

## CHAPITRE 2

### REVUE DE LA LITTÉRATURE

#### 2.1 Modèle linéaire

En électricité, le principe de superposition des effets est un principe bien établi et maintes fois vérifié. C'est le procédé le plus populaire pour modéliser la relation entre la cause et l'effet. Il repose sur la supposition de linéarité entre la fonction de réponse locale et le champ d'excitation. Soit  $f(t)$ , la fonction de réponse diélectrique du système au champ électrostatique  $\vec{E}$ . Si cette fonction de réponse est invariante dans le temps, alors la relation entre le champ électrostatique  $\vec{E}$  et le champ de polarisation  $\vec{P}$  est donnée par l'opérateur convolution  $\otimes$  défini comme suit :

$$\vec{P}(t) = \varepsilon_0 (f \otimes \vec{E})(t) = \varepsilon_0 \int_0^{\infty} f(t-\tau) \vec{E}(\tau) d\tau \quad (2.1)$$

En injectant l'expression  $\vec{P}$  de la relation (2.1) dans (1.32) on obtient :

$$\vec{J}(t) = \sigma \vec{E}(t) + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[ \vec{E}(t) + \int_0^{\infty} f(t-\tau) \vec{E}(\tau) d\tau \right] \quad (2.2)$$

Comme on s'intéresse plus aux processus des temps longs, les auteurs dans [2] montrent que l'on peut décomposer la fonction de réponse donnée par (2.1) en une fonction de réponse instantanée et une fonction de réponse pour les temps plus grands. Les auteurs montrent qu'on aboutit alors à la relation suivante :

$$\vec{J}(t) = \sigma \vec{E}(t) + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[ \varepsilon_{\infty} \vec{E}(t) + \int_0^{\infty} f_s(\tau) \vec{E}(t-\tau) d\tau \right] \quad (2.3)$$

où  $\varepsilon_\infty$  représente la permittivité aux temps très courts et  $f_s$  représente la fonction de réponse pour les temps plus grands.

En utilisant les relations (1.33) et (2.3), on obtient :

$$i(t) = \sigma \iint_S \vec{E}(t) \cdot d\vec{S} + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[ \varepsilon_\infty \iint_S \vec{E}(t) \cdot d\vec{S} + \int_0^\infty f_s(\tau) \left[ \iint_S \vec{E}(t-\tau) \cdot d\vec{S} \right] d\tau \right] \quad (2.4)$$

où  $i(t)$  est le courant électrique.

En utilisant la loi de Gauss on peut écrire :

$$\iint_S \vec{E}(t) \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (2.5)$$

où  $Q$  désigne la charge totale des électrodes en Coulomb.

Finalement en utilisant la relation(1.16) on obtient :

$$\iint_S \vec{E}(t) \cdot d\vec{S} = \frac{C_0 U(t)}{\varepsilon_0} \quad (2.6)$$

où  $C_0$  désigne la capacité géométrique en Farad et  $U$  la tension entre les électrodes en Volts.

La relation (2.6) permet d'écrire (2.4) comme suit :

$$i(t) = \sigma \frac{C_0 U(t)}{\varepsilon_0} + C_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[ \varepsilon_\infty U(t) + \int_0^\infty f_s(\tau) U(t-\tau) d\tau \right] \quad (2.7)$$

Dans la relation précédente, la tension  $U$  constitue la variable indépendante et son choix judicieux peut renseigner sur la fonction de réponse, et ainsi donner lieu à différents protocoles expérimentaux comme on le verra ci-après. Dorénavant nous utiliserons le terme fonction réponse pour désigner la fonction de réponse lente.

### 2.1.1 Méthode PDC (Polarization and Depolarization current) "Courant de polarisation et dépolarisation"

Lorsque  $U(t)$  est un échelon de tension, on a alors :

$$\frac{\partial U(t-a)}{\partial t} = \delta(t-a)U(a) \quad (2.8)$$

En remplaçant (2.8) dans (2.7) avec  $a = 0$ , il vient :

$$i(t) = C_0 U \left[ \frac{\sigma}{\varepsilon_0} + \varepsilon_\infty \delta(t) + f_s(t) \right] \quad (2.9)$$

La méthode consistant à appliquer un échelon de tension porte le nom de PDC (Polarization Depolarization Current). Elle consiste à soumettre un échantillon du diélectrique à analyser à un échelon de tension pendant un temps suffisamment long, et à mesurer le courant de charge. Le courant observé contient en plus du courant de conduction tous les courants de polarisation à savoir la réponse instantanée et la réponse lente, le tout pondérée par la capacité géométrique. L'avantage de cette méthode est que les effets de chacun des composants huile et papier se manifestent à des plages temporelles différentes. Ainsi dans la figure 2 [3], on peut voir, à titre d'exemple, que l'effet du changement de l'huile d'un transformateur, influe sur la valeur du courant de charge aux temps courts. De la même façon, la modification des caractéristiques du papier modifiera la valeur du courant de charge aux temps longs.

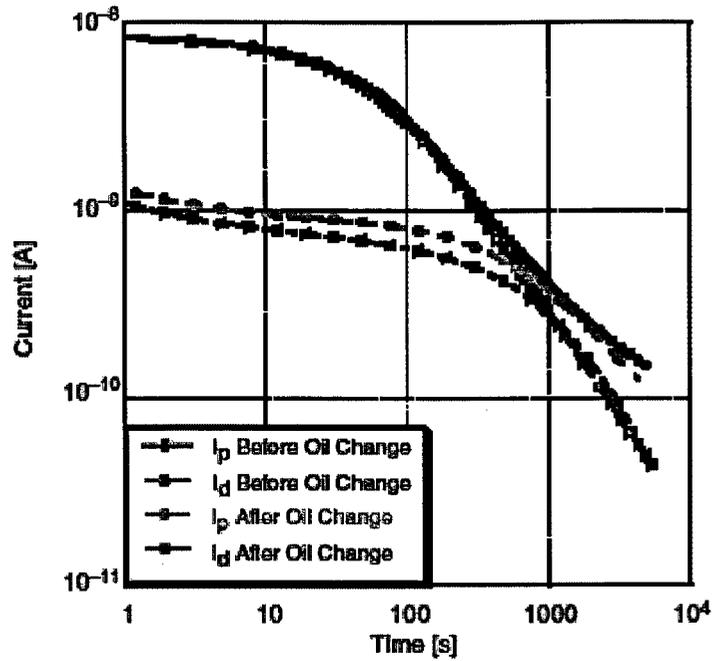


Figure 2 Courant de polarisation et dépolarisation avant et après un changement d'huile [3]

### 2.1.2 FDS (Frequency Domain Spectroscopy)

Effectuons la transformée de Fourier de (2.7). On obtient :

$$\mathfrak{I}(i) = \frac{\sigma C_0}{\varepsilon_0} \mathfrak{I}(U) + \hat{j}\omega C_0 \left[ \varepsilon_\infty \mathfrak{I}(U) + \mathfrak{I} \left( \int_0^\infty f_s(\tau) U(t-\tau) d\tau \right) \right] \quad (2.10)$$

Sachant que la transformée de Fourier d'un produit de convolution est égale au produit des transformées de Fourier, (2.10) devient :

$$\mathfrak{I}(i) = \hat{j}\omega C_0 \mathfrak{I}(U) \left[ \frac{\sigma}{\hat{j}\omega \varepsilon_0} + \varepsilon_\infty + \mathfrak{I}(f_s) \right] \quad (2.11)$$

Finalement, en remarquant que  $\frac{1}{\hat{j}} = -\hat{j}$ , on obtient :

$$\mathbf{I} = \hat{j}\omega C_0 \mathbf{U} \left( \underbrace{[\varepsilon_\infty + \mathbf{F}] - \hat{j} \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0}}_{\mathcal{E}^*_{totale}} \right) \quad (2.12)$$

où  $\mathbf{I}$  désigne le phaseur courant,  $\mathbf{U}$  celui de la tension  $U$  et  $\mathbf{F}$  la transformée de Fourier de la fonction de réponse lente  $f_s(t)$ . Cette méthode appelée FDS (Frequency domain spectroscopy), consiste à soumettre un système d'isolation à des tensions sinusoïdales à différentes fréquences et à mesurer pour chacune d'elle le module du courant et le déphasage entre le courant et la tension.

À titre d'exemple supposons que la fonction de réponse s'écrit  $f(t) = \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)$ , alors sa transformée de Fourier  $F$  est donnée par :

$$\mathbf{F}(\omega) = \frac{\tau}{1 + \tau^2 \omega^2} - \hat{j} \frac{\tau^2 \omega}{1 + \tau^2 \omega^2} \quad (2.13)$$

En reportant (2.13) dans (2.12) on obtient :

$$\mathbf{I} = \hat{j}\omega C_0 \mathbf{U} \left[ \varepsilon_\infty + \frac{\tau}{1 + \tau^2 \omega^2} - \hat{j} \left( \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} + \frac{\tau^2 \omega}{1 + \tau^2 \omega^2} \right) \right] \quad (2.14)$$

L'équation ci-dessus décrit un mécanisme de dispersion de Debye. Ce mécanisme a été explicité pour la première fois par Paul Debye [4]. Ceci lui a valu le prix Nobel de la chimie en 1936. Nous décrirons ce type de dispersion plus tard dans le texte.

Dans [5], Gäfvert montre que la méthode FDS est facile à interpréter, peu sensible au bruit et ne nécessite qu'une source de tension peu élevée. De plus, les méthodes de mesure des données fréquentielles telles que la tangente de l'angle des pertes (2.16) et la capacité sont connues et investiguées depuis longtemps.

### 2.1.3 Permittivité complexe

Dans la relation (2.12), le terme entre crochets contient des caractéristiques qui ne dépendent que du matériau. La permittivité complexe peut être définie par :

$$\varepsilon^* = \varepsilon' - j\varepsilon'' \quad (2.15)$$

où la quantité  $\varepsilon''$  exprime la composante du courant en phase avec la tension.

