

T A B L E D E S M A T I E R E S

PAGE

13.	BOUCLES A VERROUILLAGE DE PHASE	1
13.2	INTRODUCTION.....	1
13.2.1	Généralités	1
13.2.2	Principe	1
13.2.3	Éléments constitutifs	3
13.3	COMPAREUR DE PHASE.....	3
13.3.1	Rôle du détecteur de phase.....	3
13.3.2	Comportement du détecteur de phase	3
13.3.3	Types de détecteurs de phase	4
13.3.4	Compareur de phase analogique.....	4
13.3.5	Détecteur de phase numérique	11
13.3.6	Le compareur de phase – fréquence	18
13.4	OSCILLATEURS COMMANDÉS EN TENSION VCO	26
13.4.1	Oscillateur de type LC (sinusoïdal).....	26
13.4.2	Oscillateurs à relaxation	29
13.4.3	Le multivibrateur astable.....	32
13.4.4	Oscillateur numérique	35
13.5	FILTRES DE BOUCLE	37
13.5.1	Premier type : filtre passif comportant un pôle	37
13.5.2	Deuxième type : filtre passif comportant un pôle et un zéro	38
13.5.3	Troisième type : filtre actif intégrateur du 1 ^{er} ordre	39
13.5.4	Atténuation supplémentaire.....	40
13.5.5	Exemple de filtres plus élaborés.....	41
13.6	FONCTION DE TRANSFERT GÉNÉRALE DE LA BOUCLE DE VERROUILLAGE DE PHASE.....	42
13.6.1	Le détecteur de phase	42
13.6.2	Le filtre.....	42
13.6.3	Le VCO	42
13.6.4	Fonction de transfert du diviseur de fréquence	43
13.7	FONCTIONNEMENT DANS LE DOMAINE LINÉAIRE.....	44
13.7.1	Fonction de transfert de la boucle.	44
13.7.2	Fonction dérivée de la fonction de transfert	44
13.7.3	Comportement de la boucle en fonction du type de filtre utilisé.....	45
13.7.4	Boucle utilisant un compareur phase – fréquence	50
13.7.5	Comportement d'une boucle à diverses sollicitations.....	51
13.8	FONCTIONNEMENT DANS LE DOMAINE NON LINÉAIRE.....	61
13.8.1	Plage de synchronisation ou de décrochage	61
13.8.2	Plage d'acquisition ou d'accrochage	65

Bibliographie

13. BOUCLES A VERROUILLAGE DE PHASE

13.2 INTRODUCTION

13.2.1 Généralités

Les boucles à verrouillage de phase (Phase-Locked Loops or PLL) ou encore boucles à asservissement de phase, ont été inventées par De Bellescize en 1932 pour faire de la détection synchrone. La mise en œuvre de ce principe était délicate compte tenu des moyens de l'époque, ce qui explique que sa généralisation ait dû attendre les progrès de la technologie. Après l'apparition des circuits intégrés, l'utilisation des boucles à verrouillage de phase s'est étendue de façon considérable dans tous les domaines des télécommunications, des mesures, etc ...

On peut distinguer deux types d'applications :

- L'utilisation de la boucle de phase comme filtre passe-bande très étroit. C'est le cas, par exemple, pour récupérer un signal porteur noyé dans du bruit.
- L'utilisation de la boucle de verrouillage de phase comme multiplieur de fréquence. C'est le cas de certains synthétiseurs de fréquence.

13.2.2 Principe

Une boucle à verrouillage de phase est un système bouclé dans lequel la grandeur asservie est la phase d'un signal alternatif. La Figure 13-1 représente le schéma fonctionnel d'une PLL.

