

## CHAPITRE 4

### CARACTÉRISATIONS ÉLECTRIQUES DE MATÉRIAUX COMPOSITES

#### 4.1 Introduction

La caractérisation des propriétés électriques des matériaux composites polymériques est une tâche très importante et difficile. Les matériaux composites polymériques renforcés par des particules présentent un niveau de difficulté supérieur dû à plusieurs critères tels que la complexité de la disposition des renforts. Cependant, la caractérisation des propriétés diélectriques s'avère nécessaire afin de pouvoir utiliser ces matériaux dans les systèmes d'isolations. En électrotechnique, les polymères renforcés par des particules de carbure de silicium ou d'alumine sont très utilisés à cause de leurs propriétés électriques exceptionnelles permettant le contrôle du champ électrique.

Plusieurs techniques de contrôle non destructif sont utilisées pour les composites polymériques renforcés. Ces techniques sont de type mécanique, magnétique et électrique. Les mesures de permittivité complexe ou de conductivité électrique ne sont pas compliquées et ne demandent pas des équipements coûteux. Mais la difficulté réside au niveau de l'interprétation des résultats.

Dans le cadre de notre mémoire, les matériaux composites qui feront l'objet d'une investigation sont des composites à matrices d'époxy renforcés par des particules de carbure de silicium et d'alumine. Des mesures diélectriques ont été effectuées sur ces échantillons. Ces essais ont été effectués à la fois dans les domaines temporels et fréquentiels. Finalement, une modélisation numérique a été développée et des études comparatives ont été effectuées.

## 4.2 Généralités des matériaux composites

Depuis quelques décennies, les matériaux composites polymériques ont connu des développements moins rapides que celui escompté, même si ces matériaux possèdent des qualités exceptionnelles comme leur faible densité. La plupart des composites polymériques renforcés par des particules présentent une forte résistance à l'usure et à l'initiation des flammes, mais leurs coûts élevés d'une part et les difficultés de fabrication d'autre part ont ralenti leur utilisation.

Les matériaux composites possèdent des caractéristiques mécaniques et physiques qui dépendent des propriétés et de la fraction volumique de chaque constituant ainsi de leur distribution.

Les matériaux composites se distinguent en deux grandes familles [45] :

Les composites hautes performances « HP » se composent généralement de carbone ou d'aramide et de résines thermodurcissables (résines époxydes) ou thermostables et de fibres continues de verre R. Les composites grandes diffusions « GD » se composent de fibre de verre E et de résine thermodurcissable ou thermoplastique. Les composites HP ne s'adaptent pas aux cadences rapides, indispensables pour la fabrication de produits en grande quantité et ont un coût de fabrication très élevé (de 200 à 1000 \$/kg contre 20 à 30 \$/kg pour les composites « GD »), ce qui limite réellement leur utilisation dans le secteur industriel où leurs performances peuvent être utilisées au mieux (pièces anisotropes douées de propriétés mécaniques spécifiquement relevées). Par contre les composites « GD » couvrent de nos jours un grand nombre de technologies et des applications extrêmement variées, le renfort se présentant sous forme de fibres coupées, de tissus ou de particules.

Dans l'industrie, les applications des composites renforcés sont nombreuses. Un attrait particulier de ces matériaux réside dans la possibilité de fabriquer des composites sur mesure avec le choix de la nature des particules, de leur taille et leur concentration.

Comme on a mentionné au début, il existe plusieurs techniques de contrôle non destructif pour ces matériaux. Deux de ces techniques sont les mesures diélectriques et la mesure de la propagation des ultrasons.

### **4.3 Méthodes non destructives des matériaux composites**

Les méthodes de contrôle non destructif utilisées pour les matériaux composites sont multiples, que ce soit mécanique comme les ultrasons, ou électrique comme les mesures de permittivité complexes, ou électromagnétique comme la diffraction et la transmission des rayons X ou des micro-ondes. Les mesures diélectriques sont utilisées de nos jours particulièrement dans le domaine des matériaux composites utilisés pour les systèmes d'isolation électrique. Elles ne demandent que des équipements simples et peu coûteux.

Dans le cadre de notre projet de recherche, nous avons utilisé seulement la méthode de la mesure de la permittivité complexe qui est utilisable industriellement, notamment dans le domaine de l'électrotechnique.

#### **4.3.1 Méthode d'ultrasons**

Le principe de la méthode des ultrasons consiste à envoyer une onde ultrasonore dans un matériau dans un premier temps et de capter ce signal par la suite. La fréquence des ondes ultrasonores est assez élevée et dépasse les 18 kHz. Le déplacement de ce type d'onde dépend de la densité de milieu. Les mesures d'ultrasons permettent de déterminer

la présence d'une fissure ou d'un défaut dans le matériau, ces défauts devront être plus gros que les longueurs d'ondes ultrasonores pour qu'ils soient vus par cette méthode.