Le terme  $\varepsilon''$  est responsable des pertes diélectriques.  $\varepsilon'$  exprime la composante du courant en avance de  $90^\circ$  sur la tension. On caractérise aussi le diélectrique par la tangente de l'angle des pertes,  $\delta$ , tel que :

$$\operatorname{tg}(\delta) = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \quad (2.16)$$

La quantité  $\varepsilon''_{totale}$  contient tous les mécanismes de perte incluant ceux reliés à la conductivité. Ce qui se traduit par la relation suivante :

$$\varepsilon''_{totale} = \varepsilon'' + \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} \quad (2.17)$$

Finalement, la relation (2.12) devient :

$$\mathbf{I} = j\omega C_0 \mathbf{U} \left( \varepsilon' - j\varepsilon''_{totale} \right) \quad (2.18)$$

Gäfvvert dans [5], explique qu'en réalité la permittivité dépend non seulement de la fréquence mais également de la température et de l'humidité. Ainsi pour un niveau d'humidité donnée (2.15) s'écrit :

$$\varepsilon^*(\omega, T) = \varepsilon'(\omega, T) - j\hat{\varepsilon}''(\omega, T) \quad (2.19)$$

## 2.2 Circuits équivalents

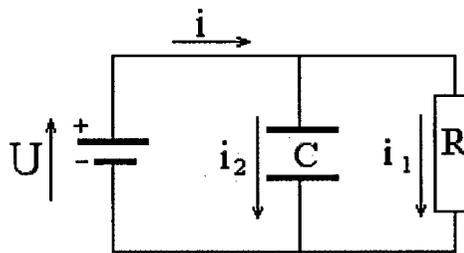


Figure 3 Résistance R en // avec la capacité C

Dans le circuit de la figure 3, d'après la loi des nœuds, on peut déduire que :

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 \quad (2.20)$$

où  $\mathbf{I}, \mathbf{I}_1$  et  $\mathbf{I}_2$  désignent respectivement les phaseurs des courant  $i, i_1$  et  $i_2$ .

Les lois usuelles donnent les relations suivantes pour l'expression des phaseurs de courants individuels.

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_1 &= \frac{\mathbf{U}}{R} \\ \mathbf{I}_2 &= \hat{j}C\omega\mathbf{U} \end{aligned} \quad (2.21)$$

En remplaçant dans (2.20) les courants par leur expression donnée par (2.21), on obtient :

$$\mathbf{I} = \mathbf{U} \left( \frac{1}{R} + \hat{j}C\omega \right) \Leftrightarrow \mathbf{I} = \hat{j}\omega C_0 \mathbf{U} \left( \frac{C}{C_0} - \hat{j} \frac{1}{RC_0\omega} \right) \quad (2.22)$$

Si on fait l'analogie avec (2.18) on obtient que :

$$\begin{aligned} \varepsilon' &= \frac{C}{C_0} \Leftrightarrow C = \varepsilon' C_0 \\ \varepsilon'' &= \frac{1}{RC_0\omega} \Leftrightarrow R = \frac{1}{\varepsilon'' C_0\omega} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Ce qui montre qu'on peut assimiler la polarisation comme la mise en parallèle d'une résistance idéale de valeur  $\frac{1}{\varepsilon'' C_0\omega}$  et d'une capacité idéale de valeur  $\varepsilon' C_0$ .

De façon générale, lorsqu'on a une idée de l'arrangement des circuits passifs qui composent un système diélectrique, on peut calculer le rapport  $\mathbf{Y}$  entre le phaseur du courant  $\mathbf{I}$  et le celui de tension  $\mathbf{U}$ . Alors en utilisant la relation (2.18), on peut exprimer la permittivité complexe en fonction de ce rapport par le biais de la relation suivante :

$$\mathbf{I} = \hat{j}\omega C_0 \mathbf{U} \varepsilon_r^* \Leftrightarrow \varepsilon_r^* = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{U}} \frac{1}{\hat{j}\omega C_0} = \frac{\mathbf{Y}}{\hat{j}\omega C_0} \quad (2.24)$$

où  $\mathbf{Y}$  désigne l'admittance (inverse de l'impédance) du circuit modélisant.

Dans le cas où l'on n'a pas une idée précise de la capacité géométrique  $C_0$ , ce qui est généralement le cas, on remplace la permittivité par la capacité complexe définie par :

$$\left. \begin{aligned} C_0 \varepsilon_r^* &= \frac{\mathbf{Y}}{\hat{j}\omega} \\ C^* &= C_0 \varepsilon_r^* \end{aligned} \right\} \Rightarrow C^* = \frac{\mathbf{Y}}{\hat{j}\omega} = \frac{1}{\hat{j}\omega \mathbf{Z}} = C' - \hat{j}C'' \quad (2.25)$$

La relation (2.24) exprime que l'on peut retrouver la permittivité d'un système lorsqu'on connaît son circuit équivalent.

### 2.2.1 Circuit R.(R//C)

Appliquons cette technique de modélisation à un transformateur. En première estimation, celui-ci peut être vu comme une barrière de papier en série avec de l'huile. L'huile est modélisée par une résistance. Quant au papier, il peut être vu comme une résistance en parallèle avec une capacité pour tenir compte respectivement de la conductivité et de l'effet capacitif. Ceci aboutit au circuit électrique de la figure 4.

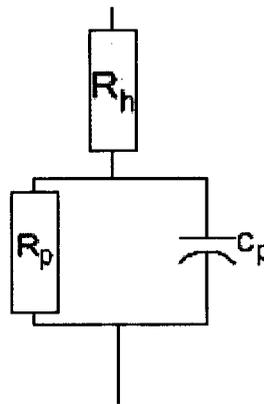


Figure 4 Schéma équivalent d'un transformateur

$R_h$  désigne la résistance de l'huile,  $C_p$  et  $R_p$  désignant respectivement la capacité et la résistance du papier. Les règles de composition élémentaire des éléments passifs donne une impédance de :

$$Z = \frac{R_p}{(C_p R_p)^2 \omega^2 + 1} + R_h - j \frac{C_p R_p^2 \omega}{(C_p R_p)^2 \omega^2 + 1} \quad (2.26)$$

En utilisant la formule (2.25) on obtient que :

$$C' = \frac{C_p R_p^2}{(C_p R_h)^2 R_p^2 \omega^2 + (R_h + R_p)^2} \quad (2.27)$$

$$C'' = \left( \frac{C_p^2 R_h R_p^2 \omega^2 + R_h + R_p}{\omega ((C_p R_h)^2 R_p^2 \omega^2 + (R_h + R_p)^2)} \right) \quad (2.28)$$

où  $C'$  et  $C''$  désignent respectivement la partie réelle et imaginaire de la capacité complexe.

Normalement, la résistante de l'huile est très inférieure devant celle du papier, ce qui se traduit par  $R_h \ll R_p$ . (2.27) devient :

$$C' \approx \frac{C_p}{1 + (C_p R_h)^2 \omega^2} \quad (2.29)$$

L'équation (2.28) quant à elle devient :

$$C'' \approx \left( \frac{1}{\omega R_p} \frac{1 + \frac{(C_p R_h)^2 R_p}{R_h} \omega^2 + 1}{(C_p R_h)^2 \omega^2 + 1} \right) \quad (2.30)$$

En posant  $\tau = C_p R_h$ ,  $G = \frac{1}{R_p}$  et  $b = \frac{R_h}{R_p}$ , (2.29) et (2.30) deviennent respectivement :

$$C' \approx \frac{\tau G}{b} \frac{1}{(1 + \tau^2 \omega^2)} \quad (2.31)$$

$$C'' \approx G \frac{\left( 1 + \frac{\tau^2}{b} \omega^2 \right)}{\omega (1 + \tau^2 \omega^2)} \quad (2.32)$$

Les figures 5 et 6, donnent l'allure générale des deux courbes. Comme le montre la figure 5,  $C''$  présente un pic de relaxation.