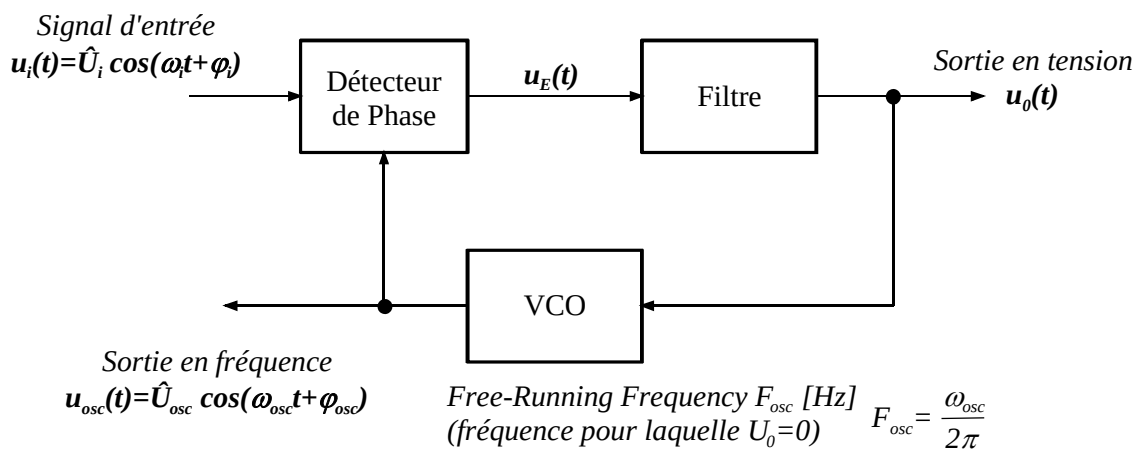


Figure 13-1 : Schéma fonctionnel du système bouclé

Le rôle de la boucle est d'asservir la pulsation de l'oscillateur sur celle du signal d'entrée, l'oscillateur délivrant un signal de la forme

$$u_{osc}(t) = \hat{U}_{osc} \cos(\omega_{osc} t + \varphi_{osc}). \quad 13.1$$

Le principe de l'asservissement est alors le suivant (On suppose ici que la pulsation du signal de l'oscillateur est égale à celle du signal d'entrée).

Le comparateur de phase compare en permanence la phase du signal délivré par l'oscillateur, φ_{osc} , à celle du signal d'entrée, φ_i , et délivre une tension $u_E(t)$ liée directement à l'écart de phase

correspondant, $\varphi_E = \varphi_i - \varphi_{osc}$. Cette tension $u_E(t)$ est appliquée à l'entrée du filtre de boucle, de type passe-bas, dont le rôle sera précisé plus loin.

La tension $u_0(t)$, en sortie du filtre, commande la fréquence de l'oscillateur dans un sens tel que la pulsation de sortie soit égale en permanence à celle du signal d'entrée.

Ainsi le rôle de la boucle à verrouillage de phase est de faire en sorte que les fréquences des signaux appliqués sur les deux entrées du comparateur de phase soient identiques, les phases de ces deux signaux pouvant être différentes.

Deux questions peuvent être posées a priori.

1. Pourquoi parler de boucle à verrouillage de phase si le but est d'obtenir des fréquences identiques sur les deux accès du comparateur de phase ?
2. Pourquoi utiliser une boucle à verrouillage de phase si le but est d'obtenir en sortie un signal dont la fréquence est égale à celle du signal d'entrée ? La boucle ne pourrait-elle pas être remplacée par un simple fil reliant l'entrée et la sortie ?

A la première question, on peut répondre de la façon suivante.

- Dans tout asservissement, il existe, à l'équilibre, une différence non nulle entre la grandeur appliquée à l'entrée et celle délivrée en sortie.
Ainsi si on réalisait une comparaison des fréquences des signaux d'entrée et de sortie, au lieu d'effectuer une comparaison des phases, il subsisterait, à l'équilibre, une différence de fréquence non nulle.
On préfère donc réaliser un asservissement portant sur des grandeurs qui sont les intégrales des fréquences des signaux considérés, c'est-à-dire les phases des signaux, à un coefficient multiplicatif 2π près.
A l'équilibre, il subsiste donc une différence de phase constante entre l'entrée et la sortie, mais les pulsations sont identiques.

La réponse à la deuxième question peut être formulée de la manière suivante.

- La Figure 13-1 représente une boucle à verrouillage de phase à "retour unitaire". Sous cette forme, la boucle peut par exemple servir de filtre passe-bande, la bande passante pouvant être faible. C'est le cas de l'utilisation de la boucle pour récupérer un signal lorsque le rapport signal sur bruit est faible.

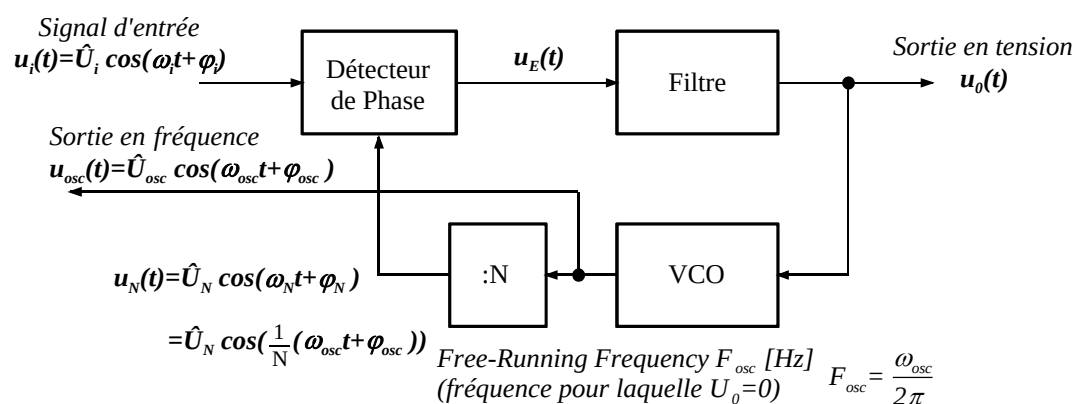


Figure 13-2 : Schéma fonctionnel du système à multiplication de fréquence

- La boucle à verrouillage de phase peut également être utilisée pour faire de la multiplication de fréquence. En effet, insérons un diviseur dans la boucle de retour conformément à la Figure 13-2.

