

TABLE

AVANT-PROPOS.....	7
1 OBJET DU CHAPITRE.....	7
2 ÉLÉMENTS ECONOMIQUES.....	8
2.1 Industries de construction.....	8
2.2 Les industries de production/transport d'électricité.....	11
3 LA PLACE DE L'ÉLECTROTECHNIQUE.....	13
3.1 au quotidien.....	13
3.2 dans le monde.....	14
3.3 L'innovation en Électrotechnique et ses retombées.....	14
4 LES BESOINS DE L'INDUSTRIE ET LEUR EVOLUTION.....	15
4.1 Les interactions nécessaires entre l'Electrotechnique et les autres disciplines de l'ingénieur.....	15
GENERALITES.....	17
1 OBJET DU CHAPITRE.....	17
2 CONTEXTE.....	17
2.1 Grandeurs physiques, notations, et symboles utilisés.....	18
2.2 Dualité.....	20
3 ASPECTS MATHÉMATIQUES : ANALYSE VECTORIELLE.....	20
3.1 Pseudo-vecteur, pseudo-scalaire.....	20
3.2 Produit vectoriel ; orientation des repères.....	21
3.3 Opérateurs vectoriels.....	22
3.4 Transformations intégrales.....	25
3.5 Propriétés des champs de vecteurs.....	26
4 ASPECTS PHYSIQUES.....	27
4.1 Interactions entre particules.....	27
4.2 Comparaison des propriétés des champs statiques E et B.....	30
4.3 Propriétés des différents milieux.....	30
5 MODELE DE MAXWELL : PROPRIETES LOCALES.....	33
5.1 Cas général.....	34
5.2 Cas particuliers.....	34
5.3 Propagation des ondes électromagnétiques.....	36
5.4 Energie et puissance électromagnétique.....	36
5.5 approximation dite de l'Electrotechnique.....	37
6 ELECTROMAGNÉTISME : PROPRIETES GLOBALES.....	39
6.1 Équivalence entre équations de Maxwell et forme usuelle des équations de l'électromagnétisme.....	39
6.2 Interaction entre circuit électrique et champ magnétique.....	40
6.3 Enoncé global des lois.....	41
6.4 Théorème d'Ampère ; force magnéto-motrice (f.m.m.).....	42
6.5 Loi de Faraday.....	43
7 INTERACTIONS MÉCANIQUES.....	44
7.1 Deuxième loi de Laplace.....	44
7.2 Orientation de la force de Laplace.....	44
7.3 travail des forces électromagnétiques.....	45
8 UNITÉS PHYSIQUES ET DIMENSIONS.....	45
MAGNÉTISME ET ÉLECTROMAGNÉTISME.....	47
1 OBJET DU CHAPITRE.....	47
2 PROPRIÉTÉS DES COMPOSANTS MAGNÉTIQUES.....	47
2.1 grandeurs magnétiques.....	47
2.2 nature et formes du magnétisme.....	48
2.3 circuit magnétique.....	49
2.4 pourquoi deux grandeurs de champ ?.....	49
2.5 loi d'Ohm du circuit magnétique.....	50

2.6	<i>parallèle entre grandeurs électriques et magnétiques</i>	52
3	APPLICATIONS DE LA LOI D'OHM MAGNETIQUE.....	52
3.1	<i>circuit à éléments en série</i>	52
3.2	<i>circuit à branches parallèles</i>	53
3.3	<i>branches avec enroulements</i>	53
3.4	<i>synthèse sur les lois des circuits linéaires</i>	54
3.5	<i>entrefer</i>	54
4	INDUCTANCE IDÉALISÉE.....	55
4.1	<i>cas de 1 spire : calcul du flux coupé</i>	55
4.2	<i>cas d'un enroulement : flux total coupé</i>	55
4.3	<i>inductance propre : définition</i>	56
4.4	<i>inductance mutuelle : définition</i>	56
4.5	<i>propriétés de l'inductance mutuelle</i>	56
4.6	<i>énergie électromagnétique d'une bobine</i>	57
5	PHENOMENES PHYSIQUES RENCONTRES	57
5.1	<i>comportement du champ magnétique à l'interface entre deux milieux</i>	58
5.2	<i>fuites magnétiques</i>	60
5.3	<i>caractéristiques des matériaux magnétiques</i>	61
6	INDUCTANCE RÉELLE	63
6.1	<i>les différents types physiques de pertes</i>	63
6.2	<i>cas des courants alternatifs</i>	64
7	AIMANTS PERMANENTS.....	67
7.1	<i>types et caractéristiques</i>	67
7.2	<i>comportement du matériau</i>	68
7.3	<i>fonctionnement d'un aimant dans un circuit magnétique</i>	69
7.4	<i>dimensionnement des aimants</i>	70
8	APPLICATIONS ÉLECTRO-MÉCANIQUES.....	70
8.1	<i>efficacité de la conversion électro-mécanique</i>	70
8.2	<i>Energie électromagnétique</i>	70
8.3	<i>effort magnétique ; pression magnétique</i>	72
8.4	<i>limitations rencontrées en conversion d'énergie</i>	72
8.5	<i>électroaimant</i>	73
8.6	<i>circuit magnétique déformable par rotation</i>	74
8.7	<i>système électromagnétique déformable</i>	75
	LES MACHINES STATIQUES	79
1	OBJET DU CHAPITRE.....	79
2	CIRCUITS ELEMENTAIRES EN COURANT ALTERNATIF	80
2.1	<i>impédance pure R, L, C</i>	80
2.2	<i>impédance quelconque</i>	82
3	LA BOBINE A NOYAU DE FER EN COURANT ALTERNATIF	84
3.1	<i>Conventions de signe</i>	85
3.2	<i>les équations de base en courant alternatif</i>	86
3.3	<i>Synthèse : inductance réelle</i>	90
4	LE TRANSFORMATEUR ELECTRIQUE	92
4.1	<i>principe du transformateur</i>	92
4.2	<i>transformateur parfait</i>	92
4.3	<i>Analyse du fonctionnement</i>	93
5	TRANSFORMATEUR REEL : PROPRIETES	96
5.1	<i>recherche d'un schéma équivalent</i>	96
6	APPLICATIONS PARTICULIERES	103
6.1	<i>Transformateur de puissance</i>	103
6.2	<i>Autotransformateur</i>	104
6.3	<i>Transformateur adaptateur d'impédance</i>	105

6.4	<i>transformateur torique.....</i>	106
6.5	<i>spire de Frager.....</i>	107
6.6	<i>fonctionnement en parallèle de transformateurs.....</i>	107
7	REMARQUES FINALES.....	108
7.1	<i>Limitations d'emploi des transformateurs.....</i>	108
7.2	<i>Le choix de la fréquence.....</i>	108
	LES RESEAUX ELECTRIQUES	111
1	OBJET DU CHAPITRE.....	111
2	GENERALITES.....	111
2.1	<i>Théorème de Boucherot.....</i>	111
2.2	<i>Production de tensions polyphasées.....</i>	114
2.3	<i>Pourquoi des tensions polyphasées ?</i>	116
3	SYSTEMES TRIPHASES	118
3.1	<i>Montage en étoile</i>	118
3.2	<i>Relations entre les grandeurs</i>	119
3.3	<i>Montage en triangle.....</i>	120
3.4	<i>Propriétés résumées.....</i>	121
3.5	<i>Equivalence étoile-triangle.....</i>	122
3.6	<i>Point neutre ; terre</i>	122
3.7	<i>Transformateurs triphasés.....</i>	124
4	IMPEDANCE CYCLIQUE ; SCHEMA MONOPHASE EQUIVALENT.....	124
	MACHINES TOURNANTES.....	131
1	OBJET DU CHAPITRE.....	131
2	GENERALITES.....	131
2.1	<i>Production de tensions polyphasées.....</i>	131
2.2	<i>Pourquoi des tensions polyphasées ?</i>	133
2.3	<i>Champs tournants.....</i>	133
3	BOBINAGE D'UNE MACHINE TOURNANTE.....	137
3.1	<i>Champ produit.....</i>	138
3.2	<i>Bobinage triphasé complet</i>	140
3.3	<i>Inversion du sens de rotation.....</i>	142
3.4	<i>Prise en compte des harmoniques spatiaux.....</i>	142
	ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE : BASES	145
1	INTRODUCTION.....	145
2	TYPES DE CONVERTISSEUR.....	146
3	COMPOSANTS UTILISES.....	147
4	MONTAGES DE BASE	149
4.1	<i>Redressement monophasé simple alternance.....</i>	149
4.2	<i>F.é.m. et diode débitant sur circuit RC parallèle.....</i>	150
4.3	<i>F.é.m et diode débitant sur circuit RL série.....</i>	151
4.4	<i>Diode de roue libre ; conduction continue</i>	152
4.5	<i>Redressement monophasé avec thyristor.....</i>	153
4.6	<i>Bras de pont.....</i>	153
5	DE L'ALTERNATIF AU CONTINU : LES REDRESSEURS	155
5.1	<i>Pont de diodes monophasé</i>	155
5.2	<i>Pont de Graëtz à diodes.....</i>	155
	ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE : STRUCTURES.....	157
1	INTRODUCTION.....	157
2	DU CONTINU AU CONTINU : LES HACHEURS	157
2.1	<i>Hacheur dévolteur ou abaisseur.....</i>	157
2.2	<i>Hacheur survolteur ou élévateur</i>	158
2.3	<i>Hacheur réversible en courant</i>	159
2.4	<i>Hacheur "en H"</i>	159

3	DU CONTINU A L'ALTERNATIF : LES ONDULEURS	160
3.1	<i>Onduleur autonome monophasé</i>	160
3.2	<i>Onduleur triphasé</i>	161
3.3	<i>Redresseur-onduleur monophasé</i>	162
3.4	<i>Pont de thyristors monophasé</i>	163
3.5	<i>Pont de Graëtz à thyristors</i>	165
3.6	<i>Modulation de Largeur d'Impulsions</i>	167
3.7	<i>Onduleur à résonance</i>	168
4	TECHNIQUES PARTICULIERES	169
4.1	<i>Gradateur</i>	170
4.2	<i>Cyclo-convertisseur</i>	171
4.3	<i>Comparaisons de formes d'onde de tension et de courant</i>	172
4.4	<i>Récapitulation</i>	173
	LES MACHINES A COURANT CONTINU	177
1	INTRODUCTION	177
2	GENERALITES	177
2.1	<i>Lois fondamentales</i>	177
2.2	<i>Réversibilité de la transformation électromécanique</i>	179
2.3	<i>Circuit tournant dans un champ d'induction</i>	180
2.4	<i>Anneau de Gramme</i>	181
2.5	<i>f.é.m. et couple d'une machine industrielle</i>	182
3	ELEMENTS TECHNIQUES	184
3.1	<i>Enroulements</i>	184
3.2	<i>Commutation</i>	185
3.3	<i>Modes d'excitation</i>	186
3.4	<i>Machines multipolaires</i>	188
3.5	<i>Réaction d'induit</i>	188
3.6	<i>Effet d'un décalage angulaire des balais</i>	190
4	FONCTIONNEMENT EN MOTEUR	191
4.1	<i>Equations générales</i>	191
4.2	<i>Régulation de vitesse</i>	192
4.3	<i>montages utilisés</i>	193
4.4	<i>caractéristiques</i>	193
4.5	<i>Moteur avec excitation séparée</i>	194
4.6	<i>Moteur avec excitation série</i>	195
4.7	<i>Démarrage</i>	196
4.8	<i>Freinage et récupération</i>	196
4.9	<i>Rendement</i>	197
5	FONCTIONNEMENT EN GENERATRICE	198
5.1	<i>Effet de la saturation</i>	198
5.2	<i>effet de l'hystérésis</i>	198
6	MOTEUR MONOPHASE A COLLECTEUR	199
7	MODELISATION EN REGIME NON PERMANENT	200
7.1	<i>principe</i>	200
7.2	<i>Application à la machine à courant continu</i>	200
8	SYNTHESE : POURQUOI UTILISE-T-ON ENCORE DES MOTEURS A COURANT CONTINU?	206
	LA MACHINE SYNCHRONE	209
1	INTRODUCTION	209
2	GENERALITES	209
2.1	<i>Principe de la machine synchrone</i>	209
2.2	<i>Disposition pratique</i>	211
2.3	<i>Machines à pôles lisses et à pôles saillants</i>	212
2.4	<i>amélioration de la forme d'onde</i>	214

2.5	<i>Influence du nombre de paires de pôles</i>	214
2.6	<i>forme d'onde du champ induit</i>	215
3	MODELISATION	216
3.1	<i>Couplages entre les enroulements d'une machine synchrone</i>	216
3.2	<i>Machine non saturée : modèle simplifié</i>	219
3.3	<i>Machine saturée</i>	221
3.4	<i>Angle interne</i>	221
3.5	<i>Stabilité</i>	222
3.6	<i>Modes de fonctionnement</i>	224
4	FONCTIONNEMENT EN ALTERNATEUR	225
4.1	<i>sur réseau à tension imposée</i>	225
4.2	<i>sur charge isolée</i>	226
4.3	<i>Couplage au réseau</i>	226
4.4	<i>Domaine d'exploitation</i>	227
5	FONCTIONNEMENT EN COMPENSATEUR.....	228
6	FONCTIONNEMENT EN MOTEUR.....	228
6.1	<i>domaine de fonctionnement</i>	228
6.2	<i>une comparaison avec la machine à courant continu</i>	229
7	PHENOMENE DE REACTION D'INDUIT	229
7.1	<i>débit sur résistance pure</i>	230
7.2	<i>débit sur inductance pure</i>	230
7.3	<i>débit sur capacité pure</i>	230
8	TECHNIQUES PARTICULIERES	231
8.1	<i>Machine synchrone autopilotée</i>	231
8.2	<i>Machine à réluctance variable</i>	232
8.3	<i>Moteur pas-à-pas</i>	233
9	APPLICATION DE LA MODELISATION DE PARK A LA MACHINE SYNCHRONE.....	234
10	SYNTHESE	236
	LA MACHINE ASYNCHRONE.....	239
1	INTRODUCTION.....	239
2	GENERALITES.....	240
2.1	<i>Qu'attend-on d'un moteur ?</i>	240
2.2	<i>Rappels sur les machines tournantes</i>	240
2.3	<i>Constitution du moteur asynchrone</i>	241
2.4	<i>Fréquence des courants rotoriques</i>	242
2.5	<i>Grandeurs utilisées</i>	243
3	ÉQUATIONS DE LA MACHINE ASYNCHRONE	244
3.1	<i>flux</i>	244
3.2	<i>tensions</i>	245
3.3	<i>Schémas équivalents</i>	246
3.4	<i>Courbe du couple</i>	248
3.5	<i>Comparaison avec d'autres technologies</i>	250
4	FONCTIONNEMENT	251
4.1	<i>Bilan des puissances ; rendement</i>	251
4.2	<i>Fonctionnements particuliers</i>	253
4.3	<i>Diagramme circulaire d'admittance</i>	254
4.4	<i>Construction du moteur asynchrone</i>	255
4.5	<i>Procédures de démarrage</i>	256
4.6	<i>Utilisations particulières</i>	257
5	SYNTHESE : CARACTERISTIQUES ET LIMITATIONS DU MOTEUR SEUL.....	258
5.1	<i>points forts</i>	258
5.2	<i>limitations</i>	258
6	SYSTEMES ELECTRONIQUES ASSOCIES AU MOTEUR ASYNCHRONE	258

6.1	<i>Alimentation par gradateur</i>	258
6.2	<i>Alimentation par onduleur de tension</i>	259
6.3	<i>Cascade hypo-synchrone</i>	260
7	MOTEUR MONOPHASE : PRINCIPE	261
8	APPLICATION DE LA TRANSFORMATION DE PARK A LA MACHINE ASYNCHRONE	263
8.2	<i>Commande d'une machine asynchrone</i>	265
RESEAUX ET MACHINES : ASPECTS DU DIMENSIONNEMENT.....		269
1	OBJET DU CHAPITRE.....	269
2	LES REGIMES DE FONCTIONNEMENT DES MATERIELS.....	269
2.1	<i>Situations rencontrées</i>	269
2.2	<i>Grandeurs nominales ; grandeurs extrêmes ; grandeurs réduites</i>	270
2.3	<i>Revue de quelques problèmes dimensionnants</i>	271
2.4	<i>Les courts circuits</i>	272
2.5	<i>Risques pour les personnes et protection</i>	273
3	ETUDE DES DEFAUTS DES RESEAUX.....	275
3.1	<i>Les types de défaut</i>	275
3.2	<i>Méthode des composantes symétriques : principe</i>	276
3.3	<i>Décomposition d'un système de tensions quelconque</i>	278
3.4	<i>Relations entre les tensions et les courants dans un réseau passif</i>	279
3.5	<i>Calcul des impédances cycliques</i>	279
3.6	<i>Démarche de calcul</i>	280
3.7	<i>Exemple 1 : court-circuit monophasé phase-terre</i>	281
3.8	<i>Exemple 2 : court-circuit isolé entre 2 phases</i>	282
3.9	<i>Résumé de la méthode</i>	283
3.10	<i>Impédances cycliques de machines électriques courantes</i>	283
3.11	<i>Comparaison entre les différents types de machines</i>	284
CONCLUSION : PERSPECTIVES ACTUELLES DU GENIE ELECTRIQUE.....		285
1	QUELQUES TENDANCES DES RECHERCHES ACTUELLES EN GENIE ELECTRIQUE.....	285
2	UN EXEMPLE DE PROGRES ET D'INNOVATION EN GENIE ELECTRIQUE : LA TRACTION FERROVIAIRE	287
BIBLIOGRAPHIE.....		291
INDEX

AVANT-PROPOS

1 OBJET DU CHAPITRE

Provoquer un intérêt pour l'Électrotechnique chez des étudiants de formation généraliste n'est pas un défi facile.

Cette discipline souffre un peu d'un certain nombre d'idées préconçues, quant aux perspectives qu'elle ouvre, quant aux progrès qu'elle réalise, enfin quant à l'intérêt scientifique qu'elle présente.

Dans cet avant-propos, l'on va s'efforcer d'apporter des éléments de caractère objectif sur les affirmations qui suivent ; l'Électrotechnique constitue en effet :

- ♦ *un secteur vital
en raison de la nature des besoins couverts*
- ♦ *un secteur en bonne santé économique,
avec pour indicateurs :*
 - *une croissance en volume*
 - *une croissance des échanges internationaux*
 - *l'existence d'un excédent commercial important*
- ♦ *un secteur innovant.*

Ajoutons que l'Électrotechnique est un élément clé de la maîtrise technique nécessaire à des ingénieurs appelés à concevoir ou à exploiter les systèmes où l'énergie joue un rôle important.

Proposons, pour approcher le sujet, une première définition : l'Électrotechnique est la science des machines électromagnétiques servant à transformer et mettre en œuvre l'énergie électrique, et de l'électronique qui leur est associée.

Cette définition, restrictive en apparence, recouvre en pratique le contenu de ce cours.

L'Électrotechnique est la science de l'électricité utilisée comme vecteur de l'énergie, par opposition aux disciplines qui emploient l'électricité comme vecteur de l'information. Elle inclut donc la technique des courants forts, mais elle n'est pas que cela. Elle est la science des composants et des circuits permettant de reconditionner l'énergie électrique en fonction des besoins, que ce soit sous forme mécanique, thermique, ... ou sous une autre forme électrique. Elle traite donc des machines de toutes tailles, et prend en compte, entre autres, les besoins de la robotique. Elle doit aussi considérer ce qui peut faire obstacle au bon fonctionnement de ces composants et circuits.

Un cours d'Électrotechnique doit faire comprendre le sens et l'intérêt des principaux concepts, en se référant aux applications industrielles, mais sans nécessairement aller jusqu'à des considérations technologiques.

2 ÉLEMENTS ECONOMIQUES

Dans ce chapitre, on va subdiviser - de façon un peu schématique - les éléments d'information en deux classes :

- ceux relatifs aux industries de la construction électrique
- ceux relatifs aux industries de production/transport d'électricité.

Toutes les données financières sont indiquées en milliards d'Euros (1 G€ = 10^9 Euros, 1 € ~ 1 US\$).

Elles doivent être considérées principalement comme des indicateurs de tendance, les sources qui les ont établies ont nécessairement dû procéder à certains choix arbitraires (par exemple de classification, ou de méthode de chiffrage).

Ces données sont difficilement interprétables sans quelques repères. Rappelons que :

- le **Produit Intérieur Brut** de la France est d'environ 1500 G€ (2002), le commerce extérieur (FAB) représentant pour sa part 300 G€, alors que le budget de l'État (recettes) atteint 300 G€ (ordres de grandeur récents).

- la production nationale d'électricité (490 TWh) est assurée à 92 % par EDF, dont le C.A. est de 30 G€ (1998), dont 2,7 G€ (1998) à l'exportation, et un résultat brut variant sur les dernières années, de 0,46 à 1,2 G€ (données 1998).

- la production d'équipements électriques en France s'est élevée également à 30 G€ environ, en 1998.

(sources : Internet)

2.1 Industries de construction

Les indicateurs définis pour caractériser la situation du domaine sont les suivants :

- l'importance relative de ce secteur d'activité au plan international
- le bilan financier au plan international
- la progression du niveau de l'activité
- la position relative du domaine dans les activités d'échanges internationaux
- la part des exportations françaises dans l'activité

2.1.1 Importance du secteur

Ce tableau permet d'évaluer le poids économique de ce secteur, en particulier aux plans français et européen, et mondial.

En effet, l'industrie des équipements électriques représente dans le monde plus de 300 G€, soit deux fois l'industrie des semi-conducteurs. C'est une industrie où l'Europe tient une place dominante, à peu près à égalité avec les Etats-Unis.

Tableau 1 : analyse en termes financiers du secteur de la construction électrique

montants en G€	reste de l'Europe	Allemagne	Royaume-Uni	Italie	France	Europe	monde	USA	Japon	reste du monde
<i>équipements de réseau</i>	4,6	5,8	2,7	3,0	4,7	20,7	67,5	21,4	18,2	7,2
<i>équipement production</i>	15,3	35,2	10,1	9,1	11,3	81,0	204,0	53,9	47,7	21,4
<i>éclairage</i>	4,4	5,5	1,8	1,7	1,6	15,0	41,5	9,4	11,6	5,6
<i>outillage</i>	0,4	1,5	0,8	0,2	0,7	3,6	9,8	3,3	1,7	1,1
<i>électroménager</i>	6,7	12,9	2,2	8,9	4,3	35,0	111,7	33,3	32,2	11,1
<i>véhicules</i>	2,3	9,5	4,6	5,8	7,0	29,2	91,9	28,9	27,8	6,1
<i>sous-total</i>	33,8	70,3	22,2	28,6	29,5	184,4	526,4	150,3	139,1	52,6
<i>installation</i>	24,1	52,9	15,9	14,2	20,6	127,7	357,6	103,1	84,8	42,0
<i>distribution</i>	19,8	37,9	10,8	18,1	14,6	101,2	304,0	82,4	88,9	31,5
<i>total</i>	77,7	161,1	48,8	60,9	64,7	413,2	1187,9	335,8	312,9	126,1

source : Cabinet Décision, données : 1998

2.1.2 La progression du niveau d'activité

Pour ce qui concerne la France, cette progression dans l'absolu est donnée sur le moyen terme par le diagramme de gauche. On observe une tendance à la croissance, régulière en moyenne. Le détail des domaines concernés est donné par le diagramme de droite.

Indice 100 = 1992

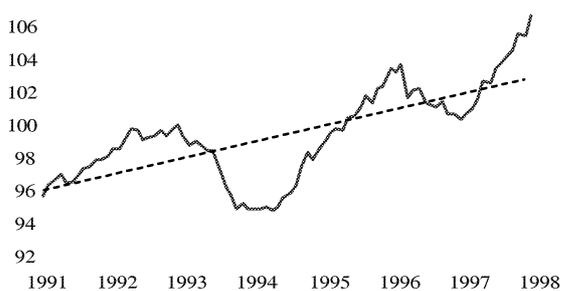


Figure 1 : évolution des ventes totales de matériels d'équipement électrique
source FIEE données : 1998

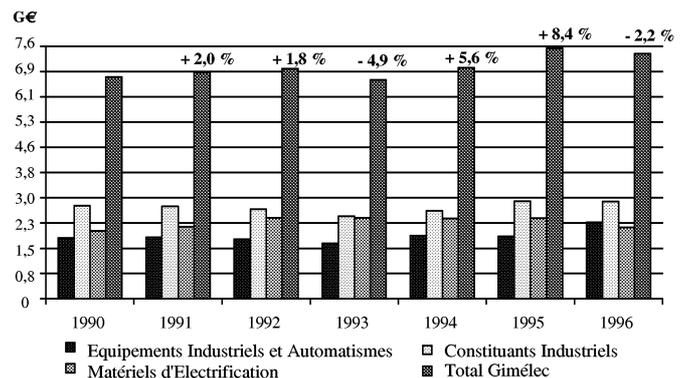


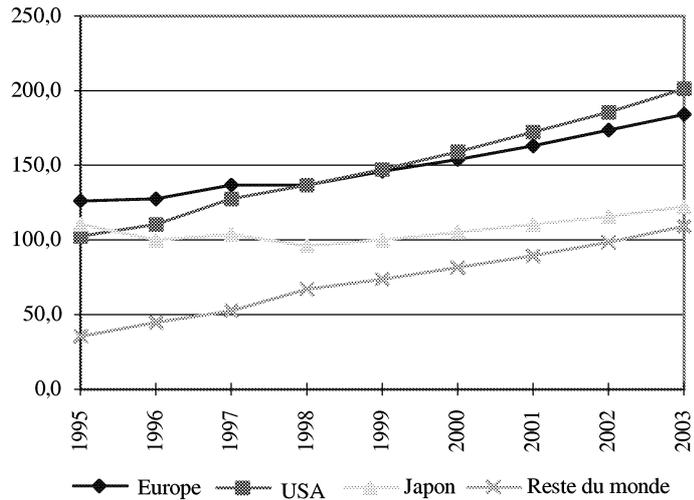
Figure 2 : évolution du chiffre d'affaires par secteur d'activité
source : Gimelec données : 1998

Plus généralement, les projections économiques dans le domaine confirment pour l'ensemble des acteurs économiques mondiaux du domaine le caractère structural de la progression de l'activité. Ceci est illustré par les valeurs prévues pour les taux de croissance, et par les courbes d'évolution du niveau de l'activité :

taux de croissance annuel moyen en %

	1995-1998	1998-2003
Europe	2,8	6,0
USA	9,9	8,0
Japon	- 4,7	5,0
Reste du monde	23,3	10,0
Monde	5,2	7,1

source : Cabinet Décision, données : 2001



2.1.3 L'internationalisation forte des activités

La part internationale dans cette branche d'activité occupe une place croissante (*diagramme de gauche*). Le diagramme de droite précise quels sont les partenaires de la France en Europe. Pour compléter l'information de ce diagramme, il faut indiquer que les exportations vers l'Asie sont également caractérisées par une progression observable.

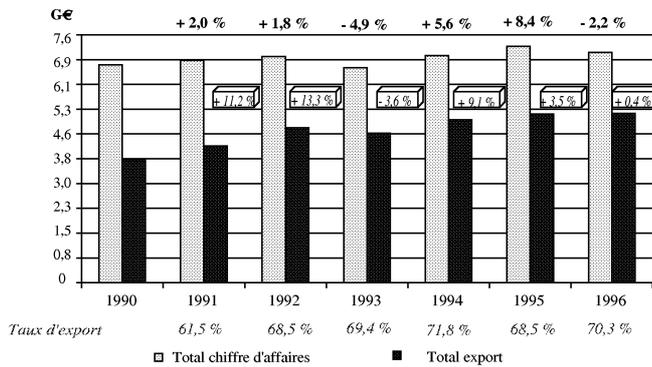


Figure 3 : part des exportations dans le chiffre d'affaires
source Gimelec, données : 1998

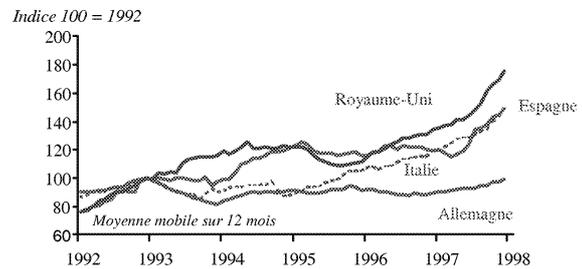


Figure 4 : évolution des exportations de matériel français d'équipement électrique en Europe
source : Douanes Françaises, données : 1998

2.1.4 Le bilan des échanges

Le bilan des échanges commerciaux internationaux se traduit par un excédent commercial régulier :

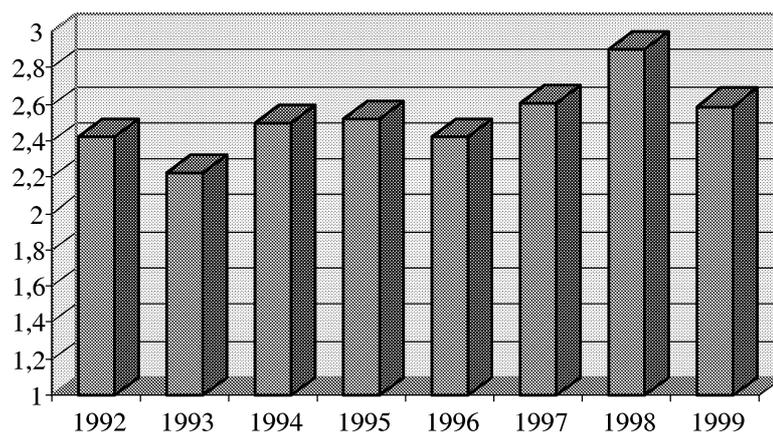


Figure 5 : évolution de l'excédent commercial du secteur

source : Douanes Françaises

Ce secteur industriel produit donc un excédent qui correspond couramment à un taux de couverture des importations de 200 %, ou encore à une contribution de 10 % à l'excédent commercial global, qui est de 24 G€ (1997)¹. Cet excédent est très supérieur, en relatif, à ce qu'impliquerait le poids propre de ce secteur dans l'ensemble de l'économie.

2.2 Les industries de production/transport d'électricité

Le tableau suivant indique les niveaux de la consommation actuelle d'énergie électrique par zones géographiques

Tableau 2 : niveaux de consommation d'énergie électrique et prix associés

(montants en G€)	reste de l'Europe	Allemagne	UK	Italie	France	Europe	Monde	USA	Japon	reste du monde
consommation en TWh	712	497	327	262	401	2 199	11 779	3 330	900	5 350
ratio CA/production en €/kWh	0,10	0,12	0,10	0,11	0,10	0,11	0,12	0,08	0,23	0,13
consommation	68,8	60,7	32,7	27,7	41,9	231,8	1414,1	259,0	210,0	713,3
Electricité "Discrète" (piles, accumulateurs, ...)	0,8	1,9	1,1	0,7	1,3	5,7	25,2	5,6	11,7	2,2
total réseau + E.D.	69,6	62,6	33,8	28,4	43,2	237,5	1439,3	264,6	221,7	715,6

source : Cabinet Décision, données : 1995

L'évolution de cette consommation fait l'objet de projections de manière à définir les moyens de production nécessaires dans le futur. Ces moyens sont dimensionnés comme suit (toutes les valeurs sont en GW = 10⁹ W)

¹ 16 G€ en 1999

Tableau 3 : évolution prévue des capacités de production en Europe

<i>Pays</i>	<i>1980</i>	<i>1990</i>	<i>variation 1990/1980</i>	<i>2000</i>	<i>variation 2000/1980</i>	<i>2010</i>	<i>variation 2010/1980</i>	<i>unité</i>
France	63	103	+ 41	115	+ 52	116	+ 53	GW
Europe des 15	301	398	+ 96	575	+ 273	610	+ 309	GW
Total Europe	379	497	+ 117	684	+ 304	735	+ 355	GW

source : Unipède, données : 1995

En complément à ce tableau, de caractère prévisionnel, notons les puissances de production installées en France au 01/01/2000, qui sont respectivement de 61,5 GW (nucléaire), 17,3 GW (thermique), et 23,3 GW (hydraulique), soit un total de 102,1 GW.

Le tableau suivant indique les positions des principaux constructeurs mondiaux et des principaux électriciens mondiaux.

Tableau 4 : les principaux constructeurs par C.A. pour le secteur électrique, et les principaux électriciens

<i>rang</i>	<i>société</i>	<i>zone</i>	<i>CA élec- trique (G€)</i>	<i>rang</i>	<i>société</i>	<i>zone</i>	<i>ventes</i>
1	Siemens	Europe	31	1	RAO	Russie	870
2	General Electric	USA	26	2	China Electric Power	Chine	815
3	Hitachi	Japon	23	3	EDF	Europe	388
4	Alstom	Europe	20	4	Tokyo Electric Power	Japon	248
5	ABB	Europe	19	5	Ukrainergo	Ukraine	230
6	Mitsubishi	Japon	16	6	ENEL	Europe	190
7	Emerson	USA	11	7	Electrobras	Brésil	180
8	Toshiba	Japon	11	8	Eskom	Afrique du Sud	170
9	Electrolux	Europe	10	9	Korea Electric Power	Corée	163
10	Schneider	Europe	8	10	Ontario Hydro	Canada	148
11	Pirelli	Europe	4	11	Hydro Québec	Canada	125
12	Fuji Electric	Japon	4	12	RWE	Europe	125
13	Cooper	USA	3				
14	Finmeccanica	Europe	3				
15	Legrand	Europe	3				

TWh

(1 TWh = 10¹² Wh)

source : Cabinet Décision , données : 1999

L'ensemble des tableaux et des graphiques fait apparaître les positions honorables occupées par les industries françaises et européennes.

En conclusion sur l'ensemble de ces données économiques, le constat qui frappe, lorsque l'on procède à leur actualisation périodique - inévitable - est celui de leur permanence. Les tendances observées : croissance régulière, expansion internationale, indicateurs favorables, développement soutenu ... se révèlent être d'origine structurelle, et donc durables.

3 LA PLACE DE L'ÉLECTROTECHNIQUE

Les applications de l'Électrotechnique tiennent une place considérable dans la vie courante.

3.1 au quotidien

La place de l'Électrotechnique dans la vie industrielle, mais aussi dans la vie quotidienne, est considérable, au point qu'on a parfois tendance à l'oublier, tant les utilisations principales de l'énergie électrique nous paraissent naturelles.

Essayons d'imaginer un instant la vie sans le recours à l'énergie électrique :

- **absence d'éclairage** : une partie de la vie économique et individuelle serait paralysée une grande partie du temps

- **absence de confort** : si sur le plan thermique d'autres solutions existent, les applications mécaniques seraient plus difficilement remplaçables

- **impossibilité de transport** : certes on pense immédiatement aux véhicules ferroviaires qui seraient immobilisés, mais les autres ? un avion ne peut voler, une automobile ne peut circuler, sans un certain nombre d'automatismes et d'actionneurs essentiels à leur fonction. Il ne faut pas non plus oublier qu'une locomotive Diesel est avant tout une locomotive électrique.

- la vie économique, qui fait de plus en plus appel à des techniques automatisées de production (robotique) serait ramenée à une époque où l'efficacité du travail était beaucoup plus réduite

- enfin, sans l'aide de l'électricité, il serait impossible d'assurer un cours dans un amphithéâtre par ailleurs aveugle ...

L'Électrotechnique est la discipline qui va permettre d'acquérir, dans la démarche de l'ingénieur généraliste, les éléments de la compréhension et de la maîtrise de la mise en œuvre d'un élément aussi fondamental de la conception des systèmes industriels.

3.2 dans le monde

Il y a encore actuellement, dans le monde, **entre 1 et 3 milliards de personnes qui n'ont pas accès à un réseau électrique**. C'est un énorme marché, qui ne peut rester durablement insatisfait.

Le XXI^e siècle devra donc être une période de développement fort dans ce domaine, afin de répondre convenablement à ce besoin.

La **politique énergétique de l'Union Européenne** cherche à promouvoir de nouvelles filières de production énergétique, plus respectueuses en particulier de l'environnement.

Les objectifs actuels sont en particulier d'assurer, en 2010 :

- 1) 18 % de la production d'électricité européenne par cogénération
- 2) 12 % de cette même production, au moyen des énergies renouvelables : solaire, éolien, piles à combustible.

Ce contexte politique constitue donc un stimulant au développement de diverses techniques relevant de l'Electrotechnique.

Enfin, le vent de libéralisation économique qui souffle sur les marchés occidentaux peut induire certains problèmes techniques de caractère nouveau, tels que la gestion de surplus énergétiques, ou au contraire celle de déficits momentanés de production.

3.3 L'innovation en Électrotechnique et ses retombées

Les succès de l'électrotechnique sont de plusieurs ordres :

1) la **réussite technique** proprement dite : c'est une branche industrielle fortement innovante. A titre d'exemple, en l'espace de quelques années, trois générations technologiques complètement différentes se sont succédé pour la motorisation des Trains à Grande Vitesse. D'une façon générale, l'ensemble des procédés mis en œuvre par l'Electrotechnique pour réaliser les conversions énergétiques nécessaires à toutes les applications existantes progresse de façon continue et significative : entraînements, convertisseurs statiques, équipements de production, moyens de transport, constituants des systèmes automatiques.

2) la **réussite industrielle** : les industries de la construction électrique connaissent un niveau d'activité soutenu et régulier. Dans le contexte actuel, mouvant, leur situation peut parfois être enviée. Les perspectives de besoins sont considérables, principalement en ce qui concerne les marchés extérieurs. Si on les apprécie par exemple au travers des consommations énergétiques, on note que celles-ci sont pratiquement toujours en croissance.

3) la réussite à l'**international** : ceci concerne particulièrement la France. Une bonne partie de la production de biens d'équipement électriques est exportée, comme le montrent les chiffres des balances commerciales spécialisées par branche. Les TGV s'exportent, alors que par ailleurs il n'y a pas par exemple d'ordinateur français de grande diffusion.

4 LES BESOINS DE L'INDUSTRIE ET LEUR EVOLUTION

Les besoins de l'industrie ont changé, parce que les modes de mise en œuvre des connaissances fondamentales dans l'industrie ont évolué.

Les dernières années ont ainsi vu le développement considérable des techniques numériques de modélisation et de simulation. En Électrotechnique comme ailleurs, le niveau de maturité de ces techniques est tel qu'ils constituent aujourd'hui des outils industriels considérés comme opérationnels, fiables, et surtout rentables. Leur sophistication atteint le stade où les couplages entre outils de calcul dédiés à des disciplines différentes est possible, et se développe. Les domaines couverts sont en particulier : le calcul des champs, le calcul des circuits linéaires (notamment réseaux), et le calcul des circuits non linéaires (notamment convertisseurs électroniques de puissance). Un enseignement disciplinaire actualisé ne peut ignorer cet état de fait.

Le cours d'Électrotechnique se doit de montrer comment les concepts des différentes techniques d'analyse sont à utiliser pour bâtir des macro-modèles des composants industriels. Ces macro-modèles peuvent différer selon les aspects que l'on désire privilégier dans la modélisation.

Toutefois, il convient de ne pas abuser des schématisations, et certaines approches par la physique de base sont irremplaçables.

4.1 Les interactions nécessaires entre l'Électrotechnique et les autres disciplines de l'ingénieur

L'électrotechnique n'est pas une discipline isolée. Les objets qu'elle étudie ne peuvent effectivement voir le jour que si tous les aspects importants de leur conception, c'est-à-dire en particulier mécaniques et thermiques, ont été pris en considération. La tenue mécanique des machines aux régimes permanents, aux régimes transitoires et aux régimes de défaut, les échauffements, interviennent dans le dimensionnement. Faute de s'en souvenir, on peut être conduit à des projets irréalisables.

Le point de vue réciproque est tout aussi important. On entend par là la nécessité de maîtriser les aspects électrotechniques pour faire de la conception dans d'autres disciplines. Concevoir un véhicule avec ses accessoires électriques, un système de conversion d'énergie, un entraînement dans un processus, etc. nécessitent de bien connaître les caractéristiques de principe et les limites des constituants électrotechniques auxquels on souhaite faire appel. L'optimisation de la conception globale des systèmes implique de savoir choisir en connaissance de cause entre les différentes variantes de moteur, d'alimentation de moteur, ... offertes par la technologie.

De façon un peu arbitraire, on peut distinguer comme principaux liens interdisciplinaires :

- **l'énergétique**, pour le choix optimal des constituants des systèmes de transformation de l'énergie

- la **mécanique**, pour le dimensionnement des structures destinées à supporter les éléments fonctionnels sur le plan électrique et magnétique. Dans ce même domaine, il faut inclure la dynamique des structures, car les machines électriques étant fréquemment source de vibration et de bruit, la maîtrise des comportements dynamiques peut avoir comme objectifs d'assurer la tenue dans le temps (fatigue), tout comme celui de respecter l'environnement par la réduction du rayonnement sonore.

- l'**électronique** du signal, discipline cousine, faisant largement appel aux mêmes lois physiques pour l'analyse des circuits. De plus, la place relative des constituants électroniques dans les systèmes électrotechniques a constamment tendance à s'accroître sous l'effet de deux facteurs :

- le recours à des dispositifs électroniques permet d'étendre le domaine d'emploi des machines électromagnétiques traditionnelles (extension du domaine de fréquence, vitesse variable, régulation, etc.)

- les technologies d'intégration de composants électroniques progressent et permettent par exemple d'intégrer très fortement les interrupteurs de puissance et leur commande rapprochée.

- la **robotique**, qui utilise presque exclusivement pour réaliser ses systèmes, des actionneurs électriques, qui a pour besoin d'en connaître exactement les possibilités d'emploi, voire qui suscite l'émergence de nouvelles technologies pour satisfaire ses contraintes spécifiques.

Enfin, la **thermique** joue un rôle essentiel dans un grand nombre d'applications (chauffage en technologies traditionnelles, chauffage par induction, etc.)

Pour terminer, ajoutons que :

- dans notre décor familial, il n'y a pas seulement la chaîne hi-fi et l'ordinateur multimédia, il y a aussi le klystron du four à micro-ondes, le moto-compresseur du réfrigérateur, le lave-linge qui utilise un convertisseur à découpage.

- dans un jouet télécommandé, il n'y a pas que de l'électronique sophistiquée
- grâce à la traction électrique, on se déplace souvent en ville, ou entre deux villes, plus vite que par tout autre moyen.

L'exemple du TGV, emprunté à ce dernier domaine, montre que les générations de locomotives se renouvellent presque aussi vite que les générations d'ordinateurs !

L'Électrotechnique étant une science innovante, la quantité de connaissances nécessaires pour la décrire s'est considérablement accrue. L'enseignement de la discipline, travaillant en général à temps alloué constant, se doit d'en tenir compte.

Dans bien des cas, l'Électrotechnique est une science qui ne s'étudie pas pour elle-même, mais parce que l'on a besoin de concevoir des systèmes qui reconditionnent ou utilisent de l'énergie. Mais réciproquement, c'est un peu une vue de l'esprit de penser que l'on peut concevoir, et a fortiori optimiser, des systèmes, sans rien savoir de ce qu'il y a dans les "boîtes noires" des électrotechniciens.

CHAPITRE I

GENERALITES

1 OBJET DU CHAPITRE

Ce premier chapitre a pour but de fournir des bases communes nécessaires à l'ensemble des chapitres suivants qui traitent chacun d'un thème particulier de la discipline Electrotechnique. Il vise à :

1) faire le lien avec les connaissances antérieurement acquises

2) donner des éléments pour le raisonnement et l'analyse qui seront constamment utiles et approfondis ultérieurement.

On y présente les lois de l'électromagnétisme, et l'on évoque succinctement les approches utilisées aujourd'hui pour des études appliquées en Electrotechnique.

L'électromagnétisme n'est normalement pas inconnu des lecteurs auxquels s'adresse ce document. Ceci amène donc, d'une part, à faire usage des éléments déjà connus, et notamment à renoncer à la plupart des démonstrations, et d'autre part, à recourir si besoin est à la répétition.

L'orientation particulière de ce cours est en fait de répondre au besoin d'étudiants fortement pluridisciplinaires : ce besoin est, entre autres, celui d'une consultation rapide, d'où l'insertion d'un index, et la place privilégiée donnée à des tableaux de synthèse.

2 CONTEXTE

La plupart des machines utilisées en Electrotechnique ont pour fonction d'apporter une réponse à un besoin fondamental, qui est de contribuer à convertir une forme d'énergie primaire en une autre forme d'énergie, plus appropriée à nos divers besoins. Les phénomènes mis en œuvre dans ces machines font appel aux lois physiques de l'électricité et du magnétisme.

Nous allons dans un premier temps rappeler ces lois.

Les milieux et les matériaux, naturels comme artificiels, peuvent être classés en isolants et conducteurs, selon leur comportement vis-à-vis des charges électriques élémentaires présentes dans la matière. Ces charges sont constituées par les protons et les électrons ; les électrons périphériques mobiles sont dits électrons de conduction.

Le courant électrique est le plus souvent la manifestation du déplacement de ces électrons de conduction dans un milieu conducteur. Ces électrons se déplacent alors sous l'action d'un champ électrique.

Les phénomènes magnétiques peuvent eux résulter, soit de l'action d'un courant électrique, (électromagnétisme) soit de propriétés de matériaux (magnétisme naturel). On retrouve à leur origine l'intervention des mêmes charges électriques élémentaires.

Historiquement, les phénomènes magnétiques naturels, les plus visibles, ont été les premiers remarqués et étudiés. A leur suite, les phénomènes électrostatiques, et l'effet des courants sur les champs magnétiques (en fait : les aimants) ont été découverts et analysés.

Les phénomènes inverses (induction), plus difficiles à observer, n'ont été qu'ultérieurement connus.

Dans une étape postérieure, les lois de l'électromagnétisme ont été formulées sous leur forme la plus générale par Maxwell, c'est-à-dire en tenant compte des couplages résultant de la variation des grandeurs dans le temps. Les équations de Maxwell sont souvent susceptibles d'être simplifiées en Electrotechnique, en fonction des hypothèses admissibles. Ainsi par exemple, on peut le plus souvent faire abstraction des phénomènes propagatifs. On retrouve alors les lois fondamentales de l'électromagnétisme sous une forme d'utilisation beaucoup plus simple, et couramment employée sur le plan industriel.

A une époque encore plus récente, l'étude de la relativité a fait apparaître que champ électrique et champ magnétique pouvaient se fondre dans une entité unique qui est le tenseur électromagnétique.

Il est difficile de dissocier l'Electrotechnique, en tant que discipline, de la mécanique, tant il est vrai qu'aujourd'hui encore, les phénomènes magnétiques sont souvent introduits de façon indirecte à partir de leurs conséquences mécaniques : on peut en effet mettre en évidence ces phénomènes à partir des forces d'interaction produites par un champ magnétique.

Enfin, un domaine qui connaît aujourd'hui un fort développement est la C.E.M., ou Compatibilité Electro Magnétique : elle étudie les relations entre deux systèmes, reliés par un environnement ou milieu électromagnétique, au travers d'un couplage. Le premier système, ou source, crée certaines conditions électromagnétiques dans le milieu de liaison, qui font que le comportement du second système, ou victime, se trouve significativement affecté. Suivant que le milieu de liaison est électriquement conducteur ou isolant, les phénomènes physiques qui interviennent sont de type conduction ou de type propagation, c'est-à-dire multiples. Les phénomènes étudiés dans le présent chapitre sont donc aussi à la base de l'analyse des problèmes de C.E.M.

2.1 Grandeurs physiques, notations, et symboles utilisés

2.1.1 grandeurs

Les principales grandeurs que nous considérons sont² :

- dans le domaine du courant, la densité surfacique de courant j , et l'intégrale de son flux, l'intensité i

- dans le domaine des champs, le champ magnétique H , l'induction magnétique B , le champ électrique E , l'induction électrique D (ou : déplacement électrique)

On notera le parallélisme formel :

H		B
champ magnétique (ampère par mètre)	\Leftrightarrow	(induction magnétique (V-s/m ²))
E		D
champ électrique (volt par mètre)	\Leftrightarrow	(induction électrique (A-s/m ²))

² Les unités utilisées dans ce polycopié sont les unités légales du système S I. Les grandeurs, termes, et symboles employés sont ceux utilisés par le Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), et comme tels sont conformes aux normes AFNOR, notamment NF X 02-205

Si l'on peut faire en effet, dans une certaine mesure, un parallèle entre les couples de grandeur E et D d'une part, H et B d'autre part, ces grandeurs ont néanmoins des natures tensorielles différentes :

- E est un vecteur covariant
- D est une densité contravariante
- H est une densité tensorielle antisymétrique deux fois contravariante
- B est un tenseur antisymétrique deux fois covariant

Pour les besoins des sujets à exposer dans le présent cadre, l'on se bornera à les considérer comme des vecteurs.

A ces quatre grandeurs de champ fondamentales s'ajoute une grandeur auxiliaire qui est le potentiel vecteur magnétique A , assez peu interprétable physiquement.

2.1.2 notations principales et valeurs usuelles

On utilisera, sauf indication contraire, les notations suivantes, les caractères minuscules désignant les valeurs instantanées des grandeurs, et les majuscules, leurs modules (dans le cas de grandeurs stationnaires) :

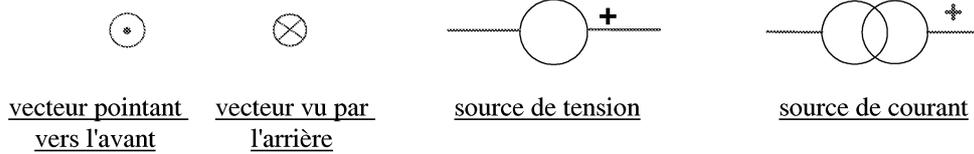
u, U	tension électrique ou différence de potentiel (d.d.p.), en volts
e, E	force électro-motrice (f.é.m.), en volts
i, I	courant électrique, en ampères
j, J	densité surfacique de courant, en ampères par mètre carré
b, B	induction magnétique, en teslas
B_r, J	induction (aimantation) rémanente
h, H	champ magnétique (ou excitation magnétique), en ampères par mètre ou en ampères-tours par mètre
ϕ, Φ	flux magnétique, en webers
l	longueur d'un circuit magnétique ou électrique, en mètres
n	nombre de tours, de spires, ou de conducteurs (sans dimension)
p, P	puissance, en Watts
w, W	énergie, en Joules ou en Wh et multiples
ρ_q	densité de charges électriques

	valeur typique	condu cteur	isolant	vide	air	magné tique	amagné tique
σ	conductivité électrique	10^8	10^{-6}	0		σ	σ
ρ	résistivité électrique (= $1/\sigma$)	10^{-8}	10^6	∞		ρ	ρ
μ	perméabilité magnétique absolue = $\mu_0\mu_r$			$1,2 \cdot 10^{-6}$			
μ_r	perméabilité magnétique relative	μ_r	1	1	1	1000	1
ϵ	permittivité diélectrique absolue = $\epsilon_0\epsilon_r$			$8,8 \cdot 10^{-12}$			
ϵ_r	permittivité diélectrique relative	1	1000	1		1	1

Les notations U, V, I, J seront utilisées de façon spécifique dans l'étude des réseaux triphasés.

2.1.3 symboles

On fera usage, entre autres, des symboles suivants :



2.2 Dualité

Le principe de dualité est un principe de transposition bijective entre deux groupes de concepts, qui permet d'étendre la généralité de certains résultats, d'un premier domaine à un second domaine.

Ce principe, très fécond en algèbre, trouve également différentes possibilités d'application en Electrotechnique. Il se distingue du simple raisonnement par analogie, par le fait qu'il est systématique, et qu'il s'applique à un ensemble fini de concepts, donc de façon plus rigoureuse. Ainsi, si l'on est parfois amené à utiliser l'analogie circuit électrique/circuit magnétique, le principe de dualité, lui s'applique notamment :

- 1) aux circuits électriques linéaires
- 2) aux composants interrupteurs en électronique de puissance.

La dualité pour les circuits se décrit comme suit :

élément	impédance Z	tension u	source de tension	série	nœud	etc.
élément dual	admittance Y	courant i	source de courant	parallèle	maille	

- ♦ **Exemple :** a) un condensateur ou une bobine peuvent être considérés comme des sources (respectivement : de tension, ou de courant) en transitoire, puisqu'ils stockent une énergie.
- b) une règle usuelle est qu'il faut éviter de court-circuiter un condensateur chargé (surintensité)
- c) la proposition duale est : "il faut éviter d'*ouvrir* un circuit comportant une inductance (surtension)".

Pour les raisonnements par transposition de domaine physique (force/tension, force/courant), on parle d'analogie et non de dualité, même si le formalisme des équations est alors strictement identique.

3 ASPECTS MATHÉMATIQUES : ANALYSE VECTORIELLE

3.1 Pseudo-vecteur, pseudo-scalaire

On distingue en analyse vectorielle les grandeurs *vraies* (ou encore *polaires*), qui sont indépendantes en signe ou en orientation d'une convention sur le repère d'axes, des *pseudo-grandeurs* (ou encore grandeurs *axiales*) qui sont dépendantes d'une telle convention. On trouve ainsi des scalaires vrais et des pseudo-scalaires, des vecteurs polaires (notés \vec{V}) et des pseudo-vecteurs (notés $\vec{\check{V}}$).

Il est en effet fréquemment important, dans l'étude des phénomènes électromagnétiques, de savoir orienter les actions des différents éléments (sources), de façon à déterminer le sens des effets produits, ou encore déterminer si ces effets sont additifs ou non.

Certaines grandeurs physiques, définies à partir d'un produit vectoriel notamment, sont des pseudo-vecteurs. Une force \vec{F} , le champ électrique \vec{E} , une vitesse \vec{V} sont des vecteurs polaires, le couple sur un arbre $\vec{\Gamma}$ et l'induction magnétique \vec{B} sont des pseudo-vecteurs.

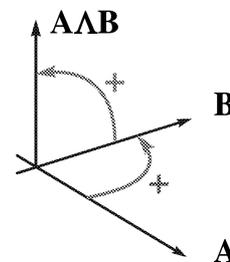
3.2 Produit vectoriel ; orientation des repères

On convient d'appeler trièdre *direct* (ou encore "à droite") un trièdre construit en tournant deux fois dans le sens positif usuel (trigonométrique). Un trièdre ne respectant pas ce principe sera dit *inverse*. La définition prise pour le trièdre direct constitue une convention ; en pratique, il en résulte la définition d'un sens de rotation positif. Le produit vectoriel ... ne fournit pas un vecteur, mais un tenseur. Pour lui associer un vecteur, on donne à celui ci, dans un repère direct, la définition suivante :

$$\vec{A} \wedge \vec{B} \begin{cases} A_y B_z - A_z B_y \\ A_z B_x - A_x B_z \\ A_x B_y - A_y B_x \end{cases}$$

Pour conserver le même vecteur associé, dans un repère inverse, une autre définition serait nécessaire. Nous choisirons toujours des trièdres directs. Si \vec{A} et \vec{B} ont pour composantes respectives (1, 0, 0) et (0, 1, 0), le produit ($\vec{A} \wedge \vec{B}$) permet de construire un repère basé sur le trièdre direct choisi :

$$\begin{cases} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{cases}$$



- si $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ est un trièdre direct, $\vec{B}, \vec{C}, \vec{A}$ et $\vec{C}, \vec{A}, \vec{B}$ sont **aussi** des trièdres directs.
- la main droite prise dans le sens : pouce, index, majeur, forme un trièdre direct (même chez les gauchers ...)
- le tire bouchon conventionnel, dit tire-bouchon "à droite", correspond au cas d'un trièdre direct (si on tourne de \vec{A} vers \vec{B} , on va vers \vec{C} dans le sens positif). Il réalise un vissage, au sens usuel de ce terme.

Les produits scalaires $\vec{A} \cdot \vec{B}$ et $\vec{C} \cdot \vec{D}$ sont des scalaires vrais. Le produit $\vec{A} \cdot \vec{C}$ est un pseudo-scalaire. En ce qui concerne les produits vectoriels, on a :

$$\begin{aligned} \vec{A} \wedge \vec{B} &= \vec{D} \\ \vec{A} \wedge \vec{D} &= \vec{C} \\ \vec{A} \wedge \vec{C} &= \vec{B} \end{aligned}$$

Les grandeurs électromagnétiques, comme déjà mentionné, ont des natures tensorielles différentes. Or, une égalité ne peut être écrite qu'entre grandeurs de même dimension et de même nature tensorielle ; à défaut, elle se trouvera remise en cause dans un changement de repère, ce qui n'est pas acceptable pour une loi physique³.

3.3 Opérateurs vectoriels

Les principaux opérateurs auxquels il est fait appel pour caractériser les propriétés locales d'un champ de vecteurs sont : le gradient, le rotationnel, et la divergence. Pour caractériser ce même champ de façon intégrale, c'est-à-dire globale, les opérateurs utilisés sont la circulation et le flux.

3.3.1 définitions

La circulation C d'un vecteur le long d'un contour Γ est l'intégrale

$$C = \int_{\Gamma} \vec{V} \cdot d\vec{l}$$

Cette définition s'applique au travail d'une force, et l'on parle parfois du "travail" de \vec{V} .

Le flux Φ d'un vecteur \vec{V} à travers une surface Σ de normale \vec{n} est l'intégrale

$$\Phi = \iint_{\Sigma} \vec{V} \cdot d\vec{n}$$

La divergence $\text{div } \vec{V}$ et le rotationnel $\text{rot } \vec{V}$ d'un champ sont définis respectivement par :

$$\text{div } \vec{V} = \frac{\partial \vec{V}_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{V}_y}{\partial y} + \frac{\partial \vec{V}_z}{\partial z} \quad \text{rot } \vec{V} = \begin{cases} \frac{\partial \vec{V}_z}{\partial y} - \frac{\partial \vec{V}_y}{\partial z} \\ \frac{\partial \vec{V}_x}{\partial z} - \frac{\partial \vec{V}_z}{\partial x} \\ \frac{\partial \vec{V}_y}{\partial x} - \frac{\partial \vec{V}_x}{\partial y} \end{cases}$$

On écrit, de façon symbolique :

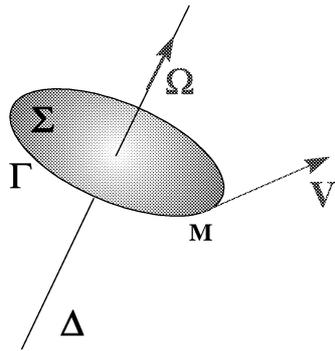
$$\text{div } \vec{V} = \vec{\nabla} \cdot \vec{V} \quad \text{rot } \vec{V} = \vec{\nabla} \wedge \vec{V} \quad \Delta \vec{V} = \nabla^2 \vec{V}$$

3.3.2 Sens physique des opérateurs rotationnel et divergence

♦ rotationnel

Le rotationnel d'un vecteur \vec{V} est la limite de la circulation de ce vecteur sur un contour Γ quand ce contour devient infiniment petit.

³ lorsque cela n'introduira pas de difficulté, on ne différenciera pas ces deux types de vecteurs dans les notations employées



$$r\vec{\text{rot}}\vec{V} = \lim\left(\oint_{\Gamma}\vec{V}\cdot d\vec{l}\right)$$

quand $\Gamma \rightarrow 0$

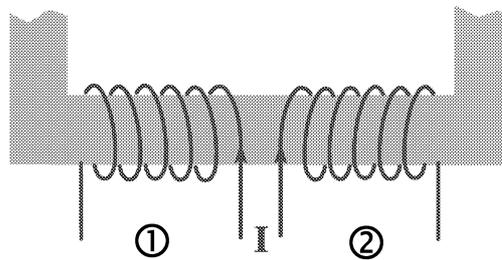
Si le vecteur représente une vitesse, au sens mécanique, d'un point M tournant avec une vitesse angulaire

$$\Omega = \sqrt{p^2 + q^2 + r^2}$$

autour de l'axe Δ d'équation

$$\frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q} = \frac{z-z_0}{r}$$

$r\vec{\text{rot}}\vec{V}$ a pour composantes : $2p$, $2q$, $2r$; il est égal au double du vecteur de rotation $\vec{\Omega}$. Si le vecteur représente une autre grandeur, l'analogie avec une vitesse reste valable : la non-nullité du rotationnel indique que son champ présente une "composante tournante". Le vecteur rotationnel est normal au plan où cette composante est la plus élevée. Enfin, le module du rotationnel est représentatif de l'intensité de cette composante. Nous pouvons noter dès à présent que les enroulements ① et ② de la figure ci-dessous, qui semblent avoir des orientations contraires, ont même sens de rotation et produisent des flux de même sens.



♦ divergence

La divergence est une sorte de gradient (scalaire) d'un flux ; on peut l'exprimer comme la somme des variations du flux Φ du vecteur (ramené à l'unité de volume) au travers des trois paires de faces parallèles [①, ②], [③, ④], [⑤, ⑥] formant la surface S qui délimite l'élément de volume $dv = dx dy dz$, lorsque celui-ci tend vers 0 :

$$\textcircled{1} \rightarrow \textcircled{2}$$

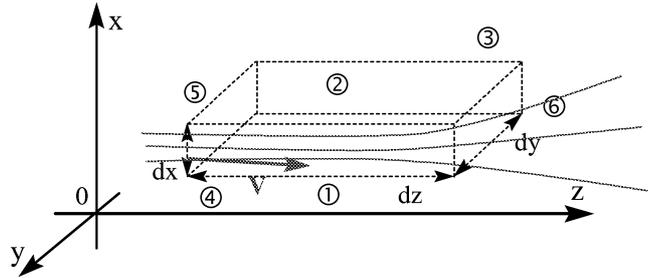
$$\textcircled{3} \rightarrow \textcircled{4}$$

$$\textcircled{5} \rightarrow \textcircled{6}$$

La variation de flux à travers une paire de faces parallèles s'écrit en effet :

$$\delta\Phi_z = \left(\Phi_z + \frac{\partial\Phi}{\partial z} dz \right) dx dy - \Phi_z dx dy = \frac{d\Phi_z}{dz} dv$$

$$\text{d'où :} \\ \operatorname{div} \vec{V}(M) = \lim \left(\frac{d\Phi}{dv} \right) \\ \text{quand } dv \rightarrow 0$$



La divergence caractérise la différence entre le flux entrant et le flux sortant. Cette différence peut provenir d'une variation du vecteur \vec{V} en module et/ou en orientation (ce qui signifie que les lignes de champ s'écartent mutuellement et *divergent*).

3.3.3 relations remarquables

Parmi l'ensemble des propriétés de ces opérateurs vectoriels, on retiendra l'expression des combinaisons suivantes, particulièrement utiles, découlant des définitions :

- pour le gradient

$$\operatorname{rot}(\operatorname{grad} V) = 0 \quad [r_1]$$

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} V) = \nabla^2 V = \Delta V \quad [r_2]$$

- pour le rotationnel

$$\operatorname{div}(\operatorname{rot} V) = 0 \quad [r_3]$$

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} V) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} V) - \nabla^2 V \quad [r_4]$$

$$\operatorname{div}(V \wedge U) = U \operatorname{rot} V - V \operatorname{rot} U \quad [r_5]$$

Il résulte de [r₁] que si un champ C a un rotationnel nul, il dérive d'un potentiel scalaire V.

Il résulte de même de [r₃] que si un champ C a une divergence nulle, il dérive d'un potentiel vecteur A.

La relation [r₄] sera utilisée notamment pour éliminer l'une des variables de champ entre les deux équations de couplage du modèle de Maxwell.

3.3.4 Différentielle totale exacte

Une différentielle totale dZ d'une fonction Z (ici de 2 variables), $dZ = X dx + Y dy$, est une différentielle totale exacte si

$$\frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial Y}{\partial x}$$

Une différentielle est notée δZ lorsqu'elle ne possède pas cette propriété.

La relation ci-dessus exprime que l'intégration de dZ entre deux points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) est indépendante du trajet d'intégration.

Lorsque la circulation élémentaire d'un vecteur est une différentielle exacte, la circulation de ce vecteur entre deux points est dite conservative, c'est-à-dire qu'elle ne dépend pas du trajet suivi. Cette circulation est nulle le long d'un contour fermé.

Lorsque le flux d'un vecteur \vec{A} au travers d'une surface Σ ouverte ne dépend que du contour Γ sur lequel s'appuie cette surface, ce vecteur est dit à flux conservatif. Le flux d'un tel vecteur au travers d'une surface Σ fermée est nul.

3.3.5 application à B et E

En ce qui concerne les grandeurs utiles en Electrotechnique, le flux de l'induction magnétique \vec{B} est conservatif, et la circulation du champ électrostatique \vec{E} est conservative, ce qui correspond à :

$$\begin{cases} \text{div} \vec{B} = 0 \\ \text{rot} \vec{E} = \vec{0} \end{cases}$$

3.4 Transformations intégrales

Les formules de Stokes et de Green-Ostrogradsky permettent de relier les grandeurs locales caractérisant un champ de vecteurs avec des grandeurs intégrales. Ces formules ne font pas référence à la nature physique du champ considéré. Elles sont toutefois essentielles pour interpréter les propriétés physiques des champs électriques et magnétiques.

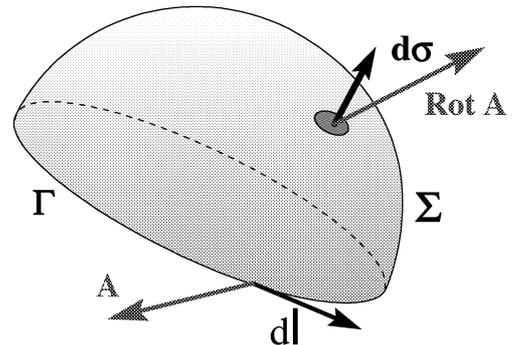
3.4.1 formule de Stokes

La circulation d'un vecteur \vec{A} le long d'un contour fermé Γ est égale au flux de son rotationnel au travers d'une surface Σ délimitée par Γ :

$$\oint_{\Gamma} \vec{A} \cdot d\vec{l} = \iint_{\Sigma} \text{Rot}(\vec{A}) \cdot d\vec{\sigma}$$

Il en résulte que si $\text{rot} \vec{A} = \vec{0}$, la circulation de \vec{A} est conservative. C'est le cas si \vec{A} est un gradient.

Le champ électrostatique \vec{E} possède cette propriété.



3.4.2 formule de Green-Ostrogradski

Le flux d'un vecteur \vec{A} sortant d'une surface Σ est égal à l'intégrale de sa divergence étendue au volume V délimité par Σ .

$$\iint_{\Sigma} \vec{A} \cdot d\vec{\sigma} = \iiint_V \text{div}(\vec{A}) \cdot dv$$

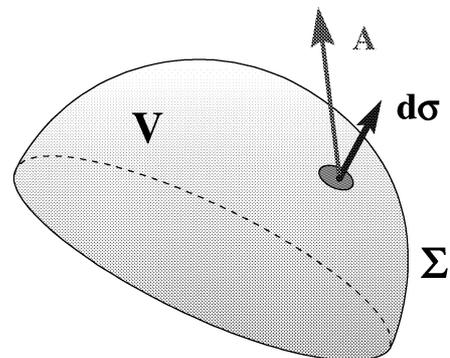
Il en résulte que si $\text{div} \vec{A} = 0$, le flux est conservatif.

C'est le cas si \vec{A} est un rotationnel.

L'induction magnétique \vec{B} possède cette propriété, commune à toutes les grandeurs incompressibles :

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$$

où \vec{A} est le potentiel-vecteur magnétique.



3.5 Propriétés des champs de vecteurs

Soit un champ spatial de vecteurs $C(r)$, susceptible de représenter une grandeur physique quelconque : vitesse, force, champ électrique, champ magnétique, ... ; il existe pour ce champ six propriétés essentielles.

- propriété ① - si C est tel que $\text{rot } C = 0$: il s'agit d'un champ irrotationnel, ou radial
alors C est de la forme $C = -\text{grad } \Phi$

il dérive du potentiel scalaire Φ (cf. éq. [r₁])

- si C est tel que $\text{div } C = 0$,

alors C est de la forme $C = \text{rot } A$

il dérive du potentiel vecteur A (cf. éq. [r₃])

- propriété ②

Tout champ $C(r)$ peut être décomposé sous la forme :

$$C(r) = \text{rot } A(r) - \text{grad } \Phi(r),$$

où $A(r)$ et $\Phi(r)$ sont respectivement un potentiel vecteur et un potentiel scalaire.

Cette propriété résulte du théorème de Helmholtz.

En d'autres termes, tout champ peut être décomposé en une somme d'un champ rotationnel et d'un champ irrotationnel, ou encore d'un champ à flux conservatif et d'un champ à circulation conservative.

- propriété ③

La connaissance de la divergence $\text{Div } (C)$ et du rotationnel $\text{Rot } (C)$ d'un champ quelconque $C(r)$ suffit à caractériser ce champ.

- propriété ④

Un champ rotationnel C n'est pas complètement défini par $C = \text{rot } A$; il est nécessaire de rajouter une condition sur A . C'est ce que l'on fera pour le potentiel-vecteur magnétique A en rajoutant la condition : $\text{div } A = 0$

- propriété ⑤

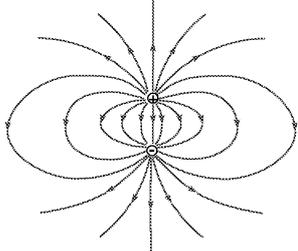
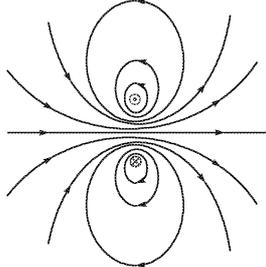
- ♦ un champ irrotationnel ($\text{rot } C = 0$) ne peut pas présenter de lignes de champ fermées
- ♦ un champ à divergence nulle ($\text{div } C = 0$) ne peut avoir de point singulier où convergent les lignes de champ.

- propriété ⑥

Le passage dans l'espace de Fourier permet de montrer l'équivalence :

$$\begin{aligned} \text{champ rotationnel} &= \text{champ transverse} \\ \text{champ irrotationnel} &= \text{champ longitudinal} \end{aligned}$$

Le tableau ci-dessous regroupe une partie de ces propriétés (champ d'induction magnétique et champ électrostatique)

<i>champ</i>	<i>exemples</i>	<i>nature</i>	<i>propriétés</i> rot $C = 0$		
irrotationnel	\vec{E}_s	longitudinal	alors $C = -\text{grad } \Phi$ <i>circulation</i> <i>conservative</i>	\exists points de convergence des lignes de champ	
rotationnel	\vec{B}	transverse	alors $C = \text{rot } A$ <i>flux</i> <i>conservatif</i>	\exists lignes de champ fermées	

Les équations de Maxwell, qui déterminent les rotationnels et les divergences respectives de \vec{B} et de \vec{E} , sont suffisantes pour décrire un champ électromagnétique.

4 ASPECTS PHYSIQUES

4.1 Interactions entre particules

Il existe quatre types d'interactions entre particules qui sont, par ordre d'importance décroissante :

- 1) l'interaction forte (intra-nucléaire)
- 2) l'interaction électromagnétique
- 3) l'interaction faible (dite de Fermi)
- 4) l'interaction gravitationnelle.

L'Electrotechnique s'intéresse principalement à la seconde forme d'interaction.

4.1.1 types d'interactions

1) interaction forte

Il s'agit de la force de cohésion des noyaux atomiques. La particule associée est le gluon.

2) électromagnétisme

Cette interaction agit de façon identique à toutes les échelles (échelle particulière, échelle humaine, échelle cosmique). Elle concerne un très grand nombre de domaines physiques :

optique, acoustique, élasticité, électrochimie, ... sont la manifestation macroscopique de l'interaction électromagnétique à l'échelle moléculaire.

La particule associée à l'électromagnétisme est le photon.

3) interaction faible

Cette interaction, responsable de la désintégration β , est représentée dans le domaine particulaire par les bosons intermédiaires. Elle est unifiée aujourd'hui avec la précédente (interaction électro-faible)

4) gravitation

Il s'agit de l'attraction mutuelle entre les masses. Il n'a pas été mis en évidence d'ondes gravitationnelles.

4.1.2 Electrostatique

L'électrostatique est habituellement l'objet d'un intérêt moindre que l'électromagnétisme, dans la mesure où ce domaine ne donne pas naissance à des procédés de conversion d'énergie de grande puissance exploitables industriellement. Il existe néanmoins des générateurs électrostatiques, ils ont surtout un intérêt pour les laboratoires.

L'intérêt pour l'électrostatique est plutôt lié au besoin d'étudier la *tenue diélectrique* des matériels, c'est-à-dire leur comportement en présence de niveaux de tension, parfois élevés sous lesquels on est amené à les faire fonctionner en vue de résultats économiques satisfaisants.

On se borne ici à rappeler les principales équations.

4.1.2.1 Interaction électrostatique ; loi de Coulomb

Les charges électriques élémentaires, au niveau atomique, sont celles des protons (positifs) et des électrons (négatifs). Elles ont une valeur unique, universelle, et invariable dans le temps et dans l'espace. Leur valeur est exprimée dans le système S I par :

$$\begin{array}{ll} q_e = - 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} & (m_e = 0,9 \cdot 10^{-30} \text{ kg}) \\ q_p = + 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} & (m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}) \end{array}$$

Ces charges sont responsables aussi bien des phénomènes électriques que magnétiques.

Les phénomènes magnétiques résultent en effet des interactions entre le champ électrique moléculaire et les moments magnétiques des atomes voisins.

On peut poser

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}$$

(champ créé dans le vide par une particule de charge q coulombs) La valeur de la constante ϵ_0 est précisée plus loin. L'action d'un champ électrostatique sur une charge est décrite par :

$$\vec{f} = q\vec{E}$$

La loi de Coulomb exprime l'attraction entre deux charges ponctuelles q et q' :

$$\vec{f} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q q'}{r^2} \vec{u}$$

4.1.3 Théorème de Gauss

Le flux d'un vecteur ayant pour définition $\vec{V}(r) = \frac{\vec{u}}{r^2} \left(= \frac{\vec{r}}{r^3} \right)$, r étant la distance de l'origine du vecteur par rapport à un point central O , est conservatif. Il en est de même pour tous les champs de cette forme. Ceci peut être montré simplement en vérifiant que $\text{div} \left(\frac{\vec{u}}{r^2} \right) = 0$.

L'angle solide possède cette propriété. Le théorème de Gauss considère le flux Ψ du champ électrique créé à travers une surface fermée Σ par un ensemble de charges q_i ; si les charges q_i sont intérieures à la surface S , le flux est donné par :

$$\Psi = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

Il résulte du théorème de Gauss que le flux Ψ au travers d'une surface fermée ne comportant pas de charges électriques est nul, et que le flux créé à travers une surface fermée par une charge extérieure est nul.

4.1.3.1 Equation de Poisson

Si l'on a une distribution volumique de charges :

$$\sum q_i = \iiint \rho_q dx dy dz$$

On peut écrire, à partir du théorème de Gauss

$$\Psi = \iint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint \rho_q dv$$

On peut par ailleurs écrire, d'après la formule d'Ostrogradsky :

$$\Psi = \iint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint \text{div} \vec{E} \cdot dv$$

Comme ces deux expressions sont vraies, on a :

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho_q}{\epsilon_0}$$

Cette dernière équation constitue une équation de Poisson.

On retrouve que le flux électrostatique n'est conservatif que dans les régions où il n'y a pas de charge électrique.

4.2 Comparaison des propriétés des champs statiques E et B

Les relations entre E et B ne sont découplées que pour des phénomènes indépendants du temps. Dans cette hypothèse, leurs propriétés dans le vide sont résumées par le tableau suivant :

<u>électrostatique</u>	<u>magnétostatique</u>
\vec{E} dérive d'un potentiel scalaire V :	\vec{B} est défini par un potentiel-vecteur \vec{A} :
$\vec{E} = -\text{grad}V$	$\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$
le potentiel V satisfait à l'équation de Laplace	le potentiel \vec{A} satisfait à l'équation de Laplace
$\Delta V = -\frac{\rho_q}{\epsilon_0}$	$\Delta \vec{A} = -\mu_0 \cdot \vec{i}$
la circulation de \vec{E} est conservative	la circulation de \vec{B} n'est pas conservative en général
$\Sigma \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$	elle est donnée par le théorème d'Ampère
ce qui est équivalent à	$\Sigma \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \vec{i}$
$\text{rot}(\vec{E}) = 0$	
le flux de \vec{E} n'est pas constant en général	le flux de \vec{B} est conservatif
il est donné par le théorème de Gauss	$\Sigma \Sigma \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$
$\Sigma \Sigma \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$	ce qui est équivalent à
	$\text{div}(\vec{B}) = 0$
le champ électrostatique est un champ newtonien	le champ d'induction magnétique est un
(cf. gravitation)	champ
il vérifie une équation de Poisson	laplacien
$\Delta V = -\frac{\rho_q}{\epsilon_0}$	

4.3 Propriétés des différents milieux

On va considérer les milieux, en Electrotechnique, selon leur comportement vis-à-vis de

- a) la conductibilité électrique :
 - milieux conducteurs
 - ou milieux isolants
- b) la perméabilité magnétique :
 - milieux perméables (dits : magnétiques)
 - ou milieux peu perméables (dits : non magnétiques).

Ces deux classifications sont indépendantes.

4.3.1 vide

Le vide (l'absence de matière) a des propriétés électromagnétiques ; c'est ainsi !

Il est caractérisé par les deux coefficients ϵ_0 et μ_0 , qui relient respectivement E et D, et H et B :

$$D = \epsilon_0 E \quad \text{et} \quad B = \mu_0 H$$

Ces coefficients ont pour valeurs :

$$\epsilon_0 \cong \frac{1}{36\pi 10^9} \text{ (unité : farad/mètre)} \quad \mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ (unité : henry/mètre)}$$

4.3.2 milieux matériels

Dans un milieu matériel, les propriétés absolues sont reliées aux propriétés du vide par :

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \quad \mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

où ϵ_r et μ_r sont les valeurs relatives (sans dimension) de ces paramètres. Un milieu non magnétique est caractérisé par $\mu_r = 1$. La perméabilité correspond au cas $\mu_r > 1$.

Un milieu conducteur est caractérisé par $\epsilon_r = 1$.

Un milieu isolant a souvent pour caractéristique $\mu_r = 1$.

Les relations entre les grandeurs s'écrivent

$$\begin{array}{l} D = \epsilon E + P_e \\ B = \mu H + B_r \end{array}$$

avec : ϵ_0 , μ_0 propriétés du vide, ϵ_r , μ_r propriétés relatives et ϵ , μ propriétés absolues du matériau, B_r (ou J) aimantation, et P_e polarisation électrique du milieu.

La relation entre D et E est généralement linéaire (ϵ constant). Au contraire, la relation liant H et B est fréquemment non linéaire (μ est fonction de H). L'air est équivalent à du vide (μ_0) sur le plan magnétique. Sur le plan électrique, l'air sec peut également être assimilé à du vide (ϵ_0). Sa tenue diélectrique (valeur de tension électrique qu'il peut supporter sans amorçage) est d'environ 30 000 volts pour 1 cm. Cette propriété est néanmoins tributaire de la température et du taux d'humidité.

Les coefficients des matériaux : perméabilité μ , permittivité ϵ , et conductivité σ , peuvent être :

- des scalaires (matériaux isotropes)
- des tenseurs (matériaux anisotropes)

Dans ce dernier cas, on a des relations de la forme : $D_j = \epsilon_{ij} \cdot E_j$ $B_i = \mu_{ij} \cdot H_j$

4.3.3 Milieux conducteurs

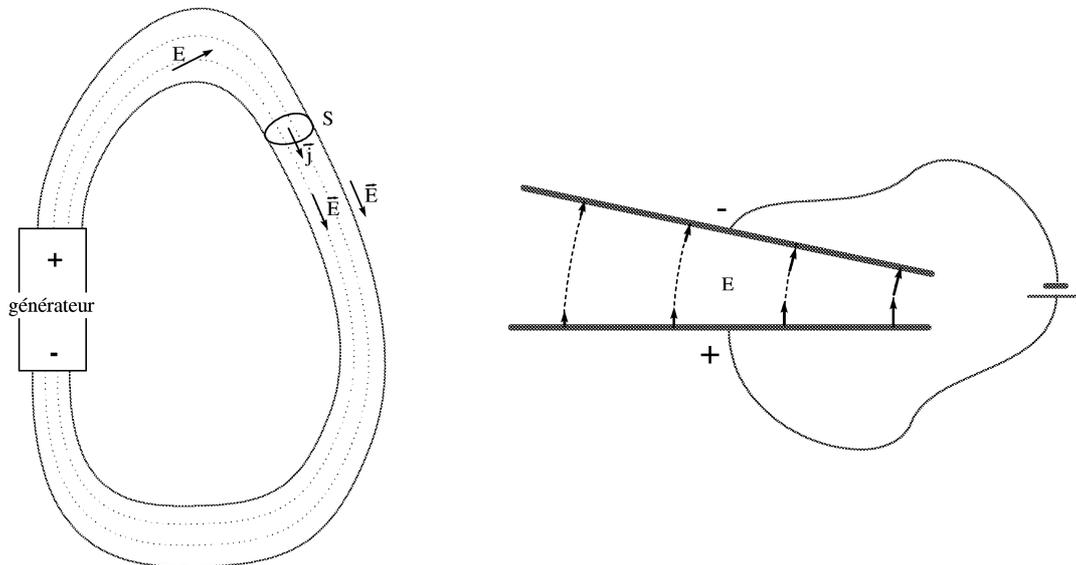
La conduction du courant dans un milieu solide conducteur est due au déplacement des électrons de conductivité.

L'intensité au travers d'une section S d'un tel milieu conducteur filiforme est obtenue par l'intégrale de la densité de courant \vec{j} , et correspond au passage à travers S d'une quantité de courant Q durant l'unité de temps :

$$I = \frac{dQ}{dt} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

En l'absence de courant, le conducteur est en équilibre électrostatique (conducteur équipotentiel), et le champ électrique E est nul en tout point intérieur à ce conducteur. La production d'un courant est obtenue par la création d'un champ électrique E dans le conducteur par un générateur créant une différence de potentiel entre deux points du conducteur. Les lignes de courant sont aussi des lignes du champ électrique E , auxquelles le vecteur E est tangent en tout point.

Le champ électrique lié au courant garde par continuité même direction et même module à l'extérieur proche du conducteur, alors qu'un champ d'origine extérieure est normal à la surface d'un conducteur équipotentiel (schémas).



Le champ électrostatique E dérive du potentiel V

$$\vec{E} = -\text{grad}V$$

4.3.4 Loi d'Ohm

La loi d'Ohm relie la densité de courant locale \vec{j} dans un conducteur au champ électrique \vec{E} qui crée le mouvement des électrons

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E} \quad (\text{ou } \vec{E} = \rho \vec{j})$$

où σ et ρ sont respectivement la conductivité et la résistivité électriques du milieu.

A l'échelle macroscopique, cette loi relie la tension entre deux points A et B par l'intermédiaire de la résistance électrique totale entre ces deux points

$$V_A - V_B = R_{AB} \cdot I$$

Si le conducteur est homogène et a une section constante entre A et B, la résistance R_{AB} se détermine simplement

$$R_{AB} = \rho \frac{l}{S} = \frac{l}{\sigma S}$$

4.3.5 Supraconductivité

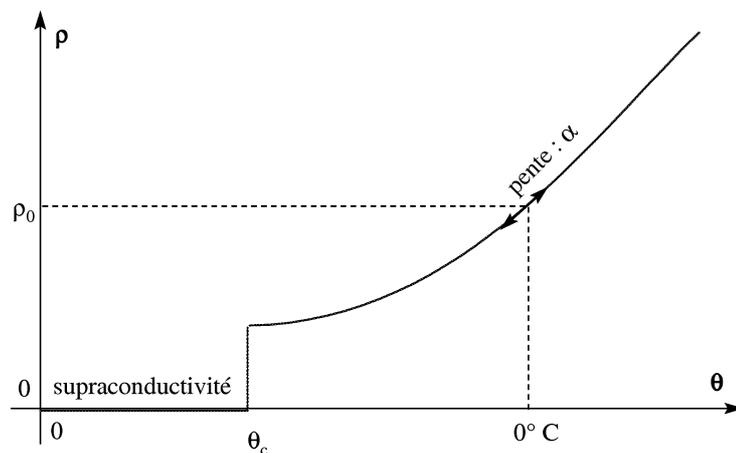
L'influence de la température sur le comportement d'un conducteur amène à distinguer fondamentalement deux situations :

1) la plage des températures très basses (de 0°K à quelques $^\circ \text{K}$) où la résistivité ρ du conducteur est nulle ; le matériau est dit supraconducteur

2) la plage des températures usuelles (par exemple de 200°K à 300°K) où la résistivité suit une loi sensiblement linéaire en fonction de la température θ

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \theta)$$

où α est un coefficient et θ la température en $^\circ \text{C}$ (schéma)



5 MODELE DE MAXWELL : PROPRIETES LOCALES

Les grandeurs de base qui interviennent dans ce modèle sont les 5 grandeurs fondamentales définies initialement : \vec{E} champ électrique, \vec{D} induction électrique, \vec{H} champ ou excitation magnétique, \vec{B} induction magnétique, et \vec{j} densité de courant.

Plus précisément, concernant le courant :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \text{est la densité de courant de conduction (conducteurs)}$$

$$\vec{j}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{est la densité de courant de déplacement (mouvement des charges}$$

dans les isolants, tels que le diélectrique d'un condensateur).

On note que \vec{j}_d ne peut être non nul *que si le champ électrique \vec{E} est variable*. En effet, du fait de l'absence d'électrons de conduction, un courant ne peut résulter que de l'influence électrostatique exercée dans l'isolant de molécule à molécule. On verra que de même, il ne peut y avoir de tension induite d'origine magnétique *que si le champ magnétique est variable*.

5.1 Cas général

Les équations locales de Maxwell s'écrivent :

5.1.1 Equations de couplage

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad [\text{M}_1]$$

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \quad [\text{M}_2]$$

5.1.2 Equations de conservation

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad [\text{M}_3]$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho_q \quad [\text{M}_4]$$

Ces équations sont complétées par les équations des matériaux, déjà rencontrées :

$$\begin{cases} \vec{B} = \mu\vec{H} (+\vec{B}_r) \\ \vec{D} = \epsilon\vec{E} (+\vec{P}_e) \end{cases}$$

On note que si $\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = 0$, on retrouve $\text{rot}\vec{E} = \vec{0}$ (champ électrostatique).

Les équations de conservation se déduisent des équations de couplage, à partir de l'équation de conservation des charges électriques dans un volume donné :

$$\text{div}\vec{j} + \frac{\partial\rho_q}{\partial t} = 0$$

Appliquons en effet la relation remarquable [r₃] : $\text{div}(\text{rot}\vec{A}) = 0$ à [M₁] et [M₂].

Il s'ensuit :

$$\begin{aligned} \text{div}\left(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right) &= \frac{\partial}{\partial t}\text{div}\vec{B} = 0 \Rightarrow \text{div}\vec{B} = 0 \\ \text{div}\left(\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right) &= \text{div}\vec{j} + \text{div}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = \text{div}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial t}\text{div}\vec{D} \Rightarrow \text{div}\vec{D} = \rho_q \end{aligned}$$

5.2 Cas particuliers

5.2.1 milieux à propriétés constantes

Dans un milieu linéaire, isotrope, homogène, et stationnaire (ϵ , μ , et σ constants dans le temps, et scalaires), et si l'on suppose de plus l'absence de charges électriques : $\rho_q = 0$, les équations de couplage peuvent être formulées de manière pratiquement symétrique :

$$\text{rot}\vec{E} = -\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$$

$$\text{rot}\vec{H} = \epsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \sigma\vec{E}$$

En prenant le rotationnel des équations de couplage, on peut écrire des équations séparées pour chaque champ C :

$$\text{rot}(\text{rot}\vec{C}) = \text{grad}(\text{div}\vec{C}) - \Delta\vec{C} \quad (\text{relation [r}_4\text{)})$$

Menons parallèlement le calcul pour \vec{B} et \vec{E} ,

♦ par application à \vec{E} :

$$\text{rot}(\text{rot}\vec{E}) = -\mu \frac{\partial}{\partial t}(\text{rot}\vec{H})$$

$$\text{rot}(\text{rot}\vec{E}) = -\mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\text{div}\vec{E} = \rho_q / \epsilon$$

$$\text{si } \rho_q = 0, \text{ grad}(\text{div}(\vec{E})) = 0$$

♦ par application à \vec{B} :

$$\text{rot}(\text{rot}\vec{B}) = +\mu\epsilon \frac{\partial}{\partial t}(\text{rot}\vec{E}) + \mu\sigma \text{rot}\vec{E}$$

$$\text{rot}(\text{rot}\vec{B}) = -\mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \Rightarrow \text{grad}(\text{div}(\vec{B})) = 0$$

Il reste :

$$\Delta\vec{E} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta\vec{B} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

On pourrait de même écrire l'équation relative au potentiel-vecteur A ($B = \text{rot} A$)

En résumé, en posant $\chi^2 = 1/\epsilon\mu$, on a dans tous les cas :

$$\Delta C = \mu\epsilon \frac{\partial^2 C}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial C}{\partial t} \quad \text{avec } C = E, B, \text{ ou } A$$

Suivant les valeurs des constantes physiques ϵ , μ , σ , le phénomène prépondérant peut être :

- une diffusion (courants de Foucault)

$$\Delta C = \mu\sigma \frac{\partial C}{\partial t} \quad \text{①}$$

- une propagation d'onde

$$\Delta C = \mu\epsilon \frac{\partial^2 C}{\partial t^2} \quad \text{②}$$

Si de plus les phénomènes électromagnétiques sont de nature sinusoïdale ($C = C_0 \sin \omega t$), la condition sur les paramètres physiques s'écrit :

$$\omega \ll \frac{\epsilon}{\sigma} : \text{diffusion (basses fréquences)}$$

$$\omega \gg \frac{\epsilon}{\sigma} : \text{propagation (hautes fréquences)}$$

Dans ce dernier cas, l'équation devient une équation de Helmholtz vectorielle

$$\Delta C + \omega^2 C = 0 \quad \text{avec } C = E, B, \text{ ou } A$$

5.2.2 milieux isolants

Un tel milieu est défini par $\sigma = 0$.

Le terme de diffusion est alors nul. La solution est de type propagatif ②.

5.2.3 cas du vide

Le vide ne comporte ni courants ni charges : $\vec{j} = \vec{0}$ $\rho_q = 0$.

De plus, dans le vide, ϵ et μ ont les valeurs particulières ϵ_0 et μ_0 .

La solution est également de type propagatif ②.

5.3 Propagation des ondes électromagnétiques

Considérons un milieu de propagation donné, avec $\vec{j} = \vec{0}$. Du fait de cette hypothèse, les équations de couplage se simplifient directement

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad [M'_1]$$

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad [M'_2]$$

Les équations [M'_1] et [M'_2] montrent que les deux champs E et B s'entrelient mutuellement. En effet un champ magnétique B variable $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq \vec{0}$ crée un champ électrique, et donc un courant de déplacement j_d , qui engendre lui même un champ magnétique induit.

En fait la source de champ peut être elle-même, soit une source de champ électrique, soit une source de champ magnétique.

5.4 Energie et puissance électromagnétique

On admet que le flux du vecteur de Poynting S_p

$$\vec{S}_p = \vec{E} \wedge \vec{H}$$

au travers de la surface Σ , délimitant le volume \mathcal{V} , représente la puissance électromagnétique $P_{ém}$ apportée au volume \mathcal{V} ; d'après la relation de Green-Ostrogradski

$$\|P_{ém}\| = \iint_{\Sigma} \vec{S}_p \cdot d\vec{\sigma} = \iiint_{\mathcal{V}} \text{div}(\vec{E} \wedge \vec{H}) d\mathcal{V}$$

On utilise la relation vectorielle générale [r₅] : $\text{div}(\mathbf{U} \wedge \mathbf{V}) = \mathbf{V} \text{rot} \mathbf{U} - \mathbf{U} \text{rot} \mathbf{V}$ pour écrire une expression de l'énergie locale

$$\|P_{ém}\| = \iiint_{\mathcal{V}} \left[\vec{H} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{E} \cdot \vec{j} \right] d\mathcal{V} = \frac{\partial W_{ém}}{\partial t}$$

Si \mathcal{V} est un volume unitaire, et si dans ce volume la densité de courant \vec{j} est nulle, la densité volumique d'énergie électromagnétique $w_{ém}$ a pour expression

$$w_{em} = \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B} + \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} = \frac{1}{2} \mu H^2 + \frac{1}{2} \varepsilon E^2$$

Il est important de noter la proportionnalité de W_{em} à μ , c'est-à-dire aussi à μ_r : on voit l'intérêt du recours aux matériaux magnétiques pour la constitution des machines.

5.4.1 Energie et puissance rayonnées

L'équilibre énergétique en champ lointain correspond à

$$\varepsilon E^2 = \mu H^2 \quad [e_1]$$

Le vecteur de Poynting détermine aussi la direction de la propagation et la densité de puissance propagée : les champs électromagnétiques se propagent dans la direction z telle que (E, B, z) est un trièdre direct, et à la vitesse

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

χ est la célérité de l'onde dans le milieu.

5.4.2 nature du champ

En fonction de la distance d'observation d , on est amené à distinguer deux situations :

Appelons $\lambda = \frac{\chi}{f} = \chi\tau$ la longueur d'onde dans le milieu considéré, avec

τ période = $1/f$ fréquence.

1) on a pour $d < \lambda / 2\pi$:

un rayonnement en champ proche

La situation (champ électrique ou champ magnétique prépondérant) est déterminée par la source.

2) on a pour $d > \lambda / 2\pi$:

un rayonnement en champ lointain

L'équilibre énergétique s'opère entre les deux champs :

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0\mu_r}{\varepsilon_0\varepsilon_r}} = 120\pi \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \quad (\text{résulte de } [e_1])$$

Le rapport E/H est appelé impédance caractéristique du milieu de propagation.

Pour le vide, l'impédance caractéristique a la valeur $120\pi = 377$ (en Ω), et la célérité des ondes χ a pour valeur = $3 \cdot 10^8$ m/s.

5.5 approximation dite de l'Electrotechnique

L'Electrotechnique exploite les équations de Maxwell sous des hypothèses particulières d'une part ; d'autre part, elle établit, au moyen de ces équations, des formulations équivalentes d'utilisation pratique plus immédiate qui sont : le théorème d'Ampère, et la loi de Faraday.

Ces deux formulations permettent de rendre compte respectivement des transformations d'énergie : électrique \rightarrow magnétique, et magnétique \rightarrow électrique.

La première transformation est valable pour tous types de courants, y compris le courant continu.

La seconde transformation exige une variation de l'état magnétique du système, qu'elle résulte du déplacement relatif de deux éléments (par exemple dans une machine tournante), ou de la variation du phénomène électrique donnant lui même naissance au champ magnétique (par exemple dans une machine statique, ou encore dans une machine tournante à courant alternatif).

D'une façon générale, les équations de Maxwell exprimant des propriétés locales, on fera fréquemment en Electrotechnique l'hypothèse d'une homogénéité des milieux, de telle sorte que ces équations locales soient intégrables simplement, par un moyennage spatial.

Les vitesses et les fréquences mises en jeu sont relativement faibles.

La longueur d'onde λ résulte des valeurs numériques généralement rencontrées pour les paramètres

$$\begin{array}{lll} c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} & & c = c / \epsilon_r \mu_r \\ \epsilon_r = 1 & \mu_r < 1000 & \tau > 10^{-3} \text{ s} \end{array}$$

Il s'ensuit : $\lambda > 300 \text{ m}$, valeur très supérieure en général aux dimensions caractéristiques des systèmes considérés (sauf : lignes de transport)

Ceci permet de négliger les courants de déplacement :

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \ll \vec{j} \Rightarrow \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cong \vec{0}$$

Les équations deviennent alors :

$$\begin{array}{l} \text{couplage} \\ \text{conservation} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right.$$

$$\text{complétées par :} \quad \text{div} \vec{B} = 0$$

$$\begin{array}{l} \text{matériaux} \\ \text{loi d'Ohm} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \vec{B} = \mu \vec{H} (+\vec{B}_r) \\ \vec{j} = \sigma \vec{E} \end{array} \right.$$

Les équations concernant D ne sont pas conservées car non utiles.

Dans les équations de couplage, la dépendance en temps disparaît pour H mais subsiste pour E.

On peut les interpréter en disant que :

- le champ magnétique "s'enroule" autour du courant qui le crée,
- de même, les lignes de courant s'enroulent autour des lignes de champ magnétique, à l'intérieur d'un milieu conducteur (courants de Foucault).

6 ELECTROMAGNÉTISME : PROPRIETES GLOBALES

Après avoir exposé la formulation de Maxwell, on va montrer la correspondance entre cette formulation et les lois de l'électromagnétisme sous leur forme usuelle.

6.1 Equivalence entre équations de Maxwell et forme usuelle des équations de l'électromagnétisme

Les équations locales de Maxwell ont les correspondances suivantes avec les lois de l'électromagnétisme macroscopique :

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & [M_1] & \Leftrightarrow & \text{loi de l'induction de Faraday} \\ \text{rot} \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & [M_2] & \Leftrightarrow & \text{théorème d'Ampère généralisé} \\ \text{div} \vec{B} &= 0 & [M_3] & \Leftrightarrow & \text{conservation du flux de l'induction magnétique} \\ \text{div} \vec{D} &= \rho_q & [M_4] & \Leftrightarrow & \text{théorème de Gauss} \end{aligned}$$

Le raisonnement pour établir la correspondance local/global consiste, pour chacune des deux transformations, électrique \rightarrow magnétique et magnétique \rightarrow électrique :

1) à opérer une intégration spatiale sur une surface Σ de l'une des équations de couplage ❶,

2) puis à appliquer la formule de Stokes sur Σ et son contour Γ ❷. (cf. plus haut l'interprétation du rotationnel)

◆ Pour la première transformation,

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} \Leftrightarrow \iint_{\Sigma} \text{rot}(\vec{H}) \cdot d\vec{\sigma} = \iint_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{\sigma} \quad \text{❶}$$

$$\iint_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{\sigma} = \sum_{\Sigma} I = n I$$

$$\iint_{\Sigma} \text{rot}(\vec{H}) \cdot d\vec{\sigma} = \oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad \text{❷}$$

On retrouve le théorème d'Ampère :

$$n I = \oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

Si H est uniforme sur le contour Γ , la circulation se ramène à un simple produit ; d'où

$$n I = H l$$

◆ Pour la seconde transformation :

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Leftrightarrow \iint_{\Sigma} \text{rot}(\vec{E}) \cdot d\vec{\sigma} = -\iint_{\Sigma} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{\sigma} \quad \text{❶}$$

Si la vitesse de déplacement $u(t)$ du contour Γ est nulle, on peut écrire $\frac{d\vec{B}}{dt} \equiv \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$$\iint_{\Sigma} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{\sigma} = \iint_{\Sigma} \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{\sigma} = \frac{d}{dt} \left(\iint_{\Sigma} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{\sigma} \right) = \frac{d}{dt} \Phi$$

$$\iint_{\Sigma} \text{Rot}(\vec{E}) \cdot d\vec{\sigma} = \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{②}$$

\vec{E} dérive d'un potentiel scalaire V ; la circulation de \vec{E} entre deux points A et B de Γ est indépendante de Γ .

$$\oint_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_A - V_B = V_{AB}$$

On suppose que Γ constitue un circuit, ouvert entre les deux points A et B très proches ; la tension e induite par le flux Φ est recueillie entre A et B, et utilisée dans un circuit extérieur, de telle sorte que :

$$V_{AB} + e = 0 \text{ (loi d'Ohm)}$$

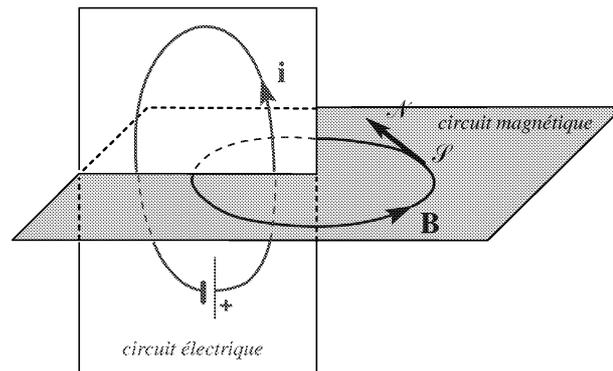
$$\text{on a } e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

On retrouve ainsi la loi de Faraday.

6.2 Interaction entre circuit électrique et champ magnétique

L'énergie électrique et l'énergie magnétique sont susceptibles de transformations réciproques. Les deux sens de transformation sont explicités par le théorème d'Ampère d'une part, et par la loi de Faraday d'autre part.

La machine électromagnétique la plus simple que l'on puisse concevoir est constituée d'un circuit électrique et d'un circuit magnétique. Ces deux circuits sont nécessairement fermés, et ils s'interpénètrent (*voir figure*).



♦ conventions relatives aux sources

Les sources électriques et magnétiques ont une polarité intrinsèque.- l'intensité électrique circule dans le sens des potentiels décroissants (à l'extérieur d'un générateur), et inversement à l'intérieur- les lignes de champ sortent d'une source d'aimantation par son pôle Nord et y rentrent par son pôle Sud (eux-mêmes définis par rapport à une boussole).

Pour analyser les systèmes électromagnétiques complexes, il est nécessaire d'adopter de plus des conventions relatives aux circuits électriques et magnétiques où interviennent ces sources.

♦ conventions relatives aux circuits

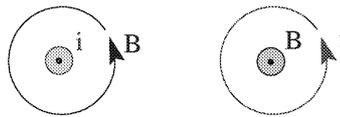
❶ dans un circuit électrique donné, on se donne un sens arbitraire de parcours. On adoptera plutôt, par principe, celui qui est conforme à la réalité, mais il n'est pas toujours intuitif, surtout dans les circuits maillés.

❷ convention électrique : une f.é.m. positive (selon ❶) tend à faire passer un courant positif (selon ❶)

❸ convention magnétique : le sens de circulation du courant dans un circuit l'oriente, et conduit à lui attribuer une face Nord et une face Sud. Un courant positif (selon ❶) produit un flux magnétique positif sortant par la face Nord.

Ces conventions ont deux conséquences :

- i tourne dans le sens trigonométrique autour de B (B pointant vers l'avant)
- B tourne dans le sens trigonométrique autour de i (i pointant vers l'avant) :



Les conventions de signe des circuits magnétiques et électriques sont liées par la règle dite du tire-bouchon de Maxwell (tire-bouchon conventionnel). Cette règle oriente la normale positive à un circuit électrique compte tenu du sens du courant. Les conventions qui précèdent permettent aussi de rendre compte de façon commode de la loi de Lenz. Si l'on a à établir le bilan des flux dans un circuit magnétique avec plusieurs enroulements, il est alors nécessaire de choisir un sens positif pour le circuit lui-même.

Dans le vide, ou dans l'air, le circuit magnétique ne se trouve pas à un endroit particulier : les lignes de champ magnétique peuvent occuper tout l'espace. En Electrotechnique, on est souvent amené à donner une existence matérielle, donc plus précise, à ce circuit, grâce à des matériaux magnétiques. Ceci permet de canaliser et de concentrer le flux, et ainsi d'obtenir des niveaux exploitables d'induction magnétique.

6.2.1 tube d'induction

Un ensemble de lignes de force d'un même champ de vecteurs s'appuyant sur un contour fermé unique constitue un tube de force. Un tel tube peut être considéré en particulier pour le vecteur induction magnétique.

Le flux du vecteur induction est conservatif dans un tube d'induction ; de ce fait, un tube d'induction est nécessairement fermé sur lui-même.

6.3 Enoncé global des lois

Donnons tout d'abord un tableau résumé de l'ensemble des lois :

♦ le théorème d'Ampère	relie un champ d'excitation magnétique H au courant I qui le crée ; il s'exprime sous sa forme discrète par	$\Sigma \vec{H} \cdot d\vec{l} = \Sigma n I$
♦ la seconde loi de Laplace	souvent dénommée simplement loi de Laplace, définit la force d'interaction F entre un courant I et un champ d'induction magnétique B ; elle a pour expression	$d\vec{F} = I \cdot d\vec{l} \wedge \vec{B}$
♦ l'expression du travail des forces	électromagnétiques dW par déplacement d'un circuit, qui se vérifie en particulier pour cette force, est donnée par	$dW = I \cdot d\Phi$
♦ la règle du flux maximal	indique le sens de la déformation spontanée d'un circuit électrique ou magnétique. Cette déformation s'effectue dans le sens des forces qui la produisent, c'est à dire des forces électromagnétiques. Le travail de ces forces étant positif, il en est de même de la variation du flux, qui s'accroît. Cet accroissement correspond à une augmentation de l'énergie électromagnétique emmagasinée.	$dW > 0$ \Rightarrow $d\Phi > 0$
♦ la loi de Faraday	exprime la tension induite e créée dans un circuit par une variation de flux vue par ce circuit	$e = -\frac{d\Phi}{dt}$
♦ la loi de Lenz	déduite de l'équation précédente, exprime que	<i>le courant induit tend à s'opposer à la cause qui lui a donné naissance.</i>

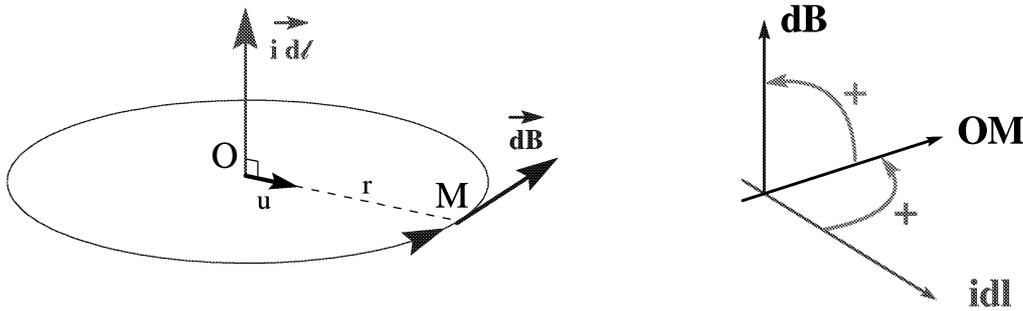
Examinons maintenant ces lois de façon plus détaillée.

6.4 Théorème d'Ampère ; force magnéto-motrice (f.m.m.)

La relation entre un courant électrique, et le champ magnétique qu'il crée, est décrite au moyen de la loi empirique de Biot et Savart (ou première loi de Laplace). Cette loi définit le champ d'induction élémentaire dans le vide ou dans l'air

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i d\vec{l} \wedge \frac{\vec{u}}{r^2}$$

Elle permet de positionner le vecteur induction en un point M par rapport au courant i qui lui donne naissance ; si OM est une normale au courant, (idl , OM et dB ramené en O forment un trièdre direct).