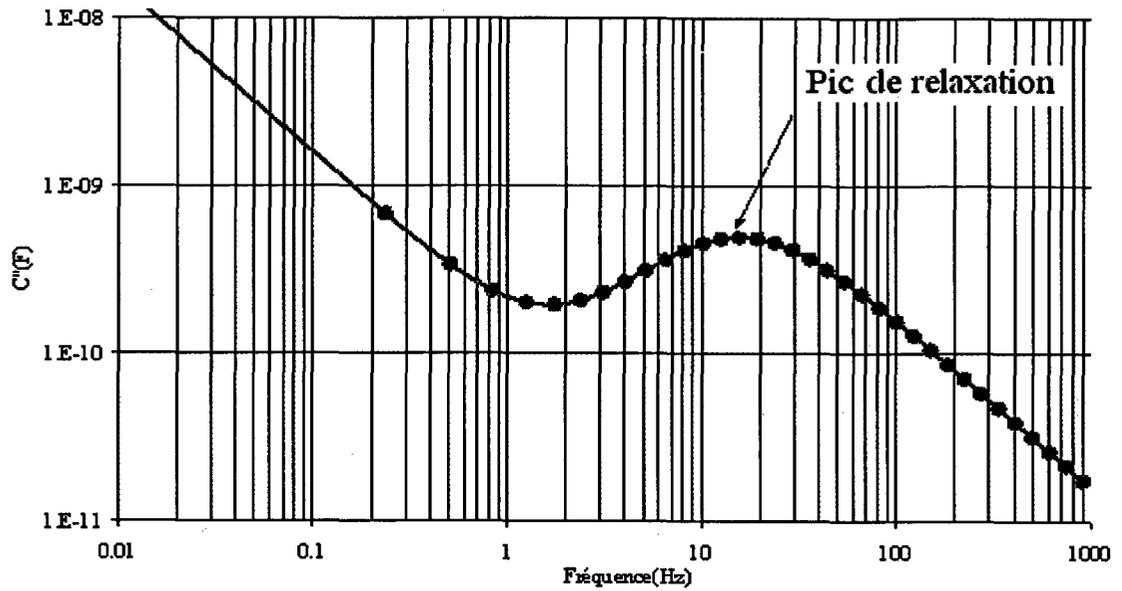


Figure 5 Capacité imaginaire versus fréquence

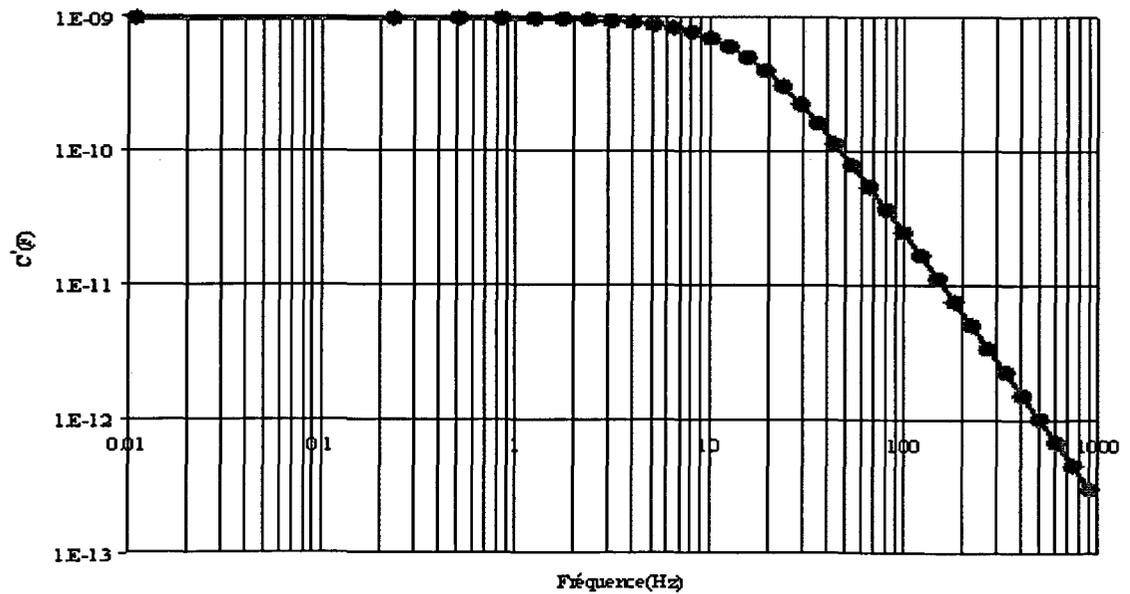


Figure 6 Capacité réelle versus fréquence

Les paramètres du modèle  $R_h$ ,  $R_p$  et  $C_p$  sont déterminés par ajustement des courbes induites par (2.31) et (2.32) avec les courbes expérimentales. Si l'on connaît la capacité géométrique de l'huile et du papier, alors on peut obtenir la conductivité de l'huile et du papier via les deux relations suivantes :

$$\sigma_h = \frac{\varepsilon_0}{R_h \cdot C_{0h}} \quad (2.33)$$

$$\sigma_p = \frac{\varepsilon_0}{R_p \cdot C_{0p}} \quad (2.34)$$

où  $C_{0h}$  et  $C_{0p}$ , désigne respectivement les capacités géométriques de l'huile et du papier.

### 2.2.2 Circuits RC en parallèle

Revenons à l'équation (2.12). On y distingue trois termes: une réponse immédiate que l'on peut modéliser par une capacité pure  $C$ , un courant de conduction que l'on peut modéliser par une résistance  $R_0$ , et une fonction de réponse dans laquelle l'on suppose que plusieurs constantes de temps participent, ce qui se traduit par des circuits  $R_i C_i$  en parallèle. Il s'ensuit que le transformateur en tant que diélectrique peut être représenté par le schéma de la figure 7 [6].

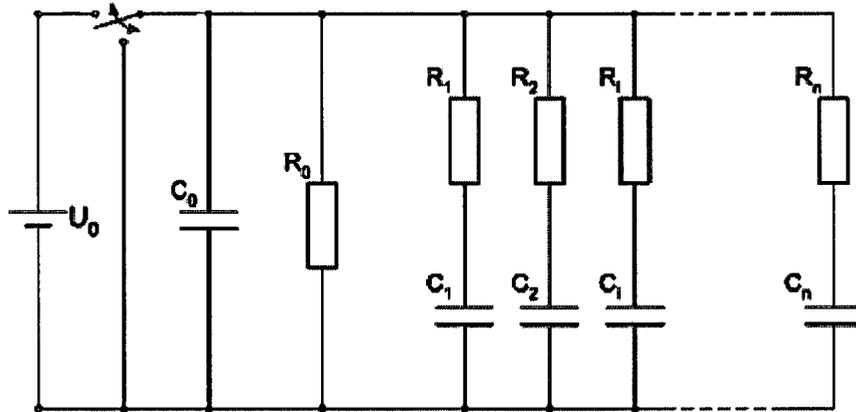


Figure 7 Circuit équivalent [6]

Toujours d'après [6] les auteurs montrent que  $C_0$  et  $R_0$  sont obtenus à travers les mesures temporelles et fréquentielles, tandis que les valeurs  $R_i C_i$  peuvent être déduites en ajustant le courant de polarisation de la façon qui suit. Si  $\tau_i = R_i C_i$  et  $A_i = U \left(1 - e^{(-t_p/\tau_i)}\right) / R_i$  alors il faut ajuster la courbe analytique suivante avec la courbe expérimentale.

$$i_p = \sum_{i=1}^n A_i e^{(-t/\tau_i)} \quad (2.35)$$

Dans [6] l'auteur procède comme suit. Après soustraction du courant de conduction, il suppose que le courant aux temps longs est dû uniquement au circuit ayant la constante de temps la plus élevée. Après ajustement, le courant induit par cette branche est soustrait de la courbe expérimentale et le processus reprend avec la nouvelle courbe. Ce processus est itéré jusqu'à atteindre les temps courts. Toujours dans [6], Saha estime que le nombre de circuits en parallèle nécessaire pour modéliser les résultats expérimentaux varie entre 6 et 10.

### 2.2.3 Modèle XY

Dans [3], Gubanski explique que la réponse diélectrique du composé papier-huile ne dépend pas seulement de la réponse de chacun des composants mais aussi de la façon dont ils seront combinés. En particulier lorsque ces deux médias sont mis ensemble il y a accumulation de charges aux interfaces. Cet effet porte le nom de polarisation interfaciale ou effet Maxwell-Wagner. Dans [5], Gäfvert commence par modéliser cette géométrie comme dans la figure 8. Les paramètres X et Y expriment respectivement la quantité relative de séparateur et de barrière. Pour notre modèle, X et Y étaient de 12 % et 20 %, respectivement.

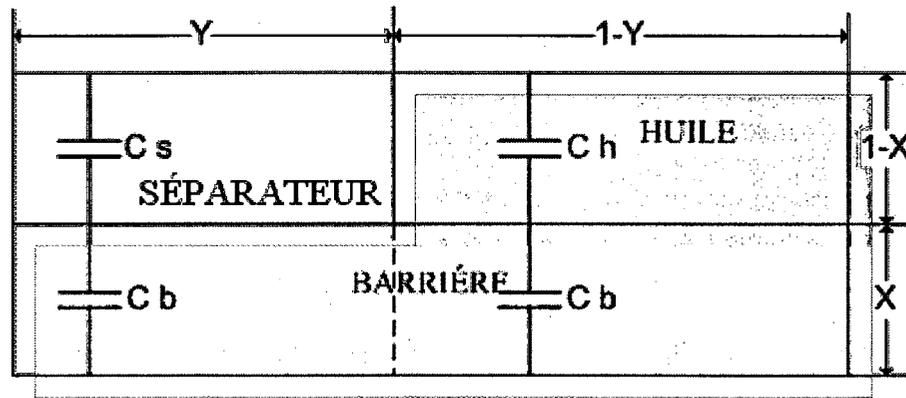


Figure 8 Cellule unitaire [5]

Puis en utilisant les règles de combinaison de capacité en série et en parallèle, on obtient l'expression suivante [5] :

$$\varepsilon^*(\omega, T) = \frac{Y}{\frac{1-X}{\varepsilon_{spacer}^*} + \frac{X}{\varepsilon_{barrier}^*}} + \frac{1-Y}{\frac{1-X}{\varepsilon_{Oil}^*} + \frac{X}{\varepsilon_{barrier}^*}} \quad (2.36)$$

Comme en général les matériaux constituant le séparateur et la barrière sont assez semblables, on peut supposer l'égalité de leur permittivité complexe. La relation (2.36) se simplifie alors en :

$$\varepsilon^*(\omega, T) = Y\varepsilon_{\text{papier}}^* + \frac{1-Y}{\frac{1-X}{\varepsilon_{\text{Oil}}^*} + \frac{X}{\varepsilon_{\text{papier}}^*}} \quad (2.37)$$

En général, les mesures FDS donnent la capacité plutôt que la permittivité, ce qui est à  $C_0$  près la même chose. Exprimée en termes de capacité (2.37) devient :

$$C^*(\omega, T) = C_0 \left( Y\varepsilon_{\text{papier}}^* + \frac{1-Y}{\frac{1-X}{\varepsilon_{\text{Oil}}^*} + \frac{X}{\varepsilon_{\text{papier}}^*}} \right) \quad (2.38)$$

Pour prédire les courbes expérimentales de  $C^*$  en fonction de la fréquence, il est nécessaire de procéder à la modélisation de la permittivité de chacun des matériaux utilisés. Concernant l'huile, dans les fréquences où se font les mesures, la partie réelle de la permittivité est essentiellement constante et égale à 2.2. Quant à la partie imaginaire, elle est largement dominée par la conductivité [5]. En vertu de quoi, et conformément à la relation (2.17) qui explicite la contribution de la conductivité à la permittivité complexe, on obtient :

$$\varepsilon_h = 2.2 - j \frac{\hat{\sigma}_h}{\varepsilon_0 \omega} \quad (2.39)$$

où  $\sigma_h$  désigne la conductivité électrique de l'huile en S/m.

Concernant le composé papier imprégné d'huile, sa dépendance vis-à-vis de la fréquence étant plus difficile à obtenir, Gäfvert procède comme suit [5]. À partir de mesures expérimentales, il obtient la permittivité relative pour différentes valeurs d'humidité et sauvegarde les résultats sous forme de vecteurs. La dépendance en température est

résolue par des translations en fréquence appropriée, l'énergie d'activation se situant aux alentours de 0.9 eV. Nous parlerons plus en détail de cette technique plus loin dans le texte. Pour les valeurs intermédiaires d'humidité, l'interpolation permet de déduire les valeurs de la permittivité complexe.

Dans l'équation (2.38), les inconnues sont la permittivité du papier et de l'huile, ainsi que la capacité géométrique  $C_0$ . Uno Gäfvert dans [5] procède en ajustant les propriétés des matériaux jusqu'à ce qu'il y ait une bonne adéquation entre la courbe expérimentale et la courbe analytique. L'ajustement peut se faire manuellement comme il pourrait se faire avec la méthode de régression linéaire que nous expliquerons et implémenterons pour un autre modèle analytique.