Lorsque le verrouillage a lieu, les pulsations des signaux appliqués sur les entrées du comparateur de phase sont égales comme on le sait. Il en résulte donc que le signal appliqué à l'entrée du diviseur est N fois plus grand. L'oscillateur délivre donc un signal dont la pulsation est égal à $N\omega_0$. Si de plus, on suppose que le facteur de division puisse être modifié, ce dispositif permet de délivrer un grand nombre de pulsations, avec un pas élémentaire égal à ω_0 . Ce principe est mis en oeuvre dans certains synthétiseurs de fréquence.

Remarques

- Le diviseur utilisé dans la boucle précédente est de type numérique. Le signal en sortie du diviseur est donc numérique. La pulsation ω_0 indiquée en sortie du diviseur sur la Figure 13-2 correspond donc au fondamental du signal correspondant.
- Lorsque l'oscillateur délivre un signal sinusoïdal, il est nécessaire de le transformer en un signal carré, à l'aide d'un comparateur de tension, avant d'attaquer le diviseur.
- Bon nombre de comparateurs de phase numériques peuvent être attaqués directement par le signal issu du diviseur.

13.2.3 Éléments constitutifs

Les éléments constitutifs de ce circuit sont

- un comparateur de phase,
- un filtre passe-bas,
- un oscillateur contrôlé en tension (ou VCO : Voltage Controlled Oscillateur).

13.3 COMPAREUR DE PHASE

13.3.1 Rôle du détecteur de phase

Le détecteur ou comparateur de phase doit fournir, après filtrage, une tension continue ou lentement variable proportionnelle à l'écart de phase existant entre les deux signaux d'entrée et de retour de boucle

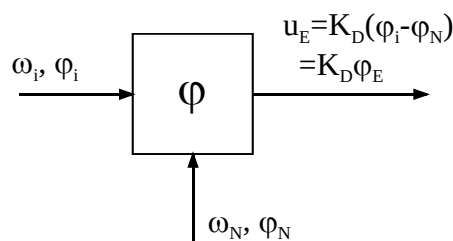


Figure 13-3 : Détecteur ou comparateur de phase

13.3.2 Comportement du détecteur de phase

Le comportement du détecteur de phase doit être étudié en fonction des critères suivants :

- linéarité (K_D constant ?).

- Limite des écarts de phase admissibles.
- Comportement en présence de signaux de même fréquence et d'amplitude variable.
- Comportement en présence de signaux de fréquences différentes.

13.3.3 Types de détecteurs de phase

Il existe deux familles de détecteurs de phase

1. Les détecteurs de phase analogique.
 - 1.1 Ce sont les détecteurs les plus utilisés.
 - 1.2 Ils sont utilisés lorsque le signal d'entrée est sinusoïdal, et en particulier en présence de bruit.
2. Les détecteurs de phase numériques
 - 2.1 Ils sont de plus en plus utilisés en technologie CMOS, TTL ou ECL.
 - 2.2 Signaux d'entrée impulsionnels ou carrés avec des niveaux compatibles.
 - 2.3 Les plus simples sont de type combinatoire (fonctionnent avec les niveaux 0 et 1 logiques).
 - 2.4 Les plus sophistiqués sont séquentiels (fonctionnent sur les flancs).

13.3.4 Comparateur de phase analogique

Le détecteur de phase analogique est en fait un multiplieur analogique simplifié, aussi connu sous le nom de "*balanced mixer*"

13.3.4.1 Le multiplieur de phase analogique linéaire

Le multiplieur analogique linéaire est représenté symboliquement par le schéma suivant

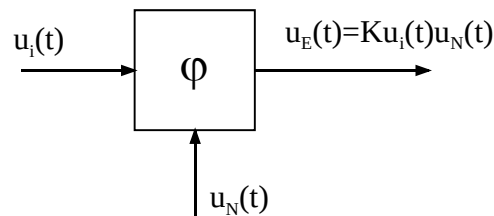


Figure 13-4 : Multiplieur analogique linéaire

Avec des tensions d'entrée de la forme

$$\begin{aligned} u_i(t) &= \hat{U}_i \sin(\omega_0 t + \varphi_i) \\ u_N(t) &= \hat{U}_N \sin(\omega_0 t + \varphi_N) \end{aligned} \quad 13.2$$

il vient :

$$u_E(t) = \frac{K}{2} \hat{U}_i \cdot \hat{U}_N \cos(2\omega_0 t + \varphi_i + \varphi_N) + \frac{K}{2} \hat{U}_i \cdot \hat{U}_N \cos(\varphi_i - \varphi_N) \quad 13.3$$

Dans cette expression le terme $\cos(2\omega_0 t + \varphi_i + \varphi_N)$ doit être éliminé par filtrage pour éviter une modulation parasite de l'oscillateur. Un des rôles du filtre de boucle est donc de rejeter ce terme.