Cette loi n'est pas immédiatement vérifiable, puisqu'elle suppose que l'on peut isoler l'effet d'un élément de courant. Elle conduit à une expression globale, pour un circuit, sous la forme du théorème d'Ampère :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint \vec{j} \cdot d\vec{\sigma}$$

On est fréquemment amené en Electrotechnique, à l'utiliser sous forme discrétisée, et qui plus est, en considérant le cas d'un circuit qui comporte n spires :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = n i$$

La circulation du vecteur H le long du circuit magnétique est dénommée force magnétomotrice (ou f.m.m.) par analogie avec la f.é.m. électrique. Elle s'exprime en ampères ou en ampères-tours.

Ainsi dans le cas d'un fil rectiligne indéfini ou simplement long par rapport à la distance d'observation R :

$$H = \frac{I}{2\pi R} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

On observe dans cette équation la décroissance en $1/R$ du champ.

6.5 Loi de Faraday

La loi de Faraday exprime le second aspect du couplage entre circuit magnétique et circuit électrique, en reliant le flux magnétique F et la tension induite e :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

où Φ est le flux d'induction coupé par le circuit électrique. Cette équation fait apparaître :

- la nécessité d'une *variation par rapport au temps* pour observer une tension induite
- le signe exprime une relation entre les sens de variation, compte tenu des conventions adoptées, usuelles en électromagnétisme.

Le théorème d'Ampère et la loi de Faraday sont valables dans tous les milieux, sans restriction en particulier sur le comportement linéaire ou non-linéaire de ces milieux.

7 INTERACTIONS MÉCANIQUES

7.1 Deuxième loi de Laplace

Un courant électrique, et un champ magnétique indépendant de ce courant, interagissent mécaniquement entre eux. Cette interaction est décrite par la deuxième loi de Laplace :

$$d\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

On note la nature polaire de $d\vec{F}$. Cette loi permet d'écrire, pour les modules :

$$|d\vec{F}| = |i d\vec{l}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

Cette interaction est parfois utilisée pour introduire la notion de champ magnétique.

Du fait de cette loi, combinée avec les précédentes, il y a donc aussi interaction mécanique entre deux courants.

Cette loi est donc également utilisée comme support pour la définition métrologique de l'ampère.

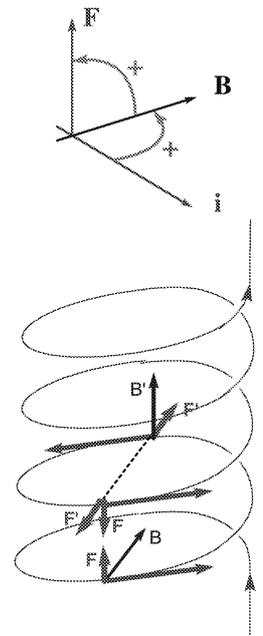
Il faut rappeler qu'aujourd'hui la définition légale de l'ampère, contrairement à ce qui se passe pour les grandeurs fondamentales, repose sur une conséquence indirecte de la grandeur mesurée (courant). Cette conséquence est l'interaction mécanique entre deux conducteurs, par ailleurs peu commode à reproduire.

7.2 Orientation de la force de Laplace

$d\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$ exprime que $i d\vec{l}$, \vec{B} , et $d\vec{F}$ forment un trièdre direct, ce qui donne lieu à la disposition suivante :

Si l'on considère l'application de ce principe à une bobine à spires jointives (expérience dite de Roget), on constate, compte tenu de l'orientation relative des courants que :

- 1) la longueur axiale de la bobine a tendance à se réduire
- 2) le diamètre des spires a tendance à augmenter



7.3 travail des forces électromagnétiques

Conformément aux lois de la mécanique, le travail développé par une force électromagnétique F pour un déplacement dx de son point d'application a pour valeur :

$$dW = F \cdot dx$$

ce qui se combine avec l'expression de la force résultant de la seconde loi de Laplace, et celle du flux $d\Phi$ coupé lors du déplacement

$$d\Phi = B \cdot dS = B \cdot l \cdot dx$$

d'où

$$dW = i \cdot d\Phi$$

8 UNITÉS PHYSIQUES ET DIMENSIONS

Les grandeurs électromagnétiques sont bien entendu raccordées aux grandeurs physiques de base, mais pour la plupart, au travers d'une équation aux dimensions complexe. Le tableau suivant récapitule ces équations

	<i>grandeur</i>	<i>unité</i>	<i>symbole</i>	<i>dimension</i>	<i>autres interprétations</i>
1	tension, force électromotrice	volt	V	$[M L^2 T^{-3} I^{-1}]$	watt par ampère
2	intensité électrique	ampère	A	$[I]$	
3	densité de courant	ampère par m ²	A/m ²	$[L^{-2} I]$	
4	résistance, capacitance, réactance, impédance	ohm	Ω	$[M L^2 T^{-3} I^{-2}]$	
5	résistivité	ohm-mètre	$\Omega \cdot m$	$[M L^3 T^{-3} I^{-2}]$	
6	capacité	farad	F	$[M^{-1} L^{-2} T^4 I^2]$	coulomb par volt
7	inductance	henry	H	$[M L^2 T^{-2} I^{-2}]$	volt par ampère-seconde
8	champ électrique	volt par mètre	V/m	$[M L T^{-3} I^{-1}]$	
9	permittivité diélectrique (ϵ, ϵ_0)	farad par mètre	F/m	$[M^{-1} L^{-3} T^4 I^2]$	
10	induction électrique, polarisation	coulomb par mètre ²	C/m ²	$[L^{-2} T I]$	
11	champ magnétique	ampère par mètre	A/m	$[L^{-1} I]$	newton par weber
12	induction magnétique aimantation	tesla	T	$[M T^{-2} I^{-1}]$	weber par m ²
13	force magnétomotrice	ampère	A	$[I]$	ampère-tour

14	réductance	ampère par weber	A/Wb	$[M^{-1} L^{-2} T^2 I^2]$	henry ⁻¹
15	flux magnétique	weber	Wb	$[M L^2 T^{-2} I^1]$	
16	perméabilité magnétique (μ, μ_0)	henry par mètre	H/m	$[M L T^{-2} I^2]$	
17	potentiel-vecteur magnétique A	weber par mètre	Wb/m	$[M L T^{-2} I^1]$	

Annexe : méthodes d'étude pour l'Electrotechnique

De façon très résumée, les problèmes appliqués de champs électromagnétiques sont aujourd'hui très fréquemment étudiés au moyen de méthodes de résolution numérique.

Parmi celles-ci, et sauf pour des études particulières, ce sont les méthodes par éléments finis qui prédominent.

L'ensemble des méthodes existantes est décrit dans le Tome II.

On indique simplement ici, à titre d'exemple, les méthodologies qui sont employées pour résoudre les problèmes de la classe dite sans couplage :

électrostatique	$(1) \text{Rot} \vec{E} = \vec{0} \quad \left(\frac{d\vec{B}}{dt} = \vec{0} \right)$ $(2) \text{Div} \vec{D} = \rho$ $(3) \vec{D} = \epsilon \vec{E}$	$(1) \Rightarrow \exists$ un potentiel scalaire V tel que : $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$ <i>on résout :</i> $\text{div}(\epsilon \vec{\nabla} V) = -\rho$
magnétostatique scalaire	$(1) \text{Rot} \vec{H} = \vec{0}$ (<i>courants nuls</i>) $(2) \text{Div} \vec{B} = 0$ $(3) \vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r$	$(1) \Rightarrow \exists$ un potentiel scalaire ϕ tel que : $\vec{H} = -\vec{\nabla} \phi$ <i>on résout :</i> $\text{div}(\mu \vec{\nabla} \phi) = \text{div} \vec{B}_r$
magnétostatique vectoriel	$(1) \text{Rot} \vec{H} = \vec{j}$ (<i>courants non nuls</i>) $(2) \text{Div} \vec{B} = 0$ $(3) \vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r$	$(1) \Rightarrow \exists$ un potentiel vecteur \vec{A} tel que : $\vec{B} = \text{Rot} \vec{A}$ <i>on résout :</i> $\text{Rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{Rot} \vec{A} \right) = \vec{j} + \text{Rot} \left(\frac{1}{\mu} \vec{B}_r \right)$ <i>avec</i> $\text{div} \vec{A} = 0$ (<i>jauge de Coulomb</i>)
électrocinétique	$(1) \text{Rot} \vec{E} = \vec{0} \quad \left(\frac{d\vec{B}}{dt} = \vec{0} \right)$ $(2) \text{Div} \vec{j} = 0$ $(3) \vec{j} = \sigma \vec{E}$	$(1) \Rightarrow \exists$ un potentiel scalaire V tel que : $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$ <i>on résout :</i> $\text{div}(\sigma \vec{\nabla} V) = -\rho$

MAGNÉTISME ET ÉLECTROMAGNÉTISME

1 OBJET DU CHAPITRE

On introduit les grandeurs physiques d'utilisation courante en magnétisme et électromagnétisme.

On décrit d'abord comment analyser les circuits magnétiques par analogie avec les circuits électriques au moyen des notions de réluctance, de force magnéto-motrice, de potentiel magnétique. On explicite ensuite ce qui les différencie, au contraire, des circuits électriques, principalement leur comportement non-linéaire et l'existence des fuites magnétiques.

On présente succinctement les circuits à aimants permanents et leur calcul.

On aborde la détermination de l'énergie des systèmes magnétiques, et celle des inductances.

On décrit l'usage à faire des différentes grandeurs dans l'analyse du fonctionnement des machines. On souligne l'influence des entrefers sur leur comportement.

Enfin, ces différents éléments permettant d'établir les expressions des forces en jeu, on décrit quelques applications électro-mécaniques élémentaires.

2 PROPRIÉTÉS DES COMPOSANTS MAGNÉTIQUES

Les propriétés magnétiques de certains matériaux sont connues de façon très ancienne. Elles ont été initialement observées à partir de leurs conséquences mécaniques (attraction, répulsion). La théorie électronique actuelle interprète ces propriétés par l'orientation des molécules au niveau élémentaire, que l'on considère alors comme des dipôles ou doublets magnétiques. Cette orientation peut donner lieu à des effets macroscopiques observables quand elle est organisée (aimantation). Elle peut aussi se modifier sous l'effet d'un courant électrique.

La connaissance de l'interprétation physique des phénomènes magnétiques a conduit à l'abandon des systèmes d'unités électromagnétiques spécifiques au profit du Système S I ; on recourt également très peu aujourd'hui aux concepts de masse magnétique et de moment magnétique, dont on donnera néanmoins les définitions.

2.1 grandeurs magnétiques

L'état magnétique d'un matériau, ferromagnétique ou non, peut être décrit essentiellement au moyen des grandeurs déjà introduites :

- B induction magnétique, en teslas (T)
- H excitation magnétique, en ampères par mètre (A/m)

- B_r (ou J), qui est l'intensité d'aimantation, en teslas (T). Elle caractérise un aimant permanent.

La masse magnétique m (en webers), grandeur peu utilisée, a pour intérêt de permettre de déterminer des forces magnétiques par analogie avec la formule de Coulomb pour l'électrostatique (*cf. chapitre précédent*)

$$F = \frac{1}{4\pi\mu_0} \cdot \frac{m m'}{r^2}$$

Une masse magnétique ne peut exister seule. L'ensemble de deux masses associées m et m' , distantes de d , donne naissance à un moment magnétique \mathcal{M} défini par :

$$\mathcal{M} = m \cdot d$$

B est accessible à la perception immédiate par les effets mécaniques, bien visibles, du champ magnétique (forces d'attraction et de répulsion).

Le passage d'un courant électrique dans un conducteur crée un champ d'excitation magnétique H qui, dans les conditions appropriées, se traduit par des effets de nature et d'intensité tout à fait comparables à ceux créés par un aimant. L'excitation créée par ce courant est déterminée par le théorème d'Ampère, qui fournit directement H .

L'identité de ces effets conduit à relier B et H pour tout milieu par la relation $B = \mu \cdot H$,

où μ est la perméabilité magnétique absolue et avec $\mu = \mu_0 \mu_r$

μ_0 est la perméabilité du vide (ainsi que celle de l'air), et μ_r est la perméabilité relative du milieu.

rappel : $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$ H/m, soit $1/\mu_0 \sim 800\,000$ m/H

Le flux Φ de B à travers une surface constitue le flux d'induction magnétique.

2.2 nature et formes du magnétisme

Les propriétés électriques et magnétiques de la matière sont dues, dans un cas comme dans l'autre, à l'existence des charges électriques élémentaires. Les atomes et les ions possèdent un moment magnétique lié à leur spin.

Les matériaux magnétiques (Fe, Ni, Co, ...) sont constitués de volumes élémentaires dits domaines de Weiss créés par le champ moléculaire.

Le magnétisme peut prendre, en fonction de ces matériaux, les formes suivantes, observables en présence d'un champ d'excitation extérieur :

- ferromagnétisme : orientation uniforme des moments (*haut*)
- antiferromagnétisme : orientation alternée, résultant dans une aimantation globale nulle (*milieu*)
- ferrimagnétisme : aimantations alternées d'amplitudes non égales (*bas*)

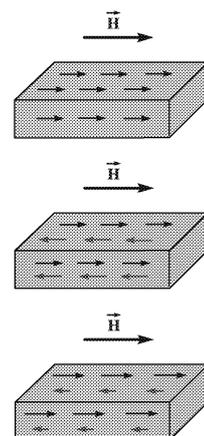
La principale distinction se place entre matériaux ferro- et non ferro-magnétiques.

On parle également de diamagnétisme pour les effets d'orientation inverse.

Le paramagnétisme correspond à l'absence d'ordonnement global des moments magnétiques, ou à un effet très faible de l'excitation magnétique

Aux températures élevées, la plupart des matériaux sont paramagnétiques.

Les sensibilités respectives des effets magnétiques sont séparées de plusieurs ordre de grandeur, dans l'ordre : ferromagnétique \gg diamagnétique \gg paramagnétique.



Enfin, parmi les ferromagnétiques, une distinction essentielle est entre matériaux dits durs (à champ coercitif élevé, aptes à la constitution d'aimants permanents) et les matériaux dits doux, à cycle d'hystérésis étroit, donc aptes à l'emploi en courant alternatif, où ils sont cyclés.

2.3 circuit magnétique

Les circuits magnétiques sont constitués en général au moyen de matériaux ferromagnétiques, c'est-à-dire bons conducteurs du flux magnétique.

Il est utile de citer quelques ordres de grandeur : on doit ainsi s'attendre à trouver dans les machines :

- pour B , des valeurs moyennes, telles que : 1 à 1,5 T
- pour H , des valeurs élevées, telles que : 000 à 100 000 At/m
- pour Φ , des valeurs faibles, telles que : 10^{-5} à 10^{-3} Wb

Le module du champ d'induction terrestre (composante principale) est de $5 \cdot 10^{-5}$ T, ce qui est une valeur très faible.

Le champ d'induction créé dans l'air à la distance r par un conducteur isolé parcouru par un courant i est

$$B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{i}{r} \text{ (en teslas).}$$

Cette formule, qui est à la base de la définition légale de l'ampère, montre que pour des valeurs usuelles de courant, les effets électromagnétiques dans le vide sont également très faibles ; la conception de machines transformatrices de l'énergie électromagnétique mettra donc nécessairement en œuvre des matériaux magnétiques.

2.4 pourquoi deux grandeurs de champ ?

Le tableau suivant récapitule les propriétés des vecteurs B et H :

	B	H
nature tensorielle	tenseur antisymétrique deux fois covariant	densité tensorielle antisymétrique deux fois contravariante
flux	conservatif	conservatif dans le vide ou dans un milieu isotrope unique
circulation	fait intervenir les courants "ampériens" fictifs	conservative ne fait intervenir que les courants réels
changement de milieu	composante normale conservée	composante tangentielle conservée
	conditionne les actions subies (aimants et courants)	conditionne les effets produits (aimants et courants)

Dans le vide, ces propriétés seraient identiques.

B peut être considéré d'une certaine façon comme l'*effet* de H .

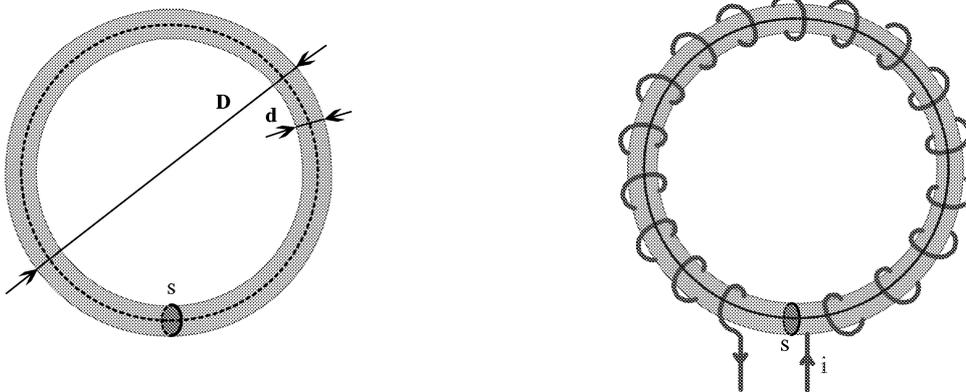
L'intérêt du vecteur H résulte essentiellement de la possibilité d'appliquer le théorème d'Ampère dans tout milieu.

2.5 loi d'Ohm du circuit magnétique

Considérons le cas d'un circuit magnétique "idéalisé". Cette perfection traduit les hypothèses suivantes :

- tout le flux Φ est contenu dans le circuit (absence de fuites) ; ceci suppose une perméabilité relative très grande $\mu_r \gg 1$
- le matériau est homogène (μ_r) et à section constante
- les lignes de force magnétique sont toujours normales aux lignes de courant électrique
- les lignes de force sont d'égale longueur l .

Ceci peut être assez bien réalisé au moyen d'un circuit torique mince (avec $d \ll D$)



On ajoute au circuit un enroulement, uniformément réparti, destiné à créer une excitation magnétique du matériau

$$n i = \sum \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad [a]$$

On peut alors dans l'équation d'Ampère remplacer la sommation [a] par une formule sur les moyennes

$$n i = H \cdot l \quad [b]$$

par ailleurs

$$\Phi = B \cdot S = \mu H S$$

d'où

$$H = \Phi \cdot \frac{l}{\mu S}$$

donc

$$n i = \Phi \cdot \frac{l}{\mu S}$$

Le coefficient de proportionnalité entre le flux Φ et le produit $n.i$, dit force magnéto-motrice, ou f.m.m., est appelé réluctance \mathcal{R} (unité : H^{-1})

La comparaison entre circuit électrique et circuit magnétique montre l'analogie entre les expressions de la résistance électrique et de la réluctance magnétique, à savoir :

- la proportionnalité à la longueur du circuit l

- la proportionnalité inverse à la section du circuit S
- la proportionnalité à un coefficient intrinsèque du matériau, soit respectivement à la perméabilité μ et à la conductivité électrique γ , inverse de la résistivité ρ :

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S} \quad \text{et} \quad R = \frac{l}{\gamma S}$$

On conserve cette analogie en faisant intervenir la résistivité ρ et la réluctivité $v = 1/\mu$

$$\mathcal{R} = \frac{v l}{S} \quad \text{et} \quad R = \frac{\rho l}{S}$$

La force magnéto-motrice est notée \mathcal{E} , d'où l'expression de la loi d'Ohm du circuit magnétique :

$$\mathcal{E} = \mathcal{R} \Phi \quad \text{à comparer à} \quad E = R I$$

Cette loi est également utilisée sous la forme de la formule d'Hopkinson :

$$\mathcal{E} = n I = \mathcal{R} \Phi$$

Si l'on suppose maintenant que le circuit magnétique n'est plus uniforme globalement, mais par parties, on peut, dans une certaine mesure, généraliser la loi précédente au cas d'un circuit comportant des éléments de section et de perméabilité différentes :

$$\mathcal{E} = n i = \Phi \sum_k \frac{l_k}{\mu_k S_k}$$

En effet, nous avons fait l'hypothèse que le flux Φ était le même dans toutes les parties du circuit. Nous verrons ultérieurement ce qu'il faut penser de cette hypothèse quand la section du circuit magnétique ou son orientation, varie brutalement : on néglige alors notamment les phénomènes de réfraction.

On peut prolonger l'analogie électrique/magnétique en définissant la **différence de potentiel magnétique** \mathcal{V}_{AB} entre deux points matériels A et B d'un circuit magnétique :

$$\mathcal{V}_{AB} = \Sigma (n i) + \Phi \Sigma (\mathcal{R})$$

Enfin, notons que le produit $\Phi \cdot t$ (flux x temps) n'a en rien une signification physique comparable à celle du produit $I \cdot t = q$ (quantité d'électricité).

Pour utiliser la notion de réluctance dans l'analyse des circuits magnétiques complexes, on se basera donc toujours sur la conservation du flux et sur le théorème d'Ampère.

2.6 parallèle entre grandeurs électriques et magnétiques

Le parallèle entre grandeurs électriques et magnétiques est résumé par le tableau suivant :

Grandeurs Électriques			Grandeurs magnétiques		
nature	symbole	unité	nature	symbole	unité
force électro-motrice (f.é.m.)	V ou U	volt (V)	force magnéto-motrice (f.m.m.)	\mathcal{E} ou \mathcal{V}	ampère, ou ampère-tour(A.t)
champ électrique	E	volt par mètre(V/m)	champ magnétique	H	ampère/m, ou ampère-tour par mètre (A.t/m)
courant	I	ampère(A)	flux	Φ	weber(Wb)
densité de courant	j	ampère par mètre carré (A/m^2)	- induction - intensité d'aimantation	B J	tesla(T) (Wb/m ²)
résistance	R	ohm (Ω)	réductance	\mathcal{R}	ampère-tour par weber (A.t/Wb)
résistivité	ρ	ohm-mètre ($\Omega.m$)	réductivité	ν	
conductance	1/R	siemens (S)	perméance	$\mathcal{P} = 1 / \mathcal{R}$	weber par ampère-tour (Wb/A.t)
			perméabilité relative	μ_r	sans dimension
conductivité	γ	siemens par mètre (S/m)	perméabilité absolue	μ	henry par mètre (H/m)

3 APPLICATIONS DE LA LOI D'OHM MAGNETIQUE

3.1 circuit à éléments en série

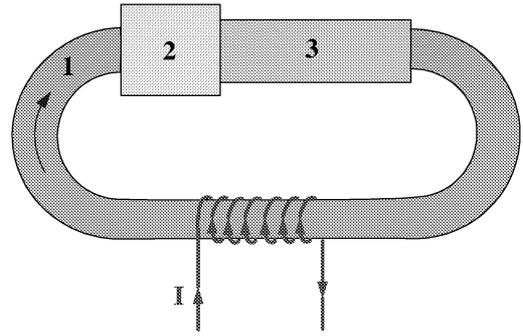
Les réductances placées **en série** dans un même tronçon de circuit magnétique s'additionnent, de même que les forces magnéto-motrices (il faut alors tenir compte de leur signe).

♦ exemple :

$$n i = \sum_k (H_k l_k) = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3$$

$$\Phi = B_1 S_1 = B_2 S_2 = B_3 S_3 = \mu_1 H_1 S_1 = \dots$$

$$\Phi = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{R}} = \frac{nI}{\sum_k \mathcal{R}_k} = \frac{nI}{\sum_k \frac{l_k}{\mu_k S_k}}$$



3.2 circuit à branches parallèles

Cette configuration est fréquente dans les machines électriques (par exemple : dans les transformateurs). Les différences de potentiel magnétique de branches en parallèle sont égales.

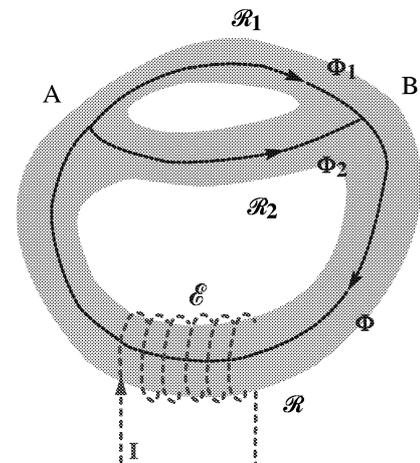
♦ exemple :

On écrit :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$$

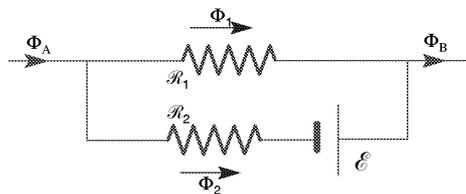
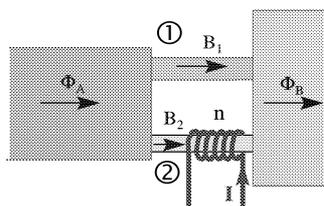
$$V_{AB} = \Phi_1 \mathcal{R}_1 = \Phi_2 \mathcal{R}_2 = n i - \Phi \mathcal{R}$$

d'où Φ_1 et Φ_2



3.3 branches avec enroulements

♦ exemple : on considère la configuration suivante, où les inductions dans les branches ① et ② sont inconnues, mais on connaît leurs longueurs, ainsi que le flux total :



Cette configuration est décrite par les équations :

$$\Phi_A = \Phi_B = \Phi_1 + \Phi_2$$

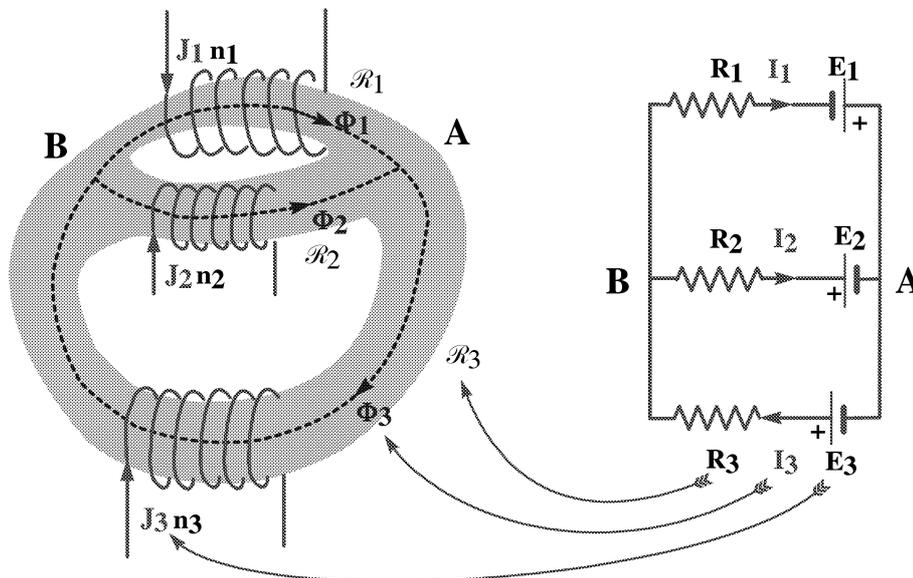
$$V_{AB} = \Phi_1 \mathcal{R}_1 = \Phi_2 \mathcal{R}_2 + n i$$

$$\Rightarrow n i = \mathcal{R}_1 \Phi_1 - \mathcal{R}_2 \Phi_2 = H_1 l_1 - H_2 l_2$$

On peut en déduire $B_1 = \mu_0 \mu_{r1} H_1$, et $B_2 = \mu_0 \mu_{r2} H_2$

3.4 synthèse sur les lois des circuits linéaires

Dans la mesure où l'on suppose les phénomènes linéaires, les lois des circuits électriques, en particulier les lois de Kirchhoff sont applicables.



Ces lois, d'utilisation courante pour les réseaux électriques maillés, s'écrivent :

- ♦ Kirchhoff : loi des mailles (tensions)

$$\sum_k (u_k) = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum_k (\mathcal{E}_k) = 0$$

- ♦ Kirchhoff : loi des nœuds (courants)

$$\sum_k (i_k) = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum_k (\Phi_k) = 0$$

- ♦ Théorème de Thévenin \Rightarrow

$$i = \frac{V_{AB}}{Z_s + Z_c} \Rightarrow \Phi = \frac{\mathcal{E}_{AB}}{\mathcal{R}_s + \mathcal{R}_c}$$

- ♦ Théorème de Millman

$$E = Z \cdot \sum_k (u_k / Z_k) \quad \Rightarrow \quad E = \mathcal{R} \cdot \sum_k (\mathcal{E}_k / \mathcal{R}_k)$$

$$\text{avec } Z = 1 / \sum_k (1 / Z_k)$$

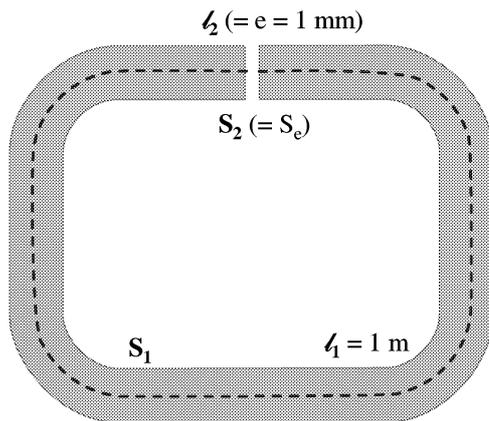
$$\text{avec } \mathcal{R} = 1 / \sum_k (1 / \mathcal{R}_k)$$

Les lois de Pouillet, qui correspondent simplement à la loi d'Ohm généralisée, peuvent se transposer de même :

$$\Sigma(\mathcal{E}) = \Sigma(\mathcal{R}) \cdot i$$

3.5 entrefer

Un cas particulier important pour les machines, d'association en série de réluctances, est celui de l'entrefer, c'est-à-dire de l'interruption de la chaîne de matériaux magnétiques dans un circuit qui est parfois inévitable (interface entre rotor et stator dans une machine tournante par exemple).



$$\mathcal{R} = \sum_i \mathcal{R}_i = \sum_i \frac{l_i}{\mu_i S_i}$$

$$\mathcal{R} = \frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \frac{l_2}{\mu_2 S_2}$$

$$l_2 = e \quad S_2 = S_e$$

$$\text{si } S_1 \sim S_2$$

$$\text{et } \mu_1 \sim 5000 \mu_2 \quad \mu_2 = \mu_0$$

$$\Rightarrow \mathcal{R} = \frac{e}{\mu_0 S_e}$$

Si l'on considère un matériau avec la perméabilité relative courante $\mu_r = 5\,000$, on voit que les réluctances respectives d'un tronçon de circuit de 5 m de long de ce matériau, et d'un entrefer de 1 mm en air, sont équivalentes.

L'énergie magnétique emmagasinée dans un volume \mathcal{V} étant de la forme $E_V = \frac{1}{2} \iiint \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \cdot dV$,

ou encore : $E_V = \frac{1}{2\mu} B^2$, on voit que dans le circuit ci-dessus elle est pratiquement concentrée dans l'entrefer, puisque $\mu_2 \gg \mu_1$

4 INDUCTANCE IDÉALISÉE

L'inductance est le paramètre, intrinsèque à un circuit électrique ou à un enroulement (unique ou multiple), qui va permettre de relier directement ses propriétés électriques à celles du circuit magnétique sur lequel il est bobiné (sans passer par une analyse détaillée du champ).

La détermination de l'inductance passe par le calcul du flux magnétique coupé Φ , lorsque circule dans le circuit un courant donné i .

On raisonne sur un circuit magnétique de longueur l et de section S

4.1 cas de 1 spire : calcul du flux coupé

$$n i = H l \quad \Rightarrow \quad H = \frac{n i}{l}$$

$$\Phi = B S \quad \text{et } B = \mu H$$

$$\Rightarrow \Phi = \mu H S = \frac{\mu S}{l} n i \quad \left(= \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{R}} \right)$$

4.2 cas d'un enroulement : flux total coupé

Si l'on se trouve dans le cas d'un enroulement comportant n spires :

$$\Phi^* = n (\mu H S) = \frac{\mu S}{l} n^2 i$$

Le flux total coupé est appelé flux d'enroulement et est habituellement noté Φ^* .

4.3 inductance propre : définition

On définit l'inductance propre (ou autoinductance) d'un enroulement comme le rapport du flux magnétique embrassé par l'enroulement, au courant qui le parcourt.

$$L_1 = \frac{\Phi_{11}}{i_1}$$

$$L = \frac{\Phi^*}{i} = \frac{\mu S}{l} n^2 = \frac{n^2}{\mathcal{R}}$$

On note que l'inductance varie comme le carré du nombre de spires, et que réluctance et inductance varient en sens *inverse*.

Cette définition appelle un commentaire : en toute rigueur, le flux embrassé pourrait, pour un enroulement multi-spires, varier un peu d'une spire à l'autre.

4.4 inductance mutuelle : définition

Dans le cas de deux enroulements ou plus, que l'on suppose ici couplés par un même circuit magnétique (l, S), on peut définir similairement une inductance mutuelle. L'inductance mutuelle M_{jk}^* entre les circuits j et k est le rapport du flux capté par le circuit k au courant dans le circuit j qui le crée.

$$M_j^k = \frac{\Phi_k^*}{i_j}$$

4.5 propriétés de l'inductance mutuelle

L'inductance mutuelle entre deux circuits électriques est unique :

$$\begin{aligned} \Phi_k^* &= n_k \Phi_k = n_k S \mu H_j \\ \text{avec } H_j &= n_j i_j / l \\ \text{d'où } \Phi_k^* &= n_j n_k (\mu S/l) i_j \\ \text{de même } \Phi_j^* &= n_k n_j (\mu S/l) i_k \end{aligned}$$

Globalement

$$\Phi_k^* = (n_j n_k / \mathcal{R}) i_j \quad \Phi_j^* = (n_k n_j / \mathcal{R}) i_k$$

On peut montrer, en considérant les travaux virtuels de deux circuits couplés, que cette propriété est tout à fait générale.

En effet, soient deux circuits couplés et parcourus par les courants I_1 et I_2 . Le premier crée à travers le second un flux noté $\Phi_{12} = M_{12} I_1$, et le second crée à travers le premier un flux $\Phi_{21} = I_2 M_{21}$. Le travail effectué par les forces électromagnétiques lors du déplacement du premier circuit de l'infini à sa position de référence, à intensité maintenue constante, est de la forme $\Delta W_1 = I_1 \Phi_{21}$. De même, le travail homologue réalisé par le second circuit est de la forme $\Delta W_2 = I_2 \Phi_{12}$. L'égalité de ces deux travaux : $\Delta W_1 = \Delta W_2$ permet d'écrire

$$I_1 I_2 M_{21} = I_2 I_1 M_{12}, \text{ donc : } M_{12} = M_{21}.$$

Dans le cas de 2 circuits, M_{12} et M_{21} sont généralement notées M .

2) dans le cas d'un couplage parfait (absence de flux de fuite), l'inductance mutuelle est égale à la moyenne géométrique des inductances propres

$$M_{jk}^2 = (n_j n_k)^2 / \mathcal{R}^2 = L_j^2 \cdot L_k^2$$

Dans la pratique, elle est inférieure à cette valeur.

4.6 énergie électromagnétique d'une bobine

Le courant dans une bobine, d'inductance L , alimentée par une source de tension E , est régi par l'équation différentielle (loi d'Ohm) :

$$E + L di/dt = 0$$

La source fournit une puissance instantanée $P = E i$.

L'énergie dW fournie par la source pendant le temps dt où le courant a la valeur $i(t)$ est donnée par :

$$dW = E i dt$$

De la combinaison des deux équations on tire une nouvelle expression pour dW :

$$dW = - L i di$$

L'énergie W_L , stockée par l'inductance, qu'il faut fournir à celle-ci pour passer de la valeur $i = 0$ à la valeur $i(\tau) = I$ s'obtient par

$$W_L = \int_0^I E \cdot i dt = \int_0^I L i \cdot di = \frac{1}{2} L I^2$$

5 PHENOMENES PHYSIQUES RENCONTRES

Les propriétés réelles des matériaux ferro-magnétiques conduisent à s'éloigner sensiblement du modèle du circuit magnétique parfait. Les phénomènes d'origine magnétique pouvant affecter une bobine sont les suivants :

- les flux de fuite
- la saturation magnétique
- les pertes par hystérésis
- les pertes par courants de Foucault

Le calcul précis des flux, inductances, et mutuelles doit prendre en compte l'existence de ces différents phénomènes.

Les différents schémas équivalents électriques envisageables sont associés à des jeux d'hypothèses, c'est-à-dire à la résolution de problèmes spécifiques. Aucun ne doit être considéré comme universel, il importe avant tout de ne pas confondre les différents phénomènes.

5.1 comportement du champ magnétique à l'interface entre deux milieux

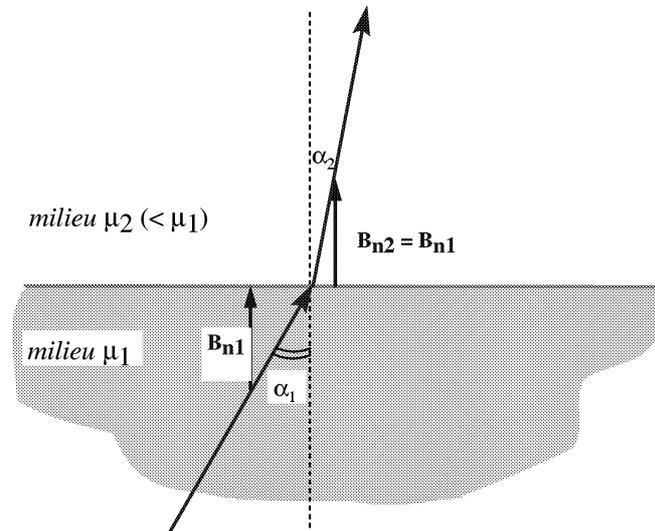
Soit une ligne de force magnétique traversant l'interface entre deux milieux de perméabilités respectives μ_1 et μ_2

Au changement de milieu :

- la composante tangentielle du champ magnétique H est conservée. En effet considérons la circulation de H le long d'un contour Γ , constitué de deux parties Γ_1 et Γ_2 prises parallèles et situées de part et d'autre la frontière. La circulation de H est conservative le long de Γ , d'où

$$H_{t1} = H_{t2}$$

- la composante normale du champ d'induction magnétique B est conservée. En effet, considérons un tube de force qui s'appuie sur un contour Γ' , situé sur la frontière, et qui traverse cette frontière. Le flux de l'induction est conservatif à travers Γ' , et l'on peut faire tendre vers 0 la surface délimitée par Γ'



$$B_{n1} = B_{n2}$$

Si α_1 et α_2 sont les angles respectifs faits par la ligne de force avec la normale à l'interface, on a :

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{B_{ti}}{B_{ni}} = \frac{\mu_i H_{ti}}{B_{ni}} \quad \text{avec } i = 1, 2$$

soit :

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\mu_1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\mu_2}$$

Cette équation constitue le théorème de la réfraction magnétique.

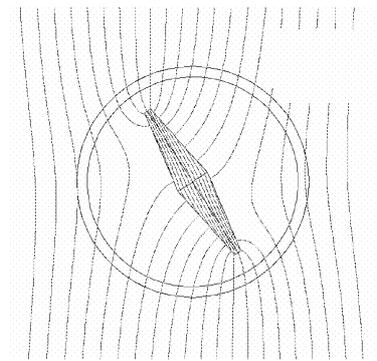
On note comme conséquences particulières, dans le passage :

♦ du fer à l'air $\mu_1 \gg \mu_2 \Rightarrow \alpha_2 \neq \pi/2$: l'induction ne peut pratiquement pas sortir du circuit si sa composante normale dans le matériau est faible (ce que l'on recherche en évitant les changements de direction brutaux)

♦ de l'air au fer $\mu_1 \ll \mu_2 \Rightarrow$ les lignes d'induction sont captées par le matériau quelle que soit leur incidence.

Les lignes d'induction sortent presque toujours normalement du fer.

La boussole ci-contre dans le champ terrestre en constitue une illustration.



5.1.1 comparaison avec les ondes

Le comportement des lignes de champ peut être rapproché de celui des ondes.

Une onde plane (indiquée i) franchissant l'interface entre deux milieux se partage entre une onde réfractée (ou encore : transmise, indiquée t) et une onde réfléchie (indiquée r).

L'écriture de l'identité entre les modèles des ondes

$$E_j(r,t) = E_j \cdot \exp [i(k_j r - \omega_j t)] \text{ avec } j = i, r, \text{ ou } t$$

permet d'établir 3 résultats :

1) l'égalité des fréquences

$$\omega_r = \omega_i = \omega_t$$

2) l'égalité des angles d'incidence et de réflexion : 1^{ère} loi de Descartes

$$n_1 \sin \alpha_i = n_1 \sin \alpha_r \Rightarrow \alpha_i = \alpha_r$$

3) la relation entre les angles d'incidence et de réfraction : 2^{ème} loi de Descartes

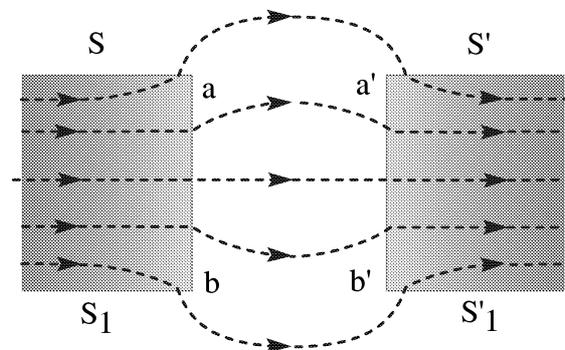
$$n_1 \sin \alpha_i = n_2 \sin \alpha_t$$

On observe donc que les deux lois de réfraction ne sont pas identiques.

Compte tenu des valeurs des constantes physiques en jeu, la réfraction magnétique est notablement plus marquée.

5.1.2 illustration du comportement des lignes de flux à l'entrefer

En pratique, on observe une répartition particulière des lignes de force du flux magnétique au passage à l'interface entre deux matériaux de perméabilités différentes, notamment à proximité des bords latéraux d'un élément de circuit. Elles s'épanouissent au passage du fer dans l'air. La réluctance exacte de l'entrefer ne peut donc être déterminée simplement.

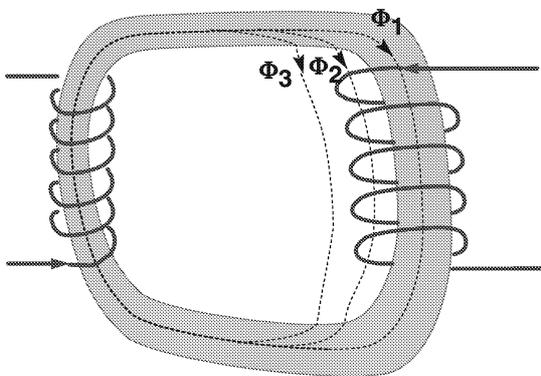


5.2 fuites magnétiques

Contrairement au domaine électrique où l'on peut trouver des matériaux à conductivité nulle (ou pratiquement), il n'existe pas de matériau à perméabilité nulle. Les plus faibles perméabilités relatives sont celles de l'air et du vide ($\mu_r = 1$). De ce fait, on peut parler de deux spécificités des circuits magnétiques :

- ♦ il n'existe pas d'isolant magnétique : il ne peut pas y avoir de circuit magnétique sans fuites,
- ♦ il ne peut pas y avoir de circuit magnétique ouvert.

Dans la pratique, les lignes de force ou parties des lignes de force qui échappent au circuit magnétique seront prises en compte sous forme de branches dérivées du circuit magnétique. En particulier dans les systèmes à plusieurs enroulements, on fait une distinction entre flux de dispersion et flux de fuite : le flux de dispersion est le flux qui échappe au circuit magnétique, le flux de fuite est celui qui est réellement perdu.



Φ_1 : flux principal

Φ_2, Φ_3 : flux de dispersion

Φ_3 : flux de fuite

$$\Phi_{\text{utile}} = \Phi_1 + \Phi_2$$

$$\Phi_{\text{total}} = \Phi_{\text{utile}} + \Phi_{\text{fuites}}$$

La présence des fuites **abaisse** globalement la réluctance d'un circuit magnétique \mathcal{R} .

Le coefficient dit d'Hopkinson ν donne le rapport entre la réluctance réelle \mathcal{R} et la réluctance en l'absence de fuites \mathcal{R}_c .

ν est de l'ordre de 1,001 pour un transformateur, et de 1,1 pour une machine tournante.

On voit que le flux de fuite est normalement faible, dans le rapport des réluctances respectives des trajets offerts au flux par le circuit en matériau ferro-magnétique et par l'air. Il peut néanmoins se trouver perdu (par exemple s'il ne traverse pas un enroulement ceinturant une portion du circuit magnétique).

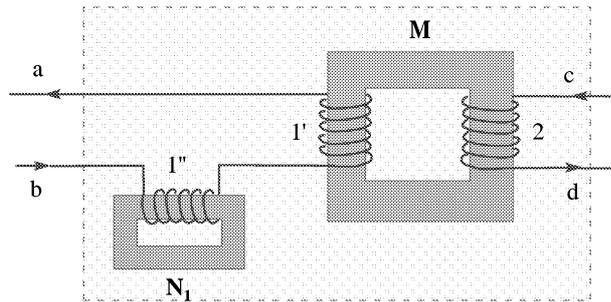
5.2.1 Relations entre fuites et inductances

Dans un système à plusieurs enroulements, on peut imaginer de représenter les fuites magnétiques par des inductances de fuite partielles, affectées à chaque enroulement. En fait, cette schématisation est arbitraire et souvent sans signification physique (elle peut conduire à des valeurs négatives d'inductance).

La méthode des fuites totales, dite de Boucherot, consiste à imputer l'ensemble des fuites à l'un des enroulements.

Considérons un ensemble de deux circuits électriques "ab" et "cd" couplés au travers d'un circuit magnétique unique, d'inductances M , et L_1, L_2 . Représentons ce circuit magnétique par un ensemble de deux circuits parfaits (sans fuites) d'inductances M et N_1 (fuites

ramenées côté "ab"). La seconde disposition possible serait : M et N_2 (fuites ramenées côté "cd").



En ce qui concerne les inductances des deux circuits couplés, on montre que :

$$N_1 = L_1 - \frac{M^2}{L_2} \quad (\text{cas de la figure})$$

$$\text{ou bien} \quad N_2 = L_2 - \frac{M^2}{L_1}$$

L'ensemble peut donc être schématisé par une inductance mutuelle parfaite M et une inductance de fuite parfaite unique N . Il est en général souhaitable que celle-ci soit la plus faible possible.

5.3 caractéristiques des matériaux magnétiques

Dans le cas des matériaux ferromagnétiques, μ n'est pas une constante, et dépend :

- du niveau d'induction : c'est le phénomène de saturation
- du sens de variation de H : c'est le phénomène de l'hystérésis magnétique.

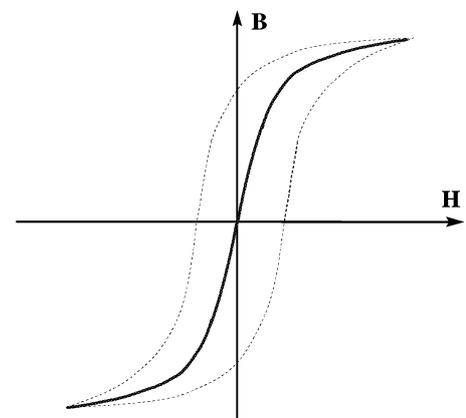
On est donc en présence de deux sources de non-linéarités dans le comportement des matériaux magnétiques.

5.3.1 saturation magnétique

Le coefficient μ reliant le champ magnétique et l'induction magnétique n'est pas constant, et diminue plus ou moins brutalement avec l'induction selon la nature du matériau.

La saturation résulte du nombre fini de particules dans le matériau qui peuvent être orientées.

La saturation en pratique est fréquemment **locale**.



Courbe $B(H)$ simplifiée

La saturation augmente fortement les fuites magnétiques puisque μ_r se rapproche de l'unité (vers 2,5 T pour le fer). De même, à induction élevée, la réluctance du matériau augmente. Dans l'hypothèse de la saturation, l'inductance L d'un enroulement n'est plus une constante.

5.3.2 hystérésis magnétique

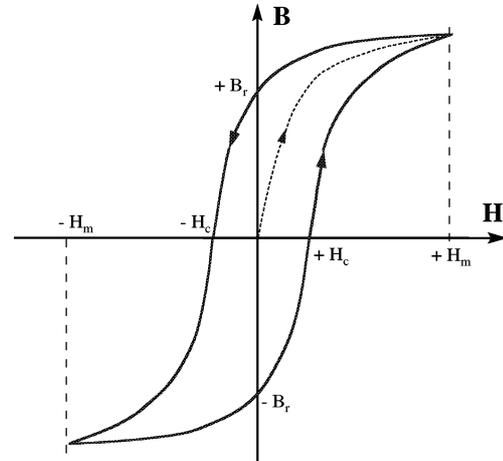
Le comportement hystérétique d'un matériau peut être décrit par un diagramme situé dans le plan (H, B).

La première aimantation (courbe en pointillé) fait passer l'induction de 0 à B_m sous l'effet d'un champ d'excitation H augmentant progressivement de 0 jusqu'à la valeur H_m . La décroissance de H de H_m à 0 fait passer l'induction à la valeur B_r , dite de l'induction rémanente.

H_c est le champ coercitif, champ qu'il faut appliquer pour ramener l'induction à une valeur nulle (avec la bonne polarité).

B_r et H_c dépendent de la valeur maximale H_m atteinte par l'excitation magnétique ; lorsque H varie entre $-H_m$ et $+H_m$, le cycle fermé décrit par le point représentatif (H, B) est le cycle d'hystérésis.

Quand H_m augmente, on tend vers la saturation du matériau, qui se traduit par la réduction de pente de la courbe (perméabilité incrémentale).



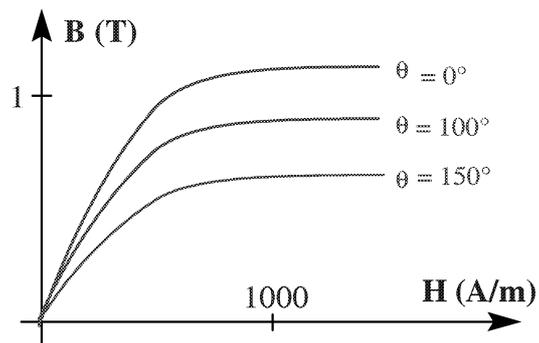
5.3.3 autres caractéristiques

Dans les matériaux magnétiques usuels, H et B sont spatialement colinéaires.

La non linéarité de la caractéristique magnétique excitation/induction ne peut en général pas être ignorée dans l'étude des machines électriques. En effet, pour limiter le dimensionnement magnétique des machines au plus juste, on souhaite, à flux donné, avoir des sections de circuits minimales, donc les inductions les plus élevées acceptables.

Le dimensionnement des circuits magnétiques, autrefois élaboré au moyen de méthodes graphiques, (caractéristiques partielles) fait appel aujourd'hui à des méthodes de résolution numériques.

B dépend aussi de la température. Ainsi, à la température de Curie, la perméabilité relative μ_r devient égale à l'unité. Cette température est en général bien plus élevée que la température d'utilisation des matériaux.



Exemple d'effet de la température

5.3.4 magnétostriction ; effet sonore

L'application d'une contrainte mécanique tend à modifier l'état d'aimantation d'un matériau. Réciproquement, l'induction crée une contrainte volumique interne (magnétostriction).

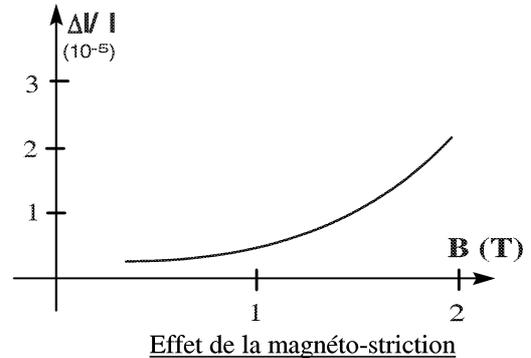
On peut calculer un ordre de grandeur de cet effet. A l'induction courante de 1,5 tesla, la déformation relative est de 20 microns par mètre, en valeur de crête. Ceci correspond, pour

la fréquence de 100 Hz, qui est fréquence d'excitation dynamique courante des machines, et pour une tôle de 1 m de longueur, à une vitesse vibratoire efficace de 9 mm/s

sachant que $v_0 = 5 \cdot 10^{-8}$ m/s, où v_0 est la référence de vitesse

on a alors $\frac{v}{v_0} = 2 \cdot 10^5$ soit $\left(\frac{v}{v_0}\right)^2 = 4 \cdot 10^{10}$, ce qui correspond à 106 dB.

Cette valeur situe l'importance de la magnétostriction pour l'émission d'un bruit acoustique rayonné par un matériau magnétique excité par un champ alternatif. Le diagramme suivant montre qualitativement comment la déformation d'un matériau ferromagnétique évolue avec l'induction.



La saturation dans les circuits magnétiques peut être analysée au moyen de la méthode des caractéristiques partielles.

6 INDUCTANCE RÉELLE

Notre bobine "idéale" étant constituée d'enroulements, elle possède en pratique une résistance ohmique. Outre les quatre phénomènes de nature magnétique déjà cités (fuites, saturation, hystérésis du matériau, et courants de Foucault), elle peut comporter aussi des pertes Joule, ainsi que d'éventuels effets capacitifs, entre spires, ou entre spires et noyau. Nous allons en étudier les effets et en déduire une représentation équivalente.

6.1 les différents types physiques de pertes

Les phénomènes précédemment cités sont gênants, entre autres raisons, à cause des pertes énergétiques qu'ils peuvent occasionner. Les pertes énergétiques dans une bobine sont pour partie d'origine électrique (pertes dites "cuivre") et pour partie d'origine magnétique (pertes dites "fer").

La prise en considération des pertes magnétiques prend tout son sens quand le matériau est cyclé, c'est-à-dire lorsque l'on soumet le circuit magnétique à un champ alternatif. On distingue, parmi les pertes fer, les pertes par hystérésis P_h , et les pertes par courants de Foucault P_f .

Les pertes fer totales sont de la forme :

$$P_t = P_h + P_f$$

6.2 cas des courants alternatifs

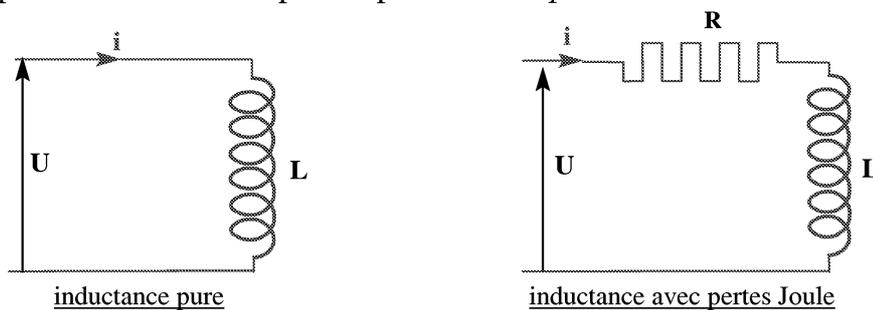
Précisément, une application très fréquente du couplage entre circuit magnétique et circuit électrique correspond au cas où l'on fait circuler dans le circuit électrique un courant alternatif.

Le système couplé que nous allons considérer est constitué par une bobine à noyau de fer. On parle de bobine ou d'inductance, ce dernier terme désignant, suivant les circonstances, l'objet ou sa propriété principale.

La bobine à noyau de fer en courant alternatif fera l'objet d'un bilan synthétique au chapitre suivant.

6.2.1 prise en compte des pertes résistives

Ce modèle permet de rendre compte des pertes *électriques* dans une inductance.

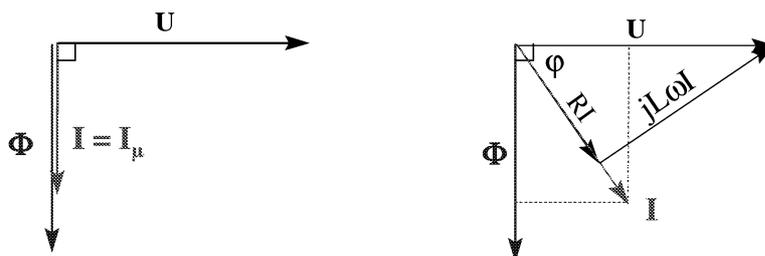


Dans l'hypothèse d'un courant sinusoïdal pur : $i = I \sin \omega t$, ces équations deviennent :

$$U = j L \omega I$$

$$U = j L \omega I + R I$$

On peut donner de ces équations une représentation vectorielle dans le plan de Fresnel



I_μ représente le courant magnétisant, correspondant à l'énergie électromagnétique échangée avec la source à chaque période. Dans le deuxième cas (figure de droite) on a :

$$\vec{I} = \vec{I}_\mu + \vec{I}_R$$

6.2.2 pertes par hystérésis

On montre qu'un élément de matériau magnétique absorbe et dissipe, chaque fois qu'il décrit un cycle d'hystérésis, une énergie proportionnelle à l'aire \mathcal{A} de ce cycle ($\mathcal{A} = k B_M \cdot H_M$), et au volume de matériau.

d'un champ alternatif, de courants induits dits courants de Foucault. Les lignes de ces courants se développent à l'intérieur de la masse même du matériau magnétique.

Pour limiter l'intensité de ces courants et les échauffements qui en résultent par effet Joule, on augmente la résistivité du matériau, à réluctance magnétique pratiquement conservée, en remplaçant les parties massives par des empilages de tôles. En effet cette disposition se traduit par une légère réduction de la section offerte au passage du flux magnétique.

Les tôles de ces circuits dits feuilletés sont isolées électriquement entre elles.

On peut également réduire les pertes en faisant appel à des matériaux isolants (ferrites).

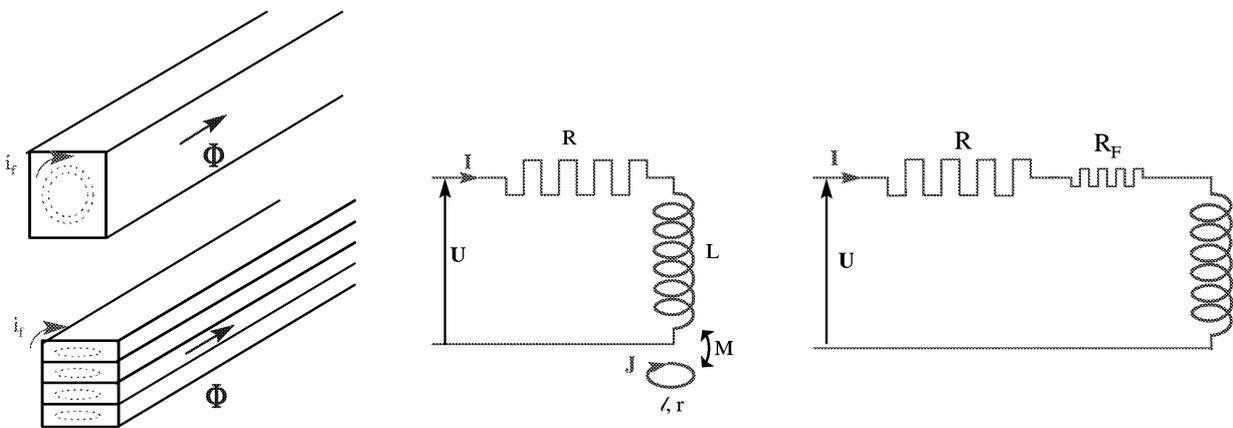
On constate que ces pertes P_f , avec les matériaux actuels, sont sensiblement proportionnelles entre autres au carré de la fréquence et de l'induction maximale :

$$P_f \sim k_f V e^2 B_{\max}^2 f^2$$

La modélisation des pertes est déduite des équations électriques :

$$\text{bobine :} \quad \mathbf{U} = R \mathbf{I} + \mathbf{j} L \omega \mathbf{I} + \mathbf{j} M \omega \mathbf{J}$$

$$\text{spire (fuites) :} \quad 0 = r \mathbf{J} + \mathbf{j} l \omega \mathbf{J} + \mathbf{j} M \omega \mathbf{I}$$



Feuilletage des tôles destiné à limiter les courants de Foucault

D'où des valeurs modifiées pour les paramètres de la bobine :

$$R \Rightarrow R + \frac{M^2 \omega^2 r}{r^2 + l^2 \omega^2} \quad L \Rightarrow L - \frac{M^2 \omega^2 l}{r^2 + l^2 \omega^2}$$

Il est important de noter les sens des variations de R et de L : la présence des courants de Foucault *augmente* la résistance apparente de la bobine, et *diminue* son inductance.

6.2.4 effet de peau

Lorsque la fréquence du courant s'élève, le profil de la densité de courant dans la section d'un conducteur se modifie, dans le sens d'une réduction au centre. C'est le phénomène de l'effet de peau.

En effet, les variations du champ magnétique créent des courants induits (courants de Foucault) dans tout élément conducteur. Ceci s'applique en particulier à un conducteur véhiculant un courant alternatif. La densité de courant j dans la section de ce conducteur n'est pas uniforme du fait de la présence de ces courants induits. On appelle épaisseur de peau e la profondeur de pénétration du courant à partir de la surface externe du conducteur.

Elle correspond à un rapport de densités de courant de $\exp(1) = 2,718$ entre la surface et un point intérieur situé à e .

ρ et μ étant la résistivité et la perméabilité du matériau, et f la fréquence, l'épaisseur de peau e a pour valeur :

$$e = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu\sigma f}} = 5 \sqrt{\frac{\rho}{\mu f}}$$

Ce phénomène est gênant pour le transport de l'énergie, puisqu'une partie du matériau devient ainsi "inutile". Pour la fréquence usuelle du réseau $f = 50$ Hz, on trouve ainsi : $e \approx 1$ cm dans le cuivre.

On tire de ces considérations la règle pratique qu'il est inutile, en courant alternatif, d'utiliser des conducteurs de rayon notablement supérieur à e pour le transport du courant. Ce phénomène peut au contraire être mis à profit dans le domaine de la C.E.M. : un matériau simplement conducteur constitue ainsi un blindage d'autant plus efficace que la fréquence d'une perturbation est élevée.

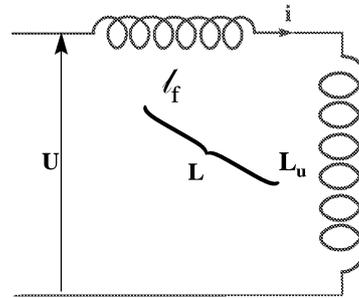
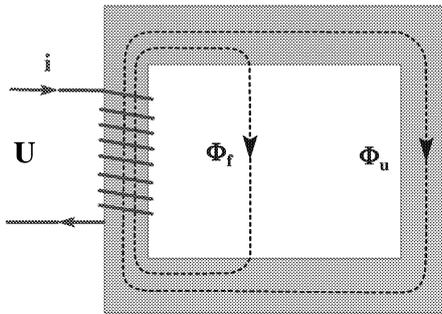
6.2.5 prise en compte du flux de fuite

Le bilan des flux est le suivant : $\Phi_{\text{total}} = \Phi_{\text{utile}} + \Phi_{\text{fuites}}$

Par dérivation et application de la loi de Faraday, on obtient la relation entre les tensions

$$U = e = -\frac{d\Phi_t}{dt} = L_U \frac{di}{dt} + l_f \frac{di}{dt}$$

qui suggère le schéma équivalent suivant, où l'existence d'un flux de fuite est traduite par une inductance *supplémentaire* l_f en série avec l'inductance principale L_u .



7 AIMANTS PERMANENTS

7.1 types et caractéristiques

Les aimants permanents sont des matériaux à cycle d'hystérésis très large, dits "durs". Ils conservent donc de façon relativement stable la mémoire des excitations auxquelles ils ont été soumis. Ils sont utilisés de plus en plus fréquemment, en particulier dans les machines tournantes (machines synchrones, ...). Ils ont été l'objet dans les années récentes de progrès importants, liés à ceux des techniques des matériaux.

A l'opposé, les matériaux dits "doux" sont caractérisés par un cycle d'hystérésis étroit. Ils sont aisément démagnétisables.

On utilise actuellement 4 principaux types d'aimant ; ce choix permet, schématiquement, de privilégier, soit des performances magnétiques très élevées, soit une bonne stabilité en température.

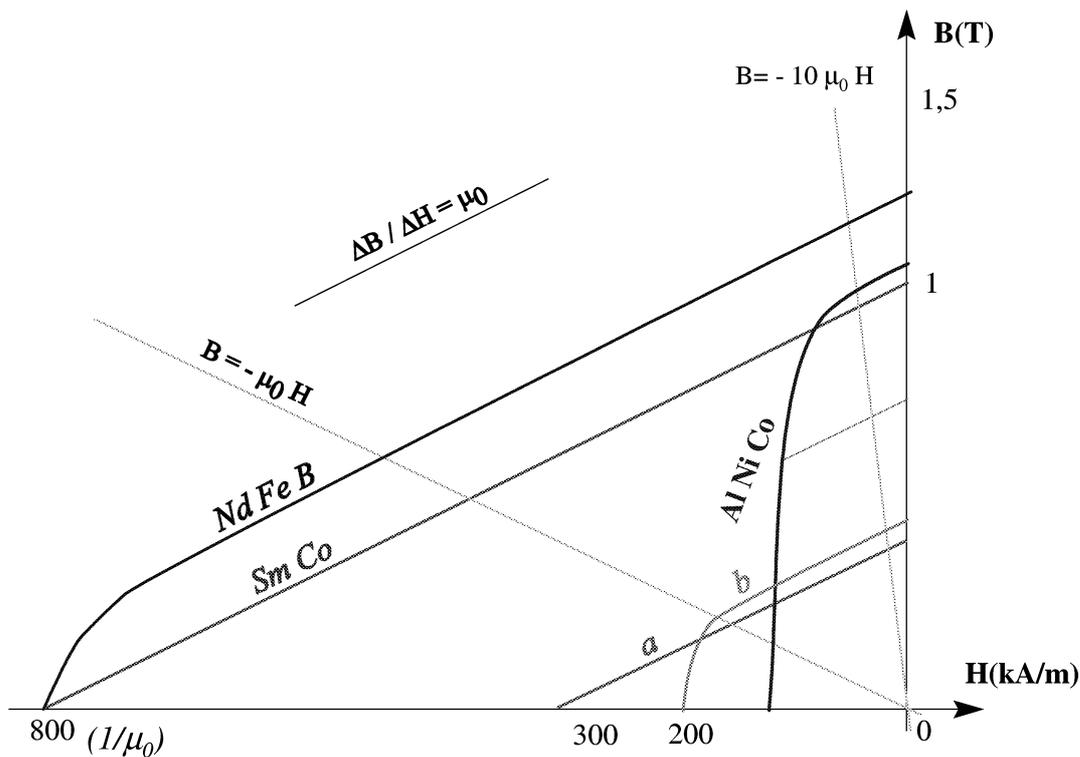
Il s'agit des matériaux suivants : (les repères renvoient aux courbes de la figure)

- les ferrites, qui constituent un matériau courant, par ailleurs isolant, faisant appel au strontium (courbe a) ou au Baryum (courbe b)
- les AlNiCo, qui sont des alliages d'aluminium, fer, et cobalt, présentant une bonne tenue en température (jusqu'à 500 °C)
- les aimants de type Samarium/Cobalt, tels que SmCo_5 et $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$
- les aimants Néodyme/Fer/Bore, principalement $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$

Si l'on compare ces deux derniers types aux AlNiCo, on observe un champ coercitif $-H_c$ beaucoup plus élevé, traduisant une plus grande stabilité vis-à-vis de la désaimantation.

Le diagramme suivant permet de comparer leurs différentes caractéristiques.

Les matériaux sont caractérisés principalement par la valeur maximale de B_r et par la valeur de H_c associée.



7.2 comportement du matériau

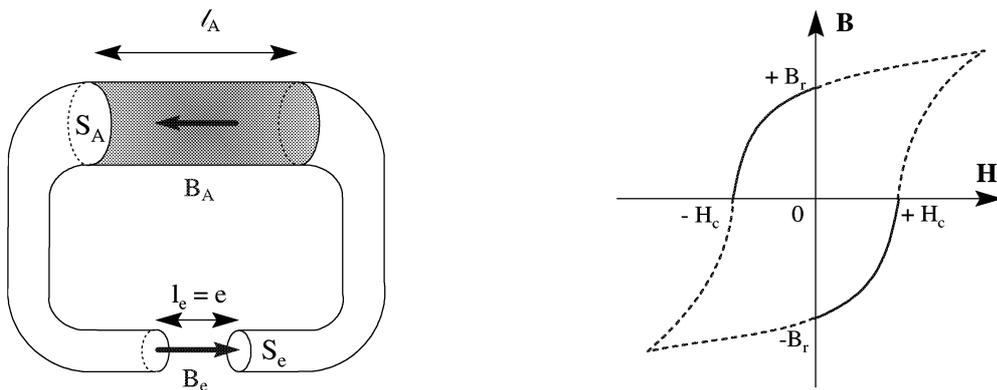
Lors de grandes variations de l'excitation magnétique H , le point représentatif du comportement du matériau dans le plan (H, B) , décrit une partie du cycle limite tel que représenté sur la figure.

Lors de *petites* variations de l'excitation magnétique H (pointillés étroits), ce point représentatif suit des trajectoires rectilignes, parallèles et réversibles, dites droites de recul (pointillés larges).

7.3 fonctionnement d'un aimant dans un circuit magnétique

Un matériau donné ayant été choisi pour un aimant, son fonctionnement dans un circuit magnétique va être fonction de la quantité de matière magnétique mise en œuvre, que l'on peut caractériser par deux paramètres géométriques : section S_A et longueur l_A . Son intensité d'aimantation J_A correspond à la valeur de l'induction B_A en l'absence d'excitation ($H_A = 0$). Elle définit le cycle limite utilisé.

Par ailleurs, l'objectif de l'utilisation de l'aimant est de créer une induction B_e dans un certain volume, de section S_e et de longueur l_e .



Les relations existant entre les différentes grandeurs s'écrivent :

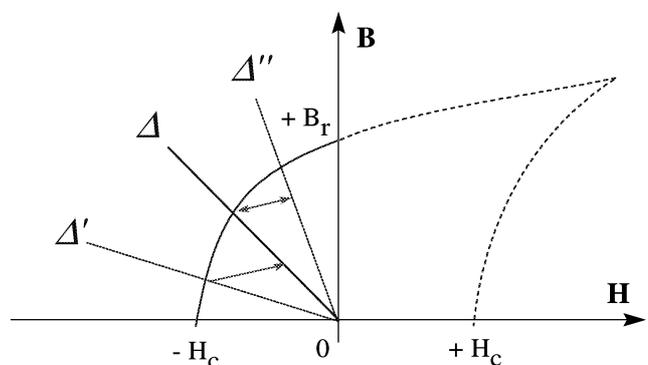
- 1) $B_A S_A = B_e S_e$ (conservation du flux)
- 2) $H_A l_A + H_e l_e = 0$ (théorème d'Ampère, en l'absence d'enroulement électrique exciteur)
- 3) $B_e = \mu_0 H_e$ (relation dans l'air)
- 4) $B_A = f(H_A)$ (courbe expérimentale du cycle limite)

Les relations 1), 2), et 3) associées définissent une droite Δ d'équation :

$$B_A = -\mu_0 \frac{l_A S_e}{l_e S_A} H_A$$

Cette droite est dite droite d'entrefer (pointillés larges). On voit qu'il s'agit d'une droite passant par l'origine, et d'autant plus inclinée que l'entrefer l_e sera grand. Le point de fonctionnement de l'aimant se trouve à l'intersection de cette droite et de la courbe 4).

On doit noter à ce propos que le démontage d'un circuit magnétique comportant un aimant équivaut à changer la droite d'entrefer Δ par une droite à pente plus faible Δ' (l_e plus grand). Ceci correspond à l'application d'un champ d'excitation opposé à l'aimantation rémanente B_r , qui se traduit par une forte réduction de celle-ci. Il est au contraire souhaitable de préserver le



fonctionnement de l'aimant par un shunt magnétique en parallèle sur l'entrefer, ce qui correspond au passage sur une droite d'entrefer Δ de pente plus élevée.

7.4 dimensionnement des aimants

La détermination de l_A , S_A , B_A , H_A , à partir des données d'entrée : l_e , S_e , B_e (application) et B_r ou H_c (cycle du matériau), laisse la possibilité de choisir un paramètre de l'aimant ou d'optimiser un critère. Un critère usuel est le critère d'Evershed, qui minimise la quantité de matière, c'est-à-dire le volume de l'aimant $V_A = l_A S_A$. La combinaison des relations 1) à 4) montre que l'on a :

$$l_A \cdot S_A \cdot B_A \cdot H_A = C^{te} = - l_e \cdot S_e \cdot B_e^2 / \mu_0$$

Il reste donc à déterminer à partir de la courbe 4) $B_A = f(H_A)$ l'extremum de la fonction :

$$g(H_A) = H_A \cdot f(H_A) = B_A H_A$$

Le rapport λ défini par $\lambda = l_A / l_e$ a pour valeurs courantes :

- $\lambda \sim 2$ pour le néodyme/fer/bore
- $\lambda \sim 20$ pour l'Alnico

Une valeur faible de λ autorise, dans une machine donnée, des entrefers comparativement plus importants.

8 APPLICATIONS ÉLECTRO-MÉCANIQUES

8.1 efficacité de la conversion électro-mécanique

L'utilisation de systèmes de conversion électromécanique (générateurs, moteurs, actionneurs) n'est pas une finalité en soi, mais correspond à des performances optimales obtenues dans certains domaines, qu'il est donc utile de définir : les critères principaux sont le niveau de puissance accessible, la compacité, et la rapidité d'action. On va donc présenter une vision d'ensemble des techniques disponibles.

Préalablement, on remarque l'identité entre les grandeurs :

- énergie volumique (J/m^3)
- pression (pa, ou N/m^2).

Ces deux grandeurs ont pour dimension $[M L^{-1} T^{-2}]$.

8.2 Energie électromagnétique

On a vu (*chapitre précédent*) que l'énergie magnétique W_M emmagasinée dans un volume \mathcal{V} a pour expression :

$$W_M = \frac{1}{2} \iiint_{\mathcal{V}} B \cdot H \cdot dv$$

le produit $B H$ étant une densité volumique d'énergie. W_M est principalement concentrée dans les parties en air, ou entrefers, du fait que $\mu_r \gg 1$. Par ailleurs, l'énergie électrique associée $W_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ est ici très faible.

De ce fait, on peut donner une expression de W_M dans l'air

$$W_M = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$

Dans le cas d'un circuit ou d'un ensemble de circuits alimentés par des courants, une expression de l'énergie peut être calculée à partir des grandeurs électriques courants et inductances (I_j, L_k, M_{jk}).

8.2.1 cas d'un circuit unique

$$W_M = \frac{1}{2} L I^2$$

8.2.2 cas de circuits couplés

On considère le cas de 2 enroulements couplés, mobiles en position angulaire θ l'un par rapport à l'autre. On suppose négligeable l'énergie dépensée par effet Joule, et on se limite au cas où la seule déformation des circuits est due à θ .

♦ flux totaux coupés :

$$\phi_1 = L_1 i_1 + M i_2$$

$$\phi_2 = M i_1 + L_2 i_2$$

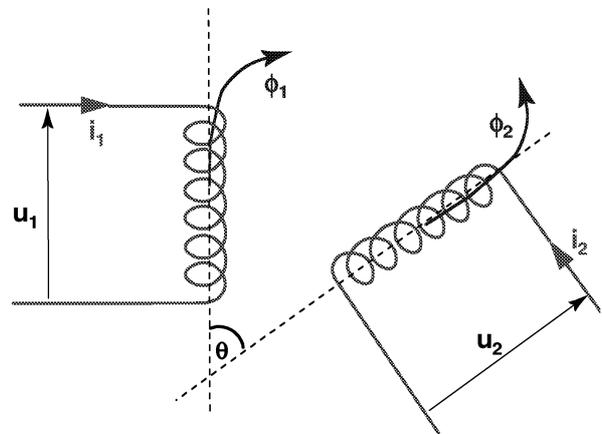
♦ lois d'Ohm des deux circuits :

$$u_1 = (L_1 i_1 + M i_2)$$

$$u_2 = (M i_1 + L_2 i_2)$$

♦ L_1, L_2 , et M sont des fonctions de θ (position angulaire)

$$W_{em} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$



Si θ est variable en fonction de t , dW_s est la variation totale d'énergie interne, fournie par les deux sources, et dW_{tr} le travail mécanique

$$dW_s = dW_{em} + dW_{tr}$$

$$dW_{tr} = \Gamma d\theta = \frac{1}{2} i_1^2 dL_1 + \frac{1}{2} i_2^2 dL_2 + i_1 i_2 dM$$

Le système évolue de manière à rendre maximal le terme d'inductance mutuelle, donc à aligner les lignes de champ créées par chacun des deux enroulements, ainsi qu'à rendre maximaux les deux termes d'inductance propre.

8.3 effort magnétique ; pression magnétique

Les forces électromagnétiques créées par les champs et par les courants peuvent créer ou non, suivant le cas, des déplacements et/ou des déformations des circuits.

La règle du flux maximum permet d'orienter ceux-ci : les circuits tendent à se déplacer et à se déformer de façon à maximiser l'énergie électromagnétique emmagasinée.

Lorsqu'il existe des forces de type Laplace, elles peuvent être déterminées à partir de la seconde loi de Laplace.

Dans le cas général, les efforts créés peuvent être déterminés grâce au principe des travaux virtuels.

Le travail développé par une force électromagnétique F pour un déplacement dx de son point d'application a pour valeur :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{x}$$

Dans le cas d'une force de Laplace, par combinaison entre l'expression électromagnétique de la force et celle du flux $d\Phi$ coupé lors du déplacement

$$d\Phi = B dS = B \cdot l \cdot dx$$

on obtient

$$dW = i d\Phi$$

8.4 limitations rencontrées en conversion d'énergie

Les énergies en compétition sont de nature mécanique (hydraulique/pneumatique), magnétique ou électromagnétique, et électrostatique.

L'énergie massique mécanique maximale correspond aux pressions compatibles avec le maintien de niveaux de contrainte mécanique acceptables soit

$$p_H = 400 \text{ bars} = 4 \cdot 10^7 \text{ pa}$$

L'énergie massique électrostatique maximale résulte de la tenue diélectrique de l'air limitée à $3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$, ce qui conduit à

$$p_E = 40 \text{ pa}$$

L'énergie massique électromagnétique maximale est fixée par la saturation des matériaux magnétique, imposant des inductions de l'ordre de 1 T. Il s'ensuit

$$p_M = 4 \cdot 10^5 \text{ pa}$$

On rappelle l'équivalence : $1 \text{ kg/mm}^2 = 1 \text{ hbar} = 10 \text{ MPa}$.

Il est également nécessaire de pouvoir piloter les énergies mises en jeu. Cette commande se heurte à des limites de vitesse, c'est à dire de fréquence de commande, différentes.

A partir de ces différentes données, on peut déterminer des limites de puissance massique, qui sont un indicateur de la compacité réalisable pour les équipements.

L'ensemble des résultats est récapitulé par le tableau ci-dessous.

<i>principe de conversion</i>	<i>pression réalisable(bars)</i>	<i>fréquence de commande (kHz)</i>	<i>puissance massique(échelle relative)</i>
<i>hydro-pneumatique</i>	400	0,1	0,1
<i>électromagnétique</i>	4	100	1
<i>électrostatique</i>	0,0004	1000	0,001

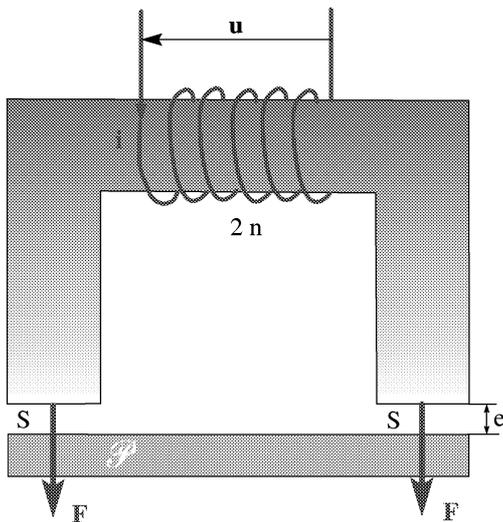
Ce tableau montre l'intérêt des systèmes électromagnétiques. Toutefois, dans certaines applications un facteur particulier peut être pénalisant : un cas typique est celui des Paliers Magnétiques Actifs, où la faible charge spécifique peut être un inconvénient. Elle est compensée par la très grande souplesse de la commande apportée par l'électronique de puissance associée.

8.5 électroaimant

Les considérations qui précèdent peuvent être illustrées par la description d'une application simple qui est l'électroaimant. Un électroaimant est un dispositif destiné à exercer des forces d'attraction sur un matériau ferromagnétique en vue par exemple de le déplacer.

On suppose une petite variation de l'entrefer e , F étant la force qui s'exerce sur la surface S de passage du flux

La palette P étant purement passive, il y a nécessairement attraction. Le matériau ne pourra être libéré que par coupure du courant.



$$dW = F de = d\left(\frac{1}{2} L I^2\right) = \frac{I^2}{2} \frac{dL}{de} de$$

$$H = \frac{n I}{e}$$

$$B = \frac{\mu_0 n I}{e}$$

Après avoir calculé l'induction dans l'entrefer, on déduit l'inductance de la valeur du flux :

$$\Phi = \frac{\mu_0 S n^2}{e} I \quad L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 S n^2}{e}$$

$$F(e) = -\frac{I^2}{2} \frac{\mu_0 S n^2}{e^2} = -S \frac{B^2}{2\mu_0}$$

On peut s'affranchir de S , et calculer la pression magnétique qui s'exerce

$$p(e) = \frac{F(e)}{S} = \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{1}{2} B.H = \frac{\mu_0}{2} H^2$$

On note :

1) que p est (apparemment) indépendante de e ; en fait, e intervient sur le B créé, au travers de la réluctance du circuit

2) l'application numérique montre que l'on a, pour $e = 1$ mm et $B = 1$ tesla :

$$p = 4 \text{ bars} = 0,4 \text{ MPa (cf. le tableau ci-dessus)}$$

On peut établir directement l'expression de la force à partir de l'expression générale de l'énergie électromagnétique E_V présente dans le volume \mathcal{V} de l'entrefer, puisqu'elle est concentrée dans ce volume ($\mu_0 \ll \mu$).

Les forces qui s'exercent entre éléments d'un circuit magnétique de façon à augmenter le flux sont dites forces de Maxwell.

8.6 circuit magnétique déformable par rotation

On considère ici un dispositif où le circuit magnétique incorpore un élément en matériau magnétique, passif (palette), mobile autour d'un axe de position angulaire q . Il s'agit d'une machine à **réluctance variable**.

La loi d'Ohm pour un circuit comportant une inductance s'écrit :

$$u = Ri + \frac{d\Phi}{dt} = Ri + \frac{d}{dt}(Li) = Ri + L \frac{di}{dt}$$

L'énergie fournie par la source est

$$dW = R i^2 \cdot dt + d(\frac{1}{2} L i^2)$$

Si L est déformable, en particulier en fonction de l'entrefer e :

$$L = \frac{\mu_0 S n^2}{e}$$

$$dW_L = d(L i^2) = L i di + i^2 \cdot dL$$

Si $di = 0$ (i constant) alors $dW = i^2 dL$

$$F = \frac{1}{2} i^2 \cdot dL/de$$

$$F = \frac{dW_L}{de} = -\frac{1}{2} i^2 \left(\frac{\mu_0 S n^2}{e^2} \right)$$

La force tend à réduire l'entrefer, c'est-à-dire à :

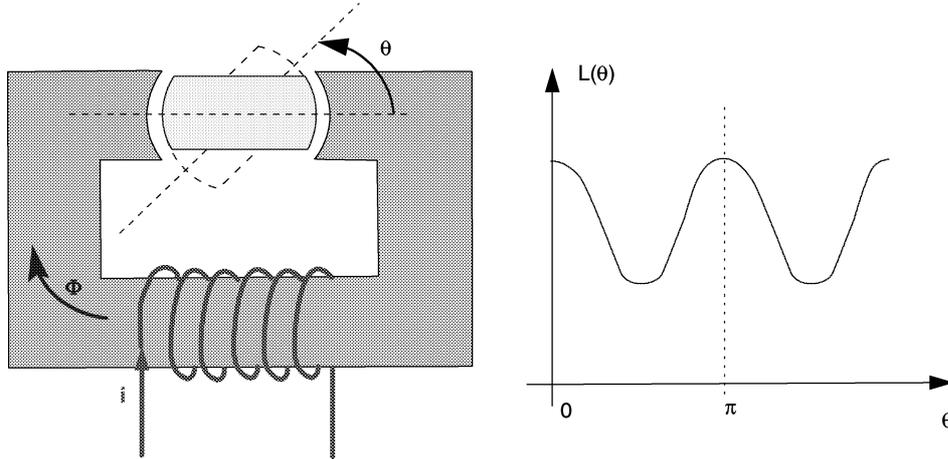
- augmenter l'inductance
- diminuer la réluctance
- augmenter le flux

Calculons le couple $\Gamma(\theta)$ associé

$$\Gamma = \frac{dW_L}{d\theta} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(\theta)}{d\theta}$$

si $L = L(\theta)$ on peut déduire le signe de $\frac{dL}{d\theta}$ de la figure

$$L \sim L_{\text{moy}} + \lambda \cos 2\theta \Rightarrow \quad dL/d\theta = -2\lambda \sin 2\theta$$



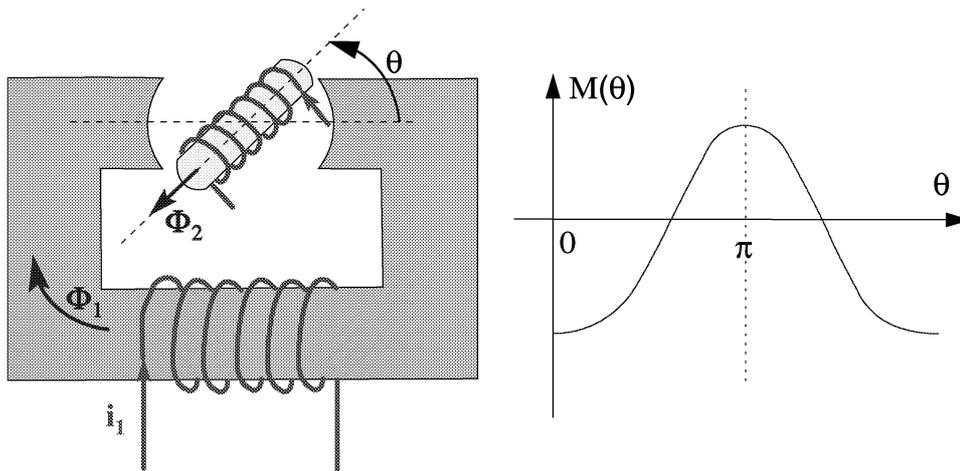
Le tableau d'analyse des positions d'équilibre s'établit comme suit

θ	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$
$dL/d\theta$	-	+	-	+
	↘	↗	↘	↗
θ_{lim}	0	π	π	0
équilibre	stable	instable	stable	instable

Il existe 2 positions stables et 2 positions instables.

8.7 système électromagnétique déformable

Si on suppose maintenant que l'élément mobile du système n'est plus passif, mais actif, c'est-à-dire magnétiquement polarisé (soit par un aimant, soit par un enroulement parcouru par un courant) :



On établit les expressions respectives du travail et du couple fourni :

$$W(\theta) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

$$\Gamma(\theta) = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_1}{d\theta} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_2}{d\theta} + i_1 i_2 \frac{dM}{d\theta}$$

Le tableau d'analyse des positions d'équilibre s'établit comme suit

θ	0	π
$dL/d\theta$	-	+
	↘	↗
θ_{lim}	0	π
équilibre	stable	instable

Selon les valeurs relatives des variations de M , L_1 , L_2 , deux situations peuvent se présenter.

◆ cas 1 :

Seule M varie ; ce cas est représentatif d'une **machine synchrone**.

On établit les domaines du signe de $dM/d\theta$ comme pour le cas de la palette (rotor passif).

◆ cas 2 :

L_1 , L_2 , et M varient notablement, d'où trois termes dans le couple ; ce cas est représentatif d'une **machine à courant continu**.

Il existe une ou deux positions d'équilibre par tour, suivant les ordres de grandeur de L_1 , L_2 , M ; la position correspondant au plus grand couple de rappel est $\theta = \pi$

Parmi les applications courantes de ce dispositif, on trouve :

- excitation par aimant : galvanomètre, haut-parleur
- excitation par un enroulement : les appareils de mesure électro-dynamiques à cadre, dont notamment le wattmètre.

EXERCICE

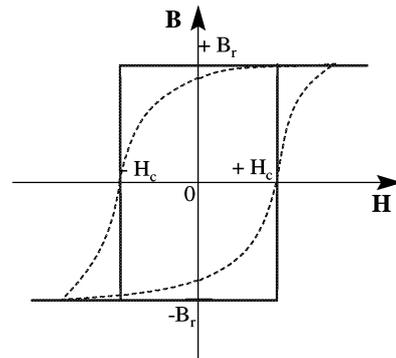
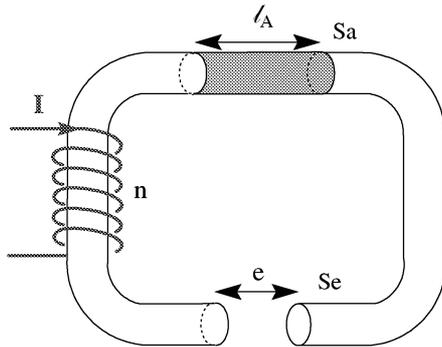
On considère un circuit magnétique de section constante S , comportant :

- un aimant de longueur l_a
- un entrefer d'épaisseur e
- deux autres pièces, de longueur totale l , en matériau ferromagnétique linéaire sans hystérésis caractérisé par $B_f = \mu_0 \mu_r H_f$

Le cycle d'hystérésis de l'aimant sera approximé par le rectangle délimité par les droites $B = \pm B_M$

et $H = \pm H_c$. Le circuit comporte encore un enroulement de n spires parcouru par un courant I . Il n'y a pas de fuites magnétiques.

Il n'y a pas de fuites magnétiques.



1) écrire la relation entre I , B , et H

2) représenter la relation précédente dans le plan (H, B)

3) donner les valeurs de H et B dans l'application numérique suivante :

$l = 0,2 \text{ m}$, $l_a = 40 \text{ mm}$, $e = 5 \text{ mm}$, $\mu_r = 5000$, $H_c = 5000 \text{ A}$, $B_M = 1 \text{ T}$, $n = 4000$, $I = I_M = 2 \text{ A}$

4) quelle est l'évolution de B et H lorsque I passe de $I = I_M$ à $I = -I_M$?

SOLUTION

La section de passage du flux est constante $S_a = S_e = S$, l'induction B est donc la même partout $B_f = B_e = B_a$.

Le théorème d'Ampère permet d'écrire
soit encore

$$\begin{aligned} \Sigma (nI) &= \Sigma (Hl) = \Sigma (\mathcal{R} \Phi) \\ nI &= H l_a + B/\mu_0 \mu_r l + B/\mu_0 e \\ \text{enroulement} &= \text{aimant} + \text{circuit} + \text{entrefer} \end{aligned}$$

1) La relation est de la forme $B = \alpha H + \beta$, avec

$$\alpha = -\mu_0 \mu_r l_a / (l + \mu_r e)$$

$$\beta = +n I \mu_0 \mu_r / (l + \mu_r e)$$

2) C'est une droite de pente négative ($\alpha < 0$)

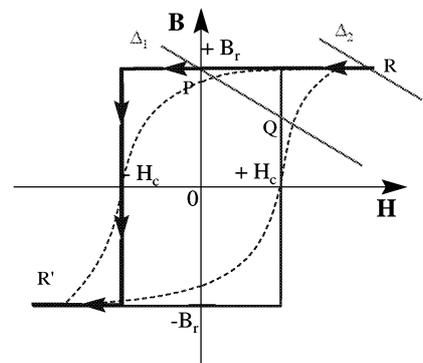
On voit que l'importance de l'entrefer est fonction du rapport : $\lambda = \mu_r e / l$ (ici $\lambda > 100$)

3) Suivant la valeur du courant I , le point de fonctionnement peut dépendre ou non des états antérieurs du système ; ainsi la droite Δ_1 , pour un courant donné, peut correspondre aux points P ou Q.

Pour $I = 2 \text{ A}$ (droite Δ_2), la droite ne rencontre pas le cycle d'hystérésis. L'induction ne peut augmenter au delà de $B = B_M$, l'excitation peut augmenter sans limite particulière. Le point de fonctionnement est le point R ($H_R \sim 8000$, $B_R = 1 \text{ T}$)

4) lorsque I passe de I_M à $-I_M$, le point représentatif décrit le cycle d'hystérésis jusqu'en R', homologue de R.

Le trajet passe par P et non par Q. En effet, pour démagnétiser le circuit, il faut atteindre $H = -H_c$.



CHAPITRE III

LES MACHINES STATIQUES

1 OBJET DU CHAPITRE

Après avoir considéré le couplage électromagnétique de façon très générale, nous allons maintenant examiner les possibilités créées par l'utilisation de systèmes électromagnétiques en courant alternatif. Nous allons dans un premier temps considérer les machines statiques, c'est-à-dire celles où l'on ne crée pas - pas de façon volontaire s'entend - d'interactions mécaniques. Une machine statique typique est constituée d'un circuit magnétique, à une ou plusieurs branches, et de un ou plusieurs enroulements électriques liés à ce circuit magnétique.

Un problème fréquemment rencontré, et qui sera analysé plus en détail dans le chapitre sur les réseaux électriques, est le suivant : comment changer le niveau de tension dont on dispose pour alimenter les appareillages utilisateurs d'électricité que l'on possède ? Il suffit pour l'immédiat de connaître deux raisons, par ailleurs très impérieuses, qui imposent le plus souvent les niveaux auxquels la tension électrique est fournie :

1) les machines qui produisent l'énergie électrique la fournissent en général sous des niveaux de tension moyens, alors que pour la transporter sur de grandes distances, il est nécessaire qu'elle soit conditionnée sous forme de haute tension

2) les niveaux d'utilisation de la tension sont en nombre réduit, car il est nécessaire, pour des motifs économiques, de standardiser les caractéristiques du matériel utilisateur.

3) le danger d'origine électrique pour les personnes amène dans un grand nombre de cas à limiter les niveaux de tension utilisés (usages domestiques, enceintes métalliques, véhicules).

La principale application des machines statiques, le transformateur, constitue une réponse à ce problème.

Un cas particulier correspond au cas où l'on souhaite disposer de tension variable. L'électronique de puissance permet de plus en plus fréquemment d'y apporter réponse, voire même de répondre au problème général.

En préalable, on considérera le comportement en courant alternatif des impédances électriques élémentaires.

*Outre la question du choix des **tensions**, on peut s'intéresser à celle du choix d'une **fréquence** pour faire transiter les énergies électriques. Un grand nombre d'éléments de réponse à cette question relève précisément des aspects qui sont analysés dans ce chapitre et sont liés au fonctionnement des systèmes matériels bobinés utilisant des circuits magnétiques.*

2 CIRCUITS ELEMENTAIRES EN COURANT ALTERNATIF

On va considérer des grandeurs périodiques qui seront dans un premier temps sinusoïdales pures. On les qualifiera - en abrégé - d'alternatives.

2.1 impédance pure R, L, C

Une grandeur dite "alternative" (tension, courant, ...) est donc définie par une équation de la forme :

$$x = X_M \sin \omega t$$

Dans cette équation, X_M est l'amplitude de la grandeur, $\omega = 2\pi f$ sa pulsation, f sa fréquence, et $T = 1/f$ sa période. La définition s'applique pour une tension alternative comme pour un courant alternatif. Ces grandeurs peuvent présenter un déphasage ϕ (décalage temporel) par rapport à une grandeur considérée comme référence.

Exemple : $u = U_M \sin \omega t$ $i = I_M \sin (\omega t + \phi)$

Elles sont périodiques et de forme sinusoïdale pure. Elles sont donc à moyenne nulle :

$$X_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad \text{avec } x = u \text{ ou } i$$

On est donc fréquemment amené à considérer la valeur moyenne quadratique, ou valeur efficace de ces grandeurs

$$X_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad \text{avec } x = u \text{ ou } i$$

Les grandeurs instantanées peuvent encore recevoir une expression sous forme complexe

$$\bar{X}(t) = X \cdot \exp[j(\omega t + \phi)] \quad \text{avec } x = u \text{ ou } i, \text{ et où } j^2 = -1$$

ce qui correspond dans l'exemple précédemment cité à $\mathbf{U} = u \cdot e^{j\omega t}$, $\mathbf{I} = i \cdot e^{j(\omega t + \phi)}$

Le courant et la tension ont même pulsation ω .

On observe que les produits de la forme \mathbf{UI}^* , où $\mathbf{I}^* = i \cdot e^{-j(\omega t + \phi)}$ sont indépendants du temps. Ils permettent donc d'exprimer commodément un certain nombre de grandeurs énergétiques constantes dans le temps, qui caractérisent un dipôle électrique (fraction de circuit comprise entre deux points).

Pour une grandeur sinusoïdale $x = X_M \sin \omega t$, quelle que soit par ailleurs sa nature physique, on a les deux propriétés suivantes :

1) l'opérateur de dérivation temporelle d/dt se réduit à une multiplication scalaire par ω et un déphasage additionnel de $\pi/2$ (avance de phase) ; inversement, l'opérateur d'intégration temporelle se traduit par une multiplication scalaire par $1/\omega$ et un déphasage additionnel de $-\pi/2$ (retard de phase)

2) un rapport arithmétique simple existe entre la valeur maximale ou valeur de crête X_M , et la valeur efficace, notée X_{eff} ou X (on omet le plus souvent l'indice pour cette valeur):

$$X_{\text{eff}} = X_M \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} t \right) dt} \quad \text{d'où} \quad X_{\text{eff}} = \frac{X_M}{\sqrt{2}}$$

Des relations : $u_L = L di_L/dt$ (inductance) et : $i_C = C du_C/dt$ (capacité),

on tire les relations entre la tension appliquée $u = U_M \sin \omega t$ et le courant i , pour les trois formes dites pures d'impédance électrique R , L , et C , en régime sinusoïdal :

<i>résistance R</i>	<i>inductance L</i>	<i>condensateur C</i>
$i_R = I_{MR} \sin \omega t$	$i_L = I_{ML} \sin (\omega t - \pi/2)$ $= - I_{ML} \cos \omega t$	$i_C = I_{MC} \sin (\omega t + \pi/2)$ $= + I_{MC} \cos \omega t$
$I_{MR} = U/R$	$I_{ML} = U/L\omega$	$I_{MC} = U C\omega$

Il est à noter que les signes apparaissant dans ce tableau **ne résultent pas** d'une convention de signe. Le courant est en retard dans une inductance et en avance dans un condensateur. (Le temps s'écoule dans le sens positif.)

Le produit $p_k = u_k \cdot i_k$, avec $k = R, L, C$,

représente, pour chaque type d'impédance sa puissance instantanée échangée avec le milieu extérieur. De même P_k représente la puissance **moyenne** échangée avec ce milieu

$$P_k = \frac{1}{T} \int_0^T p_k(t) \cdot dt$$

D'où les résultats, pour les trois types d'impédance pure, en abandonnant les indices spécifiques :

<i>résistance R</i>	<i>inductance L</i>	<i>condensateur C</i>
$p_R = U_M I_M (1 - \cos 2\omega t) / 2$	$p_L = - U_M I_M \sin (2\omega t) / 2$	$p_C = U_M I_M \sin (2\omega t) / 2$
$P_R = \frac{U_M}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_M}{\sqrt{2}} = \frac{U_M \cdot I_M}{2}$	$P_L = - \frac{U_M I_M}{2T} \int_0^T \sin 2\omega t \cdot dt = 0$	$P_C = + \frac{U_M I_M}{2T} \int_0^T \sin 2\omega t \cdot dt = 0$

Pour la résistance R , cette puissance correspond à une énergie dissipée.

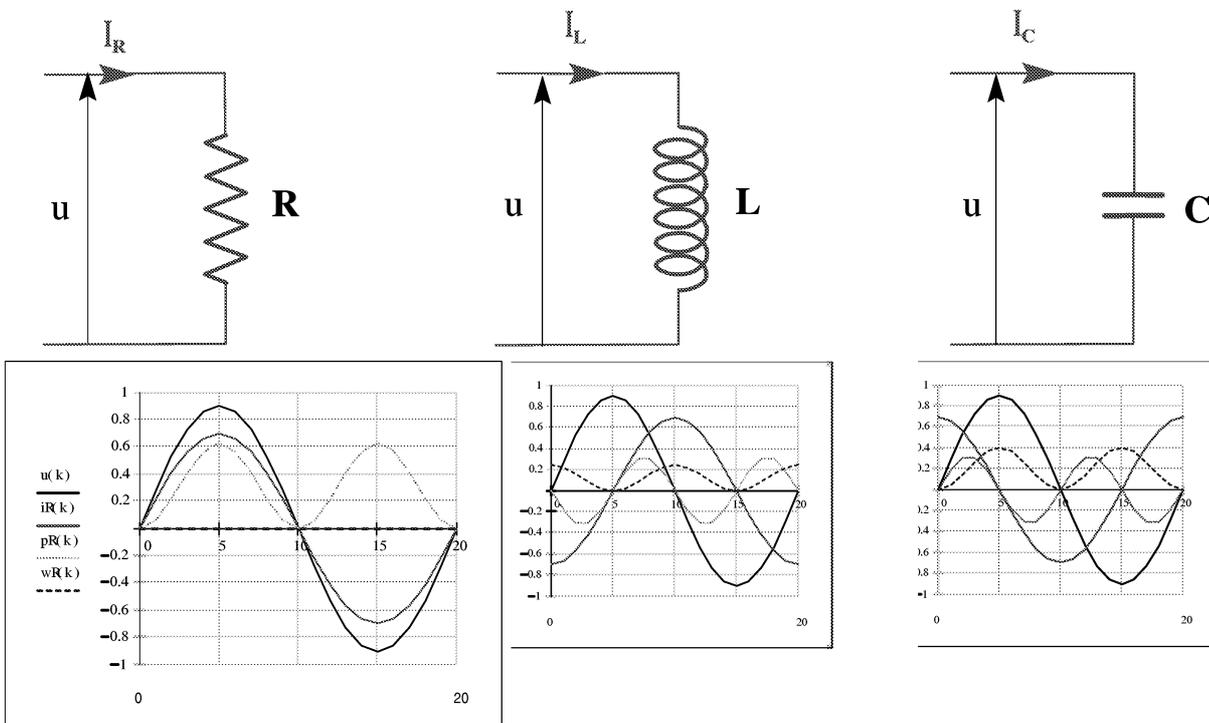
Pour les réactances (le condensateur C et la bobine L), l'échange énergétique moyen est nul, mais il existe des énergies emmagasinées, constamment fluctuantes. Elles proviennent du régime transitoire d'établissement du courant. Ces énergies ont pour valeurs :

<i>résistance R</i>	<i>inductance L</i>	<i>condensateur C</i>
$W_R(t) = 0$	$W_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$ énergie dite magnétisante, absorbée	$W_c(t) = \frac{1}{2} C u^2(t)$ énergie capacitive, dite "magnétisante fournie"

Les fluctuations de ces énergies sont à la source de ce que nous appellerons ultérieurement la puissance réactive.

Pour l'étude des régimes permanents, on considère les puissances moyennes, plus significatives que les puissances instantanées, puisque représentatives des échanges énergétiques.

Les figures ci-dessous font apparaître les formes des signaux de tension, courant et puissance instantanée associées à chaque type d'impédance.



2.2 impédance quelconque

On considère maintenant un dipôle électrique soumis à la tension u , mais de constitution physique non connue.

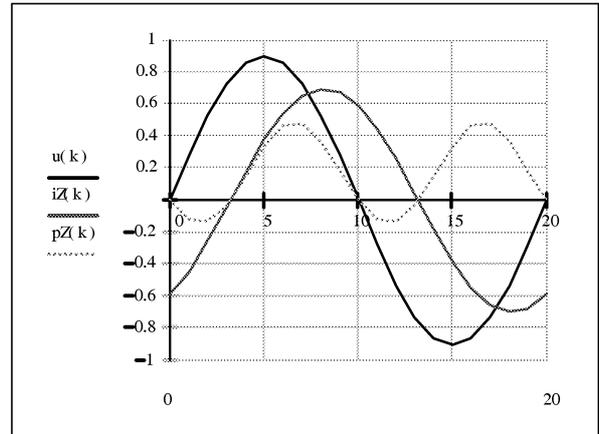
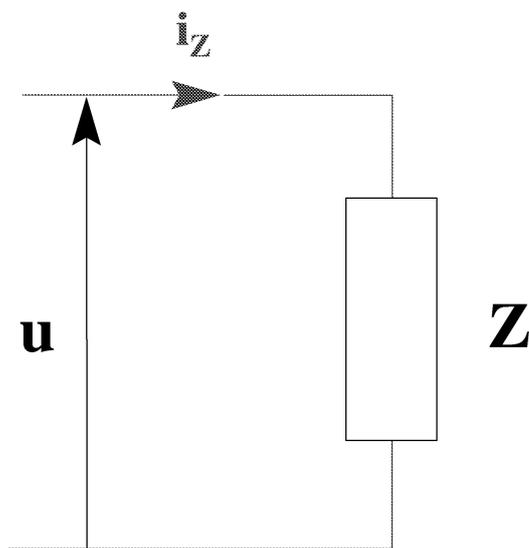
Il est parcouru par le courant $i_z(t)$ avec : $u_z(t) = U_M \cos \omega t = U \sqrt{2} \cos \omega t$

$$i_z(t) = I_M \cos(\omega t - \varphi_z) = I_M \cos(\omega t + \varphi) = I \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$$

Calculons la puissance associée : $p(t) = u(t) \cdot i(t) = 2 UI [\cos \omega t \cdot \cos(\omega t + \varphi)]$

$$p(t) = 2 UI \cdot \frac{1}{2} [\cos(-\varphi) + \cos(2\omega t + \varphi)]$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = UI \cos \varphi + \frac{UI}{T} \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi) dt = UI \cos \varphi$$



On peut réécrire l'expression du courant i_z

$$i_z(t) = I_M \cos \omega t \cos \varphi_z + I_M \sin \omega t \sin \varphi_z = I_P + I_Q$$

pour montrer qu'il est constitué d'une somme de deux courants en quadrature, l'un I_P en phase avec la tension $u_z(t)$, et de nature active, l'autre I_Q en quadrature avec la tension $u_z(t)$, et de nature réactive. On se réfère pour cela au cas des impédances pures.