## **2.3 Modèles physiques**

Les modèles électriques précédents permettent de trouver les caractéristiques diélectriques du matériau à l'étude. Les modèles physiques quant à eux, se basent sur la recherche de fonctions paramétriques qui s'ajustent au mieux avec la courbe expérimentale. Les fonctions paramétriques peuvent être obtenues soit à travers une modélisation des phénomènes physiques comme c'est le cas dans le modèle de Debye, soit par le biais de fonctions empiriques. Dans ce dernier cas, les paramètres obtenus n'ont aucune interprétation physique. Leur seul intérêt, réside dans la possibilité d'effectuer le traitement analytique des courbes expérimentales.

### **2.3.1 Le modèle de Debye**

Supposons que l'interaction entre les dipôles soit négligeable, qu'il existe une polarisation instantanée  $P_\infty$  et que la vitesse de changement de la polarisation soit proportionnelle, à la distance la séparant de la polarisation d'équilibre, on peut alors écrire l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{(P_s - P)}{\tau} \text{ avec } \{P(0_+) = P_\infty\} \quad (2.40)$$

Cette équation admet comme solution temporelle :

$$P(t) = [P_\infty + (P_s - P_\infty)(1 - e^{-t/\tau})] \quad (2.41)$$

Supposons en outre que :

$$P_\infty = \varepsilon_\infty E; P_s = \varepsilon_s E \quad (2.42)$$

où  $\varepsilon_\infty$  et  $\varepsilon_s$  désignent respectivement la permittivité aux hautes fréquences et la permittivité statique. La quantité  $\tau$  désigne la constante de temps de relaxation.

En remplaçant (2.42) dans (2.41) on obtient :

$$\frac{P(t)}{E} = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)(1 - e^{-t/\tau}) \quad (2.43)$$

L'équivalent fréquentiel de (2.43) est :

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + i\omega\tau} \quad (2.44)$$

$$\varepsilon'(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (2.45)$$

$$\varepsilon''(\omega) = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (2.46)$$

La relation (2.44) a été établie par Peter Debye vers les années 1930 pour les liquides polaires. Elle peut s'énoncer comme suit "En présence d'une population de dipôles n'interagissant pas entre eux, la permittivité et le temps de relaxation sont reliés par la relation (2.44).

La loi de Debye n'est pas valide pour les diélectriques réels particulièrement les diélectriques solides. En effet, dans un solide, les dipôles interagissent entre eux et donc une des suppositions fondamentales de Debye n'est pas vérifiée. On notera l'analogie de la paire d'équations (2.45) , (2.46) avec la paire d'équation (2.31), (2.32) obtenus pour le circuit R(R//C).

La figure 9 représente les permittivités réelle et imaginaire telles que données respectivement par (2.45) et (2.46). La représentation est faite en échelle semi log, c'est à dire que seul l'axe des abscisses "X" est gradué en logarithme, l'axe des ordonnées "Y" conserve la graduation décimale. Ce choix permet d'obtenir des courbes similaires à celles proposées par la littérature.

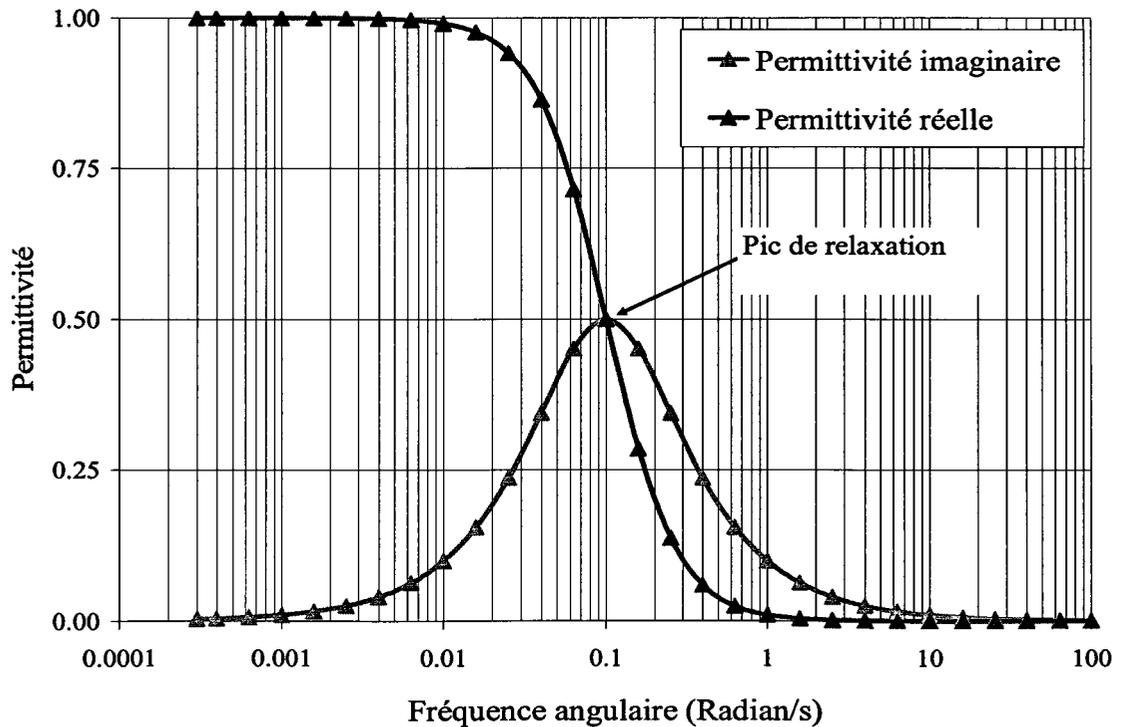


Figure 9 Relaxation de Debye pour une constante de temps de 10

On peut voir que la permittivité imaginaire  $\varepsilon''$  possède un pic de relaxation à la fréquence angulaire 0.1 Radian/s et que la permittivité réelle et imaginaire se coupe à la fréquence angulaire 0.1 Radian/s avec une valeur de 0.5. Au vue de cette figure, on remarque que la permittivité imaginaire présente un pic de relaxation quand la fréquence angulaire a une valeur égale à l'inverse de la constante de temps.

### 2.3.2 Formule de Cole Cole "Dérivée non entière"

Lorsque le comportement est linéaire, le rapport de la transformée de Fourier de la sortie et de la transformée de Fourier de l'entrée, donne une fonction de transfert  $H$  rationnelle. L'équivalent temporel est alors donné par la relation suivante :

$$H = p^{-n} = Y/U \Leftrightarrow \frac{d^n}{dt^n} y(t) - u(t) = 0 \quad (2.47)$$

où  $n$  est un entier naturel.

Supposons que la fonction de transfert  $H$  soit non rationnelle c'est-à-dire de la forme  $H = p^{-\alpha}$  où cette fois  $\alpha$  est un réel entre 0 et 1. On peut définir par analogie un équivalent temporel comme suit :

$$H = p^{-\alpha} = Y/U \Leftrightarrow \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} y(t) - u(t) = 0 \quad (2.48)$$

La dérivée d'ordre non entière n'est pas une bizarrerie mathématique, elle est définie par la formule de Reimann-Liouville citée en annexe. La notion de dérivée non entière permet de retrouver l'équivalent de la formule de Cole Cole [7] :

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + (j\tau\omega)^\alpha} \quad (2.49)$$

Le paramètre  $\alpha$  est compris entre 0 et 1.

La figure 10 montre l'influence du paramètre  $\alpha$ . Plus celui-ci tend vers 1, plus le pic de relaxation devient aigü. La fréquence de relaxation reste inchangée.

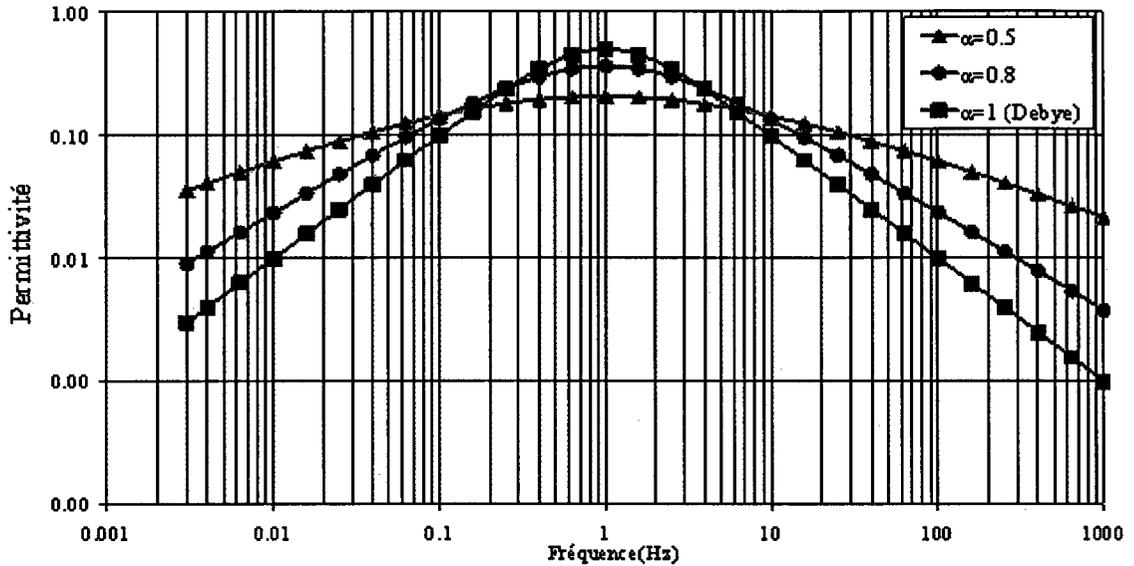


Figure 10 Relaxation de Cole Cole pour différentes valeurs de  $\alpha$

La notion de dérivée non entière veut dire courbe à mi chemin entre une courbe continue non dérivable et une courbe dérivable. Ce sont des courbes à discontinuités régulières se répétant partout et de façon récursive. Cela indique que le phénomène physique n'est pas lisse et dérivable. La branche qui s'intéresse à ces courbes porte le nom de géométrie fractale. Le lecteur intéressé trouvera de plus amples renseignements dans le livre de Mandelbrot, benoit [8].