La fraction volumique de particules de renfort dans un composite à matrice métallique peut être déduite à partir de la mesure et de la vitesse des ultrasons [66]. La vitesse d'onde ultrasonore peut être calculée par l'expression simplifiée suivante :

$$v = \lambda \cdot f = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (4.1)$$

Où  $v$  : est la vitesse d'onde en  $\left(\frac{m}{s}\right)$

$\lambda$  : est la longueur d'onde ( $m$ )

$f$  : est la fréquence utilisée ( $Hz$ )

$\rho$  : est la densité, qui se détermine à partir de la loi des mélanges

$E$  : est le module d'Young.

La température et l'humidité ont une influence importante sur la mesure de la vitesse des ultrasons dans ces composites.

#### 4.3.2 Mesure de la permittivité complexe

La mesure de la permittivité électrique dont la théorie est détaillée dans les chapitres 2 et 3 est la méthode que nous avons appliquée dans notre projet de recherche.

En général, on peut modéliser un échantillon d'un matériau composite par un condensateur complexe avec une forte résistance en parallèle qui représente le courant de conduction directe [48].

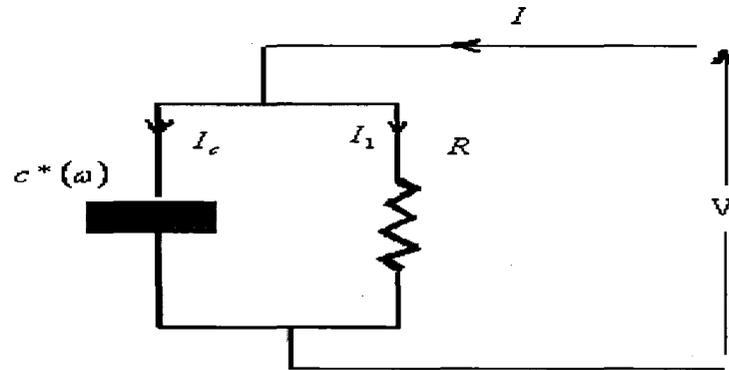


Figure 23 Modélisation d'un matériau diélectrique

Le circuit phaseur de la figure 23, représente la réponse diélectrique du matériau isolant, qui dépend généralement de sa structure physique et chimique.

On a  $\hat{C}(\omega) = C_0 \cdot \hat{\epsilon}_r(\omega)$  où  $C_0$  est la capacité équivalente à vide et  $\hat{\epsilon}_r(\omega)$  est la permittivité relative ou la constante diélectrique complexe. La partie réelle de cette dernière,  $\epsilon'_r(\omega)$ , représente l'effet cumulatif de tous les mécanismes de polarisation de  $\omega = \infty$  jusqu'à la fréquence de mesure [48].

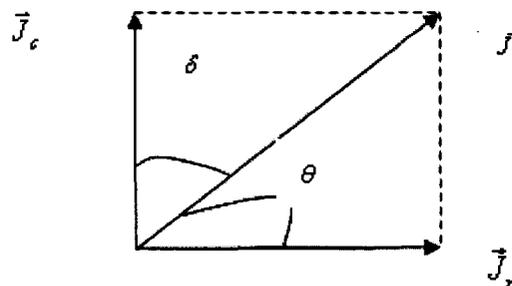


Figure 24 Diagramme des densités de courant capacitif et résistif

Le vecteur de densité de courant total du diagramme de la figure 24 est donné par :

$$\hat{J} = i \omega \cdot \hat{\epsilon} \cdot \hat{E} = \omega \cdot (i \epsilon' + \epsilon'') \cdot \hat{E} = \hat{J}_C + \hat{J}_R \quad (4.2)$$

Donc la permittivité complexe s'exprime par :

$$\hat{\epsilon}(\omega) = \epsilon'(\omega) - i\epsilon''(\omega) \quad (4.3)$$

Le facteur de perte  $\text{tg}\delta(\omega)$  peut se déterminer par l'équation suivante :

$$\text{tg}\delta(\omega) = \frac{\epsilon''(\omega)}{\epsilon'(\omega)} = \frac{J_R}{J_C} \quad (4.4)$$

La partie imaginaire de la permittivité ou les pertes diélectriques est due à l'ensemble des phénomènes de polarisation actifs à la fréquence de mesure.

Comme nous avons montré dans le chapitre II, le champ électrique permet d'orienter les dipôles permanents des matériaux polaires (qui sont orientés d'une façon aléatoire en l'absence du champ) qui proviennent généralement de l'arrangement asymétrique des liaisons polarisées dans la chaîne polymérique (cas du PVC, par exemple). Ce mécanisme donne lieu à des modes de déformation de la chaîne moléculaire qui correspondent à des fréquences bien précises. En ordre croissant de leur fréquence de résonance, ces mécanismes sont conventionnellement appelés  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ... L'augmentation de la température facilite la relaxation dipolaire de ces matériaux et ces pics se translatent alors vers les hautes fréquences [57].