Les expressions des différentes formes de puissances moyennes associées sont établies en utilisant la notation complexe :

$$P = \Re(\bar{U} \cdot \bar{I}^*) = \Re \left[\frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt \right] \quad \text{puissance active (dissipée)}$$

$$Q = \Im(\bar{U} \cdot \bar{I}^*) = \Im \left[\frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt \right] \quad \text{puissance réactive (emmagasinée)}$$

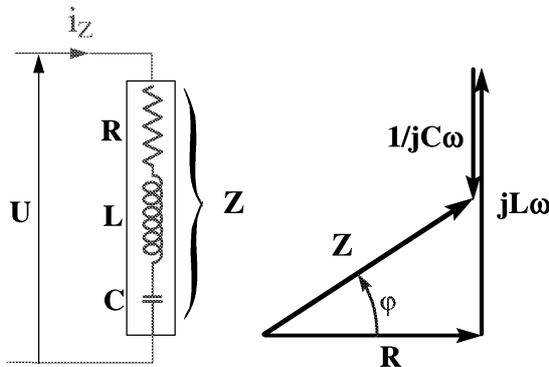
Les 4 grandeurs moyennes P , Q , Π , et S , exprimées au moyen des valeurs efficaces U et I , caractérisent respectivement pour un dipôle :

$P = U I \cos \varphi$	la puissance active
$Q = U I \sin \varphi$	la puissance réactive
$\Pi = P + j Q = U I^*$	la puissance complexe
$S = \ \Pi\ = U I$	la puissance apparente

Le facteur $\frac{P}{S} = \cos \varphi$ est appelé facteur de puissance ; il caractérise en effet le rapport de la puissance réellement utile P , à la puissance S qu'il faut effectivement véhiculer sur le réseau d'alimentation, pour disposer de P . Un bon facteur de puissance, c'est-à-dire une valeur

aussi proche de 1 que possible, est un impératif économique essentiel. Il correspond à un déphasage faible ou nul entre la tension et le courant, et surtout à une valeur minimale du courant I à P donné, donc à des pertes par effet Joule minimales dans les réseaux.

Le diagramme vectoriel du courant et de la tension permet de proposer un *schéma équivalent* pour l'impédance inconnue Z , par exemple un schéma R, L, C série. Insistons sur le fait que ce schéma n'est pas le seul possible.



$$u = U_M \sin \omega t$$

$$i_z = \frac{u}{Z} = I_M \sin(\omega t - \varphi) \text{ avec } Z = \rho_Z \cdot e^{i\varphi}$$

Courant i_z et charge Z ont des arguments **opposés**

$$(Z = \frac{u}{i_z})$$

si φ_Z est l'argument de la charge, le courant a un retard $-\varphi_Z$

On a ici un $\cos\varphi$ arrière (ou retard) : la charge est de nature inductive. Inversement, un $\cos\varphi$ avant dénote une charge de caractère capacitif.

Expérimentalement, R est facile à déterminer par une mesure directe de résistance ; comment lever ensuite l'indétermination sur $(L\omega - 1/C\omega)$? Il faut une équation de plus : on peut par exemple alimenter l'impédance à une autre fréquence ; c'est ce que l'on fait lorsqu'on raccorde l'impédance par exemple à un pont d'impédance.

Les diagrammes temporels ci-dessus font apparaître que, suivant les instants, la puissance instantanée échangée avec le réseau est soit positive, soit négative (le réseau est alternativement récepteur et générateur).

La détermination expérimentale de la puissance en courant alternatif est décrite dans le Tome II.

3 LA BOBINE A NOYAU DE FER EN COURANT ALTERNATIF

Le cas le plus simple de machine statique est celui d'une bobine avec un unique enroulement. Ce composant a déjà des applications en lui-même, telles que les inductances utilisées pour limiter, sans consommation d'énergie, les courants de court-circuit dans les réseaux. Ces bobines sont appelées en langage industriel des "réactances".

Par rapport à une bobine idéalisée, où la conversion d'énergie magnétique serait totale et linéaire, cinq phénomènes vont nous éloigner de ce modèle. Il s'agit :

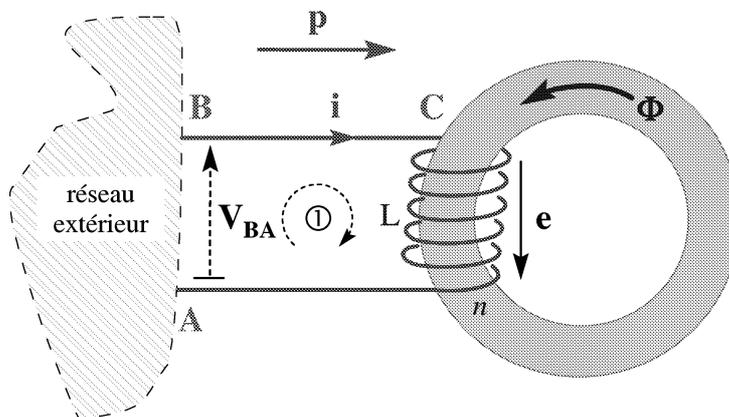
- des pertes Joule dans l'enroulement lui-même,
- des fuites magnétiques,
- des courants de Foucault,
- de l'hystérésis,
- de la saturation.

On pourrait éventuellement y ajouter les effets capacitifs ; ces effets sont surtout sensibles, dans le domaine des hautes fréquences, durant les régimes transitoires.
On sera amené en pratique à négliger, au cas par cas, tout ou partie de ces phénomènes perturbateurs.

3.1 Conventions de signe

L'écriture des équations électriques de circuits couplés à des circuits magnétiques fait appel à des conventions librement choisies parmi un ensemble de possibilités. Un choix cohérent doit simplement être défini par chacun en fonction du problème rencontré, afin d'en rendre la résolution la plus facile possible ; il peut s'agir de :

- l'établissement d'un bilan de puissances
- l'écriture de la loi de Kirchhoff sur une maille
- l'établissement d'un diagramme vectoriel lisible pour un ensemble de mailles
- l'écriture du théorème d'Ampère sur un circuit magnétique
- ...



loi des mailles de Kirchhoff sur la boucle \odot (A-B-C) :

$$e = - d\Phi/dt = - L di/dt$$

$$u + e = 0$$

$$u = + L di/dt \Rightarrow i = + \frac{1}{L} \int u dt$$

si le circuit est résistif (résistance r)

$$u = r i - e = r i + L di/dt$$

Tout d'abord, on utilise la convention d'écriture suivante : la différence de potentiel entre deux points A et B, notée V_{BA} , est positive si le potentiel de B est supérieur à celui du point A pris comme référence :

$$V_{BA} > 0 \text{ si } v_B > v_A$$

On choisit au préalable un sens positif pour les flux dans le circuit magnétique (ici par exemple le sens trigonométrique).

Les conventions ont alors pour objet de définir un sens positif pour les courants, les f.é.m. induites, et les tensions :

1) un courant est positif s'il crée un flux positif, et inversement :

$$\Phi(i) > 0 \text{ si } i > 0, \quad \Phi(i) < 0 \text{ si } i < 0$$

2) on définit un sens de parcours sur ABC

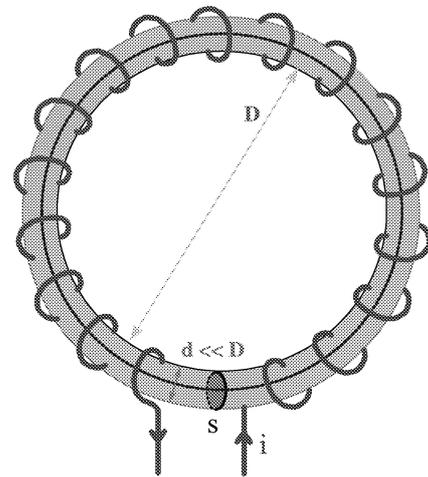
Lorsque le sens d'un courant ne peut être connu a priori, rien n'empêche alors d'adopter un sens positif arbitraire pour le circuit. Courant et f.é.m. seront alors éventuellement tous deux négatifs. Ce principe est fréquemment utilisé pour les algorithmes d'analyse systématique des circuits.

Ici la tension V_{AB} aux bornes de l'enroulement est comptée positivement.

3) des choix faits pour les courants et les tensions résultent les signes des puissances. Vu de l'enroulement, on a ici $p = e i$, avec $i > 0$, $e = -V_{AB} > 0$, d'où $p < 0$ (circuit récepteur) Inversement on a $p = e i > 0$ pour un circuit générateur. Pour écrire un bilan des puissances, on compte donc négativement une puissance si le circuit correspondant est récepteur, positivement si le circuit est générateur. On doit tenir compte du sens des bobinages pour additionner les flux ou les ampères-tours sur le circuit magnétique : deux enroulements bobinés dans le même sens produisent des tensions induites qui sont en phase, et inversement⁴. Toutes ces conventions s'appliquent aux grandeurs moyennes, comme aux grandeurs instantanées (cas des grandeurs alternatives).

3.2 les équations de base en courant alternatif

Reprenons le système électromagnétique idéal constitué d'un enroulement régulièrement réparti sur un matériau ferromagnétique torique homogène : Le circuit magnétique constitue un tube d'induction, collectant toutes les lignes de flux du fait de la perméabilité élevée du matériau et des lois de la réfraction magnétique.



3.2.1 relations entre les flux, courants et tensions

D'après la loi de Faraday, une variation du flux crée une tension induite :

$$e = -\frac{d\Phi^*}{dt} = -n \frac{d\Phi}{dt}$$

on note Φ^* le flux total à travers un enroulement de n spires, dit flux d'enroulement, et Φ le flux moyen par spire.

Si l'enroulement présente une résistance R , la loi d'Ohm appliquée aux bornes de l'enroulement s'écrit :

$$u = Ri + \frac{d}{dt}(Li)$$

Si le comportement de la bobine est linéaire, l'équation se réduit à :

$$u = Ri + L \frac{di}{dt}$$

Pour une bobine industrielle, on fait en sorte en général que le terme Ri soit petit devant le second (compte tenu du fait qu'il se traduit par des pertes par effet Joule).

3.2.2 cas linéaire (inductance à air)

⁴ en Electronique de puissance, on repère parfois, pour plus de clarté, les entrées homologues d'une série d'enroulements couplés par des points (♦)

Une telle inductance est caractérisée par ses deux coefficients R et L . Elle ne peut pas être saturée. Si on l'alimente au moyen d'une tension sinusoïdale $u = U \sin \omega t$ l'équation du circuit s'écrit :

$$u + e = R i$$

où i et e sont respectivement le courant dans l'inductance et la tension induite à ses bornes. e est de la forme

$$e = -\frac{d\Phi^*}{dt} = -n \frac{d\Phi}{dt}$$

où n est le nombre de spires de l'enroulement.

La loi d'Ohm magnétique pour la bobine s'écrit :

$$\mathcal{E} = n i = \mathcal{R} \cdot \Phi \quad \text{donc : } \Phi = \frac{ni}{\mathcal{R}}$$

$$e = -n \frac{d}{dt} \left(\frac{ni}{\mathcal{R}} \right) = -\frac{n^2}{\mathcal{R}} \cdot \frac{di}{dt}$$

L'inductance de la bobine a pour valeur :

$$L = \frac{n^2}{\mathcal{R}}$$

On peut donc écrire, en régime quelconque :

$$u = R i + L \frac{di}{dt}$$

et en régime sinusoïdal, défini par $u = U \sin \omega t$:

$$U = R I + j \omega L I$$

3.2.3 cas non linéaire (bobine à noyau)

Pour une bobine à noyau, faisant appel à un matériau ferromagnétique, la réluctance \mathcal{R} , qui intervient dans l'expression de L , n'est pas constante. On ne peut pas en toute rigueur modéliser la bobine par un coefficient constant L .

On écrira donc :

$$u = R i + n \frac{d\phi}{dt} = R i + \frac{d}{dt} (i \cdot L(i)) \quad \text{avec} \quad L(i) = \frac{n^2}{\mathcal{R}(i)}$$

Dans le cas d'une alimentation par une tension alternative : $u = U \sin \omega t$, et si l'on se place dans l'hypothèse d'une résistance négligeable :

$$\Phi = \frac{U}{n \omega} \quad \text{ou encore} \quad B = \frac{U}{n \omega S}$$

S étant la section de passage du flux.

Ces équations expriment que l'induction B est déterminée par la **tension** appliquée U , alors que d'après le théorème d'Ampère, l'excitation magnétique H est déterminée par le **courant** I

$$H = \frac{nI}{l}$$

Cette distinction prend tout son sens lorsque l'on doit prendre en compte l'effet de la saturation magnétique.

Une des principales difficultés de l'électromagnétisme industriel est en effet que l'on utilise des composants bobinés à circuit magnétique, donc essentiellement non linéaires. Si la tension U (respectivement : l'induction B) est sinusoïdale, le courant I (respectivement : le champ d'excitation magnétique H) ne peuvent pas l'être, et réciproquement. On ne peut donc utiliser les concepts de l'analyse des circuits linéaires que de façon approchée.

3.2.4 effet de la saturation en courant alternatif

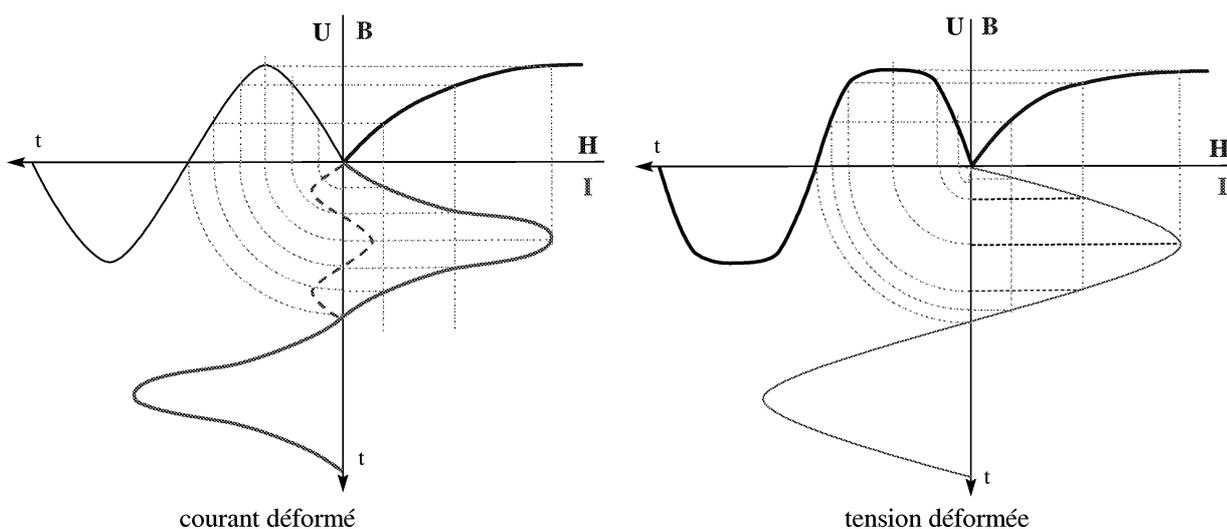
Dans le cas où la bobine est alimentée par une tension sinusoïdale, le courant obtenu est déduit du diagramme $B(H)$ du matériau. Ce courant n'est pas sinusoïdal (*figure de gauche*). Réciproquement, si l'on imposait un courant sinusoïdal dans la bobine, la tension aux bornes ne serait pas sinusoïdale (*figure de droite*).

u sinusoïdal entraîne	{	Φ sinusoïdal i, H non sinusoïdaux
i sinusoïdal entraîne	{	H sinusoïdal Φ, u non sinusoïdaux

Les types de non-linéarités rencontrés ici correspondent à l'apparition d'harmoniques, c'est-à-dire de composantes des grandeurs considérées sur des multiples entiers de la fréquence de base, dite fondamentale. Une fonction périodique non sinusoïdale est décomposable en série de Fourier, dont les termes correspondent aux amplitudes et phases des harmoniques. D'une façon générale, la présence d'harmoniques dans les réseaux et les machines électriques est à éviter autant que possible, car source :

- par effet Joule, de pertes et d'échauffements supplémentaires,
- de forces et de couples parasites.

Les figures suivantes mettent en évidence les déformations des ondes de tension et de courant dues à la saturation magnétique.



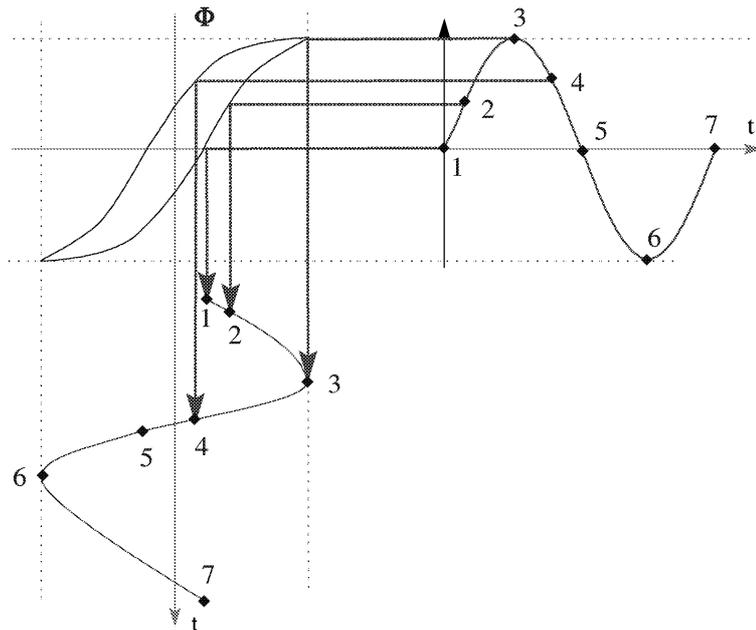
On doit retenir que, pour les matériaux ferromagnétiques courants :

- l'amplitude de la composante fondamentale du courant n'est pas une fonction linéaire de la tension ; elle croît moins vite que cette dernière.

- les amplitudes des harmoniques du courant croissent plus vite que la tension d'alimentation et que la composante fondamentale du courant.
 - la déformation comporte principalement de l'harmonique 3, "en phase" dans le cas de la tension déformée, "en opposition de phase" dans le cas du courant déformé.
- Ces diverses propriétés résultent de la concavité de la courbe de magnétisation des matériaux.

3.2.5 l'hystérésis magnétique en courant alternatif

La connaissance de la courbe de magnétisation d'un matériau permet de relier les valeurs instantanées du courant et de la tension. Dans la figure suivante, on a pris en compte l'hystérésis (A chacun des points 1, 2, 3, ... sur la courbe de tension on a associé son homologue sur la courbe de courant)



3.2.6 Courant sinusoïdal équivalent

Pour pouvoir malgré tout analyser simplement le fonctionnement des circuits en courant alternatif, la méthode la plus courante consiste à utiliser l'hypothèse de Kapp. Cette hypothèse consiste à remplacer les grandeurs périodiques par des équivalents sinusoïdaux. On considère que la bobine est remplacée par une bobine fictive (linéarisée), telle que :

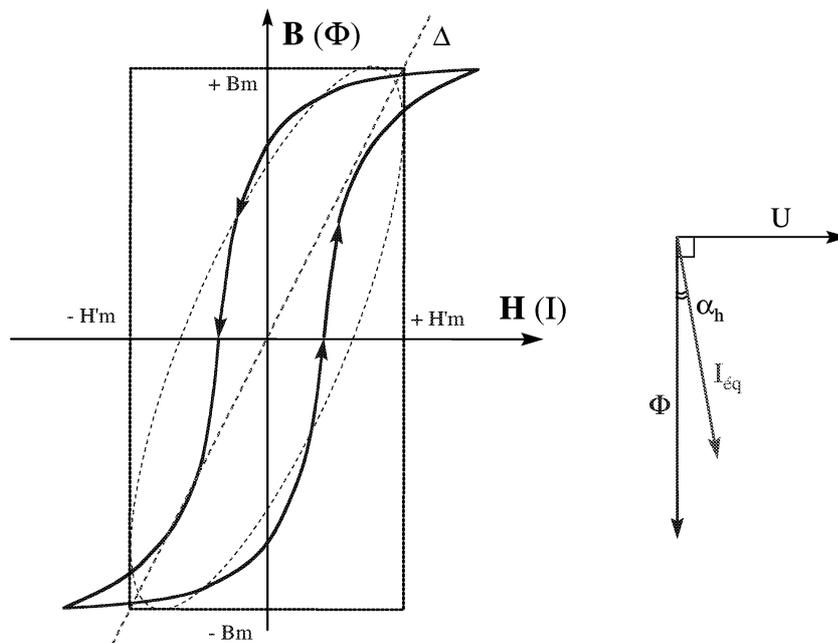
- 1) l'induction soit prise égale à l'induction maximale B_m
- 2 le courant magnétisant soit sinusoïdal, et de valeur efficace égale à celle du courant déformé

Le courant sinusoïdal équivalent $I_{\text{éq}}$ est donc le courant ayant même valeur efficace que le courant réel :

$$I_{\text{éq}} = \sqrt{\sum_k I_k^2},$$

le courant I_k étant la composante harmonique de rang k du courant total.

Le cycle d'hystérésis équivalent du matériau est alors approximé par une ellipse, définie par B_m et par son aire, égale aux pertes par hystérésis $P_h = k_h f B_m^2$ (cf. formule de Steinmetz).



Le courant équivalent $I_{éq}$ est déphasé par rapport au flux Φ d'un certain angle α_h , dit angle d'avance hystérique, tel que :

$$P_h = U \cdot I_{éq} \sin \alpha_h$$

On pourra donc modéliser les pertes dans le modèle linéarisé par une résistance R_p , en parallèle sur l'inductance L , et telle que :

$$R_p = L\omega \operatorname{tg} \alpha_h$$

3.3 Synthèse : inductance réelle

Les pertes par hystérésis, se traduisent par une *augmentation de la résistance apparente* et une *diminution de l'inductance apparente* :

$$\frac{U}{I_{éq}} = L\omega \sin \alpha_h + jL\omega \cos \alpha_h = Z_h$$

Il en est de même pour les pertes par courants de Foucault, auxquelles on peut associer un angle α_F . On peut modéliser l'ensemble des pertes fer (hystérésis + courants de Foucault) au moyen de l'angle global $\alpha = \alpha_h + \alpha_F$

$$\frac{U}{I_{éq}} = L\omega \sin \alpha + jL\omega \cos \alpha = Z_{pf}$$

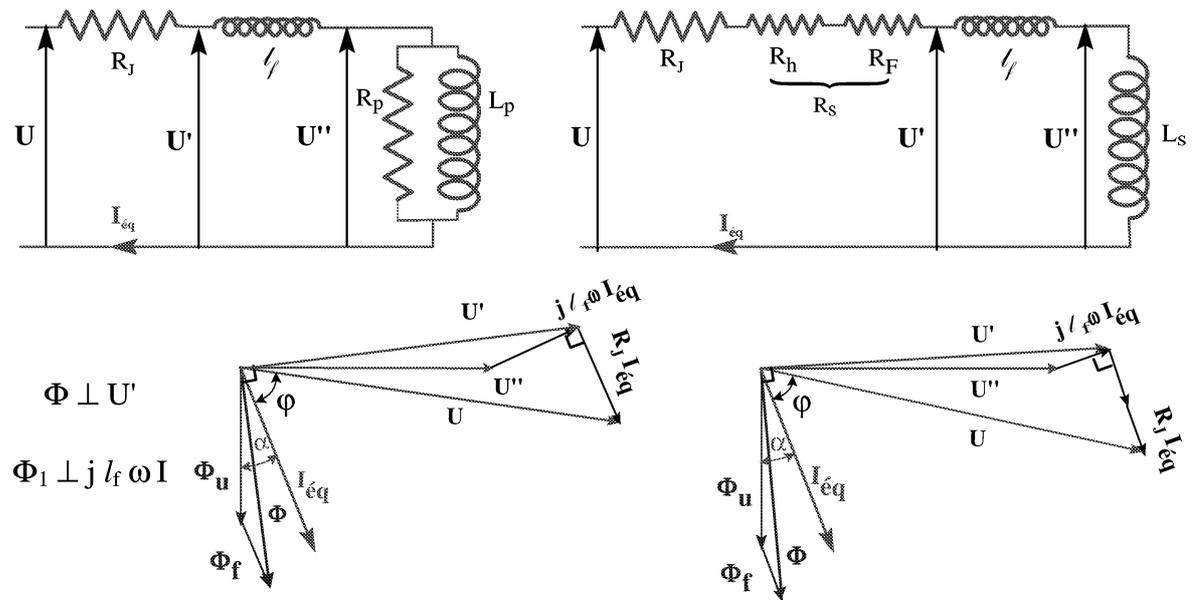
Cette expression fait apparaître qu'il y a une composante active du courant, traduisant la dissipation.

Pour les courants de Foucault, agissant comme l'hystérésis, à la fois sur les termes résistif et inductif du modèle, on parle d'une modélisation par inductance L complexe.

Pour une pulsation ω donnée, on peut trouver, pour l'inductance, deux représentations équivalentes des pertes, l'une de forme de circuit R-L en série, et l'autre de forme de circuit R-L en parallèle ; la représentation en parallèle est la plus utilisée, car elle représente mieux physiquement les pertes, qui sont proportionnelles à B^2 , donc aussi à U^2 .

Les flux de fuite se traduisent par un flux supplémentaire, donc par une inductance placée en série avec l'inductance principale.

D'où les deux schémas et les diagrammes vectoriels associés :



Le tableau suivant récapitule les différents effets :

	<i>résistance des enroulements</i>	<i>fuites magnétiques</i>	<i>conductivité du circuit magnétique (courants de Foucault)</i>	<i>hystérésis</i>	<i>saturation</i>
effet sur R	augmente	-	augmente	augmente	-
effet sur L	-	augmente	diminue	diminue	L complexe (angle d'avance hystérique)
<i>pertes</i>	par effet Joule	-	par échauffement du circuit magnétique	par échauffement du circuit magnétique	-
<i>élément représentatif</i>	R_J	l_f	R_F ou R_p	R_p-L_p ou R_s-L_s	

Ces principes de modélisation ont être conservés pour l'étude des systèmes multi-enroulements, c'est-à-dire des transformateurs électriques.

4 LE TRANSFORMATEUR ELECTRIQUE

Le transformateur électrique est une application essentielle des équations du couplage électromagnétique. Il est constitué de deux enroulements (ou plus) couplés au travers d'un même circuit magnétique.

L'objectif de son utilisation peut être :

- d'adapter, c'est-à-dire élever ou abaisser, le niveau de tension d'une source d'énergie électrique
- d'assurer une séparation électrique (dite aussi : galvanique) entre deux circuits, c'est-à-dire l'absence de potentiels communs entre ces circuits.

Le premier cas correspond au besoin le plus fréquemment rencontré. Dans cette application, l'importance économique du transformateur est essentielle, car c'est son existence qui permet, au travers du changement de tension, le transport d'énergie électrique à grande distance, et qui a conduit, par voie de conséquence, à l'abandon du courant continu pour la production de cette énergie.

4.1 principe du transformateur

Le principe du transformateur, qui va être décrit, reste identique dans une gamme très étendue de niveaux de puissance : de moins de 1 W à près de 1000 MW, aux adaptations technologiques nécessaires près. Celles-ci concernent en particulier les techniques de refroidissement employées. Le domaine de fréquences concerné peut également être très étendu, même si le plus couramment, et surtout pour les puissances élevées, il s'agit de fréquences dites industrielles.

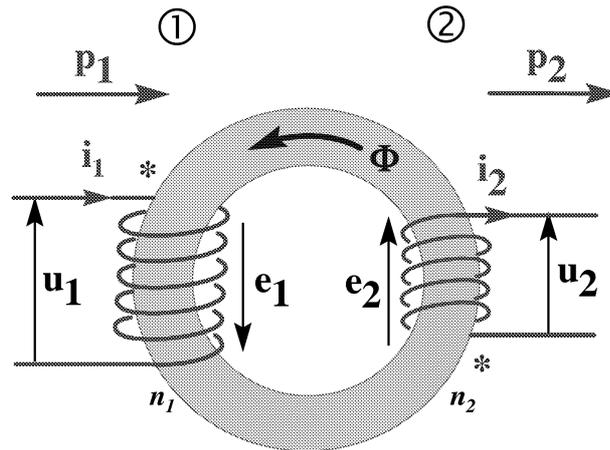
Cette expression désigne des fréquences situées entre 10 et 500 Hz environ. La plus usuelle, puisque correspondant à l'énergie électrique fournie par les réseaux de distribution publique en Europe, est de 50 Hz. La valeur de 60 Hz est également très utilisée dans le monde. Cette distribution s'effectue sous forme triphasée (nous reviendrons sur ce point).

4.2 transformateur parfait

L'étude du transformateur est abordée en présentant tout d'abord un modèle très simplifié, puis en introduisant les différents phénomènes physiques qui, en se rapprochant de la réalité, rendent ce modèle plus complexe mais aussi plus réaliste. Cette présentation est basée sur le cas du transformateur monophasé. Le cas du transformateur triphasé est décrit ultérieurement, compte tenu de son importance pratique sur le plan industriel.

Pratiquement, pour coupler fortement deux circuits électriques, on leur attribue à chacun un grand nombre de spires (respectivement n_1 et n_2). On les dispose sur un circuit magnétique commun constitué d'un matériau ferromagnétique. On peut ainsi parvenir à des niveaux d'induction magnétique significatifs, autour de 1,5 T.

Un transformateur idéalisé peut être représenté comme suit, toutes les grandeurs relatives à l'enroulement 1 étant indicées par ①, et de même par ② pour l'enroulement 2.



Ce transformateur est caractérisé principalement par son *rapport de transformation*. Ce rapport est défini par le rapport des nombres de spires $m = n_2/n_1$.

On appelle enroulement primaire celui qui reçoit du milieu extérieur la puissance p_1 , et enroulement secondaire celui qui restitue au milieu extérieur la puissance p_2 (ici respectivement ① et ②). Ces dénominations résultent, non de la constitution de l'appareil, mais de l'utilisation effective qui en est faite, c'est-à-dire du sens de transfert de la puissance. Le schéma ci-dessus montre que la structure de l'appareil est symétrique ; son fonctionnement est totalement réversible.

4.3 Analyse du fonctionnement

On adopte comme hypothèses initiales :

- 1) les résistances d'enroulement sont négligeables
- 2) les inductances sont "idéales", ce qui implique comme conséquences :
 - 2a) la réluctance du circuit magnétique est négligeable : $\mathcal{R} \sim 0$
 - 2b) il n'y a pas de fuites magnétiques : tout le flux qui traverse un enroulement traverse l'autre
 - 2c) il n'y a pas de pertes énergétiques d'origine magnétique

4.3.1 principes

Chacun des enroulements crée un flux lié au courant qui le traverse, Φ_1 et Φ_2 , le flux résultant étant $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$.

L'enroulement ① reçoit de la puissance du générateur $u_1 (>0)$, ce qui implique $p_1 > 0$, d'où $i_1 > 0$

a) loi relative aux f.e.m. induites

Le flux d'induction Φ étant conservatif, il est coupé par chaque spire de l'un des enroulements ; les f.é.m. recueillies ont donc pour valeurs :

$$e_1 = - n_1 d\Phi / dt$$

$$e_2 = - n_2 d\Phi / dt$$

d'où
$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{n_2}{n_1} = m$$

Cette équation pourrait être qualifiée d'équation fonctionnelle du transformateur. Elle montre que l'on peut modifier le niveau de tension dont on dispose au moyen d'un paramètre constitutif de base de l'appareil, qui est le rapport m des nombres de spires des enroulements.

e_1 est une f.c.é.m (l'enroulement ① est récepteur) ; e_2 est une f.é.m. (l'enroulement ② est générateur).

b) loi relative aux courants

Si le circuit magnétique ne comporte pas d'entrefer, sa réluctance \mathcal{R} est normalement très faible ; la loi d'Ohm du circuit magnétique permet d'écrire :

$$\mathcal{R} \phi \sim 0 \quad \Rightarrow \quad n_1 i_1 + n_2 i_2 = 0$$

$$\text{soit encore} \quad \frac{i_2}{i_1} = -\frac{n_1}{n_2} = -\frac{1}{m}$$

Il en résulte l'égalité en valeur absolue des ampères-tours créés par chacun des enroulements.

Le transformateur est dit à vide lorsqu'aucune charge n'est raccordée au secondaire ($i_2 = 0$).

b) conservation des puissances moyennes :

La combinaison des lois a) et b) relatives aux f.é.m. et aux courants permet d'écrire un bilan des puissances :

$$|u_1 i_1| = |u_2 i_2|$$

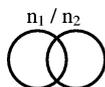
Des conventions adoptées, il résulte que $p_2 < 0$, $i_2 < 0$, donc $u_2 > 0$.

Le transformateur permet donc de changer le conditionnement (tension, courant) de l'énergie véhiculée par un courant alternatif sans perte de puissance (transformateur idéal).

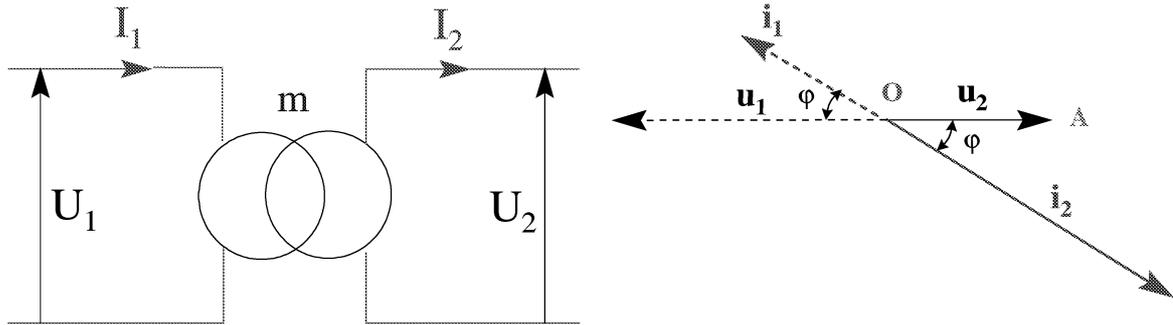
Le fonctionnement du transformateur est résumé par les équations suivantes :

tensions	$\begin{cases} u_1 = -e_1 = n_1 \frac{d\Phi}{dt} \\ u_2 = e_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt} \\ \frac{e_2}{e_1} = \frac{n_2}{n_1} = m, \frac{u_2}{u_1} = -m \end{cases}$
courants	$\begin{cases} \mathcal{E} = \sum nI = n_1 i_1 + n_2 i_2 = 0 \\ \frac{i_2}{i_1} = -\frac{n_1}{n_2} = -\frac{1}{m} \end{cases}$
puissances	$ p_1 = u_1 i_1 = u_2 i_2 = p_2 $

Le transformateur est symbolisé de la façon suivante :



et le premier schéma équivalent s'établit comme suit :



4.3.2 propriétés

Les *propriétés* qui découlent du modèle sont :

- 1) un rapport des tensions constant (m), en valeur instantanée et en valeur efficace
- 2) un rapport des courants constant ($1/m$), en valeur instantanée et en valeur efficace
- 3) l'absence de chute de tension interne

Du fait de la conservation des puissances :

- le courant absorbé à vide (lorsque $i_2 = 0$) est nul
- les tensions au primaire et au secondaire sont en opposition de phase ainsi que les courants

4.3.3 modèle utilisant l'inductance mutuelle

D'une façon générale, le couplage magnétique entre deux circuits électriques peut s'écrire en faisant appel à l'inductance mutuelle.

Si on appelle R_k les résistances des enroulements, L_k leurs inductances propres, M leur inductance mutuelle, φ_k les flux moyens par spire et φ_k^* les flux totaux qui les traversent (avec $k = 1, 2$), on peut écrire (en valeur absolue) pour chaque circuit :

$$u_k = R_k \cdot i_k + \frac{d\varphi_k^*}{dt} \quad \text{soit} \quad u_k = R_k \cdot i_k + n_k \frac{d\varphi_k}{dt}$$

On rappelle que $\varphi_k^* = n_k \cdot \varphi_k$

En l'absence de saturation magnétique et de fuites, les équations précédentes peuvent être exprimées au moyen des paramètres d'inductance :

$$\begin{cases} u_1 = R_1 \cdot i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ -u_2 = R_2 \cdot i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$

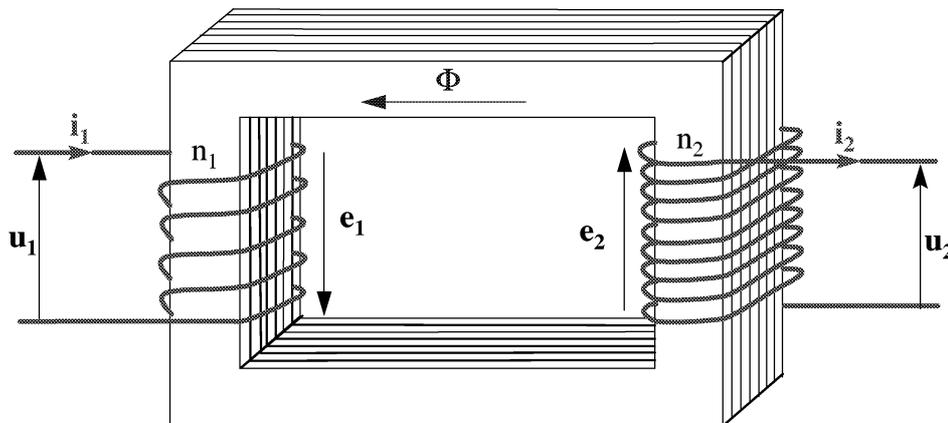
Ces deux dernières équations permettent en fait de décrire un grand nombre de machines basées sur le couplage électromagnétique, et pas uniquement les transformateurs. L'analyse du fonctionnement des machines peut être basée, d'une façon très générale, sur une transformation de ces équations destinée à mettre en évidence les paramètres physiques les plus représentatifs du fonctionnement spécifique de chacune.

Pour les transformateurs de grande puissance, les impédances internes équivalentes ont souvent des valeurs voisines en relatif, ce qui se traduit par des chutes de tension internes résistive et inductive du même ordre en fonction de la tension d'utilisation normalement prévue (respectivement $\sim 2\%$ de chute de tension résistive et $\sim 10\%$ de chute de tension réactive).

5 TRANSFORMATEUR REEL : PROPRIETES

Comme la simple bobine à un enroulement, le transformateur peut être le siège des six phénomènes : pertes Joule (primaire et/ou secondaire), fuites magnétiques, courants de Foucault, hystérésis, saturation, et phénomènes capacitifs. Ces derniers peuvent être négligés si les fréquences des courants sont suffisamment basses, et nous considérerons que c'est le cas.

Sur le schéma qui suit, un peu plus réaliste, on pourra noter l'orientation donnée aux tôles du noyau magnétique pour limiter les pertes par courants de Foucault, et on retrouvera les orientations des tensions, courants, et flux, résultant des conventions précédemment énoncées.



5.1 recherche d'un schéma équivalent

La recherche d'un schéma équivalent doit permettre d'aboutir à une représentation du transformateur qui respecte les phénomènes physiques mis en jeu, notamment :

- le processus de transformation lui-même
- le bilan des puissances.

Cette analyse est menée pour le cas du régime sinusoïdal établi, elle serait formellement identique pour un autre régime. Mais dans ce cas, la définition des hypothèses s'avérerait plus délicate.

D'une façon générale, un schéma équivalent associe un ensemble d'impédances électriques à un transformateur supposé conforme à un jeu donné d'hypothèses.

5.1.1 transposition d'une impédance dans le cas d'un transformateur parfait

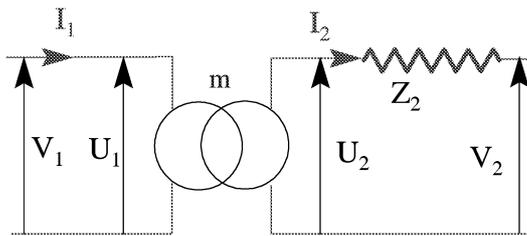
On souhaite définir une règle préalable, établissant une équivalence entre une impédance placée au primaire et une impédance placée au secondaire d'un transformateur. On pourra par ce moyen établir plus aisément des schémas équivalents de circuits par déplacement d'impédances. Ceci pourra s'appliquer :

- en interne, à la modélisation du transformateur lui-même
- en externe, aux sources et aux charges.

La substitution, pour être totalement transparente, doit respecter :

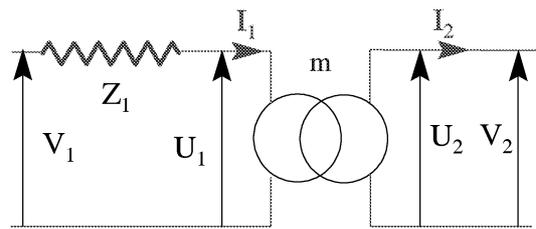
- le bilan énergétique de l'appareil : puissance absorbée et puissance restituée
- les valeurs des tensions et des courants à l'interface avec le milieu extérieur (à l'entrée et à la sortie).

On compare donc les deux représentations suivantes, que l'on suppose équivalentes. Une même impédance peut se trouver soit au primaire avec la valeur Z_1 , soit au secondaire avec la valeur Z_2 , et on cherche la relation entre Z_1 et Z_2 ; le rapport de transformation en tension est $m = n_2 / n_1$.



$$V_2 = U_2 - Z_2 I_2$$

$$V_2 = m V_1 - Z_2 I_2$$



$$V_2 = U_2 = m U_1 = m (V_1 - Z_1 I_1)$$

$$V_2 = m V_1 - m Z_1 I_1$$

dans les deux configurations on a :

$$\begin{aligned} P_1 &= P_2 \\ V_1 I_1 &= V_2 I_2 \\ I_1 &= m I_2 \end{aligned}$$

La comparaison des deux jeux d'équations amène à :

$$Z_2 I_2 = m Z_1 I_1$$

Il en résulte :

$$Z_2 = Z_1 \cdot m^2 \quad \text{formule de transfert d'une impédance } Z_1 \text{ du primaire au secondaire}$$

ou ce qui est équivalent :

$$Z_1 = Z_2 / m^2 \quad \text{formule de transfert d'une impédance } Z_2 \text{ du secondaire au primaire}$$

Les résistances et réactances qui modélisent les enroulements peuvent être ainsi transposées de l'un à l'autre, puis regroupées. Un transformateur pourra donc être représenté indifféremment au moyen d'impédances placées au primaire ou au secondaire.

On note fréquemment g' la grandeur homologue d'une grandeur réelle g ainsi fictivement déplacée d'un enroulement à l'autre.

5.1.2 prise en compte de la réluctance du circuit magnétique

Il ne faut pas abuser du concept d'inductance idéale pour caractériser un enroulement.

En effet, \mathcal{R} strictement égale à 0 voudrait dire que l'inductance de l'enroulement est infinie car on a $L = n^2 / \mathcal{R}$, d'où $L = \infty$; le flux Φ ayant une valeur finie $\Phi = L I$, il serait créé par un courant nul.

=> on aurait alors du flux sans aucun courant.

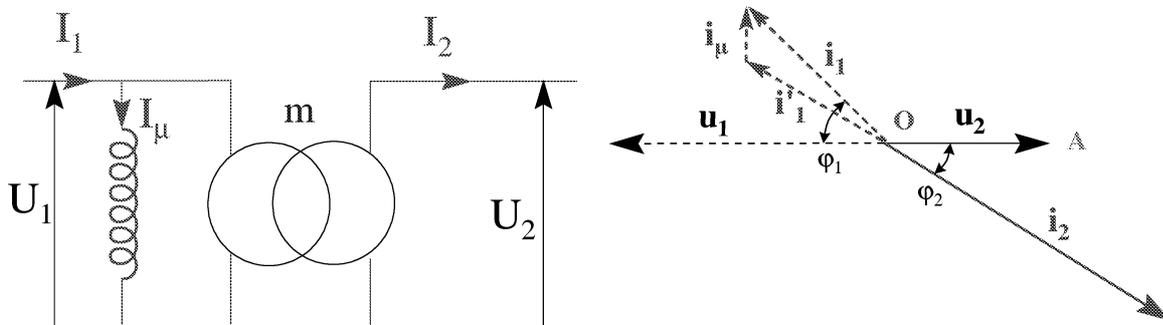
D'autre part, si i_1 et i_2 ont des valeurs non nulles, les flux Φ_1 et Φ_2 s'opposent exactement : à i_1 et i_2 correspondent respectivement H_1 et H_2 , avec $H_k = \Phi_k / \mu S$ et $k = 1, 2$.

On a $(H_1 + H_2) l = n_1 i_1 + n_2 i_2 = 0$ (théorème d'Ampère). Φ dans le circuit magnétique est donc nul.

=> on aurait alors un courant induit sans aucun flux.

Le courant nécessaire à la création de la f.m.m. $\mathcal{E} = \mathcal{R} \Phi$ par l'un des enroulements, n'est pas nul, mais l'on fait en sorte qu'il reste réduit autant que possible ; il est appelé courant magnétisant I_μ

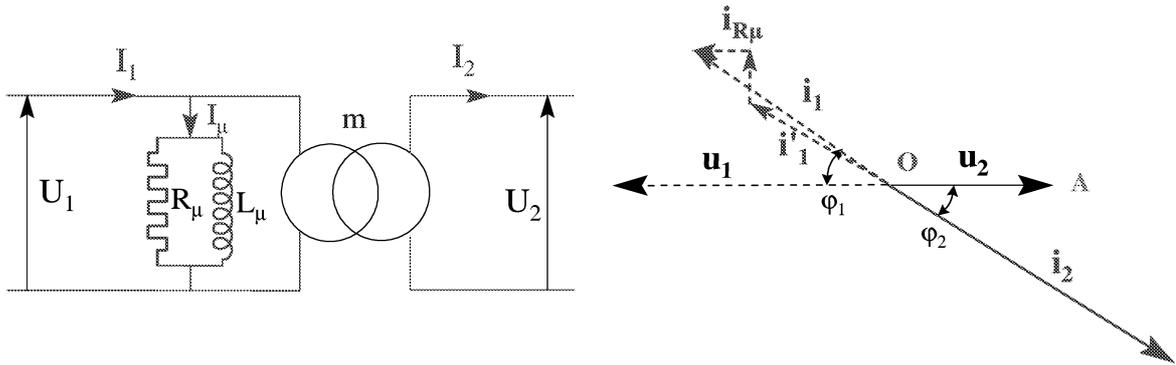
La prise en compte de I_μ au niveau du schéma équivalent conduit à



Un courant I_μ dans L_μ existe même lorsque le transformateur est à vide ($i_2 = 0$).

5.1.3 introduction des pertes fer

De même, les pertes fer, quelle que soit leur nature (hystérésis ou courants de Foucault), sont présentes dès que la tension u_1 est appliquée à l'enroulement primaire. On a vu qu'elles peuvent être modélisées par une résistance pure en parallèle sur L_μ , puisque la puissance correspondante est proportionnelle à u_1^2 . L'impédance de magnétisation Z_μ est alors constituée par L_μ en parallèle sur R_μ .



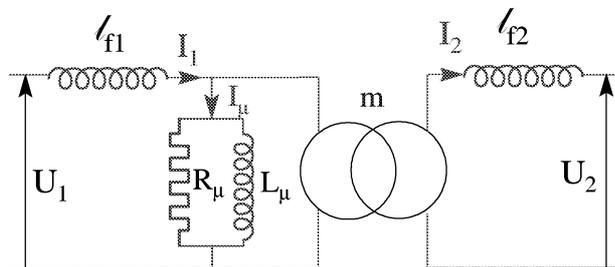
5.1.4 introduction des fuites magnétiques

Les fuites magnétiques, qui peuvent concerner l'enroulement primaire comme l'enroulement secondaire, se traduisent par l'existence de termes de flux Φ_{f1} et Φ_{f2} . Ces termes sont représentés par des inductances supplémentaires en série l_{f1} et l_{f2} (cf. chapitre 1), définies par :

$$l_{f1} = \frac{\Phi_{f1}}{I_1}; \quad l_{f2} = \frac{\Phi_{f2}}{I_2}$$

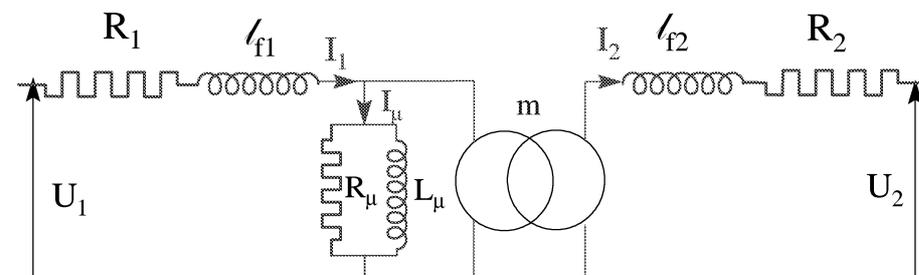
l_{f1} et l_{f2} , sont dites inductances de fuite (notées parfois aussi N_1 et N_2)

Le schéma devient :



5.1.5 résistances des enroulements

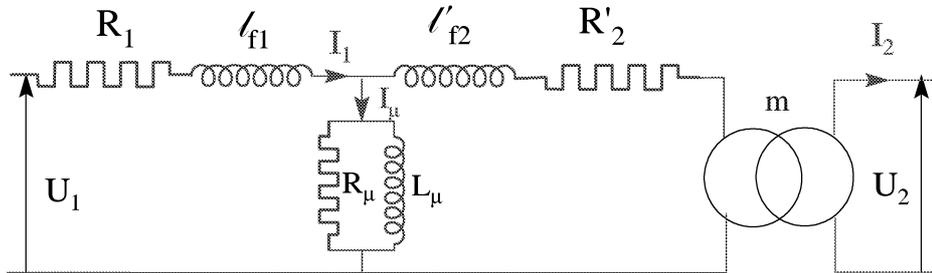
La prise en compte dans le schéma des résistances réelles des enroulements primaire et secondaire R_1 et R_2 ne soulève pas de difficulté :



Si R_1 et R_2 ont une existence matérielle vérifiable, et mesurable, la définition d'inductances de fuites *séparées* l_{f1} et l_{f2} est beaucoup plus artificielle. On s'en rend du reste compte

lorsque l'on essaie de modéliser certains transformateurs particuliers, comportant un troisième enroulement dit "tertiaire".

En pratique, on va regrouper les termes résistifs et réactifs soit au primaire, soit au secondaire, comme vu plus haut, d'où le schéma dit en T



Dans ce but, on utilise les relations :

$$\begin{aligned} l'_{f2} &= l_{f2} / m^2 \\ R'_2 &= R_2 / m^2 \end{aligned}$$

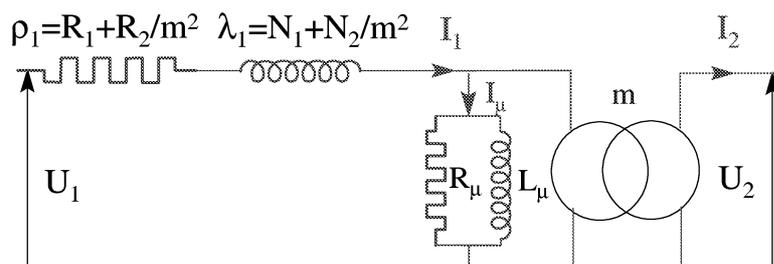
On aurait aussi bien pu imaginer de ramener tous les éléments au secondaire au lieu du primaire.

5.1.6 schéma en Γ

Le courant I_μ qui circule dans la branche de magnétisation est en général faible devant I_1 , ce qui légitime que l'on déplace les impédances R'_2 et l'_{f2} , de manière à les regrouper avec R_1 et l_{f1} .

$$\begin{aligned} \rho_1 &= R_1 + R_2 / m^2 \\ \lambda_1 &= l_{f1} + l_{f2} / m^2 = N \end{aligned}$$

D'où le schéma en Γ , qui est en fait le schéma usuel :



La validité du modèle ainsi constitué est limitée aux régimes électriques auxquels l'appareil est soumis au cours de son utilisation sur le réseau c'est-à-dire :

- à la fréquence de celui-ci
- à un niveau de tension (c'est-à-dire d'induction) sensiblement identique

Il n'est pas valable dans d'autres conditions.

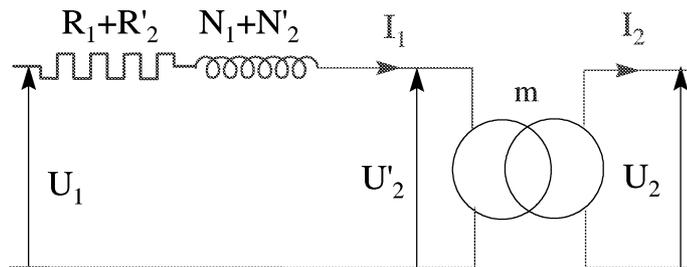
Dans ce schéma, la branche parallèle R_μ - L_μ décrit essentiellement la marche à vide et la branche série ρ_1 - λ_1 celle en court-circuit. En effet les modules de $L_\mu \omega$ et R_μ sont beaucoup plus élevés que ceux de ρ_1 et $N \omega$.

Expérimentalement, les éléments du schéma sont donc déterminés au moyen de deux essais, dits essai à vide et essai en court-circuit, décrits dans le Tome II.

5.1.7 schéma de Kapp

Le schéma de Kapp, étudié pour la bobine, peut être étendu au transformateur. Si l'on néglige la branche correspondant à la magnétisation du transformateur, on obtient la représentation simplifiée dite de Kapp, constituée :

- d'un transformateur "parfait" de rapport $m = n_2 / n_1$
- d'un dipôle impédant : $Z = (R_1 + R'_2) + j \omega (N_1 + N'_2)$



Compte tenu du fait que les impédances internes en série du transformateur ont des valeurs relatives faibles, la chute de tension en fonctionnement peut être établie à partir d'une formule approchée (l'angle ψ du diagramme suivant est proche de 0).

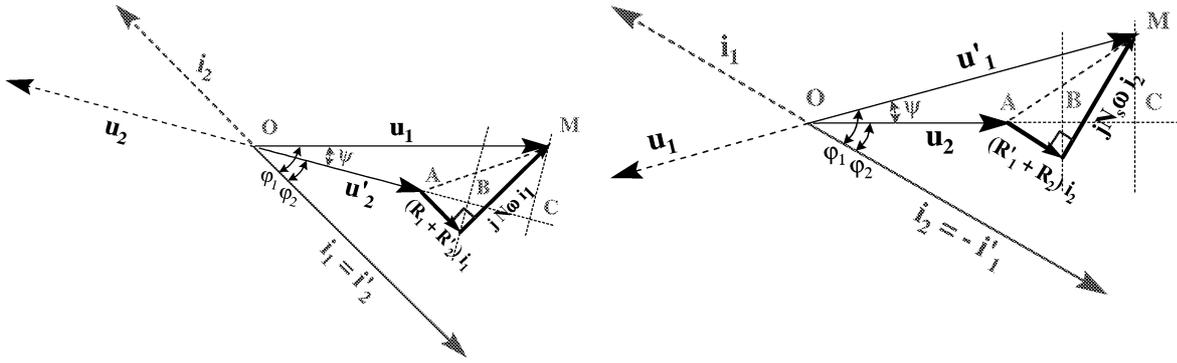
Les équations peuvent être écrites de deux manières équivalentes :

<u>grandeurs ramenées au primaire</u>	<u>grandeurs ramenées au secondaire</u>
$U_1 - U_2/m = (\Delta U)_1 = R I_1 \cos \varphi_1 + N \omega I_1 \sin \varphi_1$ $= Z_1 I_1 = AB + BC$	$mU_1 - U_2 = (\Delta U)_2 = R' I_2 \cos \varphi_2 + N' \omega I_2 \sin \varphi_2$ $\varphi_2 (*) = Z_2 I_2$
$R'_2 = R_2 / m^2 \quad N'_2 = N_2 / m^2$	$R'_1 = m^2 R_1 \quad N'_1 = m^2 N_1$
$R = R_1 + R'_2 \quad N = N_1 + N'_2$	$R' = R'_1 + R_2 \quad N' = N'_1 + N_2$

La formule (*) est dite formule de Kapp. Elle donne un *moyen simple* de déterminer la tension disponible au secondaire U'_2 , compte tenu de la chute de tension interne ΔU , déterminée d'une manière approchée.

L'hypothèse utilisée est que $\varphi_1 \neq \varphi_2$, ou encore que ψ est très petit.

Le diagramme vectoriel s'établit comme suit (grandeurs ramenées ici au primaire). Ce diagramme est symbolique dans la mesure où, en pratique, les modules de U_1 et U'_2 sont beaucoup plus grands que celui de ΔU_1



I_1 et I_2 sont opposés en phase.

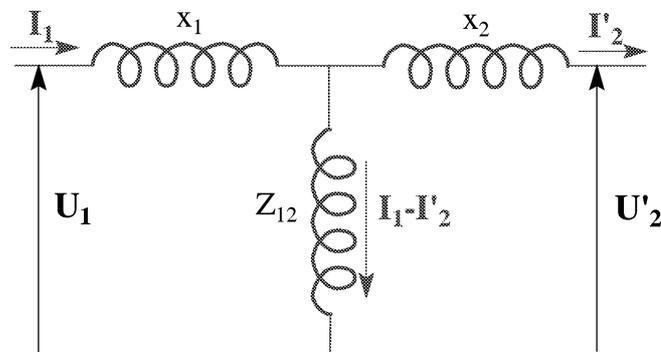
U_1 et U_2 **ne sont pas** opposés en phase.

On a $\varphi_2 < \varphi_1$ ($\cos \varphi_2 > \cos \varphi_1$), ce qui signifie que le facteur de puissance au secondaire est plus élevé (meilleur) que celui du primaire.

Suivant le niveau de précision recherché, la modélisation des transformateurs se base donc le plus souvent, soit sur un schéma en Γ , soit sur un schéma de Kapp.

5.1.8 modélisation par une matrice de transfert

A titre de complément, nous allons considérer la modélisation du transformateur par une matrice de transfert. Dans cette approche, utilisée surtout en électronique du signal, le transformateur est regardé comme un quadripôle. Elle correspond à un schéma équivalent en T.



Ce quadripôle est défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} U_1 = Z_1 I_1 + Z_{12} I_2 \\ -U_2 = Z_2 I_2 + Z_{12} I_1 \end{cases}$$

Pour le décrire, on pose à titre complémentaire :

$$\begin{aligned} U'_2 &= -U_2 \\ I'_2 &= -I_2 \\ x_1 &= Z_1 - Z_{12} \\ x_2 &= Z_2 - Z_{12} \end{aligned}$$

D'où l'écriture finale, correspondant au schéma

$$U_1 = x_1 I_1 + Z_{12} (I_1 - I_2)$$

$$U_2 = -x_2 I_2 + Z_{12} (I_1 - I_2)$$

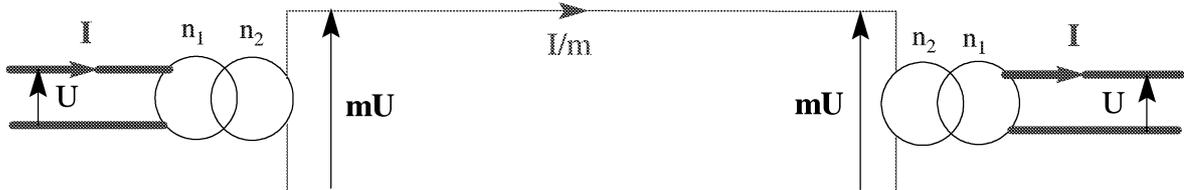
Ce schéma présente l'inconvénient de ne pas faciliter la compréhension des phénomènes physiques.

6 APPLICATIONS PARTICULIERES

6.1 Transformateur de puissance

Il s'agit de l'application la plus importante, à savoir le transport d'énergie.

Pour transporter une énergie électrique à grande distance, il est essentiel, sur le plan économique, de minimiser l'énergie gaspillée par effet Joule le long de la ligne de transport. Montrons que la solution la plus rentable consiste à élever le niveau de la tension au départ pour le ramener à une tension plus basse, éventuellement la tension de départ, au point d'utilisation. Les deux opérations de changement de tension sont effectuées par des transformateurs.



Supposons l'utilisation de deux transformateurs identiques de rapport $m = n_2 / n_1$

Les valeurs initiales sont U et I , qui conduiraient à des pertes Joule : $P_J = R I^2$ dans une ligne de transport de résistance totale R . Les valeurs transformées de tension et de courant le long de la ligne sont $m U$ et $\frac{I}{m}$. Elles conduisent, dans cette ligne, à des pertes Joule :

$$P'_J = \frac{R I^2}{m^2}$$

Les pertes sont donc abaissées dans le rapport $1/m^2$.

Si inversement, on accepte que les pertes restent égales à P_J , on peut alors gagner sur le coût de la ligne de transport. La résistance R des conducteurs de la ligne peut devenir $m^2 R$.

Leur diamètre ϕ , lié à la résistance par : $R = \frac{4\rho l}{\pi} \cdot \frac{1}{\phi^2}$, peut passer de ϕ à $\frac{\phi}{m}$.

Le compromis économique réel est plus complexe, car il y a notamment les pertes internes aux deux transformateurs, et l'intervention de l'effet de peau (densité de courant non uniforme dans la section des fils de ligne).

Dans les réseaux publics de transport d'électricité, la terminologie française actuelle distingue 4 classes de tension, qui se substituent aux concepts de basse, moyenne, et haute tension, en liaison avec les risques associés ; ce sont :

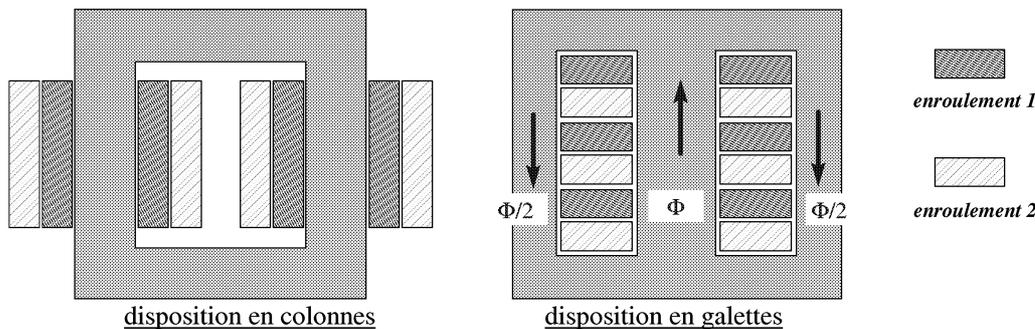
	<i>intervalle</i>	<i>valeurs courantes</i>
- la basse tension BTA	50 à 500 V	230 V, 380 V
- la basse tension BTB	500 à 1000 V	-
- la haute tension HTA	1 à 50 kV	20 kV
- la haute tension HTB	> 50 kV	63, 90, 225, 400 kV

L'énergie est échangée entre les réseaux des différents niveaux de tension au moyen de transformateurs.

D'autres valeurs se rencontrent en particulier dans les réseaux internes d'usines.

Enfin, en matière de conception électromécanique des appareils de grande puissance, on rencontre principalement les technologies suivantes, illustrées par des vues en coupe :

- pour ce qui concerne le circuit magnétique, les transformateurs peuvent être à colonnes ou cuirassés,
- pour ce qui concerne les enroulements, les bobinages peuvent être en couches (concentriques), ou en galettes (empilés).



Les critères amenant à opérer des choix entre ces différentes techniques de réalisation sont en particulier :

- l'optimisation des coûts matière
- la résistance aux contraintes d'origine diélectrique et thermique
- la tenue aux efforts électriques et mécaniques en régime transitoire et accidentel.

Dans tous les cas les enroulements primaire et secondaire sont étroitement imbriqués, de façon à minimiser les flux de fuite.

6.2 Autotransformateur

Le circuit magnétique de cet appareil ne présente pas de particularité majeure. Son circuit électrique est constitué conformément à la figure suivante :

Les caractéristiques d'un autotransformateur tiennent en trois points principaux :

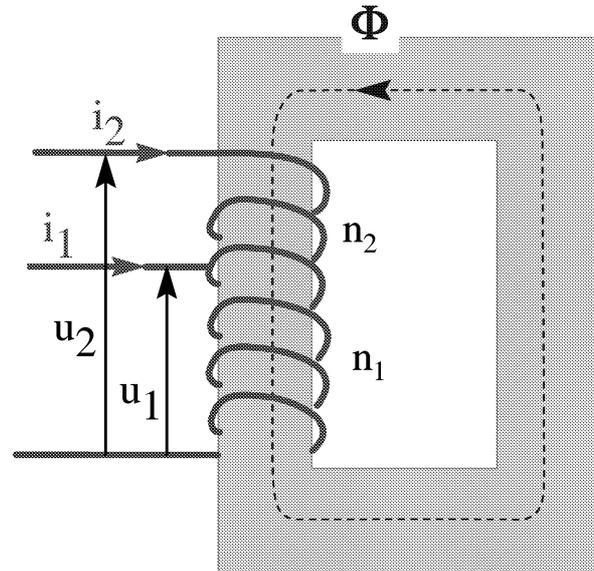
- son principe : les enroulements primaire et secondaire ont une partie commune
- son intérêt : un encombrement plus réduit, comparé à un transformateur conventionnel
- un inconvénient : l'absence d'isolation galvanique entre primaire et secondaire.

Sous l'hypothèse d'une réluctance faible du circuit magnétique, on peut écrire :
 $(n_2 - n_1) i_2 + n_1 (i_1 + i_2) \sim 0$

Par ailleurs on a bien :

$$u_2 = \frac{n_2 + n_1}{n_1} u_1$$

On peut donc économiser une partie d'un des enroulements, $\frac{n_1}{n_1 + n_2}$ (en valeur relative), d'où un gain général sur le dimensionnement (fer et cuivre). On comprend que le gain de dimensionnement est d'autant plus grand que n_1 et n_2 sont voisins, donc aussi l'intérêt de l'appareil.



On peut montrer que l'autotransformateur

a, par nature, des réactances de fuite plus faibles que le transformateur de rapport et puissance équivalents.

La prise de tension au secondaire peut être mobile sur l'enroulement, faisant ainsi varier continûment le rapport de transformation m ; ce type d'appareil (dit "auto-transfo à rapport variable") est très utilisé pour les montages de laboratoire.

Une autre application courante, et analogue, est celle des auto-transformateurs utilisés pour le réglage de la tension sur les réseaux de grande puissance. Dans ceux-ci, on ajuste également aux besoins le rapport de transformation utilisé au moyen de prises sur l'enroulement de sortie choisies au moyens d'organes appelés régleurs.

A l'opposé de l'autotransformateur, on trouve le transformateur d'isolement, transformateur de rapport en général $m = 1$, qui a pour fonction non de changer la tension, mais de supprimer toute liaison galvanique entre deux circuits (par exemple pour la sécurité des personnes intervenant sur les circuits placés au secondaire).

L'appareil qui suit, le transformateur d'impédance, n'appartient plus, en tant que fonction principale, au domaine de la conversion d'énergie, mais à celui de la métrologie. Ceci n'empêche nullement qu'il soit très utilisé dans les installations de production et d'utilisation de l'énergie électrique.

Il en est de même du transformateur de potentiel, et du transformateur de courant, qui sont décrits dans le Tome II.

6.3 Transformateur adaptateur d'impédance

On a déjà établi, dans le cadre de la recherche de schémas équivalents, les équations correspondant au déplacement *fictif* d'une impédance entre primaire et secondaire. Le transformateur adaptateur d'impédance permet d'adapter *matériellement* une charge prévue pour un certain niveau de tension ou de courant, à une source d'énergie de niveau différent, mais dont l'on dispose. Le montage avec un transformateur de rapport m revient à disposer d'une impédance de valeur $Z' = Z/m^2$.

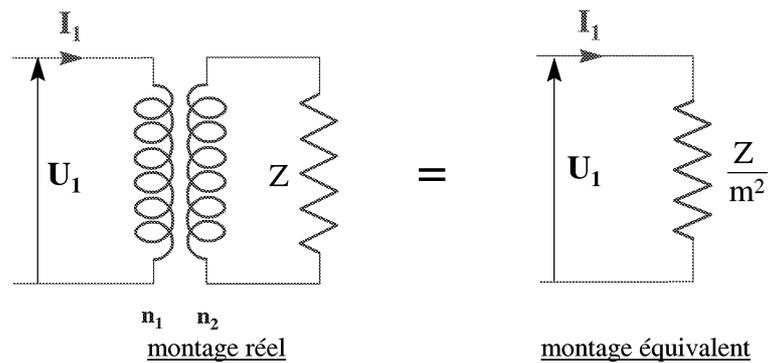
$$m = n_2 / n_1$$

$$U_1 = Z' I_1 \quad U_2 = Z I_2$$

$$U_1 I_1 = U_2 I_2$$

$$Z' I_1^2 = Z I_2^2$$

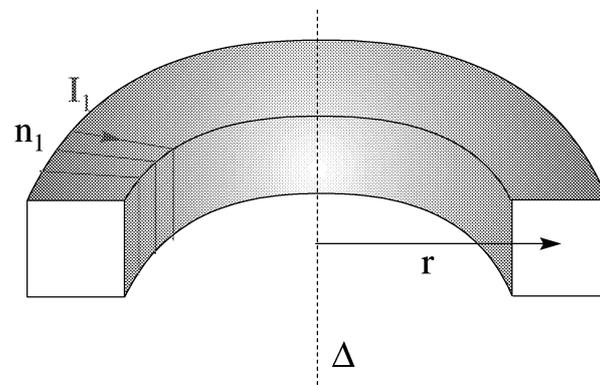
$$\frac{I_1}{I_2} = m \Rightarrow \frac{Z}{Z'} = m^2$$



6.4 transformateur torique

La forme circulaire des lignes de champ associées confère à une bobine torique l'avantage de ne pas présenter de fuites magnétiques.

On considère un tore d'axe Δ en matériau magnétique, sur lequel est enroulé un enroulement régulier de n_1 spires. Ce tore a une section S de forme quelconque. Les n_1 spires sont parcourues par le même courant I_1



Les lignes de champ créées par le tore sont des cercles d'axe Δ . L'excitation H en un point d'une de ces lignes peut prendre 2 valeurs :

- soit $H = 0$ si la ligne est extérieure à la section du tore
- soit $H = H(r)$ si la ligne est intérieure à la section du tore, r étant le rayon de la ligne de champ (non de la spire)

Dans ce cas particulier :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} |\vec{H}| r d\theta = 2\pi r H = n_1 I_1$$

$$\text{d'où : } H = \frac{n_1 I_1}{2\pi r}$$

Le champ magnétique, donc aussi l'induction magnétique, n'est pas uniforme dans la section, en fonction de la valeur de r . Ceci doit être pris en compte pour déterminer la valeur du flux.

Pour constituer un transformateur, on dispose deux enroulements comportant n_1 et n_2 spires. La réalisation d'un transformateur torique est plus délicate que celle d'un transformateur conventionnel ; de ce fait, il est surtout utilisé en petites puissances, lorsque l'on veut impérativement éviter des fuites (transformateurs de mesure, appareillage électronique).

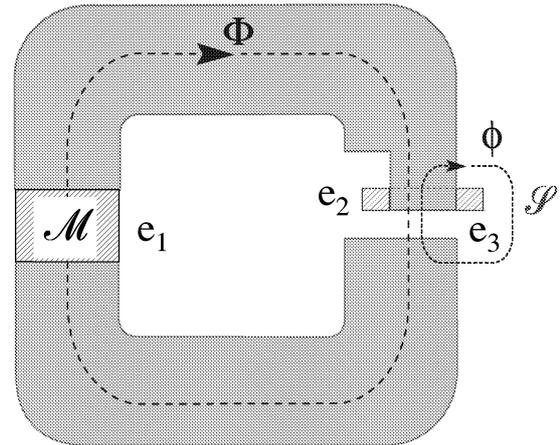
6.5 spire de Frager

La spire de Frager peut être considérée comme un cas très particulier d'utilisation de la technique du transformateur. Il s'agit d'une spire en court-circuit \mathcal{S} qui est disposée à proximité de l'entrefer d'un circuit magnétique excité par un enroulement (non représenté ici) parcouru par un courant alternatif. Ce dispositif a pour objet de rendre constante en module la force qui s'exerce dans l'entrefer du circuit magnétique.

Le matériau \mathcal{M} doit être amagnétique, avec de plus la contrainte dimensionnelle :

$$e_1 \gg e_2 \gg e_3$$

La spire est parcourue par un courant induit à la pulsation du flux principal $\Phi = \Phi_0 \sin \omega t$. Les propriétés de la spire r et l sont choisies de telle sorte que $r = l \omega$; dans ces conditions, le flux induit ϕ et le flux principal Φ sont déphasés de $\pi/2$, et de modules égaux : leur composition produit une force de module constant.



6.6 fonctionnement en parallèle de transformateurs

Dans une installation donnée, où la puissance électrique appelée sur le réseau peut varier fortement suivant les heures ou les époques, on peut recourir à la mise en parallèle de deux ou plusieurs transformateurs, au niveau de leurs secondaires. La méthode d'exploitation consiste alors à connecter ou non le (les) transformateurs supplémentaires selon la nécessité, c'est-à-dire la puissance requise, de façon à optimiser le rendement. L'utilisation simultanée de plusieurs transformateurs en parallèle peut résulter également du souci de fiabiliser l'exploitation d'un réseau.

Cette mise en parallèle, comme toute mise en parallèle de sources de tension, a pour conséquence l'existence d'un courant de circulation entre les deux appareils, du fait que leurs caractéristiques ne sont jamais strictement identiques (rapport de transformation, impédances). Le courant de circulation doit être maintenu impérativement à des valeurs faibles.

La détermination expérimentale des caractéristiques d'un transformateur par des essais spécifiques (essai à vide, essai en court-circuit), et la détermination associée du rendement à partir de ces essais sont décrites dans le Tome II.

7 REMARQUES FINALES

7.1 Limitations d'emploi des transformateurs

Les limitations fonctionnelles à l'emploi d'un transformateur sont les suivantes :

- ♦ l'intensité : l'effet Joule dans les enroulements produit des échauffements
- ♦ la tension :
 - la tenue diélectrique des enroulements est limitée ; à ce titre, les régimes les plus sévères sont rencontrés lors des régimes transitoires
 - la valeur limite de l'induction magnétique : quels que soient les matériaux, on ne dépasse pas usuellement la valeur de 1,7 tesla comme amplitude de l'induction nominale

- ♦ la puissance apparente

- ♦ la fréquence : les pertes fer sont proportionnelles à ω et à ω^2 suivant leur nature ; elles pourraient devenir prohibitives si l'on montait trop haut en fréquence.

Le transformateur est une machine simple dans son principe, au moins en apparence, car la réalisation de machines de grande taille introduit des contraintes fortes sur la construction en ce qui concerne :

- ♦ le régime permanent
 - tenue diélectrique dans le temps
 - comportement thermique
 - tenue aux efforts statiques et la fatigue
 - comportement dynamique
- ♦ les régimes non permanents
 - tenue aux régimes transitoires
 - tenue aux régimes accidentels

Le coût de construction d'un appareil peut évoluer fortement en fonction de caractéristiques qui ne sont plus purement fonctionnelles, mais liées indirectement par le niveau de puissance à d'autres domaines physiques (notamment thermique).

L'électronique de puissance permet, dans un domaine encore limité, mais en extension permanente, d'envisager des solutions nouvelles au problème du changement de tension, fonctionnellement équivalentes aux machines statiques. Ces solutions pourront s'avérer recevables ou non en fonction des contraintes attachées au problème posé (un exemple de contrainte : la pureté de la forme d'onde fournie).

Certaines de ces solutions peuvent elles-mêmes faire appel à des inductances ou à des transformateurs dans des conditions d'emploi mieux adaptées (par exemple après un changement de fréquence).

7.2 Le choix de la fréquence

Le rapport de transformation $m = n_2/n_1$ d'un transformateur est indépendant de la fréquence. Ceci ne signifie pas que l'on puisse utiliser un transformateur donné efficacement à toute fréquence.

En effet, comme on l'a vu, le dimensionnement est généralement choisi de manière à se situer au niveau maximal d'induction et de flux, sans saturation notable.

En régime sinusoïdal, la loi de Faraday a deux expressions équivalentes :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{E} = j \omega \Phi$$

Ceci montre que si la fréquence f , donc la pulsation ω , devient trop faible, on n'obtiendra plus pour un flux donné Φ , limité par le circuit magnétique, une tension induite \mathbf{E} suffisante. Bien entendu, pour une fréquence nulle, c'est-à-dire en courant continu, le transformateur ne fonctionne pas.

Le choix de la fréquence des réseaux industriels est donc un compromis, qui tient compte de la faisabilité des machines statiques, en taille, poids, coût, ... ainsi que de la question des pertes magnétiques précédemment évoquée. La valeur $f = 50$ Hz est universellement admise en Europe (60 Hz aux Etats-Unis). Par contre, il est logique de trouver parfois d'autres valeurs, telles que le 400 Hz des réseaux d'aviation, destinés à alléger le matériel.

EXERCICE

On considère un transformateur dont les tension et courant secondaires nominaux sont $U_{2N} = U_2$, et $I_{2N} = I_2$. Le rapport des nombres de spires est m .

Un essai du transformateur a fourni les informations suivantes :

P_f : pertes dans le fer sous la tension nominale

$|Z_2|$: module de l'impédance du transformateur ramenée au secondaire

R_2 : résistance interne totale ramenée au secondaire.

Sous la tension U_2 maintenue constante, le transformateur débite au secondaire, dans un circuit dont l'impédance Z a un module variable et un facteur de puissance constant $\cos \varphi$.

1°) calculer le module de la tension U_1 en fonction de la puissance P_2 débitée au secondaire dans l'hypothèse de Kapp

2°) tracer la courbe donnant le rendement ρ en fonction du courant I_2 variant de 0 à I_{2N}

application numérique : $U_{2N} = 1000$ V, $I_{2N} = 100$ A, $m = n_2/n_1 = 3$, $P_f = 1,8$ kW,

$|Z_2| = 1 \Omega$, $R_2 = 0,5 \Omega$, $\cos \xi = 0,8$.

SOLUTION

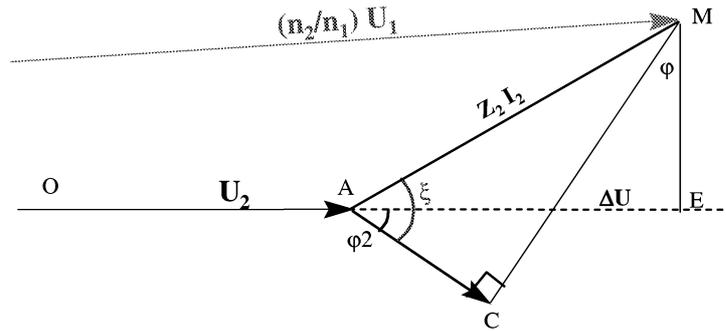
1°) Le diagramme de Kapp traduit l'hypothèse faite, par la relation : $m \mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2 + \mathbf{Z}_2 \mathbf{I}_2$

On suppose que l'origine O des vecteurs représentant $(m\mathbf{U}_1)$ et (\mathbf{U}_2) est rejetée loin sur la gauche ; on désigne par ΔU la valeur algébrique de AE. On voit qu'on a la relation approchée

$$m\mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2 + \Delta U \quad (1)$$

ξ étant égal à l'argument de Z_2 , on a : $\Delta U = Z_2 I_2 \cos(\xi - \varphi)$

$\cos \xi (= R_2/Z_2)$ et $\cos \varphi$ sont des constantes
De même, $(\xi - \varphi)$ garde une valeur constante.
On voit que U_1 est une fonction linéaire de I_2
tant que les approximations faites pour
arriver à la relation approchée (1) sont
vérifiées, c'est-à-dire tant que
 $AM \ll OM$.



La courbe $U_1(I_2)$ a pour équation :

$$U_1 = m [U_2 + Z_2 \cos (\xi - \varphi) \cdot I_2]$$

La puissance P_2 débitée par le secondaire est
égale à

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi \Leftrightarrow I_2 = P_2 / U_2 \cos \varphi$$

Il s'ensuit :

$$U_1 = m [U_2 + P_2 Z_2 \cos (\xi - \varphi) / U_2]$$

2°) Pour chaque valeur de I_2 , on peut calculer
le rendement par la formule (cf. exercice
précédent) :

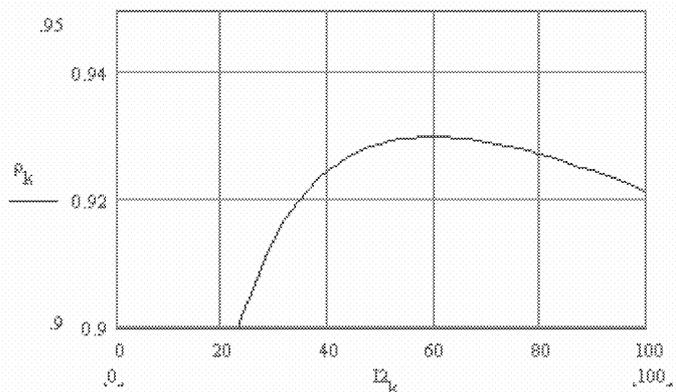
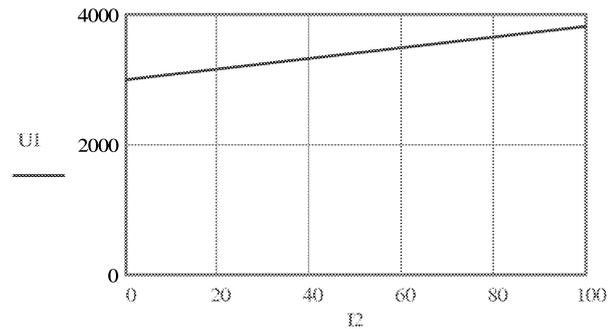
$$\rho = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi}{U_2 I_2 \cos \varphi + R_2 \cdot I_2^2 + P_f}$$

D'où la courbe donnant ρ en fonction de I_2
On peut également déterminer la position
exacte du point I_p correspondant au
maximum ρ_M de la fonction $\rho(I_2)$ à partir de
l'exercice précédent.

$$I_p = \sqrt{\frac{P_f}{R_2}}$$

application numérique :

$$I_p = 60 \text{ A}$$



CHAPITRE IV

LES RESEAUX ELECTRIQUES

1 OBJET DU CHAPITRE

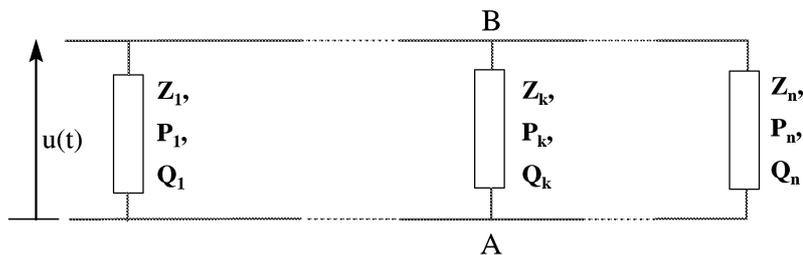
Le conditionnement de l'énergie électrique sous forme de courant alternatif est un impératif pour son changement de tension, en vue de son transport à grande distance entre les points de production et les points de consommation. En pratique, le courant n'est pas produit sous forme monophasée, mais sous forme polyphasée. Cette mise en forme complexe de l'énergie électrique présente des avantages significatifs. L'objet de ce chapitre est de décrire le fonctionnement des réseaux en justifiant la complexité des procédés mis en œuvre.

2 GENERALITES

2.1 Théorème de Boucherot

Les réseaux d'énergie électrique sont en pratique constitués par un ensemble de dipôles qui se trouvent mis en parallèle. Certains sont producteurs, d'autres sont consommateurs. Le théorème de Boucherot facilite l'analyse du fonctionnement de ces réseaux, en considérant non les impédances, mais les puissances mises en jeu dans ces dipôles.

En effet, considérons le cas simplifié d'un réseau connectant en parallèle n dipôles à une même source de tension $u(t) = U\sqrt{2} \cos \omega t$, prise comme référence de phase.



Chaque dipôle k est parcouru par un courant de la forme $i_k(t) = I \sqrt{2} \cos (\omega t + \varphi_k)$

On utilise la notation complexe :

$$\mathbf{X}(t) = X \cdot \sqrt{2} \exp[j(\omega t + \varphi)]$$

appliquée aux courants et aux tensions :

$$\mathbf{U} = U \sqrt{2} e^{j\omega t}, \quad \mathbf{I} = I \sqrt{2} e^{j\omega t + \varphi}, \quad \mathbf{I}^* = I \sqrt{2} e^{-(j\omega t + \varphi)}$$

Les 4 grandeurs de puissance *moyenne* relatives à un dipôle ont pour expressions⁵ :

puissance active	$P = U I \cos \varphi$	$P = \Re (\mathbf{U} \cdot \mathbf{I}^*) = \Re \left[\frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt \right]$
puissance réactive	$Q = U I \sin \varphi$	$Q = \Im (\mathbf{U} \cdot \mathbf{I}^*) = \Im \left[\frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt \right]$
puissance complexe	$\mathbf{\Pi} = P + j Q$	$\mathbf{\Pi} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{I}^*$
puissance apparente	$S = \ \mathbf{\Pi}\ $	

Les liaisons entre les dipôles et les points A et B peuvent être considérées comme des nœuds, si elles ne présentent pas d'impédance, ce que l'on supposera. On peut alors écrire pour chacun des points A et B la loi aux nœuds de Kirchhoff, en incluant les courants provenant de la source :

$$\sum_{(A)} I_k = 0 \quad \sum_{(B)} I_k = 0$$

Ces équations aux valeurs complexes de courant peuvent être décomposées en partie réelle et imaginaire. Ainsi en A :

$$\sum_{(A)} \Re (I_k) = 0 \quad \sum_{(A)} \Im (I_k) = 0$$

La tension $\mathbf{U} = \Re(\mathbf{U}) = U\sqrt{2}$ étant appliquée à chaque dipôle, la multiplication de chaque terme de courant par $u(t)$ fait apparaître deux égalités sur les puissances :

$$\sum_{k=1}^n U \cdot \Re(I_k^*) = \sum_{k=1}^n P_k = P \quad \sum_{k=1}^n U \cdot \Im(I_k^*) = \sum_{k=1}^n Q_k = Q$$

où P et Q sont les puissances active et réactive fournies par les sources.

Il y a donc conservation de ces puissances active P et réactive Q.

Le théorème de Boucherot peut s'énoncer comme suit :

Pour un ensemble de n dipôles ($k = 1, \dots, n$) les puissances active P et réactive Q de l'ensemble sont égales respectivement aux sommes algébriques des puissances actives P_k et réactives Q_k des dipôles.

Ceci s'applique, que les dipôles soient producteurs ou consommateurs, en actif comme en réactif, c'est-à-dire quels que soient les signes des termes P_k, Q_k .

$$P = \sum_{k=1}^n P_k \quad Q = \sum_{k=1}^n Q_k$$

⁵ les parties réelle et imaginaire d'une grandeur \mathbf{G} complexe sont notées respectivement $\Re(\mathbf{G})$ et $\Im(\mathbf{G})$

Le théorème s'applique de la même façon pour les puissances moyennes et pour les puissances instantanées.

De la conservation de P et de Q , on déduit celle de la puissance complexe $\Pi = P + j Q$, en posant $\pi_k = P_k + j Q_k$, expression de la puissance complexe d'un dipôle :

$$\Pi = \sum_{k=1}^n \pi_k$$

Si les puissances active P , réactive Q , et complexe Π , se conservent, il n'en est pas de même de la puissance apparente S . Ceci est aisément vérifiable sur un contre-exemple simple : le cas d'un réseau à deux charges, avec $\cos \varphi_1 \neq \cos \varphi_2$.

De façon pratique, les matériels sont définis par leur puissance active nominale P_k et leur facteur de puissance $\cos \varphi_k$.

Un intérêt du théorème de Boucherot est donc qu'il permet, au lieu de raisonner sur les impédances complexes des charges ou des sources, que l'on ignore souvent, de raisonner sur les puissances complexes.

Lorsque l'on considère un ensemble de matériels raccordés au même réseau, les composantes complexes de leurs puissances et de leurs impédances respectives sont équivalentes, à un facteur d'échelle près, qui est la tension du réseau qui leur est commune.

■ exemple : réglage de la tension par la puissance réactive

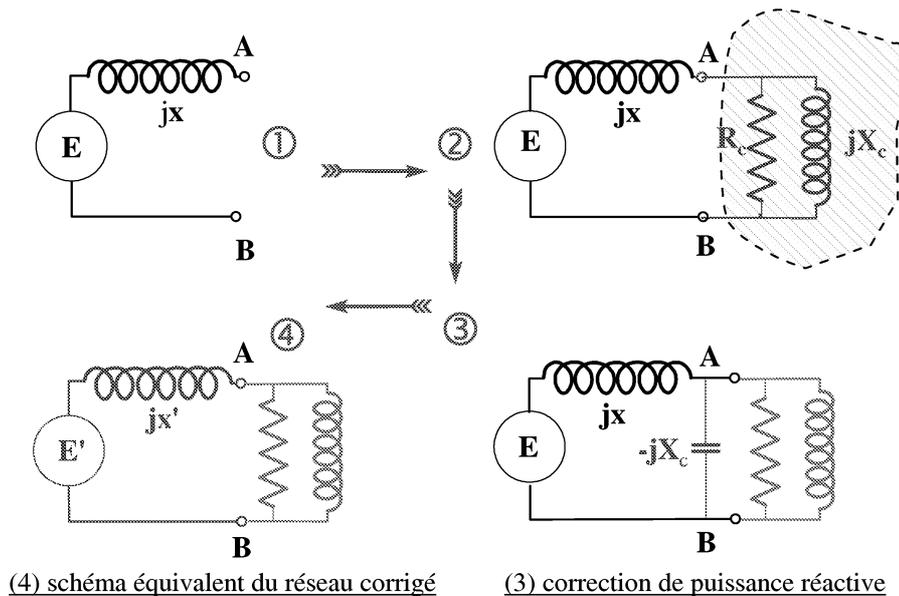
Un exemple intéressant d'application du théorème de Boucherot est le problème du maintien de la tension d'un réseau de distribution d'énergie électrique.

En effet, il est souhaitable de maintenir la tension fournie en un point de livraison donné de l'énergie à une valeur aussi constante que possible, de façon à permettre une bonne utilisation de l'énergie par les consommateurs, c'est-à-dire dans de bonnes conditions de rendement, et sans risque pour le matériel utilisateur.

Un moyen de réglage de la tension du réseau est d'intervenir localement sur le bilan des puissances réactives.

Ainsi, supposons en ① l'existence d'un réseau alimenté par la f.é.m. E ; il a inévitablement une impédance interne jx , généralement inductive. L'introduction en ② d'une charge $Z_c = R_c + jX_c$, se traduit le plus souvent par une baisse de la tension délivrée U_{AB} . La mise en place en ③ d'une impédance parallèle supplémentaire Z_p , de partie imaginaire opposée ($-jX_c$), permet de réduire la puissance réactive globale, et donc de diminuer le courant I qui circule dans le réseau ; cela sans augmentation de la puissance active fournie.

Au contraire, cette réduction du courant conduit à une réduction des pertes par effet Joule dans les conducteurs du réseau (ces pertes ne sont pas modélisées ici).



La source équivalente après mise en place de l'impédance de compensation est caractérisée par une f.é.m. E' et une impédance x' apparentes plus élevées que les valeurs effectives E et x :

$$E' = E \frac{X_c}{X_c - x} \Rightarrow (E' > E)$$

$$x' = x \frac{X_c}{X_c - x} \Rightarrow (x' > x)$$

Si l'on indice c les grandeurs relatives à la charge, et p les grandeurs relatives à l'impédance de correction, le théorème de Boucherot permet d'écrire :

$$P = P_c + P_p = P_c$$

$$Q = Q_c + Q_p = 0$$

$$\Pi = \sum (P_k) + j \sum (Q_k) = P_c$$

2.2 Production de tensions polyphasées

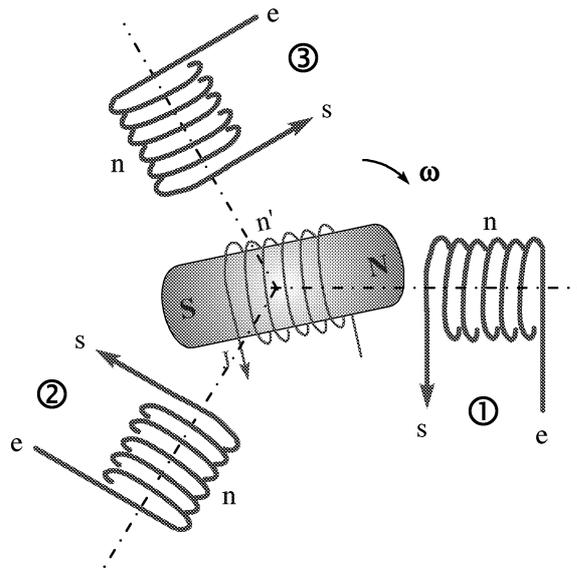
Pour décrire le principe, on considère un système, par ailleurs peu réaliste, de p bobines fictives (ici 3) disposées radialement tous les $2\pi/p$ sur un cercle, et un inducteur tournant à la vitesse ω .

On fait l'hypothèse d'une variation sinusoïdale des inductances mutuelles entre chaque bobine et l'inducteur, en fonction de la position angulaire.

$$\alpha_k = \omega t - 2k\pi / p \quad (k = 0, 1, 2)$$

α_k est l'angle entre la bobine k et l'enroulement inducteur à un instant t donné.

On considère ici un mouvement relatif entre deux repères l'un lié aux bobines et l'autre à l'inducteur ; il n'est pas essentiel de savoir lequel d'entre eux est mobile.



Les flux dans chacune des trois bobines ont pour expression :

$$\Phi_k = \Phi_0 \cos\left(\omega t - \frac{2k\pi}{p}\right)$$

d'où les tensions induites

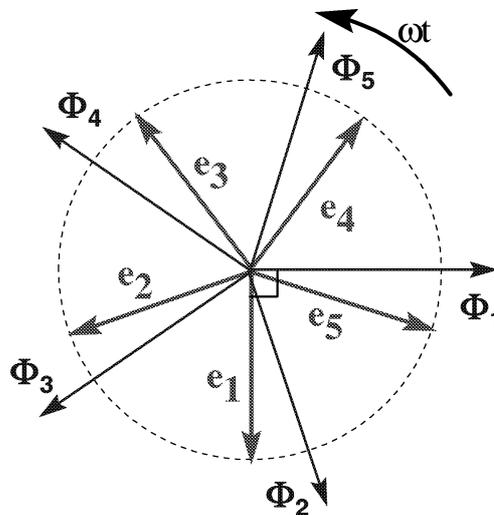
$$e_k = -n \frac{d\Phi_k}{dt} = n\omega\Phi_0 \sin\left(\omega t - \frac{2k\pi}{p}\right)$$

On a alors la propriété fondamentale :

$$\sum_{k=1}^p \vec{e}_k = \vec{0}$$

Les tensions e_k forment un système p-phasé équilibré.

La figure suivante correspond par exemple au cas de cinq bobines :



2.3 Pourquoi des tensions polyphasées ?

Utiliser un système de tensions polyphasées augmente a priori la complexité du processus de transport de l'énergie.

Mais il y a trois avantages majeurs :

- la réduction des pertes de transport
- la constance des puissances instantanées
- la possibilité de créer des champs tournants.

note : la plupart des résultats qui suivent peuvent être établis en utilisant les formules classiques de combinaisons de grandeurs trigonométriques. Ces formules, rappelées en Annexe 1 de ❶ à (12) peuvent elles-mêmes être très rapidement reconstituées en utilisant la décomposition :

$$e^{j(\alpha+\beta)} = e^{j\alpha} \cdot e^{j\beta}$$

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha$$

Les différents circuits constitués par les sources polyphasées et leurs charges sont appelées des **phases**.

2.3.1 la réduction des pertes de transport

On observe que la somme des grandeurs de même nature (tensions E_k ou courants I_k) dans un système polyphasé équilibré est nulle.

$$\sum_{k=0}^{p-1} E_k = \sum_k e^{j2\pi \frac{k}{p}} = \sum_k \cos 2\pi \frac{k}{p} + j \sum_k \sin 2\pi \frac{k}{p} = \Re + j\Im$$

Cette somme S_1 est une progression géométrique de raison $e^{j2\pi/p}$:

$$S_1 = \sum_{k=0}^{p-1} E_k = \frac{1 - e^{j2\pi \frac{p}{p}}}{1 - e^{j2\pi \frac{1}{p}}} = \frac{1 - e^{j2\pi}}{1 - e^{j2\pi \frac{1}{p}}} = 0$$

Au passage, on note que si cette somme est identiquement nulle, ses parties réelle et imaginaire sont également nulles, ce qui signifie :

$$\Re(S_1) = \sum_{k=0}^{p-1} \cos\left(\frac{2\pi}{p}k\right) = 0 \quad \Im(S_1) = \sum_{k=0}^{p-1} \sin\left(\frac{2\pi}{p}k\right) = 0$$

Ceci permet donc de remplacer un ensemble de p lignes d'alimentation, comportant $2p$ conducteurs (aller et retour de chaque ligne), par seulement p conducteurs, en supprimant les p conducteurs de retour. En effet, si ces conducteurs étaient maintenus mais reliés entre eux, ils transiteraient un courant global nul.

En pratique, dans les réseaux, au lieu d'un équilibre parfait entre les différents courants de phase, peut subsister un déséquilibre modéré. Le conducteur unique de retour demeure alors, mais il conserve une section bien inférieure à ce qu'il faudrait pour faire transiter p

fois le courant de phase. Ce conducteur est appelé neutre, et son potentiel généralement adopté comme référence des tensions.

note : on peut également établir le résultat en utilisant les formules de transformation ⑥ et ③ (Annexe 1) et en considérant les quantités :

$$\Re' = \sin \frac{2\pi}{p} \cdot \Re \quad \text{et} \quad \Im' = \sin \frac{2\pi}{p} \cdot \Im$$

On explicite dans ce but les termes de la somme :

$$\Re' = \sum_k \cos 2\pi \frac{k}{p} \cdot \sin \frac{2\pi}{p} = \frac{1}{2} \left[\sum_k \cos 2\pi \frac{k+1}{p} - \sum_k \cos 2\pi \frac{k-1}{p} \right] = 0$$

\Re est identiquement nul donc aussi \Re' , sachant que : $\sin \frac{2\pi}{p} \neq 0$; de même pour \Im' et \Im .

2.3.2 la puissance totale instantanée est constante

Pour une phase donnée, on a :

$$u_k = U \cos(\omega t - 2\pi \frac{k}{p}) \quad i_k = I \cos(\omega t - 2\pi \frac{k}{p} - \varphi)$$

Le bilan global s'écrit, pour la puissance active :

$$P = \Re \left(\sum_{k=0}^{p-1} u_k \cdot i_k \right) = \frac{U \cdot I}{2} \sum_k [\cos(2\omega t - 4\pi \frac{k}{p}) + \cos \varphi] = \frac{U \cdot I}{2} \sum_k \cos \varphi = \frac{p}{2} U \cdot I \cos \varphi$$

On établit cette propriété à partir des formules de transformation ⑤, puis ② (Annexe 1)

En effet :

$$\sum_{k=1}^p \cos(2\omega t - 4\pi \frac{k}{p}) = \cos 2\omega t \cdot \sum_k \cos(4\pi \frac{k}{p}) + \sin 2\omega t \cdot \sum_k \sin(4\pi \frac{k}{p})$$

Les coefficients multiplicatifs des termes fluctuants à la pulsation 2ω sont identiquement nuls tous les deux. Si l'on étudie en effet la somme S_2 des termes de la progression géométrique de raison $e^{j4\pi \cdot 1/p}$, elle a pour valeur :

$$S_2 = \sum_k (e^{j4\pi \cdot k/p}) = \frac{1 - e^{j4\pi \frac{p}{p}}}{1 - e^{j4\pi \frac{1}{p}}} = \frac{1 - e^{j4\pi}}{1 - e^{j4\pi \frac{1}{p}}} = 0$$

Ses parties réelle $\Re(S_2)$ et imaginaire $\Im(S_2)$ sont identiquement nulles.

Cette propriété permet d'utiliser rationnellement les machines électromécaniques (alternateurs, moteurs), qui en monophasé sont soumis à des composantes pulsatoires à 2ω de la puissance active P , donc du couple électromagnétique Γ ; d'où des contraintes mécaniques alternées qui seraient considérables dans les machines de grande taille unitaire.

Bien entendu, les puissances **moyennes**, tirées de $U \cdot I^*$ sont également constantes, mais ceci était déjà vrai pour un système monophasé.

2.3.3 un système polyphasé permet de produire des champs tournants

Pour disposer de puissances mécaniques importantes à partir de la conversion électromécanique, cette propriété est pratiquement indispensable. Les pages qui suivent vont montrer comment cette production est réalisée.

Un vecteur tournant \vec{V} est un vecteur d'amplitude constante V , qui tourne à une vitesse angulaire constante ω dans un repère spatial. \vec{V} peut se décomposer en une somme de deux composantes : $V \cos \omega t$, $V \sin \omega t$ selon les axes Ox et Oy du repère.

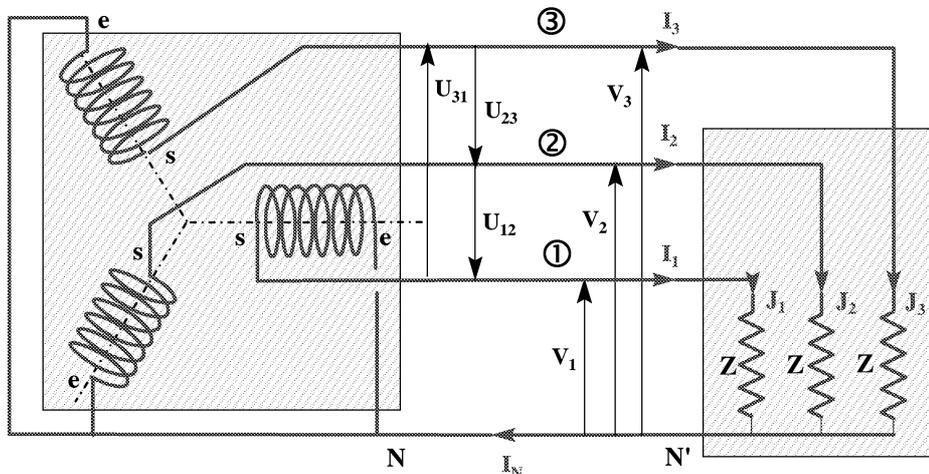
Un champ tournant est le résultat de l'action d'un tel vecteur tournant.

La mise en oeuvre des champs tournants est examinée en détail au chapitre suivant.

3 SYSTEMES TRIPHASES

3.1 Montage en étoile

On relie le système générateur du § 2.2 à une charge constituée de trois impédances identiques (Z, φ)



①, ②, et ③ sont appelés fils de ligne.

Dans ce montage dit en étoile on réunit en N les trois points d'entrée homologues des enroulements générateurs.

On réunit de même en un point N' les trois impédances de charge.

On constate qu'il suffit des 4 fils 1, 2, 3, N pour transporter la même puissance qu'avec les 6 fils de trois montages monophasés. Ceci est un avantage important, car tout transport de courant nécessite une certaine section des conducteurs pour le passage de ce courant.

Il est d'usage de noter \mathbf{V}_k et \mathbf{I}_k respectivement les tensions de ligne (dites tensions simples) et les courants de ligne. On note de même \mathbf{U}_k et \mathbf{J}_k respectivement les tensions entre phases (dites tensions composées) et les courants de phase.

Si les tensions d'une part et les impédances d'autre part sont équilibrées :

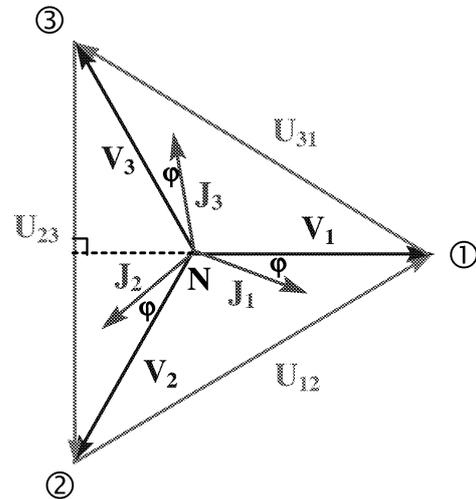
- les points N et N' sont au même potentiel, et le fil NN' peut être supprimé
- si le point N est raccordé au sol, le point N' sera au potentiel du sol.