Le terme restant, $\frac{K}{2} \hat{U}_i \cdot \hat{U}_N \cos(\varphi_i - \varphi_N)$, représente la tension de commande qui est appliquée à l'oscillateur, à un facteur près si un amplificateur est associé au filtre.

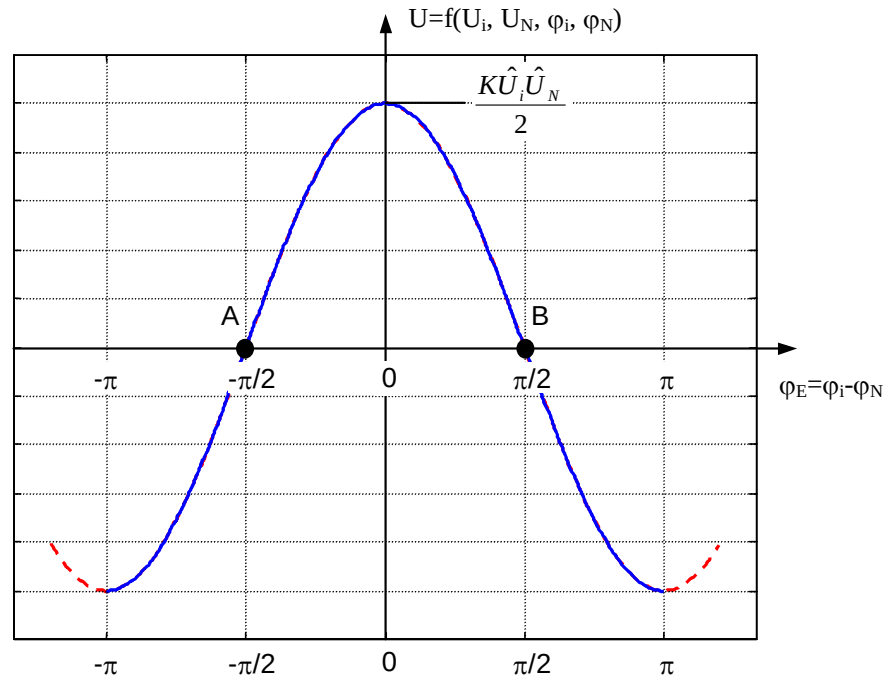


Figure 13-5 : Caractéristique du multiplieur analogique

Il s'agit d'une fonction cosinusoidale qui devient nulle pour $\varphi_i - \varphi_N = \pm \pi/2$. Lorsque la boucle est verrouillée et fonctionne à sa fréquence centrale, les deux signaux d'entrée et de retour sont donc déphasés de $+\pi/2$ ou $-\pi/2$. Si la boucle est de signe positif, le point d'accrochage se situera en A ($-\pi/2$) car, en ce point, une variation positive du déphasage provoque une variation positive de la tension d'erreur. Inversement, si la boucle est de signe négatif, le point d'accrochage se situera en B. L'un de ces points est donc forcément stable et l'autre instable; le choix se fera automatiquement.

Le fonctionnement de ce type de détecteur de phase n'est linéaire que si l'on travaille autour de l'erreur nulle (point A ou B). La pente de la fonction $u_0 = f(\varphi_i - \varphi_N)$ définit la fonction de transfert et dépend des amplitudes de crête $\hat{U}_i$ et $\hat{U}_N$. Si l'on considère que la PLL est verrouillée et fonctionne autour de sa fréquence centrale, on trouve

$$K_D = \left. \frac{\partial u_E}{\partial (\varphi_i - \varphi_N)} \right|_{\varphi_i - \varphi_N = 0} = \pm \frac{K}{2} \hat{U}_i \cdot \hat{U}_N \quad 13.4$$

Lorsque la boucle n'est pas verrouillée, les fréquences d'entrée et de retour sont différentes. On a alors, en négligeant φ_i et φ_N :

$$\begin{aligned} u_i(t) &= \hat{U}_i \sin(\omega_i t) \\ u_N(t) &= \hat{U}_N \sin(\omega_N t) \end{aligned} \quad 13.5$$

Le produit de ces fonctions nous donne

$$u_E(t) = -\frac{K}{2} \hat{U}_i \cdot \hat{U}_N \cos[(\omega_i + \omega_N) \cdot t] + \frac{K}{2} \hat{U}_i \cdot \hat{U}_N \cos[(\omega_i - \omega_N) \cdot t] \quad 13.6$$

Deux pulsations $(\omega_i + \omega_N)$ et $(\omega_i - \omega_N)$ apparaissent. Cette dernière représente la pulsation de battement que laisse passer le filtre passe-bas, si elle est suffisamment basse afin de permettre l'accrochage de la boucle.