### 2.3.3 Formule de Cole-Davidson

La formule de Cole-Davidson s'énonce comme suit [9] :

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{(1 + j\tau\omega)^\beta} \quad (2.50)$$

Le paramètre  $\beta$  est compris entre 0 et 1.

La figure 11, montre que plus la valeur du paramètre  $\beta$  diminue plus le pic de relaxation devient large et asymétrique. De plus, on note une augmentation de la fréquence de relaxation.

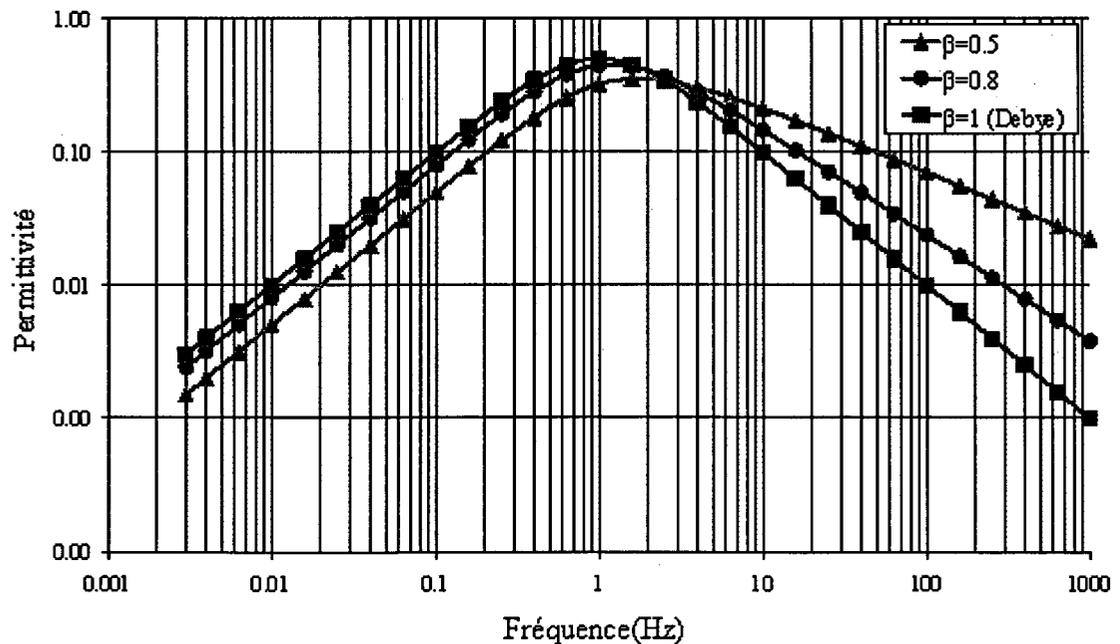


Figure 11 Relaxation de Cole Davidson pour différentes valeurs de  $\beta$

### 2.3.4 Formule de Havriliak Nagami

En combinant les équations (2.49) et (2.50), on peut en déduire la relation empirique de Havriliak Nagami [10] :

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{(1 + (j\tau\omega)^\alpha)^\beta} \quad (2.51)$$

Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sont compris entre 0 et 1.

La figure 12 montre l'influence des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$ .

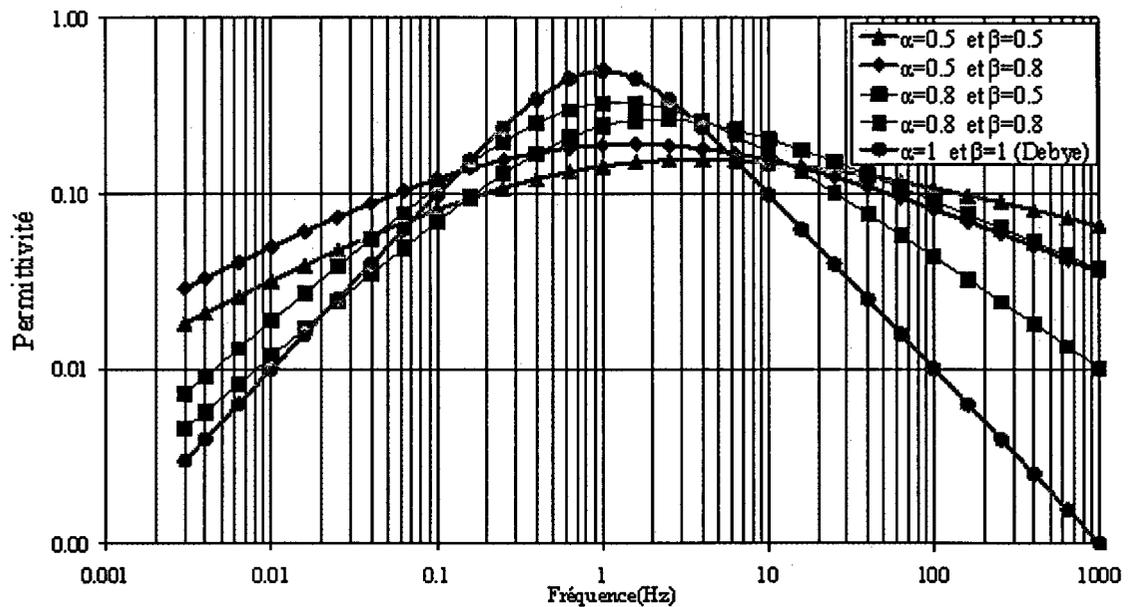


Figure 12 Relaxation de Havriliak Nagami pour différentes valeurs de  $\beta$  et  $\alpha$

### 2.3.5 Formule de Kirkwood

La transformée de Laplace du modèle induit par le modèle RC en // est donnée par :

$$\varepsilon^*(p) = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \sum_i \frac{A_i}{p + \tau_i} \quad (2.52)$$

Si nous passons à un système continu de cellules RC en // (2.52) devient :

$$\varepsilon^*(p) = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \int_0^\infty \frac{\nu(\tau)}{p + \tau} d\tau \quad (2.53)$$

On obtient la formule de J. Kirkwood établie en 1941 qui peut être interprétée comme une infinité de circuits RC en //, ou encore comme une distribution continue de temps de relaxation, où chaque temps de relaxation élémentaire obéit au modèle de Debye.

### 2.3.6 Approche par la distribution des temps de relaxation

La relation (2.53), introduit la notion de distribution de temps de relaxation. En choisissant une distribution  $\nu(\tau)$  adéquate, il est possible de retrouver la plupart des formules présentées précédemment. Les distributions  $\nu(\tau)$ , telles que présentées dans [11], sont résumées dans le tableau I.

Tableau I  
Distribution des temps de relaxation

Formule	Distribution
Cole Cole	$\frac{\sin(\alpha\pi)}{2\pi \cosh[(1-\alpha) \ln(\tau/\tau_0)] - \cos(\alpha\pi)}$
Davidson-Cole	$\frac{\sin(\beta\pi)}{\pi} \left( \frac{\tau}{\tau_0 - \tau} \right)^\beta, \tau < \tau_0$

[11]

### 2.3.7 Formule de Curie-Von Schweidler

Le courant de polarisation dans le cas du modèle de Debye a une décroissance exponentielle. Mais de nombreux résultats publiés pour un ensemble de matériaux allant des polymères aux céramiques, font apparaître une décroissance du courant en puissance du temps. En 1907, Curie-Von Schweidler [13], après l'observation de la réponse temporelle d'une large gamme de diélectrique va émettre une première loi de comportement. Le courant de dépolariation après la mise en court-circuit brusque d'un diélectrique sur lequel était appliqué un champ constant, suit la loi :

$$i(t) = kt^{-n} \tag{2.54}$$

La valeur de n est entre 0 et 1 pour la plupart des diélectriques. Comme on le verra plus loin, l'approximation de Hamon se base sur cette assumption.

## 2.4 Comportement asymptotique

Pour trouver les paramètres des diverses relations ci-dessus, nous pourrions utiliser la régression non linéaire qui ajuste au mieux la courbe expérimentale avec la courbe paramétrique. Cependant comme la plage d'action de chacun des paramètres ne se recouvre que légèrement, on peut utiliser le comportement asymptotique pour calculer les différents paramètres.

Le tableau II, extrait de [13], illustre le comportement asymptotique des relations vues précédemment.

Tableau II

Comportement asymptotique des formules paramétriques

Formule	$\varepsilon^*(p)$	Graduation décimale		Graduation logarithmique	
		$\omega \tau \ll 1$	$\omega \tau \gg 1$	$\omega \tau \ll 1$	$\omega \tau \gg 1$
Debye	$\varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + j\omega\tau}$	$\omega$	$\omega^{-1}$	1	-1
Cole-Cole	$\varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + (j\tau\omega)^\alpha}$	$\omega^\alpha$	$\omega^{-\alpha}$	$\alpha$	$-\alpha$
Cole-Davidson	$\varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{(1 + j\tau\omega)^\beta}$	$\omega$	$\omega^{-\beta}$	1	$-\beta$
Havriliak Nagami	$\varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{(1 + j\tau\omega^\alpha)^\beta}$	$\omega^\alpha$	$\omega^{-\alpha\beta}$	$\alpha$	$-\alpha\beta$

[9]

Pour toutes les relations ci-dessus, la pente de la représentation logarithmique de la permittivité peut nous renseigner sur la valeur des paramètres.

## 2.5 Récapitulatif

Tableau III

### Récapitulatif des formules paramétriques

An	Formule/Modèles	$\varepsilon^*(p)$	Circuit Équivalent
1907	Curie-Von Schweidler	$\Gamma(\alpha + 1) \cdot p^{-\alpha-1}$	
1930	Debye	$\frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + \tau p}$	RC
1939	Kirkwood	$\int_0^\infty \frac{\nu(\tau)}{p + \tau} d\tau$	Infinité de RC en //
1941	Cole-Cole	$\frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{1 + (\tau p)^\alpha}$	
1951	Cole-Davidson	$\frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{(1 + \tau p)^\beta}$	
1966	Havriliak-Nagami	$\frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{(1 + (\tau p)^\alpha)^\beta}$	

Le tableau III est un récapitulatif des modèles physiques les plus utilisés pour l'analyse des courbes expérimentales. Lorsque les paramètres de ces modèles ont un sens physique, il faut pouvoir les exprimer indépendamment de la température, de l'humidité et de la géométrie. Ci après nous exposons les techniques les plus utilisées.