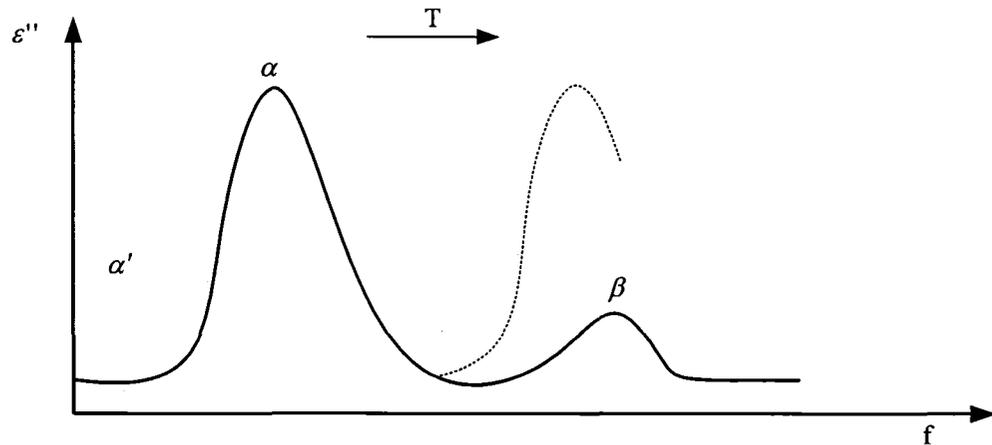


Figure 25 Variation des pertes diélectriques en fonction de la fréquence pour un polymère amorphe

Pour un polymère amorphe [66], tel qu'illustré à la figure 25,  $\varepsilon''(\omega)$  présente essentiellement deux pics de pertes diélectriques. Le plus important est associé à la transition vitreuse et est appelé dispersion  $\alpha$  qui intervient dans la gamme des basses fréquences, entre quelques hertz et quelques kilohertz. L'autre, s'appelle  $\beta$  et correspond à la polarisation de petits segments de chaîne et se manifeste dans une gamme élevée de fréquences.

Dans le domaine fréquentielle, la conductivité est incluse dans la permittivité complexe, équation (3.53), car les pertes diélectriques correspondant aux phénomènes de relaxation ne peuvent pas être distinguées de la contribution de la conduction directe.

On peut donc écrire :

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon'(\omega) - i \left[ \varepsilon''(\omega) + \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right] \quad (4.5)$$

#### 4.4 Étude expérimentale

Afin d'étudier l'utilisation de la mesure diélectrique comme méthode d'essai non destructif pour caractériser les composites à matrice polymérique renforcés par des particules, des échantillons ont été fabriqués à partir d'une matrice d'époxy. Des particules de carbure de silicium et d'alumine de différents pourcentages volumiques et de différentes tailles ont été ajoutées comme renfort.

##### 4.4.1 Procédure de fabrication

La procédure de fabrication des échantillons d'époxy avec des particules de carbure de silicium (SiC) ou d'alumine ( $Al_2O_3$ ) est la suivante [52]:

- Préchauffer le four à 45°C
- Appliquer l'agent démoulant dans le moule (Formula 5)
- Assembler le moule et boucher les trous de vis avec de la gommette
- Mettre le moule dans le four
- Faire le mélange d'époxy (Mia-poxy 95) suivant dans un verre :
  - 50 grammes de résine
  - 12 grammes de durcisseur
- Mélanger à l'aide d'une tige de verre
- Mettre le mélange dans le four :
  - 8 minutes
  - 45°C
  - Vide de 30 psig
- Sortir le mélange et rajouter la quantité de particules nécessaires (préalablement pesée)
- Mélanger avec la tige de verre
- Mettre le mélange dans le four :

- 8 minutes
- 45°C
- Vide de 30 psig
- Sortir le mélange et mélanger encore avec la tige de verre
- Sortir le moule
- Mettre le mélange dans le moule à l'aide d'une seringue afin d'éviter les bulles d'air d'air
- Mettre le moule dans le four :
  - 60 minutes
  - 45°C
  - Vide de 20 psig (ne pas dépasser et garder stable)
- Sortir le moule et démouler les échantillons
- Effectuer la réticulation (cure) des échantillons dans le four :
  - 6 heures
  - 65°C

#### 4.4.2 Types d'échantillon obtenus

Le tableau suivant résume les échantillons de composite avec matrice polymérique et particules de renfort et sur lesquels on a appliqué nos mesures temporelles et fréquentielles.

Tableau VI

Échantillons composites avec matrice polymérique et particules fabriquées

Échantillons composites avec matrice polymérique et particules								
Matrice	Particules	Grosueur	Pourcentage volumique de particules					
Époxy	pur	-	-	-	-	-	-	-
Époxy	SiC	50 microns - 240 Grit	5%	10%	15%	20%	25%	40%
Époxy	SiC	30 microns - 320 Grit	5%	10%	15%	20%	25%	40%
Époxy	SiC	22 microns - 400 Grit	5%	10%	15%	20%	25%	40%
Époxy	SiC	9 microns - 1000 Grit	5%	10%	15%	20%	25%	40%
Époxy	Alumine	50 microns - 240 Grit	5%	10%	15%	20%	25%	40%
Époxy	Alumine	22 microns - 400 Grit	5%	10%	15%	20%	25%	40%
Époxy	Alumine	9 microns - 1000 Grit	5%	10%	15%	20%	25%	40%
Total :	43 échantillons							

À partir de 20% volumique de particules dans la matrice, on constate l'existence de porosités dans le matériau (voir la figure 27, e et f), car à partir de ce seuil le mélange résine particule commence à être visqueux, ce qui rend difficile l'élimination des bulles d'air.