On a le système de tensions :

$$\begin{cases} v_1 = V\sqrt{2} \sin \omega t \\ v_2 = V\sqrt{2} \sin(\omega t - 2\pi/3) \\ v_3 = V\sqrt{2} \sin(\omega t - 4\pi/3) \end{cases}$$

où V est la valeur efficace de chacune des tensions, d'où le facteur multiplicatif $\sqrt{2}$.

$$\begin{cases} i_1 = \frac{V\sqrt{2}}{Z} \sin(\omega t - \varphi) \\ i_2 = \frac{V\sqrt{2}}{Z} \sin(\omega t - 2\pi/3 - \varphi) \\ i_3 = \frac{V\sqrt{2}}{Z} \sin(\omega t - 4\pi/3 - \varphi) \end{cases}$$



Des valeurs des trois courants de ligne, il résulte :

$$\vec{I}_N = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{0}$$

3.2 Relations entre les grandeurs

3.2.1 relations entre les grandeurs de ligne et de phase

On observe sur le diagramme vectoriel que les relations sont les suivantes :

1) en vecteur

$$\vec{U}_{12} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1 \quad \vec{U}_{23} = \vec{V}_3 - \vec{V}_2 \quad \vec{U}_{31} = \vec{V}_1 - \vec{V}_3$$

2) en module

$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = V\sqrt{3}$$

$$I = J$$

3) en phase

$$V_1 \perp U_{23} \quad V_2 \perp U_{31} \quad V_3 \perp U_{12}$$

3.2.2 relations sur les puissances

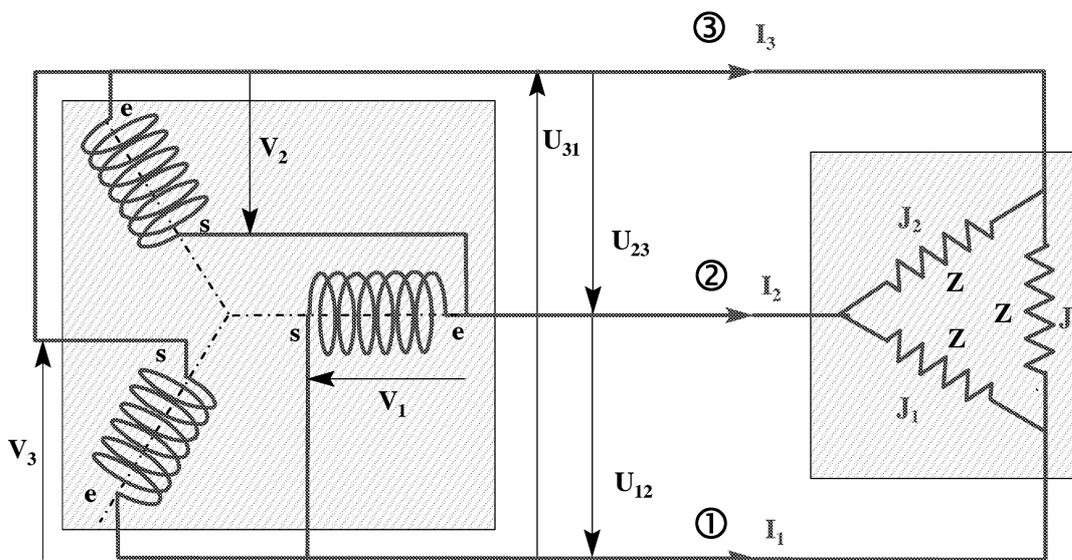
Les puissances active et réactive totales sont données par :

$$P = \sum_k V_k J_k \cos \varphi_k = 3VJ \cos \varphi = 3 \frac{U}{\sqrt{3}} I \cos \varphi = UI\sqrt{3} \cos \varphi$$

$$Q = \sum_k V_k J_k \sin \varphi_k = 3VJ \sin \varphi = 3 \frac{U}{\sqrt{3}} I \sin \varphi = UI\sqrt{3} \sin \varphi$$

3.3 Montage en triangle

Dans un système triphasé, il est tout à fait envisageable de raccorder soit les sources, soit les charges, soit encore l'ensemble, en triangle. Dans le cas présent, on a relié en triangle les 3 générateurs ainsi que les 3 charges :



D'où les trois groupes de relations qui suivent :

♦ relations entre les tensions (modules) :

$$U_{21} = U_{13} = U_{32} = U = V_1 = V_2 = V_3 = V$$

♦ relations entre les courants (modules) :

$$I_1 = J_1 - J_2$$

$$I_2 = J_2 - J_3$$

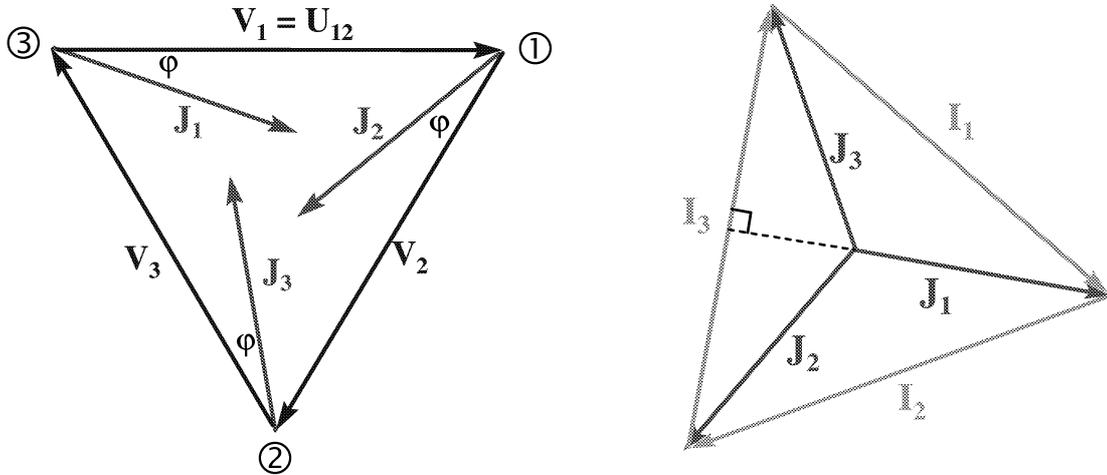
$$I_3 = J_3 - J_1$$

♦ expression des puissances :

$$P = 3 V J \cos \varphi = 3 U I \cos \varphi / \sqrt{3} = U I \sqrt{3} \cos \varphi$$

$$Q = 3 V J \sin \varphi = 3 U I \sin \varphi / \sqrt{3} = U I \sqrt{3} \sin \varphi$$

Les diagrammes vectoriels qui suivent font apparaître de surcroît les relations de phase existant entre les tensions et les courants :



3.4 Propriétés résumées

V et J étant les grandeurs de phase, et U et I les grandeurs de ligne (en module), on a toujours, quel que soit le montage :

$$\begin{array}{l}
 P = U I \sqrt{3} \cos \varphi \qquad \qquad Q = U I \sqrt{3} \sin \varphi \\
 S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI \sqrt{3}
 \end{array}$$

φ n'est **jamais** le déphasage entre U et I , puisque par ailleurs on a toujours soit $I = J$ (étoile), soit $U = V$ (triangle).

La connaissance des grandeurs de ligne est suffisante pour déterminer la puissance d'une charge équilibrée ; on n'a pas besoin de connaître le type de montage de celle-ci.

♦ pour le montage ETOILE

$$U = V \sqrt{3}$$

$$I = J$$

♦ pour le montage TRIANGLE

$$U = V$$

$$I = J \sqrt{3}$$

Si on modifie le montage d'une charge triphasée pour la passer de triangle à étoile, la puissance devient $P/3$ (et réciproquement ; encore faut-il qu'elle le supporte).

3.5 Equivalence étoile-triangle

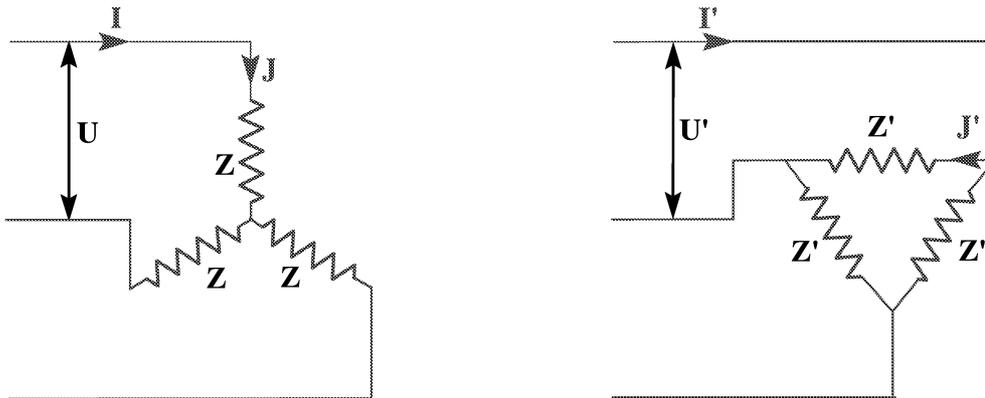
Pour établir les relations décrivant cette équivalence, on écrit l'égalité des grandeurs de ligne pour les 2 montages

Ceci constitue le théorème de Kennelly.

$$U = U' \text{ (tension réseau)}$$

$$I = J = \frac{V}{Z} = \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{Z} \qquad I' = \sqrt{3}J' = \sqrt{3} \frac{V'}{Z'}$$

$$I = I' \qquad \text{implique} \qquad Z' = 3Z$$



On peut donc autant que nécessaire, substituer pour les besoins des calculs, un ensemble équivalent de dipôles connectés en étoile (resp. en triangle) à un ensemble de dipôles connectés en triangle (resp. en étoile).

Il existe un grand nombre de combinaisons de couplage des enroulements dans le cas d'un transformateur ; exemples :

- étoile-étoile
- étoile-triangle
- etc.

Ces combinaisons peuvent être utilisées pour créer un déphasage entre les réseaux primaire et secondaire.

De plus, si l'on a deux enroulements ou plus au secondaire, les associations possibles de ces enroulements permettent de créer pratiquement n'importe quelle valeur de déphasage en jouant sur le rapport des modules des tensions ; exemples :

- montage dit zig-zag
- transformateur dit de Leblanc (production d'un système diphasé)

3.6 Point neutre ; terre

Nous avons vu que la somme des tensions d'un système de tensions polyphasées équilibrées était identiquement nulle. Si ce système est appliqué à un ensemble d'impédances identiques, il en est de même de la somme des courants :

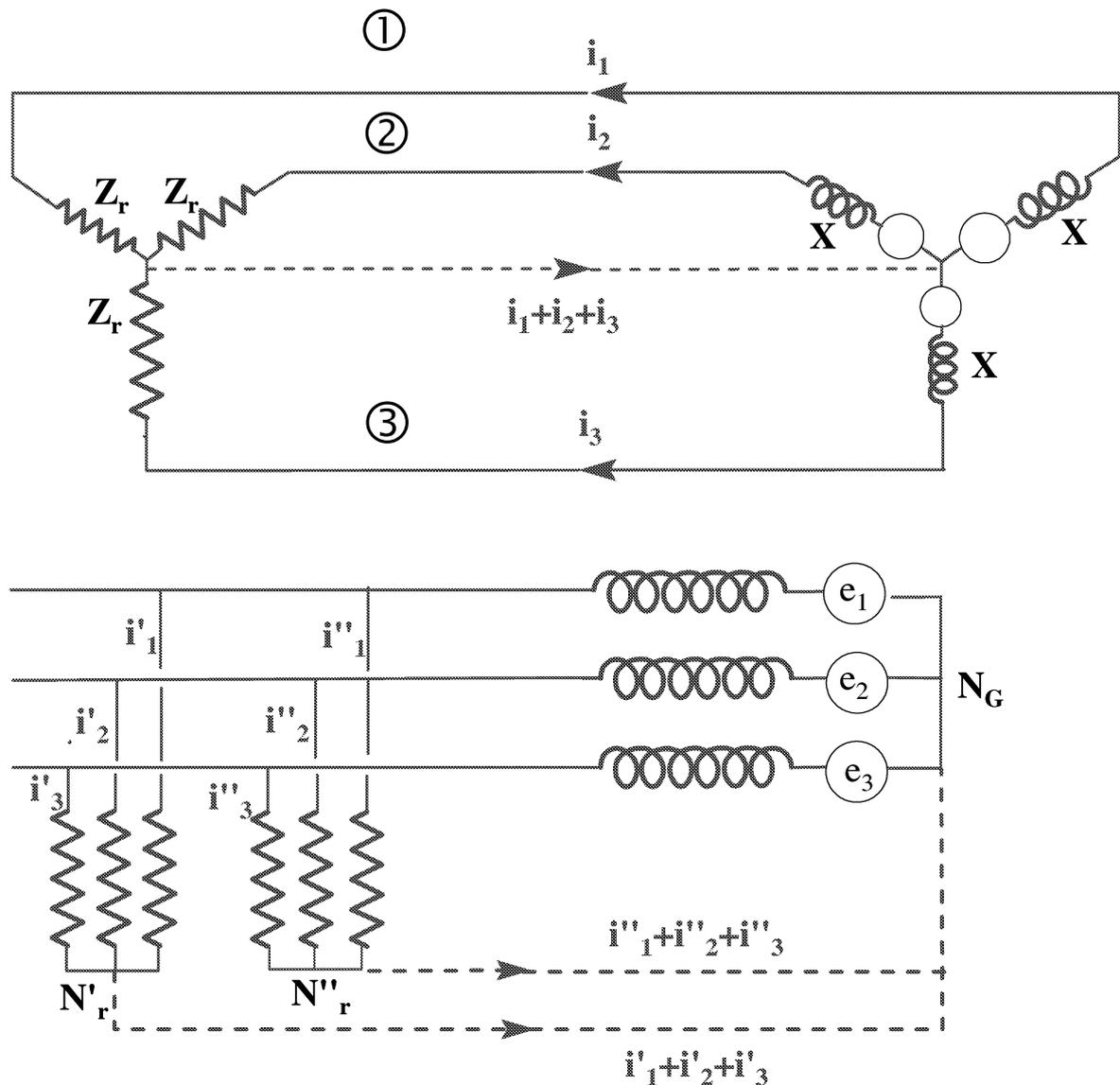
$$\sum (I_k) = 0$$

Le point commun à un ensemble d'impédances symétriques ou à un ensemble de générateurs symétriques est appelé point neutre N. Si on relie les points neutres de deux systèmes, N et N', le fil qui relie ces points va être parcouru par la somme des courants, c'est-à-dire par un courant nul.

De même, si on considère non pas un, mais plusieurs ensembles, comme dans la figure ci-dessous, chaque conducteur de neutre est parcouru par un courant nul. Ces conducteurs forment donc une liaison équipotentielle.

Dans les réseaux de distribution d'énergie, le point N est fréquemment relié à la terre, soit par une connexion directe d'impédance nulle, soit par une impédance Z_t qui est en pratique une réactance.

Cette impédance aura pour effet de limiter le courant de défaut, dit "homopolaire", en cas de déséquilibre modéré ou franc (court-circuit). L'élévation du potentiel du neutre peut alors devenir dangereuse, mais sa détection permet d'opérer une manœuvre de coupure avant d'atteindre les valeurs jugées inadmissibles.



En pratique, une machine donnée est toujours référencée en potentiel par rapport à la terre du fait de l'existence d'impédances d'isolement non infinies, et surtout d'impédances

capacitives parasites. En particulier, les câbles électriques utilisés pour le transport d'énergie présentent des capacités élevées, d'où il résulte des impédances de liaison à la terre que l'on ne peut négliger.

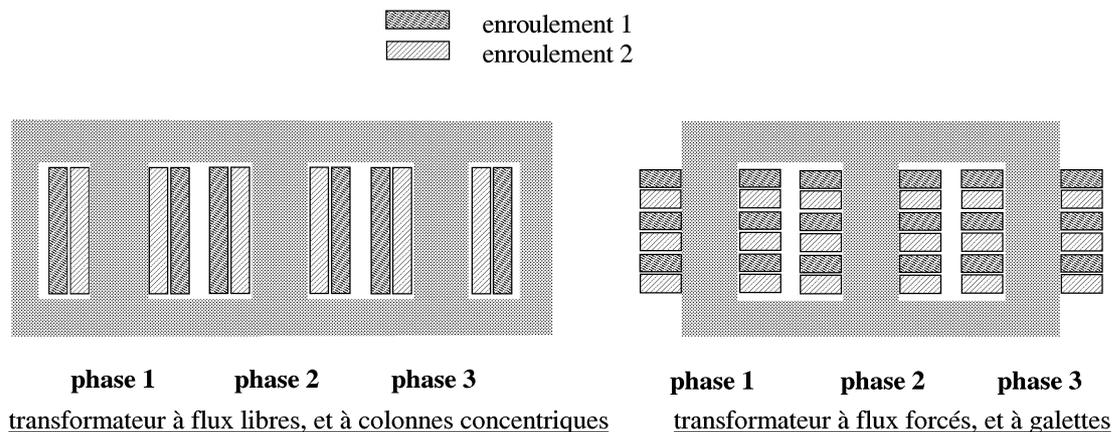
3.7 Transformateurs triphasés

Il existe plusieurs choix technologiques essentiels dans le domaine des grandes puissances, un pour les circuits magnétiques, et un pour l'ensemble de la conception électrique et magnétique :

- circuits magnétiques à flux libres (5 branches) ou flux forcés (3 branches)
- conducteurs en colonnes ou en galettes (cf. transformateur monophasé)
- utilisation d'un transformateur triphasé ou de trois transformateurs monophasés séparés.

La différence de comportement entre transformateurs à flux libres et transformateurs à flux forcés est constatable essentiellement lors des transitoires électriques ; en effet les impédances cycliques qui interviennent alors ont des valeurs différentes.

Deux des combinaisons possibles sont présentées en coupe ci-dessous.



La cause principale de dissymétrie, permanente mais réduite, existant dans les transformateurs triphasés, est la structure du circuit magnétique. Les trajets des flux des trois phases sont en effet un peu différents. Ceci concerne en pratique le fonctionnement à vide, c'est-à-dire lorsque le courant est réduit au courant magnétisant.

Les méthodes de mesure applicables à la détermination des puissances en triphasé (méthode des trois wattmètres, méthode des deux wattmètres), ainsi que les mesures et essais nécessaires pour caractériser un transformateur triphasé, sont décrits dans le Tome II.

4 IMPEDANCE CYCLIQUE ; SCHEMA MONOPHASE EQUIVALENT

Après avoir admis l'intérêt d'un système triphasé, il est tentant de chercher à en simplifier néanmoins la modélisation, vu sa complexité, comparativement plus grande que celle d'un système monophasé.

Ceci est possible, lorsque l'on est en présence d'un système symétrique et alimenté par des f.é.m équilibrées. Il est alors intéressant d'utiliser une représentation au moyen d'un système monophasé équivalent, pour tirer parti de la symétrie du système.

Si l'on appelle :

Z_{ii} l'impédance propre d'un conducteur

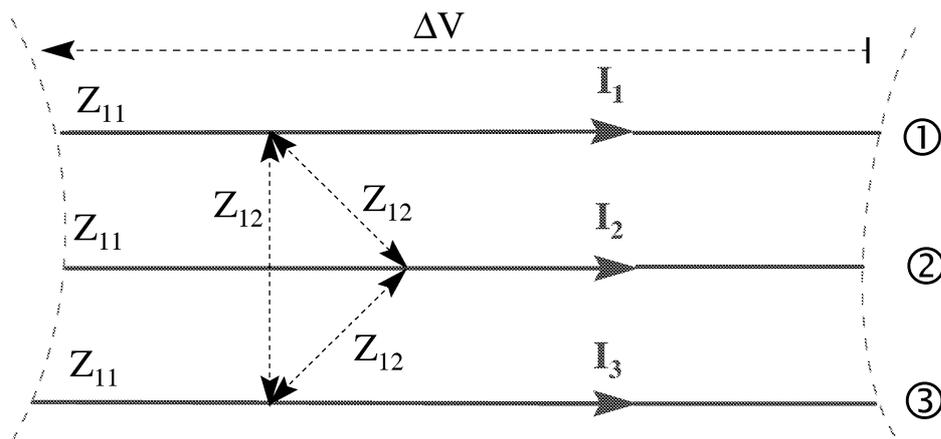
Z_{ij} l'impédance mutuelle entre 2 conducteurs

on peut écrire les équations très générales, correspondant au schéma suivant :

$$\Delta V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + Z_{12} I_3$$

$$\Delta V_2 = Z_{12} I_1 + Z_{11} I_2 + Z_{12} I_3$$

$$\Delta V_3 = Z_{12} I_1 + Z_{12} I_2 + Z_{11} I_3$$



Vu la constitution symétrique du système, on a les relations supplémentaires :

$$Z_{11} = Z_{22} = Z_{33}$$

$$Z_{12} = Z_{23} = Z_{31}$$

$$Z_{ij} = Z_{ji} \quad \text{pour } i = 1, 2, 3, \text{ et } j = 1, 2, 3 \text{ différent de } i$$

Sachant que $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ (équilibre), la première série d'équations est équivalente à :

$$\Delta V_1 = (Z_{11} - Z_{12}) I_1$$

$$\Delta V_2 = (Z_{11} - Z_{12}) I_2$$

$$\Delta V_3 = (Z_{11} - Z_{12}) I_3$$

On a donc trois équations identiques que l'on peut remplacer par une équation unique. Le schéma associé est un schéma monophasé équivalent d'ordre 3. Ce schéma équivalent est *toujours* un schéma en étoile.

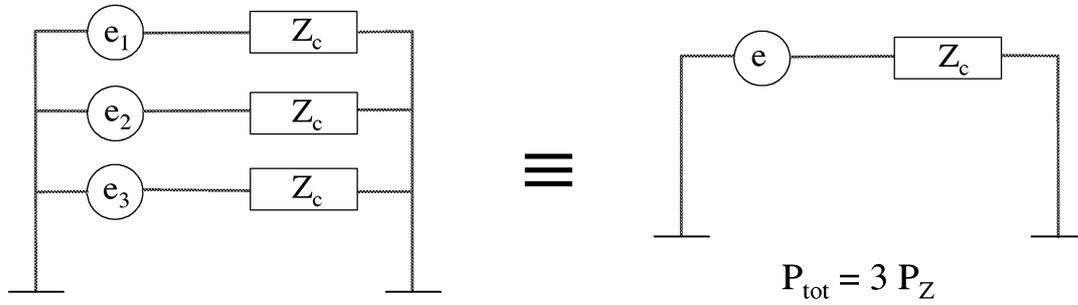
On appelle Z_c la quantité :

$$Z_c = Z_{11} - Z_{12}$$

L'impédance Z_c est l'impédance cyclique dite directe, qui est donc à utiliser pour représenter un système triphasé équilibré par un système monophasé équivalent. En cas de déséquilibre, cette représentation n'est évidemment plus valable ; on utilise alors la méthode des composantes symétriques (chapitre 8), dans laquelle on fait également intervenir les impédances cycliques dites inverse et homopolaire.

On note que si $Z_{12} = 0$, dans le cas d'un montage étoile, l'impédance cyclique directe n'est autre que l'impédance d'une phase.

L'étude des circuits triphasés se trouve donc grandement simplifiée par cette approche. Il est important de se souvenir, lors d'un calcul portant sur les puissances, que le schéma est d'ordre 3 et que les valeurs par circuit doivent être multipliées par 3.



Annexe 1 : identités trigonométriques

Il existe 12 formules de base, qui peuvent toutes être simplement déduites de l'identité

$$e^{j(a+b)} = e^{ja} \cdot e^{jb}$$

sachant que

$$A \equiv B \Rightarrow \Re(A) \equiv \Re(B) \quad \text{et} \quad \Im(A) \equiv \Im(B)$$

et que

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha$$

1) addition des arcs

$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b \quad = \Re(A) \quad \text{①}$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \quad = \Re(A) \text{ avec } b \Rightarrow -b \quad \text{②}$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a \quad = \Im(A) \quad \text{③}$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a \quad = \Im(A) \text{ avec } b \Rightarrow -b \quad \text{④}$$

2) conversion des produits en sommes

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)] \quad \text{②} + \text{①} \quad \text{⑤}$$

$$\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)] \quad \text{②} - \text{①} \quad \text{⑥}$$

$$\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)] \quad \text{③} + \text{④} \quad \text{⑦}$$

$$\cos a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)] \quad \text{③} - \text{④} \quad \text{⑧}$$

3) conversion de sommes en produits

$$\text{On pose :} \quad (a+b) = p \quad (a-b) = q$$

$$\text{d'où :} \quad a = \frac{p+q}{2} \quad b = \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2} \quad \text{⑤} \Rightarrow \quad \text{⑨}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2} \quad \text{⑥} \Rightarrow \quad \text{⑩}$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2} \quad \text{⑦} \Rightarrow \quad (11)$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2} \quad \text{⑧} \Rightarrow \quad (12)$$

4) multiplication des arcs (pour mémoire)

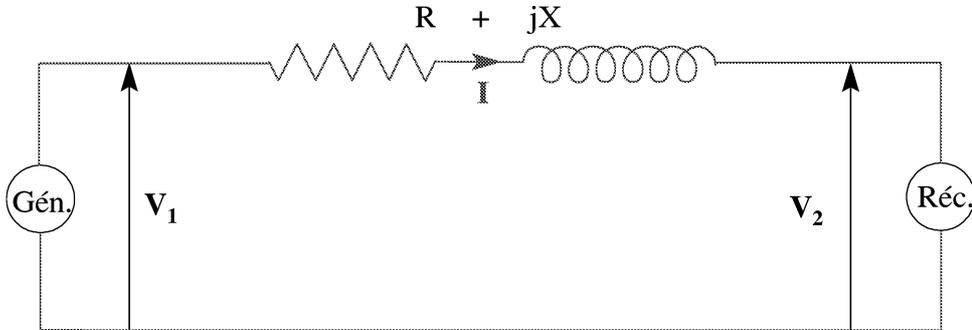
$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a \quad \text{③}'$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 1 - 2 \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 \quad \text{④}'$$

$$\text{tg } 2a = 2 \text{tg } a / (1 - \text{tg}^2 a) \quad \text{③}''$$

EXERCICE

Un générateur alternatif G sans impédance interne alimente un récepteur à travers un dipôle d'impédance $Z = R + j X$. On appelle V_1 la tension aux bornes du générateur, V_2 celle du récepteur, I le courant. Le facteur de puissance du récepteur est $\cos \varphi$.



- 1) Tracer le diagramme des tensions de la figure
- 2) Montrer que la chute de tension $\Delta V = |V_1| - |V_2|$ s'exprime de façon approchée par la formule $\Delta V = (R \cos \varphi + X \sin \varphi) \cdot I$, φ étant l'angle formé par I et V_1 , à condition que $|\Delta V| \ll |V_1|$
- 3) calculer la tangente du déphasage θ entre les tensions V_1 et V_2 . L'exprimer en fonction de la tension V_2 appliquée au récepteur, et des puissances active P et réactive Q absorbées par ce récepteur.
- 4) calculer la chute de tension entre le générateur et le récepteur, et l'exprimer en valeur relative à V_2 en fonction des mêmes grandeurs que ci-dessus, en supposant que l'angle θ garde une valeur modérée.
- 5) Le générateur G alimente maintenant le récepteur R à travers deux impédances en parallèle, supposées chacune purement imaginaire, et de valeurs $j X_1$ et $j X_2$. Comment la puissance totale P reçue par le récepteur se répartit-elle entre les deux chemins qui vont de G à R ?

SOLUTION

1) on a l'équation en complexes :

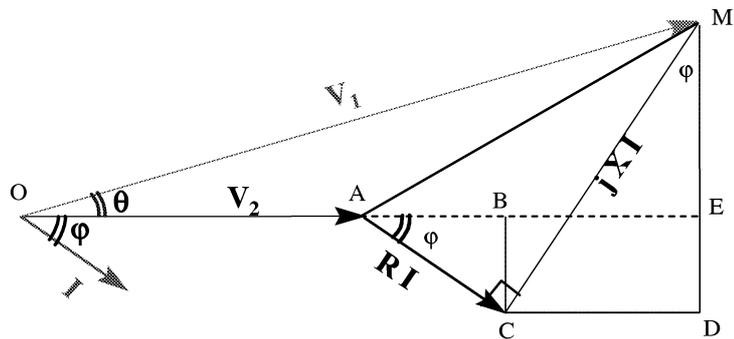
$$\Delta V = V_1 - V_2 = Z I = R I + j X I$$

à laquelle correspond une équation vectorielle formellement identique que l'on peut représenter par le schéma ci-contre :

2) on voit que si $\theta \neq 0$, $V_1 \not\parallel V_2$

$$AB + CD \sim |\Delta V|$$

$$\Delta V \sim AE$$



$$AB = R I \cos \varphi \quad \text{et} \quad CD = X I \sin \varphi$$

$$\Delta V \sim R I \cos \varphi + X I \sin \varphi$$

Pour que θ soit petit, il faut que $|\Delta V| \ll |V_1|$

3) la tangente de l'angle θ peut être approximée par $\text{tg } \theta = ME/OE \sim ME/OM = ME/V_1$

$$ME = MD + DE = R I \sin \varphi + X I \cos \varphi$$

4) dans le récepteur, on a : $P = V_2 I \cos \phi$ et $Q = V_2 I \sin \phi$
 D'où $I \cos \phi = P/V_2$, $I \sin \phi = Q/V_2$ et : $\Delta V = (P R + Q X) / V_2$

5) la puissance réactive Q du récepteur est entièrement fournie par les deux réactances de valeurs X_1 et X_2 . Par ailleurs, ces deux réactances sont soumises à une même tension U . Elles sont parcourues par des courants I_1 et I_2 proportionnels à $1/X_1$ et $1/X_2$, leurs puissances réactives respectives $Q_1 = U^2/X_1$ et $Q_2 = U^2/X_2$ sont aussi proportionnelles à ces facteurs avec $Q_1 + Q_2 = Q$. Enfin, la puissance active fournie au récepteur peut se décomposer en deux parties $P_1 = V_2 I_1 \cos \phi$ et $P_2 = V_2 I_2 \cos \phi$ également proportionnelles aux courants I_1 et I_2 .

EXERCICE

On considère un transformateur monophasé parfait à trois enroulements dont chacun est repéré par un indice (1, 2 ou 3). On alimente le premier par une tension alternative sinusoïdale de valeur efficace $U_1 = 6600$ V, la fréquence étant $f = 50$ Hz. On donne $n_1 = 1200$, $n_2 = 2500$, $n_3 = 1800$.

- 1) Les enroulements 2 et 3 débitent sur des résistances extérieures R_2 et R_3 . Exprimer littéralement la valeur efficace I_1 du courant dans le premier enroulement en fonction de U_1 , R_2 , R_3 , n_1 , n_2 , n_3
- 2) L'enroulement 2 fournit à l'extérieur $P_2 = 30$ kW et $Q_2 = 20$ kVAR, l'enroulement 3 fournit à l'extérieur $P_3 = 70$ kW et en reçoit $Q_3 = -60$ kVAR. Quelle est la valeur du courant et du facteur de puissance aux bornes de l'enroulement 1 ?
- 3) Quelle doit être la section du circuit magnétique pour que l'induction maximale soit $B = 1,5$ T ?

SOLUTION

1) Le transformateur étant supposé parfait, et les charges étant exclusivement résistives, le bilan de puissances de l'appareil peut s'écrire :

$$P_1 = U_1 I_1 = P_2 + P_3 \\ = U_2 I_2 + U_3 I_3$$

avec $U_2 = U_1 \cdot (n_2/n_1)$
 de même $U_3 = U_1 (n_3/n_1)$

d'où $P_1 = U_2^2 (1/r_2) + U_3^2 (1/r_3)$

$$I_1 = P_1/U_1 = U_1^2/U_1 \cdot ((n_2^2/n_1^2/r_2) + (n_3^2/n_1^2/r_3))$$

2) les bilans de puissances active et réactive sont équilibrés en régime permanent

$$P_1 = P_2 + P_3 = 30 + 70 = 100 \text{ kW} \\ Q_1 = Q_2 + Q_3 = 20 - 60 = -40 \text{ kVAR} \\ S = \sqrt{(P^2 + Q^2)} = 107,7 \text{ kVA}$$

le facteur de puissance est donné par :

$$\cos \phi = P_1 / S = 100/107,7 = 0,928 \\ I_1 = P_1 / U_1 \cos \phi = 16,3 \text{ A} \quad (\text{exprimer } P_1 \text{ en W !})$$

3) $u(t) = -d\phi / dt \Leftrightarrow$ en module pour $\omega = 2\pi f$ et $f = 50$ Hz, $U_1 = \omega \Phi^*/\sqrt{2}$
 avec Φ^* : flux d'enroulement

$$\Phi = \Phi^* / n_1 = U_1 \sqrt{2} / \omega n_1 = 0,025 \text{ Wb}$$

$$S = \Phi / B \quad \text{avec } B = 1,5 \text{ T} \text{ donc } S = 0,017 \text{ m}^2 = 1700 \text{ cm}^2$$

CHAPITRE V

MACHINES TOURNANTES

1 OBJET DU CHAPITRE

L'objet de ce chapitre est de présenter les principes de production des champs magnétiques tournants, l'intérêt de ces champs, et leur mise en oeuvre pratique dans les machines tournantes.

2 GENERALITES

2.1 Production de tensions polyphasées

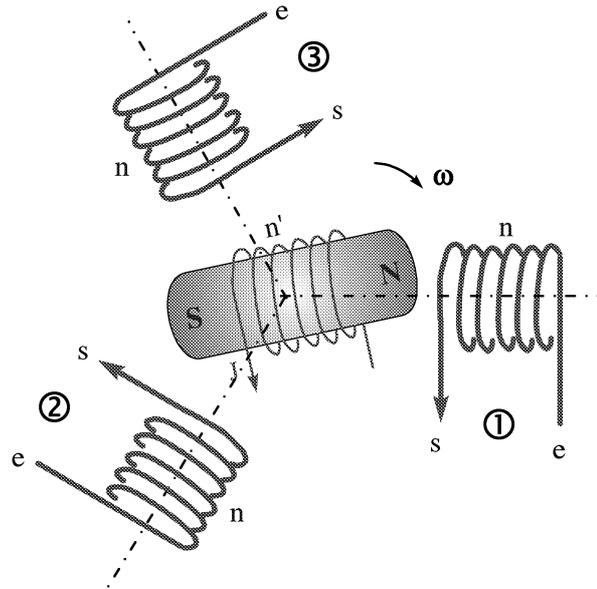
Pour décrire le principe, on considère un système, par ailleurs peu réaliste, de p bobines fictives (ici 3) disposées radialement tous les $2\pi/p$ sur un cercle, et un inducteur tournant à la vitesse ω .

On fait l'hypothèse d'une variation sinusoïdale des inductances mutuelles entre chaque bobine et l'inducteur, en fonction de la position angulaire.

$$\alpha_k = \omega t - 2k\pi / p \quad (k = 0, 1, 2)$$

α_k est l'angle entre la bobine k et l'enroulement inducteur à un instant t donné.

On considère ici un mouvement relatif entre deux repères l'un lié aux bobines et l'autre à l'inducteur ; il n'est pas essentiel de savoir lequel d'entre eux est mobile.



Les flux dans chacune des trois bobines ont pour expression :

$$\Phi_k = \Phi_0 \cos\left(\omega t - \frac{2k\pi}{p}\right)$$

d'où les tensions induites

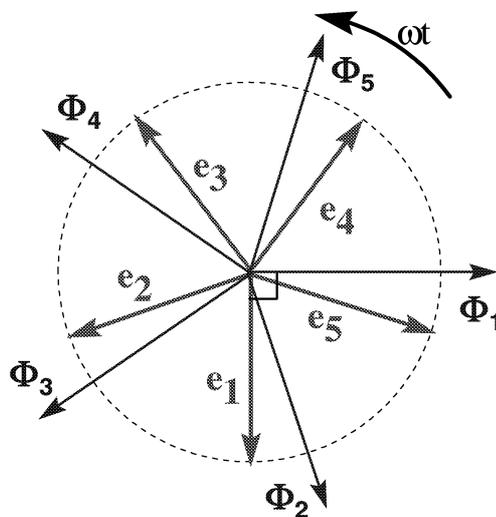
$$e_k = -n \frac{d\Phi_k}{dt} = n\omega\Phi_0 \sin\left(\omega t - \frac{2k\pi}{p}\right)$$

On a alors la propriété fondamentale :

$$\sum_{k=1}^p \vec{e}_k = \vec{0}$$

Les tensions e_k forment un système p-phasé équilibré.

La figure suivante correspond par exemple au cas de cinq bobines :



2.2 Pourquoi des tensions polyphasées ?

Utiliser un système de tensions polyphasées augmente a priori la complexité du processus de transport de l'énergie.

Mais il y a trois avantages majeurs :

- la réduction des pertes de transport
- la constance des puissances instantanées
- la possibilité de créer des champs tournants.

note : la plupart des résultats qui suivent peuvent être établis en utilisant les formules classiques de combinaisons de grandeurs trigonométriques. Ces formules, rappelées en Annexe 1 de ❶ à (12) peuvent elles-mêmes être très rapidement reconstituées en utilisant la décomposition :

$$e^{j(\alpha+\beta)} = e^{j\alpha} \cdot e^{j\beta}$$

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha$$

Les différents circuits constitués par les sources polyphasées et leurs charges sont appelées des **phases**.

2.2.1 un système polyphasé permet de produire des champs tournants

Pour disposer de puissances mécaniques importantes à partir de la conversion électromécanique, cette propriété est pratiquement indispensable. Les pages qui suivent vont montrer comment cette production est réalisée.

Un vecteur tournant \vec{V} est un vecteur d'amplitude constante V , qui tourne à une vitesse angulaire constante ω dans un repère spatial. \vec{V} peut se décomposer en une somme de deux composantes : $V \cos \omega t$, $V \sin \omega t$ selon les axes Ox et Oy du repère.

Un champ tournant est le résultat de l'action d'un tel vecteur tournant.

2.3 Champs tournants

2.3.1 Système de vecteurs direct, inverse et homopolaire

Une grandeur physique - une force par exemple - qui peut être décrite par un vecteur d'origine fixe et d'amplitude constante, tournant dans un repère plan spatial avec une vitesse constante ω , constitue un champ tournant.

Si l'on considère un système de p vecteurs de mêmes modules et même origine que le premier, différant simplement par leurs positions angulaires, on peut imaginer de les disposer régulièrement avec des écarts angulaires $\Delta\varphi = \pm 2\pi/p$ dans le repère spatial.

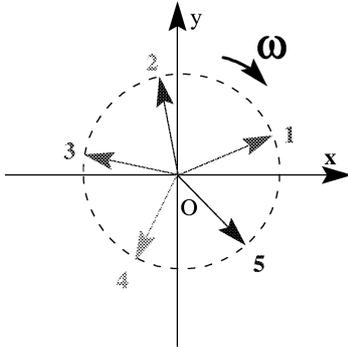
Pour un observateur fixe lié au repère, trois configurations principales peuvent se présenter:

$$\Delta\varphi = + 2\pi/p \text{ le système est dit direct,}$$

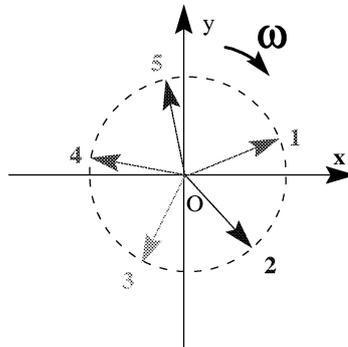
$\Delta\phi = - 2\pi/p$ le système est dit inverse,
 $\Delta\phi = 0$ le système est dit homopolaire.

Chaque vecteur peut être représenté par une valeur complexe :

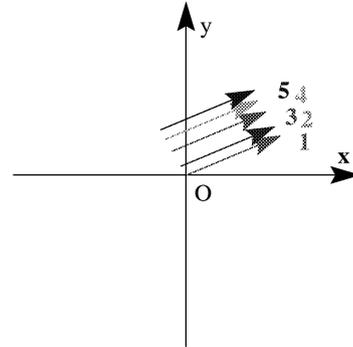
$$V_k = V_0 e^{j(\alpha + 2\pi k/p)}$$



système direct
le système défile dans l'ordre numérique pour l'observateur



système inverse
le système défile dans l'ordre numérique inverse pour l'observateur

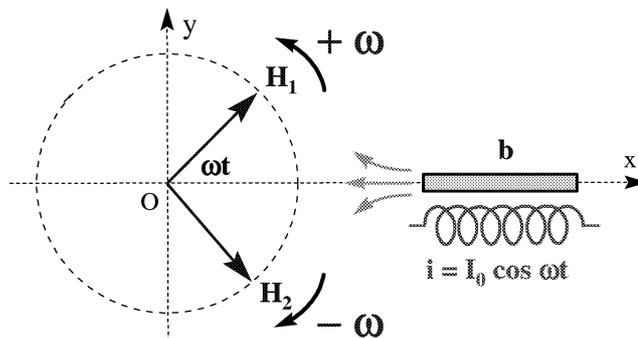


système homopolaire
système à direction constante par rapport au repère

2.3.2 théorème de Leblanc

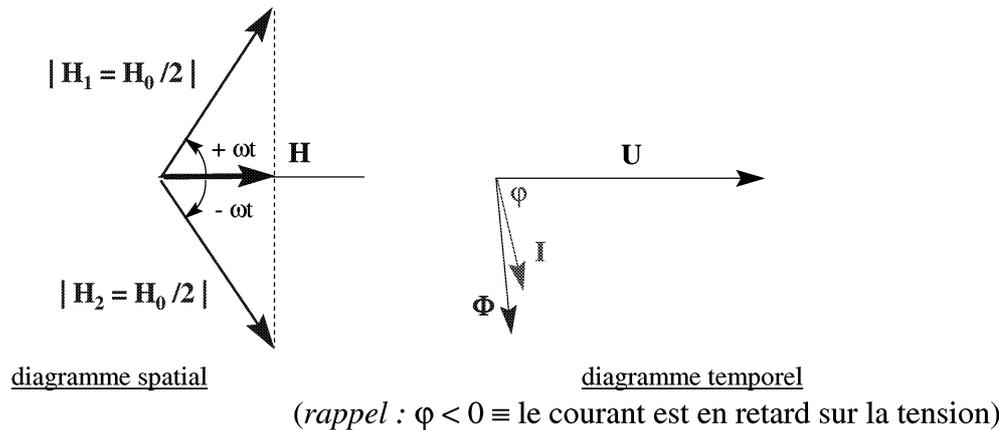
Un champ alternatif sinusoïdal $H(t) = H_0 \cos \omega t$, créé par une unique bobine b , donc fixe en direction, peut être décomposé en la somme de deux champs tournants H_1 et H_2 de phases opposées et d'amplitude $H_0/2$.

Ici le champ H est créé par le courant i , et a la direction de b c'est -à-dire Ox



En effet, si on projette H_1 et H_2 sur les deux axes Ox , Oy selon H_{1x} , H_{1y} d'une part et H_{2x} , H_{2y} , d'autre part on a :

$$\begin{cases} H_{1y}(t) + H_{2y}(t) = & \frac{1}{2} H_0 \sin(\omega t) + \frac{1}{2} H_0 \sin(-\omega t) & = 0 & = H_y(t) \\ H_{1x}(t) + H_{2x}(t) = & \frac{1}{2} H_0 \cos(\omega t) + \frac{1}{2} H_0 \cos(-\omega t) & = H_0 \cos \omega t & = H_x(t) \end{cases}$$



2.3.3 cas de deux bobines

On dispose cette fois deux bobines orthogonalement dans le repère spatial Ox, Oy .

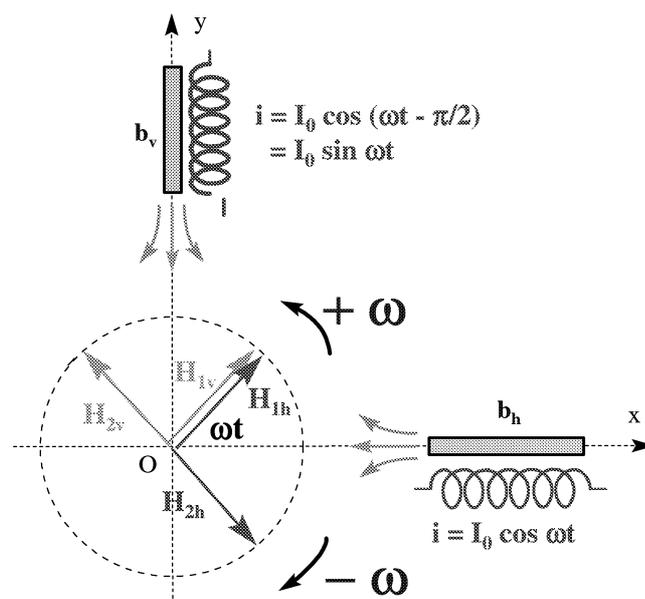
On les alimente au moyen de deux courants alternatifs sinusoïdaux. Chacune va créer un champ alternatif, stable en direction.

La composition de ces deux champs fixes en direction va permettre de créer un champ tournant, c'est-à-dire d'amplitude constante, mais mobile en direction angulaire dans l'espace.

On affecte pour cela aux courants des déphasages temporels identiques aux déphasages spatiaux des bobines. Ce système est dit diphasé.

- ♦ champ créé par la bobine b_h (direction Ox) : $\vec{H}_h = \vec{H}_{1h} + \vec{H}_{2h}$
- ♦ champ créé par la bobine b_v (direction Oy) : $\vec{H}_v = \vec{H}_{1v} + \vec{H}_{2v}$
- ♦ le champ résultant est défini par : $\vec{H} = \vec{H}_h + \vec{H}_v = [H_0, \omega t]$

On a fait en sorte que les champs H_{2h} et H_{2v} s'annulent ; il ne reste que l'un des deux champs tournants.



2.3.4 théorème de Ferraris

On considère un ensemble de p vecteurs formant un système polyphasé équilibré

$$V_k(t) = V \cos (\omega t - \varphi_k) \quad \text{avec } \varphi_k = 2\pi k/p$$

On affecte à ces vecteurs des positions angulaires dans le domaine spatial définies par des déphasages identiques φ_k . Cherchons à évaluer les composantes, projetées sur un repère rectangulaire (O_x, O_y) du résultat global créé par ce système de vecteurs.

Chaque vecteur correspond à :

$$\begin{aligned} V_{xk} &= V \cos (\omega t - \varphi_k) \cdot \cos \varphi_k \\ V_{yk} &= V \cos (\omega t - \varphi_k) \cdot \sin \varphi_k \end{aligned}$$

D'où la résultante :

$$\begin{aligned} V_x &= \sum_k [V \cos (\omega t - \varphi_k) \cdot \cos \varphi_k] \\ V_y &= \sum_k [V \cos (\omega t - \varphi_k) \cdot \sin \varphi_k] \end{aligned}$$

Détaillons V_k en utilisant ⑤ puis ② (Annexe 1) :

$$\begin{aligned} V_x &= \frac{V}{2} [\sum_k \cos \omega t + \sum_k \cos (\omega t - 2 \varphi_k)] \\ V_x &= p \frac{V}{2} \cdot \cos \omega t + \frac{V}{2} [\sum_k (\cos \omega t \cdot \cos 2 \varphi_k) - \sum_k (\sin \omega t \cdot \sin 2 \varphi_k)] \\ V_x &= p \frac{V}{2} \cdot \cos \omega t + \frac{V}{2} \cos \omega t \sum_k \cos 2 \varphi_k - \frac{V}{2} \sin \omega t \sum_k \sin 2 \varphi_k \end{aligned}$$

Les deux facteurs $\sum_k \cos 2 \varphi_k$ et $\sum_k \sin 2 \varphi_k$ sont nuls ; il s'agit en effet des parties réelle et imaginaire de la progression géométrique $s = \sum_k (e^{j4\pi.k/p})$ de raison $e^{j4\pi.1/p}$. comme on l'a vu, la somme s est identiquement nulle.

Il demeure :

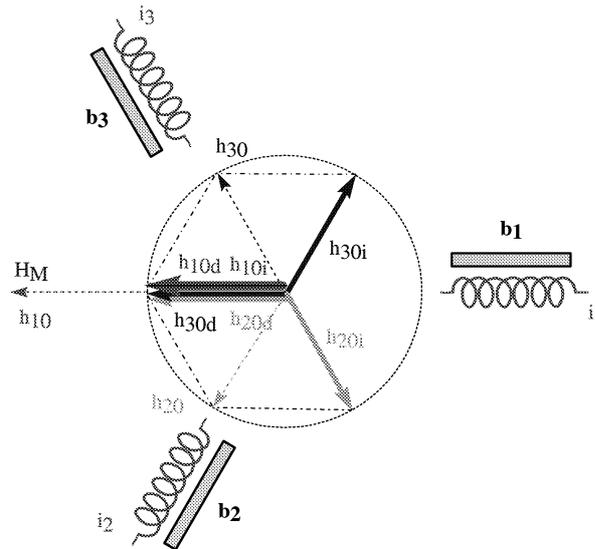
$$V_x = p \frac{V}{2} \cdot \cos \omega t$$

de même :

$$V_y = p \frac{V}{2} \cdot \sin \omega t$$

En application de ce qui précède, le théorème de Ferraris peu s'énoncer comme suit :
si l'on alimente p bobines disposées à $2\pi/p$ l'une de l'autre par des tensions déphasées des mêmes angles, la somme vectorielle des champs magnétiques créés est un vecteur d'amplitude constante et de vitesse angulaire ω .

Considérons ici la disposition particulière des composantes de h pour l'instant $t = 0$ et pour le cas $p = 3$.



On peut appliquer le théorème de Leblanc aux trois bobines :

à H_{10}	correspondent	H_{10d} et H_{10i}
à H_{20}	correspondent	H_{20d} et H_{20i}
à H_{30}	correspondent	H_{30d} et H_{30i}

Si l'on somme les deux séries de 3 vecteurs selon leur sens de rotation :

$$\vec{H}_{10i} + \vec{H}_{20i} + \vec{H}_{30i} = \vec{0}$$

$$\vec{H}_{10d} + \vec{H}_{20d} + \vec{H}_{30d} = \frac{3}{2} \vec{H}_M$$

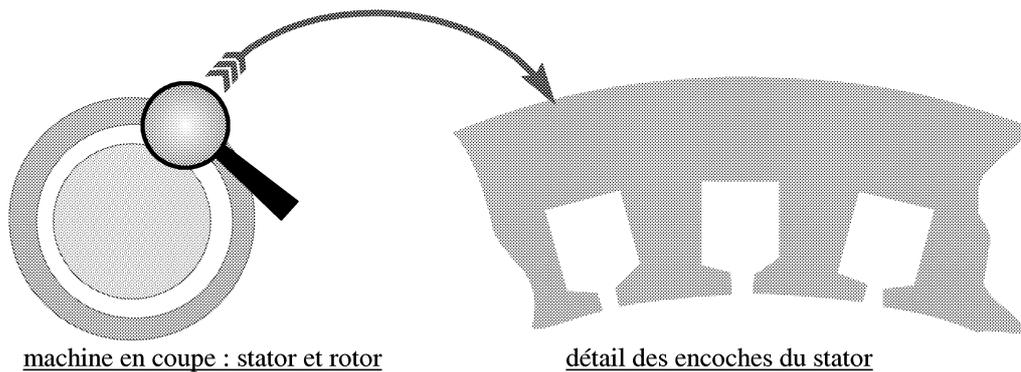
Bien que l'on puisse imaginer l'emploi de systèmes à 5, 7, ... phases, le choix qui est fait dans la pratique est celui de $p = 3$. Le système triphasé est le système polyphasé le plus simple qui possède les trois avantages énoncés ; en effet, le système *diphase*, considéré plus haut, et qui est utilisé pour la production de champs tournants, est composé par 2 tensions en quadrature, et non à 180° ; il ne constitue pas un système de tensions équilibrées.

Le gain relatif dû à l'absence de puissance transitant par le neutre est maximal pour $p = 3$.

3 BOBINAGE D'UNE MACHINE TOURNANTE

Les champs tournants nécessaires pour produire des ensembles de tensions polyphasées sont créés à partir de machines électromagnétiques tournantes à courant alternatif. Les pages qui suivent ont pour objet de donner des éléments de base sur la constitution matérielle de ces machines.

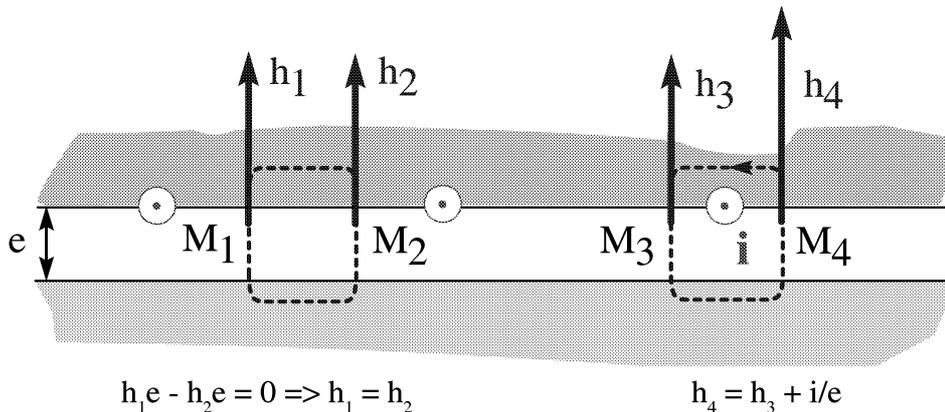
Dans la pratique, les machines à courant alternatif sont constituées, non pas par une série de solénoïdes, mais par des conducteurs disposés longitudinalement dans des encoches selon un cylindre de révolution, comme figuré ci-dessous :



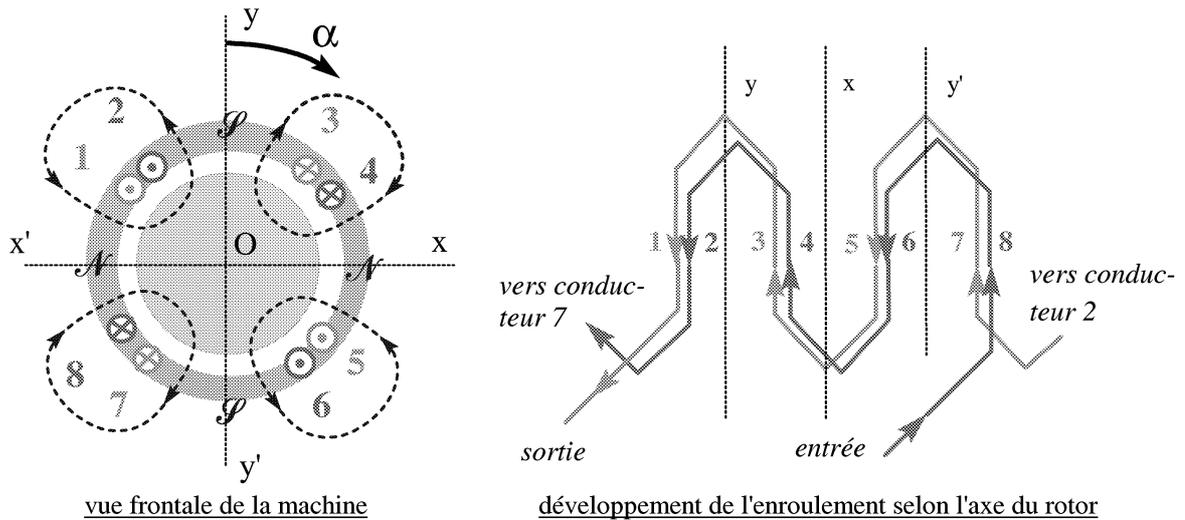
3.1 Champ produit

On détermine la **variation** du champ magnétique local à partir du théorème d'Ampère, e étant la valeur de l'entrefer ; les perméabilités relatives des matériaux magnétiques sont supposées très grandes.

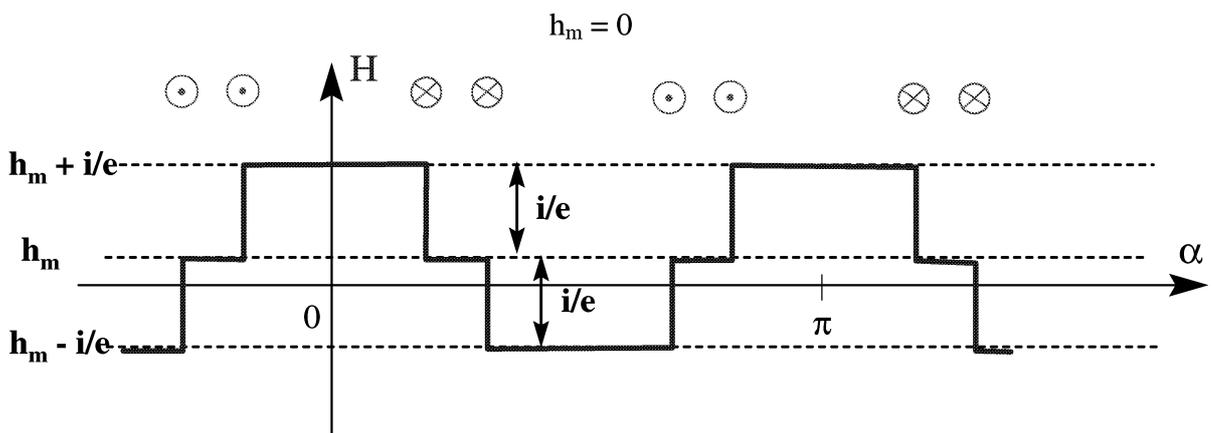
La figure suivante correspond à une vue locale développée de l'entrefer. Le tracé d'une ligne locale de champ magnétique permet de distinguer deux cas, selon que la ligne entoure ou non un conducteur périphérique placé dans une encoche :



Si on considère maintenant, à titre d'exemple, une machine comportant 4 encoches disposées régulièrement à $\pi/2$, et dans lesquelles on place deux conducteurs, raccordés selon le développement de circuit représenté, on constitue une machine dite tétrapolaire (deux paires de pôles), c'est-à-dire qu'un point donné du rotor verra au cours d'une révolution 4 polarités magnétiques successives. En d'autres termes, l'onde de f.m.m. aura 4 extrema d'amplitude par tour.



La courbe du champ magnétique h développé dans l'entrefer varie de $\pm i/e$ à chaque franchissement d'un conducteur selon le sens du courant. La valeur moyenne h_m du champ est nulle, du fait que le flux d'induction b est conservatif. Ceci entraîne :



On constate que l'évolution du champ magnétique b en fonction de l'angle α , correspondant à cette courbe, n'est qu'à peu près sinusoïdale. Etant périodique, elle peut être décomposée en série de Fourier. Elle a alors pour expression

$$b(\alpha) = \frac{2p}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 i}{e} \sum_{k=1}^m \frac{(-1)^k}{k} \cos(2k\alpha)$$

où p est le nombre de paires de pôles de la machine. Cette expression est établie par sommation des transformées en série de Fourier des différents signaux rectangulaires qui la composent. Il s'agit ici d'un cas particulier, mais le principe pourrait être également utilisé pour l'analyse d'une machine bobinée plus complexe.

3.2 Bobinage triphasé complet

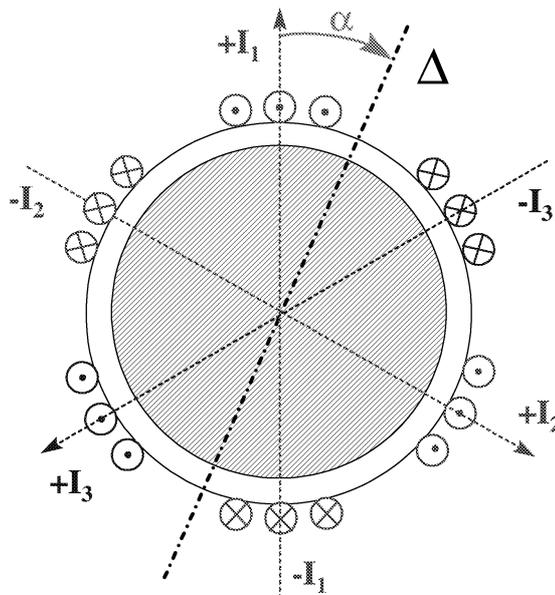
Dans une machine polyphasée (p-phasée), on dispose non pas une, mais p séries d'encoches décalées chacune de $2\pi/p$ le long de l'entrefer. Chaque série correspond au courant d'une phase.

Par ailleurs, les raisonnements tenus ci-dessus sont indépendants de la nature et de la valeur des courants dans les conducteurs. Ces courants peuvent être continus, alternatifs, égaux ou non, et en particulier constituer un système de grandeurs p-phasées équilibrées.

L'axe d'un champ tournant passe par l'axe d'un enroulement de phase lorsque le *courant* dans celle-ci est maximal.

3.2.1 cas d'une machine bipolaire

On a disposé sur la machine ci-dessous $p = 3$ séries de conducteurs dans 3 séries d'encoches périphériques d'un stator de machine. Chaque phase comporte q conducteurs aller et q conducteurs retour. On adopte ici $q = 3$ et l'axe de la phase 1 (vertical) comme axe de référence des angles spatiaux.



On s'intéresse aux champs créés, selon un axe Δ de direction α repérée par rapport à l'axe de la phase 1, par les courants alimentant les trois séries de conducteurs du stator. Ils s'écrivent :

$$\begin{cases} b_1 = k i_1 \cos \alpha \\ b_2 = k i_2 \cos (\alpha - 2\pi/3) \\ b_3 = k i_3 \cos (\alpha - 4\pi/3) \end{cases}$$

Cette manière de décrire implique que l'on suppose sinusoïdale la répartition du champ dans l'entrefer, c'est-à-dire que les conducteurs sont suffisamment nombreux et convenablement répartis.

On choisit d'alimenter les trois enroulements à partir de courants triphasés ayant eux-mêmes pour expressions :

$$\begin{cases} i_1 = i_m \cos \omega t \\ i_2 = i_m \cos (\omega t - 2\pi/3) \\ i_3 = i_m \cos (\omega t - 4\pi/3) \end{cases}$$

Le champ résultant selon Δ est la somme des champs créés par les trois phases :

$$b = b_1 + b_2 + b_3$$

La somme peut être développée sous la forme :

$$\begin{aligned} b = k i_m (\cos \omega t \cos \alpha \\ + \cos (\omega t - 2\pi/3) \cos (\alpha - 2\pi/3) \\ + \cos (\omega t - 4\pi/3) \cos (\alpha - 4\pi/3)) \end{aligned}$$

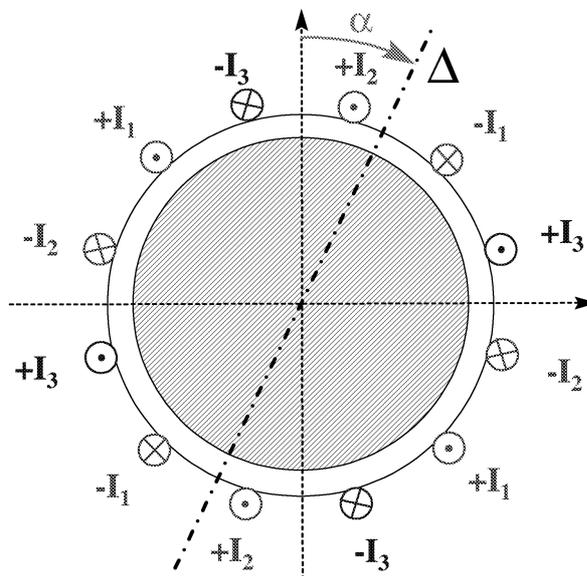
Ce qui est identiquement égal à :

$$b = \frac{3}{2} k i_m \cos (\omega t - \alpha)$$

Le champ global résultant varie donc sinusoïdalement en fonction du temps dans une direction fixe α donnée. Par contre, si un observateur observe le champ en tournant lui-même avec une vitesse uniforme telle que $\alpha = \omega t$, il voit un champ d'amplitude constante. Il s'agit donc d'un champ tournant, de vitesse ω .

3.2.2 cas d'une machine multipolaire

On reprend les équations précédentes pour p quelconque (machine dite multipolaire). La figure ci-dessous illustre le cas de $p = 2$ (machine quadripolaire) avec ici seulement $q = 1$ conducteur par enroulement :



Les champs créés par les courants alimentant les trois séries de conducteurs du stator s'écrivent :

$$\begin{cases} b_1 = k i_1 \cos p\alpha \\ b_2 = k i_2 \cos (p\alpha - 2\pi/3) \\ b_3 = k i_3 \cos (p\alpha - 4\pi/3) \end{cases}$$

En effet, la répartition spatiale du champ, au lieu de se faire sur 2π , se fait sur $2\pi/p$.

Les expressions des courants sont inchangées.

Le champ résultant est la somme des champs créés par les trois phases :

$$b = b_1 + b_2 + b_3 = k i_m (\cos \omega t \cos p\alpha + \cos (\omega t - 2\pi/3) \cos (p\alpha - 2\pi/3) + \cos (\omega t - 4\pi/3) \cos (p\alpha - 4\pi/3))$$

Ce qui est identiquement égal à :

$$b = \frac{3}{2} k i_m \cos (\omega t - p\alpha)$$

On observe dans ce cas un champ tournant dont la vitesse de rotation est de : $\alpha = \omega t / p$.

La vitesse du champ tournant est d'autant plus réduite que le nombre p de paires de pôles est élevé. Elle ne peut pas être en tout cas supérieure à celle obtenue pour $p = 1$, c'est-à-dire à la fréquence d'alimentation en courant du stator.

3.3 Inversion du sens de rotation

Si on permute les courants entre deux des trois enroulements, les expressions correspondantes peuvent être écrites :

$$\begin{aligned} i_1 &= i_m \cos \omega t \\ i'_2 &= i_m \cos (\omega t - 4\pi/3) = i_3 = i_m \cos (\omega t + 2\pi/3) \\ i'_3 &= i_m \cos (\omega t - 2\pi/3) = i_2 = i_m \cos (\omega t + 4\pi/3) \end{aligned}$$

$$b' = \frac{3}{2} k i_m \cos (\omega t + p\alpha)$$

On constate donc qu'il suffit de permuter deux phases, pour que le champ tournant s'inverse (donc aussi la vitesse qui devient $-\omega/p$).

3.4 Prise en compte des harmoniques spatiaux

Le champ réel créé par un enroulement dans l'entrefer n'est pas exactement sinusoïdal, il comporte en fait des harmoniques d'espace. Compte tenu de la symétrie de l'enroulement, ces harmoniques sont exclusivement impairs.

Étudions l'effet de ces harmoniques en explicitant la décomposition du champ d'induction.

Le champ créé par la phase 1 a pour expression :

$$b_1 = k i_1 (\cos \theta + a_3 \cos 3\theta + a_5 \cos 5\theta + a_7 \cos 7\theta + \dots + a_{2n+1} \cos (2n+1)\theta + \dots)$$

Pour avoir l'expression de b_2 , il suffit de remplacer i_1 par i_2 , et θ par $(\theta - 2\pi/3)$.

Soit :

$$b_2 = k i_2 (\cos (\theta - 2\pi/3) + a_3 \cos 3 (\theta - 2\pi/3) + a_5 \cos 5 (\theta - 2\pi/3) + a_7 \cos 7 (\theta - 2\pi/3) + \dots + a_{2n+1} \cos [(2n+1)(\theta - 2\pi/3)] + \dots)$$

et, de même, pour b_3 , on obtient

$$b_3 = k i_3 (\cos (\theta + 2\pi/3) + a_3 \cos 3 (\theta + 2\pi/3) + a_5 \cos 5 (\theta + 2\pi/3) + a_7 \cos 7 (\theta + 2\pi/3) + \dots + a_{2n+1} \cos [(2n+1)(\theta + 2\pi/3)] + \dots)$$

2) Posons alors :

$$\begin{aligned} i_1 &= i_M \cos \omega t \\ i_2 &= i_M \cos (\omega t - 2\pi/3) \\ i_3 &= i_M \cos (\omega t + 2\pi/3) \end{aligned}$$

Et considérons le premier terme seulement de la somme $b_1 + b_2 + b_3$, développée en série de Fourier.

On obtient la somme :

$$k_{iM} \cos \omega t \cos \theta + k_{iM} \cos (\omega t - 2\pi/3) \cos (\theta - 2\pi/3) + k_{iM} \cos (\omega t + 2\pi/3) \cos (\theta + 2\pi/3) = 3 k_{iM} / 2 \cos (\omega t - \theta)$$

Ce résultat correspond à un déplacement dans le sens des angles θ croissants et à la vitesse angulaire uniforme ω .

Considérons maintenant la somme des trois termes correspondant à l'harmonique 3 soit :

$$k_{iM} \alpha_3 \cos 3\theta \cos \omega t + k_{iM} \alpha_3 \cos 3(\theta - 2\pi/3) \cos (\omega t - 2\pi/3) + k_{iM} \alpha_3 \cos 3(\theta + 2\pi/3) \cos (\omega t + 2\pi/3)$$

Or : $\cos 3\theta = \cos (3\theta - 2\pi) = \cos (3\theta + 2\pi)$; on voit immédiatement que la somme considérée est identiquement nulle.

Ce résultat est généralisable à tous les harmoniques d'ordre $3k$.

Étudions maintenant la somme des trois termes correspondant à l'harmonique 5, soit :

$$k_{iM} \alpha_5 \cos 5\theta \cos \omega t + k_{iM} \alpha_5 \cos 5(\theta - 2\pi/3) \cos (\omega t - 2\pi/3) + k_{iM} \alpha_5 \cos 5(\theta + 2\pi/3) \cos (\omega t + 2\pi/3)$$

On voit que, en remplaçant des produits de cosinus par des sommes et en éliminant les termes dont la somme est identiquement nulle, on obtient pour cet harmonique un résultat de la forme

$$\frac{3a_5}{2} \cos(\omega t + 5\theta)$$

Les champs d'harmonique 5 sont à l'origine d'un champ dans l'entrefer, tournant à la vitesse angulaire $\omega/5$ dans le sens des angles θ décroissants (sens inverse de la rotation).

Ce résultat est généralisable à tous les harmoniques d'ordre $(3k - 1)$.

Enfin, en procédant de la même manière avec les termes en 7θ , l'on arrive au terme suivant:

$$\frac{3a_7}{2} \cos(\omega t - 7\theta)$$

Ils correspondent donc à l'existence d'un champ tournant dans le sens direct à la vitesse angulaire $\omega/7$ dans le sens des angles θ croissants (sens de la rotation).

Ce résultat est généralisable à tous les harmoniques d'ordre $(3k + 1)$.

Annexe : décomposition en série de Fourier

Un signal périodique $s(t)$, de période T , peut être décomposé en une somme de fonctions périodiques de période T/k , où k est entier, par décomposition en série de Fourier.

Posons $\omega = 2\pi/T$

$$s(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos(k\omega t + \varphi_k)$$

Cette décomposition est unique.

Les coefficients a_k et b_k sont calculés par

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} s(t) dt \quad a_k = \frac{2}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} \cos k\omega t \cdot s(t) dt \quad b_k = \frac{2}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} \sin k\omega t \cdot s(t) dt$$

où τ peut prendre en particulier la valeur 0.

En fonction de la parité de la forme d'onde, on a les propriétés particulières

- onde paire $b_k = 0$ pour tout k
- onde impaire $a_k = 0$ pour tout k

Pour certaines formes d'onde courantes (avec anti-symétrie des deux demi-périodes), on a une propriété supplémentaire d'où les décompositions (pour $T = 2\pi$) :

- exemple 1 : onde carrée impaire $b_{2k+1} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{2k+1}$ $b_{2k} = 0$ $a_k = 0$
- exemple 2 : onde triangulaire paire $a_{2k+1} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{(2k+1)^2}$ $a_{2k} = 0$ $b_k = 0$

Deux cas particuliers importants sont rencontrés :

- celui de l'onde sinusoïdale tronquée (allumage avec retard d'un interrupteur électronique). Le retard est défini par θ avec $\frac{\theta}{T} = \frac{\psi}{2\pi}$.

- celui de l'onde rectangulaire dont les deux demi-alternances sont constituées par des impulsions opposées. On le trouve :

a) d'une part, dans la décomposition harmonique du champ magnétique spatial dans une machine tournante électrique,

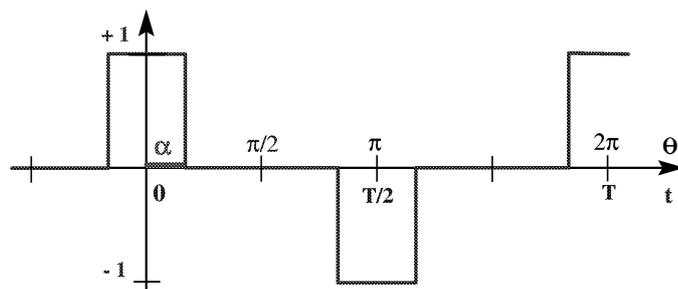
b) d'autre part, dans la forme de tension de sortie délivrée par certains convertisseurs électroniques de structure simple.

Si on effectue le calcul pour le cas de cette onde particulière (cas de la parité paire), on trouve :

$$s(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k_impair} \frac{\sin k\alpha}{k} \cos kt$$

d'où les coefficients :

$$b_{2k+1} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\sin(2k+1)\alpha}{2k+1}$$



CHAPITRE VI

ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE : BASES

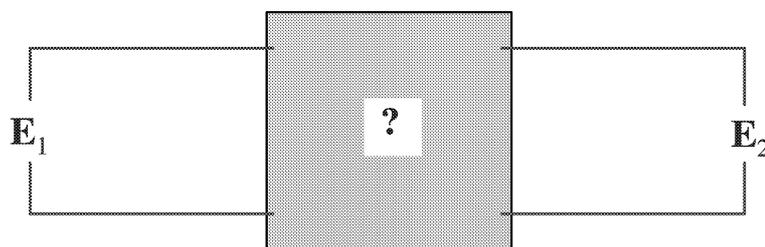
1 INTRODUCTION

Ou : comment réaliser l'équivalent fonctionnel d'un transformateur en courant continu ?

Les chapitres précédents ont montré un ensemble de procédés basés sur les lois de l'électromagnétisme, permettant de reconditionner l'énergie électrique sous les formes les mieux adaptées aux applications que l'on envisage : les machines statiques, en particulier, permettent de modifier à volonté le niveau de la tension.

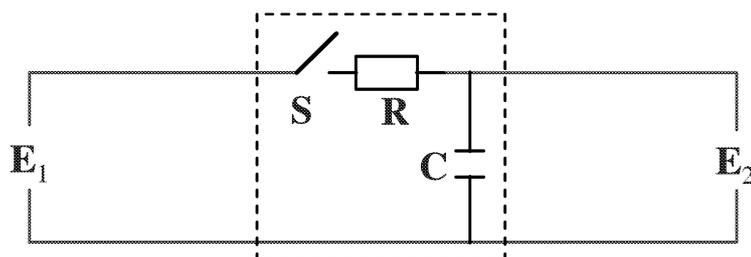
Pour réaliser un opération équivalente en continu, le recours à un dispositif électronique est nécessaire. Les progrès des structures, et surtout des composants, permettent aujourd'hui d'y parvenir dans des domaines de tension, de puissance, et de courant de plus en plus étendus.

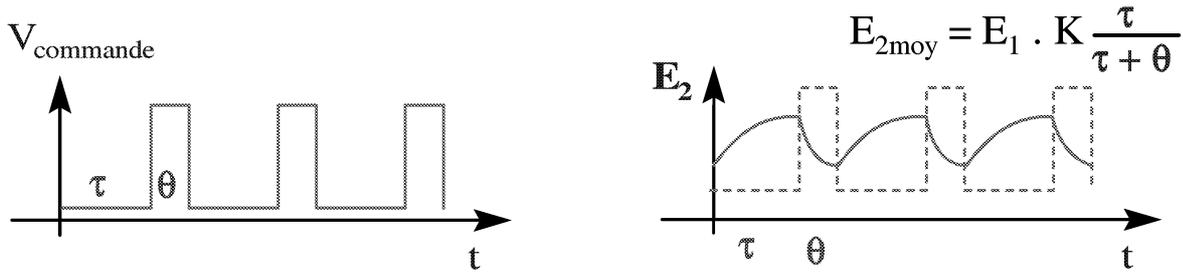
Soit donc à passer d'un niveau de tension continue E_1 sur un réseau à un niveau E_2 .



Le dispositif le plus simple que l'on puisse imaginer consiste à stocker une énergie transitoire dans une réactance (capacitive ou inductive), puis à la restituer sous une autre forme à l'utilisation.

Si au moyen d'un interrupteur électronique S on interrompt périodiquement le courant de charge d'une capacité de valeur élevée C , et si l'on choisit judicieusement les temps de fermeture τ et d'ouverture θ de l'interrupteur, de façon à juste compenser la consommation d'énergie par l'utilisateur, on a réalisé un convertisseur de tension continue, certes très sommaire. Ce convertisseur peut être abaisseur ou élévateur en tension, selon les valeurs supposées des conditions initiales.





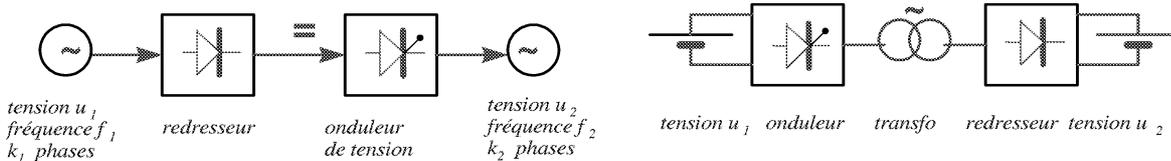
2 TYPES DE CONVERTISSEUR

Il existe plusieurs classes de convertisseurs électroniques, selon la nature des grandeurs d'entrée et de sortie en tension et en fréquence. Elles sont récapitulées par le tableau ci-dessous

<i>changement :</i>	<i>de</i>	<i>vers</i>	<i>moyen</i>
tension	basse tension	↔ haute tension	AC : transformateur DC : convertisseur
nature	continu continu alternatif	→ alternatif continu continu	onduleur hacheur redresseur
fréquence	basses fréquences industrielles (50 Hz) hautes fréquences	→ hautes fréquences basses fréquences	onduleur (à résonance) cyclo-convertisseur

On peut trouver plusieurs procédés de conversion cascades, comme dans les exemples ci-dessous, qui correspondent à des transformations très courantes :

- a) changement de tension et de fréquence, par exemple pour alimenter un entraînement à vitesse variable
- b) changeur de tension continue

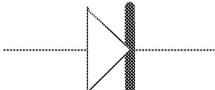
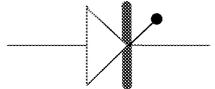
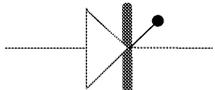
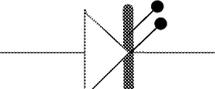
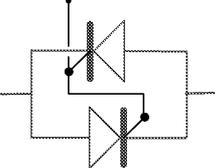
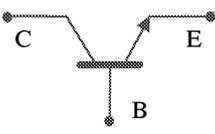
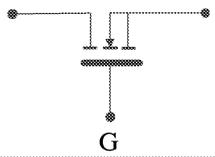
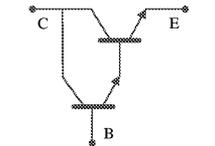
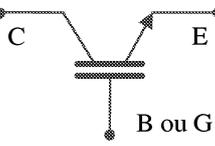


On pourrait aussi citer le cas de l'interconnexion de deux réseaux en courant alternatif, par l'intermédiaire d'une liaison à courant continu (technique utilisée par exemple pour certaines liaisons internationales entre des réseaux de grande puissance).

Il est difficile de faire une description de l'ensemble des types existants de convertisseurs qui soit structurée en fonction des natures des énergies à l'entrée et à la sortie, car en fait une partie d'entre eux - une partie seulement - sont réversibles. Ce n'est pas donc l'approche qui est utilisée ici ; on va présenter, par complexité croissante, les composants élémentaires, puis les montages de base, enfin les convertisseurs complets. On terminera en décrivant certaines techniques particulières telles que : la Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI) aujourd'hui très largement utilisée, et le cyclo-convertisseur.

3 COMPOSANTS UTILISES

Quels que soient les principes de convertisseurs envisagés (redresseur, onduleur, ...) les constituants de base sont toujours des interrupteurs de puissance, constitués par des composants électroniques ou par des assemblages de ces mêmes composants. Le tableau ci-dessous indique les principaux types de composants utilisés comme interrupteurs.

<i>composant</i>	<i>symbole</i>	<i>commandable à la fermeture</i>	<i>commandable à l'ouverture</i>
diode	A  K	non	non
thyristor	A  K	oui	non
thyristor dual	A  K	non	oui
thyristor GTO	A  K	oui	oui
triac		oui	non
transistor bipolaire		oui	oui
transistor MOS-FET	D  S G	oui	oui
Darlington,		oui	oui
autres types : IGBT, ...		oui	oui

Les dénominations des bornes des différents interrupteurs dans le tableau sont les suivantes

<i>type</i>	<i>thyristor</i>	<i>bipolaire</i>	<i>MOS-FET</i>
	A anode	E émetteur	S source
	K cathode	C collecteur	D drain
commande	g gâchette	B base	G grille

Un interrupteur n'a que deux états : passant (= fermé) ou non-passant (= ouvert). Le changement d'état d'un interrupteur, c'est-à-dire son allumage (fermeture), ou son extinction (ouverture), peut être spontané (naturel), ou assisté (déclenché par la commande).

L'ensemble des composants listés ci-dessus font appel aux techniques des semi-conducteurs, principalement du Silicium, soit pour les composants à jonctions (diode, thyristor, transistor bipolaire, ...) soit sur les techniques de composants à effet de champ (transistors MOS-FET, ...).

Les principes de physique du solide mis en œuvre sont souvent très comparables à ceux rencontrés en électronique du signal ; c'est le cas de la diode et du transistor bipolaire, qui comportent respectivement 1 jonction et 2 jonctions P-N. D'autres sont plus spécifiques comme les thyristors, qui comportent 3 jonctions, et dont le fonctionnement peut être analysé comme celui de deux transistors bipolaires montés tête-bêche.

Par contre, une différence essentielle avec l'électronique du signal est que les composants de puissance seront utilisés systématiquement en commutation (passage de l'état passant ou saturé, à l'état bloqué, et inversement) c'est-à-dire en régime non linéaire. Le principe de la commutation peut être aussi employé néanmoins pour constituer des amplificateurs linéaires de puissance.

Les interrupteurs à semi-conducteurs sont le plus souvent unidirectionnels, c'est-à-dire qu'ils ne peuvent laisser passer le courant que lorsqu'ils sont polarisés dans le sens dit **direct**, qui correspond pour les diodes et les thyristors à $V_A > V_K$. La condition $V_A < V_K$ est dite polarisation en **inverse**.

Le thyristor est commandable à l'allumage à partir d'une faible tension positive appliquée à la gâchette par rapport à la cathode.

La liste des variantes de ces composants principaux est en constante extension. Ce ne sont pas tant les types fondamentaux de ces composants qui évoluent, que leurs performances, liées aux progrès des techniques d'intégration, qui permettent d'inclure des composants de la commande dite rapprochée des interrupteurs, ou encore des assemblages de plusieurs interrupteurs.

En effet les problèmes principaux rencontrés par les composants de puissance sont liés au besoin de :

- tenir des tensions inverses élevées
- passer des courants directs élevés
- supporter thermiquement les régimes imposés (notamment la fréquence des commutations).

Le respect de ces différentes contraintes n'est souvent obtenu qu'en associant des composants en série (pour tenir la tension), en parallèle (pour passer le courant), voire en série-parallèle. On arrive donc ainsi à des macro-composants qui peuvent être des assemblages discrets ou intégrés.

L'éventail des composants est encore élargi par la notion de composant virtuel. Ces composants sont en fait des montages qui simulent une fonction élémentaire non réalisable telle quelle en tant que composant. Le thyristor dual, qui est l'équivalent d'un thyristor à

allumage naturel et extinction commandée en est un exemple. On peut aussi dans ce domaine, constituer à partir de thyristors conventionnels, des interrupteurs commandables à l'ouverture et à la fermeture au moyen de circuits d'assistance (utilisant des thyristors dits d'extinction ou de soufflage).

Grâce à ces différents artifices, on parvient à couvrir l'ensemble des besoins de conversion d'énergie pour tous les niveaux de puissance, en particulier pour la très grande puissance.

Leur utilisation reste une nécessité, car malgré les progrès réalisés sur les caractéristiques des composants dont la mise en œuvre est la plus facile, aux très grandes puissances seuls des thyristors sont disponibles.

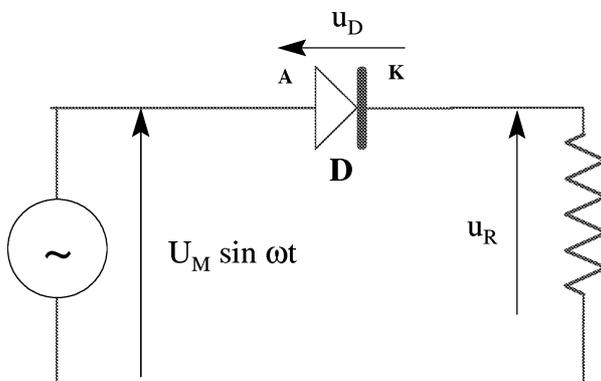
notations : on notera en règle générale en majuscule les modules des grandeurs variables, et on utilisera les indices M , m , et eff , respectivement pour les valeurs crête, moyenne et efficace.

4 MONTAGES DE BASE

4.1 Redressement monophasé simple alternance

Le premier montage à considérer est le redressement d'une tension alternative monophasée $u = U_M \sin \omega t$ par une diode sur une charge résistive.

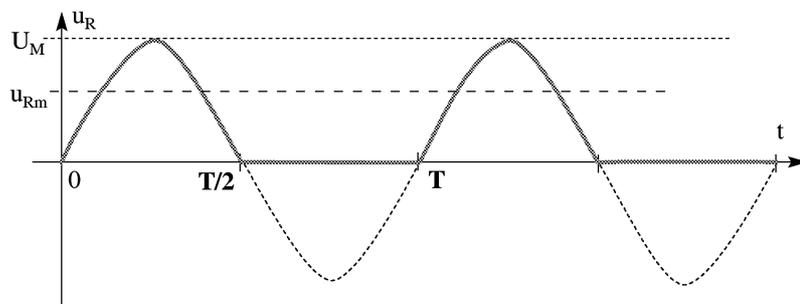
La diode D est caractérisée par une extinction et un allumage naturels lors de l'inversion de polarité de la tension à ses bornes. Elle conduit lorsqu'une tension $u_D = v_A - v_K$ positive lui est appliquée (*voir schéma*). Elle présente alors une chute de tension directe minimale, de l'ordre de 1,5 Volts.



Pour établir au moins qualitativement, le principe de fonctionnement des circuits, on fera en règle générale l'approximation que la tension directe aux bornes d'un semi-conducteur passant est nulle.

R

La tension u_R aux bornes de R (et donc aussi le courant) a l'allure donnée par la courbe suivante :



La tension moyenne redressée U_{Rm} a pour valeur :

$$U_{Rm} = \frac{1}{T} \int_0^T u_R(t) \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_R(\theta) \cdot d\theta = \frac{U_M}{\pi} = U_{eff} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi}$$

où U_{eff} est la valeur efficace de la tension de la source alternative.

Le facteur de forme est le rapport entre la valeur moyenne et la valeur efficace d'un même signal ; il est ici égal à $\sqrt{2}/\pi$.

Le courant moyen i_m s'en déduit immédiatement :

$$i_m = \frac{U_{Rm}}{R} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{U_M}{R}$$

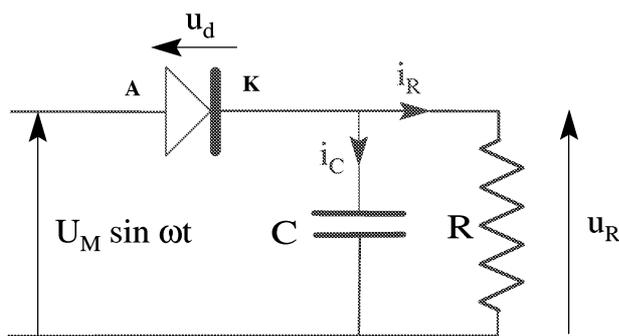
Le courant instantané $i(t)$ est unidirectionnel, mais non constant. Il ne peut être qualifié de continu que par abus de langage. C'est un signal périodique, de même période T que la source alternative. i_m est sa composante continue.

D'une façon générale, le contenu spectral des grandeurs de courant et de tension obtenus en électronique de puissance peut être établi par décomposition en série de Fourier.

4.2 F.é.m. et diode débitant sur circuit RC parallèle

Pour se rapprocher d'un courant continu dans le cas de l'intensité $i(t)$, on peut ajouter une capacité C dans le circuit d'utilisation, constitué ici par la résistance R ; on observe alors un effet de lissage de la tension u_R , c'est-à-dire de réduction des valeurs relatives des harmoniques du signal de tension.

La conduction de la diode a lieu non plus quand $u(t) > 0$, mais quand $u(t) > u_c$, soit ($u(t) > u_R$) ; elle correspond toujours à $u_d > 0$.



Cette condition fait apparaître un premier cas où les instants de commutation de l'interrupteur ne vont plus être déterminés par les seules propriétés du composant de puissance utilisé, mais vont être influencés par les valeurs des éléments présents dans le montage (notamment ici par C , ou plus physiquement par la constante de temps $\tau = RC$).

L'extinction de la diode se produit à l'instant t_0 qui est défini par l'annulation du courant i :

$$i = i_R + i_C$$

Pendant la conduction, i_R et i_C sont égaux respectivement à

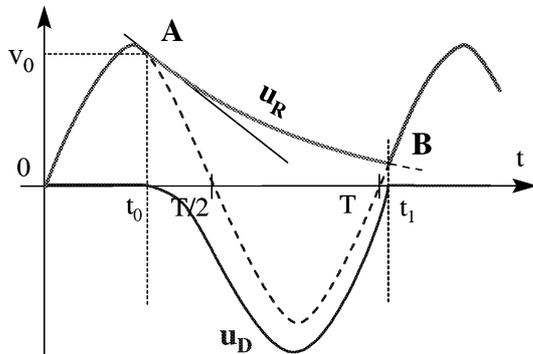
$$i_R = \frac{u}{R} = U_M \sin \omega t$$

$$i_C = C \cdot \frac{du}{dt} = U_M C \omega \cos \omega t$$

La condition de nullité $i(t_0) = 0$ correspond à :

$$C\omega \cos \omega t + \frac{1}{R} \sin \omega t = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{tg}(\omega t) = -RC\omega$$

$$t_0 = \frac{1}{\omega} \text{Arc tg}(-RC\omega)$$



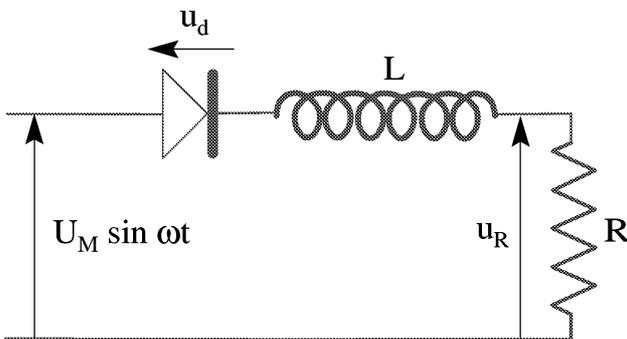
Lorsque la diode conduit, la tension à ses bornes est nulle, ou pratiquement. Durant la décharge de la capacité, elle est polarisée en inverse ($U_R > u$), sa tension inverse $u_d = U_R - u$ est donnée par le second diagramme.

Qualitativement, la tension aux bornes du circuit RC est sinusoïdale lors des périodes de charge de C, et exponentielle décroissante lors des périodes de décharge (lorsque la tension alternative est insuffisante pour recharger la capacité C).

4.3 F.é.m et diode débitant sur circuit RL série

Si on remplace la capacité en parallèle par son élément dual (inductance en série), on observera également une interruption du courant dans la charge sous certaines conditions. Si une capacité a tendance à maintenir la tension à ses bornes, une inductance a la propriété duale, c'est-à-dire qu'elle a tendance à maintenir le courant qui la traverse, en créant la tension induite :

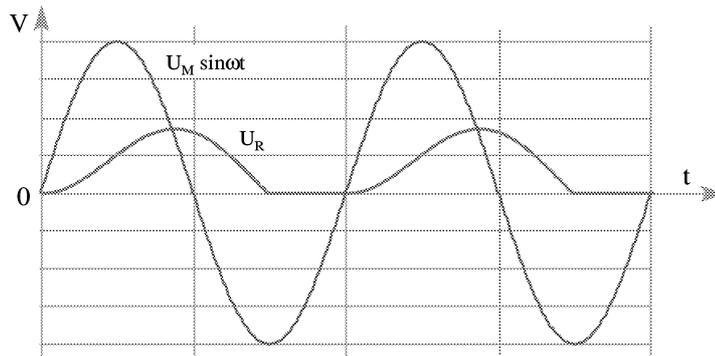
$$e = -d\Phi/dt$$



D'une façon générale, une inductance s'opposera donc aux commutations de courant. On pourra dans un grand nombre de cas considérer une inductance comme une source de courant constant.

On utilise volontairement des inductances pour lisser les courants produits par les montages convertisseurs.

Les courbes de la tension $u(t)$ et du courant $i_R(t)$ sont données par le diagramme suivant :



La tension moyenne redressée a pour valeur

$$U_{mL} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_R(\theta) \cdot d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\theta_1} u_R(\theta) \cdot d\theta = \frac{U_M}{2\pi} (1 - \cos\theta_1)$$

Dans cette équation, θ_1 représente l'instant de fin de conduction, qui est une fonction de la constante de temps $\tau = L/R$.

On note ainsi que, de même que dans le cas du circuit RC, la valeur de cette tension ainsi que les instants délimitant les périodes de conduction, sont fonction des valeurs des éléments du montage.

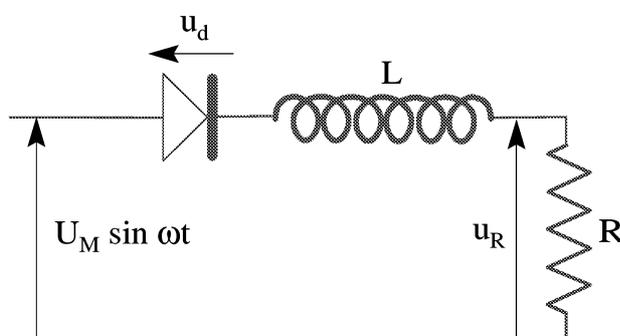
On note également que le courant se prolonge au delà de l'instant $t = T/2$ (ou $\alpha = \pi$) correspondant au passage de la tension de la source de l'alternance positive à l'alternance négative.

4.4 Diode de roue libre ; conduction continue

D'une façon générale, l'effet d'une inductance en série est le dual de celui d'une capacité en parallèle, qui produit un lissage de la tension. L'inductance opère un lissage du courant, c'est-à-dire atténue l'amplitude relative des harmoniques de celui-ci.

Si la valeur de l'inductance est très grande, on peut la considérer comme une source de courant (de même une capacité très grande peut être assimilée à une source de tension).

L'utilisation d'une diode D' , montée en anti-parallèle, dite diode de roue libre, a pour objet d'améliorer le fonctionnement des circuits inductifs, en supprimant les discontinuités de courant.



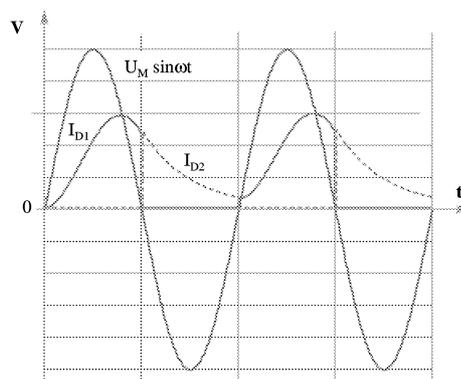
En effet, ces discontinuités créent des surtensions destructrices, de la forme

$$E_L = L \frac{di}{dt}$$

où di/dt peut être très grand.

Le régime où le courant est constamment maintenu à une valeur non nulle est dit conduction continue. En l'absence de la diode de roue libre, la nature de la conduction sera dépendante des valeurs de L , R , et ω .

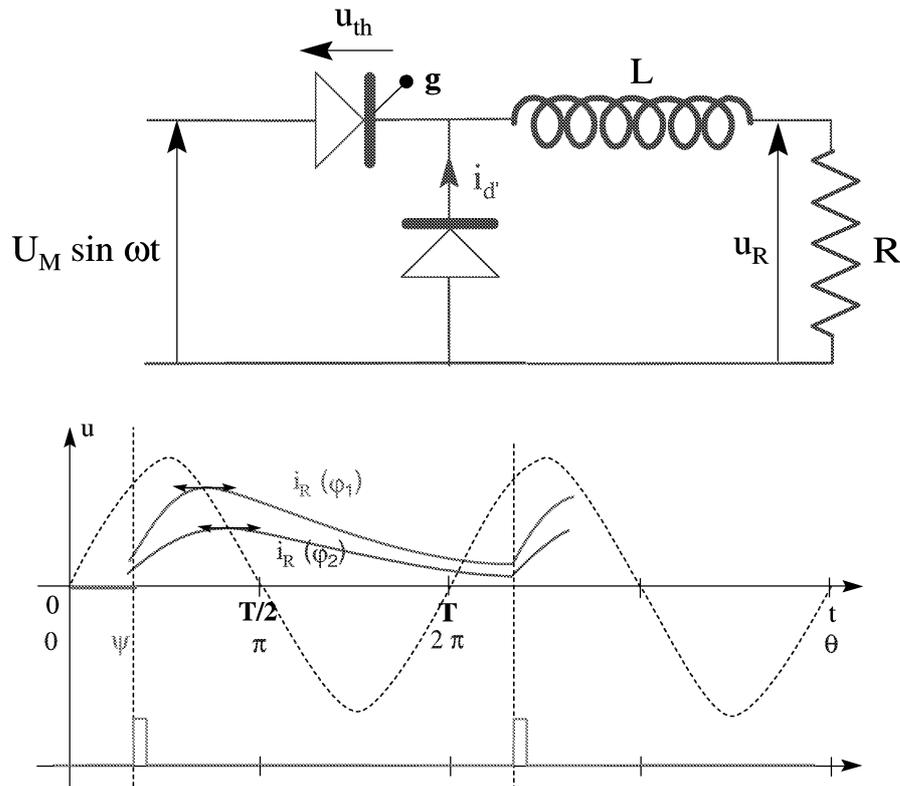
Le diagramme de la tension $u_D(t)$ et du courant $i_R(t)$ met en évidence l'effet de la diode de roue libre :



4.5 Redressement monophasé avec thyristor

Le remplacement de la diode par un thyristor pour réaliser le redressement permet de choisir l'instant d'allumage et donc par ce moyen, la valeur moyenne de la tension appliquée à la charge.

L'allumage du thyristor, c'est-à-dire sa mise en conduction, est provoquée par l'envoi d'une impulsion de commande sur sa gâchette g .



L'angle ψ correspond à la fraction de période dont l'allumage est décalé. Il ne peut s'agir que d'un **retard** à l'allumage. De ce fait le montage, comme tout montage à thyristors, ne peut être que consommateur, et non producteur, de puissance réactive : en effet, la décomposition harmonique du courant fait apparaître un déphasage θ , lié à ψ , de la composante fondamentale I_1 à ω de ce courant par rapport à la tension. $\theta > 0$ exprime que I_1 est en retard par rapport à la tension.

Il y a consommation de puissance réactive même lorsque la charge est une charge purement résistive.

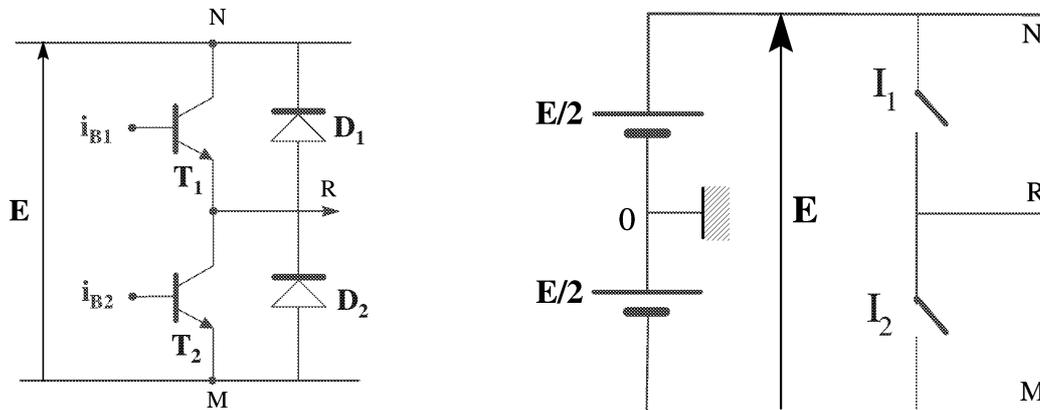
Pour un retard donné ψ , la courbe du courant peut prendre différentes valeurs en fonction du facteur de puissance $\cos \varphi$ de la charge ($\psi \neq \varphi$).

4.6 Bras de pont

Un bras de pont est un ensemble de deux interrupteurs, connectés en série entre deux points M et N , et permettant, par la complémentarité de leurs commandes, de définir le potentiel de leur point intermédiaire R .

Les interrupteurs à transistors sont fréquemment complétés par des diodes, placées en antiparallèle sur chacun, (*figure de gauche*), voire également par d'autres diodes placées en série, parfois nécessaires pour assurer la protection de certaines technologies d'interrupteur.

Ces éléments peuvent aussi être présents mais non apparents dans des interrupteurs à forte intégration. La représentation symbolique des interrupteurs peut parfois omettre la mention de ces semi-conducteurs complémentaires (*figure de droite*).



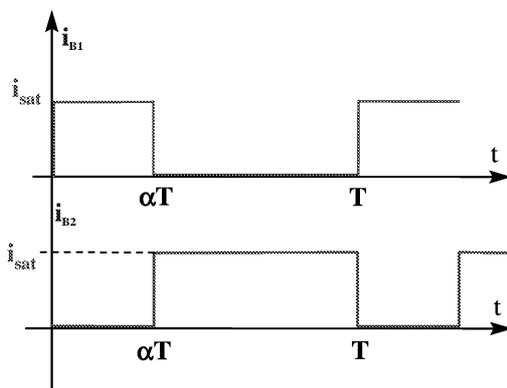
La fermeture de chaque interrupteur permet de réaliser :

$$\begin{aligned} \text{soit } V_R &= V_M \\ \text{soit : } V_R &= V_N = E \end{aligned}$$

Si on symétrise la source d'alimentation par rapport à un point milieu, (*figure de droite*), V_R peut alors prendre les valeurs : $V_R = \pm E / 2$.

On évite de faire coïncider exactement la fermeture de I_1 avec l'ouverture de I_2 , et réciproquement, en ménageant un temps mort, destiné à éviter un court-circuit de bras.

Un bras de pont à thyristors est réalisable, en incluant entre les deux demi-bras une inductance à point milieu, qui permettra d'obtenir l'extinction de chaque thyristor lors de l'allumage de l'autre.



l'état bloqué.

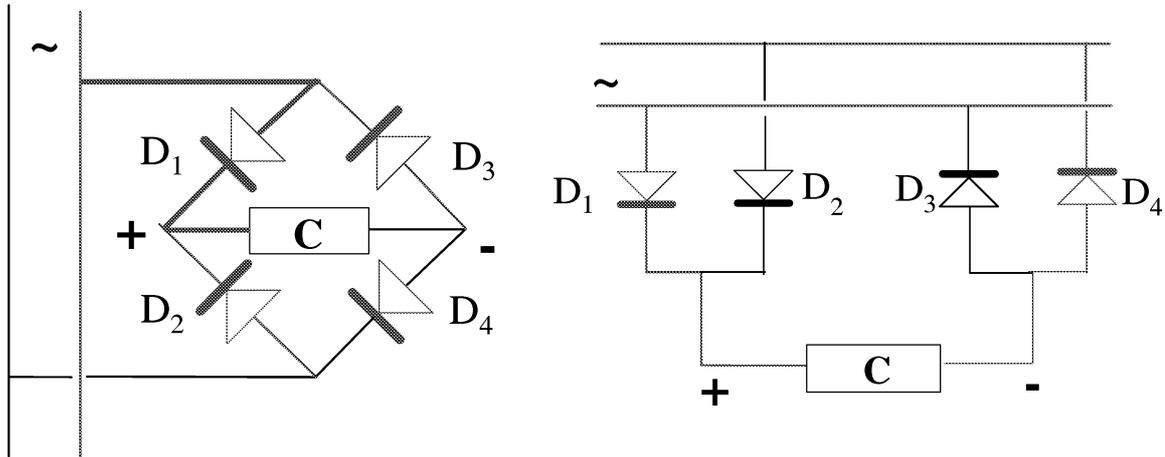
Le diagramme suivant représente une commande complémentaire des deux interrupteurs d'un bras de pont, pour le cas de transistors bipolaires. Au temps mort près, on a toujours l'un des deux interrupteurs qui conduit, la tension moyenne au point R étant donnée par le rapport cyclique α de la commande de I_2 . Ce rapport est de $(1 - \alpha)$ pour I_1 . Les courants de base des interrupteurs prennent soit la valeur $i_b = I_{sat}$ (courant de saturation) à l'état passant, soit la valeur $i_b = 0$ à

Un tel circuit, ainsi que tous les convertisseurs qui réutilisent son principe pour des montages plus complexes, est dit à commutation forcée, c'est-à-dire déterminée uniquement par la commande (par opposition à la commutation naturelle).

5 DE L'ALTERNATIF AU CONTINU : LES REDRESSEURS

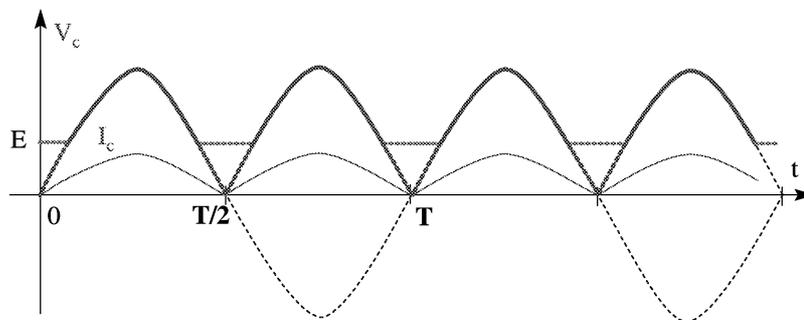
5.1 Pont de diodes monophasé

Dans le montage en pont, on tire un meilleur parti de la source d'énergie alternative, dont on redresse les deux alternances. Le pont peut être représenté de deux façons parfaitement équivalentes :



Si la charge C est à nouveau constituée d'une résistance pure R en série avec une f.é.m. E , de même signe que la tension redressée, la tension aux bornes de C , en fonction de E , est donnée par le diagramme suivant.

Lorsque $E = 0$, la conduction a lieu durant chaque demi-période entière.

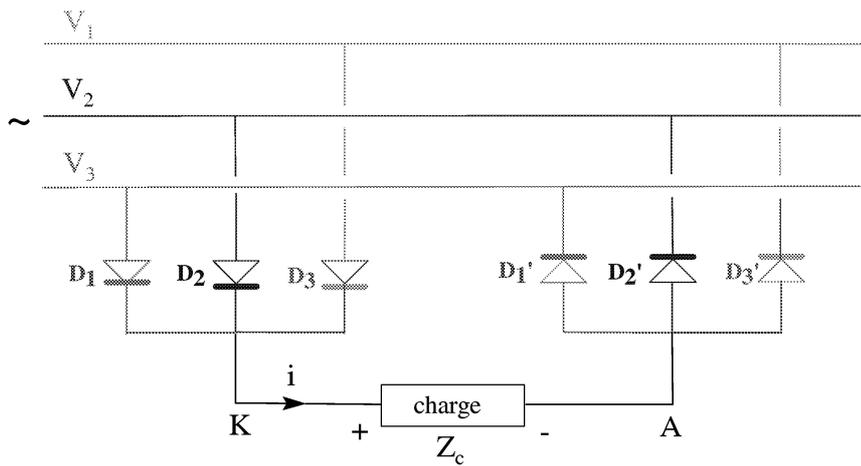


Les diodes sont toujours conductrices et bloquées par paires (D_1 - D_4 , et D_2 - D_3) alternativement.

5.2 Pont de Graëtz à diodes

Le pont de Graëtz est la généralisation aux réseaux polyphasés du pont redresseur et du pont onduleur. Considérons tout d'abord le pont équipé de diodes.