13.3.4.2 Le multiplieur analogique à découpage (ou modulateur balancé)

La mise en œuvre des multiplieurs analogiques linéaires peut s'avérer assez délicate. Leur utilisation est en outre souvent limitée en fréquence. Pour ces raisons, on préfère souvent utiliser un multiplieur analogique à découpage, dont le schéma de principe est le suivant

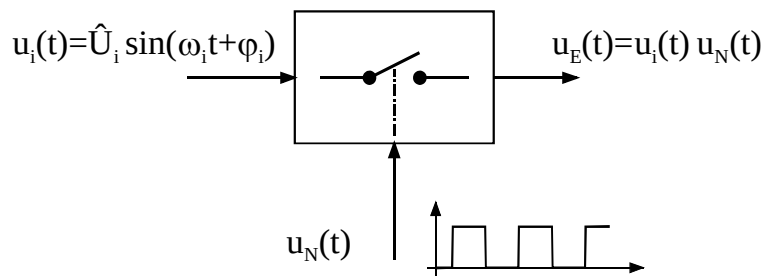


Figure 13-6 : Caractéristique du multiplieur analogique à découpage

Ce type de multiplieur agit comme un interrupteur commandé par un signal carré, qui fournit un gain de +1 lorsqu'il est fermé et un gain nul lorsqu'il est ouvert. Le signal de commande est en général le signal de retour fourni par le VCO.

Cette représentation très rudimentaire du multiplieur à découpage permet d'expliquer simplement son principe de fonctionnement. Il faut cependant se rappeler que les valeurs de +1 et 0 du gain cité plus haut en résultent directement et que, pour un circuit réel, ils peuvent prendre d'autres valeurs, comme ± 1 ou plus généralement $\pm K$, dont il faudra tenir compte lors de l'analyse du circuit.

Lorsque la PLL est verrouillée, la fréquence du signal de commande est égale à celle du signal d'entrée. La Figure 13-7 représente dans ce cas les signaux $u_i(t)$, $u_N(t)$ et $u_E(t)$, ainsi que la valeur moyenne U_E de ce dernier, pour $\varphi_i - \varphi_N = 0$, $\varphi_i - \varphi_N = -\pi/2$, $\varphi_i - \varphi_N = -\pi$

Lorsque $\varphi_i - \varphi_N = 0$, le signal $u_E(t)$ correspond au redressement simple alternance de $u_i(t)$, dont la valeur moyenne vaut :

$$U_E = \frac{\hat{U}_i}{\pi} \quad 13.7$$

On en déduit

$$U_E = \frac{\hat{U}_i}{\pi} \quad \text{pour } \varphi_i - \varphi_N = 0$$

$$U_E = 0 \quad \text{pour } \varphi_i - \varphi_N = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$U_E = -\frac{\hat{U}_i}{\pi} \quad \text{pour } \varphi_i - \varphi_N = \pm \pi$$