## 2.6 La température

Dans le modèle d'Arrhenius, le temps de relaxation est fonction de la température. Il obéit à la loi ci-dessous :

$$\tau_T = A e^{\frac{E}{kT}} \quad (2.55)$$

Avec T température absolue exprimée en Kelvin, E l'énergie d'activation, k la constante de Boltzman et A une constante.

Avec un seul temps de relaxation, dans le domaine fréquentiel, l'équation de la permittivité (2.44) est gouvernée par la valeur  $\omega\tau_0$  à la température  $T_0$ . Supposons que la température soit égale à  $T_1$ , la permittivité est gouvernée par  $\omega\tau_1$ . D'après (2.55) on a donc :

$$\tau_{T_1} = A e^{\frac{E}{kT_1}} \quad (2.56)$$

On peut ajouter et retrancher le terme  $\frac{E}{kT_0}$  pour faire apparaître la constante de temps à la température  $T_0$ . Il vient :

$$\tau_{T_1} = A e^{\frac{E}{kT_1} + \frac{E}{kT_0} - \frac{E}{kT_0}} = \tau_{T_0} e^{\left(\frac{E}{kT_1} - \frac{E}{kT_0}\right)} \quad (2.57)$$

En multipliant des deux cotés par  $\omega$  (2.57) devient :

$$\omega\tau_{T_1} = \underbrace{\left( \omega e^{\frac{E}{kT_1} - \frac{E}{kT_0}} \right)}_{\omega'} \tau_{T_0} \quad (2.58)$$

À la température  $T_1$ , la mesure à une fréquence  $\omega$  donnée, est donc égale à la valeur à la température  $T_0$ , mesurée à la fréquence  $\omega$  multipliée d'un déplacement. Le déplacement dépend uniquement de  $T_1$  et de  $T_0$ . On en tire comme conséquence qu'on peut toujours déduire à partir d'une courbe mesurée à une température  $T_1$ , la courbe à la température  $T_0$ , si la relation (2.55) est satisfaite par la constante de relaxation. C'est ce que l'on appelle le principe de superposition temps-température.

Lorsque plusieurs constantes de relaxation existent, c'est le déplacement lié au temps de relaxation dominant qui gouverne la réponse diélectrique.

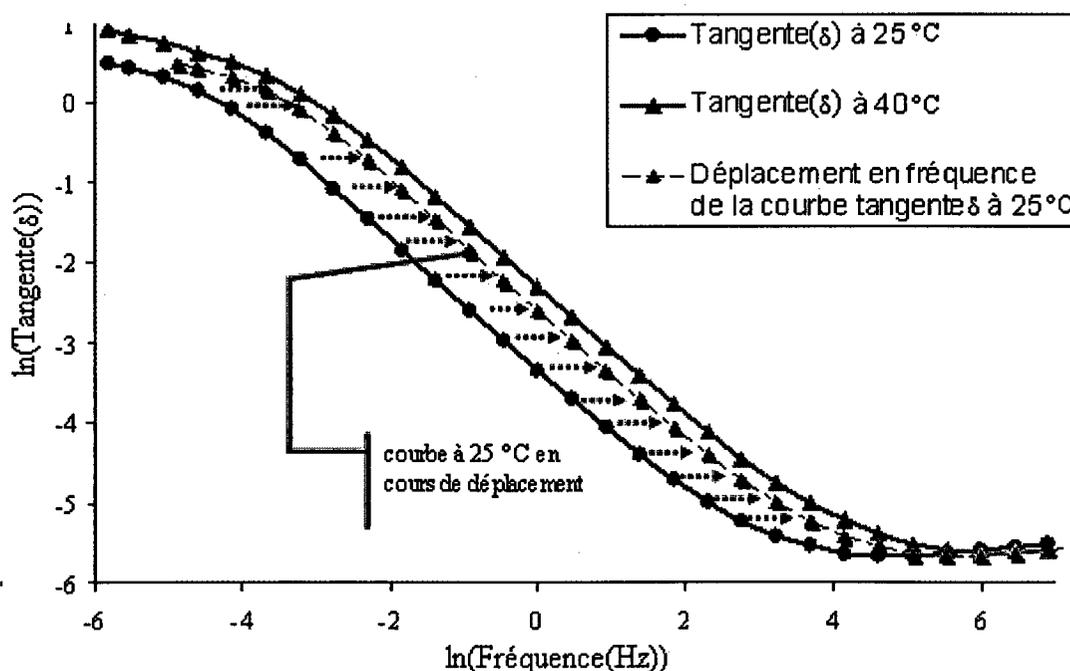


Figure 13 Déplacement en fréquence de la courbe maîtresse à 25 °C

La figure 13 illustre le principe de superposition. La courbe en pointillé est obtenue par translation horizontale de la courbe à 25 °C, ce qui correspond à un déplacement en fréquence. Le déplacement est effectuée jusqu'à ce qu'il y ait ajustement entre la courbe à 25 °C déplacée et la courbe à 40 °C. Ce processus est itéré pour toutes les

températures. L'ajustement par une courbe exponentielle entre les déplacements et l'inverse des températures permet d'obtenir une relation les liant. Ainsi à chaque nouvelle courbe à une température donnée, on peut trouver la courbe par rapport à une température de référence. Nous verrons plus en détail cette technique dans la partie expérimentation.

## **2.7 L'humidité**

Une certaine quantité d'humidité peut être présente dans le système d'isolation d'un transformateur. À basse température, l'eau n'est pas soluble dans l'huile et se retrouve au niveau du papier dans des proportions pouvant aller jusqu'à 4 % massique. L'eau est aussi produite par le processus de vieillissement conséquence des réactions chimiques et des cassures de la molécule de cellulose.

Au niveau de la réponse diélectrique, l'humidité joue à deux niveaux. Elle augmente la permittivité de l'ensemble car la permittivité de la molécule d'eau est de 80 comparée à 4.5 pour celle du papier. Elle augmente aussi la conductivité. Par conséquent, il est difficile de dissocier la contribution du vieillissement de celle de l'humidité.

Dans [14], Saha se basant sur la différence entre l'huile et le papier, explique que plus la température augmente, plus l'humidité migrera du papier vers l'huile. Ainsi à moins que le transformateur ne soit à l'équilibre thermique, toute mesure électrique basée sur un prélèvement d'huile ne reflétera pas le vrai niveau d'humidité du papier.

### **2.7.1 Courbe isothermes**

Lorsque le transformateur est en équilibre thermique, on peut déduire l'humidité du papier à partir de celle de l'huile, en utilisant une famille de courbes isothermes. Les premières courbes iso thermiques datent des années 1960 avec les courbes de Fabre

Pichon. Par la suite, vinrent les courbes d'Oommen. En 1983, dans [15], les auteurs proposent des courbes isothermes qui permettent de déduire l'humidité du papier à partir de celle de l'huile même pour des taux aussi bas que 1 %. La figure 14 [15] montre les courbes iso thermes obtenues.

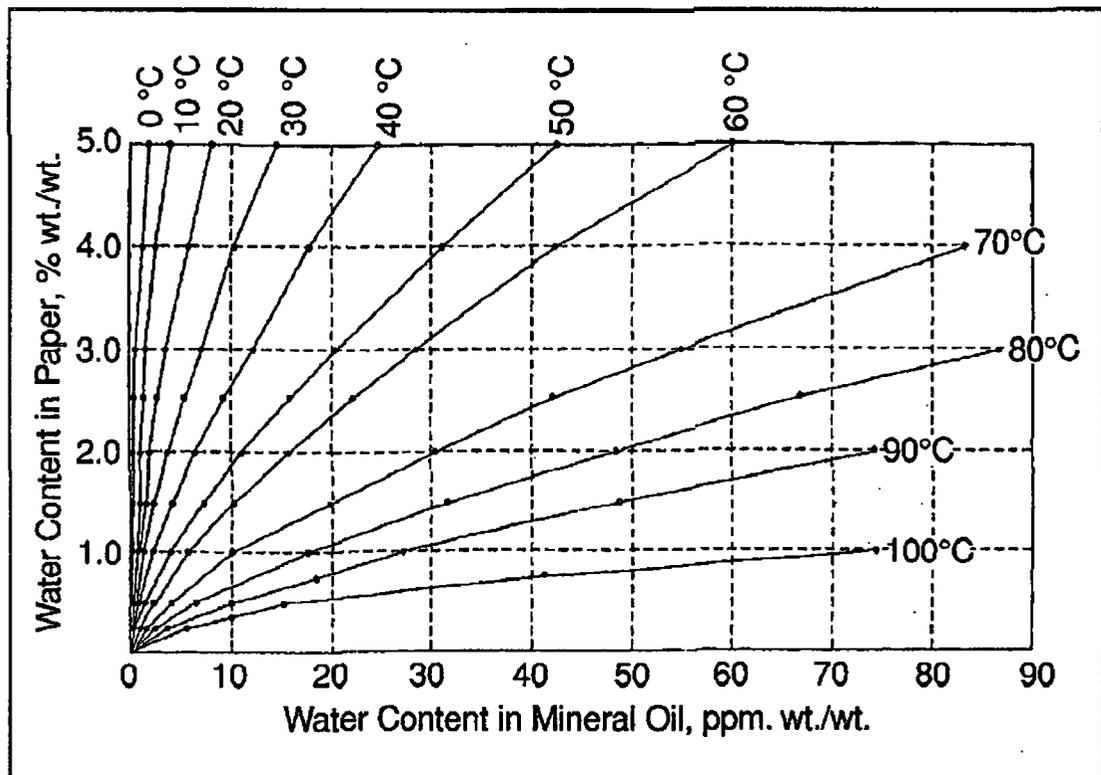


Figure 14 Extrait des courbes iso thermes [15]

Une fois le taux d'humidité du papier déterminé, on peut déduire sa permittivité en appliquant la loi des mélanges appelée aussi la limite supérieure Wiener [16]. On obtient :

$$\varepsilon_{\text{papier\_humide}} = \varepsilon_{\text{papier\_sec}}(1 - Tx\_h) + \varepsilon_{\text{eau}} \cdot Tx\_h \quad (2.59)$$

où  $Tx\_h$  est la fraction volumique d'eau.