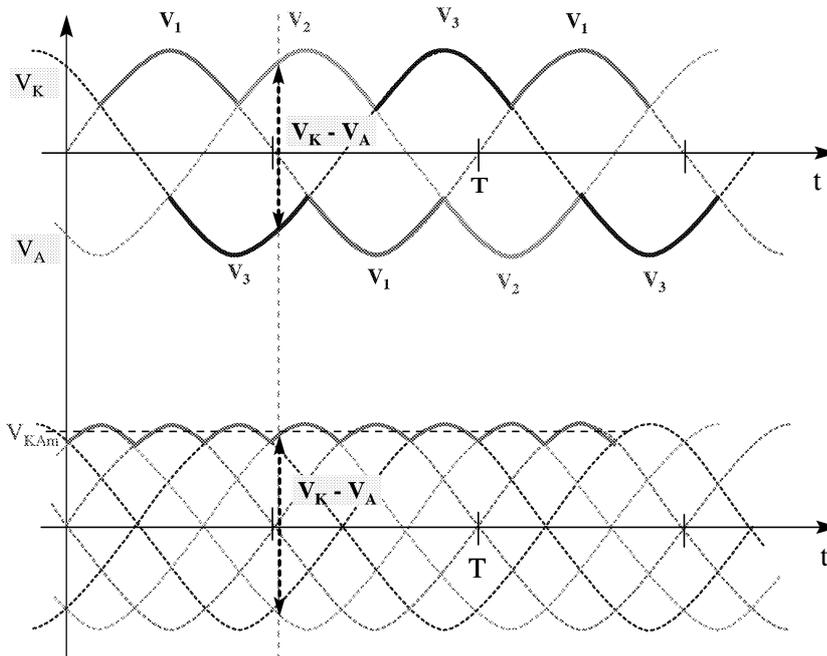
Chaque diode conduit à tour de rôle lorsqu'elle voit une tension entre ses bornes orientée dans le sens direct ; ceci se produit lorsque la tension de la phase à laquelle une diode donnée est raccordée est la plus grande en valeur absolue des trois tensions.



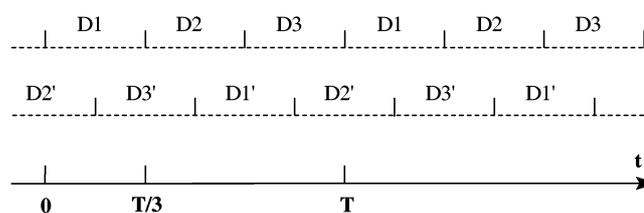
La tension aux bornes de la charge est la différence des tensions fournies par chaque demi-pont $V_K - V_A$.

Chaque redresseur conduit pendant un temps $T/3$ (correspondant à un angle de $2\pi/3$), les commutations des deux demi-ponts étant décalées de $T/6$ ($\pi/3$), la tension redressée est donc elle-même une fonction périodique à composante continue de période $T/6$.

Le calcul de la tension moyenne est effectué plus loin pour le cas du pont à thyristors qui englobe celui-ci.



Le chronogramme de conduction des diodes, pendant le fonctionnement du pont, est le suivant :



CHAPITRE VII

ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE : STRUCTURES

1 INTRODUCTION

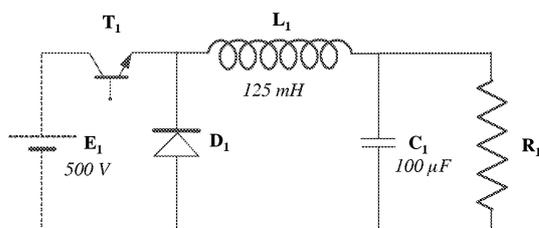
L'objet de ce chapitre est de décrire les principales structures de convertisseur électronique qui permettent de passer d'une forme à une autre de conditionnement de l'énergie électrique.

2 DU CONTINU AU CONTINU : LES HACHEURS

2.1 Hacheur dévolteur ou abaisseur

L'objet du montage hacheur dévolteur, ou abaisseur, est de changer le niveau d'une tension continue en l'abaissant, sans créer de pertes d'énergie trop importantes dans cette transformation.

On utilise un interrupteur T_1 placé **en série** avec la source E_1 . Il est constitué ici par un transistor bipolaire, dont on peut donc choisir à volonté les instants de fermeture (transistor saturé) et d'ouverture (transistor bloqué).



La charge est constituée par l'ensemble $R_1 - C_1$, la réactance utilisée par le convertisseur lui-même est l'inductance L_1 dont le rôle est de maintenir un courant constant dans la charge.

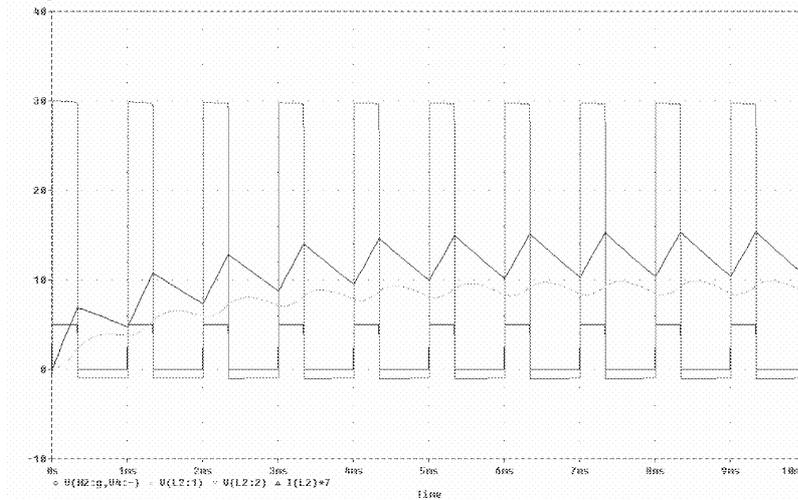
L'application numérique permet d'observer la forme de la commande et l'établissement de la tension obtenue aux bornes de la charge $E_2 = V_{R1} = V_{C1}$. (Cette charge pourrait avoir une constitution différente, notamment inclure une f.é.m. e)

Le "rapport de transformation" m entre les tensions d'entrée E_1 et de sortie E_2 , lorsque le régime permanent est établi, est égal au rapport cyclique α de la commande :

$$\alpha = \frac{\tau}{\tau + \theta}$$

où τ et θ sont respectivement les temps de conduction et de blocage de l'interrupteur lors d'une période T ($\tau + \theta = T$). m peut donc varier entre 0 et 1 au moyen de la commande.

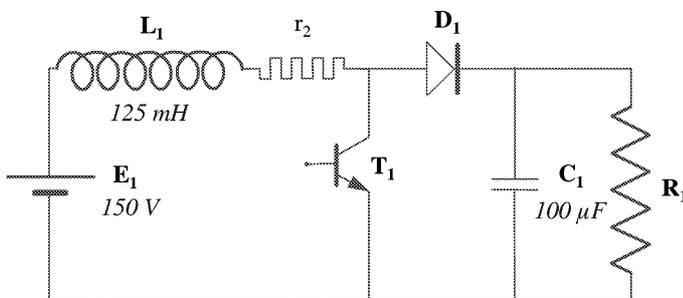
Ce procédé est évidemment plus rationnel qu'un abaissement de la tension E_1 par dissipation d'énergie dans une résistance intermédiaire.



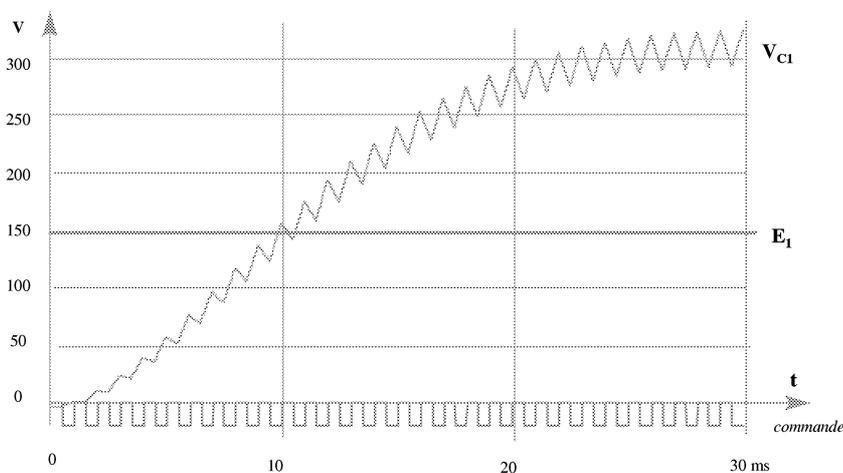
2.2 Hacheur survolteur ou élévateur

Le montage hacheur survolteur, ou élévateur, est le dual du précédent. Il utilise un élément de coupure placé en parallèle avec la charge.

On observe que la diode D_1 est indispensable au fonctionnement du montage et que la résistance R_2 qui modélise l'impédance interne très faible mais non nulle de la source E_1 est également nécessaire à la modélisation du circuit.



Le diagramme suivant fournit les allures des tensions et de la commande lors de la mise sous tension. Les oscillations résiduelles à la fréquence de la commande peuvent être supprimées en augmentant la capacité de filtrage C_1 , ou en augmentant cette fréquence.



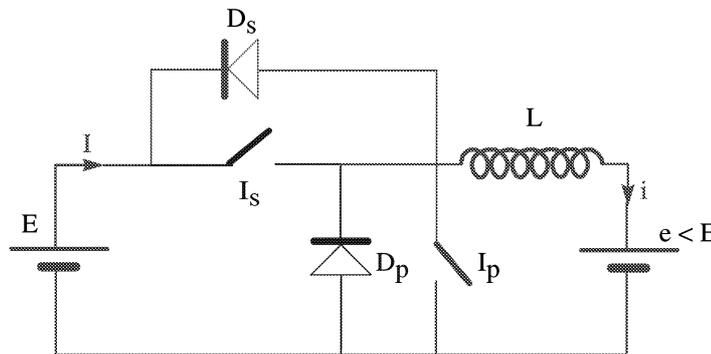
Le "rapport de transformation" $m = V_{R1}/E_1$ en régime établi est ici encore fonction du rapport cyclique α de la commande. Si l'on admet que l'inductance maintient un courant constant, que l'interrupteur est fermé (pendant le temps τ) ou ouvert (pendant le temps θ), et si le montage est sans pertes, on a

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\theta}{\tau + \theta} = 1 - \alpha$$

2.3 Hacheur réversible en courant

Dans les deux montages précédents, le dipôle de charge peut inclure une f.é.m. e en plus ou à la place de R_1 .

Le montage suivant réalise une synthèse des deux précédents, en incluant deux sources E et e (avec $e < E$), ainsi qu'un interrupteur série I_s , un interrupteur parallèle I_p et une inductance L .



Pour utiliser le montage, on peut actionner cycliquement, au moyen d'une commande, **soit** I_s , **soit** I_p .

A partir des observations sur les cas précédents, les fonctionnements obtenus sont décrits par le tableau suivant :

<i>semi-conducteurs utilisés</i>	<i>fonctionnement</i>			<i>transfert d'énergie</i>
I_s, D_p	abaisseur	$I > 0$	$i > 0$	de E vers e
I_p, D_s	élévateur	$I < 0$	$i < 0$	de e vers E

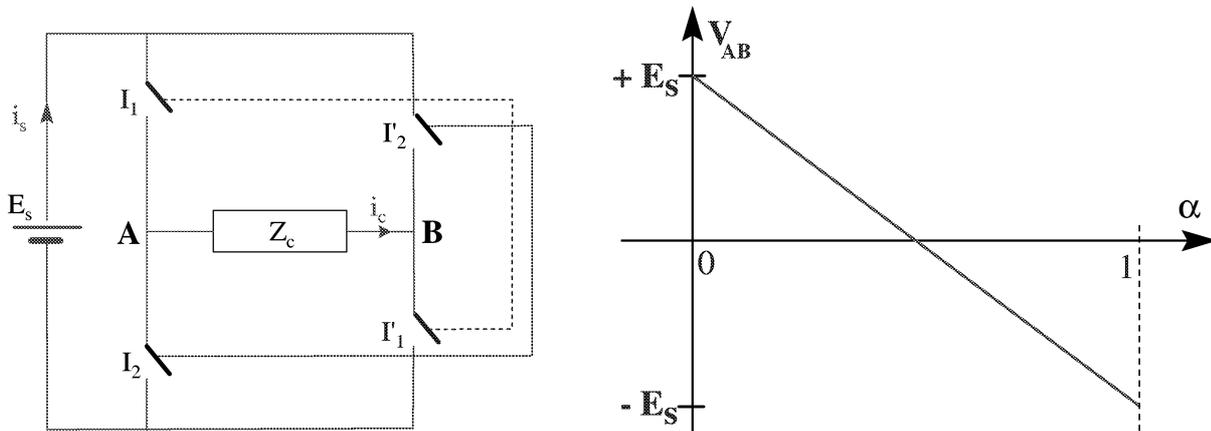
Ce montage est réversible en courant (on peut avoir I et i positifs ou négatifs). Il n'est pas réversible en tension (e et E sont fixées).

Si le fonctionnement du montage est supposé sans pertes, l'établissement du bilan des puissances en entrée et en sortie permet de déterminer les valeurs des courants :

$$E \cdot I = e \cdot i$$

2.4 Hacheur "en H"

Si l'on associe deux bras de ponts constitués comme le précédent, on réalise une structure de convertisseur dite "en H". Dans ce montage, la charge est connectée entre les deux points milieux des bras. Si le montage à un bras permet de faire varier de façon continue la tension aux bornes de la charge entre 0 et E au moyen de α , ce nouveau montage permet en outre d'appliquer la tension variable dans un sens ou dans l'autre à la charge (*figure de droite*). En d'autres termes, V_{AB} peut varier de -E à +E.



Ce type de convertisseur est donc réversible en courant.

Il existe un grand nombre de variantes de hacheurs, dérivés des principes qui précèdent, qu'il n'est pas possible d'analyser de façon exhaustive. Dans certaines variantes en particulier, l'inductance, élément de base de ces montages peut être, soit fractionnée, soit remplacée, par le primaire d'un transformateur. Cette dernière option permet alors de prélever de l'énergie via le secondaire en apportant un découplage galvanique, et en changeant, si on le souhaite, le niveau de la tension.

3 DU CONTINU A L'ALTERNATIF : LES ONDULEURS

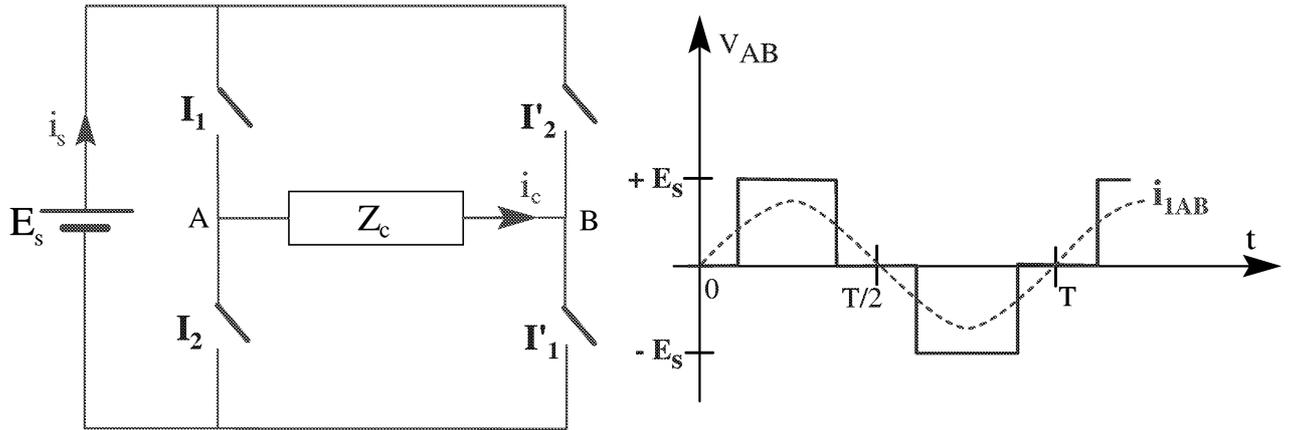
3.1 Onduleur autonome monophasé

Si on reprend la structure du hacheur en H, et si l'on commande alternativement la fermeture des paires d'interrupteurs I_1 et I_1 , I_2 et I_2 , on crée entre les points A et B une tension alternative en créneaux.

Le montage qui crée cette tension est dit onduleur autonome, la fréquence produite ne dépendant que de la commande des interrupteurs.

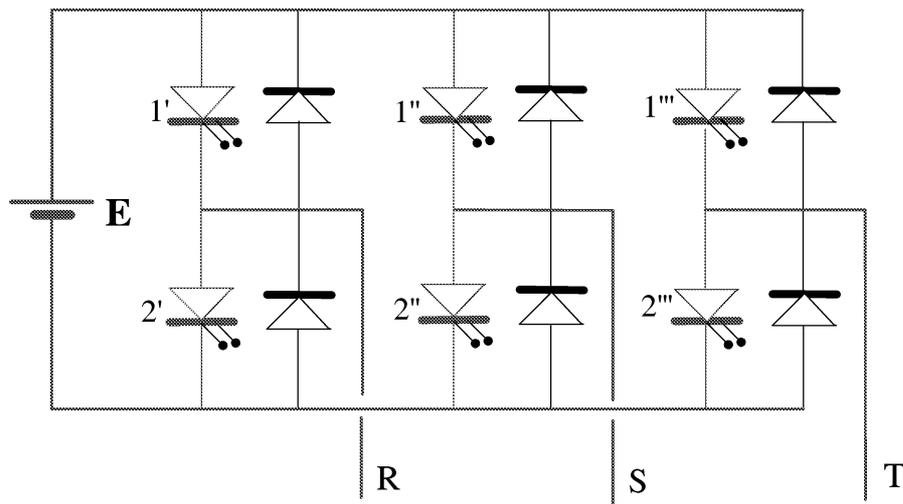
Le contenu spectral de la tension alternative est une fonction des instants d'ouverture et de fermeture. On peut donc utiliser le choix de ces instants pour minimiser la valeur relative de certains harmoniques de tension.

Si la charge raccordée est fortement inductive, la courbe du courant se rapprochera de celle du fondamental i_{1AB}

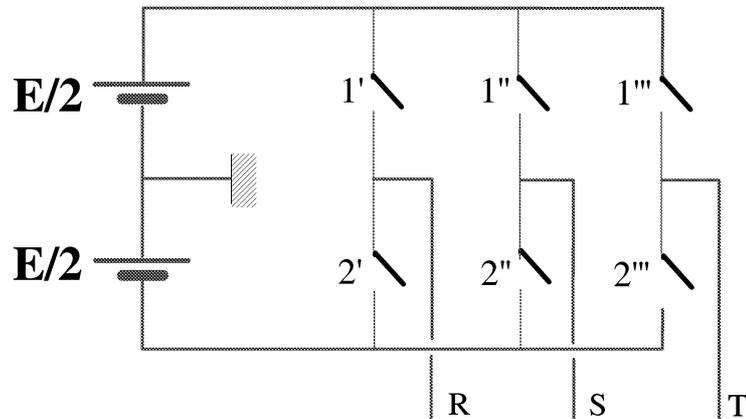


3.2 Onduleur triphasé

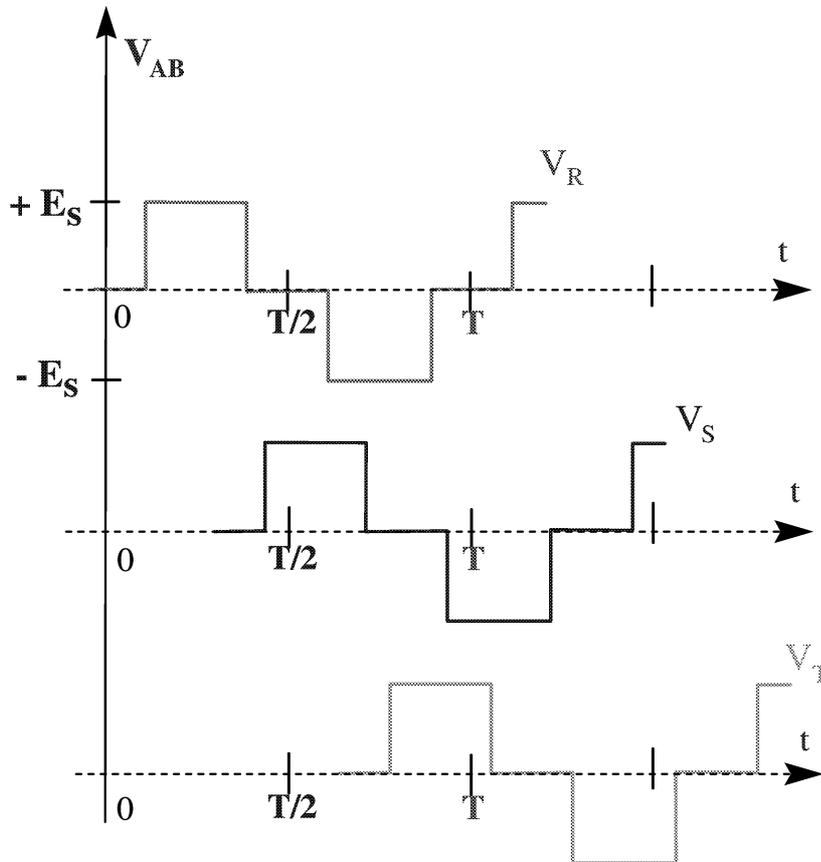
Si l'on associe maintenant à la source continue E trois bras de pont, on peut appliquer à chacun d'entre eux une même commande périodique de période T , mais avec des décalages de $0, T/3$ et $2T/3$.



La source E peut être fractionnée en deux sources de f.é.m. $E/2$, comme sur la figure suivante :



Le système produira alors un ensemble de trois tensions alternatives en créneaux de forme identique à celle produite par l'onduleur monophasé.



Comme à l'onduleur monophasé, on peut reprocher à ce système la fourniture d'onde de tension comportant un taux élevé d'harmoniques.

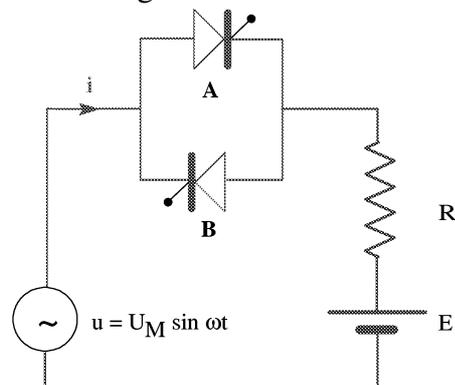
Dans la mesure où l'on dispose d'interrupteurs commandables à l'ouverture et à la fermeture, il existe des procédés, tels que la MLI étudiée ci-dessous, qui permettent de faire une bien meilleure utilisation de ces interrupteurs.

3.3 Redresseur-onduleur monophasé

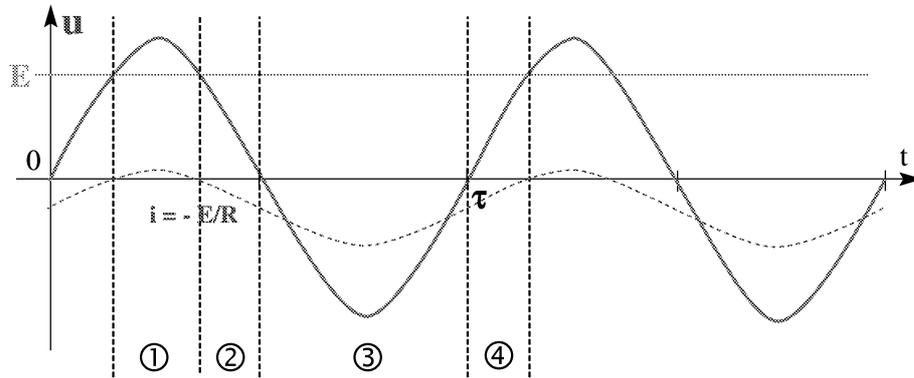
Ce montage est constitué d'un ensemble de deux thyristors montés tête-bêche entre une source de tension alternative et une source de tension continue E .

Dans la mesure où la tension E peut être choisie, le montage a un fonctionnement réversible. En effet, deux situations peuvent se présenter :

- $u > E$: A peut alors conduire
- $u < E$: B peut alors conduire
- la marche en redresseur correspond aux domaines ① et ③
- dans les domaines ② et ④ : E fournit et u reçoit ; le montage est onduleur



- dans le domaine ③, u et E fournissent toutes deux de l'énergie à la résistance R : on dissipe l'énergie au lieu de la transférer.



Les phases de fonctionnement sont récapitulées par le tableau suivant :

	①	②	③	④
	$u > E$	$u < E$	$u < E$	$u < E$
u	+	+	-	+
i	+	-	-	-
$E.i (E < 0)$	-	+	+	+
$u.i$	+	-	+	-
fonctionnement	redresseur	onduleur	redresseur	onduleur

Pour un fonctionnement effectif en onduleur, on amorcera simplement à partir de l'instant τ c'est à dire dans le domaine ④.

Quand i est positif, il passe par le thyristor A ; quand i est négatif, il passe par le thyristor B.

3.4 Pont de thyristors monophasé

Ce montage a la même structure que le pont de diodes monophasé.

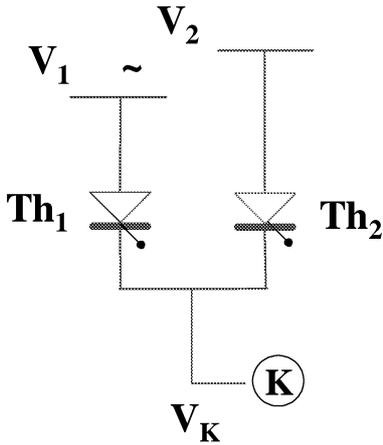
De même que le redresseur-onduleur monophasé, un pont de thyristors est réversible.

Suivant la valeur de l'angle de retard à l'allumage ψ , il peut fonctionner :

- 1) en redresseur
- 2) en onduleur, si la charge comprend une f.é.m continue E .

Les thyristors ne pouvant conduire que lorsqu'ils sont polarisés dans le sens direct, l'intensité i est unidirectionnelle, alors que la tension aux bornes de la charge peut changer de signe.

Il se produit un phénomène supplémentaire par rapport au montage redresseur-onduleur, qui est la **commutation** entre les thyristors qui sont reliés entre eux. Ce régime est appelé commutation naturelle.



En effet, appelons V_1 et V_2 les tensions respectives des fils du réseau d'alimentation alternatif ; soit Th_1 un thyristor connecté entre V_1 et le point K, soit Th_2 le thyristor relié entre V_2 et le point K. Supposons que Th_1 soit initialement conducteur. Ceci implique $V_K = V_1$.

Si à un instant donné on a $V_2 > V_1$, et si on envoie une impulsion de commande à Th_2 , celui ci va voir une tension $(V_2 - V_K)$ positive. Il va donc s'allumer. V_K va passer au potentiel V_2 . Th_1 devient polarisé en inverse par la tension $(V_1 - V_K) < 0$; il s'éteint naturellement.

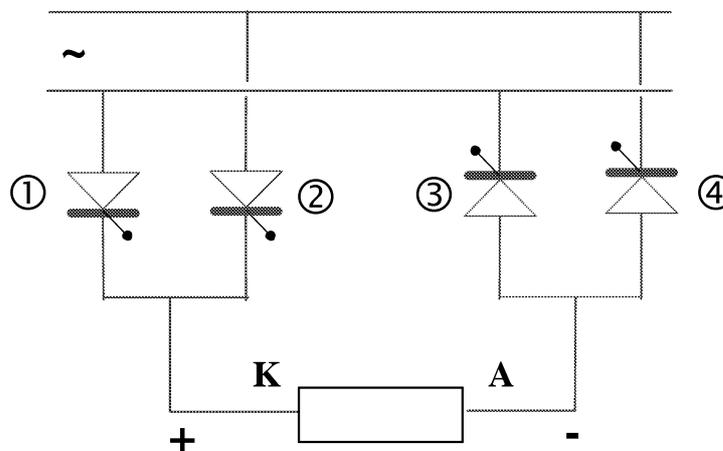
Les autres commutations, dans le même demi-pont (de Th_2 vers Th_1) et dans l'autre demi-pont (entre Th_3 et Th_4) se produisent suivant le même principe.

Il faut noter que, dans ce processus, le basculement d'un thyristor sur l'autre n'est pas spontané. L'action de la commande reste nécessaire. Par contre, la présence du réseau alternatif apporte une **assistance à la commutation** pour l'extinction. Cette présence est nécessaire pour le fonctionnement en onduleur des montages à thyristors.

La forme d'onde de tension alternative aux bornes d'un tel onduleur est celle du réseau, qui impose la sienne. Le montage est donc dit onduleur de courant.

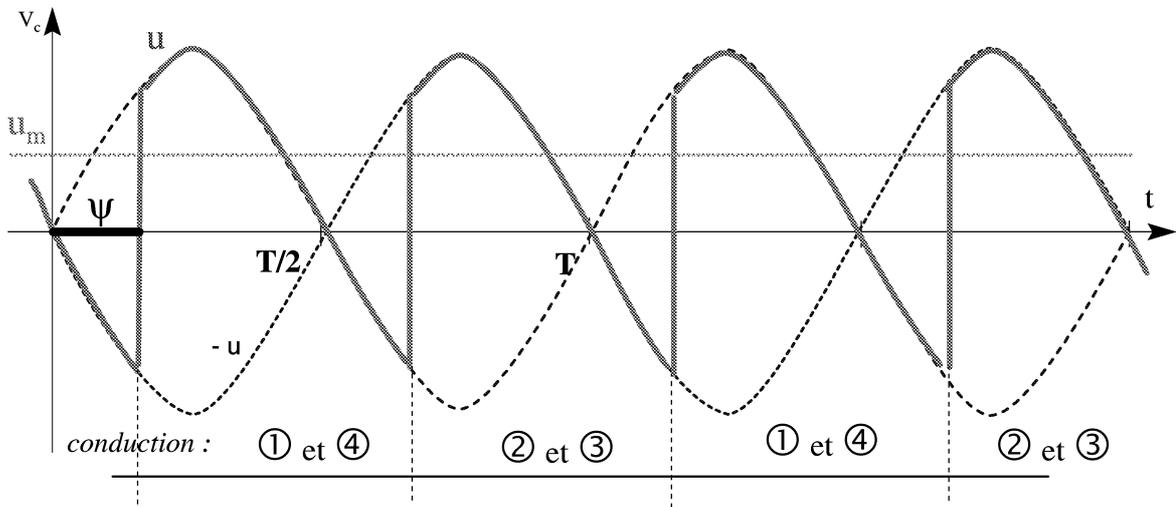
L'angle $\psi = 2\pi \cdot \frac{\Delta\tau}{T}$ reste nécessairement un retard (dit retard à l'allumage). Le courant est donc toujours en retard par rapport à la tension.

Il existe une variante de ce pont, dite pont mixte (où les deux thyristors d'un même demi-pont sont remplacés par des diodes de même sens). Le fonctionnement du pont mixte en redresseur est voisin de celui du pont complet, et identique lorsque les instants de commande sont pris égaux dans le pont complet pour ① et ④ d'une part et pour ② et ③ d'autre part. Il ne peut pas fonctionner en onduleur du fait de la présence des diodes.



Dans le cas de la conduction continue, le diagramme de la tension aux bornes de la charge a l'allure suivante lorsque la charge est une impédance pure. On voit que sa valeur moyenne V_{KAm} en fonction de l'angle ψ d'allumage peut être

- positive : $0 < \psi < \pi/2$
- nulle : $\psi = \pi/2$
- négative : $\pi/2 < \psi < \pi$



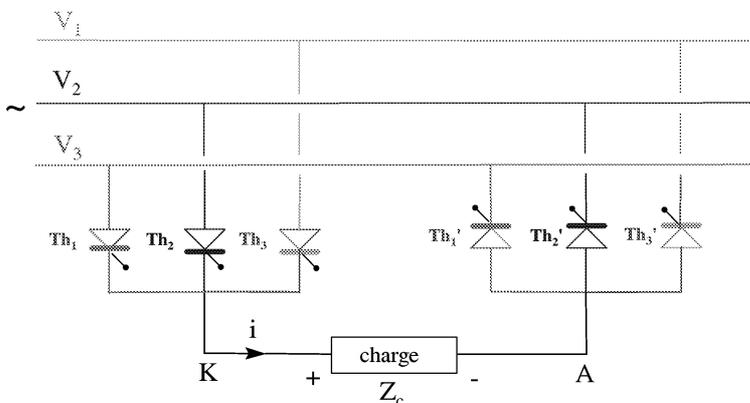
3.5 Pont de Graëtz à thyristors

Il s'agit du même montage dans lequel on a remplacé les diodes par des thyristors. Certaines propriétés de ce montage sont communes avec celles du pont monophasé à thyristors :

- il est réversible, et peut fonctionner aussi bien en redresseur qu'en onduleur en fonction de l'angle de commande ψ , supposé pris égal pour tous les interrupteurs.
- il consomme nécessairement de la puissance réactive, ψ ne pouvant être qu'un retard à l'allumage.

Certaines de ses propriétés sont par contre communes avec le pont de Graëtz à diodes :

- chaque interrupteur conduit pendant 1/6 de la période (à partir de l'instant d'allumage)
- la tension délivrée par le pont est périodique, de période T/6, avec une composante continue.



Le point K est au potentiel de la ligne du réseau (V_1, V_2 ou V_3) correspondant à celui des thyristors Th_1, Th_2, Th_3 qui est allumé ; il en est de même du point A et de l'autre demi-pont. La commutation d'un thyristor sur un autre ne peut se produire qu'au delà du point de commutation naturelle P, qui correspond à un décalage $\alpha = \pi/3$

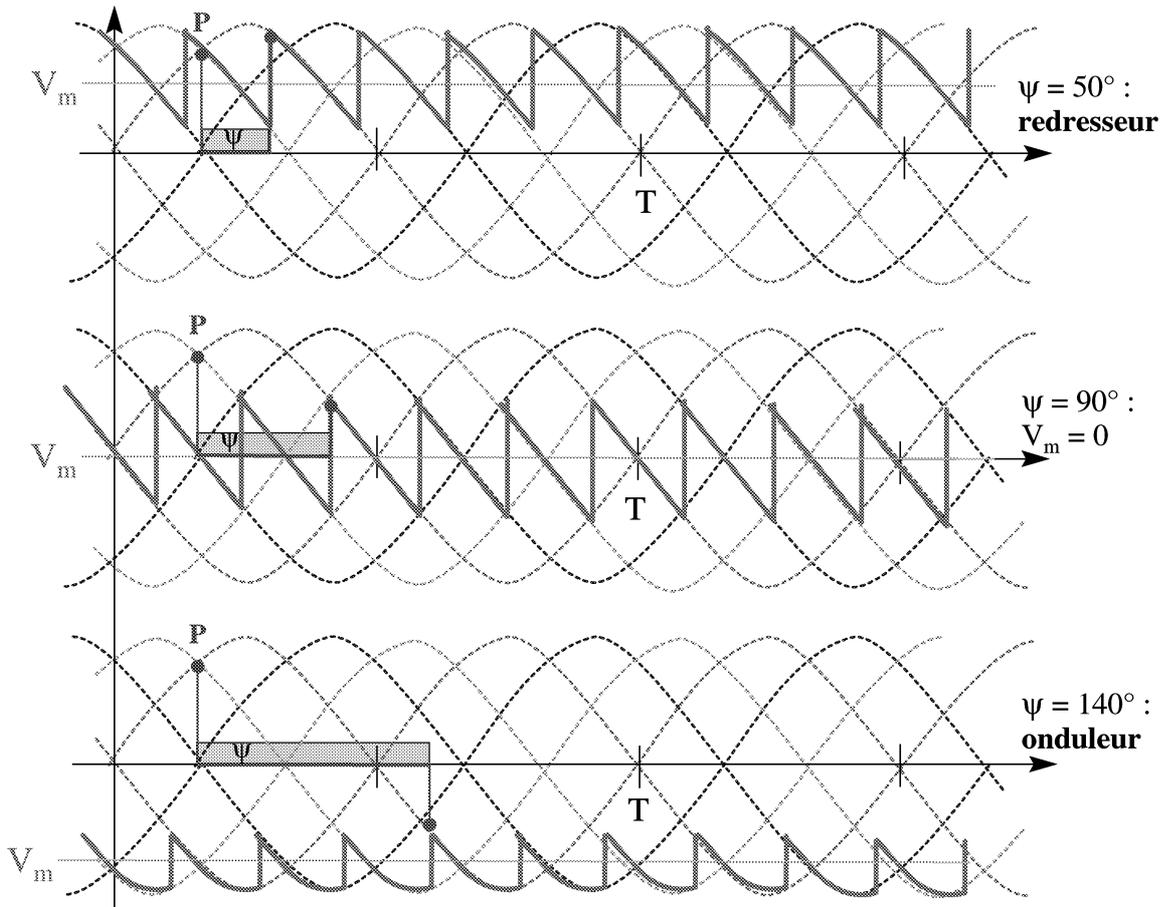
après le passage par 0 de l'onde de tension de référence.

Les angles ψ de retard à l'allumage sont comptés à partir du point P.

Le diagramme ci-dessous donne les formes de la tension aux bornes de la charge pour trois valeurs de l'angle ψ :

- pour $0 < \psi < \pi/2$ (correspondant à **T/4**) le pont fonctionne en redresseur
- pour $\psi = \pi/2$ le pont fournit une tension nulle
- pour $\pi/2 < \psi < \pi$ le pont fonctionne en onduleur (si la charge comporte une source de tension **E**)

Ces fonctionnements sont établis par le calcul de la tension moyenne V_{KAm} .



La valeur de cette tension peut être obtenue par intégration de l'onde de tension sur l'un des 6 arcs identiques de la période T des tensions triphasées appliquées au pont.

On peut également remarquer que les ondes de tension des deux demi-ponts V_K et V_A sont opposées, à un décalage dans le temps près ; elles ont donc des valeurs moyennes opposées $V_{Km} = -V_{Am}$. D'où un autre procédé de calcul :

$$V_{KAm} = 2V_{Km} = \frac{2V_M}{2\pi/3} \int_{-\pi/3+\psi}^{+\pi/3+\psi} \cos \alpha d\alpha = \frac{3V_M}{\pi} \left[\sin\left(\frac{\pi}{3} + \psi\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{3} + \psi\right) \right] = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} V_M \cos \psi$$

où V_M est l'amplitude de la tension du réseau alternatif. Si on exprime V_{KAm} en fonction de la valeur efficace V_{eff} de ce réseau :

$$V_{KAm} = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} V_{eff} \cos \psi$$

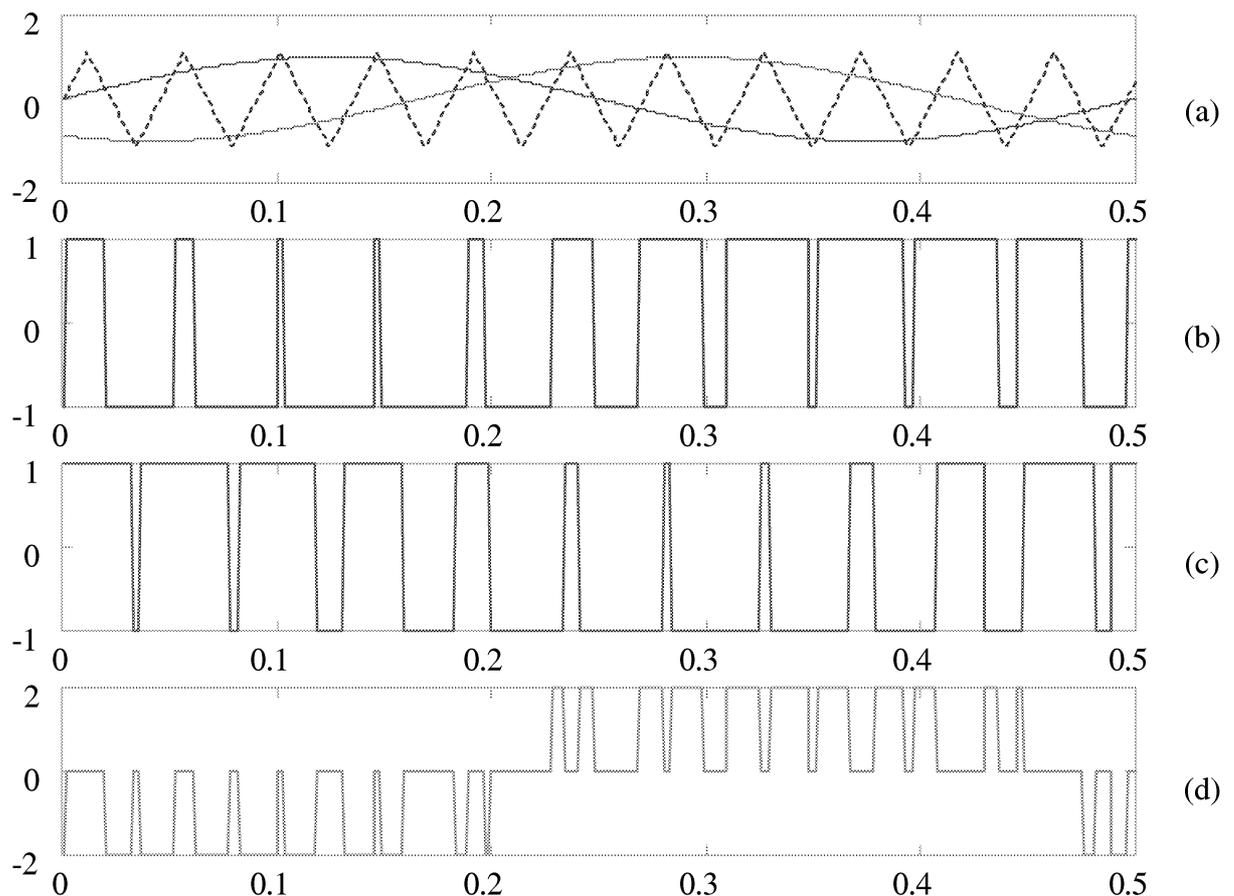
3.6 Modulation de Largeur d'Impulsions

La technique de Modulation de Largeur d'Impulsions (M.L.I., ou encore P.W.M. pour Pulse Width Modulation) apporte une solution au problème suivant : comment commander une grandeur de façon proportionnelle, à partir d'un dispositif fonctionnant en tout ou rien ?

La MLI trouve son application en électronique de puissance, entre autres domaines, en permettant de doser une énergie transférée, à partir d'interrupteurs n'ayant que les deux positions : ouvert et fermé, c'est-à-dire : saturé et bloqué, lorsqu'il s'agit de transistors bipolaires.

L'intégration temporelle d'une suite d'impulsions d'amplitude identiques, mais de largeurs variables et définies par une loi de commande, sinusoïdale ou autre, permet de réaliser un tel transfert.

Le diagramme ci-dessous montre comment la suite d'impulsions correspondant à une forme d'onde recherchée peut être produite.



On compare une onde triangulaire O_T avec l'onde de référence à produire O_R , et on commute l'interrupteur lorsque les deux valeurs sont égales.

A partir de trois ondes de référence V_{R1} , V_{R2} , V_{R3} de même période T et correctement décalées dans le temps ($T/3$ et $2T/3$), on peut produire la commande nécessaire au pilotage de l'ensemble des interrupteurs d'un pont de Graëtz, de façon à produire un système de tensions triphasées.

La figure ci-dessus montre les formes d'onde de tension (b) et (c) obtenues à partir de deux ondes de référence de tension V_{R1} et V_{R2} (a). La combinaison des deux ondes obtenues V_1 et V_2 permet d'observer la tension composée (d) :

$$U_{21} = V_2 - V_1$$

qui est une onde à trois niveaux de tension ($-V$, 0 , et $+V$).

En pratique, les instants de commutation ne seront pas définis avec une précision infinie, mais correspondront à des transitions d'une horloge de commande, donc à des instants discrétisés dans le temps. La précision de la forme d'onde finale produite sera d'autant meilleure que la fréquence d'échantillonnage utilisée sera élevée. C'est ainsi que l'on produira le moins d'harmoniques perturbateurs pour le réseau et pour le matériel alimenté. Mais cette fréquence sera un compromis avec les possibilités de vitesse de commutation des interrupteurs utilisés, ainsi qu'avec les pertes de commutation produites.

D'une façon générale, la MLI reste néanmoins le procédé qui permet d'obtenir les meilleurs résultats en termes de forme d'onde de courant. Ce procédé est du reste utilisé pour concevoir des amplificateurs linéaires pour asservissements électriques. On sait réaliser selon ce principe des amplificateurs de plusieurs dizaines de kW. Un exemple est la commande des paliers magnétiques pour machines tournantes, où des bandes passantes de plusieurs dizaines de Hz sont nécessaires.

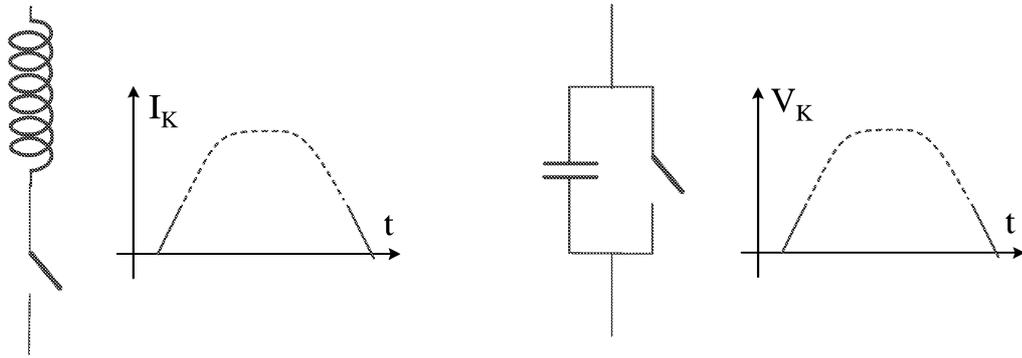
Enfin, le procédé décrit pour la génération de la commande (comparaison sinus-triangle) n'est qu'une possibilité parmi un grand nombre d'algorithmes possibles, permettant d'optimiser spécifiquement certaines propriétés des formes d'onde produites.

3.7 Onduleur à résonance

La recherche de la fréquence la plus élevée possible de fonctionnement des convertisseurs, en vue d'en réduire l'encombrement, pour des domaines d'applications tels que les télécommunications, conduit à développer des techniques de commutation à pertes réduites.

La classe des onduleurs à résonance constitue une solution à ce problème. Ils mettent en œuvre deux principes duaux décrits par les deux schémas suivants :

- utilisation d'une inductance en série pour maintenir un courant nul dans un interrupteur durant sa fermeture
- utilisation d'une capacité en parallèle pour maintenir une tension nulle aux bornes de l'interrupteur pendant son ouverture



Les fonctionnements de ces dispositifs introduisent chacun une condition impérative :

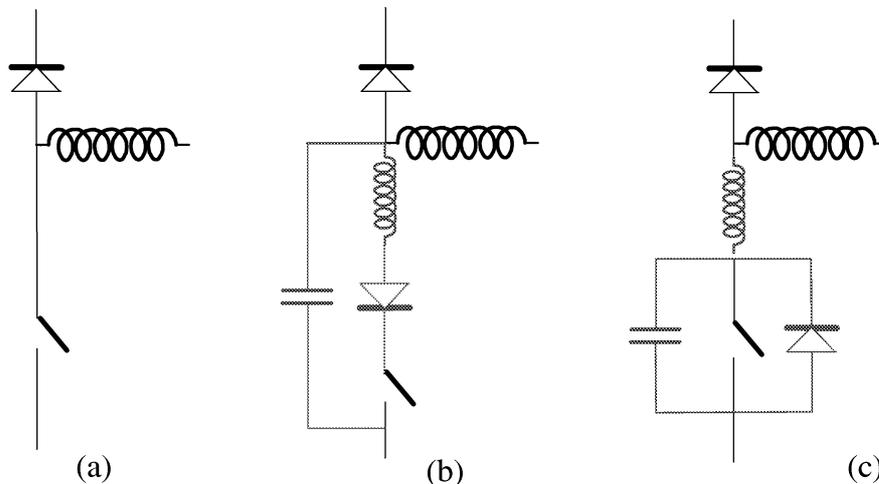
- pour le premier, le courant doit s'être à nouveau annulé au moment de son ouverture

- pour le second, la tension doit s'être à nouveau annulée au moment de sa fermeture

La réalisation de ces conditions sera obtenue au moyen de circuits oscillants auxiliaires (d'où le nom de ces convertisseurs).

Le schéma suivant présente quelques structures couramment utilisées ; il s'agit de :

- la commutation "dure" classique (a)
- la quasi-résonance dite monodirectionnelle en courant (b)
- la quasi-résonance dite bidirectionnelle en courant (c)



Cette technique permet aujourd'hui de réaliser des convertisseurs travaillant à des fréquences de l'ordre de 1 MHz, avec des rendements supérieurs à 90 %.

4 TECHNIQUES PARTICULIERES

Le quatrième type de conversion d'énergie électrique que nous avons envisagé (de l'alternatif à l'alternatif) fait appel à des techniques particulières. La plupart du temps, on réalise un passage intermédiaire par le courant continu qui ramène à des problèmes que nous avons envisagés plus haut.

Il reste à décrire certains montages spécifiques , tels que :

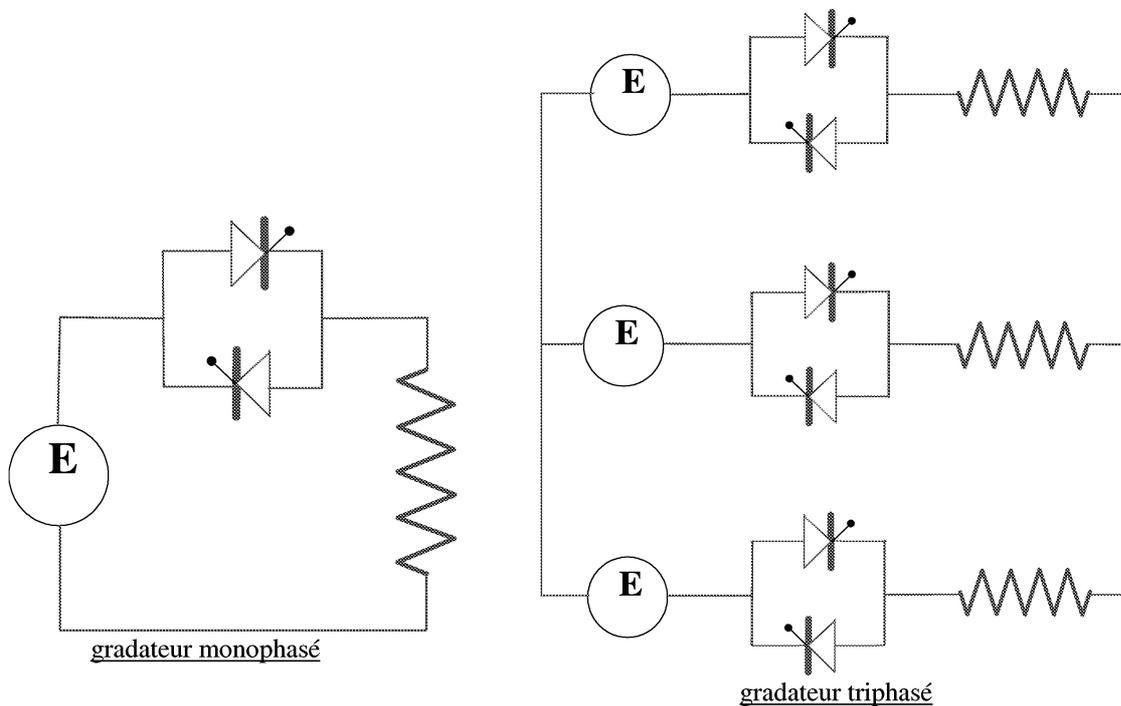
- le gradateur

- le cycloconvertisseur

4.1 Gradateur

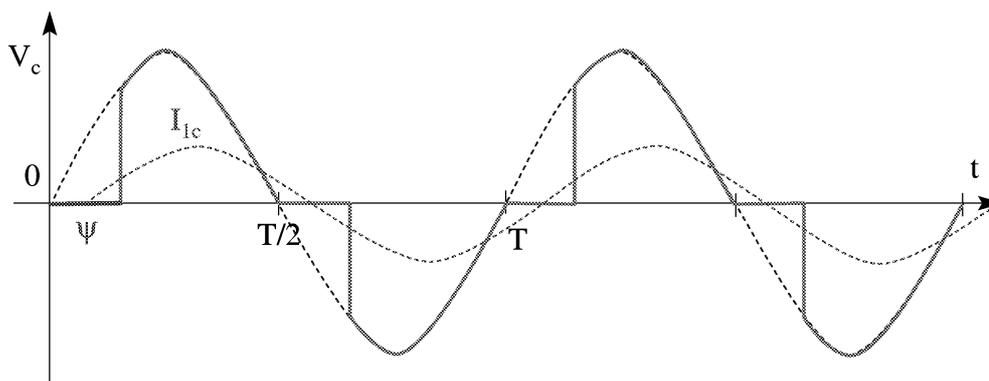
Le gradateur est un montage où l'on dose la tension moyenne transmise à une charge, donc la puissance délivrée par celle-ci, sans opérer de redressement. Ce fonctionnement s'adresse donc a priori à des charges insensibles au sens du courant, c'est-à-dire thermiques : éclairage, chauffage, etc.

Un gradateur peut être monophasé ou triphasé. Il peut être réalisé au moyen de thyristors, ou pour les basses puissances au moyen de composants dits triacs, équivalant à une paire de thyristors montés tête-bêche.



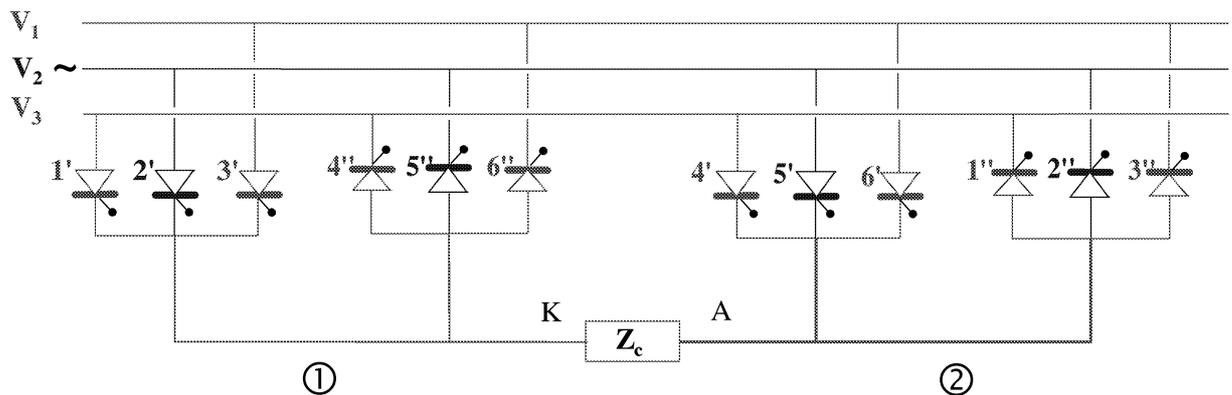
Ce système, cherche avant tout à être peu onéreux, il déforme notablement l'onde de tension transmise à la charge, comme le montre le diagramme suivant.

En faisant varier ψ de 0 à π , on contrôle la puissance fournie à la charge entre 0 et 100 %. On observe que le fondamental du courant I_{Ic} est déphasé par rapport à la tension du réseau d'une valeur intermédiaire entre 0 et ψ .



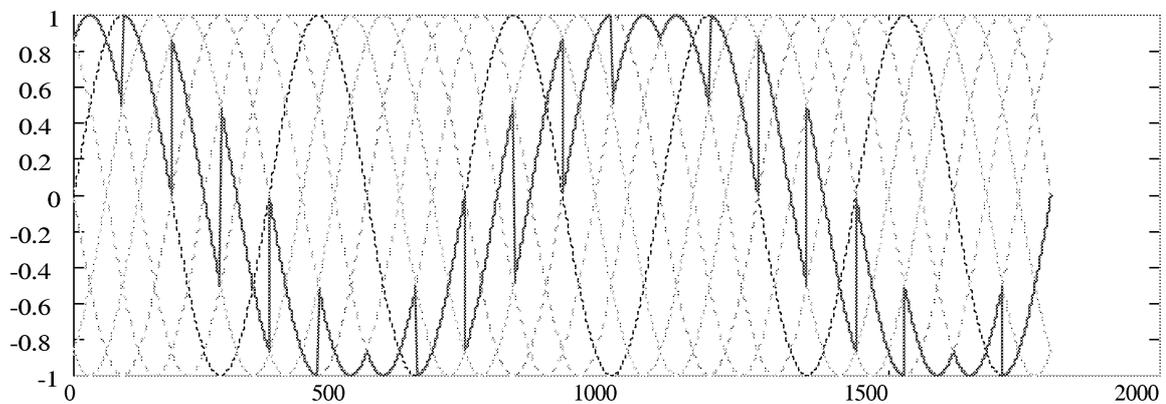
4.2 Cyclo-convertisseur

Un cyclo-convertisseur (monophasé) est un système constitué de quatre demi-ponts de Graëtz raccordés à une charge Z_c selon le schéma suivant. Chaque thyristor des demi-ponts est commandé avec le même retard ψ par rapport au point de commutation naturelle. Mais la valeur de ψ , au lieu d'être constante dans le temps, est modulée. Ainsi la tension moyenne délivrée par chacun des deux ensembles ① et ② en K et A peut varier, à une fréquence f de sa composante fondamentale en général très inférieure à la fréquence du réseau alternatif utilisé (par exemple quelques Hz).



Dans ce système les angles de conduction de chaque thyristor ne sont plus de $2\pi/3$, mais inférieurs ou supérieurs.

L'allure de l'onde de tension V_{KA} est la suivante :



Pour constituer une alimentation triphasée selon ce principe, il est évidemment nécessaire d'utiliser trois montages identiques, soit 12 demi-ponts.

Il est particulièrement impératif dans ce type de montage que la commande des thyristors soit soigneusement étudiée, afin d'éviter la possibilité d'un court-circuit par allumage simultané de deux thyristors de deux demi-ponts raccordés en un même point (A ou K) de la charge. On ménage en général à cet effet des temps morts dans la commande.

Ce montage n'est pas d'un usage courant. Il est utilisé dans certains entraînements de process industriels ou encore de marine. Il présente comme inconvénient, outre le grand

nombre de composants qu'il requiert, de produire des formes d'onde de tension très perturbées.

4.3 Comparaisons de formes d'onde de tension et de courant

Il est utile de comparer les formes d'onde de courant et de tension fournies par différents montages.

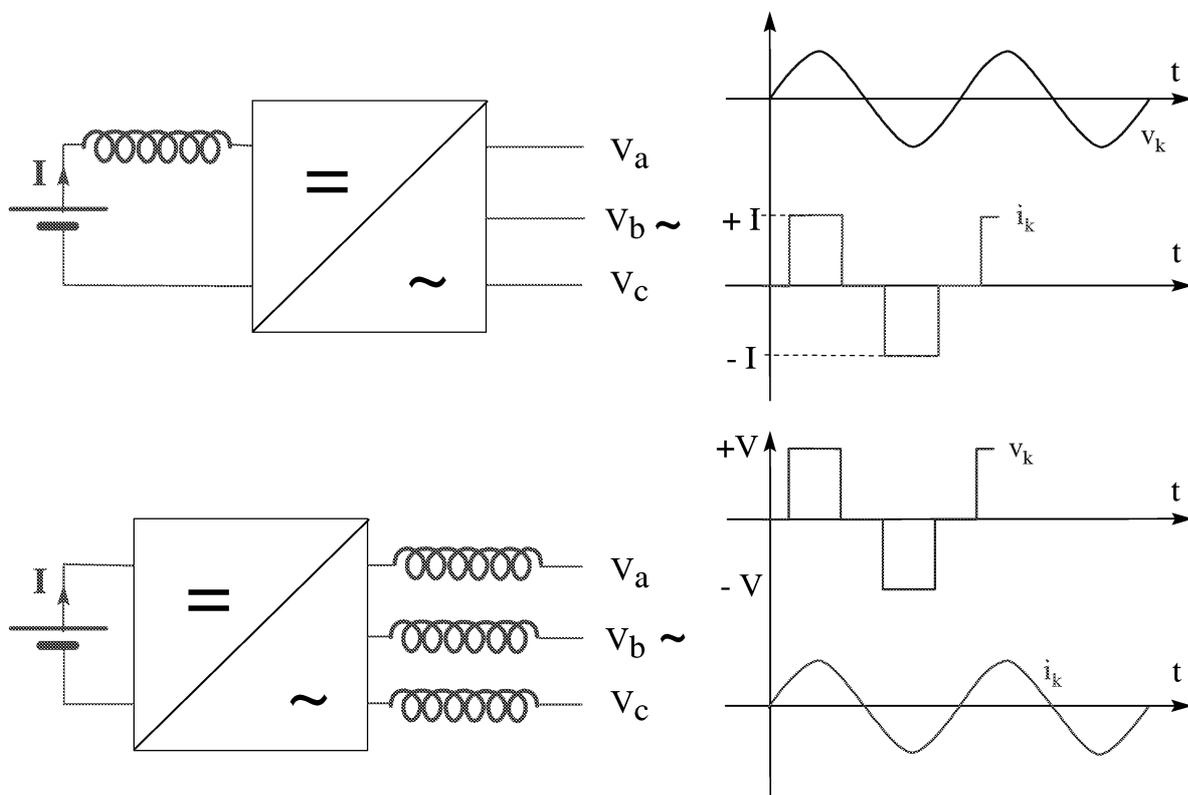
Que l'on soit en courant continu ou en courant alternatif, la présence d'inductances dans les circuits a globalement pour effet de lisser le courant.

Dans le cas d'un onduleur de courant (ou d'un pont redresseur), l'inductance de lissage située dans le circuit de la source continue a pour rôle d'assurer une quasi-constance du courant à une valeur I . Les courants dans l'une des phases du réseau alternatif associé prend alors successivement les valeurs $+I$ et $-I$ lors des périodes de conduction de cette phase (*figure du haut*).

Dans le cas d'un onduleur de tension, la présence d'inductances du côté alternatif (enroulements d'un moteur, ...) tend à réduire les courants à leur premier harmonique. Si les inductances sont élevées, le courant peut être considéré comme sinusoïdal (*figure du bas*).

Dans un cas comme dans l'autre, on introduit néanmoins des perturbations harmoniques, soit dans le courant, soit dans la tension.

Le montage dit à prélèvement sinusoïdal est un exemple de dispositif permettant de minimiser les contraintes apportées au réseau alternatif, en imposant des courants sinusoïdaux dans les phases de celui-ci.



Récapitulation

Les propriétés essentielles des différents types de convertisseur sont récapitulées par le tableau ci-dessous.

<i>type de convertisseur</i>	<i>réversibilité en tension</i>	<i>réversibilité en courant</i>	<i>puissance réactive</i>
pont à diodes (mono-alternance, monophasé, pont de Graëtz)	non	non	absorption
pont à thyristors (mono-alternance, monophasé, pont de Graëtz)	oui	non	absorption
onduleur de tension commutation forcée (monophasé, triphasé, ...)	oui	oui	libre
onduleur de courant commutation naturelle	oui	non	absorption
hacheur élévateur	non	non	-
hacheur abaisseur	non	non	-
hacheur combiné, hacheur en H	non	oui	-

D'une façon générale, les interrupteurs à commutation naturelle amènent à une consommation de puissance réactive quel que soit le montage. Certains montages sont réversibles, ce qui constitue un facteur de souplesse dans leur utilisation pour alimenter des entraînements électriques, puisqu'ils permettent alors la récupération de l'énergie lors du freinage.

Enfin, tous les montages ne sont pas équivalents vis-à-vis des perturbations apportées au réseau auquel ils sont raccordé. Les convertisseurs où l'on ne maîtrise pas la forme d'onde sont évidemment les plus perturbants. Dans la mesure où les niveaux de puissance à commander le permettent, les solutions à base d'interrupteurs commandables à l'ouverture et à la fermeture sont à recommander.

EXERCICE

Sur la figure 1 on a représenté 4 transistors T_1, T_2, T_3, T_4 , et quatre diodes D_1, D_2, D_3, D_4 , formant deux bras de pont.

On donne $E = 100 \text{ V}$, $L = 3 \text{ mH}$, $R = 10 \text{ } \Omega$. Le diagramme de conduction montre à quels instants les courants de base sont non nuls (ils sont alors suffisants pour saturer le transistor)

On suppose que le régime de fonctionnement a été établi en $t = -\infty$

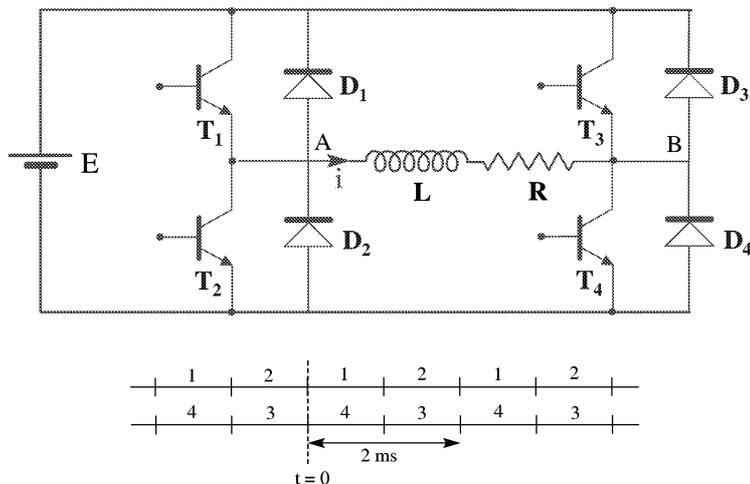


Figure 1 : Pont monophasé et son diagramme de commande

- 1) déterminer les fonctions représentatives de $u(t) = v_A - v_B$, du fondamental de $u(t)$, du fondamental $i_1(t)$ du courant $i(t)$, ainsi que de $i_3(t)$, harmonique trois de $i(t)$. En assimilant $i(t)$ à son fondamental $i_1(t)$, déterminer les intervalles de conduction des huit semi-conducteurs
- 2) Posant $i(0) = -I_0$, exprimer $i(t)$ analytiquement pour $0 < t < 1 \text{ ms}$. La périodicité du phénomène impose à I_0 de satisfaire une certaine relation ; s'en servir pour déterminer I_0 . Tracer à nouveau sur un même graphique $u(t)$ et $i(t)$. Déterminer avec plus de précision que ci-dessus les intervalles de conduction des semi-conducteurs.

SOLUTION

La tension V_A est égale à $+E$ entre 0 et 1 ms

La tension V_B est égale à $+E$ entre 1 et 2 ms

La tension V_{AB} est égale à $-E$ entre 0 et 1 ms et à $+E$ entre 1 et 2 ms.

La fonction $V_{AB}(t)$ est impaire ; son fondamental $u_1(t)$ est de la forme $u_1(t) = U \sin(2\pi t/T)$ avec $T = 0,002 \text{ s}$

Le fondamental du courant $i_1(t)$ est à la même fréquence avec un déphasage retard (circuit inductif)

$$i_1(t) = I_1 \sin(2\pi t / T - \varphi)$$

Les diodes D_1 à D_4 conduisent lorsque le courant est en sens inverse du courant normal dans les transistors correspondants.

Le courant dans la branche AB entre deux commutations est régi par une équation différentielle du 1^{er} ordre. Il est de forme exponentielle. Etudions par exemple l'intervalle $[0,1]$ ms en supposant une valeur initiale $i = -I_0$. Du fait de la symétrie du montage et de la commande, la valeur d'intensité à la fin de l'intervalle doit être de $+I_0$.

L'équation s'écrit :

$$V_{AB} = E = L \frac{di}{dt} + Ri$$

avec

$$i(0) = -I_0 \text{ et } i(1) = +I_0$$

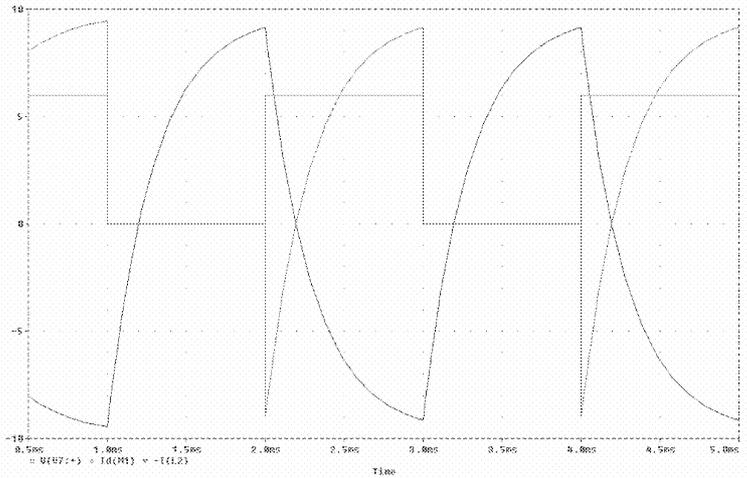
$$i = -I_0 (1 - e^{-tR/L})$$

$$\frac{di}{dt} = -I_0 \cdot R/L \cdot e^{-tR/L}$$

d'où $I_0 = E/R$
 $i(t) = -E/R \cdot (1 - e^{-tR/L})$

Dans l'intervalle [1, 2] ms on a
 $i(t) = +E/R \cdot (1 - e^{-tR/L})$
 avec $t' = t - 0,001$

Le diagramme ci-contre indique l'allure de la tension de commande de T_1/T_4 , du courant i dans l'inductance, et du courant dans l'interrupteur T_1 .



EXERCICE

On considère l'onduleur représenté par la figure 1. Les courants de base des transistors i_{b1} et i_{b2} varient suivant la loi indiquée par la figure 2, qui représente des suites de créneaux de largeur α ou β , séparés par des intervalles de largeur α ou 2β . L'amplitude de ces courants est suffisante pour saturer les transistors.

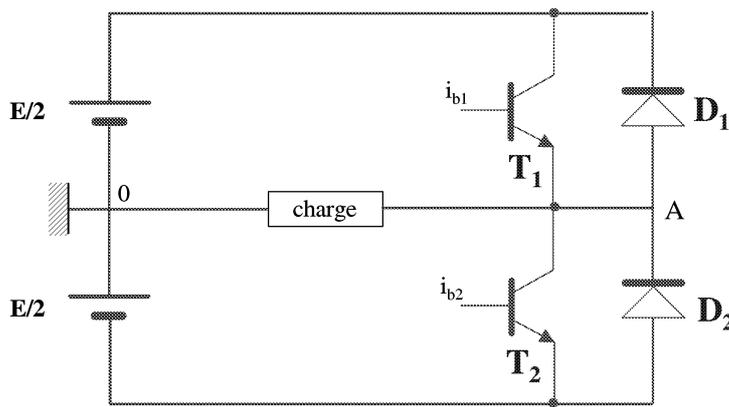


Figure 1

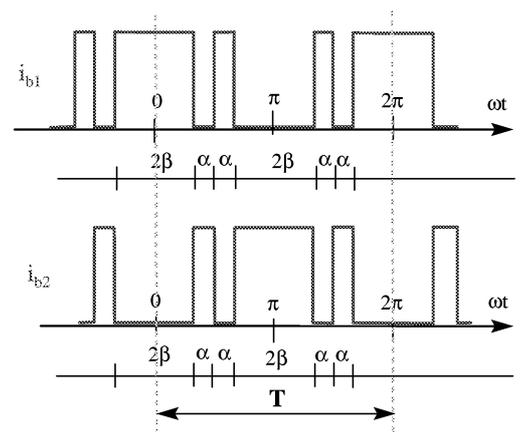


Figure 2

On demande de décrire la variation de tension aux bornes de la charge.
 Quelle est la décomposition en série de Fourier de cette tension ?
 Quelles valeurs de α et β faut-il choisir pour annuler l'harmonique trois ?

SOLUTION

La courbe représentative de la tension $V_A(t)$ aux bornes de la charge est une courbe affine de la courbe $i_{b1}(t)$, avec pour valeurs extrêmes $-E/2$ et $+E/2$.

La valeur moyenne est

$$V_{Am} = E/2 (2\beta + 2\alpha) - E/2 (2\beta + 2\alpha)$$

$$V_{Am} = 0 \quad \text{quels que soient } \alpha \text{ et } \beta$$

V_A est une fonction paire ; par ailleurs, le spectre de V_A est identique à celui de i_{b1} et aussi à celui de i_{b2} , qui ne diffèrent que d'un décalage dans le temps.

Il est plus commode d'étudier le spectre de i_{b2}

La décomposition en série de Fourier de V_A (après décalage) peut s'écrire

$$V_A = \sum_n a_n \cos n\theta$$

$$\text{avec } a_n = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} V_A(\theta) \cdot \cos n\theta \cdot d\theta = \frac{4}{\pi} \int_{\beta}^{+\pi} V_A(\theta) \cdot \cos n\theta \cdot d\theta$$

On a déjà la relation $\alpha + \beta = \pi/2$

$$a_n = \frac{4}{\pi} \int_{\beta}^{\pi/2} \cos n\theta \cdot d\theta + \frac{4}{\pi} \int_{\pi-\beta}^{\pi} \cos n\theta \cdot d\theta$$

$$a_n = \frac{4}{n\pi} \left[[\sin n\theta]_{\beta}^{\pi/2} + [\sin n\theta]_{\pi-\beta}^{\pi} \right]$$

$$a_n = (4/n\pi) \cdot [\sin(n\pi/2) - \sin n\beta + \sin n\pi - \sin(n\pi - n\beta)]$$

$$a_n = (4/n\pi) \cdot [\sin(n\pi/2) - \sin n\beta - \sin(n\pi - n\beta)]$$

Pour $n = 3$

$$a_3 = (4/3\pi) \cdot [\sin(3\pi/2) - \sin 3\beta - \sin(3\pi - 3\beta)]$$

$$a_3 = (4/3\pi) \cdot [-1 - \sin 3\beta - \sin(3\pi - 3\beta)]$$

$$a_3 = (4/3\pi) \cdot [-1 - \sin 3\beta - \sin(3\beta)]$$

$$\Rightarrow \sin 3\beta = -1/2$$

$$3\beta = \pi/6 + 2k\pi \text{ ou } 3\beta = 5\pi/6 + 2k\pi$$

$$\beta = -\pi/18 + k \cdot 2\pi/3 \text{ ou } \beta = -5\pi/18 + 2k \cdot \pi/3$$

Il reste la seule possibilité : $\beta = 7\pi/18$, soit $\beta = 70^\circ$

CHAPITRE VIII

LES MACHINES A COURANT CONTINU

1 INTRODUCTION

Les machines tournantes à courant continu ont joué, et jouent encore, un grand rôle dans le domaine de la conversion d'énergie électromécanique. Ce rôle a été profondément modifié par le développement de l'électronique de puissance, qui a multiplié le nombre des solutions possibles pour réaliser soit des systèmes de génération, soit des entraînements. Il en est résulté notamment leur abandon presque total en production d'énergie, et la disparition de tout un ensemble de solutions de conversion utilisant une énergie mécanique intermédiaire. Aujourd'hui les machines à courant continu sont utilisées surtout pour la motorisation de véhicules ferroviaires, automobiles ou autres (dont la première génération de TGV) et aussi très largement dans le domaine des process industriels. Dans les puissances plus réduites, elles sont très répandues dans les automatismes et en robotique, parfois sous de nouvelles formes technologiques qui leur confèrent des caractéristiques particulières (exemple : moteur discoïde). Elles connaissent même un fort développement dans le domaine de l'accessoire automobile. L'étude de ces machines présente donc un grand intérêt d'une part pour maîtriser les éléments nécessaires à leur mise en œuvre, d'autre part parce qu'elles permettent d'introduire certains concepts peut-être plus facilement que les machines à courant alternatif.

Parmi les machines à courant continu, certaines formes que l'on pourrait qualifier d'historiques, car de faible efficacité, et dépourvues d'applications actuelles, se prêtent mieux que les formes les plus récentes à l'exposé des principes. C'est le cas de l'anneau de Gramme.

Enfin, avant de "faire tourner" les machines, il est nécessaire de rappeler certaines notions à propos des interactions entre courant électrique et champ magnétique.

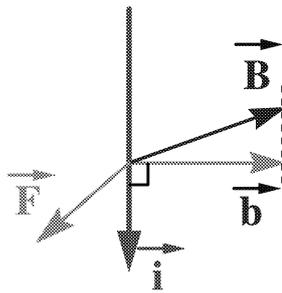
Les machines à courant continu, en dépit du fait que l'on peut les représenter le plus souvent de façon satisfaisante par un modèle très simple, ont un fonctionnement interne complexe, en particulier du fait des phénomènes de commutation mécanique. Cette complexité est pour une large part à l'origine de la réduction de la place de ces machines dans les applications actuelles.

2 GENERALITES

2.1 Lois fondamentales

Considérons un élément de conducteur rectiligne de longueur l , ici vertical, placé dans un champ magnétique B supposé ici uniforme. b est la projection de B dans un plan normal à l'élément de conducteur.

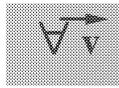
Ce conducteur peut être indépendamment le siège de deux types de phénomène :



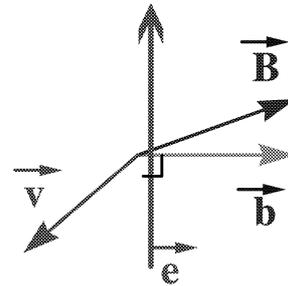
Laplace :

$$F = i l \wedge B$$

$$F = i l b$$



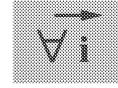
①



Faraday :

$$e = v l \wedge B$$

$$e = v l b = d\Phi / dt$$



②

① 2^e loi de Laplace :

Si le conducteur est parcouru par un courant i , le champ B exerce sur lui une force F d'intensité :

$$\vec{F} = \vec{i} l \wedge \vec{B}$$

$$F = i l b$$

F , conséquence de l'existence de i et de B , est orientée de telle manière que i , B , F forment un trièdre direct

Le fait que le conducteur, parcouru par i , soit immobile ou non n'intervient pas.

② loi de Faraday

Un conducteur mobile de longueur l , animé d'une vitesse v , placé dans le champ B de projection b normale à l , est le siège d'une f.é.m. induite e , **qu'il soit parcouru par un courant ou non** :

$$e = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Φ étant le flux coupé par le conducteur durant le temps dt .

On peut aussi écrire :

$$\vec{e} = \vec{v} l \wedge \vec{B}$$

$$e = v l b$$

e est orientée de telle manière que v , b , e forment un trièdre direct. Cette orientation se déduit de celle du courant induit que e tend à faire circuler (si le circuit est fermé).

F est la force électromagnétique qui s'oppose à la force extérieure appliquée F_{ext} . Le conducteur est soumis à l'ensemble des deux forces (F , F_{ext}) qui s'équilibrent si la vitesse est constante (ou nulle).

Du sens de F , on déduit celui de i par la loi de Laplace.

Le sens de e est déduit de celui de v par la loi de Faraday.

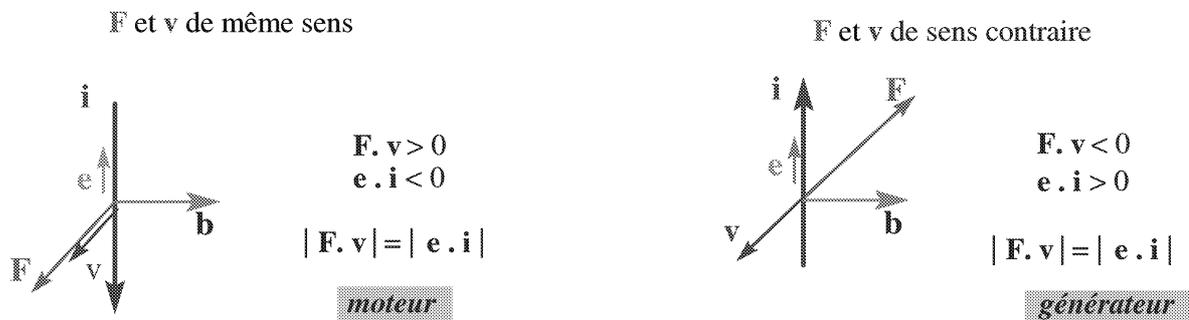
Les deux lois peuvent s'exercer simultanément, alors que les sens respectifs de $\{e, i\}$ (ou aussi bien ceux de $\{f, v\}$), sont déterminés indépendamment. Au plan électrique, on pourra avoir affaire soit à un moteur, soit à un générateur, le sens du transfert énergétique étant déterminé par les signes des produits $(i \cdot e)$ et $(f \cdot v)$.

Dans tous le cas, les puissances et les énergies échangées sont égales et de signe contraire. dx étant le déplacement de l'élément de conducteur dans la direction de la force F ,

$$\begin{aligned} P_{\text{méca}} &= F \cdot v & & = + i \cdot l \cdot b \cdot v \\ P_{\text{élec}} &= e \cdot i = i \cdot (-dF/dt) = -i \cdot b \cdot dS/dt = -i \cdot b \cdot l \cdot dx/dt = -i \cdot b \cdot l \cdot v \end{aligned}$$

On observe donc qu'aux pertes de conversion près, la transformation énergétique qui en résulte est totalement réversible.

Les fonctionnements en moteur et en générateur sont résumés par le diagramme suivant :

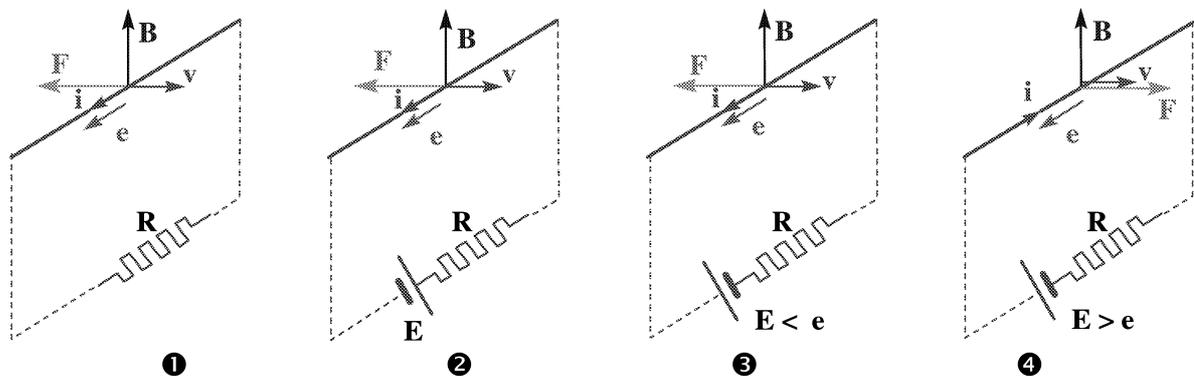


2.2 Réversibilité de la transformation électromécanique

Nous allons analyser les différentes situations qui résultent de la constitution du circuit extérieur : si un courant i circule dans l'élément, ce circuit se referme nécessairement.

On rappelle au préalable que le courant dans un récepteur électrique circule dans le sens des potentiels décroissants, ceci afin de pouvoir analyser le cas où deux sources de tension sont présentes dans un circuit.

Nous supposons ici l'élément de courant i mobile dans un plan normal au champ B ; on peut alors distinguer 4 cas en fonction des éléments présents dans le circuit extérieur. Nous choisissons par exemple d'imposer la vitesse (donc e).



Dans les cas ❶ ($E = 0$, donc $e > E$), ❷, et ❸ ($e > E$), on a un fonctionnement en générateur ; e fixe le sens de i ; i produit une force résistante.

Dans le cas ❹ ($E > e$) on a un fonctionnement en moteur ; E impose le sens de i et la force F est motrice.

Le système décrit est réversible : il peut convertir l'énergie aussi bien dans un sens que dans l'autre.

Dans toute machine, les conducteurs soumis aux forces électromagnétiques, tels que celui que nous avons considéré, sont dits *actifs*.

En moteur, les f.é.m. produites e , de sens inverse au courant i qui circule dans le circuit, sont appelées forces contre-électromotrices (f.c.é.m.).

2.3 Circuit tournant dans un champ d'induction

Dans les systèmes de conversion élémentaires envisagés ci-dessus, le mouvement éventuel du conducteur était rectiligne. Ce type de déplacement, s'il semble permettre une production de f.é.m. continue, ne peut fonctionner indéfiniment. On se trouve conduit naturellement à considérer un système de type rotatif.

Une bobine plane, dite "spire", tournant dans un champ supposé uniforme B normal à son axe de rotation, voit un flux variable Φ qui est fonction de la projection de B normalement à son plan selon \mathcal{N} . Des contacts mobiles permettent de recueillir la tension induite e produite par cette bobine.

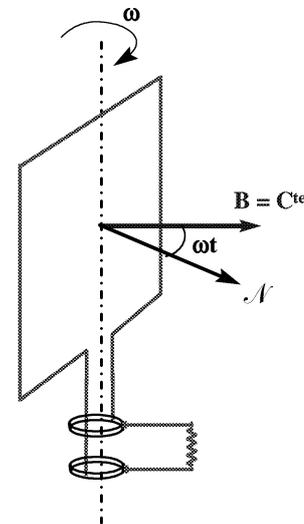
On posera dans toute la suite : $\omega = 2 \pi N$
où N est la vitesse de rotation en **tours par seconde**
(et non en tours par minute),
et où ω est la vitesse angulaire en rad/s.
 S est la surface de la bobine

Le flux coupé par la bobine est

$$\phi = \Phi \cos \omega t = B \cdot S \cos \omega t$$

La f.é.m. induite e , dite **f.é.m. de rotation**, a pour valeur

$$e = - \frac{d\phi}{dt} = +\omega\Phi \sin \omega t = 2\pi N\Phi \sin \omega t$$



e est donc une tension **alternative** d'amplitude $2 \pi N \Phi$ et de fréquence $\omega / 2\pi$.

Les machines tournantes dites à courant continu peuvent être considérées en fait comme des machines à courant alternatif ! En effet, si l'on considère comme ici une unique spire placée dans le champ B , elle ne peut suffire à produire une tension continue. De même, si l'on considère le problème réciproque, qui consiste à alimenter la spire en courant continu pour la faire tourner sous l'effet de la loi de Laplace, elle ne peut produire un mouvement continu. Elle possède une position d'équilibre dans une direction orthogonale au champ magnétique.

On est donc naturellement conduit à connecter **successivement** différentes spires, que l'on répartit sur le pourtour d'un rotor. Les machines industrielles à courant continu sont ainsi basées sur la **commutation** de conducteurs tournants.

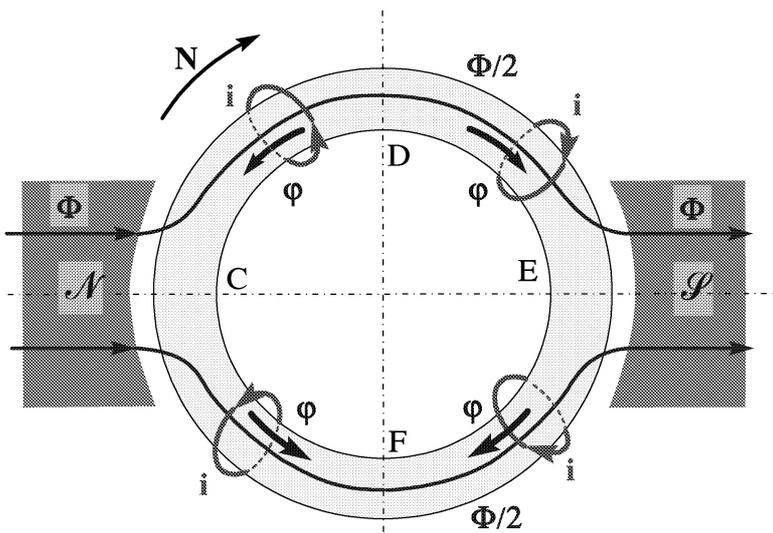
Il existe par ailleurs, de véritables machines à courant continu : ce sont les machines dites acycliques, telles que la roue de Barlow, et la dynamo de Poirson. Leurs principes sont en général peu applicables industriellement.

Avant d'analyser le fonctionnement de machines de conception récente, on va considérer le cas plus facile à aborder d'une machine ancienne, qui est l'anneau de Gramme.

2.4 Anneau de Gramme

L'intérêt de l'*anneau de Gramme* est de faciliter l'exposé d'un principe, même si cette machine est aujourd'hui inutilisée.

On considère 4 spires conductrices fermées, prises parmi un ensemble de spires disposées régulièrement sur un anneau, de telle sorte qu'elles soient traversées par les lignes de flux du champ créé dans un circuit magnétique de pôles \mathcal{N} et \mathcal{S} . La ligne CE correspond à l'axe des pôles. L'anneau tourne dans le sens indiqué par la vitesse de rotation N .



On rappelle que les lignes de force magnétique **sortent** par le pôle Nord \mathcal{N} et entrent par le pôle Sud \mathcal{S} .

On observe que la f.é.m. est maximale selon la ligne DF (spires parallèles à l'axe DF). Cette ligne est appelée ligne neutre.

Le tableau suivant récapitule les propriétés

des flux principaux et induits dans les 4 spires.

<i>quadrant</i>	<i>flux principal Φ</i>	<i>sens du flux induit φ</i>	<i>sens du courant induit</i>
CD	croît	contraire	1
DE	décroît	identique	2
EF	croît	contraire	2
FC	décroît	identique	1

On imagine maintenant non plus 4, mais n spires sur l'anneau. En outre, elles ne sont pas isolées les unes des autres, mais reliées en série selon une spirale fermée ; l'on recueille la tension induite développée dans le rotor au moyen de contacts glissants disposés à sa périphérie selon la ligne DF.

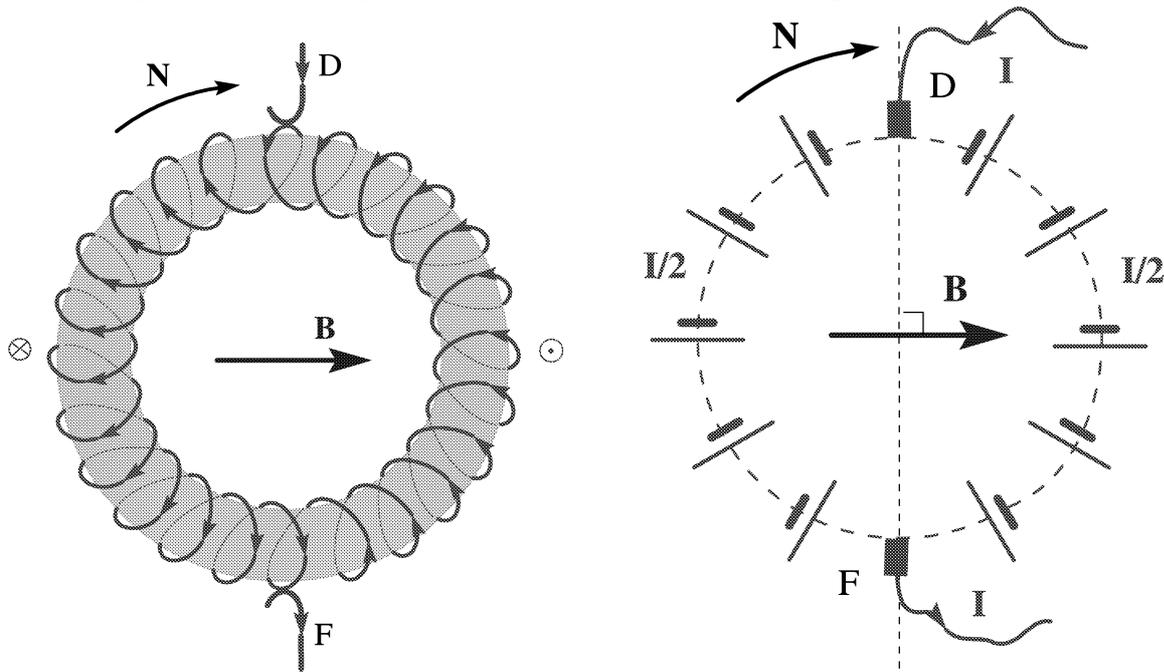
Il s'agit d'un dispositif parfaitement réversible, moteur ou générateur selon les sens des grandeurs imposées.

♦ circulation des courants

Si l'on injecte dans l'anneau immobile un courant I , celui-ci se répartit de façon égale entre les deux branches (enroulement uniforme). Les deux courants vont de D vers F mais avec des sens d'enroulement différents (figure de gauche). Si l'on donne à l'anneau une vitesse de rotation N , la circulation de ces courants n'est globalement pas modifiée.

Si l'on ajoute un champ transversal B , les forces s'exerçant sur les conducteurs situés de part et d'autre sont opposées, les couples correspondants s'ajoutent.

Les deux figures suivantes représentent une même situation (ici : générateur)



Chaque spire correspond à un générateur de tension élémentaire. Les f.é.m. des générateurs s'ajoutent selon deux branches chacune parcourue par la moitié du courant total I .

Le sens des courants dans les spires permet d'orienter les f.é.m. correspondantes, sachant qu'il s'agit de générateurs, et en appelant Φ le flux de l'un des pôles. Ce flux se divise en deux parties de valeur $\Phi/2$, l'une cheminant par le haut, et l'autre par le bas du circuit magnétique. Le temps de parcours d'une spire entre les points D et F est égal à $\delta t = 1 / 2N$

$$e_{DF} = n \frac{d\Phi}{dt} = n \frac{\delta\phi}{\delta t} = \frac{n}{2} \left[+\frac{\Phi}{2} - \left(-\frac{\Phi}{2}\right) \right] \cdot 2N$$

On voit que la tension recueillie est de la forme :

$$e_{DF} = n N \Phi$$

2.5 f.é.m. et couple d'une machine industrielle

On va maintenant considérer une constitution de machine plus réaliste, car susceptible de fournir des puissances importantes dans des conditions industrielles. On va la définir néanmoins de façon encore abstraite, les aspects importants de la technologie n'étant évoqués qu'ensuite.

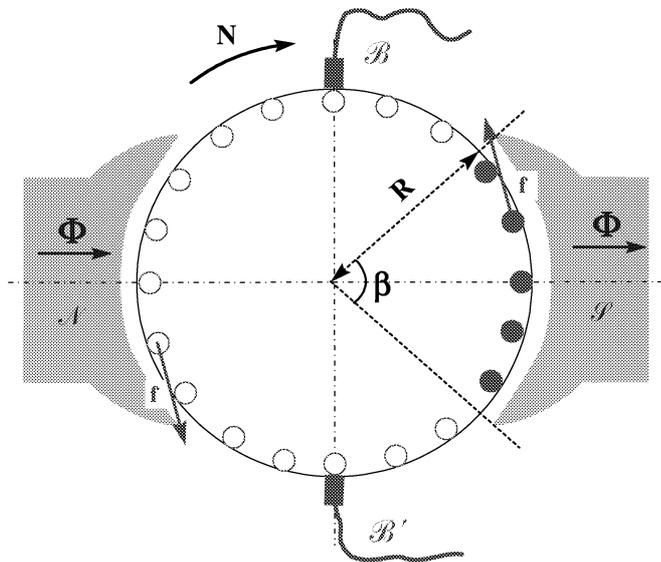
Soit donc un rotor cylindrique de rayon R comportant n conducteurs longitudinaux, répartis régulièrement à sa périphérie, et dont on supposera savoir recueillir le courant. Ce courant, induit lors de la rotation, résulte de la présence de deux pôles magnétiques proches du rotor selon la figure.

On appelle l la longueur des pôles et de la machine dans le sens axial.

Chaque conducteur rotorique correspond à un angle $\alpha = 2\pi/n$.

Les conducteurs placés sous un pôle à un instant donné sont au nombre de $n' = n \frac{\beta}{2\pi}$. La surface d'un pôle est $S = R\beta l$

L'induction sous un pôle est $B = \frac{\Phi}{R\beta l}$



a) calcul de la f.é.m. (ou de la f.c.é.m.)

Au cours d'un tour, de durée $\Delta t = 1/N$, un conducteur actif donné coupe 1 fois le flux $+\Phi$, et 1 fois le flux $-\Phi$. La variation totale de flux vue par un conducteur est $\Delta\Phi = \Phi - (-\Phi) = 2\Phi$.

La f.é.m. élémentaire produite par un conducteur est de $e = -\Delta\Phi/\Delta t = 2N\Phi$

Les conducteurs sont organisés en deux chaînes parallèles de $n/2$ conducteurs en série. La f.é.m. totale recueillie correspond à $n/2$ conducteurs :

$$E = \frac{n}{2} \cdot 2N\Phi = nN\Phi$$

b) calcul du couple

B est normal aux conducteurs en tout point de l'entrefer (matériaux magnétiques). La force de Laplace f qui s'exerce sur un conducteur placé sous un pôle est donc tangentielle au rotor. Son orientation est liée à celle du courant.

On tient compte du fait qu'il y a 2 pôles et que le courant se partage également entre les deux branches. La force f a pour valeur :

$$f = \frac{1}{2} I l B = \frac{1}{2} I \frac{\Phi}{R\beta}$$

Le couple unitaire γ correspondant a pour valeur :

$$\gamma = F R = \frac{1}{2} I \frac{\Phi}{\beta}$$

Le couple total sur l'ensemble des conducteurs simultanément soumis au champ d'induction sous un pôle est de

$$\Gamma = 2n'\gamma = \frac{n}{2\pi} I\Phi$$

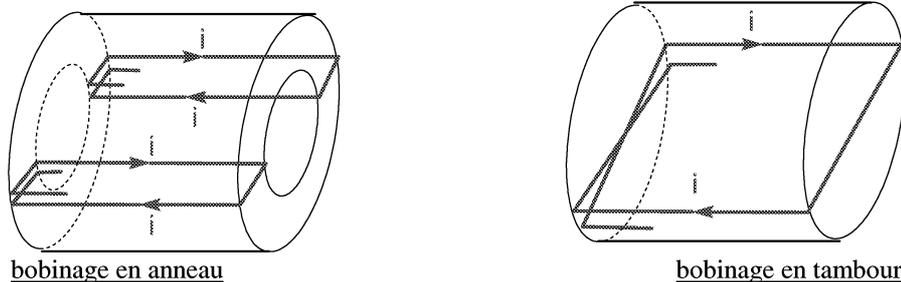
On voit que Γ est indépendant de β . Néanmoins, il est souhaitable que β soit le plus grand possible, de façon à offrir un passage maximal au flux, pour une induction B donnée.

3 ELEMENTS TECHNIQUES

3.1 Enroulements

Différents principes de bobinage des enroulements d'induit sont envisageables ; les deux principaux types sont le *bobinage en anneau*, et le *bobinage en tambour*.

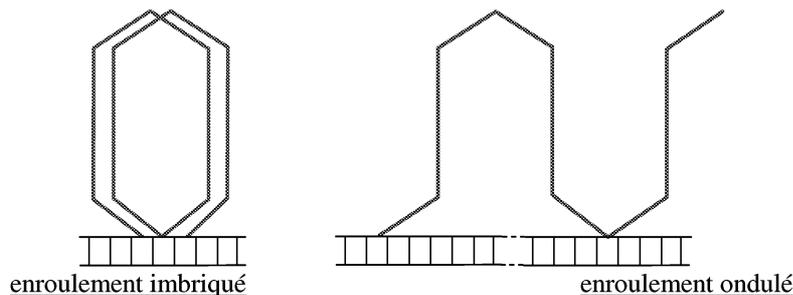
L'intérêt du bobinage en tambour est de supprimer les conducteurs de retour inutiles, ce qui est illustré par la figure suivante :



Le bobinage en tambour constitue la règle générale.

Une seconde alternative sur la constitution des enroulements concerne la façon de raccorder les conducteurs périphériques (d'un bobinage supposé en tambour). On distingue les enroulements *imbriqués* et les enroulements *ondulés*.

Cette distinction est explicitée par le schéma suivant du développement partiel d'un rotor qui montre comment les spires sont raccordées aux lames du collecteur de courant.

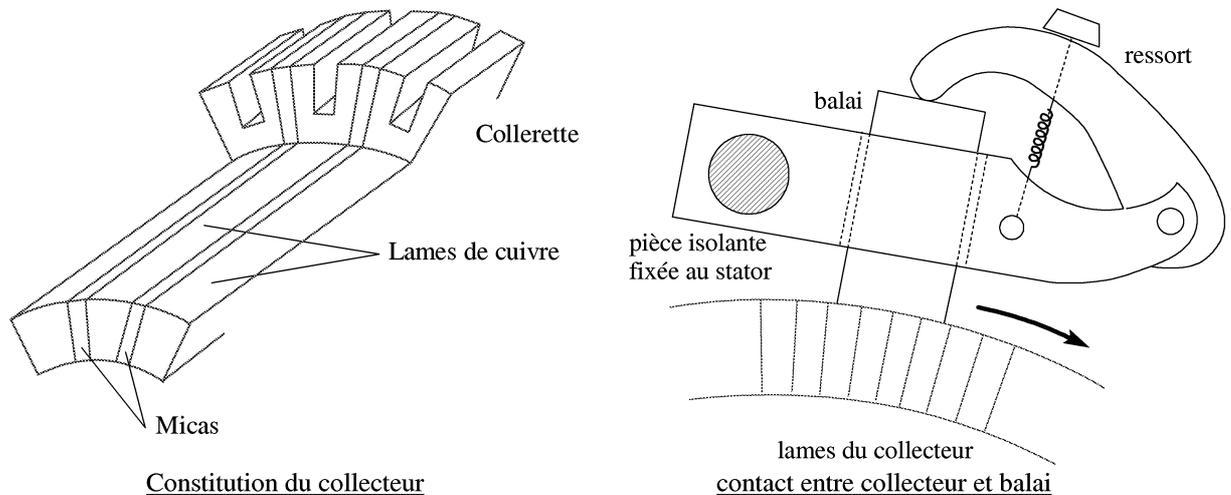


Pour produire une tension significative, il est nécessaire que les conducteurs actifs aient une longueur l suffisante.

Une autre technique est constituée par les moteurs discoïdes, où les conducteurs actifs sont radiaux sur un disque, et où le champ principal est colinéaire à l'axe du disque. Ce type de moteur présente l'intérêt d'une inertie mécanique très faible pour constituer des actionneurs d'automatismes.

3.2 Commutation

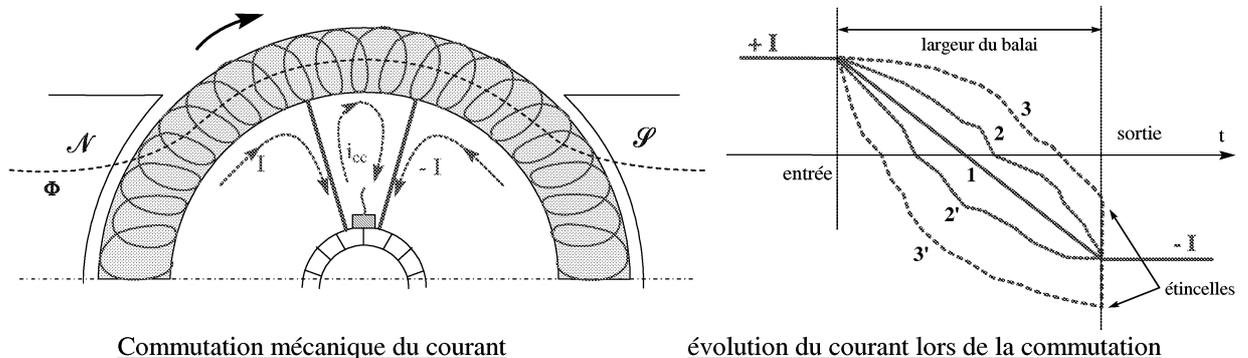
La liaison électrique entre l'induit, qui est mobile, et le stator de la machine, est assurée par un système de contacts glissants. Ce système est constitué par le *collecteur* et les *balais*. L'intérêt de disposer le collecteur à proximité de l'axe de rotation est de réduire les efforts centrifuges et la vitesse tangentielle aux contacts, d'où une minimisation de leur usure.



Les conducteurs rotoriques sont raccordés par soudage à la collerette ; les lames de mica assurent l'isolement entre éléments du collecteur.

Les figures suivantes mettent en évidence le fait qu'au moment du passage d'une lame de collecteur sous un balai, le sens du courant s'inverse, et ce de façon brutale. Ce phénomène constitue la **commutation**.

..



Un conducteur qui passe au niveau d'un balai voit son courant varier instantanément de $-I$ à $+I$. Un ordre de grandeur de la durée de la commutation peut être déterminé aisément

comme suit : si 100 lames passent à chaque tour à la vitesse courante de 3000 t/min, soit 20 ms pour un tour, cette durée est de 200 μ s, c'est-à-dire très courte.

Cet état de fait a plusieurs conséquences :

- du fait que les circuits de l'induit sont fortement inductifs, la commutation donne lieu à la production d'une tension transitoire e_t élevée, de valeur $e_t = L di/dt$. L'existence de ces tensions transitoires se traduit par des phénomènes d'étincelles préjudiciables à la durée de vie du collecteur et des balais.

- la commutation constitue aussi un frein à l'utilisation des machines à courant continu aux vitesses de rotation élevées.

Les courbes 1, 2, 2' correspondent à une commutation correcte, 3 et 3' à une production d'étincelles.

On observe que l'ensemble collecteur-balais joue le rôle d'un **redresseur** mécanique de courant, chaque conducteur de l'induit étant le siège d'une f.é.m. induite sinusoïdale, utilisée seulement sur une petite partie de la période.

Pour maîtriser les phénomènes liés à la commutation, on peut avoir recours à la technique dite de *décalage des balais*. Ce décalage consiste à modifier la position angulaire de la ligne des balais (diamètre portant les balais) par rapport à la ligne neutre.