13.8

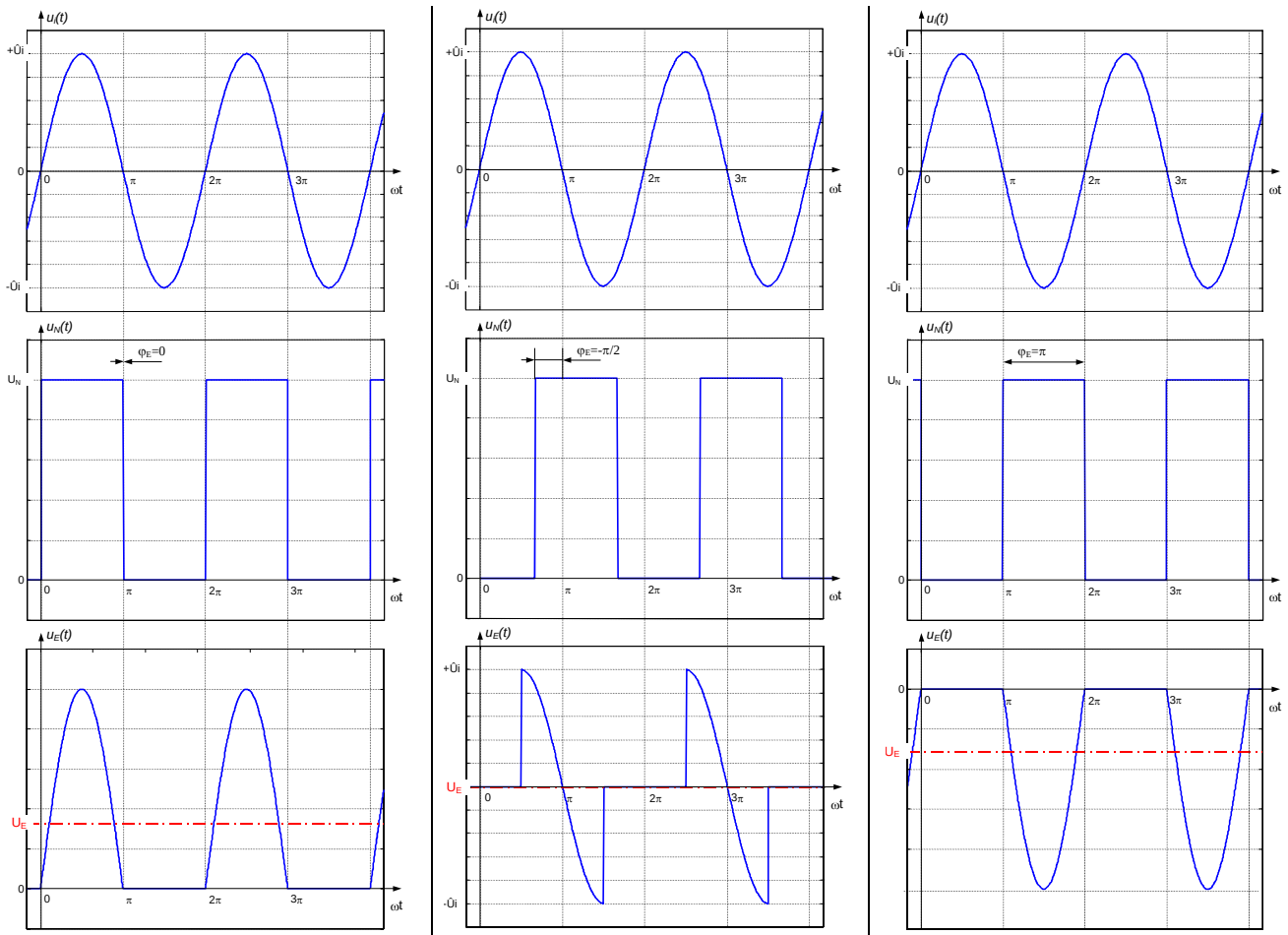


Figure 13-7 : Principe du multiplieur à découpage

Lorsque la boucle est accrochée, les signaux d'entrée et de retour sont de même pulsation ω_0 . Le signal $u_N(t)$ est un signal carré déphasé de $\varphi_i - \varphi_N$ par rapport au signal d'entrée. Sa décomposition en série de Fourier donne :

$$\begin{aligned} u_N(t) &= \frac{U_N}{2} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sin[n \cdot (\omega_0 t + \varphi_i - \varphi_N)] \right] \\ &= U_N \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin(\omega_0 t + \varphi_i - \varphi_N) - \frac{2}{3\pi} \sin[3 \cdot (\omega_0 t + \varphi_i - \varphi_N)] + \frac{2}{5\pi} \dots \right] \end{aligned} \quad 13.9$$

Le signal $u_E(t) = u_i(t) \cdot u_N(t)$ vaut donc :

$$u_E(t) = \hat{U}_i \cdot U_N \cdot \sin(\omega_0 t) \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sin(\omega_0 t + \varphi_i - \varphi_N) - \frac{2}{3\pi} \sin[3 \cdot (\omega_0 t + \varphi_i - \varphi_N)] + \frac{2}{5\pi} \dots \right] \quad \begin{matrix} 13.1 \\ 0 \end{matrix}$$

Le filtre passe-bas de la boucle ne laissera passer que la composante continue U_E de ce signal. Celle-ci est issue du produit :

$$u_E(t) = \hat{U}_i \cdot U_N \cdot \sin(\omega_0 t) \cdot \frac{2}{\pi} \sin(\omega_0 t + \varphi_i - \varphi_N) \quad 13.11$$

et vaut donc

$$u_E(t) = \frac{\hat{U}_i U_N}{\pi} \cdot \cos(\varphi_i - \varphi_N) \quad 13.12$$