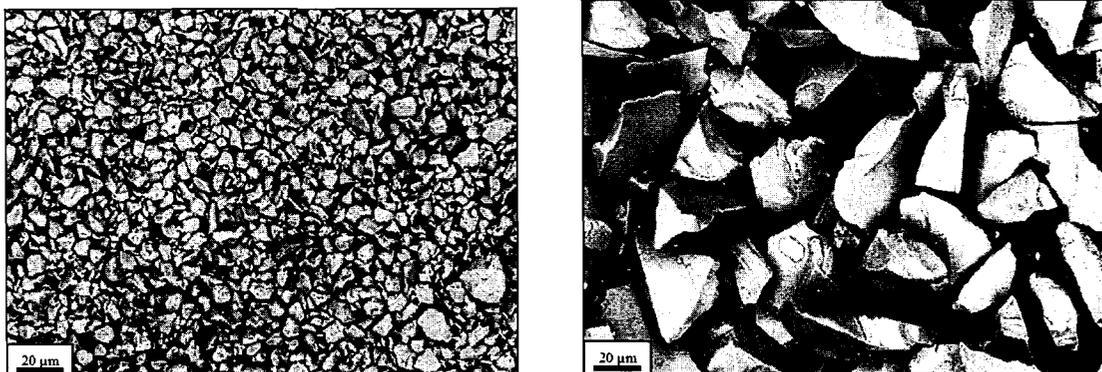


Figure 26 a) Poudre Alumine [9um] b) Poudre Alumine [50um]

La figure 26 (e et f) est une photographie prise à l'aide d'un microscope optique montrant l'absence de porosité pour un échantillon de 10% volumique de SiC. Les autres photographies (a et b et c et d) sont des alumines de 1000 grit, montrant l'inexistence des porosités.

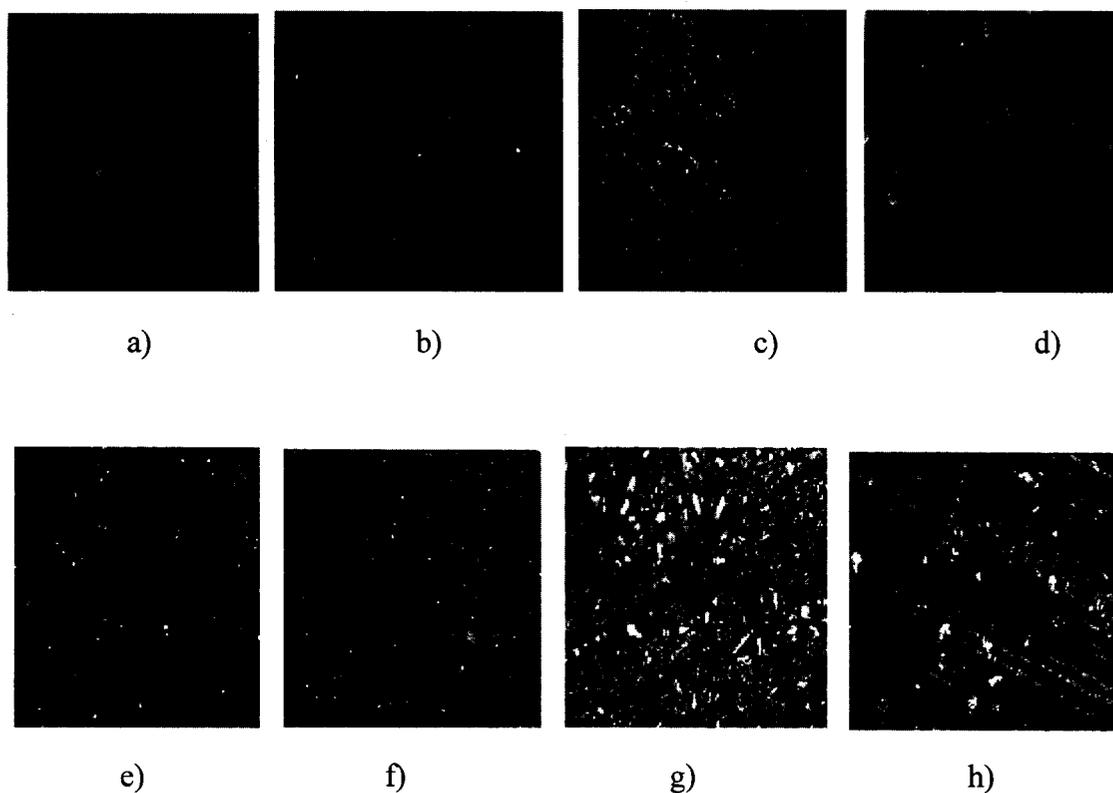


Figure 27 Micrographie optique d'une composite typique

- |                                     |                                   |
|-------------------------------------|-----------------------------------|
| a) Alumine-1000 Grit_40%vol_500X,   | b) Alumine-1000 Grit_40%vol_50X   |
| c) Alumine-1000_20%vol_50X,         | d) Alumine-1000_20%vol_500X       |
| e) SiC-240 Grit_40%vol_10X,         | f) SiC-240 Grit_40%vol_10X        |
| g) Époxy +SiC-320 Grit_11%vol_100X, | h) Époxy +SiC-320Grit_11%vol_100X |

