48)$$

De même que précédemment, la dépendance en $\log(\Lambda)$ correspond à la re-normalisation du vide à l'ordre des arbres. Finalement,

$$V_2 > |f_i - \frac{\lambda_i}{\lambda^2} \bar{\lambda} \cdot f|^2(\mu) + \frac{1}{32\pi^2} \sum_a (\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2) |\bar{h}_a \cdot f - (\bar{h}_a \cdot \lambda) \frac{\bar{\lambda} \cdot f}{\lambda^2}|^2. \quad (3.49)$$

Le vrai vide vérifiera probablement $\lambda_i X_i + M = 0$, avec un minimum de champs χ_a éloignés de l'origine. Dans ce cas et dans la limite $M \gg m_a$, les valeurs de Z_a à remplacer dans l'énergie du "vide messagers" sont celles des champs à grande valeurs, second cas présenté dans (3.23).

3.2.3 A-t-on stabilisation ?

On veut savoir à quelle condition est-ce que le "vide modèle standard" est stable, c'est-à-dire à quelle condition est-ce que son énergie est plus basse que l'énergie du "vide-messagers". Les évaluations que nous venons de faire nous donnent

$$\begin{aligned} \Delta V = V_1 - V_2 < |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left\{ \frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{32\pi^2} \left[2 \left(\log \frac{M^2}{\mu^2} + 2 \right) - \frac{1}{\lambda^4} \sum_a \left(\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) |\bar{h}_a \cdot \lambda|^2 \right] \right\} \\ + \frac{1}{32\pi^2 \lambda^2} \sum_a \left(\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) [(h_a \cdot \bar{f})(\bar{h}_a \cdot \lambda)(\bar{\lambda} \cdot f) + c.c] \quad . \end{aligned} \quad (3.50)$$

et on souhaite bien entendu que

$$\Delta V = V_1 - V_2 < 0 \quad (3.51)$$

L'idée est de compenser le premier terme de (3.50), toujours positif, par le second, dont le signe dépend du modèle.

Il faut donc, en prenant des masses égales $m_a = m$ pour illustration :

$$\begin{aligned} & |\bar{\lambda} \cdot f|^2 \left\{ 1 + \frac{1}{16\pi^2} \left[\lambda^2 \left(\log \frac{M^2}{\mu^2} + 2 \right) - \sum_a \frac{|\bar{h}_a \cdot \lambda|^2}{\lambda^2} \right] \right\} \\ & < \frac{1}{32\pi^2 \lambda^2} \sum_a \left(\log \frac{m_a^2}{\mu^2} + 2 \right) [(h_a \cdot \bar{f})(\bar{h}_a \cdot \lambda)(\bar{\lambda} \cdot f) + c.c] \end{aligned} \quad (3.52)$$

Si on regarde cette condition à l'échelle $\mu = m_a = m$, cette condition devient simplement

$$\bar{\lambda} \cdot f < \frac{1}{8\pi^2} \left| \sum_a (\lambda \cdot \bar{h}_a)(h_a \cdot \bar{f}) \right|. \quad (3.53)$$

Il semblerait donc que l'on puisse renverser la situation à l'ordre des arbres et faire du vide "Modèle standard" un vide stable. Remarquons que cela permet d'échapper aux contraintes de l'article de Komargodski et Shih, et d'avoir à la fois un vide non supersymétrique stable viable phénoménologiquement et des masses de jauginos du même ordre de grandeur que le reste des sparticules.

Les conditions imposées par notre modèle sont donc :

$$\bar{\lambda} \cdot f \ll \lambda f, \quad m_a \ll M, \quad \bar{h}_a \cdot f < m_a^2, \quad \frac{\bar{\lambda} \cdot f}{M} \sim 100 \text{ TeV}. \quad (3.54)$$

La dernière condition correspond à la génération de termes soft de l'ordre du TeV.

Ceci est réalisé pour des paramètres de masses valant au moins

$$M \sim 10^6 \text{ TeV}, \quad m_a \sim 10^5 \text{ TeV}, \quad f \sim (10^5 \text{ TeV})^2, \quad \bar{\lambda} \cdot f \sim (10^4 \text{ TeV})^2. \quad (3.55)$$

3.2.4 Conclusions et ouvertures

La brisure de supersymétrie amène un certain nombre de contraintes fortes, auquel nous échappons dans ce modèle. Nous arrivons donc ici à avoir un modèle stable dans lequel la masse des jauginos n'est pas supprimée par rapport au reste du spectre. Il est intéressant de voir que nous ne sommes pas en contradiction avec l'argumentation de [57]. En effet, notre modèle est instable à l'ordre des arbres, ce qui explique l'absence de hiérarchie dans le spectre final. Ce n'est qu'une fois les corrections quantiques calculées que l'on peut s'assurer de la stabilité du vide phénoménologiquement viable. Le prix à payer pour cela est la petitesse du couplage entre le spurion et les messagers.