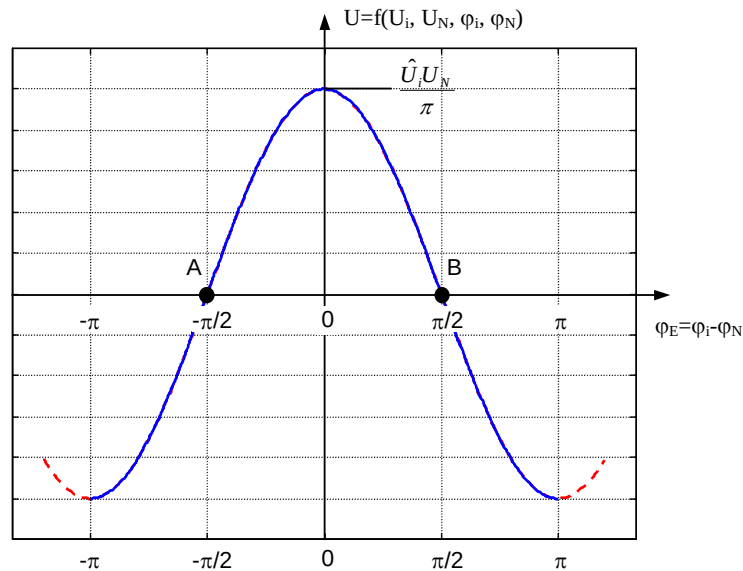


Figure 13-8 : Caractéristique du multiplieur analogique à découpage

Comme pour le cas précédent, la position stable de ce multiplieur se situe autour de $\varphi_i - \varphi_N = \pm \pi / 2$, selon le signe de la boucle. Si l'on travaille autour du point d'erreur nulle (point A ou B), on peut considérer que la fonction de transfert est une droite de pente :

$$K_D = \frac{\hat{U}_i U_N}{\pi} \quad 13.13$$

Le multiplieur par +1 ou 0 présenté ici fait apparaître un terme de fréquence f_0 dans $u_E(t)$, alors que tous les autres comparateurs de phases font apparaître des fréquences de $2f_0$ et plus (PLL verrouillée). Ce terme est dû à la composante continue du signal $u_N(t)$. Or nous avons vu que, pour des raisons de stabilité, le filtre passe-bas de la boucle n'a pas intérêt à présenter une fréquence de coupure trop faible. C'est pourquoi en pratique on préférera utiliser un circuit provoquant une multiplication par ± 1 ou $\pm K$ sans composante continue.

13.3.4.3 Exemples de réalisations pratiques de multiplieurs analogiques

13.3.4.3.1 Utilisation comme multiplieur analogique linéaire

Son utilisation comme comparateur de phase dans une PLL est réalisé de telle sorte que la tension d'entrée $u_i(t)$ est en général appliquée sur l'entrée U_i et le signal de retour $u_N(t)$ sur l'entrée U_N . Ce circuit peut être utilisé comme multiplieur analogique linéaire ou à découpage.

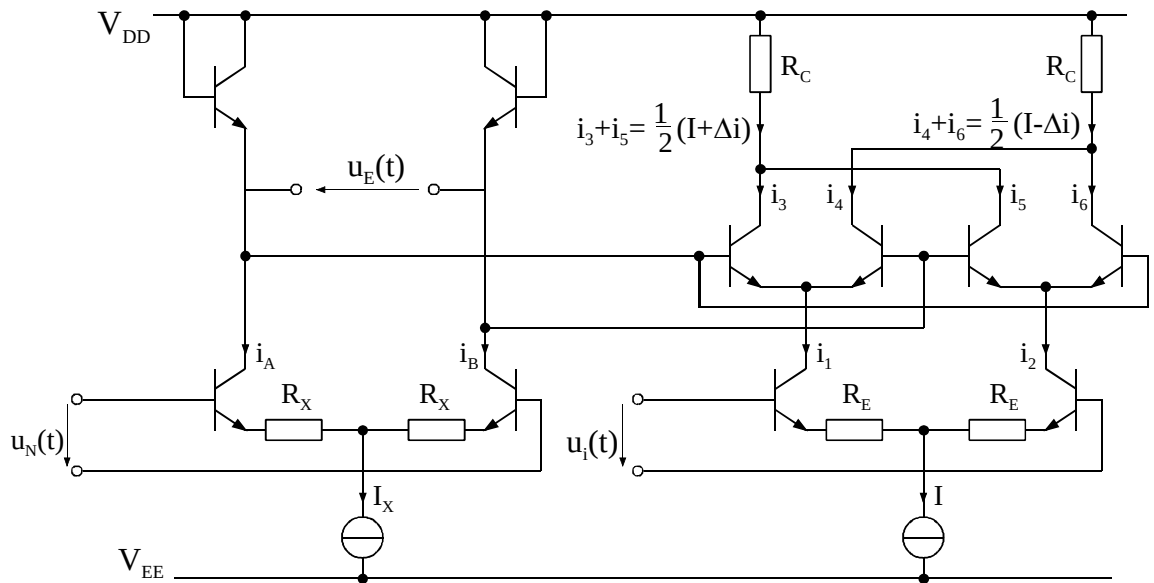


Figure 13-9 : Principe du multiplieur à analogique linéaire

Lorsque la boucle est verrouillée, on a :