3.3 Modes d'excitation

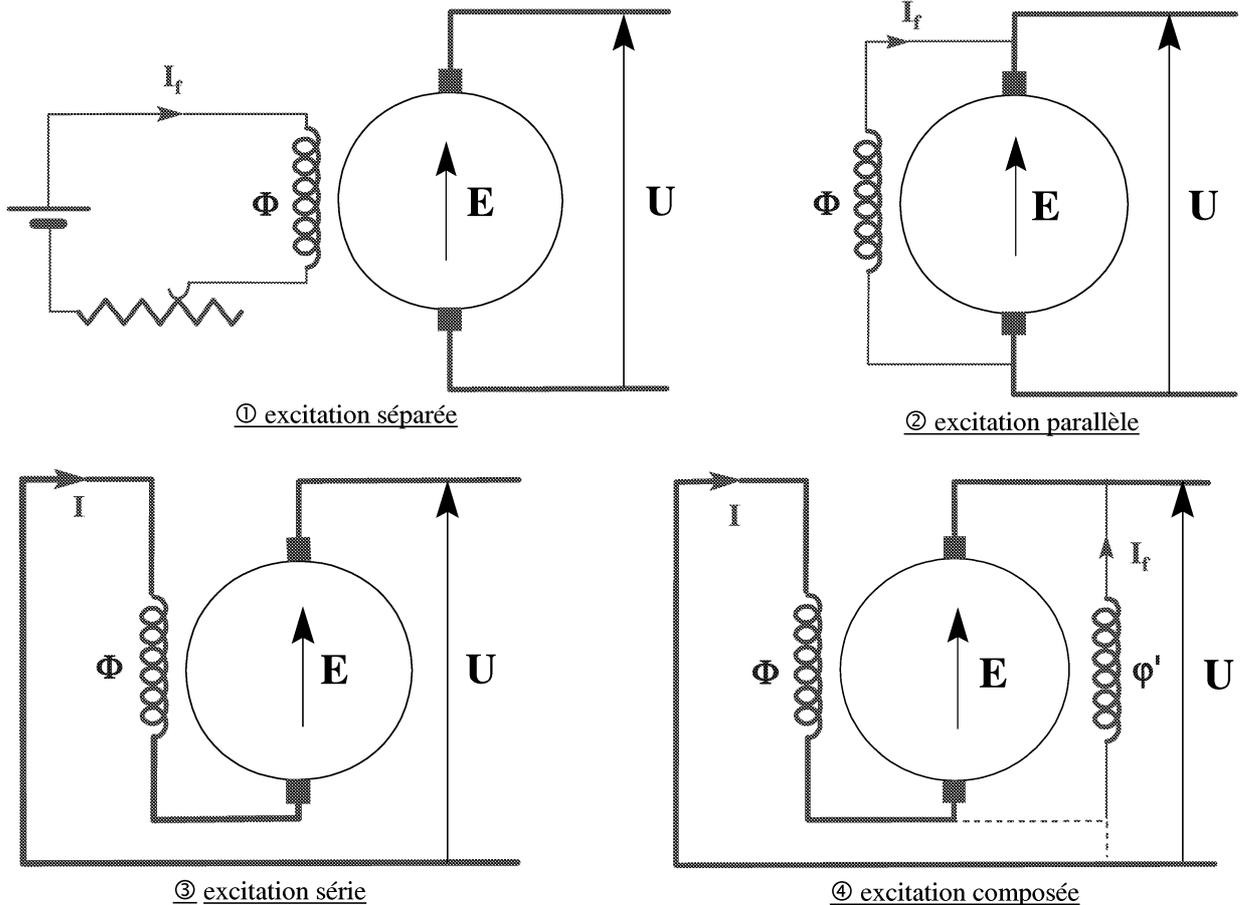
Les circuits de l'induit et de l'inducteur peuvent être connectés à la source électrique selon 4 modes différents. Ce sont :

- l'*excitation séparée*①
- l'*excitation série*②
- l'*excitation parallèle*③
- l'*excitation composée*④

Le comportement global de la machine, en particulier la caractéristique couple-vitesse, pour ne parler que du régime permanent, est fonction du mode d'excitation choisi.

Le mode ① est aujourd'hui le plus important ; il permet en effet de contrôler de façon complètement séparée I et Φ . Les possibilités de l'électronique actuelle, à la fois pour la commande et pour l'alimentation en puissance, permettent souvent d'éviter de recourir aux trois autres modes, où I et Φ sont nécessairement liés. Ces modes constituaient des principes extrêmement sommaires de régulation. Or, la souplesse des régulateurs existants permet de définir à volonté les caractéristiques de la réponse, et fait perdre une grande partie de l'intérêt des systèmes d'excitation complexes.

Les schémas électriques correspondant à ces 4 cas sont représentés ci-dessous :



L'**excitation séparée** ① est la solution qui donne la plus grande souplesse au niveau du réglage, mais elle suppose qu'on dispose de sources de tension réglables séparément pour les circuits induit et inducteur.

L'**excitation parallèle** (ou "shunt") ② est utilisée précisément lorsque le réglage séparé des tensions induit et inducteur n'est pas possible

L'**excitation série** ③ a deux intérêts :

- elle confère à la machine un comportement particulièrement bien adapté aux problèmes de la traction : lorsque la machine est à l'arrêt, la f.c.é.m. est nulle, le courant induit et le flux sont donc maximaux, d'où un démarrage facilité
- son utilisation en courant alternatif est possible (moteur dit universel)

L'**excitation composée** (ou "compound") ④ constitue une recherche de compromis entre les propriétés de l'excitation séparée et de l'excitation série. De plus, la composition peut être mise en œuvre soit de façon additive soit de façon soustractive, ce qui permet en particulier de corriger (voire de sur-corriger) l'effet de la réaction d'induit.

Cette machine est plus complexe, elle nécessite deux enroulements d'excitation.

On ne peut pas connecter indifféremment un moteur donné en excitation parallèle ou en excitation série. Les inducteurs sont en effet dimensionnés une fois pour toutes, en nombre de tours et en section de conducteurs, pour produire les ampères-tours du flux inducteur

avec un courant donné, initialement prévu (en règle générale nettement plus élevé pour l'excitation série).

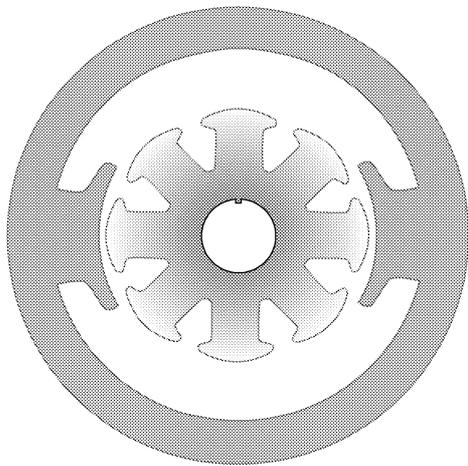
Enfin, si le schéma équivalent en régime statique d'une machine à courant continu peut être défini simplement à partir de sa résistance d'induit R et de sa f.é.m. E , en dynamique il est nécessaire de faire intervenir l'inductance de l'induit L , celle de l'inducteur l_f , la résistance de l'inducteur r_f , ce qui se traduit principalement par l'apparition des constantes de temps électriques rotorique $\tau_r = L/R$ et statorique $\tau_s = l_f / r_f$.

3.4 Machines multipolaires

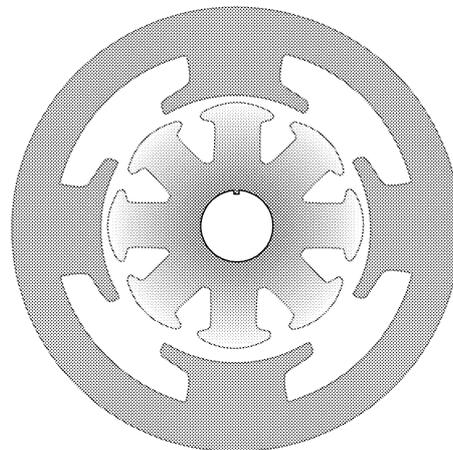
Le terme de machine "multipolaire", dans le domaine des machines à courant continu, fait référence à la conception de l'**inducteur**. Une machine à courant continu est généralement bipolaire, plus rarement quadripolaire. Si l'on a plusieurs paires de pôles, il faut recueillir - ou fournir - la tension au moyen d'une paire de balais par paire de pôles.

Une machine multipolaire est plus complexe, mais permet de fonctionner à des vitesses de rotation plus réduites ; elle conduit aussi à une meilleure utilisation de l'espace interne à la machine (*voir figure*).

Par ailleurs, rien ne s'oppose à ce que l'on ait un nombre **impair** d'enroulements à l'induit. Pour les très petites puissances, on trouve fréquemment un induit à 3 enroulements. Les figures suivantes décrivent respectivement les allures en coupe des circuits magnétiques de machine bipolaire et quadripolaire.



cas général : machine bipolaire



machine quadripolaire : circuit magnétique stator et rotor

On peut aussi faire usage, non pas de pôles principaux supplémentaires (comme dans une machine multipolaire), mais de pôles dits auxiliaires. Ces pôles, situés spatialement à 90° des pôles principaux, sont utilisés en général pour la compensation du phénomène de réaction d'induit.

3.5 Réaction d'induit

La réaction d'induit est un phénomène perturbateur qui résulte du passage d'un courant dans l'induit.

Cette réaction prend deux formes : résistive (chute de tension ohmique) et magnétique. On appelle **réaction totale** la somme des effets des deux réactions d'induit.

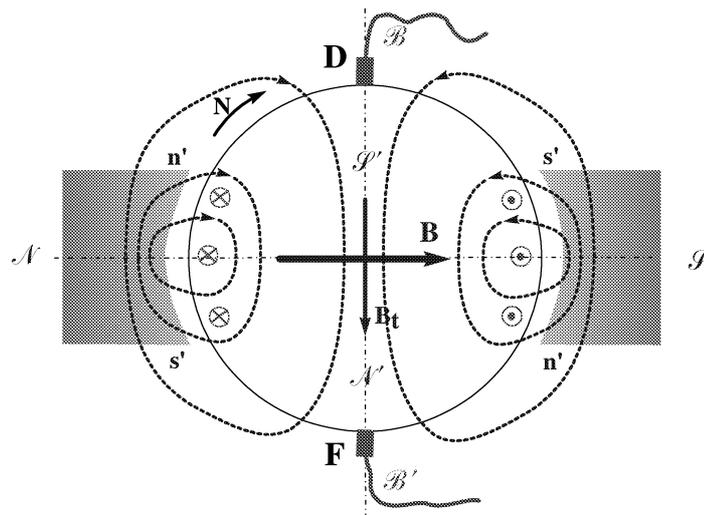
La *réaction magnétique* est due au fait que le courant qui circule dans l'induit produit des ampères-tours qui se composent avec ceux de l'inducteur. Elle peut être elle-même transversale ou longitudinale.

3.5.1 la réaction transversale

La réaction transversale crée un champ magnétique transversal B_t , c'est-à-dire orienté selon la ligne neutre DF.

Ce champ transversal, s'il existait seul, ferait apparaître des plages polaires \mathcal{N} et \mathcal{P} suivant DF, et donc des plages polaires n' et s' sur les extrémités, dites "cornes", des épanouissements polaires du circuit inducteur (*voir figure*)

En génératrice, la réaction transversale est démagnétisante sous les cornes d'entrée des pôles (correspondant ici à s') et magnétisante sous les cornes de sortie (correspondant ici à n'). Il n'y a pas compensation exacte des deux effets, dans la mesure où le matériau magnétique est saturable : la réaction magnétisante est plus faible que la réaction démagnétisante, d'où globalement une réduction du flux utile.



La conséquence de la composition du champ principal \vec{B} et du champ de réaction \vec{B}_t est une distorsion spatiale du champ résultant $\vec{B} + \vec{B}_t$. Les lignes d'induction semblent être entraînées, en fonction du sens du courant principal I :

- dans le sens de la rotation, si la machine est génératrice
- dans le sens inverse de la rotation, si la machine est motrice

Le changement du sens du courant dans les conducteurs actifs de l'induit ne se fait plus selon la ligne DF, mais selon une ligne inclinée D'F'. On voit que la position angulaire de celle-ci est variable, malheureusement, en fonction de la valeur de I .

Pour tenir compte de ce phénomène, on peut utiliser trois techniques de correction :

1) le décalage des balais : on incline la ligne des balais d'un angle δ correspondant approximativement au principal régime de marche de la machine. Si la machine est utilisée de façon réversible, les décalages en moteur et en génératrice devront donc être inverses.

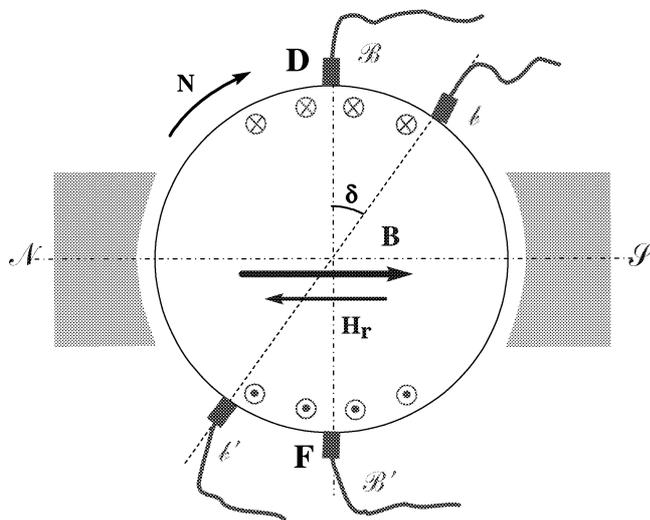
2) les pôles de commutation : on munit la machine de pôles auxiliaires orientés selon DF, et créant un champ antagoniste au champ de réaction d'induit

3) les enroulements de compensation : on ajoute au niveau des pôles principaux des conducteurs supplémentaires parcourus par le courant d'induit en sens inverse des conducteurs rotoriques qui leur sont opposés.

La mise en œuvre d'une de ces trois techniques conduit à la réalisation de machines dites compensées, c'est-à-dire ne présentant pas, vu de l'extérieur, le phénomène de réaction d'induit.

Enfin, pour les machines de petite puissance, on ne tient pas compte de la réaction d'induit.

3.5.2 la réaction longitudinale



La réaction longitudinale est une conséquence de la mise en œuvre de la technique de décalage des balais. Si l'on déplace la ligne des balais de BB' à bb', les f.é.m. des conducteurs intermédiaires (entre B et b, et entre B' et b') sont à déduire de la tension globale recueillie.

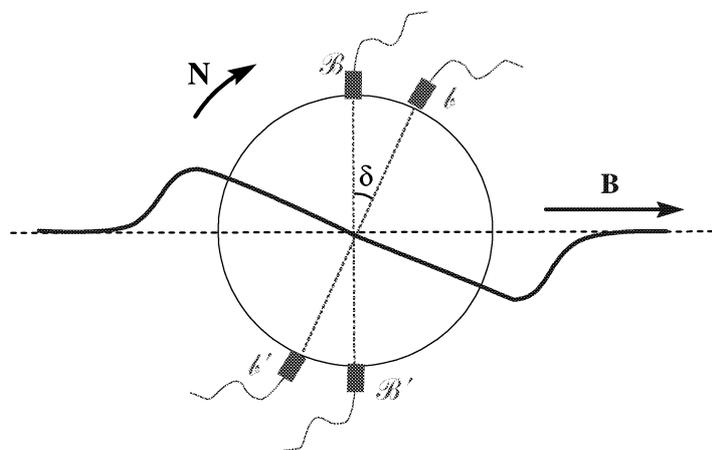
En génératrice, la réaction longitudinale est soustractive si l'angle de décalage angulaire δ de la ligne des balais est dans le sens de la rotation (et réciproquement). Il en va inversement pour le fonctionnement en moteur.

3.6 Effet d'un décalage angulaire des balais

Soit à déterminer quantitativement l'effet d'un tel décalage. On suppose les balais décalés d'un angle δ par rapport à la ligne neutre.

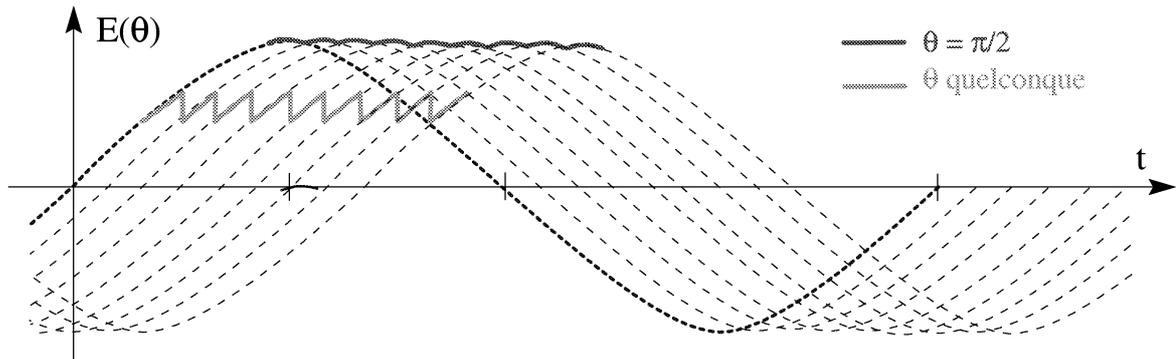
$$E_{bb'} = \int_{\delta}^{\pi+\delta} de = \frac{n\omega\Phi}{4\pi} \int_{\delta}^{\pi+\delta} \sin \theta d\theta$$

$$E_{bb'} = \frac{n\omega\Phi}{4\pi} [-\cos \theta]_{\delta}^{\pi+\delta} = Nn\Phi \cos \delta$$



Dans la pratique, les balais peuvent être matériellement décalés par rapport à la ligne neutre tout en prélevant néanmoins le courant sur celle-ci ; par ailleurs, ils peuvent être véritablement décalés, pour suivre cette ligne neutre (et donc tenir compte de la réaction d'induit).

En fonction de la position θ adoptée pour la ligne des balais, la forme du signal de tension induite, et donc la valeur moyenne de la f.é.m. aux bornes de la machine varie. Ceci apparaît sur la figure ci-dessous, pour une valeur quelconque de θ , et pour $\theta = \pi/2$. On peut noter la similitude de ces courbes avec celles qui sont obtenues par une commutation électronique, au moyen d'un pont redresseur à interrupteurs commandables en phase.



4 FONCTIONNEMENT EN MOTEUR

On va établir un modèle simplifié du fonctionnement en moteur, dans lequel on ne tient pas compte de la réaction d'induit. On prend $\theta_0 = \pi/2$ comme position de la ligne des balais.

4.1 Equations générales

Les caractéristiques mécaniques s'expriment en fonction des paramètres vitesse N et couple Γ . Les paramètres de commande disponibles sont la tension U aux bornes de l'induit et le courant d'excitation I_f qui détermine le flux inducteur Φ .

On appelle I le courant d'induit, R la résistance de l'induit, n le nombre de conducteurs actifs de l'induit, θ_0 la position angulaire de la ligne des balais

$E(\theta_0) = n N \Phi \sin(\theta_0)$	$U = E(\theta_0) + R I = E + R I$	$\Gamma = \frac{n}{2\pi} \Phi I \sin(\theta_0)$
---	-----------------------------------	---

Il s'ensuit pour $\theta_0 = \pi/2$ (cas le plus courant) :

$N = \frac{E}{n\Phi}$	$I = \frac{U - E}{R}$	$\Gamma = \frac{n}{2\pi} \Phi I$
-----------------------	-----------------------	----------------------------------

On voit que le couple est indépendant de la vitesse, ou qu'au moins il n'en dépend pas explicitement. Par ailleurs, la puissance absorbée par l'induit est $P_a = U I$, et la puissance restituée est $P_u = E I$.

Si l'on simplifie encore davantage en supposant la résistance de l'induit négligeable, on a :
 $U = E = n N \Phi$ ($\equiv P_a = P_u$), le modèle se réduit à :

$N = \frac{U}{n\Phi}$	$I = \frac{U}{R}$	$\Gamma = \frac{n}{2\pi} \Phi I$
-----------------------	-------------------	----------------------------------

On observe que couple et vitesse peuvent être commandés séparément au moyen des deux grandeurs : flux d'inducteur Φ et tension d'induit U , au travers de relations linéaires. Cette souplesse est un avantage majeur du moteur à courant continu, que l'on s'efforcera de recréer avec les autres techniques de moteur (par exemple avec la machine synchrone autopilotée). Contrôler séparément les deux grandeurs N et Γ est en effet l'objectif de tout concepteur d'entraînements mécaniques.

Dans la réalité, la résistance de l'induit perturbe un peu ce modèle, ainsi que la non linéarité des propriétés magnétiques de la machine. Il reste cependant aisé de contrôler séparément les deux grandeurs mécaniques.

Le flux inducteur Φ résulte en effet du courant inducteur I_f :

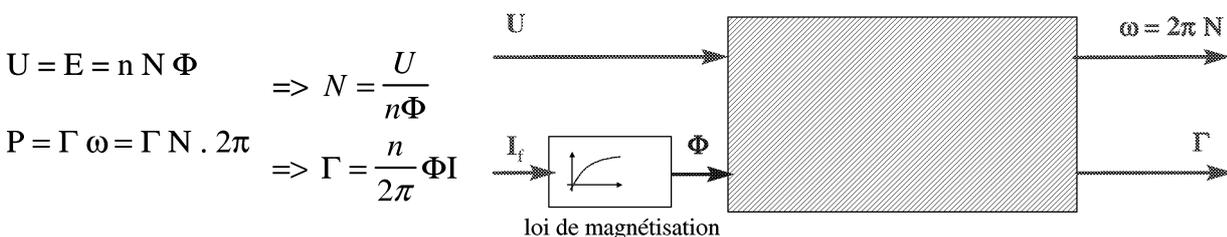
- soit proportionnellement en régime linéaire,

$$\Phi = k I_f$$

- soit selon une loi donnée si l'on est en régime saturé

$$\Phi = f(I_f)$$

D'où le schéma :



4.2 Régulation de vitesse

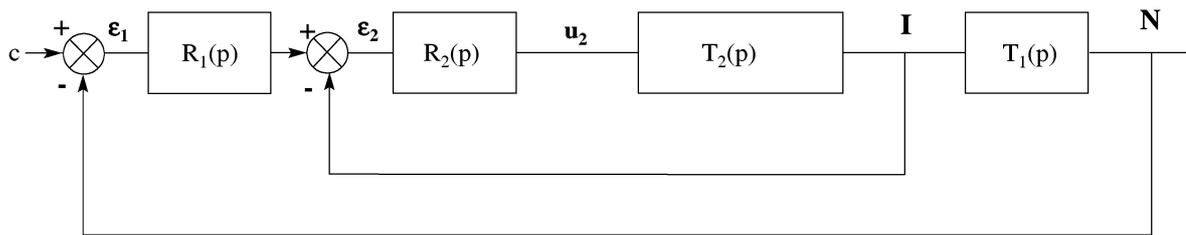
La forme explicite des équations reliant les principales grandeurs représentatives du fonctionnement d'une machine à courant continu : U , I , Φ , N , Γ , rendent particulièrement attractive la mise en œuvre d'une régulation de la vitesse. Les deux variables N et Γ peuvent être pilotées avec précision. De ce fait, les machines à courant continu demeurent très utilisées en conception d'automatismes.

La forme la plus couramment adoptée pour cette régulation est une régulation à deux boucles imbriquées, dite en cascade, figurée par le diagramme suivant.

Comme dans toute régulation en cascade, il est nécessaire que la boucle interne soit notablement plus rapide que la boucle externe.

A cette condition, les avantages essentiels d'une régulation en cascade sont :

- performance de régulation globalement meilleures qu'avec une seule boucle
- régime transitoire plus rapide
- effet des perturbations du processus intermédiaire moins sensible sur la boucle principale.



Dans l'application de la configuration ci-dessus au cas d'une machine à courant continu, la grandeur principale à contrôler est la vitesse N . Elle fait l'objet de la boucle externe. La grandeur intermédiaire est le courant d'induit I , à laquelle on peut appliquer une consigne de valeur limite, de façon à toujours travailler à couple Γ maximal lors des changements de régime.

Si l'on appelle J l'inertie tournante du moteur, R et L respectivement la résistance et l'inductance de l'induit, les transmittances intervenant dans les deux processus interne et externe ont pour expressions :

$$T_1(p) = \frac{N}{I} = \frac{K_c}{Jp + f} \qquad T_2(p) = \frac{I}{u_2} = \frac{Jp + f}{K_c K_e + (Jp + f)(R + Lp)}$$

4.3 montages utilisés

Les quatre montages fondamentaux d'excitation précédemment décrits sont envisageables pour une utilisation en moteur. S'il n'y a pas de risque d'absence d'amorçage, cela ne veut pas dire que le sens de branchement de l'inducteur soit indifférent : il détermine le sens de la vitesse de rotation.

4.4 caractéristiques

Les courbes caractéristiques du fonctionnement peuvent être tracées pour un ensemble de combinaisons des paramètres précédents (U, I, N, Γ, I_f) en fonction du montage retenu.

Les plus utiles sont les suivantes :

		<i>paramètres constants</i>
1) la caractéristique à vide (magnétique)	$E = f(I_f)$	$N, I = 0$
2) la caractéristique électrique en charge	$U = f(I)$	N, I_f
3) la caractéristique à courant constant	$U = f(I_f)$	N, I
4) la caractéristique dite de réglage	$I = f(I_f)$	N, U
5) la caractéristique électromécanique de vitesse	$N = f(I)$	U
6) la caractéristique électromécanique de couple	$\Gamma = f(I)$	U, N
7) la caractéristique naturelle	$\Gamma = f(N)$	U

La caractéristique dite naturelle est la plus significative pour la conception d'applications.

4.5 Moteur avec excitation séparée

Dans le cas le plus général, la machine comporte $n_p = 1$ paires de pôles à l'inducteur, et $n_v = 1$ paires de voies d'enroulement à l'induit. Les équations caractéristiques, tenant compte des pertes résistives de l'induit (de résistance R), sont :

$$\Gamma = \frac{EI}{2\pi N} = k_1 \Phi I \qquad N = \frac{1}{k_2 \Phi} (U - RI)$$

Les coefficients de proportionnalité k_1 et k_2 , entre le flux Φ et, respectivement, le couple Γ et la vitesse N , sont fonction de la disposition de l'enroulement (n_p, n_v).

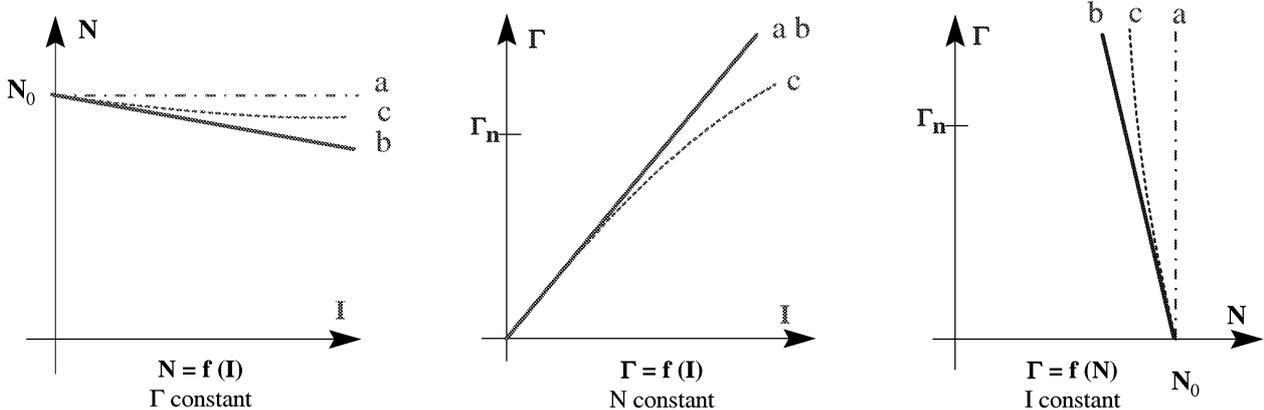
Le couple Γ est proportionnel au courant I et au flux Φ , et la vitesse N est inversement proportionnelle au flux Φ .

Dans le cas le plus usuel, celui de la machine bipolaire, avec $n_p = 1$ et $n_v = 1$, les équations et les courbes associées sont les suivantes :

$$N = \frac{1}{n\Phi} (U - RI)$$

$$\Gamma = \frac{EI}{2\pi N} = \frac{n}{2\pi} \Phi I$$

$$\Gamma(N) = \frac{n}{2\pi} \Phi \frac{U - nN\Phi}{R}$$



Comportement mécanique du moteur à excitation séparée avec $R = 0$ (a), sans réaction d'induit (b), et avec réaction d'induit (c)

Les courbes font apparaître l'effet éventuel de la réaction d'induit.

Les équations du moteur à excitation séparée, représentées par ces courbes, traduisent le comportement suivant :

a) moteur idéalisé ($R = 0$) ; la f.é.m. est constante, donc aussi le produit $N\Phi$; la vitesse est indépendante de la charge, la courbe de couple en fonction du courant est une proportionnalité parfaite (à la réaction d'induit près, ce n'est pas I qui crée le champ inducteur, donc Γ n'est pas influencé par la saturation). Le couple est indépendant de la vitesse N .

b) moteur à induit résistif : il y a une chute de f.é.m., donc de vitesse, qui croît linéairement avec la charge du moteur ; la vitesse décroît linéairement avec la charge du fait des pertes Joule ; la courbe de couple en fonction du courant est inchangée.

c) moteur présentant un effet de réaction d'induit : on observe que l'effet de cette réaction est de stabiliser la vitesse à charge élevée, du fait de la constance du produit $N\Phi$: la

réaction réduit le flux principal, donc concourt à compenser l'augmentation de charge par une augmentation de la vitesse.

Globalement donc, le moteur à excitation séparée présente une faible sensibilité de la vitesse à la charge. On retrouve cette caractéristique avec le moteur à excitation parallèle, ainsi qu'avec le moteur à excitation composée si son taux d'excitation en série est faible.

On pourra définir aisément la vitesse N à partir du flux inducteur Φ , puis le couple Γ en fonction du courant induit I .

On note que la relation $N(\Phi)$ est hyperbolique : il y a un risque d'emballement si le moteur est excessivement "défluxé".

4.6 Moteur avec excitation série

Dans le cas de ce moteur, les variables N et Γ ne sont plus indépendantes. Une partie des courbes caractéristiques décrites pour le moteur à excitation séparée n'ont plus lieu d'être établies.

On doit considérer séparément les cas de fonctionnement en saturé et en non saturé.

4.6.1 cas non saturé

On a pour équations

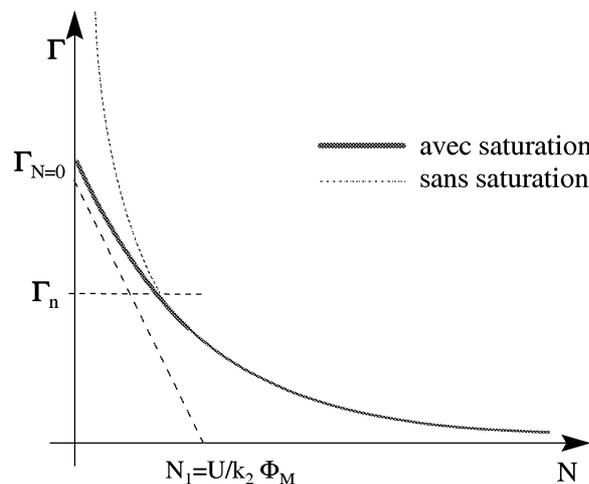
$$\begin{aligned}\Phi &= k I \\ \Gamma &= k I \cdot k_1 I = k k_1 I^2 \\ N &= \frac{U - RI}{k_2 k I}\end{aligned}$$

4.6.2 cas saturé

En saturé, on suppose le flux pratiquement constant (Φ_M). L'asymptote est alors une droite de pente fortement négative

$$\begin{aligned}\Phi &= \Phi_M \quad \forall I \\ \Gamma &= k_1 \Phi_M I \\ N &= \frac{U - RI}{k_2 \Phi_M}\end{aligned}$$

La synthèse des deux situations apparaît sur la courbe suivante :



$\Gamma(N)$ a une allure hyperbolique entre 0 et Γ_n (non saturé)

On remarque que

$$\text{si } \Gamma \rightarrow 0, \quad N \rightarrow \infty$$

ce qui signifie que le moteur est sujet à l'emballement à vide.

Pour $N = 0$, on a un couple très élevé, associé à un courant lui aussi très élevé :

$$I_{N=0} = \frac{U}{R} \Rightarrow \Gamma_{N=0} = \frac{k_1 \Phi_M U}{R}$$

Ce couple est le couple de démarrage. Cette propriété est mise à profit dans les applications de traction.

4.7 Démarrage

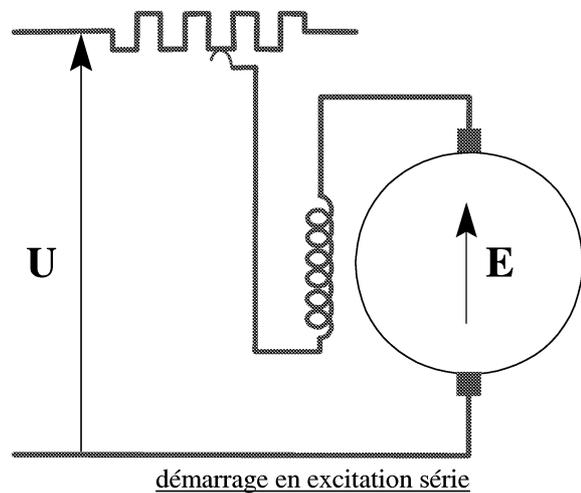
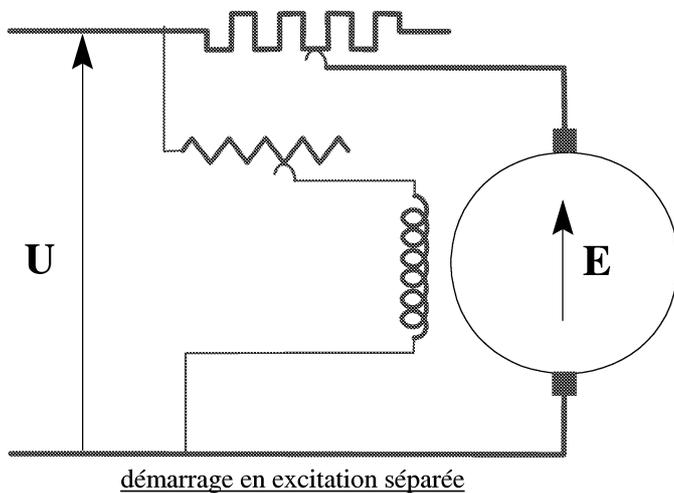
L'équation :

$$N = \frac{U - RI}{k\Phi}$$

montre que pour $N = 0$ $I \approx \frac{U}{R}$

Il n'est en général pas possible de démarrer avec la pleine tension aux bornes d'un moteur, pour éviter un courant excessif.

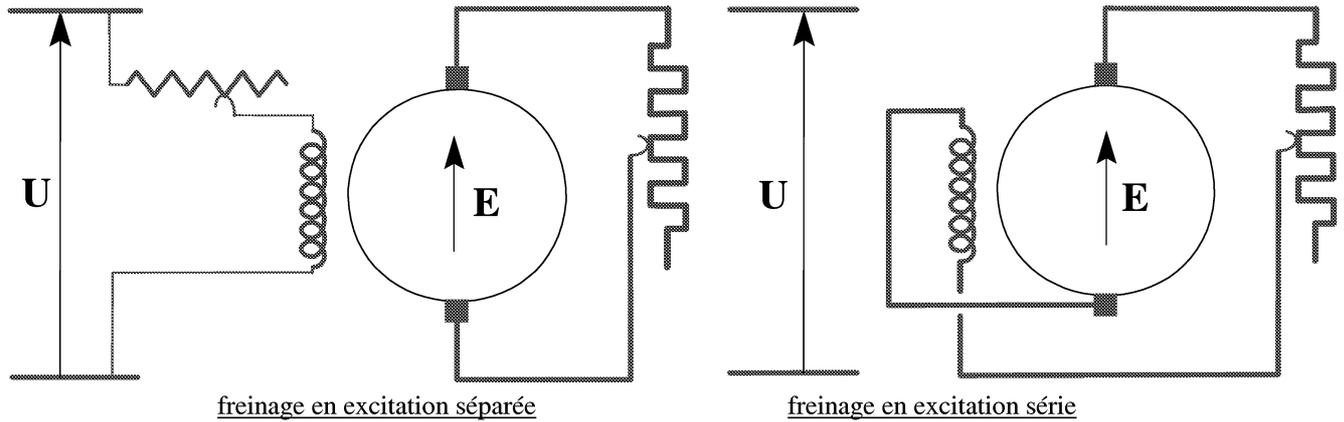
On met en œuvre les montages suivants :



4.8 Freinage et récupération

4.8.1 freinage

L'énergie cinétique d'une machine à courant continu lancée à la vitesse N (donc produisant une f.é.m. E) peut être dissipée au moyen d'une charge résistive placée aux bornes de l'induit :

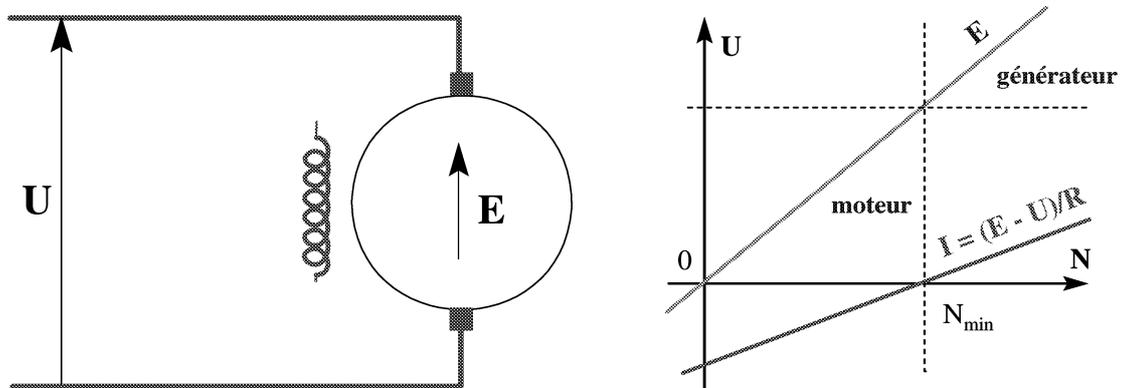


Dans tous les cas, il est nécessaire de maintenir la machine excitée.

L'inversion aux bornes de l'inducteur d'un moteur série est nécessaire pour respecter la condition dite d'*amorçage*, rencontrée également dans l'utilisation de la machine en génératrice série. Cette condition est que le flux supplémentaire, produit par la rotation de la machine et l'augmentation associée du courant, doit venir s'ajouter et non se retrancher du flux rémanent.

4.8.2 récupération

Dans le cas de la *récupération*, l'énergie cinétique reconvertie est renvoyée sur le réseau d'alimentation ou vers une autre source de tension (de valeur U)



On constate qu'il faut $E > U$: cette condition n'est plus réalisée en dessous d'une certaine vitesse N_{\min} et la machine connectée à la source U redevient moteur. Ce fonctionnement peut donc s'avérer plus aléatoire que le freinage pur et simple.

4.9 Rendement

Le rendement est déterminé pour une vitesse de rotation donnée N par :

$$\eta = \frac{P_m}{UI} = \frac{P_m}{P_m + p_v + RI^2}$$

où P_m est la puissance mécanique restituée et p_v les pertes dites à vide.

Par convention, on appelle puissance d'un moteur à courant continu la puissance de son induit, mais le calcul du rendement doit tenir compte de la consommation de puissance électrique de l'inducteur.

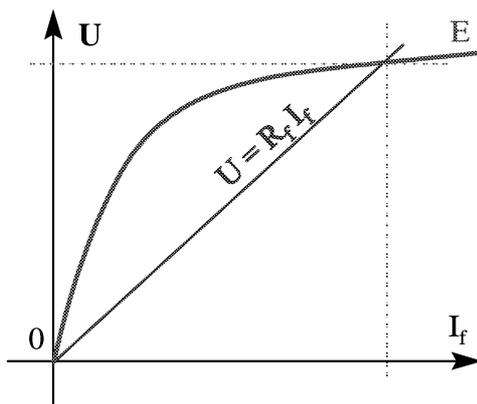
Les pertes à vide sont constituées par la somme des pertes mécaniques (frottements, roulement, ventilation) et des pertes magnétiques. Elles sont considérées comme constantes pour une vitesse de rotation et une f.é.m. donnée, d'où leur nom, qui explicite la façon dont elles sont déterminées.

5 FONCTIONNEMENT EN GENERATRICE

Ce fonctionnement est aujourd'hui assez largement abandonné au profit des ensembles alternateur et redresseur. Il demeure quelques applications, mais surtout l'application de freinage réversible (récupération).

Les propriétés magnétiques des matériaux utilisés pour le circuit magnétique (saturation et hystérésis) interviennent bien entendu, que la machine soit utilisée comme moteur ou comme génératrice, mais il est spécialement important de tenir compte de ces effets dans le fonctionnement en génératrice.

5.1 Effet de la saturation



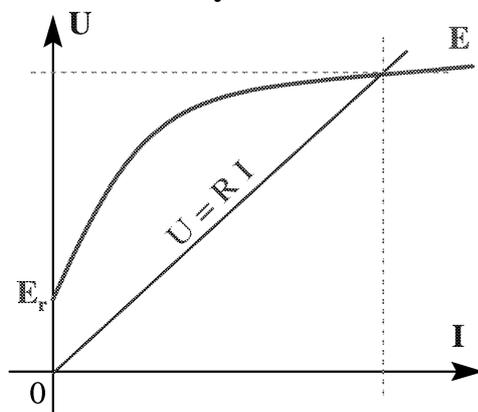
Caractéristique à vide et détermination du point de fonctionnement

L'effet de la **saturation** est de donner à la caractéristique à vide de la machine (f.é.m. fonction du courant d'excitation à vitesse fixe) l'allure de la courbe ci-dessous. Si la machine est utilisée en génératrice à excitation parallèle, le point de fonctionnement sera déterminé par intersection de la caractéristique à vide et de la droite dite de l'inducteur, d'équation :

$$U = R_f \cdot I_f$$

où R_f est la résistance de l'enroulement inducteur.

5.2 effet de l'hystérésis



Caractéristique en charge (amorçage d'une génératrice série)

L'effet de l'**hystérésis** est l'existence d'une faible tension rémanente en rotation et en l'absence d'excitation. Cette tension rémanente n'est pas constante, mais fonction de l'utilisation antérieure de la machine. La tension rémanente n'est pas importante pour la génératrice à excitation parallèle ou séparée, mais elle crée une contrainte à l'amorçage dans l'utilisation en génératrice série.

En effet, le flux initial doit être de même sens que le flux rémanent ; il peut s'avérer éventuellement nécessaire d'inverser le branchement de l'inducteur pour amorcer, voire lorsque cela est admissible, de changer le sens de rotation.

6 MOTEUR MONOPHASE A COLLECTEUR

Si l'on alimente un moteur à collecteur non plus à partir d'un réseau continu, mais avec un réseau alternatif de pulsation ω , les courants dans les circuits sont déterminés par :

$$I_f = \frac{U_f}{Z_f} = \frac{U_f}{R_f + jL_f\omega}$$

$$I = \frac{U - E}{Z} = \frac{U - E}{R + jL\omega}$$

Les grandeurs continues U , I et Φ deviennent respectivement :

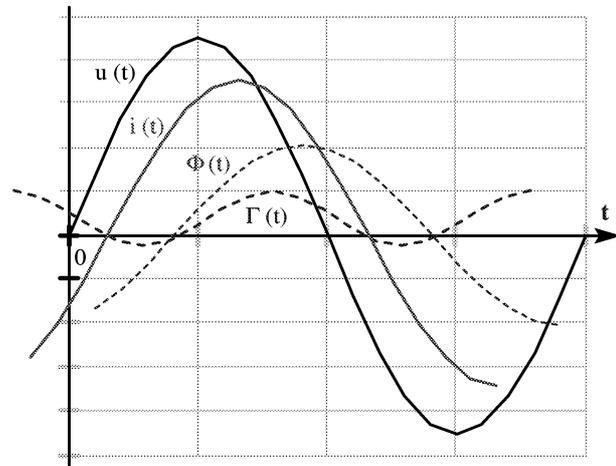
$$u(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = I_0 \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$\Phi(t) = \Phi_0 \sin(\omega t + \varphi_\Phi)$$

Le flux inducteur Φ et le courant induit i sont des grandeurs sinusoïdales ayant des déphasages non égaux φ_i et φ_Φ , en fonction des impédances respectives des circuits inducteur et induit.

On constate qu'en règle générale le couple électromagnétique Γ



$$\Gamma(t) = \frac{n}{2\pi} i(t) \cdot \Phi(t)$$

n'a pas une valeur constamment positive, ce qui signifie qu'il est tantôt moteur, tantôt résistant.

La seule configuration de machine à collecteur qui peut fonctionner en moteur en courant alternatif est donc le moteur **série**. En effet, le couple est de la forme :

$$\Gamma = k k_1 i^2(t)$$

Le sens du couple est donc le même à tout instant.

Le courant circulant dans l'inducteur étant alternatif, il est nécessaire, par comparaison à un moteur série conventionnel, de feuilletter le circuit magnétique de l'inducteur pour limiter les pertes fer par courants de Foucault.

Un moteur ainsi constitué est qualifié de *moteur universel*, puisqu'il peut accepter aussi bien une alimentation continue qu'alternative. Il est fréquemment utilisé dans le domaine de l'appareillage de petite puissance destiné à l'outillage ou à l'équipement ménager.

7 MODELISATION EN REGIME NON PERMANENT

L'objet de cette modélisation est de permettre de disposer, pour les différents types de machine tournante, et au moyen de transformations matricielles, d'une représentation valide du comportement de ces machines lors de régimes variables ou transitoires.

Les deux principales utilisations de ces modèles sont :

- l'analyse du comportement des machines elles-mêmes, de leur stabilité, de leur tenue en présence de ces régimes ; il s'agit alors de leur dimensionnement
- l'étude de leur régulation.

La mise en œuvre de cette modélisation permet d'étudier de façon très comparable les trois types de machine le plus usuels : machine à courant continu, machine synchrone, et machine asynchrone. Elle va être ici décrite pour le cas de la machine à courant continu.

7.1 principe

Un premier aspect de cette modélisation consiste à ramener toutes les grandeurs électriques et magnétiques du stator et du rotor d'une machine dans un repère unique. On attribue en général aux axes de ce repère les indices d (pour axe direct) et q (pour axe en quadrature).

On rappelle que le flux dit d'enroulement correspond pour un bobinage au flux à travers une spire multiplié par nombre de spires. Les flux considérés ici seront toujours les flux d'enroulement.

Les relations entre les différents courants inducteurs et induits d'une machine peuvent s'exprimer globalement au moyen d'une relation matricielle faisant intervenir la matrice des inductances mutuelles [M].

Lors de la rotation d'une machine, deux sortes de f.é.m. interviennent :

- les f.é.m. dites *de rotation* : elles sont dues à la variation de la matrice [M]. Certaines des inductances mutuelles mises en jeu sont fonction de la position angulaire du rotor, c'est à dire des positions relatives des enroulements stator et rotor.

- les f.é.m. dites *de transformation* : elles sont dues à la variation temporelle des intensités

$$E = -\frac{d}{dt}(\Phi) = M \frac{d}{dt}(I) + I \frac{d}{dt}(M) = E_r + E_t$$

7.2 Application à la machine à courant continu

Pour décrire le cas d'une machine à courant continu, on va considérer initialement une configuration très générale, que l'on simplifiera ensuite par identification des valeurs des paramètres, pour se ramener à la configuration la plus courante de ces machines.

Plus précisément, on attribue initialement à cette machine :

- deux paires de pôles, d'axes O_d , O_q orthogonaux
- deux paires de balais diamétraux, positionnés par les angles polaires quelconques θ_1 et θ_2 , comptés à partir de O_d

On se ramènera ensuite à une paire de pôles et une paire de balais situés selon la ligne neutre.

Chaque paire de pôles crée un champ permanent à partir des courants I_f , I_g . Les enroulements correspondants sont disposés selon les axes d et q.

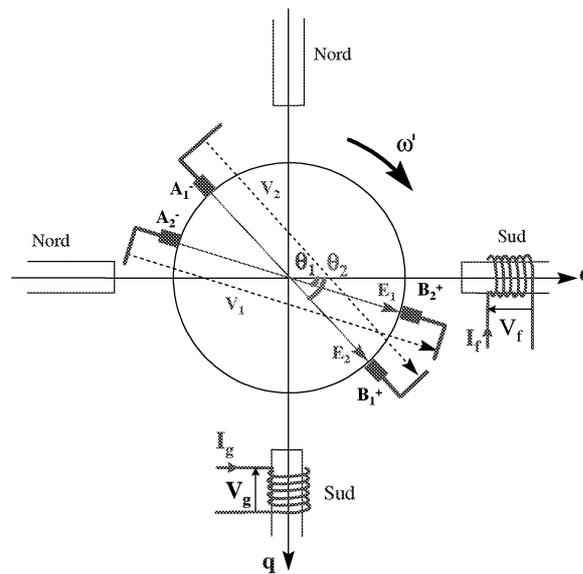
On adopte sur les éléments de la matrice [M] les hypothèses suivantes :

- $L_1 = L_2 = L = \text{constante}$
- $M_{fg} = 0$
- M_{f1} , M_{f2} , M_{g1} , M_{g2} , et M_{12} sont à variation sinusoïdale, de maxima respectifs M_{fd} , M_{fd} , M_{gq} , M_{gq} , et L .

L'inductance mutuelle entre un enroulement d'indice j et un enroulement d'indice k est supposée à variation sinusoïdale selon la loi :

$$\mathcal{M}_{jk} = M_{jk} \cos(\theta_j - \theta_k)$$

Les tensions recueillies entre les deux paires de balais (A_1 , B_1) et (A_2 , B_2) ont pour valeurs V_1 et V_2 , et sont associées aux f.é.m. E_1 et E_2 .



7.2.1 relations entre les flux et les courants

Globalement, les relations entre les flux et les courants s'expriment par la relation matricielle

$$\begin{bmatrix} \Phi_f \\ \Phi_g \\ \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f & 0 & M_{fd} \cos(\theta_f - \theta_1) & M_{fd} \cos(\theta_f - \theta_2) \\ 0 & L_g & M_{gq} \cos(\theta_g - \theta_1) & M_{gq} \cos(\theta_g - \theta_2) \\ M_{fd} \cos(\theta_1 - \theta_f) & M_{gq} \cos(\theta_1 - \theta_g) & L & L \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ M_{fd} \cos(\theta_2 - \theta_f) & M_{gq} \cos(\theta_2 - \theta_g) & L \cos(\theta_2 - \theta_1) & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f \\ I_g \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

On note que les inductances mutuelles entre les enroulements inducteurs sont prises nulles.

7.2.2 relations entre les flux et les tensions

Les tensions induites dans chaque enroulement sont déduites de la variation globale des flux associés

$$E_i = -\frac{d\Phi_i}{dt} \quad \text{pour } i = f, g, 1, 2$$

7.2.3 f.é.m. de rotation

Les f.é.m. de rotation sont écrites en explicitant la valeur des inductances mutuelles pour une position donnée du rotor en appelant ω' la vitesse de rotation :

On substitue dans l'équation matricielle suivante ω' aux termes $\frac{d}{dt}\theta_1$ et $\frac{d}{dt}\theta_2$:

$$\begin{bmatrix} E_{fr} \\ E_{gr} \\ E_{1r} \\ E_{2r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{fd}\omega'\sin(\theta_1 - \theta_f) & M_{gq}\omega'\sin(\theta_1 - \theta_g) & 0 & L\omega'\sin(\theta_1 - \theta_2) \\ M_{fd}\omega'\sin(\theta_2 - \theta_f) & M_{gq}\omega'\sin(\theta_2 - \theta_g) & L\omega'\sin(\theta_2 - \theta_1) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f \\ I_g \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Ces équations une fois écrites sous leur forme la plus générale, il est possible de remplacer θ_1 et θ_2 par leurs valeurs usuelles,

$$\theta_1 = 0 \quad \theta_2 = \pi/2 \quad (\theta_f = 0 \quad \theta_g = \pi/2)$$

d'où une simplification :

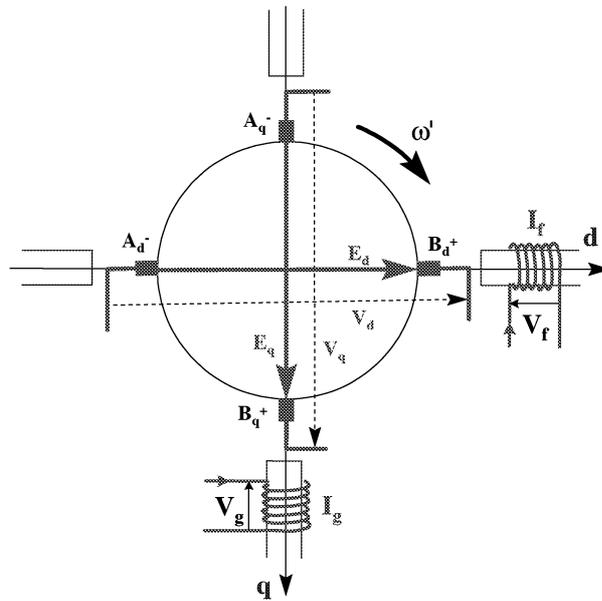
$$\begin{aligned} E_{fr} &= 0 \\ E_{gr} &= 0 \\ E_{dr} &= -M_{gq}\omega' I_g - L\omega' I_q \\ E_{qr} &= M_{fd}\omega' I_f + L\omega' I_d \end{aligned}$$

7.2.4 f.é.m. de transformation

Les f.é.m. de transformation s'obtiennent, dans la relation entre les flux et les courants, en dérivant par rapport au temps et en changeant de signe :

$$\begin{cases} E_{ft} = -L_f \frac{dI_f}{dt} - M_{fd} \frac{dI_d}{dt} \\ E_{gt} = -L_g \frac{dI_g}{dt} - M_{gq} \frac{dI_q}{dt} \\ E_{dt} = -M_{fd} \frac{dI_f}{dt} - L \frac{dI_d}{dt} \\ E_{qt} = -M_{gq} \frac{dI_g}{dt} - L \frac{dI_q}{dt} \end{cases}$$

La figure suivante met en évidence les valeurs particulières adoptées pour θ_1 et θ_2 :



7.2.5 équations électriques

Pour compléter l'écriture du système, on appelle R_a la résistance d'un enroulement de l'induit

$$\begin{aligned} V_f &= R_f I_f - E_f = R_f I_f - E_{fr} - E_{ft} \\ V_g &= R_g I_g - E_g = R_g I_g - E_{gr} - E_{gt} \\ V_d &= -R_a I_d + E_d = -R_a I_d + E_{dr} + E_{dt} \\ V_q &= -R_a I_q + E_q = -R_a I_q + E_{qr} + E_{qt} \end{aligned}$$

Cette équation peut s'écrire sous forme matricielle. D'autre part, on peut remplacer l'opérateur $\frac{d}{dt}$ par l'opérateur symbolique de Laplace p ; d'où la formulation :

$$\begin{bmatrix} V_{fr} \\ V_{gr} \\ V_{1r} \\ V_{2r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_f + L_f p & 0 & +M_{fd} p & 0 \\ 0 & R_g + L_g p & 0 & +M_{gq} p \\ -M_{fd} p & -M_{gq} \omega' & -R_a - L p & -L \omega' \\ +M_{fd} \omega' & -M_{gq} p & +L \omega' & -R_a - L p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f \\ I_g \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

7.2.6 relations dans le repère (Od, Oq)

On parvient donc finalement à un ensemble de relations simples exprimées dans le repère (Od, Oq) :

$$\begin{aligned} \Phi_d &= M_{fd} I_f + L I_d \\ \Phi_q &= M_{gq} I_g + L I_q \\ V_d &= -p \Phi_d - \Phi_q \omega' - R_a I_d \\ V_q &= -p \Phi_q + \Phi_d \omega' - R_a I_q \end{aligned}$$

7.2.7 expressions de la puissance et du couple

La dernière forme obtenue des équations de la machine permet d'explicitier des expressions pour la puissance et le couple :

$$P = V_d I_d + V_q I_q$$

A partir du modèle établi, cette expression met en évidence les différentes contributions à la puissance :

$$P = (-I_d \frac{d\Phi_d}{dt} - I_q \frac{d\Phi_q}{dt}) + \omega'(\Phi_d I_q) - R_a(I_d^2 + I_q^2)$$

La valeur du couple est établie à partir du principe des travaux virtuels en revenant à la configuration générale où θ_1 et θ_2 ont des valeurs quelconques

$$\Gamma = \frac{1}{2} \sum_i I_i^2 \frac{dL_i}{d\theta} + \sum_{k \neq i} I_i I_k \frac{dM_{ik}}{d\theta} \quad \text{avec } i = 1, 2, f, g$$

On peut prendre en compte les simplifications suivantes :

$$\frac{dL_i}{d\theta} = 0 \quad \forall i \quad \text{et} \quad \frac{dM_{fg}}{d\theta} = 0$$

Les valeurs des composantes du couple sont obtenues à partir de déplacements virtuels selon θ_1 , connaissant les inductances mutuelles mises en jeu :

$$\begin{aligned} M_{f1} &= M_{fd} \cos(\theta_f - \theta_1) \\ M_{f2} &= M_{fd} \cos(\theta_f - \theta_2) \\ M_{g1} &= M_{gq} \cos(\theta_g - \theta_1) \\ M_{g2} &= M_{gq} \cos(\theta_g - \theta_2) \\ M_{12} &= L \cos(\theta_1 - \theta_2) \end{aligned}$$

De ces valeurs, on tire donc :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dM_{f1}}{d\theta} &= -M_{fd} \sin(\theta_1 - \theta_f) \\ \frac{dM_{f2}}{d\theta} &= -M_{fd} \sin(\theta_2 - \theta_f) \\ \frac{dM_{g1}}{d\theta} &= -M_{gq} \sin(\theta_1 - \theta_g) \\ \frac{dM_{g2}}{d\theta} &= -M_{gq} \sin(\theta_2 - \theta_g) \end{aligned} \right.$$

Sachant que $\frac{d}{d\theta} M_{12} = 0$, du fait que θ_1 et θ_2 varient de la même quantité lors d'un déplacement virtuel, on peut écrire

$$\begin{aligned} \Gamma = & - M_{fd} I_1 I_f \sin(\theta_1 - \theta_f) - M_{fd} I_2 I_f \sin(\theta_2 - \theta_f) \\ & - M_{gq} I_1 I_g \sin(\theta_1 - \theta_g) - M_{gq} I_2 I_g \sin(\theta_2 - \theta_g) \end{aligned}$$

En remplaçant θ_1 et θ_2 par leurs valeurs habituelles :

$$\Gamma = -M_{fd} I_f I_q + M_{gq} I_g I_d$$

Si l'on compte positivement un couple électromagnétique résistant, on écrit :

$$\Gamma_e = -\Gamma = M_{fd} I_f I_q - M_{gq} I_g I_d$$

A partir de la relation entre les flux et les courants :

$$\begin{bmatrix} \Phi_f \\ \Phi_g \\ \Phi_d \\ \Phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f & 0 & M_{fd} & 0 \\ 0 & L_g & 0 & M_{gq} \\ M_{fd} & 0 & L & 0 \\ 0 & M_{gq} & 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f \\ I_g \\ I_d \\ I_q \end{bmatrix}$$

on peut donner une expression du couple qui ne fait intervenir que les flux et les courants dans le repère (Od, Oq) :

$$\Gamma_e = \Phi_d I_q - \Phi_q I_d$$

Si l'on revient à l'expression globale de la puissance :

$$P = (-I_d \frac{d\Phi_d}{dt} - I_q \frac{d\Phi_q}{dt}) + \omega' (\Phi_d I_q - \Phi_q I_d) - R_a (I_d^2 + I_q^2)$$

Cette expression fait apparaître les trois termes :

$$P_1 = (-I_d \frac{d\Phi_d}{dt} - I_q \frac{d\Phi_q}{dt})$$

Ce terme correspond à la variation d'énergie électromagnétique emmagasinée dans la machine

$$P_2 = \omega' (\Phi_d I_q - \Phi_q I_d)$$

Ce terme correspond à la transformation électromécanique d'énergie

$$P = -R_a (I_d^2 + I_q^2)$$

Ce terme correspond aux pertes Joule dans l'induit de la machine.

7.2.8 Configurations particulières

Parmi l'ensemble des configurations possibles, certaines d'entre elles méritent une attention particulière.

Il s'agit tout d'abord du cas où seuls sont présents l'inducteur d'axe direct et la ligne de balais d'axe en quadrature. L'équation matricielle générale se réduit alors :

$$\begin{bmatrix} V_f \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_f + L_f p & 0 \\ M_{fd} \omega' & -R_a - Lp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f \\ I_q \end{bmatrix}$$

A cette équation correspond en régime permanent :

$$\begin{bmatrix} V_f \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_f & 0 \\ M_{fd}\omega' & -R_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f \\ I_q \end{bmatrix}$$

avec comme valeurs associées de la puissance et du couple :

$$P = \omega' \Phi_d I_q - R_a I_q^2$$

$$\Gamma_e = \Phi_q I_d = M_{fd} I_f I_q$$

Cette configuration est celle des machines courantes.

Une autre configuration intéressante est celle où seuls sont présents l'inducteur et la ligne de balais d'axe direct.

Dans ce cas l'équation devient :

$$\begin{bmatrix} V_f \\ V_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_f + L_f p & +M_{fd} p \\ -M_{fd} p' & -R_a - L_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f \\ I_d \end{bmatrix}$$

Cette équation est valide y compris pour la machine à l'arrêt ($\omega' = 0$). Dans ce cas précis, la machine est fonctionnellement équivalente à un transformateur. Ce cas, théorique, a l'intérêt d'illustrer la généralité de la méthode, ainsi que l'appareillage existant entre les différents types de machines électriques.

8 SYNTHÈSE : POURQUOI UTILISE-T-ON ENCORE DES MOTEURS A COURANT CONTINU?

Les technologies alternatives de moteurs électriques (moteur synchrone, moteur asynchrone), permettent aujourd'hui en association à l'électronique de puissance de réaliser des équivalents fonctionnels de la machine à courant continu, avec des performances techniques ou économiques supérieures (compacité, durée de vie). Un exemple type est la machine synchrone autopilotée. Les machines à courant continu restent néanmoins utilisées, principalement dans les situations suivantes :

- ♦ lorsque l'on ne dispose que d'une source d'énergie électrique en continu
 - véhicules, ...
- ♦ lorsque l'on a besoin d'une précision élevée en vitesse, en positionnement, ou en accélération
 - asservissements, robotique
- ♦ lorsque l'on veut réaliser simplement la commande de U et de Φ (donc de N et de Γ)
- ♦ lorsque l'on a besoin d'un couple élevé à l'arrêt

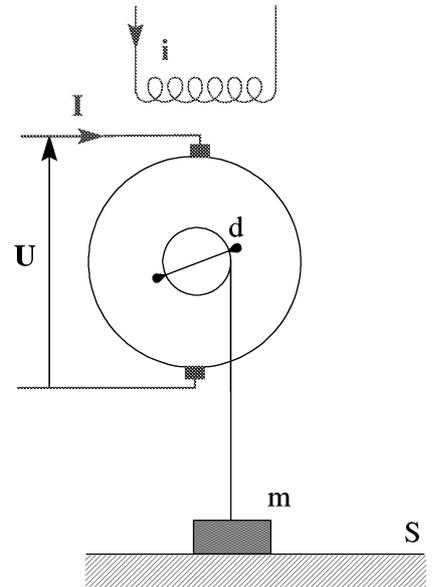
Il n'y a pas lieu d'envisager la disparition de ces machines, en dehors du domaine des fortes puissances et de la production d'énergie électrique. Le secteur de la construction automobile en particulier devrait rester pour un certain nombre d'années au moins, un grand consommateur de ce type de machines.

EXERCICE

La caractéristique à vide d'une machine à courant continu, à la vitesse $N = 1500 \text{ tr/min}$, est assimilable à une droite d'équation : $E = kf \cdot i$, E étant exprimé en volts et i en ampères.

On utilise cette machine comme moteur à excitation séparée. L'induit, dont la résistance est $r = 1,8 \Omega$, est alimenté sous une tension $U = 250 \text{ V}$. La réaction magnétique de l'induit, les pertes magnétiques et mécaniques sont négligeables.

Sur l'arbre de la machine est fixée une poulie de diamètre $d = 0,45 \text{ m}$ qui, par l'intermédiaire d'un fil d'épaisseur négligeable, soutient une masse $m = 35 \text{ kg}$ posée sur un support T escamotable (voir figure).



- 1) on examine la situation théorique où, le moteur étant à l'arrêt, on fait croître le courant d'excitation i à partir de la valeur zéro. A partir de quelle valeur de i la masse va-t-elle s'élever ?
- 2) pourquoi une telle situation est-elle à éviter ?

SOLUTION

La force électromotrice E de la machine peut être exprimée par

$$E = n N \Phi = k i N$$

E étant exprimée en Volts, i en Ampères, et N en tours par minute.

Comme le moteur est à l'arrêt, $E = 0$; le courant I est égal au quotient des valeurs de la tension U aux bornes de l'induit et de la résistance r de l'induit :

$$I := \frac{U}{r} = 139 \text{ A}$$

En marche à vitesse nominale, la relation existant entre le couple Γ et le courant I peut s'écrire

$$\Gamma := \left(\frac{60}{2 \cdot \pi} \right) \cdot E \cdot \frac{I}{N} = 179 \text{ Nm}$$

Dans le cas du problème proposé, on a :

$$k := \frac{kf}{N} = 0,133$$

Pour que l'on puisse enlever le support sans que le poids ne bouge, il faut que le couple Γ exercé sur l'arbre soit égal au moment, par rapport à l'axe, des forces de pesanteur c'est-à-dire :

$$\Gamma r := m \cdot g v \cdot \left(\frac{d}{2} \right) = 77,2 \text{ Nm}$$

1) il en résulte la valeur de i :

$$i := \left(2 \cdot \frac{\pi}{60} \right) \cdot \left(\frac{1}{k} \right) \cdot \left(\frac{\Gamma r}{I} \right) = 0,437 \text{ A}$$

2) le moteur se trouve à rotor immobile avec la pleine tension d'induit ; le courant est très élevé, d'où une dissipation thermique excessive.

EXERCICE

On considère une machine à courant continu à excitation série dont on néglige toutes les pertes, sauf les pertes par effet Joule. On néglige la réaction d'induit.

1°) A la vitesse de $N = 1200$ tr/min, cette machine absorbe $I = 250$ A sous $U = 1500$ V. Les pertes par effet Joule sont égales à $P_j = 10$ kW. Quels sont la force électromotrice E de cette machine et le couple Γ développé sur l'arbre ?

2°) La résistance d'induit et la résistance d'inducteur ont même valeur R . Supposons que l'on déconnecte le moteur et qu'on le reconnecte en moteur à excitation séparée. Le courant d'excitation est choisi égal à $I_f = 250$ A, et on fixe la tension d'induit à $U_0 = 1250$ V. Quelle est la vitesse à vide ? Quelle est la vitesse lorsque le moteur transmet à son arbre une puissance $P_2 = 200$ kW ?

SOLUTION

Les pertes Joule ont pour expression $P_j = 2 R I^2$

$$\text{d'où} \quad R := \frac{P_j}{2 \cdot I^2} \quad R = 0,080 \, \Omega$$

La loi d'Ohm pour la machine s'écrit $U = E + 2 R I$, avec $R = R_i = R_f$, R_i et R_f étant les résistances d'induit et d'inducteur, par ailleurs égales

$$E = U - 2 R I \quad E = 1460 \, \text{V}$$

puissance mécanique P :

$$P = E I = 365 \, \text{kW}$$

$$\Omega_r := N \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{60} = 125 \, \text{rd/s}$$

$$\Gamma := \frac{P}{\Omega_r} = 2905 \, \text{Nm}$$

En excitation séparée, si I_f reste égal à I , le flux Φ est le même

$$E = K \Phi = k N$$

A vide, $E' = U_0$ d'où la nouvelle vitesse à vide N' :

$$N_1 := N \cdot \frac{U_0}{E} = 1027 \, \text{tr/min}$$

Lorsque l'on transmet P_2 à l'arbre, on a une nouvelle f.é.m. E'' avec : $U = E'' + R_i I''$ par ailleurs $E'' I'' = P_2$

On obtient une équation du second degré en E'' :

$$E''^2 + P_2 \cdot R_i = U_0 E'' \quad \Leftrightarrow \quad E''^2 - U_0 E'' + P_2 \cdot R_i = 0$$

$$E_{21} := \frac{\left(U_0 + \sqrt{U_0^2 - 4 \cdot P_2 \cdot R} \right)}{2} \quad E_{22} := \frac{\left(U_0 - \sqrt{U_0^2 - 4 \cdot P_2 \cdot R} \right)}{2}$$

D'où les deux solutions $E_{21} = 1237$ V et $E_{22} = 12,9$ V

Ces solutions correspondent respectivement à des courants :

$$I_{21} := \frac{P_2}{E_{21}} = 161 \, \text{A} \quad I_{22} := \frac{P_2}{E_{22}} = 1,546 \cdot 10^4 \, \text{A}$$

Cette seconde solution, qui conduirait à des pertes Joule inacceptables, est à rejeter.

La vitesse de rotation N'' se déduit de la f.é.m. :

$$N_2 := \frac{N \cdot E_{21}}{E} = 1017 \, \text{tr/min}$$

CHAPITRE IX

LA MACHINE SYNCHRONE

1 INTRODUCTION

La quasi totalité, en volume, de l'énergie électrique utilisée dans le monde, est produite par des machines synchrones. La technique de ces machines autorise leur développement jusqu'à des tailles unitaires très élevées : actuellement 1450 MW pour le palier technique N4 français par exemple. Comme les machines à courant continu, elles présentent une réversibilité totale. Elles couvrent ainsi une part croissante du parc des moteurs industriels, et sont également très répandues dans le domaine des petites puissances, où avec l'aide de l'électronique de puissance elles ont souvent supplanté les machines à courant continu traditionnelles. Les générateurs électriques à bord des véhicules automobiles en sont un exemple typique.

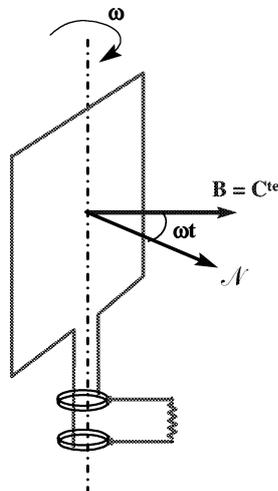
C'est dire tout l'intérêt qu'il y a à connaître et à comprendre la constitution et le fonctionnement de ces machines.

2 GENERALITES

2.1 Principe de la machine synchrone

Pour mettre en évidence le principe d'une machine synchrone, nous allons considérer à nouveau une bobine plane tournant autour de son axe, et constituée selon la figure ci-dessous. Elle est supposée placée dans un champ d'induction magnétique constante et uniforme B .

Ce dispositif est similaire, dans son principe, au cadre mobile d'un appareil de mesure magnétoélectrique (ampèremètre, voltmètre). Il peut fonctionner sans modification matérielle en générateur comme en récepteur.



On appelle ϕ le flux intercepté par la bobine tournant à la vitesse ω . On impose ici ω par application d'un couple extérieur (générateur).

$$f = F_M \cos \omega t$$

La tension induite a pour valeur

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = \omega \Phi_M \sin \omega t$$

Si la bobine comporte n spires, et en utilisant les valeurs efficaces E et Φ

$$E = \frac{n\omega\Phi_M}{\sqrt{2}} = n\omega\Phi$$

Le courant dans la charge Z , reliée à la bobine par deux contacts tournants, est de

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{n\omega\Phi}{Z}$$

Le courant produit est sinusoïdal, et à la pulsation ω qui traduit le caractère synchrone.

2.1.1 pourquoi le moteur synchrone tourne-t-il ?

Une machine synchrone met en œuvre une interaction entre un champ et un (des) courant(s) tournant spatialement à la même vitesse. Montrons que si leurs vitesses ne sont pas égales, l'interaction est nulle en valeur moyenne.

Dans le générateur examiné ci-dessus, le champ et le courant induit sont magnétiquement synchrones. Si on les considère dans un même repère, par exemple le repère lié au rotor, le champ magnétique est un champ tournant de position angulaire $\alpha = \omega t$.

On verra que la machine dite asynchrone est également magnétiquement synchrone.

Considérons la force de Laplace exercée par un champ tournant à la vitesse ω sur un élément de conducteur alimenté par un courant de pulsation ω' .

La force par unité de longueur a pour expression, en supposant les origines des phases convenablement choisies

$$f(t) = i(t) \cdot b(t) = I \cos \omega' t \cdot B \cos \omega t$$

Si l'on prend un temps d'intégration τ suffisamment long, multiple à la fois des périodes T et T' associées à ω et ω' , pour calculer la valeur moyenne de F :

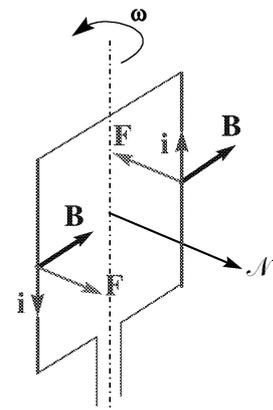
$$F = \frac{IB}{\tau} \int_0^\tau \cos \omega t \cdot \cos \omega' t dt$$

On sait que

$$\cos \omega t \cdot \cos \omega' t = \frac{1}{2} (\cos ((\omega - \omega') t) + \cos ((\omega + \omega') t))$$

$$\text{- si } \omega \neq \omega' \quad \Rightarrow F = 0$$

$$\text{- si } \omega = \omega' \quad \cos [(\omega - \omega') t] \equiv 1 \quad \Rightarrow F \neq 0$$



On voit donc que les forces qui s'exercent sur le rotor, qu'elles soient résistantes (cas du générateur) ou motrices (cas du récepteur), ne sont à valeur moyenne non nulle qu'au synchronisme ($\omega = \omega'$).

2.2 Disposition pratique

Une machine synchrone industrielle, de même que la plupart des machines électriques tournantes, est constituée de deux parties, rotor et stator, ayant la forme de deux troncs de cylindre coaxiaux portant des conducteurs périphériques, et séparées par un entrefer de faible valeur par rapport à leur diamètre. L'une des parties est animée d'un mouvement de rotation uniforme par rapport à l'autre. En général, la longueur des machines est suffisamment importante pour que l'on puisse baser l'analyse du comportement des machines sur celle de la section droite de ces machines.

Dans une machine synchrone, l'une des deux parties (inducteur) crée un champ tournant au moyen d'un courant continu. Cette partie constitue le rotor. L'autre partie (dite induit) crée un champ tournant de fréquence égale - d'où le nom de machine synchrone - au moyen d'une armature parcourue par des courants polyphasés.

Le théorème de Ferraris permet d'établir l'équivalence entre l'ensemble des champs des phases de l'enroulement, stables en direction et d'amplitudes variables sinusoïdalement dans le temps, avec un champ tournant unique d'amplitude constante.

Le champ tournant créé par l'inducteur joue le rôle du champ constant dans le cas de la spire tournante.

Le champ inducteur peut aussi être créé par un aimant, ou par un ensemble d'aimants, ce qui améliore la fiabilité et la compacité de la machine, mais supprime les possibilités de réglage associées à la commande du courant inducteur.

L'inducteur est le plus souvent mobile par rapport à l'induit comme indiqué, mais seul intervient en fait le mouvement relatif de l'induit par rapport à l'inducteur, et l'on pourrait avoir tout aussi bien une machine synchrone à induit tournant.

Dans les machines synchrones classiques à inducteur tournant, celui-ci est en général intérieur à l'induit, mais dans certaines réalisations techniques on préfère également inverser cette disposition (par exemple pour augmenter le moment d'inertie du rotor).

En pratique, la partie tournante de la machine reçoit le courant au moyen de contacts glissants annulaires, ce qui constitue un système notablement plus simple et plus fiable que le collecteur d'une machine à courant continu.

Dans la pratique encore, c'est la disposition à inducteur tournant qui est le plus fréquemment adoptée pour les raisons suivantes :

- 1) il devient possible d'utiliser des tôles feuilletées à l'induit qui est fixe, et donc de réduire les pertes fer correspondantes
- 2) les tensions d'induit sont élevées et créent des contraintes d'isolement
- 3) les courants d'induit sont élevés et créent des contraintes d'échauffement
- 4) une réduction du nombre de contacts tournants est possible lorsque l'induit est polyphasé.

2.3 Machines à pôles lisses et à pôles saillants

La machine synchrone dans l'air constituée par la spire tournante fournit naturellement une f.é.m. sinusoïdale. Mais en pratique, il n'est pas possible de maintenir dans l'air une induction uniforme et suffisamment élevée. On est donc amené à utiliser un circuit magnétique pour faire circuler les lignes du flux de l'inducteur. Il faut alors considérer les formes d'ondes obtenues pour la force magnéto-motrice et pour l'induction magnétique créées par l'inducteur.

Dans un premier temps, l'on va considérer un inducteur bipolaire c'est-à-dire présentant une seule paire de pôles magnétiques.

Plusieurs dispositions sont possibles pour l'inducteur :

1) le rotor dit à pôles lisses ; dans ce rotor, les conducteurs de l'inducteur sont rectilignes et placés dans des encoches longitudinales. L'axe polaire du champ créé est normal à ces groupes d'encoches.

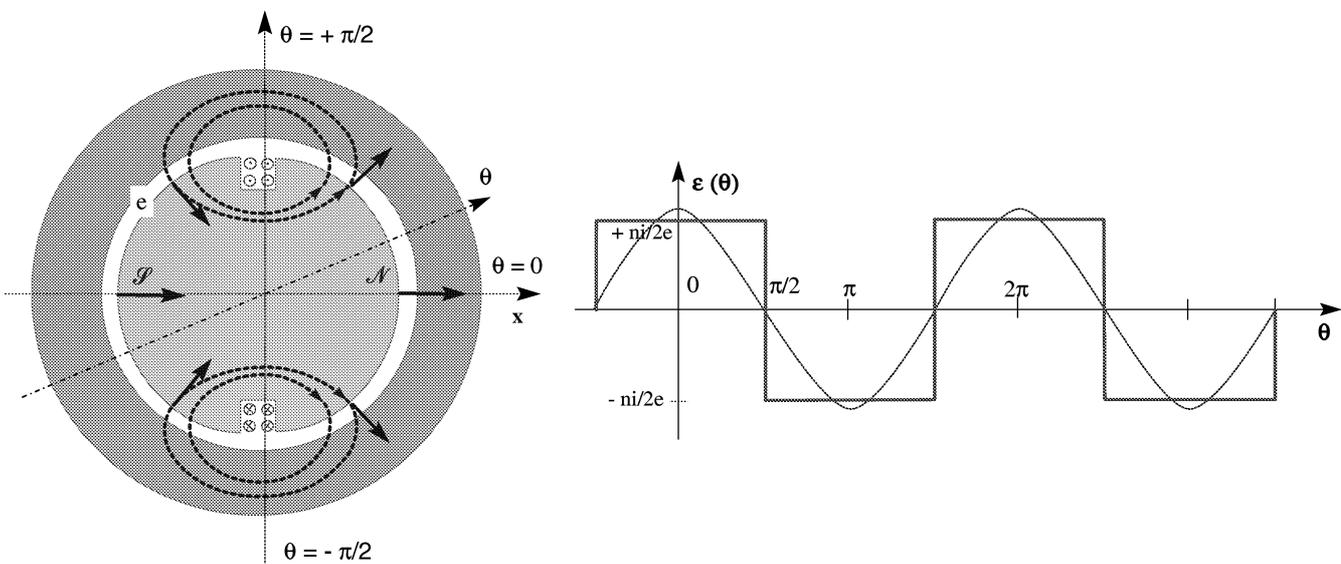
2) le rotor dit à pôles saillants ; dans ce rotor, le champ est créé par une bobine dont l'axe est normal à l'axe de rotation ; l'axe polaire est confondu avec l'axe de la bobine. Chaque pôle se termine par un épanouissement polaire en matériau magnétique.

La première disposition conduit à un entrefer constant, la seconde à un entrefer variable. Dans un cas comme dans l'autre, la rotation du rotor entraîne celle de l'axe polaire, donc celle de l'onde de la force magnéto-motrice \mathcal{E} qui lui est liée. Cette onde est interceptée lors de sa rotation par les conducteurs se trouvant à l'induit.

Si e est la valeur de l'entrefer, \mathcal{E} est liée à l'induction B dans l'entrefer par $\mathcal{E} = \frac{B}{\mu_0} e$

2.3.1 rotor à pôles lisses

Les figures ci-dessous présentent la constitution du rotor et la forme associée de l'onde de f.m.m \mathcal{E} .



L'onde de la force magnéto-motrice \mathcal{E} est déterminée à partir du théorème d'Ampère. Elle est indépendante d'une saturation éventuelle du matériau magnétique. Au contraire l'onde d'induction magnétique est dépendante de l'état de saturation.

On appelle i_r et n_r respectivement le courant et le nombre de spires au rotor, e la largeur de l'entrefer. Si on part de $\theta = 0$ (axe horizontal Ox) en tournant, on observe que l'amplitude de la f.m.m. vue par un point du stator d'abscisse θ alterne entre les valeurs : $-\frac{n_r i_r}{2e}$ et $+\frac{n_r i_r}{2e}$.

L'onde correspondante est éloignée d'une répartition sinusoïdale.

On rappelle que l'intérêt de l'obtention de formes d'ondes sinusoïdales est d'éviter la production de courants harmoniques ayant pour inconvénients :

- pertes et échauffements supplémentaires dans les réseaux et les machines
- couples parasites dans les machines tournantes.

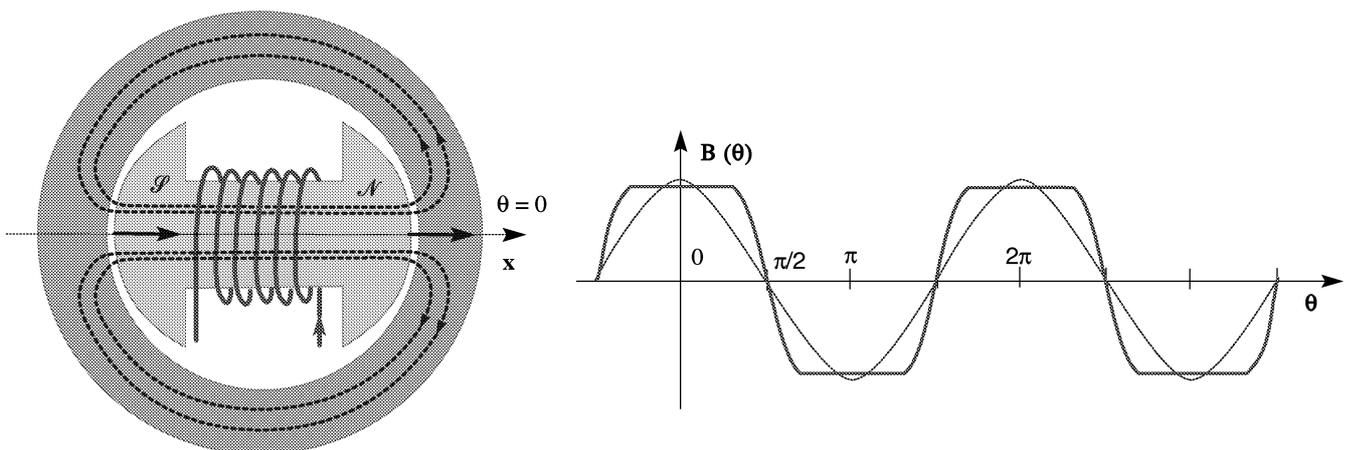
Sachant que la valeur maximale de l'induction, en fonction de l'entrefer constant e ou de l'entrefer minimal e_m est aisée à déterminer, l'amplitude de sa composante harmonique fondamentale B_{1r} peut en être déduite par analyse en série de Fourier :

$$B_{1r} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\mu_0}{2e} \cdot n_r i_r$$

Une disposition à pôles lisses est généralement adoptée pour les machines de grande taille à vitesse de rotation élevée (1500 ou 3000 tr/min).

2.3.2 rotor à pôles saillants

Les figures ci-dessous présentent la constitution du rotor et la forme de l'onde de f.m.m. pour le rotor à pôles saillants



On note la différence de forme d'onde résultant de la forme géométrique des épanouissements polaires. Le calcul de l'onde de f.m.m. ne peut être qu'approché.

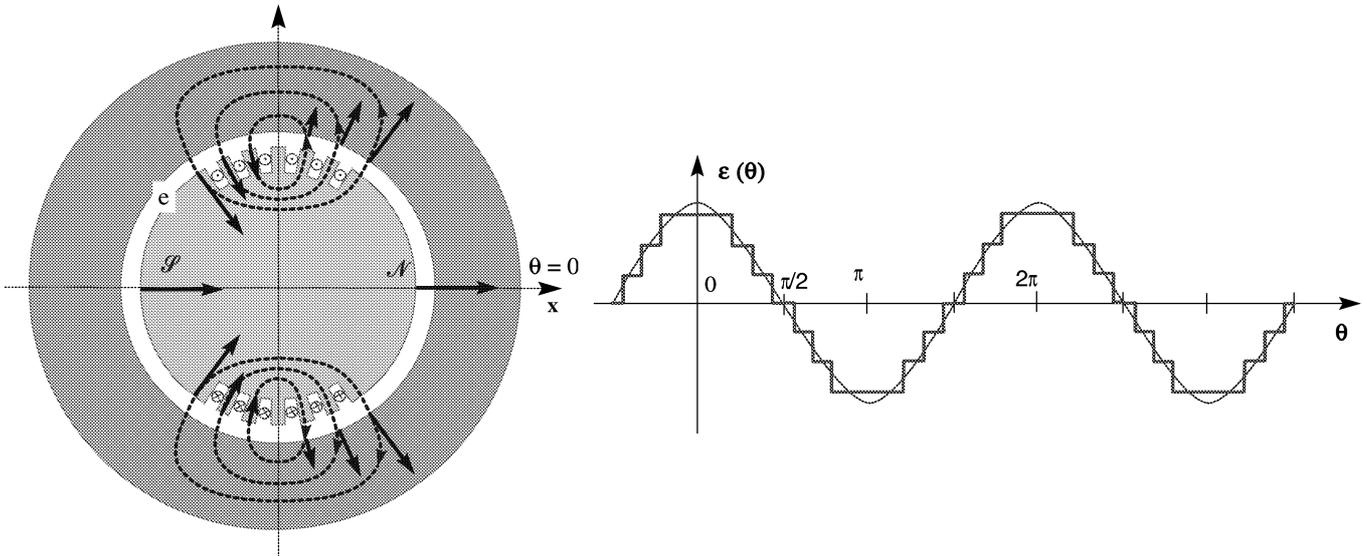
Cette disposition est généralement adoptée pour les machines à faible vitesse de rotation, associées à des turbines hydrauliques.

2.4 amélioration de la forme d'onde

Pour se rapprocher d'une forme d'onde sinusoïdale en induction, on procède comme suit :

1) on donne une forme particulière aux extrémités polaires (entrefer progressif) dans le cas d'une machine à pôles saillants (*voir figure ci-dessus*).

2) on distribue spatialement les conducteurs de l'**inducteur** au rotor dans le cas d'une machine à pôles lisses :



Rotor à pôles lisses et à encoches multiples

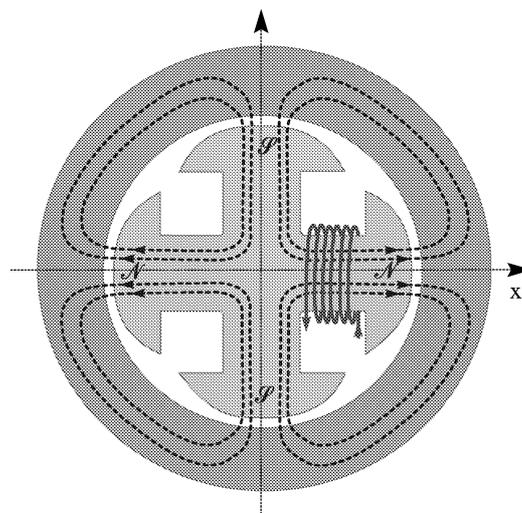
La forme d'onde peut se rapprocher d'autant plus de la forme d'onde sinusoïdale idéale que le nombre d'encoches, et de conducteurs par encoche, à l'inducteur est élevé.

2.5 Influence du nombre de paires de pôles

Une machine synchrone peut être bipolaire (elle a alors $p = 1$ paire de pôles) ou multipolaire (elle a alors $p = 2$ paires de pôles, ou plus).

Il s'agit du nombre de pôles de l'**inducteur**.

Pour que toutes les extrémités polaires de l'inducteur soient actives, les enroulements de l'induit sont disposés en rapport avec la polarité de l'inducteur : ainsi, si l'inducteur est quadripolaire, une phase de l'induit est répartie sur *quatre* séries d'encoches stator.



Machine quadripolaire à pôles saillants

La figure ci-dessus met en évidence l'allure des lignes de champ de l'inducteur ici dans le cas d'une machine quadripolaire ($p = 2$) à pôles saillants. On n'a représenté qu'une seule des bobines de l'inducteur.

On appelle Ω la vitesse de rotation en tours par minute. De ce fait on a :

$$\Omega = N / 60$$

$$\Omega = \omega_m \cdot (60/2\pi)$$

ω_m étant la pulsation en rad/s associée à la vitesse de rotation, et N la vitesse en tours/s.

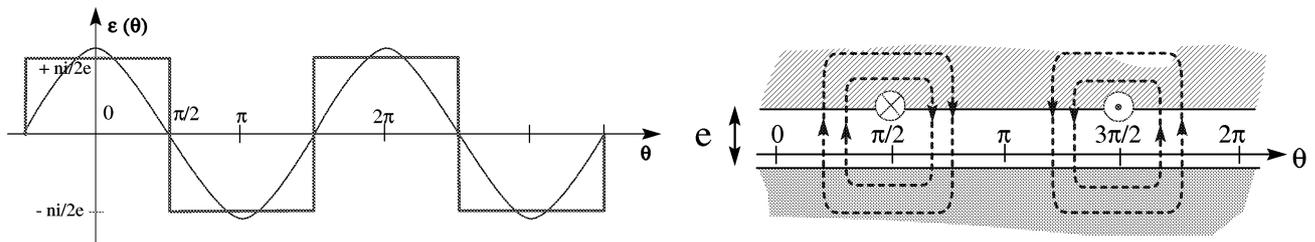
Dans le fonctionnement en générateur, pour une vitesse de rotation Ω donnée, un même point de l'induit voit passer p fois plus souvent les polarités magnétiques de l'inducteur à chaque tour, qu'une machine bipolaire. La fréquence des courants induits sera donc associées aux premières valeurs de p seront les suivantes :

$p =$	1	2	3	4	5	...
$\Omega =$	3 000	1 500	1 000	750	600	tr/min

Un alternateur associé à une turbine hydraulique, à rotation lente, peut comporter plusieurs dizaines de paires de pôles.

2.6 forme d'onde du champ induit

De même que pour le champ inducteur au rotor, l'enroulement induit au stator crée une répartition spatiale de force magnétomotrice qui alterne entre deux états pour un conducteur unique (ou un ensemble de conducteurs placés dans une même encoche) ; si n_s et i_s sont respectivement le nombre de conducteurs dans l'encoche stator et le courant instantané dans ces conducteurs, l'onde de f.m.m. instantanée \mathcal{C}_s^e créée par cet enroulement prendra alternativement les valeurs $-\frac{n_s i_s}{2e}$ et $+\frac{n_s i_s}{2e}$



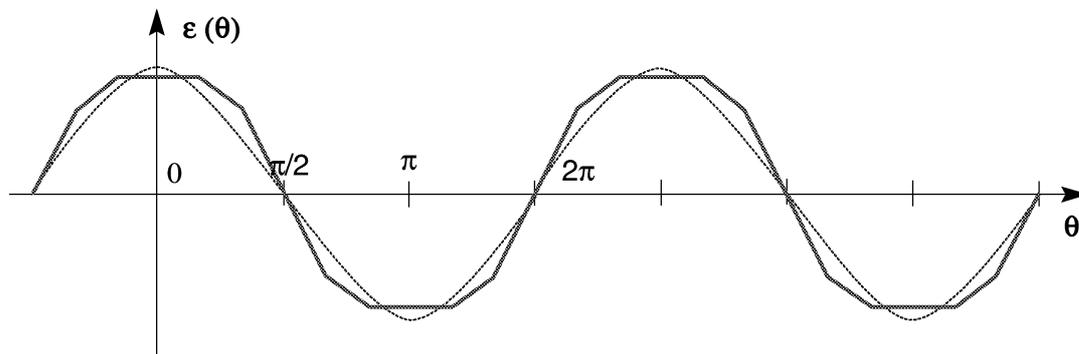
L'induit étant supposé fixe, le champ tournant qu'il produit résulte de la composition spatiale des k champs, de variation temporelle sinusoïdale, de ses différentes composantes polyphasées. Pour que le résultat de cette composition soit correct, on dispose à l'induit les k enroulements avec un déphasage spatial de leur axe de $2\pi/k$ et on les alimente par des courants eux-mêmes déphasés de $2\pi/k$ (théorème de Ferraris).

L'enroulement à l'induit est généralement triphasé ($k = 3$), mais il pourrait être monophasé. Dans ce cas, l'onde de f.m.m créée par l'unique enroulement donne naissance à deux

champs tournants égaux et de sens opposés, dont un seul est alors exploitable en générateur, celui qui correspond du fait du sens de rotation mécanique à la rotation du champ de l'inducteur.

L'enroulement induit, quel que soit son nombre de phases, n'est pas réduit à une paire d'encoches, mais est distribué sur la circonférence de l'induit. On parvient ainsi, par une disposition judicieuse des conducteurs, à une répartition spatiale de l'induction qui, comme pour l'inducteur, se rapproche notablement plus de la forme sinusoïdale idéale. Ceci correspond à la réduction des harmoniques d'espace.

L'enroulement dit à pas raccourci, où une partie des encoches est commune aux enroulements de deux phases, permet notamment d'obtenir la forme d'onde ci-dessous :



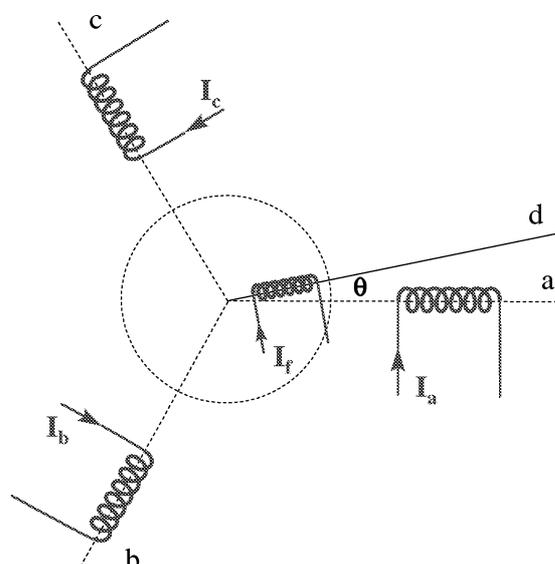
On peut montrer que, dans une machine triphasée, tous les harmoniques de rang $2m$ et $3n$ sont par définition nuls. Les harmoniques bas les plus gênants sont donc les harmoniques de rang 5, 7, 11, et 13, qu'une distribution appropriée des conducteurs à l'induit permet de réduire d'office à des valeurs suffisamment faibles.

3 MODELISATION

3.1 Couplages entre les enroulements d'une machine synchrone

On se place dans l'hypothèse la plus courante, celle où l'induit est constitué par un bobinage triphasé. Un tel bobinage est constitué par trois enroulements spatialement répartis à l'induit de telle manière que les axes de chacune des trois phases soient décalés de $2\pi/3$.

Le schéma ci-contre est symbolique, dans la pratique, on ne trouve pas des bobines radiales disposées à $2\pi/3$, mais des séries de conducteurs de phase longitudinaux.



Électriquement, une machine synchrone triphasée comporte donc quatre enroulements :

- les trois enroulements de l'induit a, b, c, parcourus par les courants triphasés, et, correspondant à un système de f.é.m. ou de f.c.é.m. sinusoïdales.
- un enroulement inducteur f (f = notation usuelle pour : "field"), parcouru par un courant continu I_f .

Considérons le cas d'une machine bipolaire.

Le couplage entre deux de ces enroulements j et k est décrit par une inductance mutuelle M_{jk} , qui est éventuellement fonction de la position angulaire θ du rotor. On se place dans le cas d'absence de saturation, afin que ces inductances soient indépendantes de la valeur des courants.

Si l'entrefer est constant, on peut admettre que les inductances mutuelles M_{jk} entre les phases du stator sont d'une part constantes, d'autre part égales en raison de la construction symétrique de la machine ; il en est de même des inductances propres \mathcal{L}_k de ces enroulements :

$$M_{ab} = M_{bc} = M_{ca} = c^{te} = \mathcal{M}$$

$$\mathcal{L}_a = \mathcal{L}_b = \mathcal{L}_c = c^{te} = \mathcal{L}$$

Le couplage entre l'enroulement de la phase a et l'inducteur est caractérisé par l'inductance mutuelle $M_{af}(\theta)$. Cette mutuelle est une fonction périodique décomposable en série de Fourier ; cette fonction est paire du fait de la symétrie de construction :

$$M_{af}(\theta) = M_{a1} \cos \theta + M_{a3} \cos 3\theta + M_{a5} \cos 5\theta + \dots$$

Si la répartition des conducteurs le long de l'entrefer est conçue de façon à minimiser les harmoniques d'espace, cette décomposition peut être supposée limitée à son premier terme, avec une bonne approximation :

$$M_{af} = M_f \cos \theta$$

Les inductances mutuelles entre l'inducteur et les deux autres phases de l'induit sont obtenues en tenant compte de leur position angulaire propre :

$$M_{bf} = M_f \cos (\theta - 2\pi/3)$$

$$M_{cf} = M_f \cos (\theta - 4\pi/3)$$

Si le rotor tourne à une vitesse uniforme ω , on peut choisir l'origine des temps de sorte que $\theta = \omega t$

Les tensions induites dans chaque phase a, b, c, du fait de la rotation de l'inducteur sont données par :

$$e_a = - \frac{d}{dt} (M_{af} I_f) = - \frac{d}{dt} (M_f I_f \cos \theta) = M_f I_f \sin \theta \frac{d}{dt} \theta = M_f \omega I_f \sin \omega t = e_m \sin \omega t$$

Pour les deux autres phases, on a de même :

$$e_b = e_m \sin (\omega t - 2\pi/3)$$

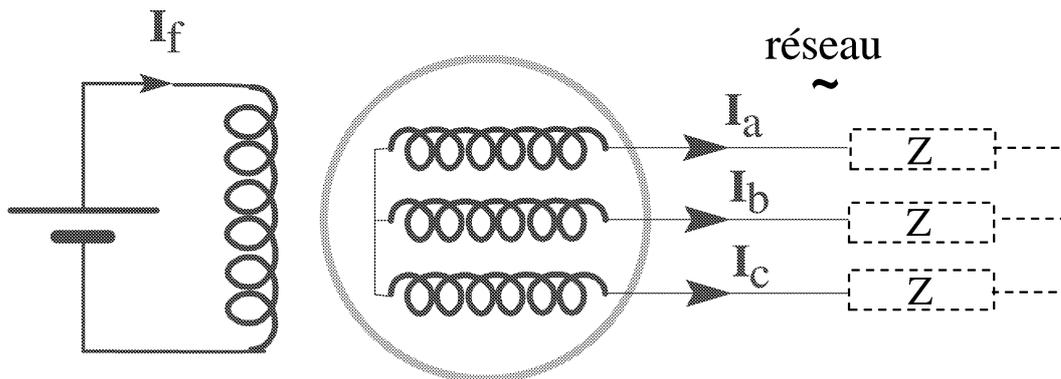
$$e_c = e_m \sin (\omega t - 4\pi/3)$$

Si les trois f.é.m. ainsi produites servent à alimenter une charge électrique équilibrée, les trois courants créés auront pour expression :

$$\begin{aligned}i_a &= i_m \sin (\omega t - \psi) \\i_b &= i_m \sin (\omega t - \psi - 2\pi/3) \\i_c &= i_m \sin (\omega t - \psi - 4\pi/3)\end{aligned}$$

On appelle R la résistance interne de chaque enroulement de l'induit, et L son inductance de fuite, définie par

$$L = \mathcal{L} - \mathcal{M}$$



On peut alors écrire l'équation électrique de chaque enroulement de l'induit, ainsi pour la phase a :

$$u_a = e_a - R i_a - \mathcal{L} \frac{d}{dt} (i_a) - \mathcal{M} \frac{d}{dt} (i_b + i_c)$$

La somme $(i_b + i_c)$ peut être remplacée par $(-i_a)$, puisque le système triphasé est équilibré. Les tensions u_k et les courants i_k étant des grandeurs sinusoïdales, on peut les remplacer par leurs valeurs complexes U_k et I_k

$$\begin{aligned}U_a &= E_a - (R + j L \omega) I_a \\U_b &= E_b - (R + j L \omega) I_b \\U_c &= E_c - (R + j L \omega) I_c\end{aligned}$$

La machine est donc représentée globalement, en hypothèse non saturée, par le schéma équivalent :

$$\mathbf{U} = \mathbf{E} - (R + j L \omega) \mathbf{I}$$

Réciproquement, intéressons-nous au flux Φ' créé par l'ensemble des courants de l'induit dans l'enroulement inducteur. Ce flux a pour expression :

$$\Phi' = M_{af} i_a + M_{bf} i_b + M_{cf} i_c$$

On remplace chacun des 6 termes de cette expression par sa valeur en fonction de t (et donc de θ) :

$$\begin{aligned}\Phi' &= M_f \frac{i_m}{2} [\sin (\omega t - \psi) \cos \theta + \sin (\omega t - \psi - 2\pi/3) \cos (\theta - 2\pi/3) \\&\quad + \sin (\omega t - \psi - 4\pi/3) \cos (\theta - 4\pi/3)]\end{aligned}$$

On montre aisément que l'expression est équivalente à :

$$\Phi' = 3 M_f \frac{i_m}{2} [\sin(\omega t - \psi - \theta)]$$

On a pris par définition : $\theta = \omega t$. Il en résulte que le flux Φ' est constant. Il ne crée donc pas de tension induite lorsque la vitesse est constante. Mais ceci n'est plus vrai lors d'un régime transitoire avec variation de la vitesse.

3.2 Machine non saturée : modèle simplifié

Pour définir un premier modèle simple du fonctionnement de la machine synchrone, on adopte l'hypothèse de non saturation du circuit magnétique.

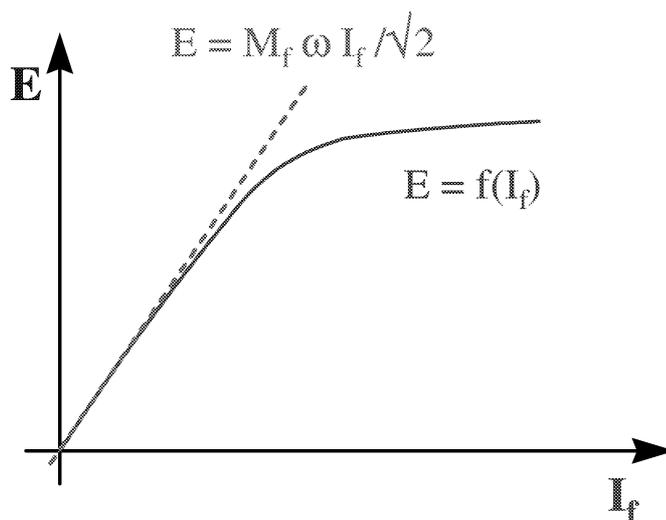
Plus précisément, on formule un ensemble d'hypothèses simplificatrices, dites hypothèses de Behn-Eschenburg, à savoir que :

- 1) la machine n'est pas saturée magnétiquement
- 2) sa réactance interne est constante (ceci est vrai si d'une part, il n'y a pas de saturation, si d'autre part on est en régime électrique permanent, si enfin l'entrefer a une valeur constante)
- 3) il y a absence de réaction magnétique d'induit.

Ces hypothèses permettent de relier la f.é.m. produite E , pour une vitesse de rotation donnée Ω , au courant dans l'inducteur I_f . La loi correspondante est une proportionnalité :

$$E = \frac{M_f \omega}{\sqrt{2}} I_f$$

Sur le diagramme suivant on a porté la courbe à vide réelle d'une machine (tenant compte de la saturation magnétique) ainsi que le modèle simplifié correspondant.



M_{af} est l'inductance mutuelle qui relie la tension induite E à la valeur du courant dans l'enroulement inducteur I_f . Les grandeurs alternatives sont considérées en valeur efficace et

non en valeur de crête. Dans l'hypothèse de grandeurs sinusoïdales, le rapport des amplitudes entre ces deux valeurs est de $1/\sqrt{2}$.

Dans le cadre des hypothèses retenues, le fonctionnement de la machine peut être décrit par un diagramme vectoriel en équivalent monophasé.

Les grandeurs portées sur ce diagramme sont des grandeurs électriques. On trouve ainsi :

V tension simple aux bornes de la machine

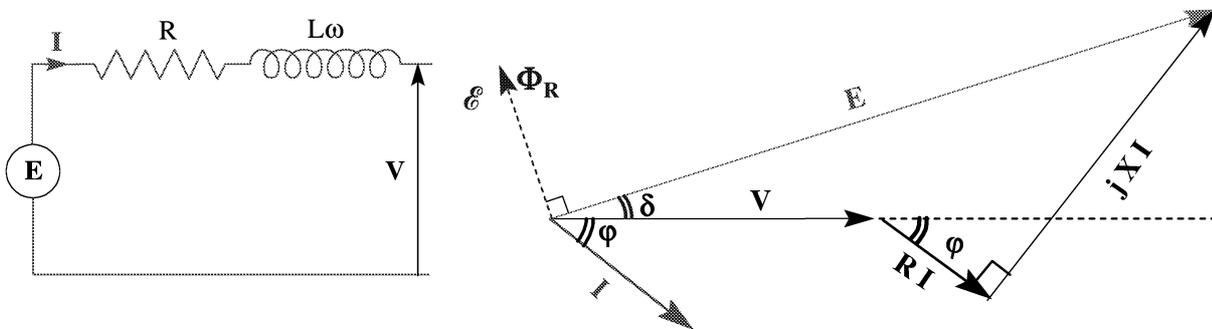
I courant dans un enroulement de la machine

φ déphasage entre **V** et **I**

δ angle entre la tension aux bornes **V** et la f.é.m. **E** de la machine.

E est synchrone avec l'onde tournante de force magnétomotrice \mathcal{E} et le flux rotorique Φ_r .

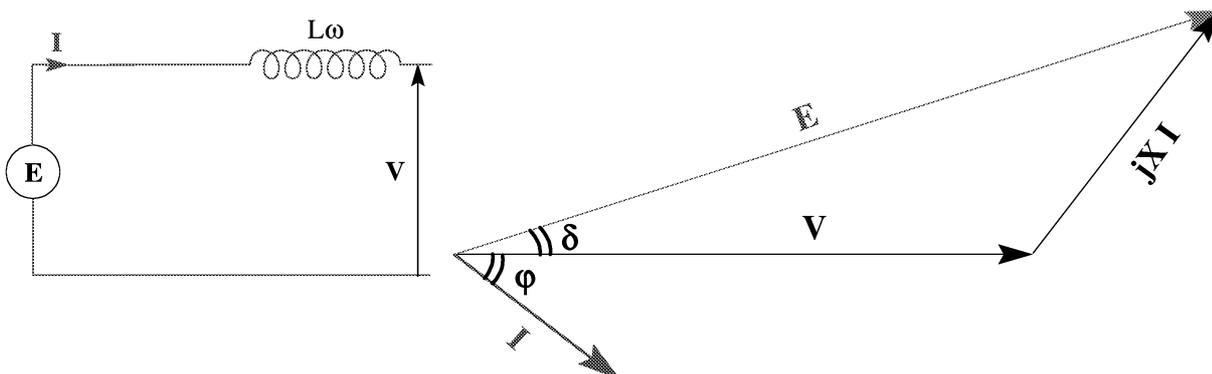
δ est dit angle interne de la machine. Son importance dans l'étude de la stabilité du fonctionnement de la machine sera décrite plus loin.