## 2.8 La géométrie

Les mesures expérimentales donnent généralement la valeur de la capacité complexe. La formule (2.38) permet de retrouver la capacité géométrique moyennant la connaissance de  $\varepsilon^*$ . Or, la formule (2.37) nous dit que si nous connaissons la permittivité relative de chacun des constituants on peut retrouver la permittivité relative de l'ensemble. Si nous supposons en outre que la température et l'humidité sont connues alors la formule (2.39) donne la permittivité de l'huile. La permittivité du papier peut être donnée soit par (2.59) ou par une banque de données complétée, si nécessaire, d'une interpolation. Finalement la formule (2.58) permet de retrouver la permittivité à une température de référence. Pour calculer la capacité géométrique, remarquons qu'à hautes fréquences  $\varepsilon^*$  est à peu de chose près égale à sa partie réelle. Ceci est confirmé par (2.45), (2.46) et par les observations expérimentales. Si on admet que 1 000 Hz est une fréquence suffisamment élevée alors :

$$C_0 = \frac{C^*}{\varepsilon^*} \approx \frac{C'_{1000Hz}}{\varepsilon'(1000Hz)} \quad (2.60)$$

## 2.9 Équivalence domaine fréquentielle et domaine temporelle

La plupart des modèles ci-dessus porte sur la réponse fréquentielle. Celle-ci présente plusieurs avantages. Citons en premier la possibilité d'avoir des mesures qui ne dépendent pas de la géométrie. En effet la tangente de l'angle des pertes est indépendante du facteur géométrique. En second lieu, la technique qui permet d'avoir la courbe maîtresse, à partir d'une mesure fréquentielle, à une température donnée est facile à implémenter et se ramène à un simple déplacement en fréquence comme on le verra plus loin dans le texte. Les relations de Fourier permettent de passer du domaine temporel vers le domaine fréquentiel et vice versa, mais ceci se fait via des intégrales coûteuses. C'est vers 1950 que Hamon en se basant sur la relation (2.54), va mettre au

point une formule de passage rapide entre le domaine temporel et fréquentiel et vice versa [17]. Cette méthode se révélera comme une excellente approximation comme en témoignent les expériences menées dans l'Institut de recherche d'Hydro Québec.

En admettant le principe de superposition, la relation temps-fréquence est donnée par l'analyse de Fourier via les deux intégrales suivantes :

$$\chi'(\omega) = \int_0^{\infty} \varphi(t) \cos(\omega t) dt \quad (2.61)$$

$$\chi''(\omega) = \int_0^{\infty} \varphi(t) \sin(\omega t) dt \quad (2.62)$$

On peut donc passer du temporel au fréquentiel via les transformées de Fourier, mais pour chaque  $\omega$ , il faut faire des intégrations numériques coûteuses.

Lorsque  $\Phi(t) = At^{-n}$ ,  $\chi''$  est donnée par la relation suivante [18] :

$$\chi''(\omega) = A\omega^{n-1}\Gamma(1-n)\cos(n\pi/2) \quad (2.63)$$

Nous pouvons transformer cette relation de façon à faire apparaître  $\Phi(t) = At^{-n}$ . Nous obtenons alors :

$$\begin{aligned} \chi''(\omega) &= \frac{1}{\omega} A \left[ \frac{(\Gamma(1-n)\cos(n\pi/2))^{-1/n}}{\omega} \right]^{-n} \\ &= \frac{\varphi \left( \frac{(\Gamma(1-n)\cos(n\pi/2))^{-1/n}}{\omega} \right)}{\omega} \end{aligned} \quad (2.64)$$

La fonction obtenue en (2.64) fait apparaître explicitement la fonction  $\Phi(t)$ , comme le montre la relation suivante donnée en [18] :

$$\chi''(\omega) = \frac{\varphi(t_1)}{\omega} \text{ avec } \omega t_1 = \left[ \Gamma(1-n) \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \right]^{-\frac{1}{n}} \quad (2.65)$$

La relation "temps-fréquence" est simple pour la courbe idéale  $\Phi(t) = At^n$ , à condition de connaître le paramètre  $n$ .

Hamon va remarquer que l'expression entre crochets de la formule (2.65) est pratiquement indépendante de  $n$  pour des valeurs de  $n$  comprises entre 0.3 et 0.8. La moyenne du terme en crochet se situe à 0.63.

Cette affirmation est confirmée par la figure 15 obtenue à partir de l'implémentation de la dite fonction sous Matlab.

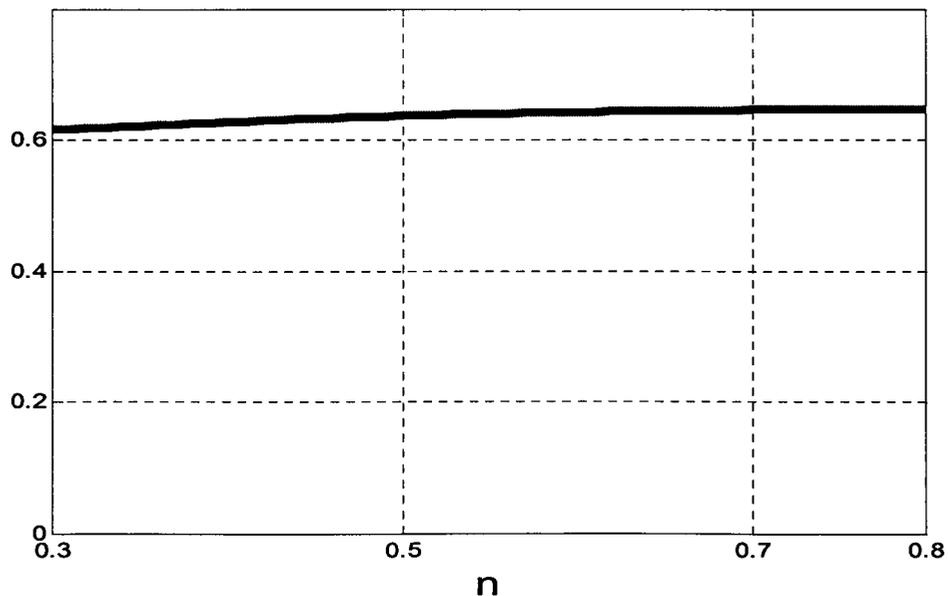


Figure 15 Évolution de  $\omega t_1$  vs  $n$

La moyenne obtenue pour des valeurs de  $n$  variant entre 0.3 et 0.8 est de 0.6369 avec une variance de  $8.3748e-005$ . Ce résultat permet de justifier l'utilisation de l'approximation. En remplaçant  $\omega$  par  $2\pi f$ , la relation (2.65) devient :

$$\begin{aligned}\chi''(\omega) &= \frac{\varphi(t_1)}{2\pi f} \text{ avec } t_1 = \frac{0.63}{2\pi f} = \frac{0.1}{f} \\ \chi''(\omega) &= \frac{\varphi(0.1/f)}{2\pi f}\end{aligned}\tag{2.66}$$

L'expression obtenue est plus simple est surtout indépendante de  $n$ .

Lorsque les données expérimentales sont des courants de charge, les courants peuvent être généralement approximée par  $Ae^{-n}$ , ce qui rend légitime l'approximation de Hamon d'où :

$$C^*(\omega) = \frac{i(0.1/f)}{2\pi fU}\tag{2.67}$$

Les avantages numériques de la transformée de Hamon sont indéniables. Par exemple si l'on utilise la méthode explicite de Forward Euler pour approcher l'intégration, et que notre réponse temporelle contient  $n$  points, alors pour une réponse fréquentielle de  $n$  fréquences, la complexité est de  $2.n^2$  pour l'intégrale numérique versus une complexité de  $n$  pour l'approximation de Hamon. Un autre avantage de la transformée de Hamon est qu'elle permet d'obtenir des résultats une "décade vers le bas" (voir équation (2.66)).

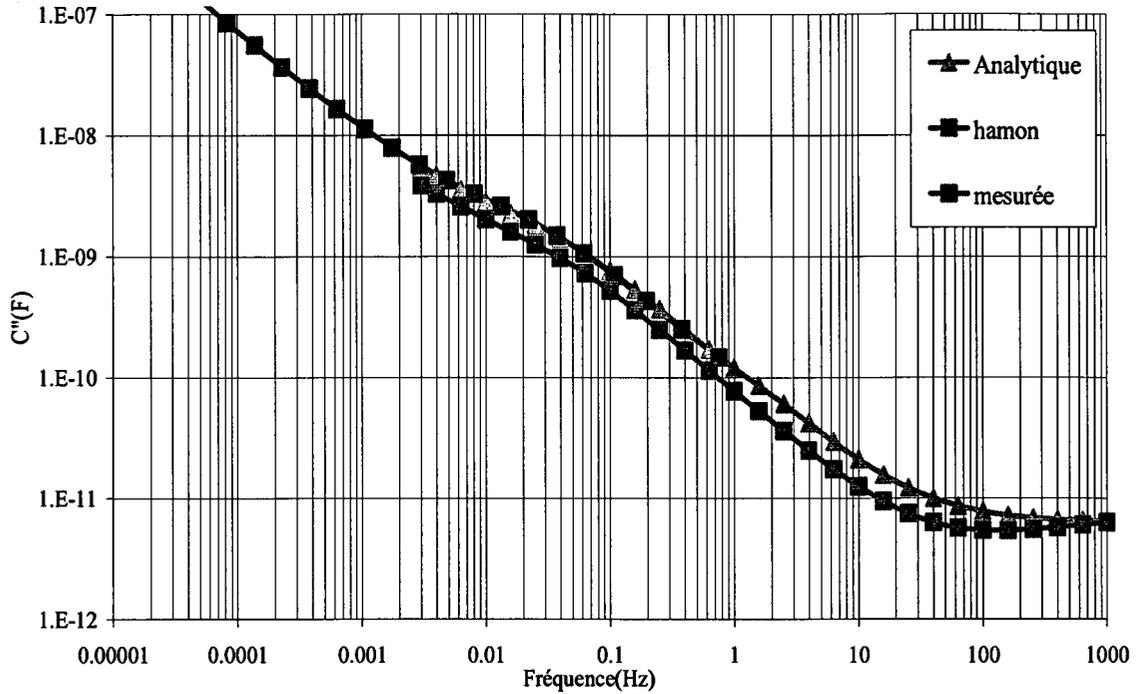


Figure 16  $C''$  versus Fréquence

La figure 16 montre la comparaison entre la courbe de Hamon, la transformée de Fourier et la courbe expérimentale fréquentielle. Dans cet exemple les courbes temporelles et fréquentielles ont été obtenues pour la même cuve et au même moment. La transformée de Hamon est obtenue par la formule (2.67) appliquée aux mesures temporelles. Quant à la transformée de Fourier, elle est obtenue analytiquement à partir de la courbe paramétrique qui s'ajuste au mieux à la courbe temporelle. L'expression de la courbe paramétrique est le fruit d'une régression non linéaire avec un taux d'erreur voisin de 2 %. On peut voir que la transformée de Hamon, la transformée de Fourier et la courbe expérimentale sont assez proches.