#### 4.4.3 Dimensions et mode d'emploi des échantillons

Afin d'éviter les capacités parasites au moment de mesures des caractéristiques diélectriques, les échantillons ont été réalisés conformément aux normes de la ASTM [53, 54].

Les électrodes ont été évidemment incorporées dans tous les échantillons fabriqués avec une électrode de mesure gardée par une électrode externe (mise à la masse). Cette dernière permet de diminuer d'une part l'influence de la capacité parasite au niveau des bords et d'autre part d'exclure l'influence des courants de fuite.

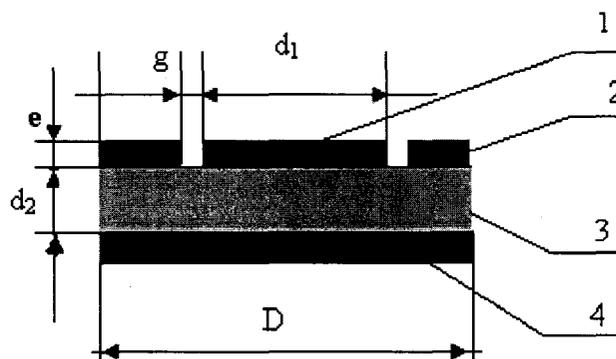


Figure 28 Dimension de l'échantillon avec les électrodes :

1- électrode de mesure, 2- anneau de garde,

3- échantillon, 4- électrode sous tension;

D: diamètre de l'échantillon,  $d_1$ : diamètre de l'électrode de mesure,

$d_2$ : hauteur de l'échantillon de mesure,  $e$ : épaisseur de l'électrode,

$g$ : intervalle entre l'électrode de mesure et l'électrode de protection.

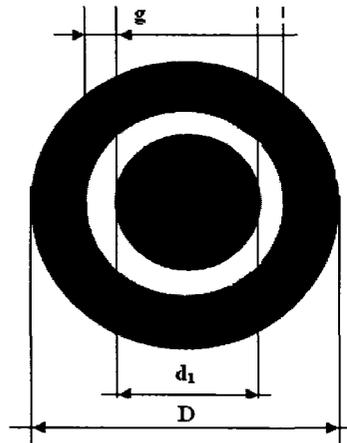


Figure 29 Géométrie des échantillons

La permittivité complexe (équation 4.3) des échantillons a été déterminée, à partir des mesures expérimentales sur les échantillons des composites étudiés en utilisant l'équation suivante.

$$\hat{\varepsilon} = \frac{C^*}{C_0} \quad (4.6)$$

où  $C^*$  est la capacité complexe de l'échantillon tel que mesurée et  $C_0$  est la capacité sous vide calculée selon la relation suivante:

$$C_0 = \varepsilon_0 \cdot \frac{(A)}{d_2} \quad (4.7)$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (d_1 + B \cdot g)^2$$

Pour tous les échantillons étudiés, l'épaisseur de l'électrode est très petite donc la valeur de B peut se déterminer par [53, 54, 75] :

$$B = 1 - \left[ 2,932 \cdot \frac{d_2}{g} \cdot \log \cosh \left[ 0,7854 \cdot \frac{g}{d_2} \right] \right]$$

Les échantillons fabriqués sont des disques de 31 mm de diamètre et 4 mm d'épaisseur (figure 30 - a). Des électrodes en film de cuivre sous forme de disque avec un anneau de garde ont été fixées à l'aide d'une colle conductrice sur les deux faces des échantillons après le nettoyage des deux surfaces. Ces électrodes permettent la transmission du signal sur toute la surface de l'échantillon (figure 30 - b). L'anneau de garde sert à éliminer le signal qui contournerait l'échantillon le long des surfaces. Les dimensions des échantillons sont indiquées dans les tableaux suivants :

Tableau VII

## Dimension des échantillons

paramètres	Dimension (en mm)
D	31
d <sub>1</sub>	≅ 25
d <sub>2</sub>	4
g	1
e	≅ 0,001