Toujours sur le même diagramme, on observe la chute de tension interne à la machine, qui est la somme vectorielle de la chute de tension résistive $R I$, et la chute de tension réactive $j X I = j L\omega I$, qui est en règle générale beaucoup plus importante : les ordres de grandeurs usuels pour des machines à pôles lisses sont, en valeurs réduites, de $r = 10 \%$, $x = 200 \%$.

Un aspect fondamental du fonctionnement d'une machine synchrone, qu'elle soit utilisée en moteur ou en générateur, est qu'elle est reliée en général à un réseau électrique de puissance beaucoup plus élevée que sa puissance propre, parfois appelé réseau infini. Ce réseau lui imposera donc sa tension **V**.

Le terme R est très petit devant X . Il entre en jeu dans le calcul du rendement, mais on peut souvent le négliger dans le diagramme vectoriel, d'où un diagramme encore plus simple :



3.3 Machine saturée

Pour disposer d'un modèle précis d'une machine synchrone donnée, et afin de prédéterminer son régime en charge, il peut être nécessaire de prendre en compte la saturation.

Différentes méthodes basées sur l'identification expérimentale de paramètres représentatifs ont été développées. La méthode dite de Potier, valide pour les alternateurs à pôles lisses, est exposée dans le *Tome II*. Des méthodes de même nature ont été développées pour les machines à pôles saillants (méthode de Blondel).

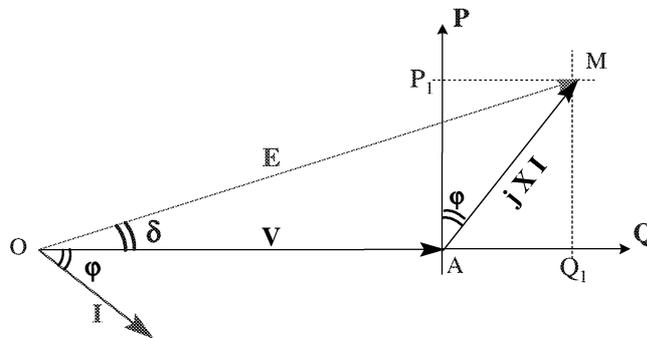
3.4 Angle interne

L'angle interne δ est le déphasage temporel entre \mathbf{E} , f.é.m. du rotor (liée à l'onde de force magnéto-motrice \mathcal{E} donnant l'axe magnétique du rotor), et l'onde électrique de référence \mathbf{V} tournant à ω , et liée à la tension \mathbf{V} imposée par le réseau.

Si $\mathbf{I} = 0$ (à vide), on a : $\mathbf{E} = \mathbf{V}$ et $\delta = 0$

On adopte pour ce qui suit $R \neq 0$, ce qui est généralement justifié. La machine est alors caractérisée par sa f.é.m. \mathbf{E} et sa réactance interne \mathbf{X} .

La tension aux bornes \mathbf{V} étant constante puisque imposée, on peut introduire le repère complémentaire (AP, AQ), représentatif des puissances active et réactive à une constante multiplicative près.



On peut ainsi déterminer géométriquement, sur le diagramme, les expressions des puissances active et réactive délivrées ou absorbées, en fonction des paramètres internes à la machine \mathbf{E} , \mathbf{X} , et δ :

$$AP_1 = X I \cos \varphi = \mathbf{E} \sin \delta$$

$$AQ_1 = X I \sin \varphi = \mathbf{E} \cos \delta - V$$

$$P = 3VI \cos \varphi = 3 \frac{V \cdot AP_1}{X} = 3 \frac{E \cdot V \cdot \sin \delta}{X}$$

$$Q = 3VI \sin \varphi = \frac{3V}{X} (E \cos \delta - V)$$

Comme tout système triphasé, la machine va fournir (en générateur) ou absorber (en moteur) une puissance électrique active de la forme $\mathbf{P} = 3 \mathbf{V} \mathbf{I} \cos \varphi$; on observe que dans

le cas d'une machine synchrone, il existe une autre façon d'exprimer P et Q en fonction de paramètres électriques intrinsèques à la machine.

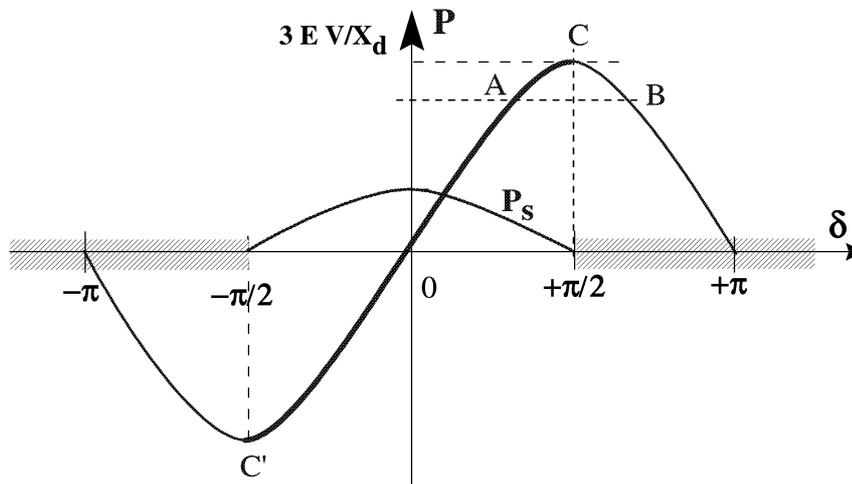
Si l'on suppose la machine sans pertes, le couple électromagnétique Γ peut être déduit des grandeurs électriques par

$$\Gamma = \frac{P}{\omega_m} = \frac{P}{\Omega} \cdot \frac{30}{\pi}$$

Si l'on ne fait pas d'hypothèses particulières, le couple peut toujours être obtenu à partir du principe des travaux virtuels.

3.5 Stabilité

La stabilité d'une machine synchrone couplée à un réseau électrique peut être analysée à partir du diagramme suivant, traçant la fonction qui relie la puissance active P et l'angle interne δ :



La stabilité se déduit de l'étude de la grandeur $P_s = \frac{dP}{d\delta}$; cette grandeur (pente de la courbe) est appelée puissance synchronisante.

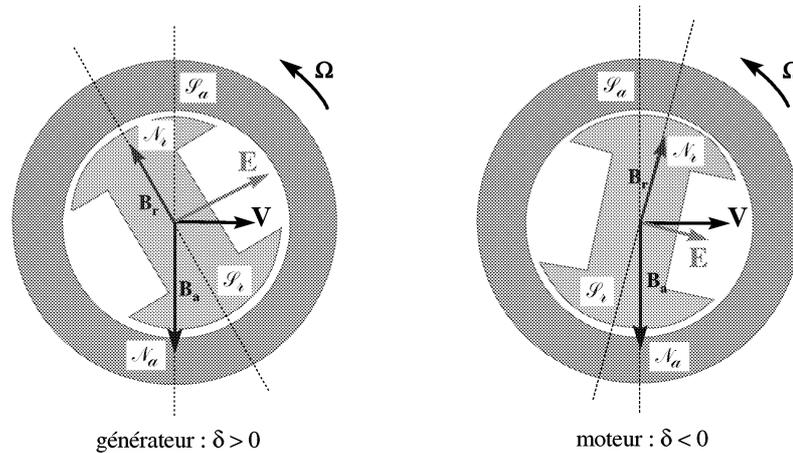
On observe que si $0 < \delta < \pi/2$, la puissance P est positive, ainsi que la pente de la courbe OC. Si δ venait à être augmenté par une variation du couple résistant, P serait également augmentée, ce qui est donc stabilisant (cas du point A). Ceci n'est plus vrai pour $\delta > \pi/2$ (cas du point B).

De même, dans l'intervalle $\delta (-\pi/2, 0)$, la puissance P est négative, ainsi que la pente de la courbe OC'. Une réduction de l'angle δ (accélération) se traduirait par une diminution en valeur absolue de la puissance fournie par la machine, et donc à nouveau par une stabilisation.

Enfin, on observe, par un raisonnement inverse, que la zone $\delta < -\pi/2$ n'est pas non plus stable.

En pratique, on ne fait pas fonctionner une machine juste sur la limite de stabilité $\delta = \pi/2$, sauf si elle est munie d'un régulateur qui la protège contre le passage dans la zone d'instabilité.

On donne ici pour le cas d'une machine bipolaire une interprétation physique des situations correspondant à $\delta > 0$ et $\delta < 0$:



1) lorsque l'on est en générateur, l'attraction entre les polarités magnétiques des champs liés au stator B_s et au rotor B_r s'exerce dans un sens inverse à celui de la rotation. En effet, B_s , H_s et I liés à l'induit sont colinéaires et en retard de $\pi/2$ par rapport à la tension du réseau V . B_r lié à l'inducteur est en avance de $\pi/2$ par rapport à la tension induite E .

Cette attraction correspond à un couple résistant.

2) lorsque l'on est en moteur, cette attraction est dans le sens de la rotation ; elle correspond à un couple moteur.

Enfin, le cas limite $\delta = \pm \pi/2$ correspond à la situation où il n'y a pas de sens préférentiel d'attraction.

Contrairement aux autres machines tournantes électriques, la machine synchrone (prise isolément) n'a pas de caractéristique couple-vitesse intrinsèque, puisqu'elle ne peut fonctionner qu'à la vitesse du champ tournant. On peut par contre tracer $P(\delta)$ ou $\Gamma(\delta)$

Par ailleurs, on a, comme pour toute machine tournante : $\Gamma = P / \omega$

La puissance synchronisante P_s est donnée par

$$P_s = \frac{\partial P}{\partial \delta} = \frac{E V}{X_d} \cos \delta$$

La limite de stabilité statique naturelle correspond à

$$P_s = 0 \qquad \delta = \pi / 2$$

Si l'on s'intéresse à une machine synchrone dans l'utilisation en moteur, on a pour le rotor à l'arrêt :

$$P_s(t) = f(\delta(t))$$

avec comme valeur moyenne

$$\overline{P_s} = \frac{1}{T} \int_0^T P_s(t) \cdot dt = 0$$

On déduit de cette expression que le démarrage autonome est impossible.

3.6 Modes de fonctionnement

Il existe trois modes de fonctionnement :

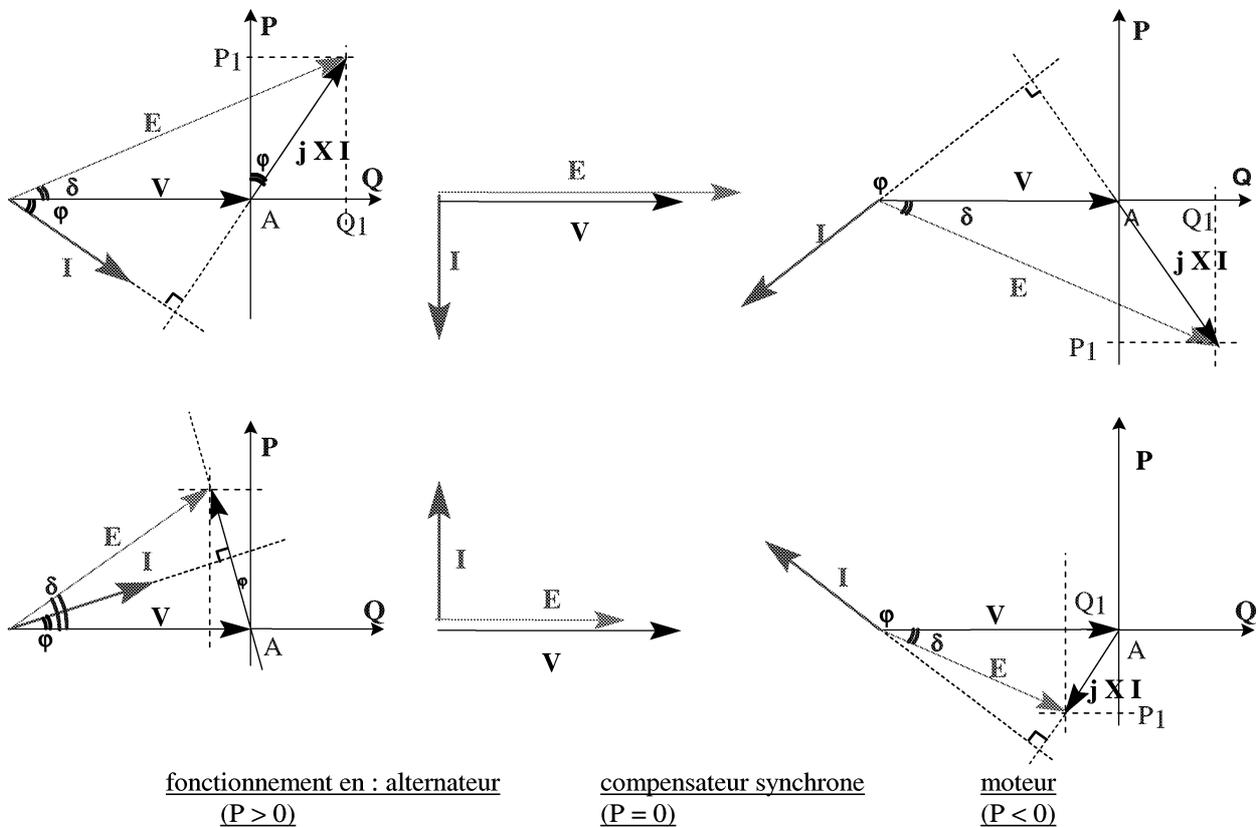
- en générateur, dit alternateur (*figures de gauche*)
- en compensateur synchrone, de puissance active nulle (*figures du centre*)
- en moteur (*figures de droite*)

Ces différents cas de fonctionnement sont décrits par les diagrammes vectoriels ci-dessous. Dans chacun de ces modes, se trouvent deux états : sous-excité et sur-excité.

Lorsque la machine est sous-excité, il y a consommation de réactif (*diagrammes du bas*) ; lorsqu'elle est sur-excité, il y a production de réactif (*diagrammes du haut*). Il y a donc indépendance totale des deux fonctions de fourniture des puissances active et réactive.

Le fonctionnement en compensateur synchrone constitue un cas particulier : la machine fournit alors uniquement de la puissance réactive, de signe quelconque, pour les besoins du réseau électrique auquel elle est raccordée. Le réseau lui fournit simplement ses pertes actives.

On passe de façon continue d'un mode à l'autre par modification de la puissance active, c'est à dire en pratique, du couple sur l'arbre, puisque l'on est à fréquence, et donc à vitesse de rotation, constante ; on passe d'un état à l'autre par action sur le courant dans l'inducteur.



Les différents modes de fonctionnement vont être décrits de façon plus détaillée.

3.6.1 convention dite des récepteurs

Lorsque l'on étudie exclusivement l'application en moteur, il est plus commode de considérer des puissances actives positives. Pour ce faire, on remplace alors \mathbf{I} par $-\mathbf{I}$.

L'équation complexe devient

$$\mathbf{E} = \mathbf{V} + j \mathbf{X} \mathbf{I}$$

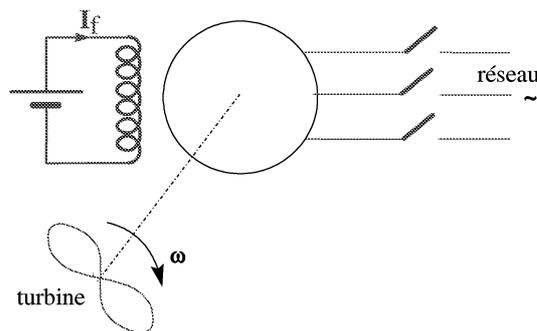
$$\mathbf{E} = \mathbf{V} - j \mathbf{X} \mathbf{I}$$

Ceci constitue la convention dite des récepteurs. Dans cette convention, les axes (AP, AQ) sont orientés de façon inverse aux schémas ci-dessus.

4 FONCTIONNEMENT EN ALTERNATEUR

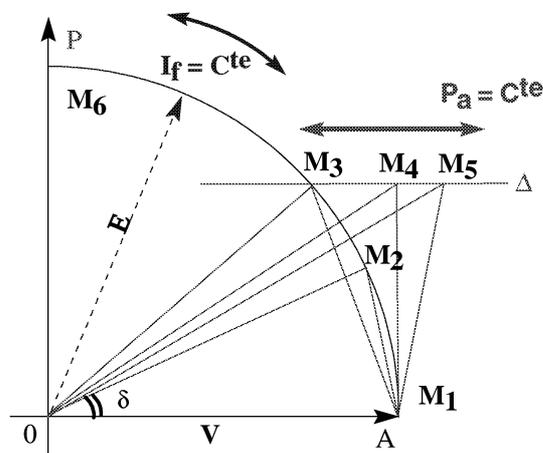
4.1 sur réseau à tension imposée

Il est nécessaire qu'il y ait identité absolue entre la fréquence du réseau et la fréquence produite par la machine, elle-même entraînée par une turbine. Cette identité se maintient naturellement, du fait de l'existence d'une puissance synchronisante, une fois que la machine est couplée au réseau. L'opération délicate préalable est donc l'opération dite de couplage, décrite plus loin.



Dans le plan des tensions complexes, le point représentatif du fonctionnement se déplace :

- sur un cercle de rayon E à excitation constante I_f ,
- sur une droite horizontale Δ , à puissance mécanique sur l'arbre constante

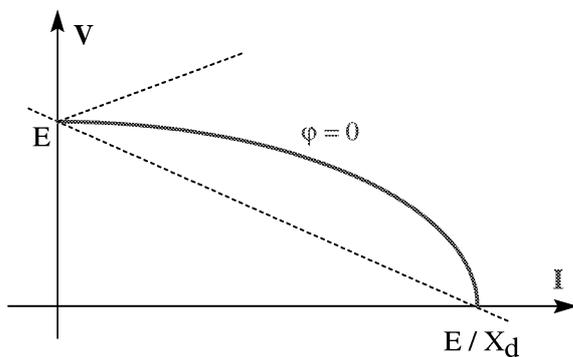


4.2 sur charge isolée

Dans le cas moins fréquent de l'alternateur débitant sur une charge isolée, on n'a plus $V = C^{te}$ (abstraction faite d'une éventuelle régulation), mais $E = C^{te}$ si l'on maintient I_f constant. Les courbes de charge, lieux du point représentatif du fonctionnement dans le plan (I, V) sont des ellipses d'équation

$$f(V, I) = V^2 + X_d^2 I^2 + 2 V X_d I \sin \varphi = E^2$$

On établit cette équation à partir du théorème de Pythagore appliqué au diagramme de Behn-Eschenburg.



Pour les valeurs particulières $\varphi = \pm \pi/2$ (fonctionnement dit en déwatté), on trouve les droites

$$E = V \pm X I$$

Ce fonctionnement peut être rapproché de celui de la génératrice à courant continu.

4.3 Couplage au réseau

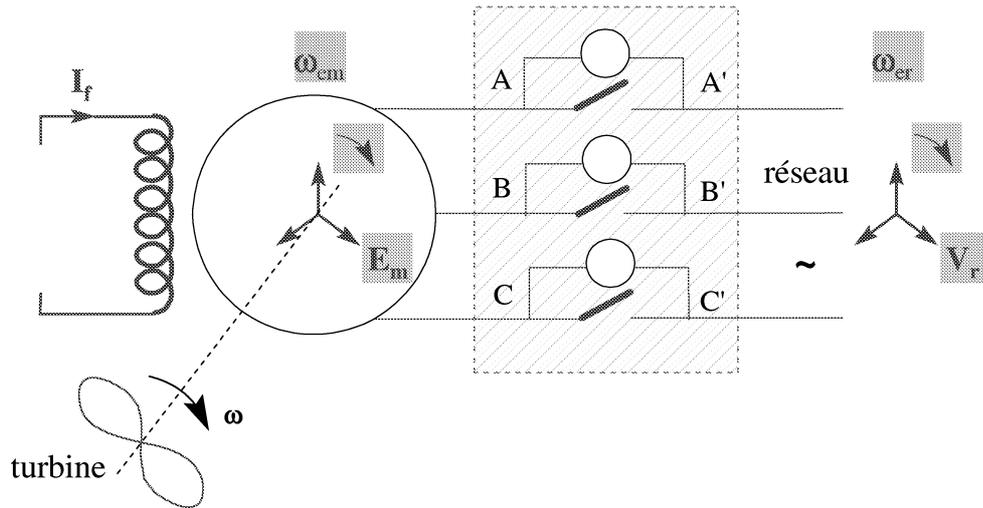
La mise en œuvre du couplage au réseau est décrite ci-dessous.

Il y a trois conditions préalables au couplage entre machine et réseau à satisfaire :

- 1) des tensions voisines : $E_m \# V_r$
- 2) des pulsations *électriques* voisines $\omega_{em} \# \omega_r$
- 3) des sens de rotation identiques

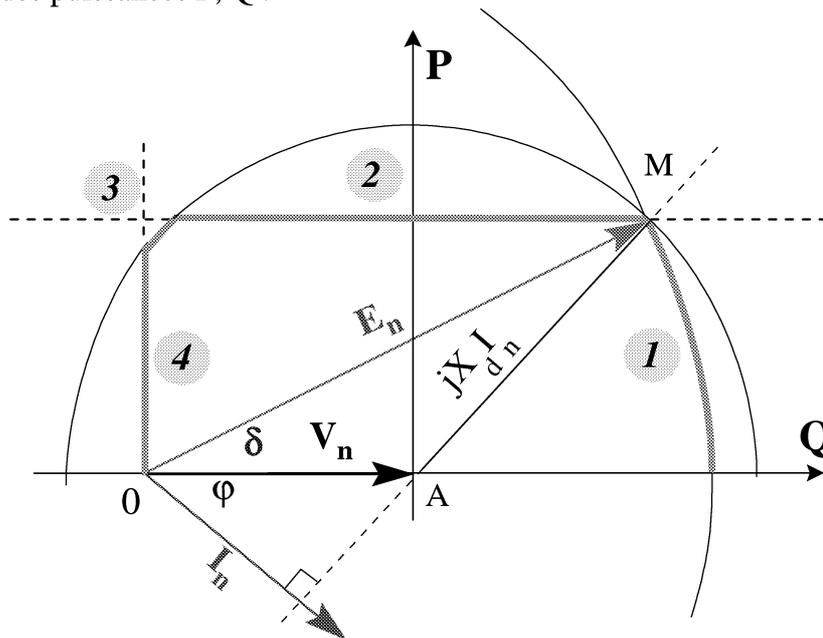
Si cette dernière condition n'est pas satisfaite, il suffit de permuter l'ordre des phases.

Les deux fréquences sont amenées au voisinage l'une de l'autre, et l'organe de raccordement au réseau est fermé à l'instant précis où il y a passage par zéro de la tension entre les points A, B, C et leurs homologues A', B', C'.



4.4 Domaine d'exploitation

Le domaine d'exploitation autorisé de la machine, compte tenu de l'ensemble des contraintes électriques et mécaniques qui s'appliquent à elle, correspond à une certaine zone dans le plan des puissances P, Q :



Les quatre principales limitations sont :

- | | |
|---|--------------------------------------|
| ① la limitation par le courant rotor (cercle de rayon E) | $\Rightarrow I_f = I_{f\max}$ |
| ② la limitation mécanique (droite horizontale) | $\Rightarrow P = P_{\max}$ |
| ③ la limitation par le courant stator | $\Rightarrow I = I_{\max}$ |
| ④ la limitation par la stabilité | $\Rightarrow \delta = \delta_{\max}$ |

On notera la coïncidence recherchée des limites ①, ②, ③ en M.

5 FONCTIONNEMENT EN COMPENSATEUR

Dans ce fonctionnement, seules les limites de nature électrique interviennent :

$$E < E_{\max} \quad \text{et} \quad I < I_{\max}$$

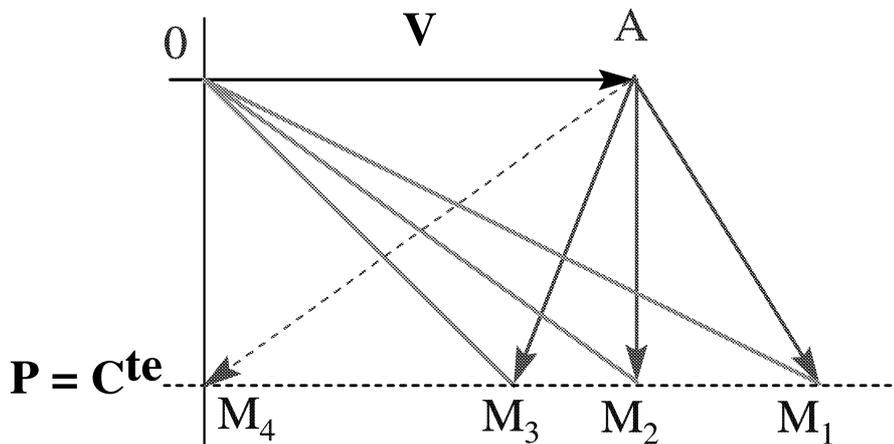
On a en effet : $\delta = 0$ et $P = 0$.

L'utilité de ce mode de fonctionnement est de contribuer au bon fonctionnement du réseau par fourniture ou absorption à la demande d'énergie réactive.

6 FONCTIONNEMENT EN MOTEUR

6.1 domaine de fonctionnement

Dans le plan des puissances (AQ, AP), le diagramme vectoriel représentatif du fonctionnement avec $V = C^{te}$ s'établit comme suit :



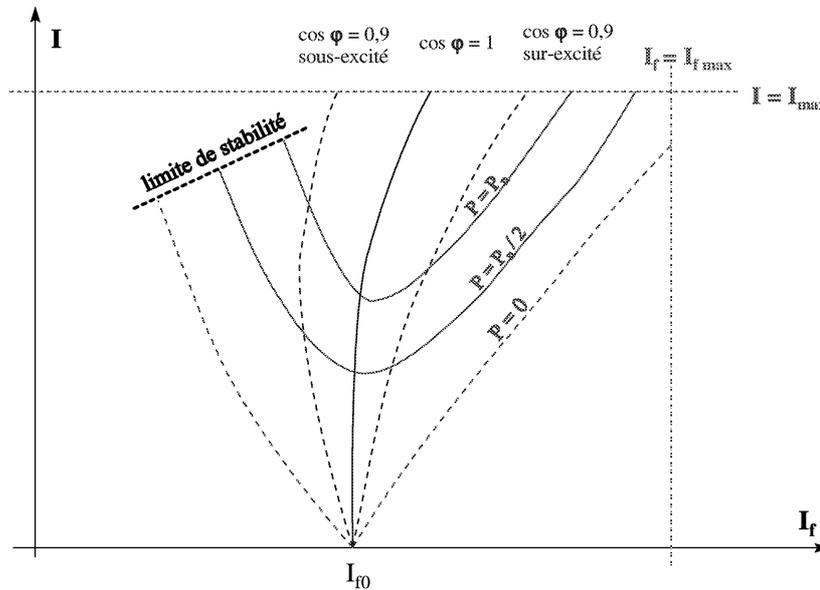
Le domaine autorisé du fonctionnement en moteur peut lui aussi être décrit par un diagramme dans un plan de coordonnées : I_f courant inducteur, et I courant induit

On trouve alors comme contraintes :

- $I_f < I_{f\max}$ (droite verticale)
- $I < I_{\max}$ (droite horizontale)
- $0 < P < P_{\max}$
- la limite de stabilité ($-\pi/2 < \delta < 0$)
- des contraintes éventuelles sur le facteur de puissance

Les courbes à puissance active constante dans le plan (I_f, I) sont appelées courbes en V ou courbes de Mordey.

La forme de ces courbes s'explique lorsque l'on considère l'action sur le courant inducteur dans le diagramme ci-dessus. La puissance active étant constante, la f.é.m. et donc le courant inducteur sont représentés par le vecteur OM_i ($i = 1, 2, 3, \dots$). Le module de ce vecteur passe pour un minimum pour $i = 2$ qui correspond à une puissance réactive nulle. Le point M_4 correspond à la limite de stabilité, au delà de laquelle le moteur décroche et s'arrête.



L'absence de symétrie des courbes de Mordey est due :

- à la saturation magnétique
- à la réaction d'induit

6.2 une comparaison avec la machine à courant continu

Dans le cas de la machine synchrone comme dans celui de la machine à courant continu :

- on dispose d'une réversibilité totale,
- on dispose de deux paramètres pour régler le fonctionnement de la machine,

machine/paramètre	continue	synchrone
Γ	I	$P_{\text{méca}}$
N	I_f	impossible
E	I_f	I_f

mais dans le cas de la machine synchrone, la vitesse est imposée.

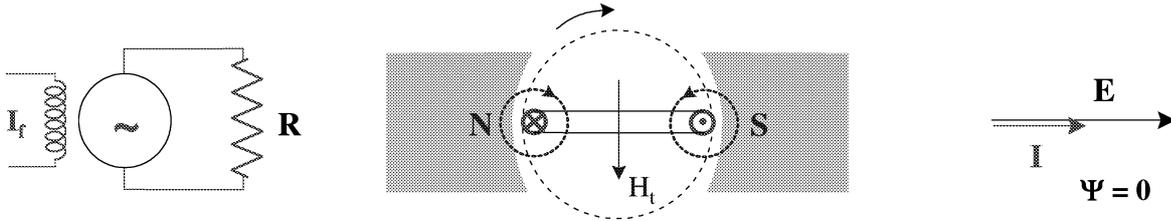
7 PHENOMENE DE REACTION D'INDUIT

Le phénomène de réaction magnétique d'induit est dû à l'effet des ampères-tours produits par le courant qui circule dans les enroulements de l'induit, et qui modifie les conditions créées par le flux inducteur.

Trois cas doivent être distingués selon la charge qui est connectée aux bornes de la machine ; ils sont analysés à partir d'un même schéma à induit tournant.

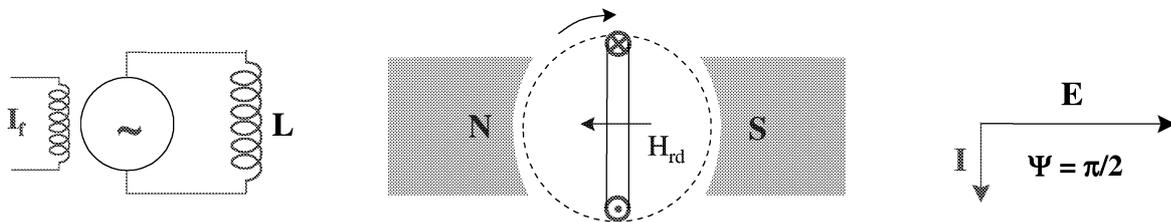
7.1 débit sur résistance pure

Le courant induit est en phase avec la f.é.m. Il est maximal lorsque la spire est disposée selon l'axe du champ. On a alors un champ créé par l'induit qui est transversal : il ne modifie pas globalement le champ inducteur.



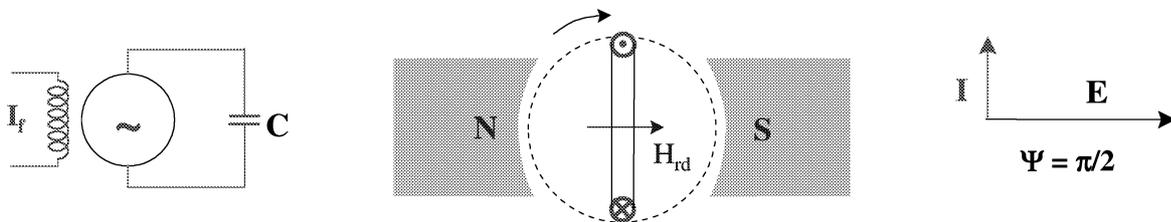
7.2 débit sur inductance pure

Le courant est déphasé de $\pi/2$ en arrière par rapport à la f.é.m. Le courant est donc maximal lorsque la spire est disposée selon l'axe transverse. Son flux s'oppose donc au flux principal: il est démagnétisant.



7.3 débit sur capacité pure

On a l'effet inverse ; le courant est déphasé de $\pi/2$ en avance par rapport à la f.é.m. Le courant est donc minimal lorsque la spire est disposée selon l'axe transverse. Son flux s'ajoute donc au flux principal : il est magnétisant.



Qualitativement, l'effet de la réaction d'induit est fonction de la nature de la charge raccordée. Le comportement est donc différent de ce qui est observé avec une machine à courant continu.

8 TECHNIQUES PARTICULIERES

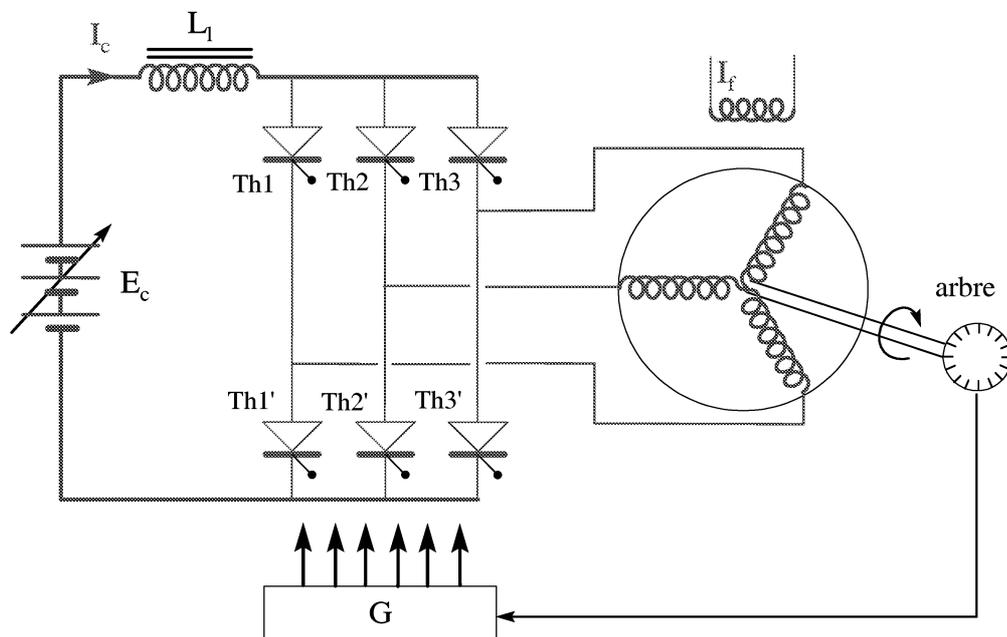
8.1 Machine synchrone autopilotée

L'association d'électronique de puissance avec une machine synchrone bouleverse complètement les données de l'utilisation de ce type de machine.

En effet, grâce au concept d'autopilotage, il est possible d'alimenter une machine synchrone à une fréquence variable, et donc de la mettre en situation de fonctionner sur une gamme complète de vitesses. Le démarrage également devient possible.

Le fonctionnement global devient alors très proche de celui d'une machine conventionnelle à courant continu, tout en conservant les avantages intrinsèques de la technique de la machine synchrone.

Le principe de l'autopilotage est mis en évidence par le diagramme ci-dessous.



Il consiste à commander les allumages des interrupteurs d'un onduleur triphasé à partir d'informations angulaires recueillies sur le rotor de la machine, au moyen d'un capteur et d'un ensemble de circuits déphaseurs G.

On est donc, suivant ce principe, toujours synchrone entre la rotation du rotor et l'alimentation électrique du stator.

Les impulsions de commande des gâchettes des six thyristors sont envoyées conformément au principe du chronogramme de fonctionnement du pont de Graëtz commandé :

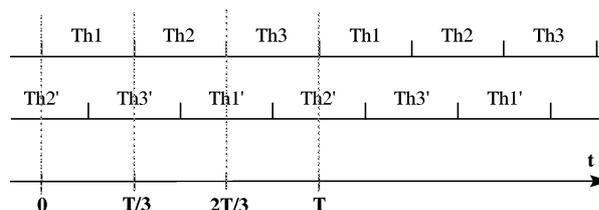


Diagramme des périodes d'allumage des interrupteurs du pont de Graëtz

8.2 Machine à réluctance variable

La machine à réluctance variable est une variante de la machine synchrone où le rotor à inducteur bobiné est remplacé par un rotor en matériau magnétique complètement passif. Ce rotor n'a pas une symétrie cylindrique et présente des directions radiales avec des valeurs de réluctance sensiblement différentes.

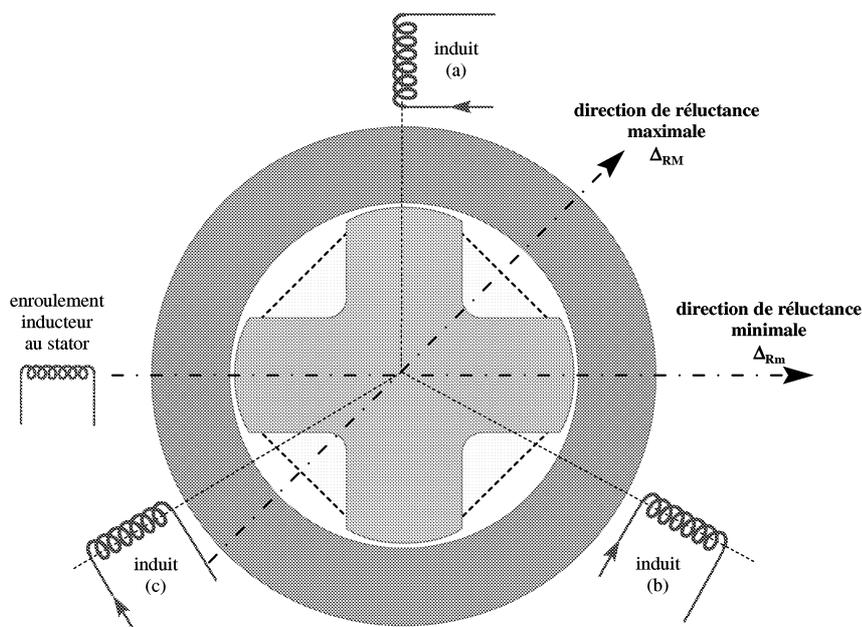
Lorsqu'un champ existe dans l'entrefer, le rotor présente des pôles fictifs situés au droit des emplacements de moindre réluctance. Si le champ dans l'entrefer est un champ tournant, le rotor va être soumis à un couple qui tendra à maximiser le flux intercepté, c'est-à-dire à maintenir le rotor au synchronisme avec le champ tournant.

Il s'agit donc bien d'une machine synchrone. Cette technique est également utilisée pour synchroniser certains moteurs asynchrones, en donnant au rotor de ceux-ci une forme non axisymétrique, de type cylindre tronqué (*voir la figure : profil en pointillé*).

Cette constitution conduit à une machine présentant peu de risque de défaillance, du fait de l'absence de bobinages tournants et de contacts glissants. C'est son principal intérêt. Par contre, le matériau magnétique du rotor est mal utilisé puisque le flux ne peut s'inverser de $+\Phi_M$ à $-\Phi_M$, mais seulement varier entre deux valeurs extrêmes de même polarité 0 et $+\Phi_M$.

Il s'agit donc d'une machine à performances massiques médiocres.

Elle peut néanmoins fonctionner en moteur comme en générateur. Dans ce cas, elle nécessite la création d'un enroulement inducteur alimenté en courant continu placé au stator. Avec une telle structure, elle constitue une machine synchrone pleinement réversible. Enfin, la technique de l'autopilotage peut être employée pour la machine à réluctance variable.

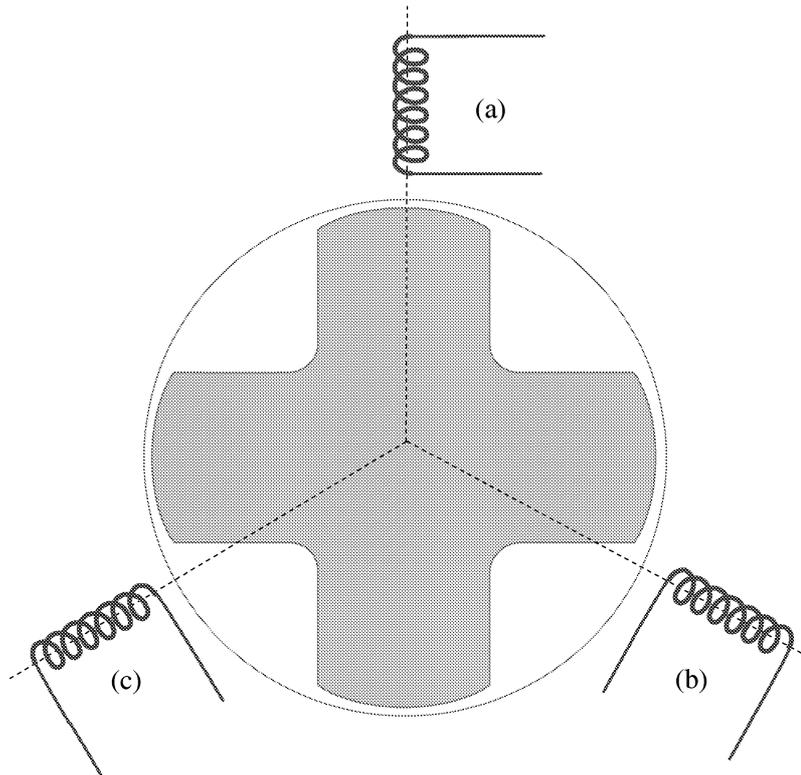


8.3 Moteur pas-à-pas

Dans cette technique, on utilise également un rotor à réluctance variable (ou un rotor à aimant), et l'on fait en sorte que le rotor et le stator n'aient pas les mêmes nombres de pôles p_r et p_s . Ainsi, il n'y a pas une position d'équilibre unique, mais un ensemble de positions possibles.

On a supposé ci-dessous que l'enroulement stator comportait par exemple 3 bobines. Les enroulements du stator sont alimentés à tour de rôle en courant continu, alternatif ou encore impulsionnel. A chaque changement de pôle alimenté, le rotor se déplace angulairement d'un pas statorique, soit $2\pi/p_s$. Le sens de rotation est déterminé par l'ordre d'alimentation des bobines. Ici, une séquence de type : a, b, c, a, ... crée un déplacement dans le sens horaire, a, c, b, a, ... dans le sens antihoraire.

On peut avec ce moteur obtenir un positionnement très précis du rotor.



9 APPLICATION DE LA MODELISATION DE PARK A LA MACHINE SYNCHRONES

Pour étudier la machine synchrone en régime non permanent, de façon analogue à ce qui a été présenté au Chapitre V, il s'avère le plus commode de placer l'inducteur dans le repère fixe (Od, Oq) et de faire tourner les trois phases de l'induit notées a, b, c.

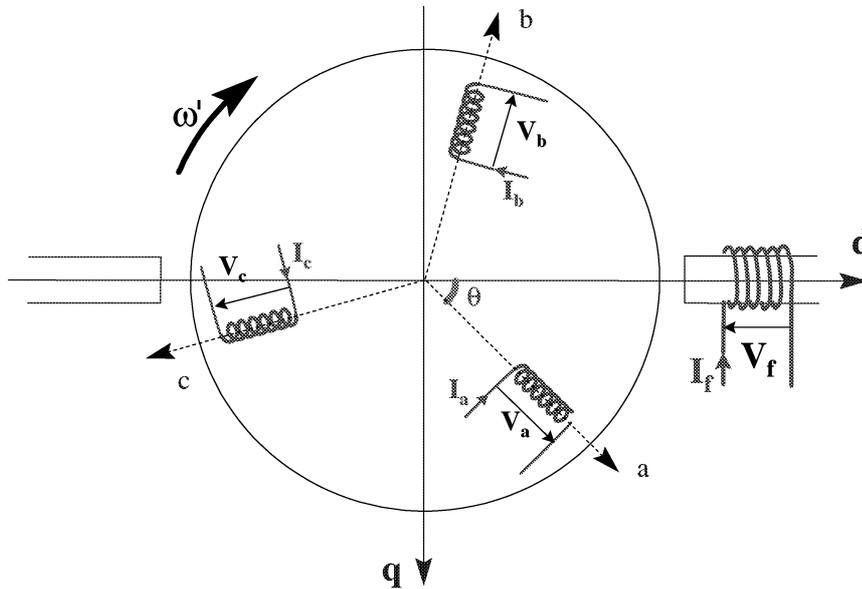
L'ordre des phases est défini comme suit :

$$\theta_a = \theta$$

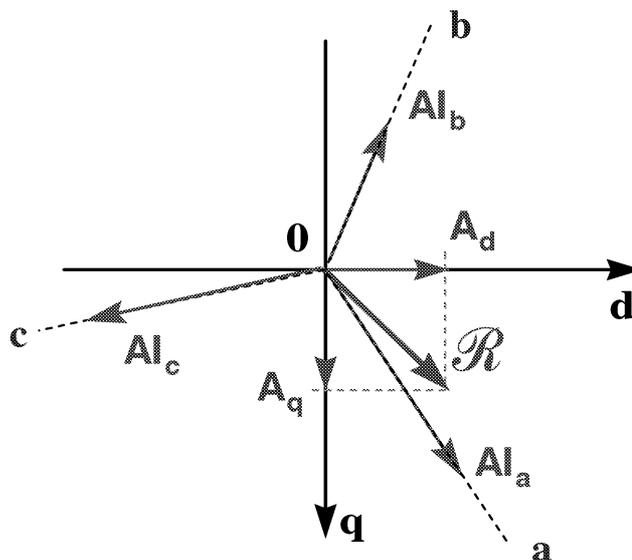
$$\theta_b = \theta - 2\pi/3$$

$$\theta_c = \theta - 4\pi/3$$

La machine est décrite par la figure suivante :



L'onde de force magnéto-motrice \mathcal{R} créée par les enroulements de l'induit est la somme vectorielle des ondes créées par chacune des phases comme indiqué par le schéma suivant :



9.1.1 mise en équations

On utilise la transformation suivante qui fait correspondre aux trois courants de phase I_a , I_b , I_c , par la matrice de passage P , les trois courants I_d , I_q , I_0 dans le repère de référence (O_d , O_q). Cette matrice définit la transformation de Park :

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \sin \theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

La composante homopolaire des courants ne participe pas à la création d'un champ tournant, d'où la troisième relation ajoutée pour compléter le système.

La relation matricielle ci-dessus a pour inverse :

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{bmatrix}$$

Les matrices de passage P et P^{-1} d'une armature triphasée à une armature diphasée sont identiques pour les tensions, les courants, et les flux.

Lorsque le repère transformé est fixe par rapport au repère (O_d , O_q), P et P^{-1} ne comportent que des coefficients constants (matrices de Clarke) :

$$P = \begin{bmatrix} I_{dt} \\ I_{qt} \\ I_{0t} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{at} \\ I_{bt} \\ I_{ct} \end{bmatrix} \quad P^{-1} = \begin{bmatrix} I_{at} \\ I_{bt} \\ I_{ct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dt} \\ I_{qt} \\ I_{0t} \end{bmatrix}$$

avec $t = r, s, \dots$ indice du repère fixe

Le fonctionnement électrique est décrit par les équations :

$$V_a = -p \Phi_a - R_a I_a$$

$$V_b = -p \Phi_b - R_a I_b$$

$$V_c = -p \Phi_c - R_a I_c$$

9.1.2 relations entre les flux et les courants

On peut expliciter les relations particulières existant entre les flux et les courants compte tenu de la structure de la machine :

$$\begin{aligned}\Phi_d &= L_d I_d + M_{af} I_f \\ \Phi_q &= + L_q I_q\end{aligned}$$

9.1.3 Equations de Park

L'application du changement de repère aux tensions de phase conduit au système suivant :

$$\begin{aligned}V_d &= -p \Phi_d - \Phi_q p\theta - R_a I_d \\ V_q &= -p \Phi_q + \Phi_d p\theta - R_a I_q \\ V_0 &= -p \Phi_0 - R_a I_0\end{aligned}$$

Le développement des calculs permet d'établir des formulations pour la puissance et pour le couple dans le repère de Park :

$$P = V_a I_a + V_b I_b + V_c I_c$$

devient :

$$\begin{aligned}P &= \frac{3}{2} (V_d I_d + V_q I_q + 2 V_0 I_0) \\ P &= \frac{3}{2} [- (I_d p \Phi_d + I_q p \Phi_q) + (\Phi_d I_q - \Phi_q I_d) p\theta - R_a (I_d^2 + I_q^2) + 3 [- I_0 p \Phi_0 - R_a I_0^2]]\end{aligned}$$

De même le calcul du couple conduit à l'expression :

$$\Gamma_e = \frac{3}{2} (\Phi_d I_q - \Phi_q I_d)$$

L'établissement de ces expressions de P et de Γ permet de procéder plus commodément à la conception de régulations adaptées aux machines synchrones, ainsi qu'à l'étude de leurs régimes transitoires.

10 SYNTHÈSE

Les machines synchrones sont caractérisées par leur réversibilité totale et par l'indépendance totale des puissances actives et réactive qu'elles absorbent ou fournissent. Dans l'application à la production d'électricité, elles sont réalisables en tailles unitaires très élevées.

Leurs applications en moteur se développent fortement en association à des systèmes électroniques basés sur l'autopilotage, ce qui permet de les mettre en œuvre pour des entraînements à vitesse variable, et ce jusqu'à des puissances assez élevées (quelques dizaines de MW).

Elle présentent une complexité de construction intermédiaire entre les machines à courant continu et les machines asynchrones. Elles ont des performances massiques assez élevées.

La technique des rotors à aimants permanents contribue à étendre leur domaine d'applications.

Le moteur synchrone ne peut démarrer seul. Mais ce problème peut être résolu par un démarrage en asynchrone (cage d'amortisseurs) si le couple résistant est faible, ou plutôt avec l'aide d'une électronique associée (technique de l'autopilotage).

EXERCICE

On considère un alternateur triphasé, de réactance totale $X = 15 \Omega$, et de résistance interne négligeable.

On le supposera linéaire, la loi d'excitation étant donnée par $E = k_f \cdot i_f$, où i_f est en ampères et E en volts, et $k_f = 100 \Omega$.

L'alternateur fonctionne avec une tension constante aux bornes $U = 20\,000 \text{ V}$ entre phases ; il fournit également une puissance constante $P = 10 \text{ MW}$.

1) quel est le facteur de puissance lorsque la f.é.m. de l'alternateur a pour valeur $E = 15000 \text{ V}$?

2) quelles sont les valeurs extrémales de I dans ce problème ?

3) déterminer la courbe reliant i et I , lorsque l'excitation varie, en supposant toujours la machine linéaire

4) calculer les valeurs du courant d'excitation correspondant à un déphasage $\phi = +\pi/4$ (avant) et $\phi = -\pi/4$ (arrière)

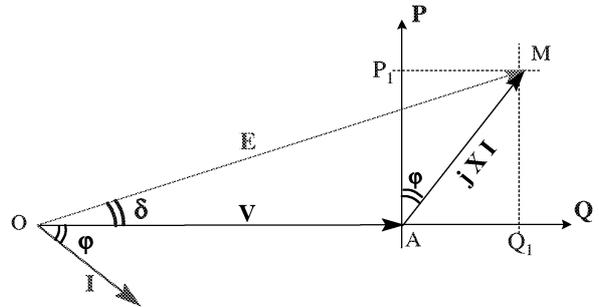
5) déterminer la courbe du 3) pour le cas où $P = 0$.

SOLUTION

La tension d'une phase a pour valeur (constante)

$$V_1 := \frac{U}{\sqrt{3}} = 11,5 \text{ kV}$$

La puissance P , qui est constante, a aussi pour expression : $P = 3V_1 I \cos \phi$



La longueur AP_1 sur le diagramme représente la valeur : $AP_1 = P X / (3 V_1) = 4330 \text{ V}$

La longueur OM peut être déterminée à partir de l'équation : $OQ_1^2 + MQ_1^2 = OM^2 = E^2$

Ici on connaît E , sachant que $AP_1 = MQ_1$, on peut déduire plus simplement ϕ de la valeur de l'angle interne δ . En effet :

$$\delta = \arcsin (MQ_1/E) = 0,293 \text{ (rd)}$$

$$AQ_1 = E \cos \delta - V_1 = 2800 \text{ V}$$

$$\phi = \arcsin (AQ_1/OQ_1)$$

$$\cos \phi = 0,838$$

$$I := \frac{P}{3 \cdot V_1 \cdot \cos \phi} = 344 \text{ A}$$

2) On ne peut avoir $\cos \phi > 1$

sachant que $P = 3V_1 \cdot I \cos \phi$, cela implique $I > P / 3 V_1$, d'où I_{\min}

$$I_{\min} := \frac{P}{3 \cdot V_1} = 288 \text{ A}$$

par ailleurs, on a toujours $I < I_{\max}$ (thermique stator)

3) la relation $OQ_1^2 + MQ_1^2 = OM^2$ peut s'écrire : $E^2 = (X I \cos \phi)^2 + (V_1 + X I \sin \phi)^2$ ou encore : $E^2 = (X I)^2 + V_1^2 + 2V_1 X I \sin \phi$

La puissance P étant constante ainsi que la tension V_1 , on a donc par ailleurs :

$I \cos \phi = c^{te} = P / (3V1)$. On peut donc déterminer les valeurs de E associées à I donné plus aisément que l'inverse.

A $\cos \phi(I) = P / 3V1 I$, on peut associer deux valeurs opposées de $\sin \phi(I)$, et donc deux valeurs de E et de if : if1(I) et if2(I)

Pour ϕ donné, on peut calculer I et donc aussi $\cos \phi$, $\sin \phi$ avec son signe, et donc E et if.

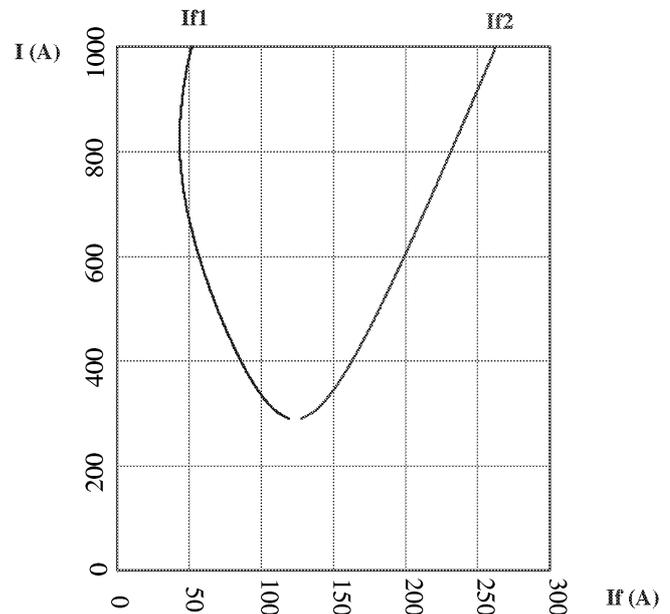
$$\text{if1}(k) := \frac{\sqrt{(X \cdot I(k) \cdot \cos \phi(k))^2 + (V1 + X \cdot I(k) \cdot \sin \phi(k))^2}}{kf}$$

$$\text{if2}(k) := \frac{\sqrt{(X \cdot I(k) \cdot \cos \phi(k))^2 + (V1 - X \cdot I(k) \cdot \sin \phi(k))^2}}{kf}$$

(noter que sur le diagramme :

- I est porté en ordonnée de 0 à 1000 A

- if est porté en abscisse de 0 à 300 A)



4) calcul pour une valeur particulière $\phi := \frac{\pi}{4}$

$$I := \frac{P}{3 \cdot V1 \cdot \cos \phi} = 408 \text{ A}$$

$$\text{if1} := \frac{\sqrt{(X \cdot I \cdot \cos \phi)^2 + (V1 + X \cdot I \cdot \sin \phi)^2}}{kf} = 164 \text{ A}$$

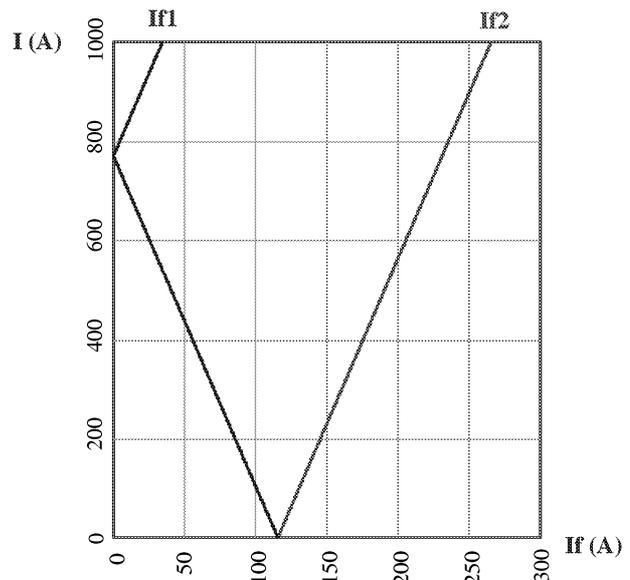
$$\text{if2} := \frac{\sqrt{(X \cdot I \cdot \cos \phi)^2 + (V1 - X \cdot I \cdot \sin \phi)^2}}{kf} = 84 \text{ A}$$

5) cas du compensateur synchrone : $P = 0$

On peut faire les calculs au moyen des expressions précédentes pour if1 et if2, sachant que :

$$P = 0 \text{ implique : } \cos \phi = 0 \text{ et } \sin \phi = 1$$

On obtient ainsi le diagramme ci-contre, les échelles et la disposition étant les mêmes que ci-dessus.



CHAPITRE X

LA MACHINE ASYNCHRONE

1 INTRODUCTION

Les machines asynchrones couvrent actuellement l'essentiel des besoins de transformation d'énergie électrique en énergie mécanique. A titre d'exemple, elles sont utilisées pour la quasi-totalité des fonctions auxiliaires d'une centrale de production électrique ; il en est généralement de même dans les procédés industriels. L'étude de ces machines revêt donc une grande importance.

Qui plus est, le progrès technique dans certains secteurs, tels que celui des trains rapides, consiste à évoluer des technologies de machines à courant continu et synchrones vers celles des machines asynchrones. Il importe de comprendre pourquoi.

Les pages qui suivent ont donc pour but de rappeler :

- *tout d'abord, ce que l'on attend d'une façon générale, d'un système de conversion électromécanique tel qu'un moteur*

- *ensuite, quel est le principe de la machine asynchrone, et pourquoi la mise en œuvre de ce principe se traduit par des avantages certains vis-à-vis des autres technologies de moteurs*

- *enfin, on expose comment le développement de l'électronique de puissance a encore étendu le domaine d'utilisation des machines asynchrones, en permettant de s'affranchir de certaines limitations résultant également de leur principe.*

Dans ce qui précède, on fait allusion implicitement aux machines asynchrones rotatives. Pourtant ceci n'est pas la seule forme possible. Il existe également des machines asynchrones linéaires, qui ont été essentiellement envisagées pour des applications dans le domaine des transports guidés par rail. Les propriétés, avantages, et limitations de ce type de machines sont très similaires à celles des machines rotatives, et l'on basera donc ce qui suit uniquement sur l'analyse de ces dernières. Ceci n'enlève rien à l'intérêt ni au caractère innovant des machines linéaires.

L'étude des machines statiques (transformateurs, réactances) montre que le fonctionnement de ces appareils s'accompagne de la création de forces mécaniques importantes s'exerçant sur les parties actives (conducteurs, circuits magnétiques). Si dans ce cas elles sont inutiles, voire indésirables, car susceptibles de détériorer la tenue des appareils par exemple lors des régimes transitoires, on peut rechercher au contraire à tirer parti de l'existence de ces forces pour constituer des moteurs. C'est l'idée de base de la constitution des machines asynchrones, exploitant l'interaction entre des courants inducteurs et des courants induits. La machine asynchrone est aussi de ce fait souvent dénommée machine à induction.

2 GENERALITES

2.1 Qu'attend-on d'un moteur ?

Les besoins d'énergie mécanique à satisfaire peuvent prendre des formes différentes. Il peut s'agir de fournir :

- un déplacement angulaire (ou linéaire)
- du couple, de la puissance
- un positionnement précis

On peut attendre du système de conversion électromécanique qu'il fournisse :

- une capacité de démarrage
- une accélération importante
- un mouvement à vitesse fixe ou variable.

Pour satisfaire ces besoins, on peut recourir principalement à différents types de moteur :

- a) à courant alternatif
 - asynchrone
 - synchrone
 - à excitation électrique
 - à aimants
 - à réluctance variable

- b) à courant continu

Plus récemment, de tous nouveaux types sont apparus (exemple : moteur piézo-électrique). Ils intéressent toutefois essentiellement le domaine des petites puissances (asservissements, etc.).

2.2 Rappels sur les machines tournantes

Pour faciliter la compréhension du principe de fonctionnement des machines asynchrones, il est utile de rappeler deux théorèmes importants, relatifs aux champs tournants :

2.2.1 théorème de Leblanc

Un champ magnétique fixe en direction, et modulé sinusoïdalement $h = H \sin \omega t$ est décomposable en une somme de deux champs tournants :

- de vitesses angulaires opposées $+\omega$ et $-\omega$,
- et d'amplitudes constantes et égales à $H/2$.

2.2.2 théorème de Ferraris

Un ensemble de courants q -phasés de même pulsation ω , alimentant q bobines dont les déphasages spatiaux sont égaux à leurs déphasages temporels respectifs $2\pi/q$, crée un champ tournant *unique* d'amplitude constante et égale à $q/2$ fois celle de l'un des champs constitutifs, et de vitesse angulaire ω .

2.3 Constitution du moteur asynchrone

2.3.1 stator

Le stator est précisément constitué d'un bobinage polyphasé, c'est-à-dire d'un système de q bobines alimentées par q courants déphasés de $2\pi/q$. Les conducteurs actifs de ces bobines sont des conducteurs rectilignes disposés selon les génératrices du cylindre extérieur de l'entrefer. En pratique, on a toujours $q = 3$.

Il a pour fonction de créer un champ radial H_s tournant à la vitesse ω_s .

2.3.2 rotor

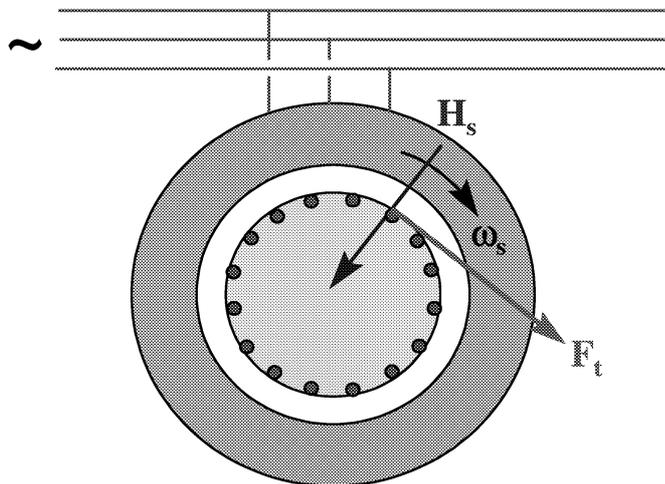
Le rotor est constitué de circuits fermés, en nombre *quelconque*, formés de conducteurs également disposés selon les génératrices d'un cylindre, côté intérieur de l'entrefer. Ces conducteurs sont reliés entre eux à chaque extrémité du rotor, formant ainsi une sorte de cage (d'où le nom de "cage d'écureuil" appliqué à certains moteurs)

Il résulte de cette disposition :

- la création de f.é.m. induites e_r dans les conducteurs rotoriques par le champ statorique H_s ; ces f.é.m. e_r créent des courants i_r dans ces conducteurs, du fait qu'ils forment des circuits refermés sur eux-mêmes.

- la création de forces de Laplace tangentielles F_t , qui résultent de l'interaction du *même* champ statorique H_s sur les courants i_r des conducteurs rotoriques. Ces forces sont orientées dans le sens de ω_s .

La figure ci-dessous explicite la création de ces forces tangentielles.



Il est à noter l'existence de forces radiales non négligeables dans l'entrefer, dues au passage du courant dans les conducteurs statoriques. Compte tenu de la symétrie cylindrique de la structure, l'ensemble de ces forces s'équilibre et leur résultante est nulle (tout au moins si le rotor est bien centré).

On note dès à présent l'analogie très forte entre la machine asynchrone et les machines statiques. Cette analogie sera exploitée pour la modélisation.

Les conséquences du principe de la machine sont que :

1) le moteur asynchrone polyphasé peut démarrer seul, puisque les forces F_t vont exister même lorsque le rotor est à l'arrêt

2) il ne peut atteindre la vitesse de synchronisme, puisqu'à cette vitesse les conducteurs rotoriques seraient immobiles par rapport au champ tournant stator, par ailleurs d'amplitude fixe. Les courants induits i_r seraient donc nuls, ainsi par voie de conséquence, que les forces de Laplace associées.

3) par rapport aux autres types de moteur (continu, synchrone), on note la simplification de la constitution, dont un aspect est l'absence d'un deuxième circuit auxiliaire. La contrepartie est la réduction du nombre des paramètres de pilotage qui font que le moteur asynchrone est *moins souple* à commander que les autres types, à moins que l'on ne fasse appel à une électronique de puissance associée.

L'écart relatif de vitesse, par rapport au synchronisme, est appelé glissement (g). Il est défini par :

$$g = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s}$$

où ω_r est la vitesse de rotation du rotor.

Il est habituellement de quelques %, le glissement d'une machine à vide étant encore plus faible (quelques 0/00). Si faible qu'il soit, il justifie néanmoins le qualificatif d'asynchrone attribué à la machine. On verra que g est un paramètre plus significatif que ω_r pour caractériser le fonctionnement de la machine (puisque $\omega_r \neq \omega_s$). C'est donc lui qui est couramment utilisé.

2.4 Fréquence des courants rotoriques

H_s étant le champ tournant lié au stator :

- sa vitesse angulaire est ω_s dans le repère spatial fixe lié au stator Ox_s, Oy_s
- sa vitesse angulaire est $(\omega_s - \omega_r) = g \omega_s$ dans le repère spatial mobile lié au rotor

Ox_r, Oy_r

Les courants rotoriques i_r sont à la fréquence du champ d'induction vu par le rotor, soit $g \omega_s$. Plus généralement, les champs et les courants qui interagissent sont à la même fréquence dans un même repère, et ce, quel que soit ce repère dans lequel on se place pour les observer.

Un même vecteur tournant H peut être défini dans 3 repères différents :

- par ses composantes X_s et Y_s dans un repère spatial immobile lié au stator
- par ses composantes X_r et Y_r dans un repère spatial lié au rotor
- par ses composantes X_h et Y_h dans un repère lié à lui-même

La transposition d'un repère à un autre se fait au moyen des relations de passage ; à titre d'exemple :

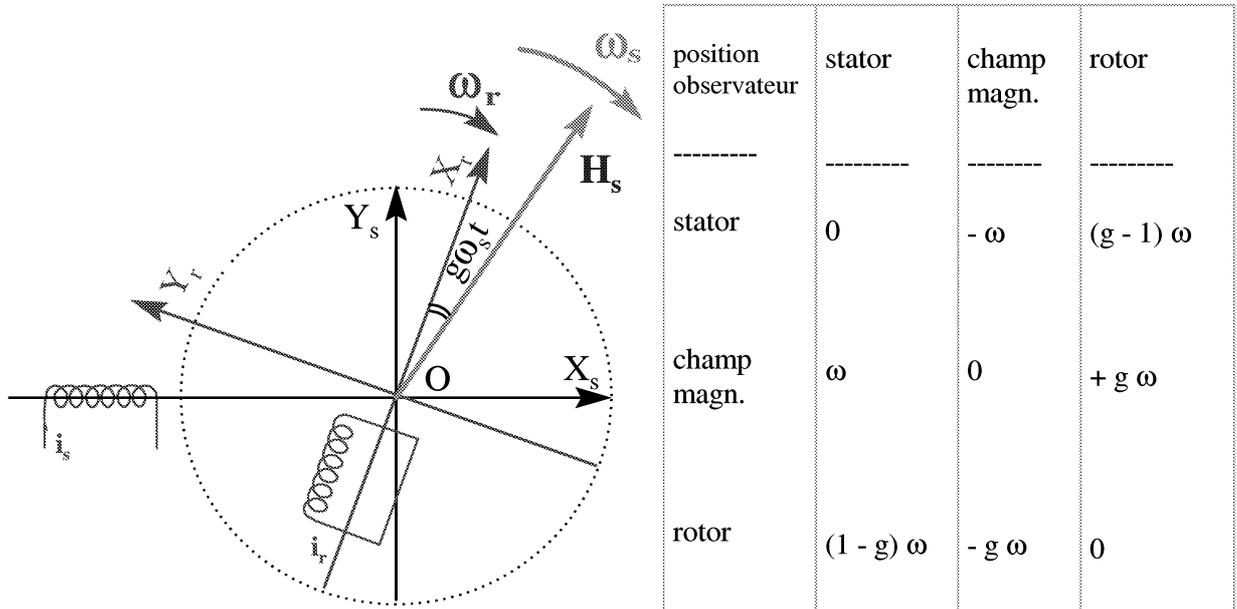
$$\begin{bmatrix} X_h \\ Y_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos g\omega_s t & \sin g\omega_s t \\ -\sin g\omega_s t & \cos g\omega_s t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_r \\ Y_r \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} X_r \\ Y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos g\omega_s t & -\sin g\omega_s t \\ \sin g\omega_s t & \cos g\omega_s t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_h \\ Y_h \end{bmatrix}$$

L'onde de champ tournant H_r créée par les courants rotoriques à la fréquence $g \omega_s$ est vue immobile par le champ statorique H_s ; elle est vue à la fréquence ω_s par le repère fixe.

Il est donc important de noter que la machine est :

- électriquement et mécaniquement asynchrone
- magnétiquement synchrone.

Le tableau ci-dessous récapitule les vitesses relatives des différents constituants



On note que seul le mouvement relatif des deux repères intervient. Le fonctionnement serait donc identique si l'enroulement induit était immobile, et l'enroulement inducteur mobile. Cette disposition n'est pas utilisée en moteur à rotation, car n'offrant pas d'avantages particuliers.

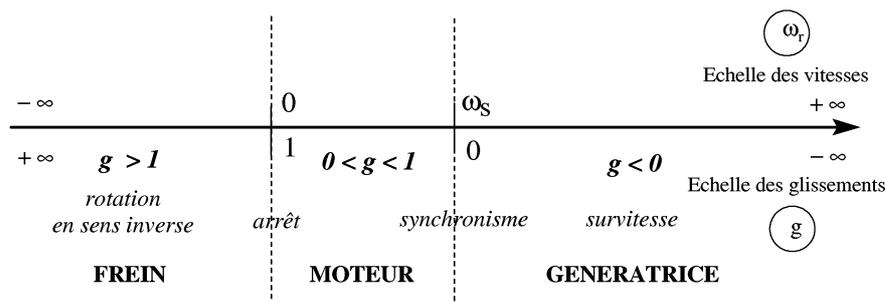
Enfin, on peut montrer l'existence d'un décalage δ , constant en régime permanent, entre les directions des ondes de force magnéto-motrice du stator et du rotor, similaire à l'angle interne dans une machine synchrone, et de même orientation (le champ rotorique est en retard de δ en moteur d'après le sens de la rotation).

2.5 Grandeurs utilisées

Comme pour tout moteur, les grandeurs importantes sont la vitesse de rotation ω_r et le couple mécanique sur l'arbre Γ . Il est nécessaire d'explicitier leurs relations avec le glissement g , la vitesse de synchronisme ω_s et avec la pulsation du réseau ω_e

a) le glissement g

La correspondance entre les vitesses ω_r et les glissements est résumée par le diagramme suivant :



Ces deux échelles ont des sens inverses, et des origines non coïncidentes. Les fonctionnements particuliers dits "en frein" et "en génératrice" seront expliqués ultérieurement.

b) la vitesse de synchronisme ω_s et la pulsation du réseau ω_e

Elles sont liées par :

$$\omega_s = \omega_e / p$$

où p est le nombre de paires de pôles de l'enroulement polyphasé du stator.

Par définition, p ne peut être inférieur à 1 ; dans le cas d'un réseau industriel à 50 Hz, la vitesse de synchronisme maximale sera donc de 3000 tr/min. Pour d'autres valeurs de p , on aura :

$p =$	1	2	3	4	...
Ω_s (tr/min)	3 000	1 500	1 000	750	etc.

c) puissances et couples

La puissance $P_{1>2}$, transférée du stator au rotor par l'entrefer, est dite puissance traversante.

On distingue :

- le couple électromagnétique $\Gamma_e = P_{1>2}/\omega_r$
- le couple mécanique total $\Gamma = P_2/\omega_r$
- le couple utile $\Gamma_u = P_u/\omega_r$

La différence entre couple mécanique Γ et couple utile Γ_u est simplement due à la présence des pertes mécaniques par frottements et ventilation du moteur.

Le couple mécanique peut s'exprimer de deux façons :

$$\Gamma = \frac{P_2}{\omega_r} = \frac{P_{1>2}}{\omega_s}$$

sachant que $\omega_r = (1 - g) \omega_s$, on tire de ces relations une première information sur le rendement de la machine asynchrone, qui est que le rendement intrinsèque du rotor η_r est égal à $(1 - g)$. On proscriera donc les fonctionnements à des valeurs élevées du glissement.

3 ÉQUATIONS DE LA MACHINE ASYNCHRONE

On a pu constater d'emblée la similitude de constitution avec une machine statique, du fait de la présence du couplage inductif entre circuits statoriques et rotoriques.

Pour exploiter au mieux cette similitude dans la recherche d'une représentation électrique, on supposera l'enroulement rotorique triphasé, ce qui peut être ou non le cas dans la réalité. Profitant de cette hypothèse, on raisonnera sur un schéma monophasé équivalent.

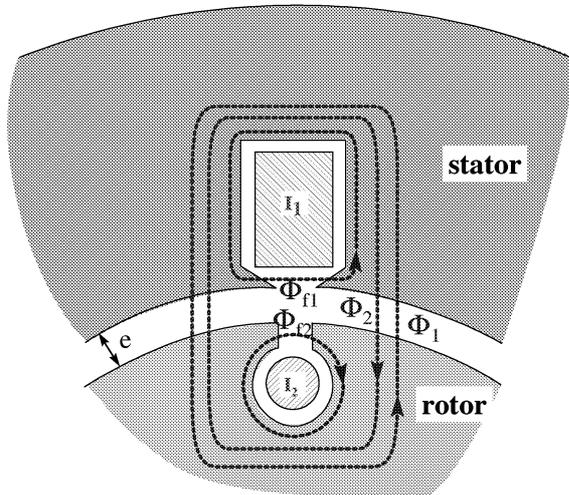
Une première approche consiste à supposer la machine non saturée, et à établir les bilans des flux, puis à en déduire les équations des tensions.

3.1 flux

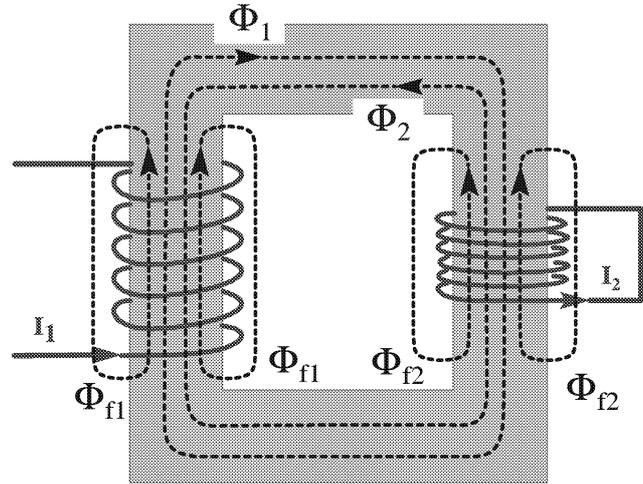
Le schéma de gauche qui suit montre les trajets des lignes de flux des champs créés par les conducteurs du stator et du rotor. Les conducteurs du rotor sont connectés en court-circuit ;

le schéma de droite établit un parallèle avec la machine statique équivalente sur le plan des flux.

Ces schémas parallèles font apparaître les flux principaux créés par les deux enroulements Φ_1 et Φ_2 , ainsi que les flux de fuite Φ_{f1} et Φ_{f2} .



machine asynchrone en coupe partielle



machine statique équivalente

Les bilans des flux au stator et au rotor s'écrivent au moyen des flux d'enroulement :

$$\textcircled{1} \begin{cases} \Phi_s = n_1 \Phi_1 + n_1 \phi_{f1} + n_1 \Phi_2 \\ \Phi_r = n_2 \Phi_2 + n_2 \phi_{f2} + n_2 \Phi_1 \end{cases}$$

A chaque flux peut être associée une inductance ; on associe ainsi les inductances L_1 et L_2 aux flux principaux, les inductances l_1 et l_2 aux flux de fuite, et M au couplage :

$$\textcircled{2} \begin{cases} \Phi_s = L_1 I_1 + l_1 I_1 + M I_2 \\ \Phi_r = L_2 I_2 + l_2 I_2 + M I_1 \end{cases}$$

3.2 tensions

Les équations des tensions sont obtenues par dérivation :

$$\textcircled{3} \begin{cases} U_1 = L_1 \frac{dI_1}{dt} + l_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt} \\ U_2 = L_2 \frac{dI_2}{dt} + l_2 \frac{dI_2}{dt} + M \frac{dI_1}{dt} \end{cases}$$

On tient compte du fait que les grandeurs sont sinusoïdales (avec leurs pulsations respectives)

$$\textcircled{4} \begin{cases} U_1 = j L_1 \omega I_1 + j l_1 \omega I_1 + j M \omega I_2 \\ U_2 = j L_2 \omega I_2 + j l_2 \omega I_2 + j M \omega I_1 \end{cases}$$

On écrit les équations aux tensions globales pour chaque circuit en ajoutant les chutes de tension internes dues aux résistances des enroulements, R_1 et R_2 :

$$\textcircled{5} \begin{cases} V_s = V_1 = R_1 I_1 + j l_1 \omega I_1 + j L_1 \omega I_1 + j M \omega I_2 \\ -V_r = 0 = R_2 I_2 + j l_2 \omega I_2 + j L_2 \omega I_2 + j M \omega I_1 \end{cases}$$

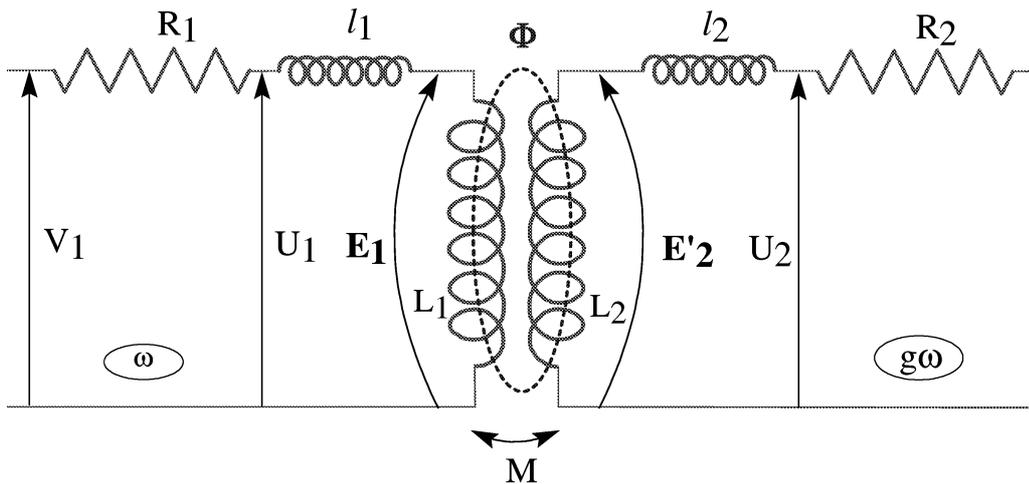
Ces équations sont dites équations du primaire et du secondaire.

3.3 Schémas équivalents

La recherche d'un schéma équivalent est menée à partir des équations précédemment établies, en considérant le schéma relatif à une machine statique dans laquelle le secondaire est en court-circuit.

3.3.1 Schéma initial basé sur les flux

Ce schéma est le suivant :



3.3.2 Schéma électrique complet

En pratique, les inductances L_1 , L_2 , et M sont saturables (et effectivement saturées), non l_1 et l_2 qui sont des inductances de fuite dans l'air. On préfère donc utiliser les relations entre les tensions, en les ramenant sous la forme :

$$\textcircled{6} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_1 = E_1 + j l_1 \omega I_1 + R_1 I_1 \\ 0 = E'_2 + j l_2 g\omega I_2 + R_2 I_2 \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} E_1 = j L_1 \omega I_1 + j M \omega I_2 \\ E'_2 = j L_2 g\omega I_2 + j M g\omega I_1 \end{array} \right.$$

On évite ainsi l'utilisation de L_1 , L_2 , et M .

E_1 est une f.c.é.m. (le stator est un récepteur électrique)

E'_2 est une f.é.m. (le rotor est un générateur électrique).

On introduit $E_2 = \frac{E'_2}{g}$: E_2 est la f.é.m. du moteur à l'arrêt ($g = 1$). E_1 et E_2 sont liées au flux Φ par

$$E_1 = k_1 n_1 \omega \Phi \quad \text{et} \quad E_2 = k_2 n_2 g \omega \Phi$$

où n_1 et n_2 sont les nombres de spires des enroulements du stator et du rotor, et k_1 et k_2 des coefficients liés à la constitution des bobinages du stator et du rotor.

L'équation des tensions au rotor peut finalement s'écrire :

$$\textcircled{7} \quad E_2 = \frac{R_2}{g} I_2 + j l_2 \omega I_2$$

Cette équation permet de décrire le fonctionnement électrique du rotor comme si la pulsation du courant était ω , et non $g\omega$. Dans cette représentation, la tension induite E_2 est

fixe, ainsi que la réactance de fuite, et le circuit comporte une résistance variable $\frac{R_2}{g}$,

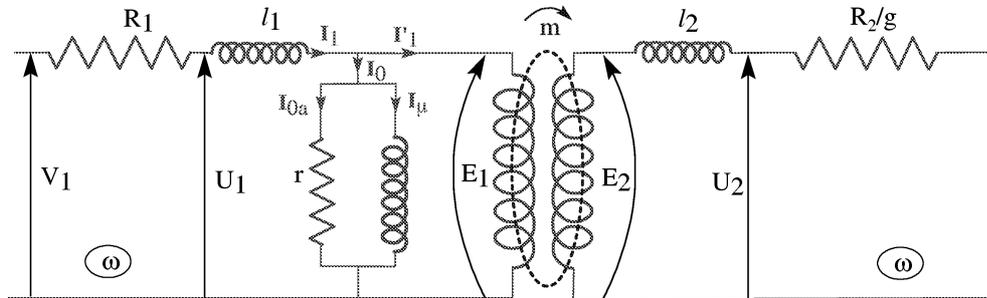
d'autant plus grande que l'on est proche du synchronisme ($g = 0$).

L'unification des pulsations permet de rassembler les grandeurs vectorielles relatives au stator et au rotor sur un même diagramme.

Par analogie avec les machines statiques, on tient compte du courant magnétisant I_μ par une inductance en parallèle au primaire. On représente également par une résistance r , en parallèle au primaire, les pertes actives du stator autres que les pertes Joule : pertes fer (constantes sous une tension constante), et pertes mécaniques (considérées comme constantes au voisinage du synchronisme).

On appelle m le rapport de transformation à l'arrêt : $\frac{E_2}{E_1} = \frac{n_2}{n_1} = m$

D'où le schéma électrique complet :



3.3.3 schéma usuel

Le schéma équivalent le plus couramment utilisé est obtenu en regroupant les éléments résistifs et inductifs dans le circuit primaire, à l'image de ce qui est pratiqué pour la modélisation des machines statiques.

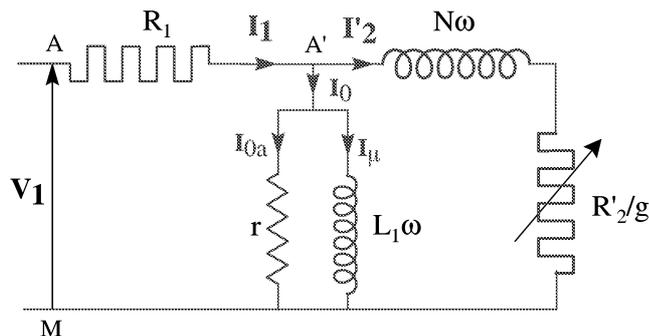
On ajoute ainsi :

$$l'_2 = \frac{l_2}{gm^2} \qquad R'_2 = \frac{R_2}{gm^2}$$

On note

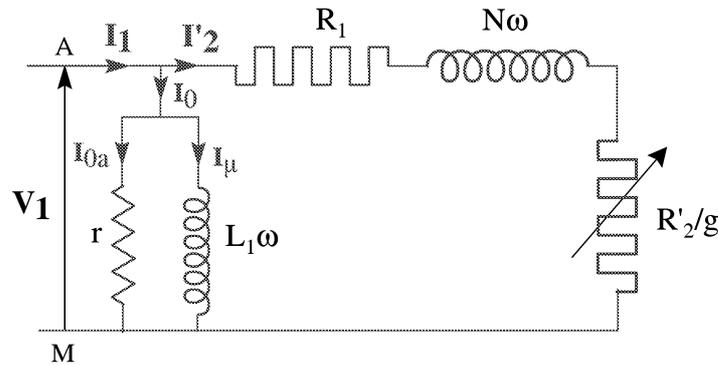
$$N = l_1 + l'_2 \qquad R = R_2 / m^2$$

Ce schéma conserve la résistance R'_2/g variable en fonction du glissement, de façon à mieux rendre compte du comportement de la machine lorsque la vitesse est modifiée.



3.3.4 fonctionnement à flux constant

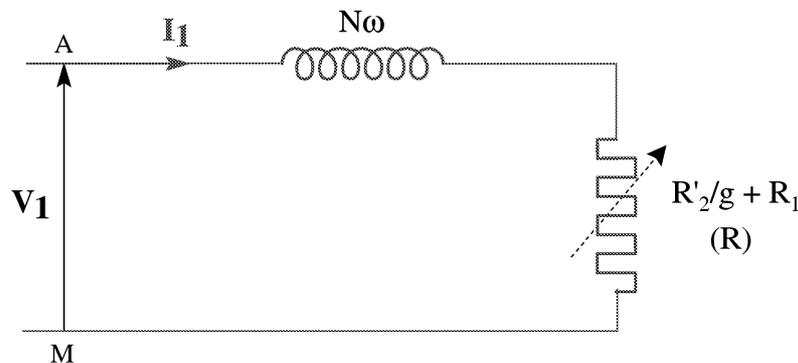
Si l'on suppose que la branche constituée de r et $L_1\omega$ est située directement aux bornes d'entrée, on voit que ceci revient à admettre que le moteur fonctionne à *flux constant* quel que soit le courant. Cette schématisation, lorsqu'elle est acceptable, conduit à des calculs plus rapides pour identifier les paramètres principaux du moteur à partir d'essais, et pour prédéterminer son régime de fonctionnement.



3.3.5 schéma simplifié

Un schéma encore simplifié peut être proposé pour une étude sommaire où on néglige le courant magnétisant : il consiste à supprimer la branche parallèle r - $L_1\omega$, pour ne conserver que le circuit du courant principal comportant une résistance $(R_1 + R'_2/g)$ et une inductance $N\omega$.

A vitesse fixe, la résistance est de plus une constante R .



La puissance mécanique fournie semble absente des différents schémas : elle est représentée, fictivement, par une partie de la puissance active dissipée par la résistance au secondaire. En effet, si l'on admet que celle-ci a physiquement une valeur fixe R_2 , on trouve une puissance supplémentaire par phase P_2 , par rapport aux pertes Joule rotor :

$$P_2 = I_2^2 \cdot \frac{R_2}{g} - I_2^2 \cdot R_2 = I_2^2 \cdot R_2 \cdot \left(\frac{1}{g} - 1 \right)$$

3.4 Courbe du couple

L'expression du couple Γ est déterminée en adoptant pour le rotor le schéma électrique : R_2/g en série avec $l_2\omega$, constituant l'impédance rotorique Z_2 .

Dans ces conditions, le courant rotorique est donné par

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_2} = \frac{E_2}{\sqrt{(R_2/g)^2 + l_2^2 \omega^2}} = \frac{gE_2}{\sqrt{R_2^2 + l_2^2 g^2 \omega^2}}$$

Le déphasage φ_2 du courant rotorique sur la f.é.m. au rotor est donné par

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_2/g}{Z_2} = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + g^2 l_2^2 \omega^2}}$$

Le couple se calcule donc comme produit du flux Φ par la composante active du courant rotorique (k_2 tient compte du caractère triphasé)

$$\Gamma = \Phi I_2 \cos \varphi_2 = \frac{E_2^2 R_2}{g k_2 n_2 \omega Z_2^2} = K E_2^2$$

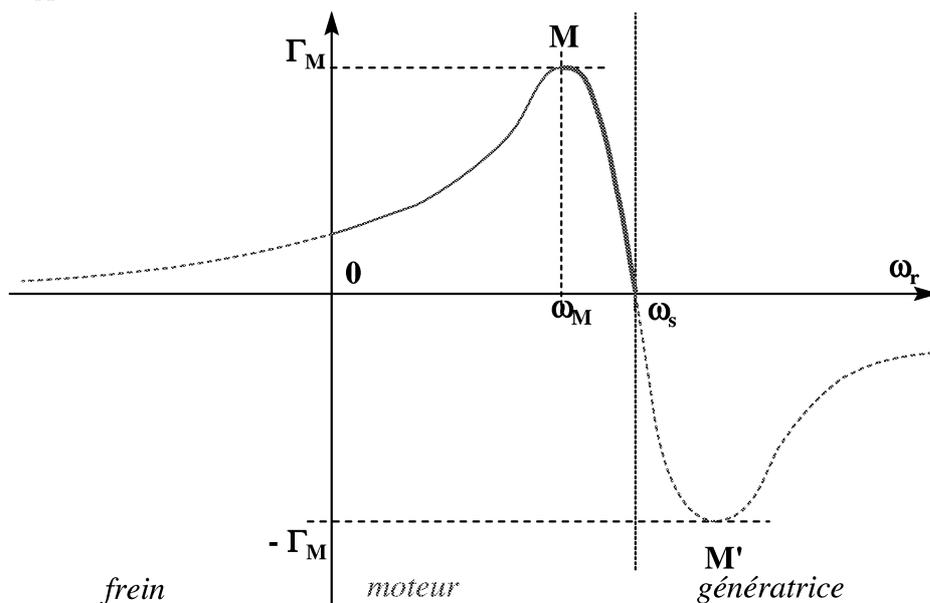
Pour un glissement g donné, Γ est proportionnel à E_2^2 , donc à peu de chose près aussi à V_1^2 , si on néglige les diverses chutes de tension internes, V_1 étant la tension du réseau. Ceci est une propriété importante de ce type de moteur.

Si l'on élimine la tension, supposée constante de cette expression pour ne considérer que la dépendance de Γ en fonction du glissement, on obtient :

$$\Gamma(g) = K' \frac{R_2}{g Z_2^2} = K' \frac{g R_2}{R_2^2 + g^2 l_2^2 \omega^2}$$

On note les particularités suivantes :

- 1) $\Gamma(0) = 0$: le couple est nul au synchronisme
- 2) $\Gamma(1) \neq 0$: il existe un couple non nul au démarrage
- 3) $\Gamma(-g) = -\Gamma(g)$: au delà du synchronisme on trouve un couple résistant symétrique
- 4) il existe une valeur g_M pour laquelle $d\Gamma/dg = 0$; le couple passe par une valeur maximale Γ_M



Les diverses propriétés décrites sont apparentes sur la courbe de Γ , tracée ici non en fonction de g , mais en fonction de ω_r . Pour $\omega = \omega_s$ (synchronisme), le couple est nul.

3.5.2 comparaison avec la machine synchrone

Un stator de moteur asynchrone est proche, dans sa constitution, d'un induit de machine synchrone.

Dans la machine synchrone la fréquence vue à l'induit est celle du champ tournant, quels que soient le nombre et la disposition des enroulements disposés à l'induit.

L'incidence du nombre de paires de pôles est la suivante :

- ♦ machine synchrone : $\omega_s = p \omega_r$ 2 p pôles à l'inducteur (rotor)
- ♦ machine asynchrone : $\omega_r = \omega_s / p$ 2 p pôles au stator (par phase)

En d'autres termes, si ω_r est la fréquence de rotation d'une machine :

- une machine synchrone à 2p pôles produira une tension à la fréquence $p\omega_r$
- un moteur asynchrone à 2p pôles au stator tournera avec comme vitesse limite

ω_r / p

Dans la machine synchrone, on choisit d'avoir un entrefer non négligeable, pour limiter l'effet de la réaction d'induit.

En pratique, une bonne machine synchrone sera une mauvaise machine asynchrone, et inversement.

Enfin, la machine synchrone fait souvent appel en complément à la technique de la machine asynchrone : on ajoute au rotor un enroulement formé d'une cage en court-circuit (*voir plus loin : "applications particulières"*)

3.5.3 comparaison avec le moteur linéaire

Le même principe de moteur au lieu d'être rotatif peut être linéaire (principe appliqué par certains véhicules sur rail). Les flux de fuite y sont beaucoup plus importants.

4 FONCTIONNEMENT

4.1 Bilan des puissances ; rendement

Le rendement du moteur est une donnée essentielle, notamment pour son utilisation dans des processus industriels. Il peut être déterminé par essai direct pour les petites puissances essentiellement, et par des essais de pertes séparées pour les grandes puissances.

Ces essais comprennent :

- un essai à vide (relevé de l'impédance de magnétisation)
- un essai en court-circuit, rotor bloqué, sous tension réduite, qui fournit les pertes

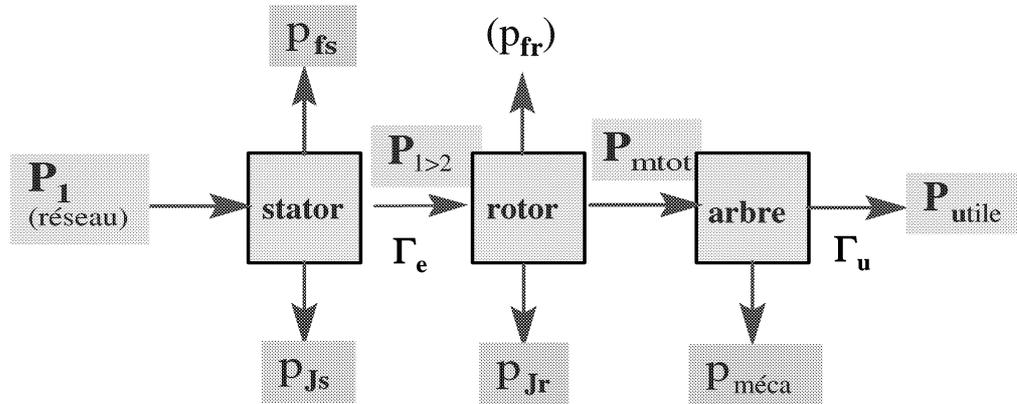
Joule totales P_{Jt} :

$$P_{Jt} = \frac{3}{2} R'_1 I_{1cc}^2$$

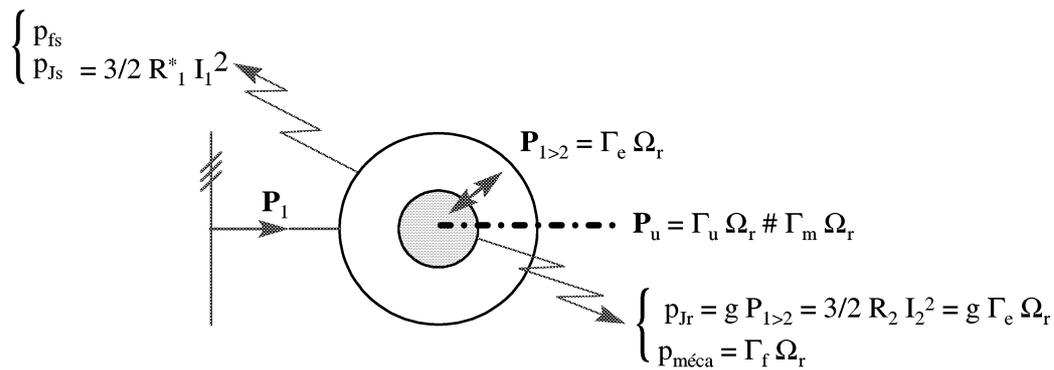
Cette valeur est déterminée par extrapolation sur le courant, pour que celui-ci ne prenne pas des valeurs excessives. La mesure de la résistance statorique permet de séparer les pertes statoriques P_{JS} et rotoriques P_{RS} : la mesure de la résistance rotorique n'est en général pas accessible.

Le schéma suivant fait apparaître les différentes natures de pertes qui se produisent.

La puissance notée $P_{1>2}$ est la puissance qui traverse l'entrefer, dite puissance électromagnétique. La puissance mécanique totale P_{mtot} , après déduction des pertes du rotor : pertes fer P_{fr} (négligeables) et pertes Joule P_{Jr} , est la somme de la puissance utile P_u et des pertes mécaniques $P_{méca}$ par frottement (frottements aux paliers et frottement aérodynamique).



Le schéma suivant récapitule les relations entre les différentes puissances, pertes et couples :



La formulation du rendement s'établit finalement comme suit :

$$\eta = \frac{U_1 I_1 \sqrt{3} \cos \varphi_1 - \sum \text{pertes}}{U_1 I_1 \sqrt{3} \cos \varphi_1} = \frac{(1-g) \cdot (U_1 I_1 \sqrt{3} \cos \varphi_1 - \frac{3}{2} R'_1 I_1^2 - P_{fs}) - P_{méca}}{U_1 I_1 \sqrt{3} \cos \varphi_1}$$

Moyennant une erreur minime, cette formule peut se ramener à :

$$\eta = (1-g) \frac{U_1 I_1 \sqrt{3} \cos \varphi_1 - \frac{3}{2} R'_1 I_1^2 - P_0}{U_1 I_1 \sqrt{3} \cos \varphi_1}$$

où P_0 représente les pertes à vide globales. On voit que le terme $(1-g)$ intervient comme facteur multiplicatif dans le rendement. Ceci indique que l'on devra toujours fonctionner avec le glissement le plus réduit possible, et qu'il ne serait pas rationnel de faire varier la vitesse de marche en jouant sur g . Par ailleurs, le domaine de fonctionnement stable en g du moteur est limité, et il faut éviter le décrochage du moteur par application d'un couple résistant excédant les possibilités de celui-ci.

4.2 Fonctionnements particuliers

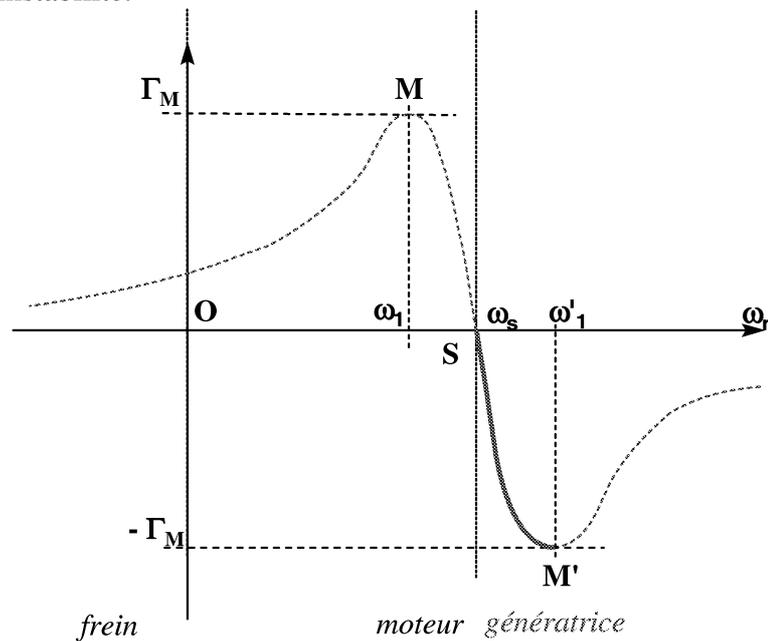
4.2.1 génératrice asynchrone

Si le moteur est entraîné au-delà de la vitesse de synchronisme, le champ statorique a tendance à ramener le rotor au synchronisme, c'est-à-dire à le freiner.

La machine exerce alors un couple résistant et fournit de l'énergie au réseau. Elle fonctionne en génératrice.

Ce fonctionnement ne suppose aucune adaptation ni changement à la liaison entre la machine et le réseau.

Il existe une valeur limite $\omega_{M'}$, (point M') au delà de laquelle le couple résistant décroît avec la vitesse, d'où instabilité.



$$g = (\omega_s - \omega_r) / \omega_s < 0$$

La machine est entraînée en survitesse dans le sens du champ statorique :

$$\Gamma < 0 \Rightarrow P_{\text{méca}} = \Gamma \cdot \omega_r < 0, \quad P_{\text{élec}} = 3 R_2 I_2^2 / g < 0$$

Ce mode de fonctionnement de la machine asynchrone est utilisé dans les installations de production d'énergie d'origine éolienne.

4.2.2 Fonctionnement en frein

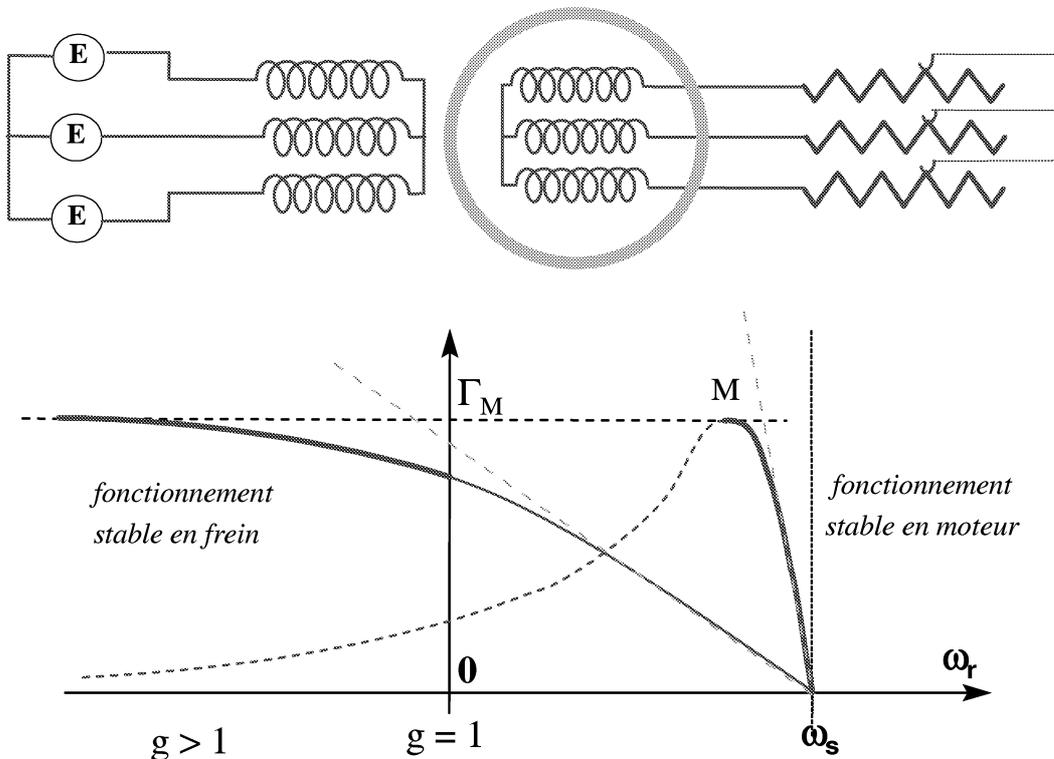
Ce fonctionnement ne peut avoir lieu que lorsque la machine est entraînée en sens **inverse** du champ statorique :

$$g = (\omega_s - \omega_r) / \omega_s > 1$$

$$\Gamma < 0 \Rightarrow P_{\text{méca}} = \Gamma \cdot \omega_r < 0, \quad P_{\text{élec}} = 3 R_2 I_2^2 / g > 0$$

Toutefois, la courbe naturelle du couple ayant une pente positive dans le domaine $\omega < 0$, il est nécessaire de modifier le montage - contrairement au cas de la génératrice asynchrone - et d'interposer une charge résistive (rhéostat) dans le circuit du rotor. Ceci implique également que le circuit rotorique doit être accessible de l'extérieur via des contacts

glissants (balais), type de construction peu courant aujourd'hui. On lui préfère un mode de freinage rhéostatique associé au fonctionnement en génératrice (exemple : TGV Eurostar).



Enfin, on peut citer l'utilisation ancienne du moteur asynchrone à rotor bobiné en tant que transformateur déphaseur (le rotor doit être maintenu immobile à une certaine position angulaire).

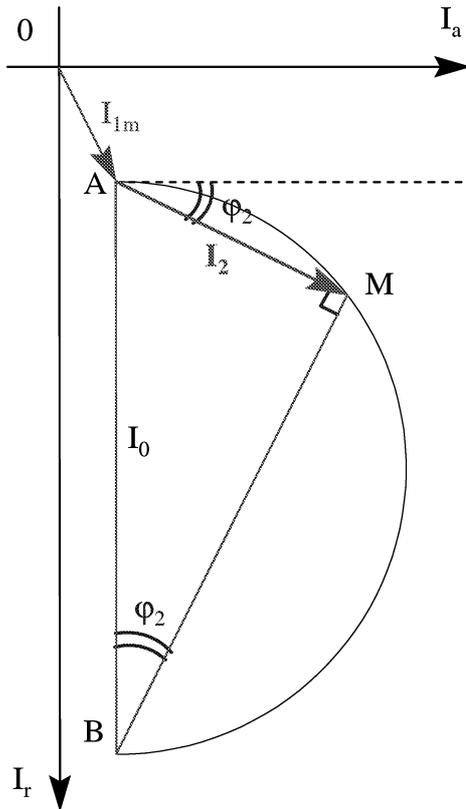
4.3 Diagramme circulaire d'admittance

Avant l'avènement des moyens de calcul numériques, l'outil communément utilisé pour décrire le comportement d'une machine asynchrone était le diagramme géométrique dit "cercle des admittances" ou diagramme du cercle. Si l'intérêt de ce diagramme est aujourd'hui moindre dans le domaine des études industrielles réelles des moteurs, il reste que sur le plan pédagogique il permet de visualiser aisément un certain nombre de propriétés de base de la machine. Pour cette raison, nous allons en décrire le principe.