## 2.10 Précautions à observer lors des mesures

Saha dans [14], énonce quelques précautions à observer pour garantir une interprétation correcte des résultats. Pour les mesures PDC la source de tension doit être sans bruit et stable durant l'état transitoire. Le transformateur doit être en équilibre thermique et ce pendant toute la durée de la mesure, car un gradient de température peut influencer au niveau de la conductivité du papier et de l'huile, et sur la migration de l'eau du papier vers l'huile et vice versa. Ces deux facteurs combinés changent le résultat de la mesure PDC. De plus, une tension d'excitation peu élevée peut engendrer des courants peu significatifs. D'un autre côté si celle-ci est très élevée, elle peut engendrer un comportement non linéaire, et fausser toutes les interprétations. Il est donc nécessaire d'avoir une tension suffisamment haute pour avoir des courants significatifs et suffisamment basse pour rester dans la partie de comportement linéaire du diélectrique. La dernière précaution concerne les temps de charge et de décharge. Il est nécessaire d'observer des temps de charge suffisamment long pour supprimer l'effet mémoire sur le courant de décharge. Cette condition est à observer particulièrement pour les nouveaux transformateurs où les courants mesurés sont très faibles et donc très sensibles à toute erreur. Dans [3], Gubanski met l'accent sur la conductivité de l'huile qui va être anormalement élevée pour un transformateur neuf. En effet, l'humidité contenue dans l'huile sera absorbée progressivement par le papier et la situation d'équilibre ne sera atteinte qu'après un certain temps.

À noter que sur le terrain la condition de stabilité de la température est impossible à respecter surtout lorsque le temps de mesure est de quelques heures. Dans [3], Gubanski montre par diverses mesures expérimentales le changement notable dans le courant de polarisation pour des gradients de la température ambiante. Il évoque aussi que des travaux sont en cours pour correctement interpréter les résultats de mesure même en présence de variations de la température.

## 2.11 Démarche

Après ce tour d'horizon des modèles et méthodes existantes, on peut tirer les enseignements suivants. La mesure du courant de polarisation et la spectroscopie fréquentielle sont les méthodes les plus populaires pour obtenir la réponse diélectrique. Plusieurs modèles permettent de modéliser les courbes expérimentales. Les modèles physiques basés sur des fonctions paramétriques, représentent un intérêt pour le calcul et l'ajustement. Par contre, les modèles électriques permettent d'estimer des paramètres réels tels que la conductivité et la permittivité. Les paramètres diélectriques obtenus, dépendent de la géométrie, de l'humidité et de la température. Concernant la géométrie, Gäfvert dans [5] expose une méthode pour prendre en compte la géométrie spécifique à un transformateur donné, à condition de connaître le taux d'humidité dans l'isolation. Le taux d'humidité de l'isolation peut être obtenu à partir du taux d'humidité de l'huile. Quand à l'effet de la température, la théorie d'Arrhenius permet de se ramener à une température de référence.

L'impact que peut avoir le gradient de température au cours de l'acquisition des données est loin d'être négligeable. Comme il est impossible d'avoir une température constante en environnement réel, il est nécessaire d'inclure la dynamique des changements dans l'interprétation des résultats. Dans [14], Saha nous informe que les travaux sont toujours cours pour la prise en compte de cette dynamique.

Quelque soit les méthodes, à notre connaissance, peu de méthodes ont intégré le facteur de vieillissement du papier dans leur méthodologie. Le fait que les effets de l'humidité et du vieillissement se manifestent dans les mêmes plages temporelles, font que ce dernier est souvent assimilé à de l'humidité et vice versa.

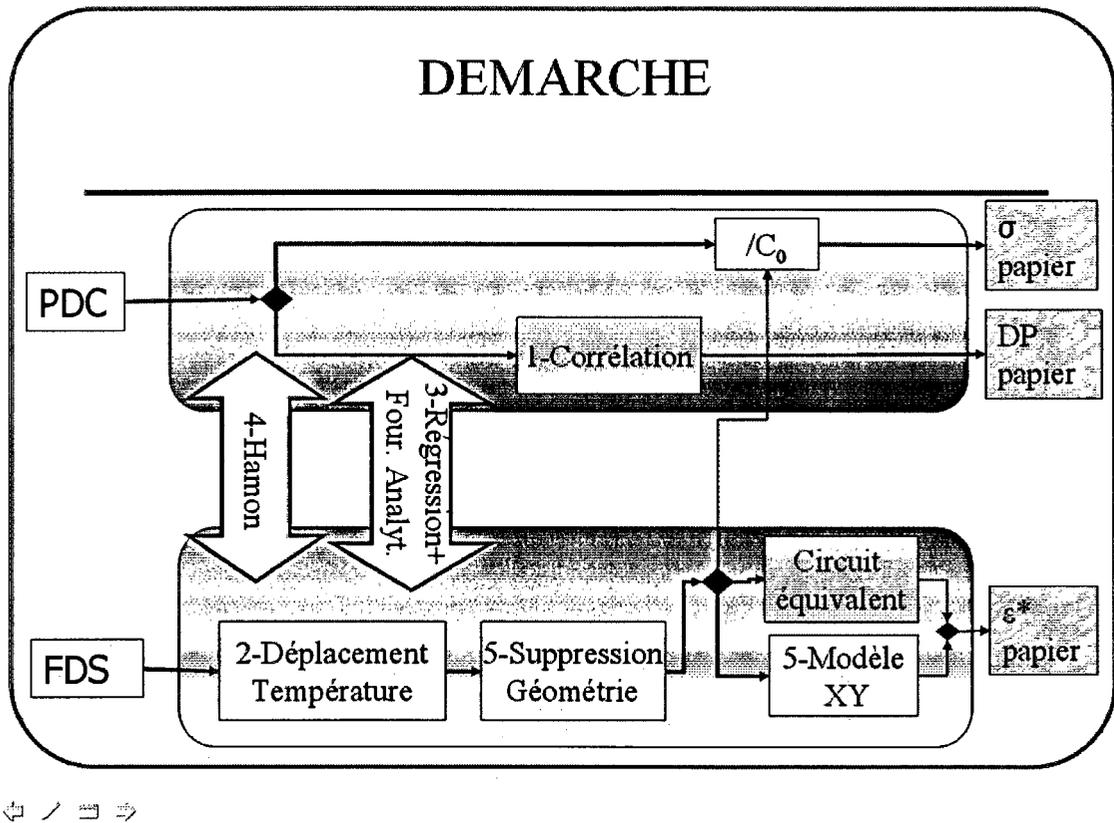


Figure 17 Synoptique de la démarche

La figure 17 illustre l'articulation qui existe entre les méthodes de mesure et les différents outils et modèles. On peut y voir le processus qui permet d'obtenir à partir des mesures expérimentales à gauche, la valeur des caractéristiques diélectriques et chimiques du papier à droite. Notre démarche va consister à rechercher la corrélation et à implémenter les outils et les modèles de la figure 17.

Dans un premier temps, on se propose de chercher une corrélation entre les propriétés diélectriques mesurées à différents temps ou fréquences et le degré de polymérisation (DP) qui est un bon indicateur du vieillissement. Parmi les mesures électriques candidates, nous examinerons le courant de charge et la tangente de l'angle des pertes mesurés respectivement à un temps choisi et une fréquence donnée.

Dans un deuxième temps, on s'intéressera à la technique de déplacement en fréquence permettant de déduire à partir des mesures faites à une température quelconque, les mesures telles qu'elles auraient été à une température de référence.

La technique de déplacement en fréquence, ne pouvant être faites facilement que pour des mesures fréquentielles, on s'intéressera à implémenter et vérifier la transformée de Hamon. Celle-ci constituera notre première passerelle entre les domaines temporel et fréquentiel.

Par la suite nous utiliserons plusieurs techniques de régression pour ajuster les mesures expérimentales à une courbe paramétrique issue de la modélisation par circuits équivalents. Cela nous permettra de construire, un modèle basé sur les circuits équivalents et notre deuxième passerelle entre les domaines temporel et fréquentiel.

La dernière étape va consister en la mise en œuvre du modèle XY. Cela permettra de valider simultanément la formule pour évaluer l'impact de l'humidité et la méthode utilisée pour estimer le facteur géométrique.

Pour établir la corrélation, nous disposons des données expérimentales et du degré de polymérisation (DP) de différentes cuves, soumises à un vieillissement contrôlé, sous humidité et température constante. L'outil de la régression linéaire est utilisé pour découvrir au travers de toutes les courbes expérimentales à quel temps et à quelle fréquence se situe la corrélation optimale.

Pour la technique du déplacement en fréquence, nous nous basons sur le modèle d'Arrhenius. Nous disposons des mesures expérimentales portant sur des cuves soumises à différentes températures. L'outil de régression linéaire est encore une fois mis à contribution pour trouver la relation entre la température et le déplacement en fréquence.

Notre premier modèle est le fruit de l'ajustement des courbes expérimentales temporelles à la courbe paramétrique issue de la modélisation en circuit équivalent. Pour réaliser l'ajustement, nous utiliserons deux méthodes. La première méthode fait appel à la régression linéaire par morceaux. La deuxième méthode utilise la régression non linéaire, et met en œuvre une technique d'optimisation quadratique.

Notre deuxième modèle, fait appel à la modélisation XY faite en [15]. Le facteur géométrique est déduit en utilisant la procédure décrite dans [5] qui suppose la connaissance du taux d'humidité. On choisira aussi une modélisation simple pour l'huile. Il ne restera plus qu'à extraire la permittivité diélectrique du papier à partir des courbes expérimentales.

Enfin ce vaste champ de données expérimentales, est l'occasion propice pour confronter les résultats obtenus par le modèle XY et les mesures faites sur les échantillons et pour juger de l'efficacité des deux passerelles entre les domaines temporel et fréquentiel.