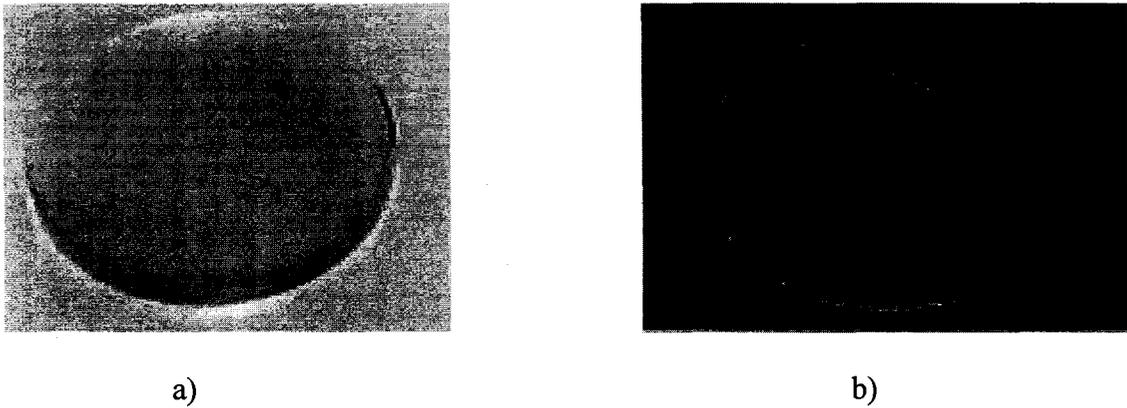


Figure 30 a) Dimension de l'échantillon, b) électrode en cuivre avec l'échantillon

Les anneaux de garde en cuivre sont soudés à un fil conducteur de faible section qui sera fixé à la masse pour éliminer le contournement et la capacité parasite (figure 31).

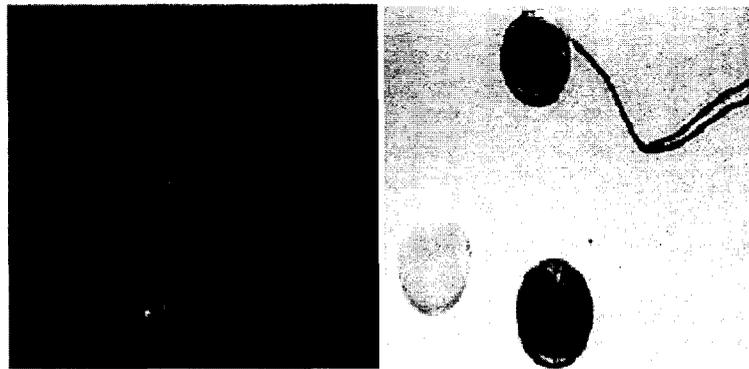
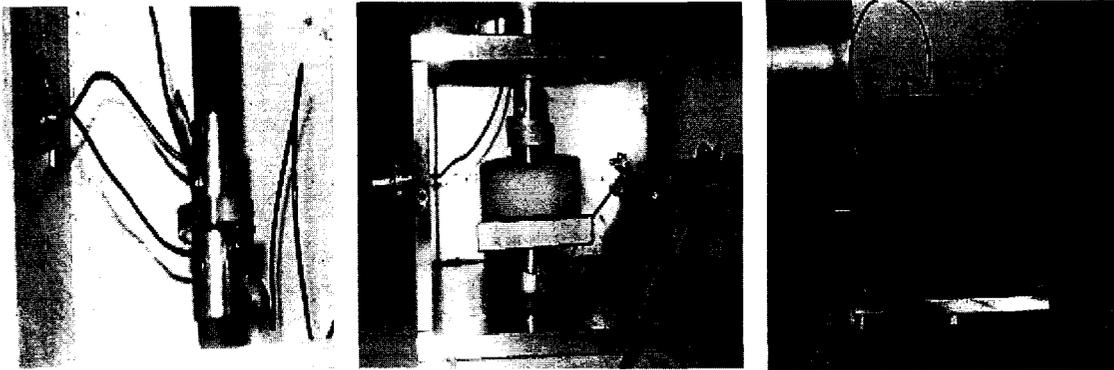


Figure 31 Fixation du conducteur à l'électrode en cuivre avec l'échantillon

Ces échantillons sont fixés dans une boîte conductrice (en aluminium) permettant de faire les tests diélectriques conformément à la norme ASTM D150 [53, 54] (figure 32-a et b).



a)

b)

c)

Figure 32

a) Fixation de l'échantillon dans la boîte,

b) boîte conductrice d'aluminium Pour les mesures des poudres

c) boîte conductrice d'aluminium pour les mesures FDS.

Des mesures sur des poudres compactées de particules de carbure de silicium ont permis de déterminer la permittivité complexe des particules de renfort.