Si la tension aux bornes d'une machine asynchrone est constante, le lieu des points représentatifs du courant dans la machine, dans le plan complexe des courants est un cercle. Ce cercle est fonction des impédances électriques d'une machine donnée. Il peut être déterminé à partir de quelques mesures expérimentales et sert alors à déterminer les conditions exactes de fonctionnement de la machine (vitesse, puissance, couple, facteur de puissance, rendement) dans des conditions d'utilisation données

Le courant au rotor de la machine a pour intensité I_2 dont le déphasage est φ_2 ; I_2 et $\cos \varphi_2$ ont été calculés pour déterminer le couple.

Calculons la quantité $I_0 = I_2 / \sin \varphi_2$



$$I_2 = \frac{E_2}{Z_2} = \frac{gE_2}{\sqrt{R_2^2 + g^2 l_2^2 \omega^2}}$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_2}{gZ_2} = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + g^2 l_2^2 \omega^2}}$$

$$\text{d'où } \sin \varphi_2 = \frac{gl_2 \omega}{\sqrt{R_2^2 + g^2 l_2^2 \omega^2}}$$

$$I_0 = \frac{E_2}{l_2 \omega}$$

I_0 est un invariant en fonction de g . Si l'on considère le vecteur I_2 d'origine A et d'extrémité M dans le plan complexe des courants, ainsi que le vecteur AB de module I_0 , on constate que l'angle AMB a pour valeur $\pi/2$ et que le lieu du point M lorsque g varie est le cercle de diamètre AB .

L'utilisation détaillée du diagramme du cercle est présentée dans le *Tome II*.

On doit retenir que le diagramme associé à un moteur donné reste utilisable lorsque l'on introduit une résistance supplémentaire au rotor (rhéostat de freinage ou de démarrage), à tension d'alimentation maintenue. Par contre, il n'est pas utilisable pour les moteurs dont le rotor a une structure complexe, de type double cage ou encoches profondes (voir ci-dessous).

4.4 Construction du moteur asynchrone

4.4.1 stator

Le stator est en général constitué d'un enroulement triphasé classique.

4.4.2 rotor

En ce qui concerne le rotor, différentes technologies sont rencontrées, précisées par la figure suivante. Il s'agit de

- rotor à cage
- rotor bobiné
- rotor à double cage
- rotor à encoches profondes

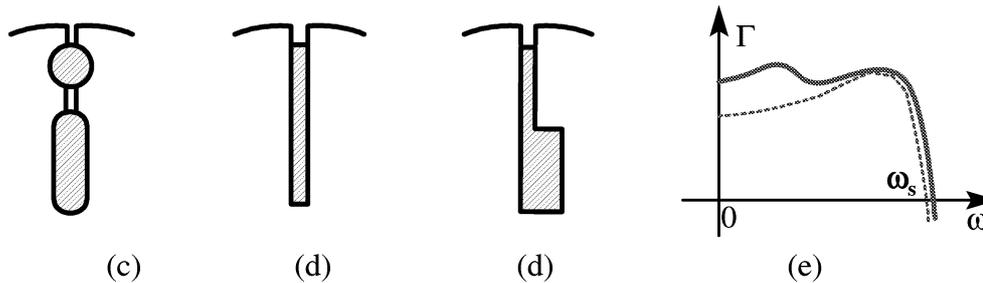
a) rotor à cage : ce rotor a pour avantage une grande simplicité de construction.

L'absence de contacts tournants est un élément de fiabilité du fonctionnement. Le caractère massif des conducteurs rotoriques également.

Enfin, cette constitution simplifie les problèmes de ventilation du rotor et permet d'atteindre des valeurs de puissance massiques élevées.

Les courants induits au rotor étant à la pulsation faible $g\omega$, les pertes fer rotor sont minimales : le rotor peut donc être constitué de tôles ordinaires, voire de fer massif.

b) Dans les rotors bobinés, l'enroulement est en général triphasé pour une bonne utilisation des encoches, mais cela n'a rien d'obligatoire.



c) la technique de la double cage a pour objet de corriger la courbe du couple en fonction de la fréquence, la cage profonde intervenant principalement lors du démarrage. La courbe de couple obtenue correspond à la figure (e).

d) la technique des encoches profondes est simplement une variante de la précédente, avec un objectif identique.

4.5 Procédures de démarrage

Un moteur asynchrone qui démarre équivaut à un transformateur dont le rotor est en court-circuit avec la pleine tension appliquée au primaire (la pulsation rotor est alors ω_s puisque $g = 1$). Le courant appelé sur le réseau est alors très élevé, il peut être de 6 à 10 fois le courant nominal. De plus, le couple de démarrage existe, mais il est assez faible.

L'objet des procédures de démarrage est de limiter l'appel de courant à des valeurs tolérables aussi bien sur le plan thermique que mécanique. Il est aussi d'augmenter le couple disponible au démarrage.

La plupart des moteurs de petite puissance démarrent toutefois sans précaution particulière.

4.5.1 procédés anciens

Mentionnons tout d'abord pour mémoire les solutions mises en œuvre antérieurement à l'avènement de l'électronique de puissance. Trois solutions principalement étaient employées :

a) le passage étoile-triangle au stator : cette procédure procure simplement deux configurations de schéma équivalent, ce qui peut s'avérer suffisant. Le moteur ne peut alors être que mono-tension (tension nominale correspondant au schéma en triangle)

b) le rhéostat statorique : ce montage limite la tension appliquée au stator (équivalent actuel : gradateur)

c) le rhéostat rotorique : ce montage modifie la courbe de couple de façon semblable à ce qui se produit dans le fonctionnement en frein. Les expressions données pour le couple et pour le courant rotor montrent qu'il est favorable d'augmenter R_2 au moment du démarrage. De façon complémentaire, le rhéostat limitant le courant au rotor, il limite donc le courant stator, et la chute de tension résistive au stator. Le courant magnétisant est alors accru, donc aussi le flux utile. Le couple de démarrage se trouve encore augmenté. De même que dans le fonctionnement en frein, la présence du rhéostat modifie le diagramme d'admittance.

4.5.2 procédés récents

Deux façons de procéder sont envisageables :

- a) le démarrage à tension réduite
- b) le démarrage à fréquence réduite

Ces deux procédures sont réalisables au moyen d'un onduleur de tension. Dans le cas par exemple d'un ensemble : redresseur + onduleur MLI, on dispose à la fois de l'amplitude de la tension (en commandant le redresseur) et la fréquence de celle-ci (au moyen de l'algorithme de modulation de l'onduleur).

Tout dépendra donc des valeurs de couple dont on voudra disposer au démarrage, et des accélérations à appliquer. Il est envisageable en fait de combiner les deux solutions, la limitation principale rencontrée étant la saturation du circuit magnétique du moteur.

4.6 Utilisations particulières

La machine asynchrone est susceptible de plusieurs applications complémentaires, en dehors de la fonction principale de moteur ; certaines sont aujourd'hui un peu marginales, mais le principe reste intéressant :

1) en tant que machine statique : si dans une machine à rotor bobiné, celui-ci est maintenu immobile dans une certaine position θ , on dispose alors d'un *transformateur déphaseur*, le déphasage primaire/secondaire pouvant être réglé en fonction de θ ; de plus, si on alimente en monophasé un seul des enroulements du stator, on dispose alors d'un *convertisseur monophasé-triphasé*

2) en tant que démarrreur : on peut noter principalement deux possibilités.

La première est d'intégrer sur une ligne d'arbres de machines tournantes un moteur asynchrone, qui aura simplement pour fonction de lancer en vitesse cette ligne d'arbres jusqu'au voisinage du synchronisme. Cette technique est utilisée sur certains groupes turbo-alternateurs.

La seconde possibilité est d'intégrer directement au rotor d'une machine synchrone l'équivalent d'un rotor asynchrone. Un exemple d'utilisation est : les alternateurs d'installations de pompage

3) en tant que stabilisateur de vitesse de rotation ; la même disposition ci-dessus, dite alors "cage d'amortisseurs", peut avoir pour fonction l'amortissement dynamique des oscillations de vitesse.

5 SYNTHÈSE : CARACTÉRISTIQUES ET LIMITATIONS DU MOTEUR SEUL

A ce stade de l'exposé, il est possible de récapituler les principales propriétés qui ont été vues pour la machine asynchrone considérée seule :

5.1 points forts

Les points forts sont : sa capacité de démarrage et sa simplicité de construction, qui se traduit par sa fiabilité, son coût réduit, et une puissance massique élevée.

5.2 limitations

Parallèlement à ces avantages, on trouve deux limitations principales qui sont : une vitesse pratiquement imposée, liée au synchronisme du réseau, et l'absence de paramètres de commande, analogue au rôle du flux inducteur dans les autres types de machines.

Fondamentalement c'est l'association d'une machine asynchrone avec un dispositif électronique de puissance qui va permettre de lever ces différents handicaps, pour construire des systèmes d'entraînement mécanique à la fois adaptables et faciles à commander.

6 SYSTEMES ELECTRONIQUES ASSOCIES AU MOTEUR ASYNCHRONE

Les systèmes électroniques associés au moteur asynchrone ont essentiellement pour but d'augmenter la souplesse d'utilisation, en permettant en particulier le fonctionnement à vitesse variable.

Certains procédés anciens permettaient, le cas échéant au prix d'une baisse importante de rendement, d'obtenir une certaine souplesse. Ils seront succinctement décrits.

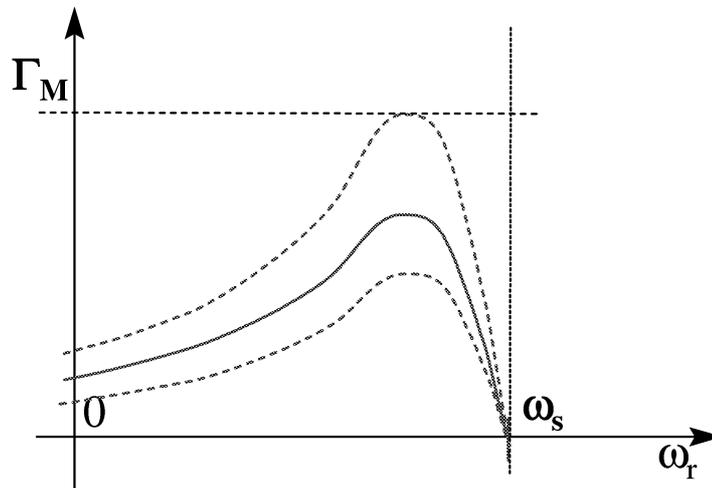
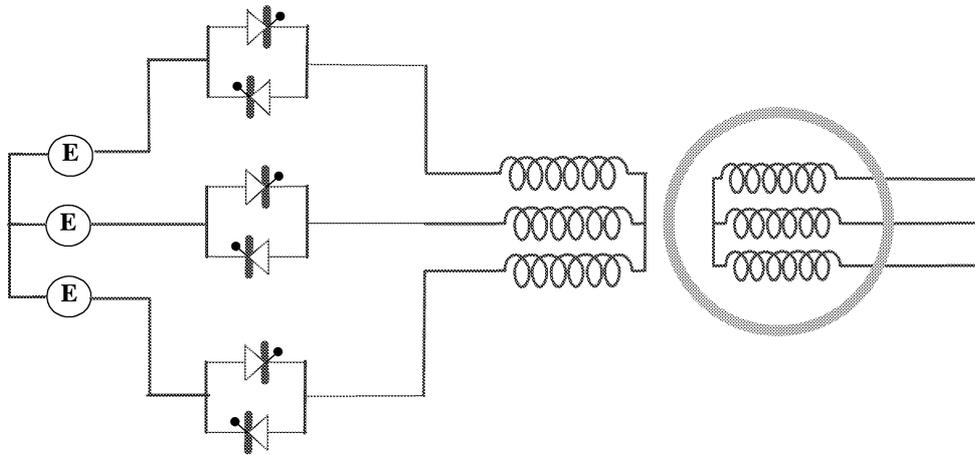
Les principales stratégies envisageables aujourd'hui pour commander une machine asynchrone et les montages convertisseurs associés, sont :

- ♦ le pilotage de la tension
on utilise alors un gradateur
- ♦ le pilotage de la fréquence
on a le choix dans ce domaine entre : onduleur de tension et cyclo-convertisseur
- ♦ la modification de la caractéristique de couple
cette technique fait appel à la cascade hyposynchrone

6.1 Alimentation par gradateur

L'unique intérêt de ce montage est sa simplicité. Il ne permet pas véritablement de faire varier la vitesse. Il se traduit par une réduction du couple et une mauvaise forme d'onde du

courant. Tout au plus permet-il, par exemple, de limiter un courant de démarrage. Ce montage n'est pas conseillé.

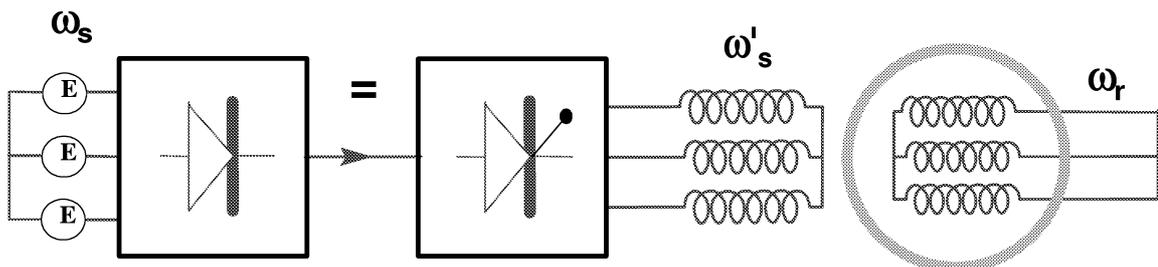


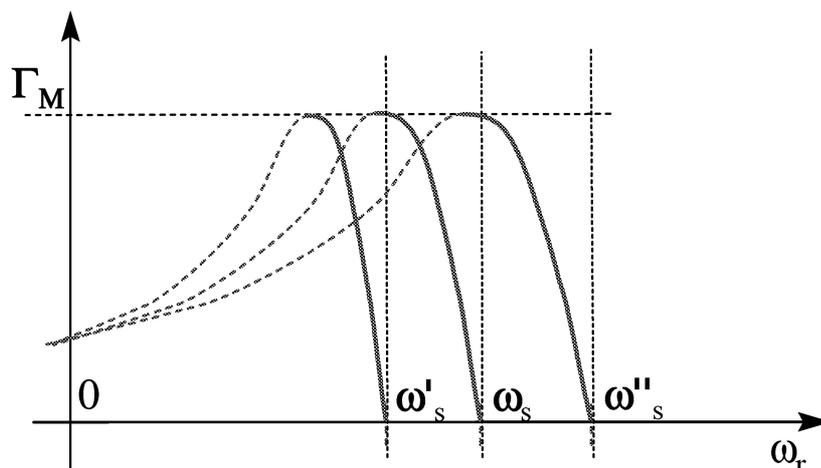
courbe de couple obtenue avec une alimentation par gradateur

6.2 Alimentation par onduleur de tension

L'alimentation par onduleur de tension permet, en faisant varier la fréquence au stator, de maintenir sur toute une gamme de vitesses de fonctionnement un bon rendement et un couple élevé. Il procure une grande souplesse de la commande.

En contrepartie, il impose d'avoir deux convertisseurs successifs (un pont redresseur pour redresser le courant du secteur, puis l'onduleur proprement dit).





Deux réalisations particulières d'onduleur de tension, utilisables en association avec une machine asynchrone, sont :

- l'onduleur à Modulation de Largeur d'Impulsions, ou MLI
- le cyclo-convertisseur

Ces deux montages sont décrits dans le chapitre "Electronique de puissance". Rappelons que le cyclo-convertisseur a plutôt comme vocation la production de courants à très basses fréquences, et que l'onduleur MLI a la propriété de contrôler précisément les formes d'onde des courants, en fonction des algorithmes de modulation adoptés.

Le choix entre ces montages s'orientera donc en fonction des besoins spécifiques des applications à traiter.

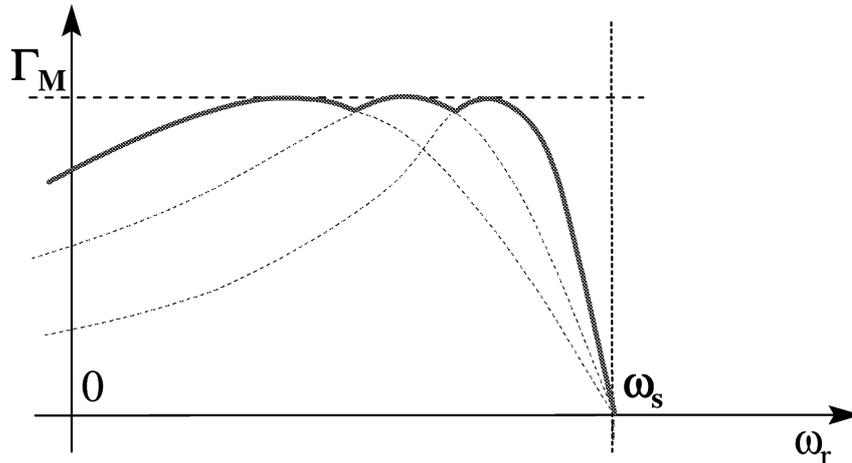
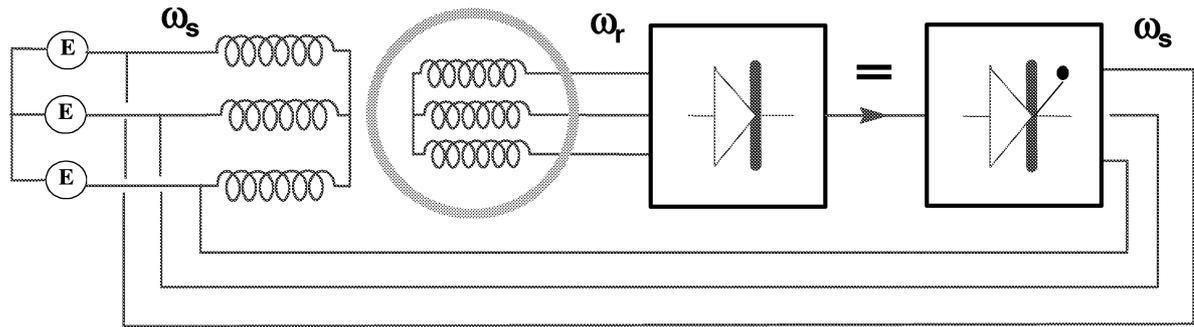
6.3 Cascade hypo-synchrone

La cascade hyposynchrone est un montage où l'on provoque volontairement un glissement important du moteur asynchrone, car l'on récupère l'essentiel des pertes rotoriques au moyen d'un montage particulier.

Dans ce montage, les courants rotoriques sont d'abord redressés puis ré-ondulés à la fréquence du réseau et renvoyés sur celui-ci. Le bilan énergétique global de ce montage est donc bon, et s'approche de celui du moteur seul dans ses conditions normales d'exploitation (glissement et charge nominaux).

Sur le plan de l'électronique mise en jeu, il est d'une complexité équivalente au montage avec onduleur de tension au stator, encore qu'ici le dimensionnement des convertisseurs soit un peu inférieur.

Son inconvénient serait plutôt de nécessiter un moteur de construction plus complexe (à rotor bobiné), c'est-à-dire plus coûteux et éventuellement plus fragile.



7 MOTEUR MONOPHASE : PRINCIPE

Pour un certain nombre d'utilisations courantes, l'on n'a besoin que d'une puissance mécanique limitée, alors qu'on ne dispose également que d'un réseau d'alimentation monophasé. Pour adapter la technique du moteur asynchrone à ce cas, on est conduit à constituer un moteur diphasé.

Un moteur diphasé comporte au stator 2 enroulements et non plus 3. Par contre, son rotor est tout-à-fait similaire à celui d'un moteur triphasé.

Considérons l'un des enroulements statoriques. Il crée deux champs tournants égaux et de sens opposés. La résultante est donc fixe en direction (théorème de Leblanc).

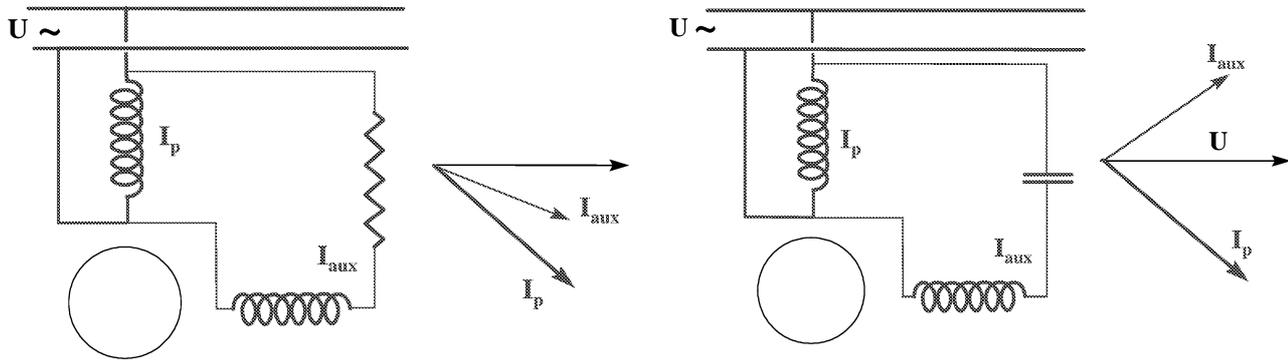
Le couple total est la somme des couples créés par les deux champs (figure ci-dessous). Il est nul à l'arrêt (point $g = 1$), mais on voit que si on parvient à lancer le moteur dans un sens ou dans l'autre un couple faible mais non nul, existe alors.

Il existe différents procédés pour créer une dissymétrie entre les deux couples à l'arrêt, notamment :

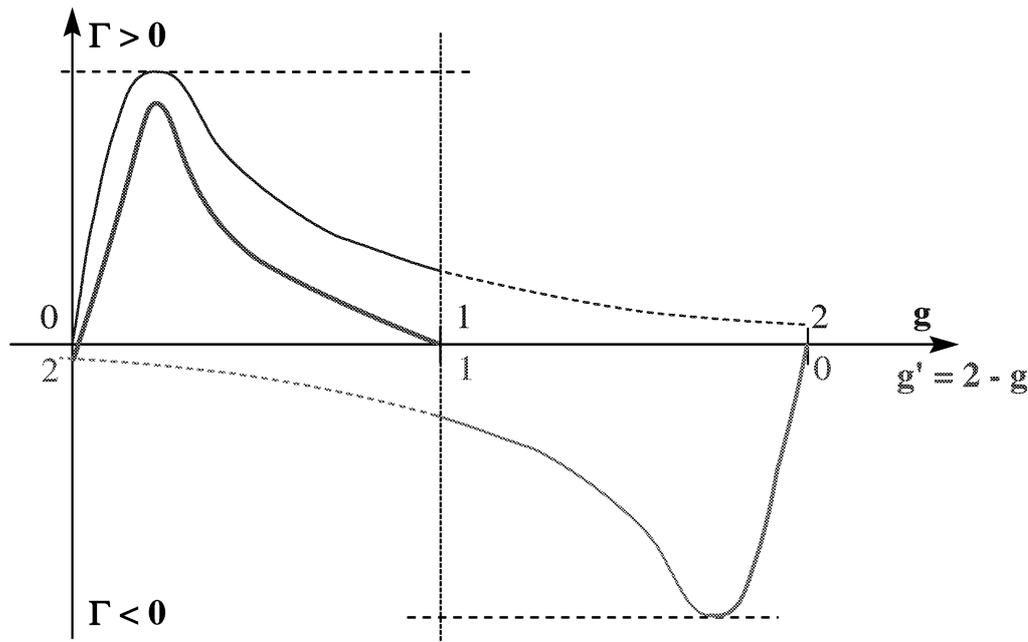
- déphasage arrière, par résistance, de l'un des deux courants (version encore simplifiée par mise en place d'une spire en court-circuit au stator)
- déphasage avant par capacité

La création de cette dissymétrie permet alors le démarrage autonome du moteur.

On remarque qu'un réseau monophasé suffit à alimenter ce moteur, qui est donc couramment appelé "moteur monophasé".



On constate sur le diagramme du couple que le moteur monophasé a de toute façon un couple inférieur au moteur triphasé homo-logue. Ceci est dû à la présence d'un couple antagoniste résiduel de sens inverse, créé par le second champ tournant. Dans le domaine des petites puissances, ceci est un inconvénient acceptable.



L'intérêt du moteur monophasé est avant tout sa simplicité (gros électroménager, gros outillage).

Dans ce domaine, il est concurrencé par une autre solution, qui est le moteur universel (moteur à courant continu série, à rotor feuilleté). Le choix entre les deux techniques sera alors basé sur le besoin éventuel de faire varier la vitesse, ou bien d'avoir un couple de démarrage élevé, le moteur universel apportant ces caractéristiques au prix d'une plus grande complexité.

8 APPLICATION DE LA TRANSFORMATION DE PARK A LA MACHINE ASYNCHRONE

Le principe de la transformation de Park est exposé au Chapitre VI.

La mise en équation de la machine asynchrone, au moyen aux équations de Park, a pour objet de disposer d'un modèle substituable au modèle monophasé équivalent lorsque celui-ci n'est plus valable : étude des régimes transitoires ou accidentels, courts et longs, c'est-à-dire à vitesse de rotation pouvant être considérée ou non comme constante. Il s'agit aussi d'obtenir les caractéristiques de la machine nécessaires à la définition de sa régulation.

Cette transformation établit une correspondance entre les enroulements statoriques et rotoriques réels d'une machine, et des armatures diphasées fictives associées à ces enroulements. Ces armatures sont disposées dans un repère rectangulaire O_d, O_q . Il existe donc des formules de passage entre ce repère et les repères respectivement liés au rotor et au stator, selon le choix de positionnement fait pour O_d, O_q . En fait, dans le cas de la machine asynchrone, trois choix sont possibles pour le repère O_d, O_q :

- lié au stator
- lié au rotor
- lié au champ magnétique

On prend pour hypothèses :

- absence de saturation
- entrefer constant
- distribution de f.m.m. assimilée à son premier harmonique d'espace

Du fait de la première hypothèse, la machine est linéaire, et l'on peut appliquer si besoin le principe de superposition.

Du fait de la seconde, les couplages entre circuits seront définis soit par des constantes (inductances propres), soit par des fonctions de la position angulaire (inductances mutuelles).

Du fait de la troisième, ces fonctions seront simplement les sinus et cosinus de l'angle entre les axes des deux enroulements concernés.

L'hypothèse d'entrefer constant est bien justifiée compte tenu de la constitution de la machine. On note aussi l'isotropie du rotor de la machine (ce qui n'est pas le cas du rotor de la machine synchrone).

On caractérise la machine par l'ensemble de ses équations électriques au stator (indice s) et au rotor (indice r). On appelle R_s et R_r les résistances d'une phase d'enroulement au stator et au rotor, L_{as} et L_{ar} leurs inductances propres, M_{as} (resp. M_{ar}) l'inductance mutuelle entre deux phases du stator (resp. du rotor). M_{rs} est le maximum de l'inductance mutuelle entre une phase stator et une phase rotor, à variation spatiale supposée sinusoïdale. ω_r la vitesse de rotation. L'opérateur d/dt est représenté symboliquement par p .

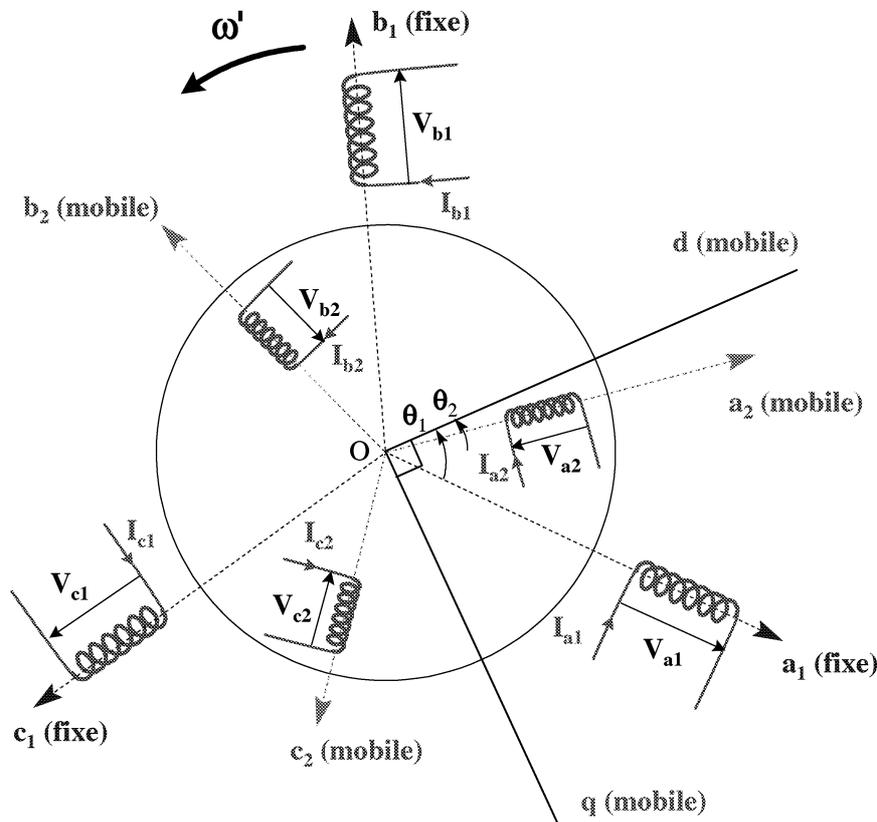
Les inductances cycliques suivantes sont définies :

$$\begin{aligned} L_s &= L_{as} - M_{as} \\ L_r &= L_{ar} - M_{ar} \\ M &= 3/2 M_{rs} \end{aligned}$$

Les trois phases, au stator comme au rotor, sont dénommées a, b, c.

La machine asynchrone est donc représentée par deux armatures triphasées, l'une liée au réseau (enroulements notés a_s, b_s, c_s), l'autre liée au rotor (enroulements a_r, b_r, c_r), et représentant l'induit.

Le schéma ci-dessous récapitule les dispositions adoptées



8.1.1 Mise en équation de la machine asynchrone

Les équations électriques du rotor et du stator prennent des formes identiques :

$$\begin{cases} V_{as} = + \frac{d\Phi_{as}}{dt} + R_s I_{as} \\ V_{bs} = + \frac{d\Phi_{bs}}{dt} + R_s I_{bs} \\ V_{cs} = + \frac{d\Phi_{cs}}{dt} + R_s I_{cs} \end{cases} \quad \begin{cases} V_{ar} = + \frac{d\Phi_{ar}}{dt} + R_r I_{ar} (=0) \\ V_{br} = + \frac{d\Phi_{br}}{dt} + R_r I_{br} (=0) \\ V_{cr} = + \frac{d\Phi_{cr}}{dt} + R_r I_{cr} (=0) \end{cases}$$

On appelle θ_s et θ_r les positions angulaires du stator et du rotor. $\theta = \omega t$ est l'écart angulaire entre stator et rotor.

Le changement du repère (a, b, c) au repère (d, q, 0) est appliqué au stator et au rotor. Il conduit aux équations :

$$\begin{aligned} V_{ds} &= + p \Phi_{ds} - \Phi_{qs} p\theta + R_s I_{ds} & V_{dr} &= + p \Phi_{dr} - \Phi_{qr} p\theta + R_r I_{dr} \\ V_{qs} &= + p \Phi_{qs} + \Phi_{ds} p\theta + R_s I_{qs} & V_{qr} &= + p \Phi_{qr} - \Phi_{dr} p\theta + R_r I_{qr} \\ V_{0s} &= + p \Phi_{0s} + R_s I_{0s} & V_{0r} &= + p \Phi_{0r} + R_r I_{0r} \end{aligned}$$

Les équations relatives aux grandeurs homopolaires ne sont pas exploitées dans le cas de la machine asynchrone, toujours supposée triphasée équilibrée par construction.

La forme générale du système peut être remaniée, en regroupant les équations au stator et au rotor sous la forme de quatre équations, les composantes homopolaires étant nulles. Dans le cas où (O_d, O_q) est lié au rotor on obtient le système

$$\begin{bmatrix} V_{dr} \\ V_{qr} \\ V_{ds} \\ V_{qs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r + L_r p & 0 & Mp & 0 \\ 0 & R_r + L_r p & 0 & Mp \\ -Mp & -Mp\theta & -R_s - L_s p & -L_s p\theta \\ Mp\theta & -Mp & L_s p\theta & -R_s - L_s p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dr} \\ I_{qr} \\ I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix}$$

On peut noter l'identité de ce système avec celui établi pour les machines à courant continu.

Les flux totaux à travers les quatre bobines fictives ont pour valeurs

$$\begin{aligned} \Phi_{ds} &= L_s i_{ds} + M i_{dr} \\ \Phi_{qs} &= L_s i_{qs} + M i_{qr} \\ \Phi_{dr} &= L_r i_{dr} + M i_{ds} \\ \Phi_{qr} &= L_r i_{qr} + M i_{qs} \end{aligned}$$

L'exploitation du modèle est basée sur la formulation d'expressions de la puissance et du couple dans le repère (O_d, O_q) :

$$P_s = V_{as} I_{as} + V_{bs} I_{bs} + V_{cs} I_{cs}$$

d'où :

$$P_1 = 3/2 (V_{ds} I_{ds} + V_{qs} I_{qs})$$

Γ est déduit de l'expression générale

$$\Gamma = \frac{1}{2} [i] \left\{ \frac{d}{d\theta} [L] \right\} [i]$$

Γ peut donc être exprimé uniquement à partir de grandeurs statoriques ou rotoriques, suivant le principe de commande que l'on veut mettre en œuvre ; exemple :

$$\Gamma = 3/2 (\Phi_{ds} I_{qs} - \Phi_{qs} I_{ds})$$

8.2 Commande d'une machine asynchrone

L'alimentation d'une machine asynchrone par un onduleur tel que l'onduleur à Modulation de Largeur d'Impulsions (MLI) décrit au chapitre IV, permet de mettre en œuvre toute une variété de stratégies de commande, et ainsi d'obtenir un système aussi souple qu'une machine à courant continu, à savoir en contrôlant séparément le couple Γ et la vitesse de rotation ω_r instantanés. On retrouve alors des performances dynamiques élevées.

Les grandeurs de Park sont utilisées comme grandeurs intermédiaires dans la définition de la commande, puisqu'elles permettent notamment de relier le couple et la puissance aux

grandeurs accessibles i_{as} , i_{bs} , i_{cs} (courants statoriques) et θ position du rotor. Dans le cas d'une régulation, ces 4 paramètres doivent être mesurés ou estimés.

Les commandes peuvent être de type *scalaire* (1 grandeur contrôlée en module), ou de type *vectorel* (1 grandeur contrôlée en module et en phase).

La commande vectorielle permet de définir un autopilotage de la machine, très comparable à celui décrit pour une machine synchrone. Elle se subdivise elle-même en deux techniques. En effet, l'expression du couple Γ en fonction des courants et flux dans le repère de Park peut prendre les formes suivantes, en fonction des flux statoriques et rotoriques :

$$\Gamma = M/L_s (\Phi_{sq} i_{rd} - \Phi_{sd} i_{rq})$$

$$\Gamma = M/L_r (\Phi_{rd} i_{sq} - \Phi_{rq} i_{sd})$$

La première associe des courants rotoriques et des flux statoriques (commande à flux statorique orienté) ; la seconde associe des courants statoriques et des flux rotoriques (commande à flux rotorique orienté).

Cette seconde variante correspond au cas où l'on impose $\Phi_{rq} = 0$ et $\Phi_{dr} = C^{te}$. On a alors

$$\Gamma = M/L_r (\Phi_{dr} i_{sq}) = M/L_r (\Phi_r i_{sq})$$

Le flux rotorique Φ_r est piloté au moyen de i_{sd} ; en effet, on a

$$\Phi_r = \frac{M}{1 - \tau_r p} i_{sd} \quad \text{avec } \tau_r = L_r/R_r \text{ (constante de temps rotorique)}$$

Le couple Γ est alors commandé au moyen de i_{sq} .

Dans le cas de l'autopilotage, la commande doit définir la fréquence de sortie ω_s de l'onduleur d'alimentation, de manière à satisfaire à tout instant la relation $\theta_s - \theta_r = \theta$.

EXERCICE

On considère une charge mécanique dont l'inertie est égale à $J_c = 900 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$; son couple résistant est constant et égal à $T_c = 1600 \text{ N.m}$

On l'entraîne par un moteur asynchrone à quatre pôles alimenté à 50 Hz sous la tension de 500 volts par un onduleur triphasé. La courbe couple vitesse de ce moteur, au voisinage du synchronisme, est pratiquement une droite ; pour un glissement de $g_0 = 5 \%$, le couple exercé par ce moteur est égal à $T_0 = 4000 \text{ N.m}$

1) *le régime précédent étant établi, on réduit brusquement la tension de $\Delta V = 5 \%$
Quelle conséquence en résulte-t-il ?*

2) *la tension initiale étant rétablie, on réduit brusquement la fréquence de $\Delta f = 5 \%$
Quelle conséquence en résulte-t-il ? Quel est l'ordre de grandeur (à quelques % près) de la puissance échangée avec le réseau d'alimentation dans les instants qui suivent cette modification de fréquence ?*

SOLUTION

Le moteur étant quadripolaire et alimenté à 50 Hz, sa vitesse de synchronisme est :

$$\Omega_0 = 1500 \text{ tr/min}$$

Soit $\Gamma(gv)$ le couple du moteur en fonction du glissement gv ; cette fonction a trois propriétés

- elle est linéaire au voisinage du synchronisme
- elle est sensiblement symétrique par rapport au point $gv = 0$ (fonctionnement moteur/génératrice)
- elle est n'est pas modifiée qualitativement par un changement faible de la fréquence

$$\Gamma(gv) = gv * (\Gamma_0/g_0) \quad (1)$$

Le point de fonctionnement initial s'établit à

$$gv := g_0 \cdot \frac{\Gamma_c}{\Gamma_0} = 0,02$$

La vitesse de rotation avant perturbation est donc $\Omega_1 := \Omega_0 \cdot (1 - gv)$

$$\text{On pose } \lambda := \frac{(2 \cdot \pi)}{60 \cdot s} \quad \text{d'où } \omega_1 := \Omega_1 \cdot \lambda \quad \Omega_1 = 1.47 \cdot 10^3 \quad \text{tr/min}$$

1) Lorsque l'on modifie la tension V , la loi du couple moteur est quantitativement modifiée. En effet $\Gamma(V) = k V^2$

La baisse de tension est faible en valeur relative, les propriétés de la machine ne sont pas sensiblement modifiées. De ce fait, on peut déterminer le nouveau glissement, après freinage et stabilisation par

$$g_2 := \frac{gv}{(1 - \Delta V)^2}$$

D'où le nouveau point de fonctionnement : $\Omega = \Omega_2$ et $\Gamma = \Gamma_c$

$$\Omega_2 := \Omega_0 \cdot (1 - g_2) \quad \Omega_2 = 1.467 \cdot 10^3 \quad \text{tr/min}$$

2) lorsque l'on modifie brutalement la fréquence, la vitesse reste initialement à sa valeur Ω_1 du fait de l'inertie. La caractéristique du moteur reste une droite oblique qui coupe l'axe des Ω à la nouvelle vitesse de synchronisme Ω_{ss}

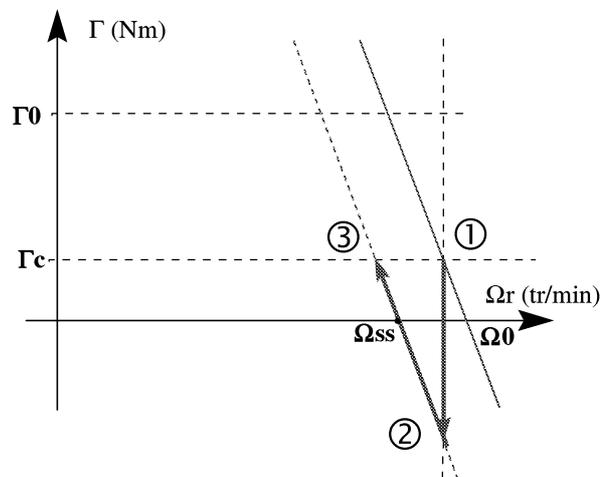
$$\Omega_{ss} := 1500(1 - \Delta f)$$

$$\Omega_{ss} = 1.425 \cdot 10^3 \quad \text{tr/min} \quad \text{avec}$$

$$\omega_{ss} := \Omega_{ss} \cdot \lambda$$

Les baisses de la vitesse et de la fréquence sont faibles en valeur relative, les propriétés de la machine ne sont pas sensiblement modifiées. De ce fait, on peut déterminer le régime final Ω_2 , en supposant ici le glissement identique

$$\Omega_2 := \Omega_{ss} \cdot (1 - gv) \quad \Omega_2 = 1.397 \cdot 10^3 \quad \text{tr/min}$$



La machine se retrouve tout d'abord en survitesse (par rapport à Ω_{ss}) du fait de l'inertie ① ; elle va fonctionner en génératrice, le couple (résistant) initial étant : $\Gamma(gv) \neq -4000$ Nm du fait de la symétrie de la courbe (fourniture d'énergie au réseau), auquel s'ajoute Γ_c .

On a ici $gv = -\Delta f$

La puissance fournie est donnée par $P = (\Gamma - \Gamma_c) \omega_r$, où ω_r est la pulsation associée à Ω_r . Cette puissance provient de la diminution d'énergie cinétique du rotor ΔE_c , de la valeur

$$E_{c1} := J_c \cdot \frac{\omega_1^2}{2} \quad \text{à la valeur } E_{c2} := J_c \cdot \frac{\omega_2^2}{2}$$

$$\Delta E_c := E_{c1} - E_{c2} \quad \Delta E_c = 1.04 \cdot 10^6 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \quad (J)$$

La machine va ralentir progressivement ② de manière à retrouver le régime moteur correspondant à la fourniture d'un couple opposé à Γ_c ③.

La décélération angulaire γ est régie par l'équation de la dynamique : $J_c \frac{d\omega_r}{dt} = \Gamma(t) - \Gamma_c$ (2)

avec les conditions initiales $\Gamma(0) = -\Gamma_0 - \Gamma_c$ et $\omega_0 := \omega_{ss} \cdot (1 + \Delta f)$

$$\omega_0 = 1.496 \cdot 10^3 \text{ tr/min} \quad \text{avec} \quad \omega_0 := \lambda \cdot \Omega_0 \quad \omega_0 = 156.687 \text{ s}^{-1}$$

La puissance échangée avec le réseau est tout d'abord fournie (génératrice) puis absorbée (moteur).

On a donc un ensemble de trois relations (1), (2), (3) entre les paramètres Γ , g_v , et ω_r :

$$g_v = 1 - \frac{\omega_r(t)}{\omega_{ss}} \tag{3}$$

Elles peuvent se combiner sous la forme

$$\frac{d\omega_r}{dt} = (1/J_c) \cdot (\Gamma_0/g_0 - \Gamma_c) - \Gamma_0/(J_c g_0 \omega_{ss}) \cdot \omega_r(t)$$

$$\frac{d}{dt}(\omega_r) = A \omega_r + B$$

$$\text{avec } B := \frac{\left(-\Gamma_c + \frac{\Gamma_0}{g_0}\right)}{J_c} \quad B = 87.11 \text{ s}^{-2}$$

$$\text{et } A := \frac{-\Gamma_0}{g_0 \cdot J_c \cdot \omega_{ss}} \quad A = -0.596 \text{ s}^{-1}$$

La solution de l'équation est de la forme

$$\omega_r(t) = \omega_2 + (\omega_0 - \omega_2) e^{A \cdot t}$$

Le couple $\Gamma(t)$ s'en déduit et donc aussi la puissance échangée

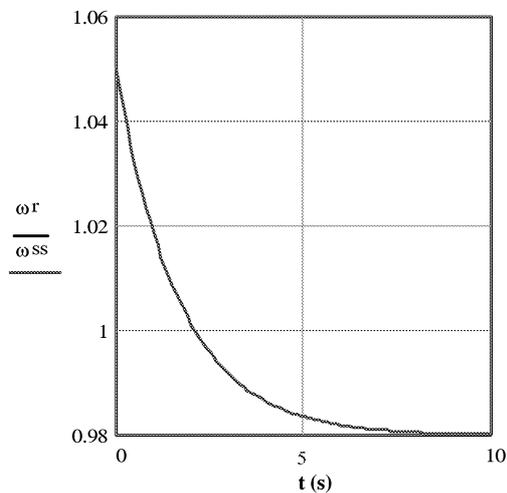
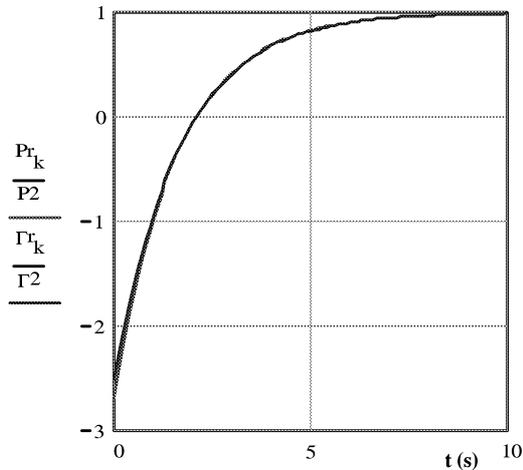
$$P(t) = \Gamma(t) \cdot \omega_r(t)$$

$$\Gamma_{r_k} := \left(\frac{\Gamma_0}{g_0}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega_{r_k}}{\omega_{ss}}\right)$$

$$\Gamma_2 := \left(\frac{\Gamma_0}{g_0}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_{ss}}\right)$$

$$\Gamma_2 = 1.6 \cdot 10^3 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\text{On pose } P_2 := \Gamma_2 \cdot \omega_2$$



CHAPITRE XI

RESEAUX ET MACHINES : ASPECTS DU DIMENSIONNEMENT

1 OBJET DU CHAPITRE

Dans ce chapitre on aborde trois questions :

- tout d'abord, un certain nombre de considérations générales sur les facteurs à prendre en compte pour dimensionner fonctionnellement les matériels électriques
- ensuite, l'étude des contraintes spécifiques créées dans les réseaux électriques par l'existence de régimes déséquilibrés. Ces régimes sont étudiés au moyen de la méthode des composantes symétriques.

Par ailleurs, les aspects préliminaires à l'étude du fonctionnement des machines tournantes en régime transitoire, étude utile pour la conception des systèmes et de leur régulation et menée au moyen des équations de Park, a été présentée au chapitre VI. On revient simplement sur la comparaison des différents types de machines.

2 LES REGIMES DE FONCTIONNEMENT DES MATERIELS

2.1 Situations rencontrées

On peut classer les situations subies par les matériels en 4 cas :

- le fonctionnement normal ; ce cas lui-même recouvre :
 - 1) les régimes permanents
 - 2) les régimes transitoires

Les régimes transitoires correspondent en général à des valeurs instantanées des courants et des tensions supérieures ou très supérieures aux valeurs dites nominales (démarrage d'un moteur, etc.). Ils sont en général analysés au stade de la conception. Les valeurs aux régimes permanents ne sont pas moins dimensionnantes car elles correspondent à des durées de fonctionnement élevées, d'où des possibilités d'usure, de fatigue, etc.

- les fonctionnements anormaux (ou défauts) ; les défauts également peuvent se décomposer en :
 - 3) défauts permanents
 - 4) défauts transitoires

Ainsi par exemple un court-circuit correspondra à des valeurs de courant supérieures à la normale, mais son établissement pourra correspondre à des valeurs plus élevées encore.

2.2 Grandeurs nominales ; grandeurs extrêmes ; grandeurs réduites

Les valeurs nominales de courant, tension, ... d'un appareil sont des valeurs de référence pour son fonctionnement. En règle générale, l'appareil a été conçu pour fonctionner de façon optimale et en permanence à ces valeurs. L'optimum se définit à partir du rendement et/ou de la durée de vie du matériel.

Les grandeurs réduites permettent d'adimensionnaliser les paramètres importants d'une machine ou d'un système, de façon à permettre de les évaluer dans l'absolu, à la manière d'un rendement. Cette évaluation permet de faire abstraction des tailles (niveau de puissance ou de tension).

Pour un type donné de machine, les grandeurs réduites ont fréquemment des valeurs du même ordre. Il est donc possible de faire des calculs d'ordres de grandeur des circuits, sans connaître en détail les appareils utilisés.

♦ définition : tous les paramètres nominaux correspondent en valeur réduite à 100 %, valeur également notée 1 p.u. (per unit). Une impédance de z % en valeur réduite crée ainsi une chute de tension ΔV de z % de la tension nominale V_n sous le courant nominal I_n

$$Z_n = \frac{V_n}{I_n} = \frac{V_n^2}{S_n} \quad \text{correspond à : } z_n = 100 \%$$

$$Z = R + j X \quad \Rightarrow \quad z = r + j x$$

avec $r = \frac{R}{Z_n}$ et $x = \frac{X}{Z_n}$

♦ exemple : transformateur (parfait) :

$$S_{in} = V_{in} \cdot I_{in} \quad \text{avec } i = 1, 2$$

$$\frac{V_{1n}}{V_{2n}} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{I_{2n}}{I_{1n}} \Rightarrow S_{1n} = V_{1n} \cdot I_{1n} = V_{2n} \cdot I_{2n} = S_{2n} = 100 \%$$

Pour un transformateur, il ne sera ainsi pas nécessaire de spécifier si les grandeurs sont considérées côté primaire ou côté secondaire.

Pour un transformateur de grande puissance, on trouve couramment :

$$r \sim 0,02 \text{ ou } 2 \%$$

$$x \sim 0,1 \text{ ou } 10 \%$$

♦ grandeurs réduites en triphasé

Les tensions, courants et puissances réduits sont définis, de même qu'en monophasé, par rapport à leur valeur nominale qui vaut 100 %.

Les impédances réduites z_k sont définies à partir des impédances physiques Z_k (en Ω) par :

$$z_k = \frac{Z_k}{Z_n} \quad (\text{implique que } z_n = 100 \%)$$

avec

$$Z_n = \frac{V_n}{I_n} = \frac{U_n}{I_n \sqrt{3}} = \frac{U_n^2}{U_n I_n \sqrt{3}} = \frac{U_n^2}{S_n}$$

exemple : un alternateur triphasé a une puissance nominale $P_n = 900$ MW, un facteur de puissance nominal $\cos\varphi_n = 0,9$, et une tension nominale entre phases $U_n = 20\,000$ V. Quelle est la valeur physique Z , dans le schéma monophasé équivalent, de l'impédance d'une ligne qui provoque une chute de tension $\Delta U = 10\%$?

$$S_n = P_n / \cos\varphi_n = 1000 \text{ MVA}$$

$$Z_n = U_n^2 / S_n = 4 \cdot 10^8 / 10^9 = 0,4 \, \Omega$$

$$Z = 0,1 Z_n = 0,04 \, \Omega$$

2.3 Revue de quelques problèmes dimensionnants

Parmi les problèmes dimensionnants, on peut lister notamment ceux qui suivent.

2.3.1 défauts des réseaux

Les défauts dans les réseaux de transport et de distribution d'énergie peuvent être dus à des ruptures de conducteurs, à des courts-circuits. Les causes peuvent être naturelles (foudre) ou accidentelles. Il n'y a en général pas de raison qu'ils respectent une symétrie particulière. Ils sont alors étudiés par la méthode dite des composantes symétriques.

2.3.2 machines tournantes

Les machines tournantes peuvent également subir des défauts soit d'origine électrique (défaillance partielle ou totale de l'alimentation : baisse de tension, absence d'une phase, ...) soit d'origine mécanique (disparition ou modification du couple résistant, ...)

Les méthodes d'étude de leur comportement transitoire peut avoir notamment pour but d'optimiser leur régulation, c'est-à-dire de définir une méthode de prise en compte de leur environnement de fonctionnement (commande du flux et/ou de la tension).

2.3.3 bruit et vibrations des matériels électriques

Un aspect jugé actuellement important de la maîtrise de conception des matériels électriques est la prise en compte du bruit et des vibrations engendrés par ces matériels.

En effet, les matériels sont souvent alimentés par des tensions alternatives à des fréquences industrielles ou à des fréquences plus élevées, d'où une production d'efforts électromagnétiques et électrodynamiques sans rapport avec la fonction principale des machines. Ces efforts se traduisent par une réponse vibratoire et acoustique des matériels qui peut :

- constituer une nuisance
- s'avérer préjudiciable à la durée de vie des matériels

Ils nécessitent donc souvent d'être étudiés pour eux-mêmes.

2.3.4 torsion d'une ligne d'arbres

Un cas particulier d'interaction mécanique/électrique est celui des phénomènes dynamiques torsionnels qui sont initiés lorsqu'un ensemble constitué par une machine électrique et son entraînement mécanique ou sa charge, suivant le cas, subissent des transitoires d'origine électrique. Il en résulte l'apparition de composantes dynamiques dans l'expression du couple électromagnétique, éventuellement amplifiées par les propriétés dynamiques de l'ensemble tournant. Ce cas peut parfois mériter d'être attentivement étudié.

2.4 Les courts circuits

2.4.1 dangers

Un court-circuit se produit lorsque l'on relie deux ou plusieurs points, situés normalement à des potentiels différents, au travers d'une impédance très faible ou nulle.

Une analyse trop hâtive pourrait laisser conclure à un caractère sans gravité, puisque si l'impédance est nulle, elle ne dissipe pas d'énergie. En fait, elle provoque une forte élévation des courants. Ainsi, si l'on passe d'une impédance normale $Z \sim 100\%$ à $Z_{CC} \sim 1\%$, on observe une élévation du courant dans le rapport inverse, soit $I_{CC} \sim 100 I_n$.

Ceci a deux conséquences très pénalisantes :

- sur le plan énergétique et thermique, les consommations et les pertes sur le même circuit sont multipliées par I_{CC}^2 soit $\sim 10^4$
- sur le plan mécanique, les efforts électrodynamiques mutuels entre deux conducteurs sont déterminés par la seconde loi de Laplace, et donc de la forme $k I_1 I_2$. S'ils sont parcourus par le même courant de défaut (spires voisines d'un bobinage, conducteurs adjacents d'une même ligne de transport), les efforts sont alors également de la forme $k I_{CC}^2$, et augmentent de façon quadratique avec le courant de défaut I_{CC} .

On cherche donc à se prémunir absolument contre ce type de défaut.

La protection est assurée par deux techniques :

- 1) des appareillages de coupure sont mis en place pour interrompre volontairement les circuits en cas de courant excessif
- 2) des impédances réactives sont implantées dans les réseaux de façon à toujours opposer des valeurs minimales d'impédance au passage du courant.

2.4.2 protection par appareillage de coupure

Les appareillages de coupure présents sur les réseaux sont de deux types :

- les disjoncteurs : il s'agit d'appareils susceptibles d'opérer une coupure très rapide du courant, et donc de faire disparaître l'arc électrique qui a tendance à se former lors de l'ouverture d'un circuit. Ils possèdent donc un pouvoir de coupure (exprimé en puissance)

- les sectionneurs : il s'agit d'appareils destinés à ajouter dans un circuit ouvert une coupure visible et de grande taille, de façon à éviter toute refermeture intempestive d'un circuit, et à assurer la sécurité pour les interventions sur les éléments du circuit

2.4.3 protection par réactances

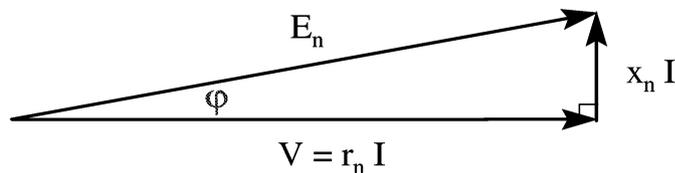
L'interposition de réactances de faible valeur en courant alternatif permet de gagner un facteur important sur le niveau de courant de court-circuit.

Considérons en effet le schéma monophasé équivalent d'un réseau caractérisé par une source $E_n = 100 \%$, de résistance interne $r = 1 \%$. Elle fournit en temps normal P_n à une charge $R = R_n = 100 \%$

Le courant de court circuit I_{cc} , sans protection particulière, est

$$I_{cc} = E_n / r = 10\,000 \%$$

Supposons que l'on interpose $x_n = 10 \%$, et calculons d'une part la chute de tension en marche normale (la perte d'énergie est nulle), et d'autre part le nouveau courant de court-circuit I'_{cc} :



$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x_n}{r_n} = 0,1 \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} \cong 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \varphi = 0,995$$

$$V = r_n I = E \cos \varphi \Rightarrow \Delta V = 1 - \cos \varphi = 0,5 \%$$

$$I_{cc} = E_n / x_n = 1\,000 \%$$

On a ainsi gagné un facteur important sur le courant de court-circuit, sans consommation d'énergie ; et ce, au prix d'une chute de tension très faible en temps normal. En effet, on a

$$\Delta V \ll r_n I$$

La puissance conventionnelle de court-circuit, en un point où le courant pourrait prendre la valeur I_{cc} à défaut de coupure est :

$$S_{cc} = U_n I_{cc} \sqrt{3}$$

2.5 Risques pour les personnes et protection

2.5.1 risque

Le risque pour les personnes lié à l'électricité tient aux conséquences du passage d'un courant au travers du corps. Ce courant peut avoir pour effet de perturber fortement le rythme cardiaque.

Ce risque est en principe aisément évitable. Il faut faire en sorte que deux points du corps ne se trouvent pas soumis à une différence de potentiel élevée.

Le potentiel absolu en lui-même n'est pas dangereux. Le principe des travaux sous tension est de porter l'ensemble du corps à un potentiel unique, éventuellement très élevé (quelques centaines de kV).

En ce qui concerne les contacts accidentels avec un potentiel, la résistance opposée par le corps au passage du courant est éminemment variable, elle est constitué principalement par la résistance de contact.

2.5.2 protection

Les techniques de protection contre les défauts électriques ont pour double objectif de protéger les personnes et les matériels (avec une priorité évidente pour les personnes).

Ceci est à l'origine des choix effectués dans les réseaux triphasés en particulier pour les régimes de raccordement électrique du conducteur de neutre.

Les surintensités dans les réseaux peuvent être éliminés par des organes de coupure de type disjoncteur ou par des fusibles thermiques. Les courants accidentels de valeur faible sont détectés et éliminés par des disjoncteurs différentiels.

2.5.3 mise en œuvre des conducteurs de réseaux

Les réseaux comportent des conducteurs dits actifs (phases et neutre) ainsi qu'un éventuel conducteur de protection.

La création d'un point de potentiel nul dans le sol est réalisée sous la forme d'une prise de terre (ou "terre"), par enfoncement de pieux, piquets, tuyauteries ...métalliques dans un sol bon conducteur. La conductivité des sols est néanmoins diverse : de $10 \Omega.m$ (terre), ou $1000 \Omega.m$ (sol pierreux) à $10^{15} \Omega.m$ (roches).

Les conducteurs de protection interconnectent ces points de mise à la terre et contribuent à abaisser l'impédance de l'ensemble. De ce fait, on limite l'élévation de potentiel résultant de l'écoulement d'un courant de défaut à la terre.

Toutes les masses métalliques des appareillages électriques doivent être impérativement reliées à un point de terre de façon à éviter un contact humain accidentel avec un potentiel élevé.

Enfin, les conducteurs de neutre et de protection peuvent se trouver confondus. Le neutre est alors mis à la terre. Il importe que le conducteur correspondant ne soit jamais coupé.

2.5.4 régimes du neutre

La réglementation définit trois régimes pour la connexion du neutre des réseaux électriques.

La protection est à assurer vis-à-vis :

- des surintensités
- des défauts d'isolement

1) le régime TT

Le neutre est connecté à la terre. Les masses sont reliées directement à cette terre.

C'est un système simple, mais qui n'assure pas la continuité du service en cas de défaut.

2) le régime TN

Le neutre est connecté à la terre. Les masses sont reliées au conducteur de neutre.

Le conducteur de neutre et le conducteur de protection peuvent être confondus (TN-C) ou séparés (TN-S).

Le conducteur de protection ne doit jamais être coupé.

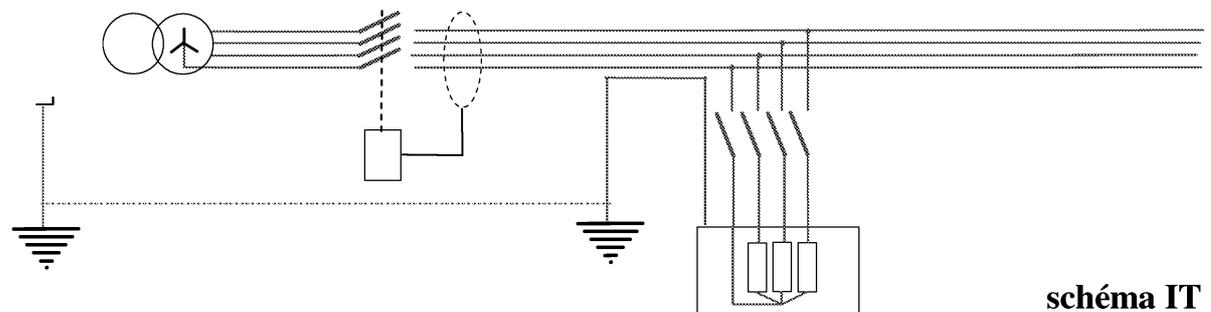
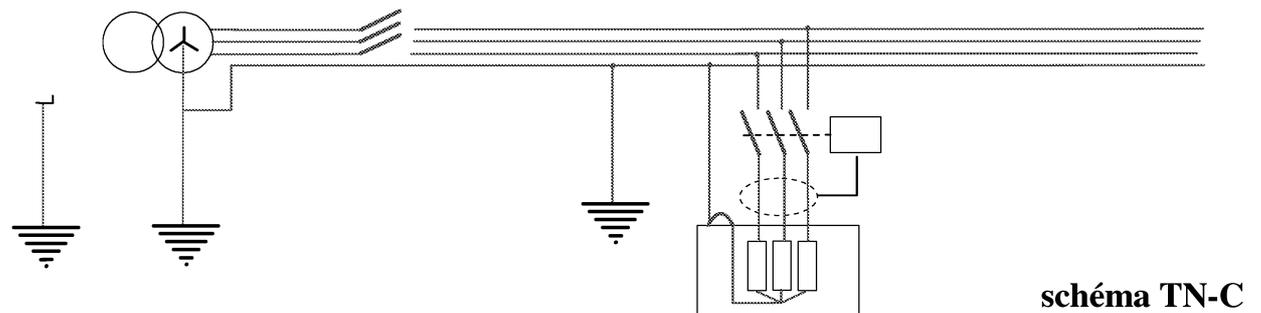
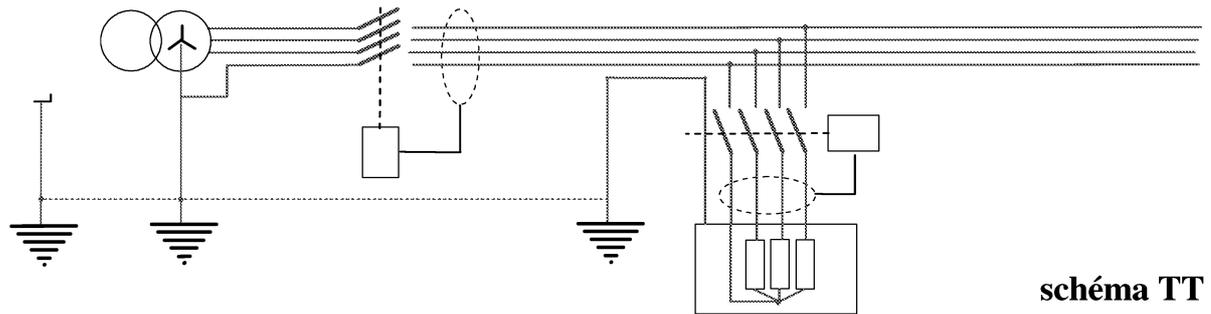
Ce régime nécessite une surveillance permanente. Il est adapté aux réseaux perturbés ou à isolement faible.

3) le régime IT

Le neutre est isolé ou impédant. On limite ainsi les courants de défaut.

Toutes les masses doivent être reliées à la terre.

Ce régime assure la continuité du service en présence d'un défaut. Il demande un entretien par du personnel spécialisé.



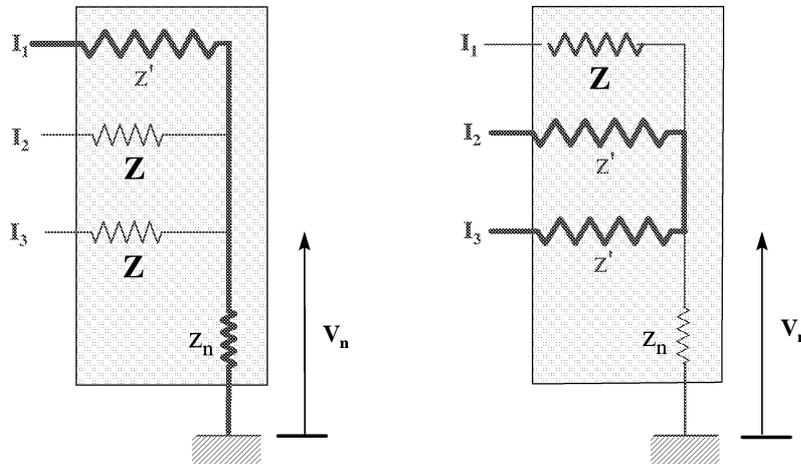
3 ETUDE DES DEFAUTS DES RESEAUX

3.1 Les types de défaut

Si l'on considère le système de **tensions** appliqué à une charge symétrique, de nombreuses configurations de défaut sont imaginables pour ce système (perte de 1 ou 2 tensions, déséquilibres, ...)

Si l'on considère la **charge** appliquée à un système de tensions, on peut trouver quatre cas principaux de défaut de réseau, dont deux peuvent encore se subdiviser en deux variantes. Dans les configurations qui suivent, l'impédance z' est très inférieure à la valeur normale Z ; le point neutre peut être raccordé à la terre au travers d'une impédance z_n nulle ou non.

a) le court-circuit monophasé phase-terre (*figure de gauche*)



b) le court-circuit bi-phasé (*figure de droite*)

Ce court-circuit peut lui même être

- isolé
- mis à la terre

c) le court-circuit triphasé

Ce court-circuit peut lui aussi être

- isolé
- mis à la terre

d) la charge déséquilibrée

Sur un cas donné de réseau, les deux types de problèmes (défaut des tensions et défaut de la charge) peuvent être simultanément présents.

Un point d'attention particulière est la valeur du potentiel du point neutre V_n . Cette valeur fait l'objet d'une surveillance de façon à préserver la sécurité des personnes. Des dispositifs de détection de diverses natures sont installés sur les réseaux suivant en particulier la nature physique des charges, de façon à effectuer une coupure des réseaux lorsque cela s'avère nécessaire.

3.2 Méthode des composantes symétriques : principe

Le schéma monophasé équivalent d'un réseau cesse d'être applicable dans deux cas :

- lorsque le système de f.é.m. n'est plus équilibré
- lorsque les impédances propres et mutuelles entre les 3 phases ne sont plus identiques.

Deux approches sont alors envisageables :

- l'écriture complète des équations des circuits par les lois d'Ohm et de Kirchhoff ; cette approche conduit à des systèmes d'équations d'une complexité excessive.
- la méthode dite des composantes symétriques.

Cette dernière consiste à décomposer les systèmes de grandeurs non équilibrées en un ensemble de systèmes équilibrés.

Tout système de grandeurs sinusoïdales q-phasé peut en effet être décomposé en q systèmes q-phasés équilibrés, dits : composantes symétriques du système.

3.2.1 Cas des tensions en triphasé

Dans le cas de grandeurs triphasées, on a besoin de trois systèmes de décomposition pour que la correspondance soit univoque :

- un système **direct**, défini par

$$\begin{cases} v_{1d}(t) = V_d \sqrt{2} \cos (\omega t + \psi_d) \\ v_{2d}(t) = V_d \sqrt{2} \cos (\omega t + \psi_d - 2\pi/3) \\ v_{3d}(t) = V_d \sqrt{2} \cos (\omega t + \psi_d - 4\pi/3) \end{cases}$$

- un système **inverse**, défini par

$$\begin{cases} v_{1i}(t) = V_i \sqrt{2} \cos (\omega t + \psi_i) \\ v_{2i}(t) = V_i \sqrt{2} \cos (\omega t + \psi_i + 2\pi/3) \\ v_{3i}(t) = V_i \sqrt{2} \cos (\omega t + \psi_i + 4\pi/3) \end{cases}$$

- un système **homopolaire**, défini par

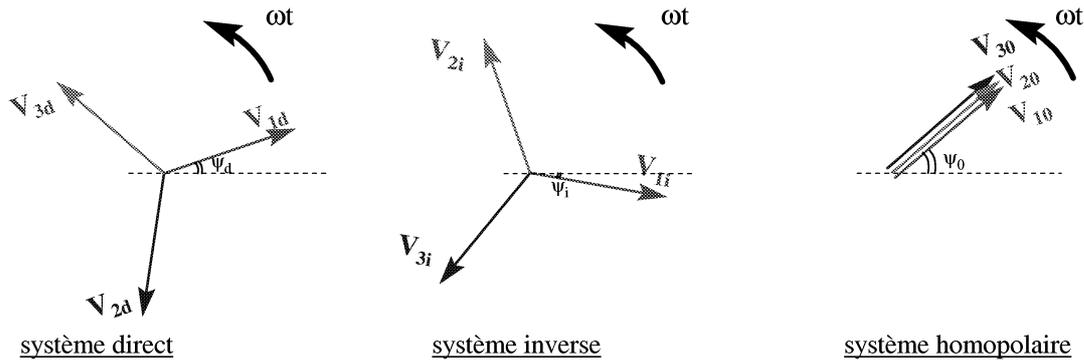
$$\begin{cases} v_{10}(t) = V_0 \sqrt{2} \cos (\omega t + \psi_0) \\ v_{20}(t) = V_0 \sqrt{2} \cos (\omega t + \psi_0) \\ v_{30}(t) = V_0 \sqrt{2} \cos (\omega t + \psi_0) \end{cases}$$

Ce dernier système est composé de trois tensions égales et en phase.

Dans un réseau équilibré, les f.é.m. inverses et homopolaires sont **nulles**.

La distinction entre système direct et inverse est conventionnelle. Le choix doit toutefois être unique pour un réseau donné. Le **sens direct temporel** résulte de la numérotation des phases. Le **sens direct spatial** correspond pour une machine tournante à son sens de rotation ; il résulte de la manière dont on a raccordé les phases du système de tensions aux bornes de la machine.

Les trois systèmes de tension utilisés pour la décomposition peuvent être représentés comme suit dans un diagramme *temporel* :



3.3 Décomposition d'un système de tensions quelconque

Soit le système de tensions triphasé quelconque V_1, V_2, V_3 .
On considère les vecteurs associés dans le plan de Fresnel
(valeurs efficaces).

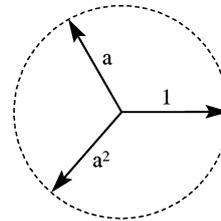
On pose $a = e^{j2\pi/3}$.

a a pour propriétés remarquables :

$$a^* = a^2$$

et :

$$1 + a + a^2 = 0$$



On suppose que la décomposition est possible, et qu'elle s'écrit :

$$\begin{cases} V_1 = V_{1d} + V_{1i} + V_{10} \\ V_2 = V_{2d} + V_{2i} + V_{20} \\ V_3 = V_{3d} + V_{3i} + V_{30} \end{cases}$$

Les tensions indicées **d** doivent former un système équilibré :

$$\begin{aligned} V_{1d} &= V_d \\ V_{2d} &= a^2 V_d \\ V_{3d} &= a V_d \end{aligned}$$

de même les tensions indicées **i**

$$\begin{aligned} V_{1i} &= V_i \\ V_{2i} &= a V_i \\ V_{3i} &= a^2 V_i \end{aligned}$$

enfin les tensions indicées **0**

$$V_{10} = V_{20} = V_{30} = V_0$$

On constate que les grandeurs (V_1, V_2, V_3) et (V_d, V_i, V_0) sont liées par un opérateur linéaire [F]

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = [F] \cdot \begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_0 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad [F] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}$$

3.4 Relations entre les tensions et les courants dans un réseau passif

a ayant une valeur complexe connue, on vérifie aisément que : $\det [F] \neq 0$.
Il existe donc une inverse $[F]^{-1}$

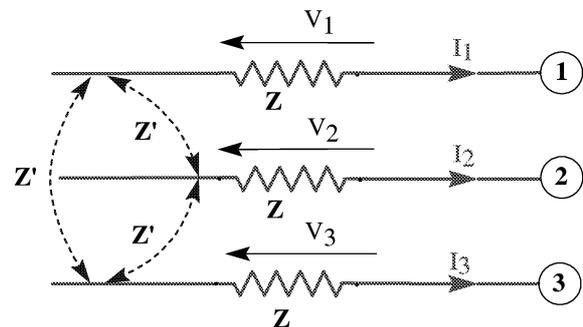
$$[F]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

On appelle Z l'impédance propre d'une phase, et Z' l'impédance mutuelle entre deux phases. Le système d'équations reliant les courants et les tensions s'écrit :

$$V_1 = Z I_1 + Z' I_2 + Z' I_3$$

$$V_2 = Z' I_1 + Z I_2 + Z' I_3$$

$$V_3 = Z' I_1 + Z' I_2 + Z I_3$$



ou sous forme matricielle :

$$[V] = [Z] \cdot [I]$$

Par ailleurs, si l'on consacre l'indice s aux grandeurs symétriques :

$$[V] = [F] \cdot [V_s]$$

$$[I] = [F] \cdot [I_s]$$

En combinant l'ensemble, il vient :

$$[V_s] = [F]^{-1} \cdot [V] = [F]^{-1} \cdot [Z] \cdot [I] = [F]^{-1} \cdot [Z] \cdot [F] \cdot [I_s]$$

$$[V_s] = [Z_s] \cdot [I_s]$$

3.5 Calcul des impédances cycliques

Les termes de Z_s peuvent être explicités en fonction des impédances propres Z et mutuelles Z'

$$[Z_s] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z & Z' & Z' \\ Z' & Z & Z' \\ Z' & Z' & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}$$

en développant on obtient :

$$[Z_s] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} (Z - Z')(1 + 1 + 1) & (Z - Z')(1 + a + a^2) & (Z + 2Z')(1 + a + a^2) \\ (Z - Z')(1 + a + a^2) & (Z - Z')(1 + 1 + 1) & (Z + 2Z')(1 + a^2 + a) \\ (Z - Z')(1 + a^2 + a) & (Z - Z')(1 + a + a^2) & (Z + 2Z')(1 + 1 + 1) \end{bmatrix}$$

En tenant compte du fait que $1 + a + a^2 = 0$, on met en évidence les impédances directe, inverse, et homopolaire

$$[Z_s] = \begin{bmatrix} Z - Z' & 0 & 0 \\ 0 & Z - Z' & 0 \\ 0 & 0 & Z + 2Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_d & 0 & 0 \\ 0 & Z_i & 0 \\ 0 & 0 & Z_0 \end{bmatrix}$$

On observe la correspondance :

$$Z_d = Z - Z'$$

$$Z_i = Z - Z'$$

$$Z_0 = Z + 2Z'$$

Les relations entre tensions et courants symétriques s'écrivent :

- pour un réseau passif :

$$V_d = Z_d I_d$$

$$V_i = Z_i I_i$$

$$V_0 = Z_0 I_0$$

- pour un réseau actif

$$V_n = V_d + Z_d I_d$$

$$0 = V_i + Z_i I_i$$

$$0 = V_0 + Z_0 I_0$$

Un système passif, de structure symétrique, en régime déséquilibré, peut être représenté par ses composantes symétriques. On admettra que le résultat se conserve pour un réseau actif.

Le système d'équations pour un réseau actif n'est valable en fait que dans la mesure où on suppose qu'il ne contient que des systèmes directs de f.é.m.

note : on aurait pu déterminer [F] par un simple calcul de valeurs propres et de vecteurs propres de [Z].

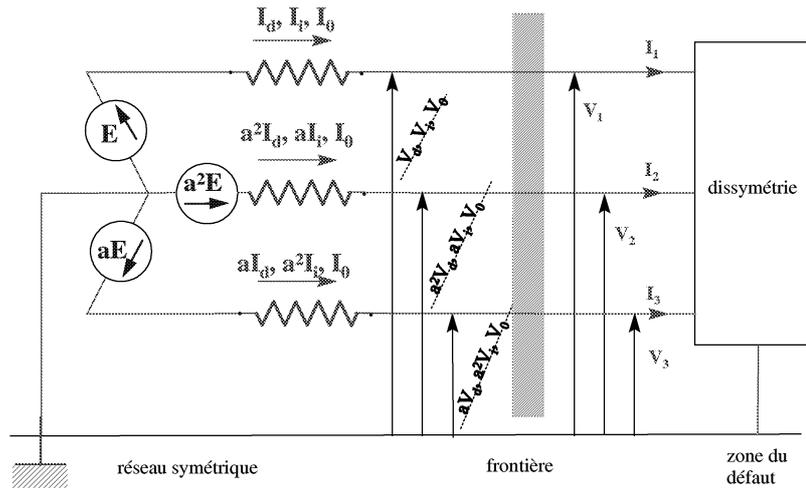
3.6 Démarche de calcul

Pour effectuer une modélisation de défaut dans un réseau, on décompose celui-ci en 2 régions :

- la région du défaut ; elle n'est pas de structure symétrique, on ne peut utiliser les composantes symétriques. Il faut écrire les relations **spécifiques** entre tensions et courants

- la région "saine" du réseau, où les composantes symétriques sont applicables.

Il y a continuité à la frontière entre les grandeurs d'interface ; on utilise donc les relations de passage.



La démarche de calcul consiste donc à réaliser les étapes suivantes :

- 1) isoler la zone du défaut
- 2) écrire directement les équations du défaut dans cette zone (partie droite)
- 3) écrire les équations du réseau en composantes symétriques dans la partie saine (partie gauche)
- 4) résoudre en écrivant la continuité des grandeurs à l'interface.

On va appliquer la méthode à deux exemples de défauts parmi les plus susceptibles de se produire ; il s'agit du court-circuit monophasé phase-terre, et du court-circuit isolé entre 2 phases.

3.7 Exemple 1 : court-circuit monophasé phase-terre

3.7.1 caractéristiques du défaut

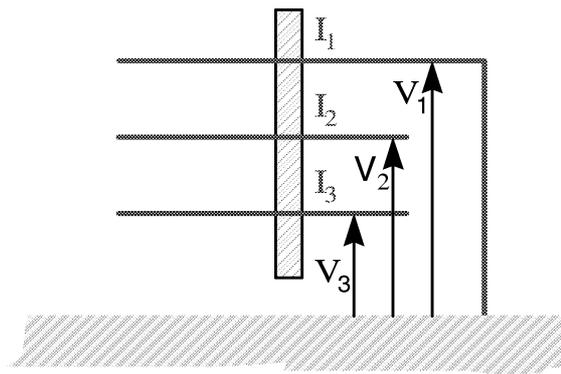
Ce défaut est décrit par :

$$V_1 = 0$$

$$I_2 = I_3 = 0$$

Les inconnues sont :

$$I_1, V_2, V_3$$



3.7.2 calcul des composantes symétriques

On écrit les relations de passage pour les courants :

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_i \\ I_0 \end{bmatrix} = [F]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = [F]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$I_d = I_1 / 3$$

$$I_i = I_1 / 3$$

$$I_0 = I_1 / 3$$

$$I_d = I_i = I_0$$

Des équations du système actif :

$$V_n = V_d + Z_d I_d$$

$$0 = V_i + Z_i I_i$$

$$0 = V_0 + Z_0 I_0$$

on tire :

$$V_1 = 0 = V_d + V_i + V_0$$

d'où :

$$V_d = -V_i - V_0 = Z_i I_i + Z_0 I_0$$

$$V_i = -Z_i I_i$$

$$V_0 = -Z_0 I_0$$

Par combinaison :

$$V_n = Z_d I_d + Z_i I_i + Z_0 I_0 = (Z_d + Z_i + Z_0) I_d$$

D'où enfin l'expression de I_d

$$I_d = \frac{V_n}{Z_d + Z_i + Z_0}$$

3.7.3 calcul du courant de court-circuit

Le courant de phase I_1 se déduit immédiatement de I_d :

$$I_1 = 3I_d = \frac{3V_n}{Z_d + Z_i + Z_0}$$

Le calcul des tensions symétriques permet d'obtenir ensuite les tensions des deux phases saines :

$$V_i = -Z_d I_d = \frac{-Z_i}{Z_d + Z_i + Z_0} V_n$$

$$V_0 = \frac{-Z_0}{Z_d + Z_i + Z_0} V_n$$

$$V_d = \frac{Z_i + Z_0}{Z_d + Z_i + Z_0} V_n$$

d'où :

$$V_2 = \frac{a^2(Z_i + Z_0) - aZ_i - Z_0}{Z_d + Z_i + Z_0} V_n$$

$$V_2 = \frac{(a^2 - a)Z_i + (a^2 - 1)Z_0}{Z_d + Z_i + Z_0} V_n$$

3.8 Exemple 2 : court-circuit isolé entre 2 phases

Cette configuration est analysée en suivant les mêmes étapes.

3.8.1 caractéristiques du défaut

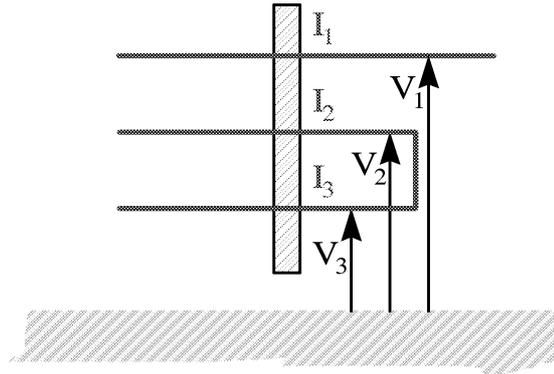
Ce défaut est décrit par :

$$I_1 = 0$$

$$I_2 + I_3 = 0$$

Les inconnues sont :

$$I_1, V_2 (= V_3), \text{ et } I_2 (= -I_3)$$



3.8.2 calcul des composantes symétriques

Les équations du réseau sain sont :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = [F] \cdot [I_s] \quad \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = [F] \cdot [V_s]$$

3.8.3 calcul du courant de court-circuit

Le développement de calculs similaires à l'exemple précédent conduit à l'expression suivante pour I_2 :

$$I_2 = \frac{(a^2 - a)V_n}{Z_d + Z_i} = \frac{U_{23}}{Z_d + Z_i} = -I_3$$

3.9 Résumé de la méthode

La méthode procède donc comme suit :

- calcul éventuel du régime pré-existant à l'application de la dissymétrie
- calcul des impédances cycliques Z_d, Z_i, Z_0
- calcul des relations entre les tensions V_1, V_2, V_3 et les courants I_1, I_2, I_3
- écriture des relations de passage entre les grandeurs réelles et leurs composantes symétriques
- résolution des équations de la dissymétrie
- superposition éventuelle du régime permanent.

En effet, les défauts précédemment étudiés concernent des réseaux à vide. Pour des réseaux en charge, il faut normalement superposer le régime avant défaut, néanmoins fréquemment les courants de défaut sont très supérieurs aux courants pré-existants au défaut, et on peut souvent les négliger.

3.10 Impédances cycliques de machines électriques courantes

rappel : en unités réduites $Z_i = z_i \cdot Z_n$ avec $Z_n = \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{U_n^2}{U_n I_n \sqrt{3}} = \frac{U_n}{U_n I_n \sqrt{3}} = \frac{V_n}{I_n}$

Le tableau suivant donne des ordres de grandeurs d'impédances courantes

	X_d	X_i	X_0
ligne	0,4 Ω /km	0,4 Ω /km	1,2 Ω /km
câble	0,1 Ω /km	0,1 Ω /km	spécifique
transformateur	10 %	10 %	(selon couplage du neutre)
machine synchrone	$x'_d = 25$ %	20 %	10 % (ou ∞)
machine asynchrone	100 %	30 %	∞

remarques :

- 1) toutes ces impédances sont en fait des réactances.
- 2) les réactances homopolaires dépendent d'une façon générale si le neutre est raccordé ou pas, et comment.
- 3) la réactance à prendre en compte pour une machine synchrone pendant la seconde qui suit un court-circuit, n'est pas x_d (~ 200 %) mais une valeur transitoire, notée x'_d , sensiblement plus faible que la valeur en régime permanent
- 4) une machine asynchrone en général n'a pas de neutre sorti au niveau du bobinage, compte tenu de la symétrie de sa constitution.

3.11 Comparaison entre les différents types de machines

Si on compare les expressions des principales grandeurs électromécaniques - puissance P et couple Γ - pour les trois grands types usuels de machine tournante, on voit que ces grandeurs, exprimées dans le repère de Park, conduisent à des expressions similaires, mais non identiques, regroupées dans le tableau suivant :

	machine c.c.	machine synchrone	machine asynchrone
P	$P = V_d I_d + V_q I_q$	$P = 3/2 (V_d I_d + V_q I_q + 2 V_0 I_0)$	$3/2 (V_{ds} I_{ds} + V_{qs} I_{qs})$
Γ	$\Gamma_e = \Phi_d I_q - \Phi_q I_d$	$\Gamma_e = 3/2 (\Phi_d I_q - \Phi_q I_d)$	$3/2 (\Phi_{ds} I_{qs} - \Phi_{qs} I_{ds})$

CONCLUSION : PERSPECTIVES ACTUELLES DU GENIE ELECTRIQUE

Après avoir passé en revue - sans pour autant les épuiser - un certain nombre de thèmes de base du Génie Electrique, nous allons conclure en évoquant ses perspectives.

Cette évocation sera réalisée sous un double aspect :

- 1) par une description des sujets de recherche actuellement considérés comme importants par les industries productrices d'électricité*
- 2) par la présentation d'un exemple très représentatif du niveau de l'innovation dans le domaine : celui des trains à Grande Vitesse.*

1 QUELQUES TENDANCES DES RECHERCHES ACTUELLES EN GENIE ELECTRIQUE

Schématiquement, on peut dire que les développements techniques actuels laissent apparaître quelques grandes tendances, tout d'abord dans le domaine des fortes puissances :

- un relatif retour au réalisme pour ce qui concerne les usages industriels des matériaux **supraconducteurs**

- une pression croissante sous l'aspect environnemental, qui aidera au progrès des techniques d'enfouissement des lignes de transport, et à l'émergence de tous systèmes électrotechniques susceptibles de faciliter un transport du courant peu perturbant pour **l'environnement**

- une présence croissante de **l'électronique de puissance** dans les réseaux, du fait de la baisse des coûts et de l'amélioration des performances.

Mais l'avenir du Génie Electrique n'est pas seulement dans le domaine des grandes puissances. Il faut également considérer, par niveau de puissance décroissant (mais pas nécessairement par intérêt économique décroissant) :

- la domotique
- l'automobile
- le biomédical

Parmi ces secteurs où des besoins importants peuvent être prévus, la **construction automobile** occupe une place particulière. Le progrès des véhicules passe par l'introduction ininterrompue de nouvelles fonctions d'automatismes impliquant le développement de types nouveaux d'actionneurs ou des gains de performances de ceux-ci.

En matière de matériaux, la maîtrise actuelle de la physique de ceux-ci a permis de faire émerger la notion de **matériaux actifs**. Une forme de mise en œuvre de cette notion est constituée par les piézo-moteurs.

En traitement du signal, la modélisation des dispositifs de commande des convertisseurs ou des ensembles fait appel à la logique floue et aux réseaux de neurones.

Parmi les thèmes de recherche intéressant actuellement le secteur de la production /distribution d'énergie électrique, on trouve :

- 1) l'électronique de puissance appliquée à l'exploitation des réseaux
- 2) la connaissance approfondie des perturbations électromagnétiques
- 3) des applications bien ciblées des supraconducteurs

1) les **composants électroniques** de puissance ont atteint un stade où leur utilisation y compris sur les réseaux à très haute tension devient envisageable. Il y a encore un facteur d'échelle à gagner dans la mise en série des interrupteurs élémentaires (principalement GTO), mais les progrès sont permanents.

2) la connaissance des **perturbations électromagnétiques** est recherchée en particulier par des simulations numériques qui font appel à des moyens très conséquents (calculateurs parallèles).

3) en ce qui concerne les **supraconducteurs**, on travaille actuellement sur des applications particulières des supraconducteurs à très basses températures, telles que le limiteur de courant.

Un effort important est mis sur le développement des usages de l'électricité. La gamme des puissances unitaires visée dans ce domaine est extrêmement étendue, depuis les utilisations domestiques jusqu'aux plus grandes installations de process industriels en sidérurgie, pétrochimie, ... tels que fours ou entraînements à grande puissance et à vitesse variable. Des travaux sont menés sur :

- les **moteurs rapides** (on entend par là des moteurs de taille industrielle tournant à 40 000, voire 70 000 tours/minute)
- les **paliers magnétiques actifs**
- les **véhicules électriques** (collectifs et individuels)
- les véhicules hybrides
- l'alimentation des sites isolés
- les applications de l'électronique de puissance aux problèmes environnementaux

Enfin, les avancées propres au Génie Electrique se conjuguent avec celles d'un certain nombre de domaines voisins :

- piles à combustibles
- générateurs électrochimiques

Globalement les conditions paraissent aujourd'hui réunies pour que des jeunes motivés par la recherche puissent se tourner en particulier vers le domaine du Génie Electrique.

2 UN EXEMPLE DE PROGRES ET D'INNOVATION EN GENIE ELECTRIQUE : LA TRACTION FERROVIAIRE

Pour illustrer la vitalité et la capacité innovante du secteur du Génie Electrique, il suffit de considérer, parmi l'ensemble des matériels ferroviaires récemment développés et mis en service, ceux qui appartiennent à la famille des TGV.

En quelques mots :

- la première génération, le TGV Sud-Est (version initiale) utilisait une traction conventionnelle à moteurs à courant continu.
- la seconde génération (TGV Atlantique) passe à l'utilisation de machines synchrones auto-pilotées, avec onduleur de courant à thyristors
- la troisième génération (TGV Trans-Manche) poursuit la révolution engagée en passant au moteur à induction, associé à des onduleurs de tension à GTO.
- la quatrième génération est actuellement à l'étude.

Au passage :

- un facteur important a été gagné deux fois sur la puissance massique, et donc sur la puissance totale à volume total constant imposé,
- une souplesse importante a été conservée, ou accrue, sur les possibilités d'alimentations acceptées par le système,
- la sécurité de fonctionnement, incluant la possibilité d'effectuer un freinage électrique, a également été maintenue ou améliorée.

♦ La première génération : le TGV Sud-Est



Le TGV Sud-Est (version initiale), mettant en œuvre une traction classique à machines à collecteur à alimentation série, n'en a pas moins représenté à sa mise en service une parfaite illustration de l'utilisation optimale des possibilités de cette technique.

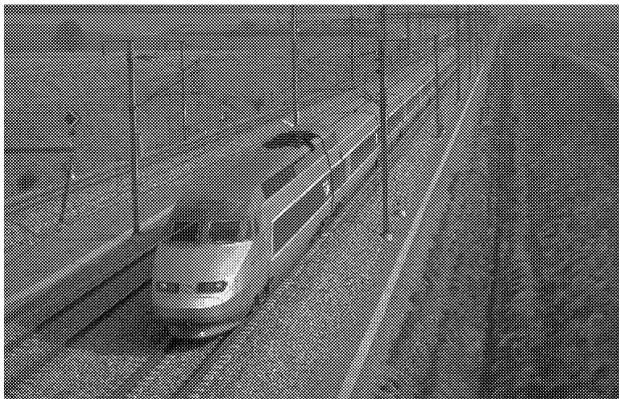
La motorisation répondait déjà aux principaux impératifs de l'exploitation : niveau de vitesse élevé (250 km/h), atteint dans des

conditions de sécurité exigeantes, compatibilité avec une multiplicité de systèmes d'électrification. Il s'agissait déjà d'une technologie de pointe.

La puissance nécessaire était obtenue au moyen de 12 moteurs de 0,53 MW à 3000 t/min. Il y avait par ailleurs une contrainte de poids à respecter : environ 1500 kilos par moteur.

Cette génération demeurait pénalisée par le principe des moteurs à collecteur, celui-ci limitant les vitesses de rotation et donc les puissances massiques.

♦ La seconde génération : le TGV Atlantique



En 1980, l'état de l'art rendait impossible la conception d'un onduleur de tension avec les thyristors conventionnels disponibles. La volonté de gagner en performances a amené à tester deux prototypes de conversion électromécanique faisant appel à un onduleur de courant, associé l'un à une motorisation synchrone, l'autre à une motorisation asynchrone. Le choix a été fait des moteurs synchrones pour l'exploitation commerciale.

Chacun des 8 moteurs synchrones d'un TGV Atlantique fournit 1,1 MW pour un poids identique à celui du moteur à collecteur, d'où un gain significatif en capacité de transport et en vitesse.

L'examen des schémas de puissance des convertisseurs utilisés montre que c'est essentiellement le progrès des composants élémentaires qui a été exploité, les structures de convertisseurs ayant elles-mêmes peu évolué. Ce fait tient à un parti pris spécifique au domaine ferroviaire, à savoir le souci de disposer de structures suffisamment simples pour garder aisément la compatibilité avec tous les systèmes d'alimentation rencontrés. On note néanmoins quelques sophistications de détail, portant sur les circuits d'aide à la commutation dans les bras d'onduleurs, et destinées à faciliter le fonctionnement aux vitesses les plus basses et l'obtention d'un couple très élevé.

♦ La troisième génération : le TGV Trans-Manche



C'est l'introduction industrielle véritable des GTO en 1988, qui a permis de mettre en œuvre des onduleurs de tension, autorisant ainsi l'usage des moteurs asynchrones. Un facteur important sur les performances a à nouveau été gagné, dans lequel les progrès de l'électronique ont également leur part (usage de micro-contrôleurs et de circuits de commande à grande intégration).

Globalement la puissance installée a été doublée, à poids et encombrement constant (au total 12 MW par rame avec des moteurs à induction de puissance unitaire 1 MW).

Parallèlement au progrès des circuits de puissance, il faut mentionner l'effort réalisé pour perfectionner la commande de la motorisation, qui se signale par les points suivants :

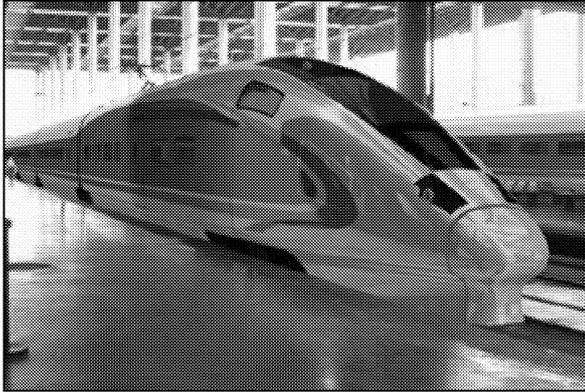
- pilotage du moteur en couple sans capteur de flux
- changement du mode de pilotage en fonction de la plage de vitesse (pilotage vectoriel à basse vitesse et scalaire à haute vitesse)

Enfin, la fonction de freinage électrique a été maintenue sous la forme rhéostatique.

Bien que l'ensemble de ces évolutions ait conduit à des niveaux de performances très élevés, des progrès sont encore imaginables :

- les circuits d'aide à la commutation sont encore relativement complexes
- les GTO utilisés ont encore des pertes de commutation importantes, limitant leur fréquence d'emploi : la vitesse de rotation des moteurs de 4000 tours/minute conduit à la fréquence, encore assez basse, de 600 hertz pour l'onduleur.

♦ La quatrième génération : l'AGV



La dernière génération en date du train à grande vitesse, ou AGV (pour Automotrice à Grande Vitesse) tire parti des plus récents progrès des machines électriques et de l'électronique de puissance. Elle fait en effet appel à :

- des moteurs synchrones à aimant de 700 kW (de 8 à 14 moteurs)
- des interrupteurs à haute performance pour les convertisseurs (IGBT 6,5 kV)

Ces deux ressources permettent de mettre

en oeuvre une motorisation répartie, apportant une grande souplesse dans la constitution des trains. Il n'y a plus de voiture dédiée à la traction.

De nombreuses caractéristiques techniques se trouvent améliorées au passage (fiabilité résultant de la redondance, adhérence et capacité de freinage).

Cette description succincte d'un secteur d'application montre donc que le Génie Electrique est un domaine où les progrès sont rapides, contrairement à une image un peu vite répandue, et que dans le même temps il y reste encore un espace considérable pour le développement, pour l'innovation et pour la recherche.

BIBLIOGRAPHIE

CHAPITRES 1 ET 2

- BERKES Istvan , *Bases de l'Electrotechnique* , Ed. Vuibert
 BEUGNIEZ M., WILLIOT J.L., *Manuel de Génie Electrique* , Ed. Ellipses
 BOUCHARD R.P. OLIVIER G., *Circuits et machines électriques* , Ed. EP Montréal
 BRISSONNEAU P. , *Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique* , Ed. Hermès
 BUTOLI A. LEVY-LEBLOND J.M., *Electricité et Magnétisme* , Ed. Vuibert
 DE COULON F. JUFER M., *Traité d'Electricité vol. 1 Introduction à l'électrotechnique* , Ed. Presses Polytech. Romandes
 DORF R.C. , *The Electrical Engineering handbook* , Ed. CRC Press (USA)
 FOURNET G. , *Electromagnétisme à partir des équations locales* , Ed. Masson
 GARY C. et al., *Les propriétés diélectriques de l'air et les très hautes tensions* , Ed. Eyrolles/DER
 GREFFET J.J. , *Electromagnétisme* , Ed. ECP
 HULIN M. HULIN N., *Equations de Maxwell, ondes électromagnétiques* , Ed. Dunod
 IVANES M. PERRET R., *Eléments de Génie Electrique* , Ed. Hermes
 JUFER M. , *Traité d'Electricité vol. 9 - Electromécanique* , Ed. Presses Polytech. Romandes
 LESENNE J. NOTELET F., SEGUIER G., *Introduction à l'Electrotechnique approfondie* , Ed. Technique et Documentation
 MANESSE G. , *Conversion de l'énergie principes généraux* , Ed. SEE, journées 3EI'97
 MAXWELL J.C. , *A treatise on electromagnetism T1* , Ed. Dover (USA)
 MAXWELL J.C. , *A treatise on electromagnetism T2* , Ed. Dover (USA)
 MEYER-EBRECHT D. , *Grundzüge der Elektrotechnik* , Ed. RWTH Aachen
 PEREZ J.P. CARLES R., *Electromagnétisme : fondements et applications* , Ed. Masson
 SAINT-JEAN M. MATRICON J., *Electromagnétisme I* , Ed. Diderot

CHAPITRE 3

- HOCHART , *Le transformateur de puissance* , Ed. Tec et Doc
 MOSER H.P. , *Transformer board* , Ed. Scientia Electrica (USA)

CHAPITRE 4 ET 5

- BASTARD P. et al., *Electricité : voyage au cœur du système* , Ed. Eyrolles
 CLADE J. , *Electrotechnique* , Ed. Eyrolles/DER
 DELANDRE T., MAURAS P., *Harmoniques sur les réseaux électriques* Ed. Eyrolles/DER
 ESCANE J.M. , *Réseaux d'énergie électrique* , Ed. Eyrolles/DER
 LAGONOTTE P. , *Les installations électriques* , Ed. Hermes
 SCHMITT A., DEFLANDRE T. *Surtensions et transitoires rapides de tension* Eyrolles/DER
 SOLIGNAC G. , *Guide de l'ingénierie électrique* , Ed. Technique et Documentation

WEEDY B.M. CORY B.J., *Electric Power Systems* , Ed. John Wiley
WILDI Th. , *Electrotechnique* , Ed. Presses de l'Université Laval

CHAPITRES 6 ET 7

ARNOULD A. , *Dispositifs de l'électronique de puissance* (2 t.) , Ed. Hermes
COQUERELLE J.L. , *Génie électrique : du réseau au convertisseur* , Ed. Technip
FOCH H. FOREST F., *Onduleurs de tension : éléments sur la mise en oeuvre et les multiples applications ...* , Ed. SEE, journées 3EI97
LABORNE H. , *Convertisseurs assistés par un réseau alternatif* , Ed. Eyrolles/DER
LEONHARDT W. , *Control of electrical drives* , Ed. Springer
SADARNAC D. , *Les alimentations à fréquence de découpage élevée* , Ed. Eyrolles
SEGUIER G. NOTELET F., *Electrotechnique Industrielle* , Ed. Tech et Doc

CHAPITRE 8

CHATELAIN J. , *Traité d'Electricité vol. 10 - Machines électriques* , Ed. Presses Polytech. Romandes
GENON A. LEGROS W., *Machines électriques* , Ed. Hermes
GRELLET G. CLERC G., *Actionneurs électriques* , Ed. Eyrolles
GRIFFITHS D. , *Principles and problems of electrical machines* , Ed. Prentice Hall
KOSTENKO M. PIOTROWSKI L., *Machines électriques* , Ed. de Moscou

CHAPITRE 9

ADKINS B. HARLEY R.G. , *General theory of alternating current machines* , Ed. Chapman and Hall

CHAPITRE 10

BONAL J. , *Entraînements à vitesse variable* , Ed. Tec et Doc
CARON J.P. HAUTIER J.P., *Modélisation et commande de la machine asynchrone* , Ed. Technip
DE WIT C.C. , *Modélisation, contrôle vectoriel et DTC* (2 t.) , Ed. Hermes
ENGELMANN R.H. MIDDENDORF W.H , *Handbook of electric motors* , Ed. Dekker
PEERS Y. , *Variation de vitesse* , Ed. Hermes
STURTZER G., SMIEGEL E. *Modélisation et commande des moteurs triphasés* Ed. Ellipses

CHAPITRES 11 ET 12

BARRET Ph., *Régimes transitoires des machines tournantes électriques* , Ed. Eyrolles/DER
GUILÉ A.E., PATERSON W., *Electrical Power Systems* , Ed. Pergamon Press
PREVE Ch., *Protection des réseaux Electriques* , Ed. Hermes

INDEX

—A—

abaisseur (hacheur).....	157
allumage.....	148, 153
amorçage.....	197
Ampère	
théorème de.....	42
angle interne.....	221
anneau de Gramme.....	181
assisté (allumage).....	148
autopilotage.....	231
autotransformateur.....	104
avance hystérétique.....	90

—B—

balais.....	185
Behn-Eschenburg (hypothèses de).....	219
Biot et Savart	
loi de.....	42
bobinage.....	<i>Voir</i> enroulement
Boucherot	
théorème de.....	111
bras de pont.....	153

—C—

caractéristique	
naturelle.....	193
cascade hyposynchrone.....	260
champ	
tournant.....	133
circulation.....	22
collecteur.....	185
commande	
scalaire.....	266
vectorielle.....	266
commutation.....	148
forcée.....	154
mécanique.....	185
naturelle.....	163
Compatibilité Electro Magnétique.....	18
compensateur synchrone.....	224
composantes symétriques.....	277
conduction continue.....	152
convention des récepteurs.....	225
Coulomb	
loi de.....	29
couplage au réseau.....	226
courant	
magnétisant.....	98, 124
cyclo-convertisseur.....	171

—D—

décalage des balais.....	186
déphasage.....	80
dévolteur (hacheur).....	157
diagramme du cercle.....	254
diode.....	147
de roue libre.....	152
diphasé.....	135
dipôle.....	80, 111

direct (système).....	277
disjoncteur.....	272
divergence.....	22
dualité.....	20

—E—

élévateur (hacheur).....	158
encoches.....	137
enroulement	
en anneau.....	184
en tambour.....	184
imbriqué.....	184
ondulé.....	184
primaire.....	93
secondaire.....	93
étoile (montage en).....	118
excitation	
composée.....	187
parallèle.....	187
séparée.....	187
série.....	187
extinction.....	148

—F—

f.c.é.m.	180
f.é.m.	
de rotation.....	200
de transformation.....	200
facteur	
de forme.....	150
de puissance.....	83
Faraday	
loi de.....	42
Ferraris	
théorème de.....	136
fil de ligne.....	118
flux	
d'enroulement.....	86
forcés.....	124
libres.....	124
rémanent.....	198
force magnéto-motrice.....	43
fréquence.....	80

—G—

galvanique (séparation).....	92
Gauss	
théorème de.....	29
glissement.....	242
gradateur.....	170

—H—

harmoniques.....	88
d'espace.....	142
Helmholtz	
théorème de.....	26
homopolaire	
système.....	277

—I—

impédance	
caractéristique.....	37
impédance cyclique.....	125
inductance de fuite.....	99
inducteur.....	188
interrupteur.....	147
inverse (système).....	277

—K—

Kapp	
formule de.....	101
hypothèse de.....	89
schéma de.....	101
Kenelly	
théorème de.....	122

—L—

Laplace	
loi de.....	44
Leblanc	
théorème de.....	134
Lenz	
loi de.....	42
lissage.....	150

—M—

Mordey (courbes de).....	228
moteur	
discoïde.....	185
monophasé.....	199
pas-à-pas.....	233
universel.....	199

—N—

neutre.....	117, 123
-------------	----------

—O—

Ohm	
loi de.....	32
onduleur	
à résonance.....	168
de courant.....	164

—P—

pas raccourci.....	216
période.....	80
Poisson	
équation de.....	29
polarisation	
inverse.....	148
pôles lisses.....	212
pôles saillants.....	212
pont	
de Graëtz.....	155
mixte.....	164

potentiel-vecteur.....	25
pouvoir de coupure.....	272
Poynting	
vecteur de.....	36
puissance	
active.....	83
apparente.....	83
complexe.....	83
réactive.....	83
synchronisante.....	222
pulsation.....	80

—R—

rapport cyclique.....	157
réactance.....	84
interne.....	221
réaction	
d'induit.....	188
longitudinale.....	190
transversale.....	189
récupération.....	197
réductance variable	
(machine à).....	232
rendement.....	197
rotationnel.....	22

—S—

sectionneur.....	272
sous-excitation.....	224
spontané (allumage).....	148
supraconducteur.....	33
sur-excitation.....	224
survolteur (hacheur).....	158

—T—

temps mort.....	154
tensions	
composées.....	119
simples.....	119
terre.....	123
TGV.....	287
thyristor.....	147
dual.....	147, 148
GTO.....	147
transformateur.....	92
d'isolement.....	105
transistor	
bipolaire.....	147
MOS-FET.....	147
triac.....	147
triangle (montage en).....	120

—V—

valeur	
de crête.....	81
efficace.....	80
nominale.....	270
réduite.....	270