#### 4.5 Étude de la permittivité théorique pour les matériaux composites

Les mesures expérimentales sur les poudres des matériaux composites étudiés nous permettent de déterminer les paramètres suivants  $C'$ ,  $C''$  et  $\text{tg } \delta$  (voir format des mesures FDS en annexe 3). La fraction de particules dans un échantillon de poudre compactée est donnée par :

$$qV_{\text{tot}} = \frac{m_p}{\rho_p} \quad (4.8)$$

avec  $V_{\text{tot}}$  : est le volume total

$m_p$  : est la masse de la poudre

$\rho_p$  : est la masse volumique de la poudre

Les masses volumiques du SiC et de l'alumine ( $Al_2O_3$ ) sont :

$$- \rho_{SiC} = 3.2 \text{ g/cm}^3$$

$$- \rho_{Al_2O_3} = 3.97 \text{ g/cm}^3$$

La permittivité complexe des particules peut être déterminée en présumant que pour le mélange air-poudre, on peut utiliser la loi des mélanges (modèle de condensateurs en parallèle) donnée par :

$$\hat{\epsilon}_{\text{poudre}} = q \cdot \hat{\epsilon}_1 + (1 - q) \quad (4.9)$$

$$\epsilon'_1 = \left( \frac{\epsilon'_{\text{poudre}}}{q} \right) - \left( \frac{1 - q}{q} \right) \quad (4.10)$$

$$\epsilon''_1 = \frac{\epsilon''_{\text{poudre}}}{q} \quad (4.11)$$

La permittivité de l'air est égale à l'unité, tandis que  $\hat{\epsilon}_1$  est la permittivité des particules et  $\hat{\epsilon}_{\text{poudre}}$  est la permittivité de la poudre compactée.

Tableau VIII

Paramètres expérimentales des poudres de SiC

	SiC_240 grit	SiC_320 grit	SiC_400 grit	SiC_1000 grit
$C_0$ (F)	$1,71 \cdot 10^{-12}$	$1,28 \cdot 10^{-12}$	$1,3 \cdot 10^{-12}$	$1,14 \cdot 10^{-12}$
$q_{SiC_p}$	0,61	0,46	0,47	0,40

La permittivité complexe des poudres compactée est déterminée par la relation suivante :

$$\hat{\varepsilon}_{\text{poudre}} = \frac{C' - C_{\text{edge}}}{C_0} - i \frac{C''}{C_0} \quad (4.12)$$

où  $C_{\text{edge}} = 1,5 \cdot 10^{-12}$  F pour toute les particules de carbure de silicium. Ce terme est la capacité due aux effets de bord et il a été calculé suivant les formules de la norme ASTM. Il est à noter que la présence de l'anneau de garde pour les échantillons de composite permet d'éliminer cette contribution. Par contre pour les échantillons de poudre le porte échantillon n'était pas muni d'anneaux de garde.  $C'$  et  $C''$  sont les valeurs des capacités réelles et imaginaires déterminées à partir des mesures fréquentielles sur les poudres.

À partir des paramètres déterminés dans le tableau et de la permittivité complexe des poudres, on peut déterminer la permittivité des particules par les équations de la page précédente.

#### 4.5.1 Limites de Wiener

Dans la littérature, il existe plusieurs modèles empiriques basés sur la loi de puissance pour le calcul de la permittivité d'un composite. Pour le cas d'un mélange à deux constituants, les résultats expérimentaux basés sur un exposant  $\beta$  permettent de définir l'équation suivante

$$\hat{\varepsilon}_c^\beta = q \hat{\varepsilon}_1^\beta + (1 - q) \hat{\varepsilon}_2^\beta \quad (4.13)$$

On constate que pour  $\beta = -1$  et  $\beta = 1$  l'équation (4.13) se ramène aux limites de Wiener de la loi des mélanges, c'est-à-dire aux cas extrême pour lesquels on considère

les deux matériaux comme en parallèle (limite maximale) et en série (limite minimale) respectivement.

Les limites de Wiener seront déterminées par les deux relations (4.14) et (4.15) suivantes :

$$\hat{\varepsilon}_{max} = q \cdot \hat{\varepsilon}_1 + (1-q)\hat{\varepsilon}_2 \quad (4.14)$$

$$\hat{\varepsilon}_{min} = \frac{\hat{\varepsilon}_1 \cdot \hat{\varepsilon}_2}{q \cdot \varepsilon_1 + (1-q)\varepsilon_1} \quad (4.15)$$

où  $\hat{\varepsilon}_1$ ,  $\hat{\varepsilon}_2$  et  $q$  sont respectivement les permittivités complexes des particules, de la matrice et la fraction volumique.

Les figures 80, 81 et 82 au chapitre 7 illustre les limites de Wiener pour un composite époxy-SiC avec  $q = 0,25$

#### 4.5.2 Modèle de Maxwell Wagner - Sillars

Tel que mentionné dans le paragraphe (3.3.3), la mesure de la réponse diélectrique d'un composite se complique à cause de la contribution possible de la polarisation interfaciale. Cette réponse pour le cas d'un système hétérogène à deux phases présente un mécanisme de relaxation particulier appelé polarisation de Maxwell-Wagner-Sillars (MWS).

Cette polarisation est due à la différence de conductivité et de permittivité des deux phases. Cette différence crée une accumulation de charges aux interfaces entre les deux phases (plus conductrice et moins conductrice). Dans le cas simple de la superposition

de deux matériaux différents, illustré à la figure 10 page 35 de la section 3.3.3, la permittivité complexe peut s'exprimer par la loi des mélanges [49]

$$\hat{\epsilon}_c = \frac{\hat{\epsilon}_1 \hat{\epsilon}_2}{q \hat{\epsilon}_1 + (1 - q) \hat{\epsilon}_2} \quad (4.16)$$

où  $\hat{\epsilon}_c$  est la permittivité complexe du composite,  $q$  est la fraction volumique des particules de renfort,  $\hat{\epsilon}_1$  et  $\hat{\epsilon}_2$  sont les permittivités complexes des particules de renforts et de la matrice.

Dans le cas plus réaliste de particules incluses dans la matrice, la relation générale suivante (4.17) permet de relier la permittivité du composite à celle des matériaux constituants [50].

$$\hat{\epsilon}_c = \frac{\hat{\epsilon}_1 (\eta \cdot \hat{\epsilon}_2 + (1 - \eta) \hat{\epsilon}_1) + q \cdot (1 - \eta) \cdot (\hat{\epsilon}_2 - \hat{\epsilon}_1)}{[\eta \cdot \hat{\epsilon}_2 + (1 - \eta) \hat{\epsilon}_1] - \eta \cdot q \cdot (\hat{\epsilon}_2 - \hat{\epsilon}_1)} \quad (4.17)$$

$\eta$  s'appelle le facteur de forme et est relié à la forme des particules. L'équation (4.16) est un cas particulier de l'équation ci-dessus lorsque le facteur de forme est égal à l'unité ( $\eta = 1$ ).

Un autre cas particulier intéressant est celui pour lequel on considère les particules comme sphérique. Ce modèle a été créé pour modéliser les composites dont la concentration ( $q$ ) est faible. L'équation (4.17) se ramène au modèle de Maxwell-Garnet ou de Wagner-Sillars pour ce cas où  $\eta = \frac{1}{3}$ .

On obtient donc [49] :

$$\hat{\varepsilon}_c = \hat{\varepsilon}_1 \frac{2\hat{\varepsilon}_1 + \hat{\varepsilon}_2 + 2q \cdot (\hat{\varepsilon}_2 - \hat{\varepsilon}_1)}{2\hat{\varepsilon}_1 + \hat{\varepsilon}_2 - q \cdot (\hat{\varepsilon}_2 - \hat{\varepsilon}_1)} \quad (4.18)$$

Généralement, ces deux dernières équations (les équations (4.17) et (4.18)) se calculent à partir de l'approximation du champ moyen et conséquemment ne sont valables que pour de faibles concentrations ( $q \ll 1$ ).

#### 4.5.3 Modèle de loi des puissances

Il existe plusieurs modèles empiriques basés sur la loi de puissance donnée par l'équation (4.13). Pour ces modèles la valeur de  $\beta$  varie entre -1 et 1. Par comparaison avec les mesures expérimentales, on peut ajuster numériquement la valeur de  $\beta$  pour obtenir le meilleur ajustement (meilleur «fit»).

#### 4.5.4 Modèle de Bruggeman

Ce modèle est basé sur l'approximation du milieu effectif. La démonstration de cette équation dépasse le cadre de ce travail mais est disponible dans la littérature [50], [49].

L'équation symétrique de Bruggeman est donnée par l'équation suivante :

$$(1 - q) \frac{\hat{\varepsilon}_1 - \hat{\varepsilon}_c}{\hat{\varepsilon}_1 + 2\hat{\varepsilon}_c} + q \frac{\hat{\varepsilon}_2 - \hat{\varepsilon}_c}{\hat{\varepsilon}_2 + 2\hat{\varepsilon}_c} = 0 \quad (4.19)$$

#### 4.5.5 Modélisation de la conductivité

Les équations (4.13) et (4.19) ont été aussi utilisées pour modéliser les conductivités des composites. En remplaçant  $\hat{\varepsilon}$  par  $-i \cdot \frac{\sigma}{\omega \cdot \hat{\varepsilon}_0}$  dans ces équations, on obtient :

$$\sigma_c^\beta = q \cdot \sigma_1^\beta + (1 - q) \cdot \sigma_2^\beta \quad (4.20)$$

$$(1 - q) \cdot \frac{\sigma_2 - \sigma_c}{\sigma_2 - 2\sigma_c} + q \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_c}{\sigma_1 + 2\sigma_c} = 0 \quad (4.21)$$

Il est à noter que l'équation issue du modèle de Bruggeman prévoit un comportement percolatoire contrairement à celle issue de la loi des puissances.

#### 4.6 Conclusion

L'étude des matériaux composites dans ce chapitre nous a permis d'identifier l'importance des polymères renforcés par des particules dans le domaine de l'électrotechnique, et ce, à cause de leurs propriétés électriques exceptionnelles. L'étude de plusieurs modèles théoriques pour modéliser la permittivité complexe d'un matériau composite nous permettra par la suite d'effectuer la comparaison entre ces modèles et les résultats expérimentaux obtenus pour des échantillons contenant du carbure de silicium (SiC) ou de l'alumine ( $Al_2O_3$ ).

Ce type de mesure peut être utilisé comme technique de contrôle non destructif pour les composites polymériques renforcés par des particules. En effet, les mesures de permittivité complexe sont très sensibles à la composition exacte des matériaux composites. La difficulté réside dans l'interprétation des résultats.