$$u_i(t) = \hat{U}_i \sin(\omega_0 t + \varphi_i) \quad 13.14$$

$$u_N(t) = \hat{U}_N \sin(\omega_0 t + \varphi_N) \quad 13.15$$

Il vient alors

$$u_E(t) = \frac{R_C}{R_E R_X I_X} \hat{U}_i \hat{U}_{osc} \sin(\omega_0 t + \varphi_i) \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_N) \quad 13.16$$

avec

$$U_E = \frac{R_C}{R_E R_X I_X} \hat{U}_i \hat{U}_{osc} \cos(\varphi_i - \varphi_N) \quad 13.17$$

et

$$K_D = \pm \frac{R_C}{R_E R_X I_X} \hat{U}_i \hat{U}_{osc} \quad 13.18$$

13.3.4.3.2 Utilisation comme multiplieur analogique à découpage

Seules de grandes amplitudes sont autorisées sur l'entrée U_i . Une amplitude limitée ($< 2U_T$) doit être imposée sur l'entrée U_N .

Son utilisation comme comparateur de phase dans une PLL est réalisé de telle sorte que la tension d'entrée $u_i(t)$ est en général appliquée sur l'entrée U_i et le signal de retour $u_N(t)$ sur l'entrée U_N .

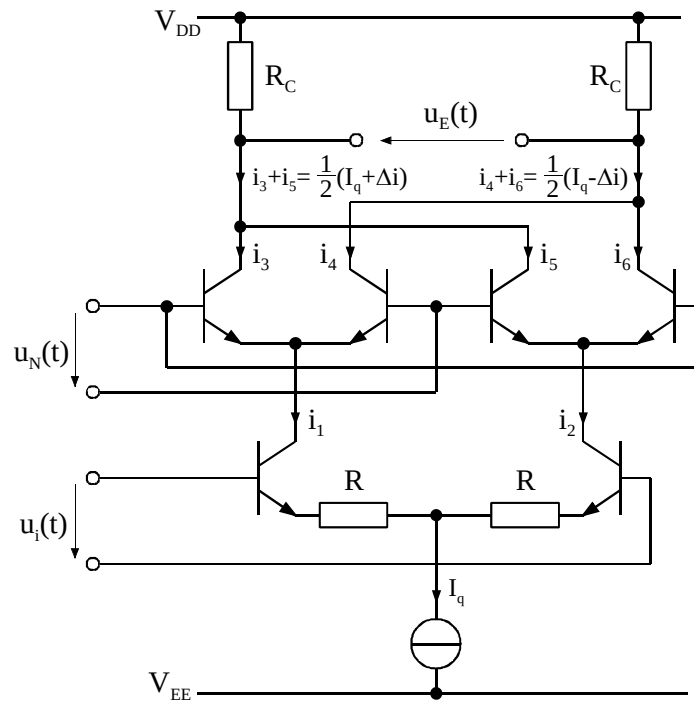


Figure 13-10 : Principe du multiplieur à analogique à découpage

Le signal $u_N(t)$ doit être un signal carré d'amplitude assez grande pour faire travailler les paires différentielles supérieures en saturation. Les courants i_1 et i_2 modulé par $u_i(t)$ sont donc chacun séparément dirigés vers l'une ou l'autre des résistances R_C et périodiquement permuté. Le signal $u_E(t)$ (tension différentielle de sortie) résulte donc de la multiplication de $R_C(i_1 - i_2)$ par ± 1 à la fréquence de $u_N(t)$. Lorsque la boucle est verrouillée et que les signaux d'entrée et de retour ont la même fréquence f_0 on a

$$\begin{aligned} u_i(t) &= \hat{U}_i \sin(\omega_0 t + \varphi_i) \\ u_N(t) &= U_N \text{sign}[\sin(\omega_0 t + \varphi_N)] \end{aligned} \quad 13.19$$

où $u_N(t)$ est un signal carré de fréquence f_0 , déphasé de φ_E par rapport à $u_i(t)$ et d'amplitude $U_N \gg 2U_T$

il vient alors

$$u_E(t) = \frac{R_C}{R} \cdot \hat{U}_i \sin(\omega_0 t + \varphi_i) \cdot \left[\frac{4}{\pi} \sin(\omega_0 t + \varphi_{osc}) - \frac{4}{3\pi} \sin(3(\omega_0 t + \varphi_{osc})) + \dots \right] \quad \begin{matrix} 13.2 \\ 0 \end{matrix}$$

avec

$$U_E = \frac{2R_C}{\pi \cdot R} \cdot \hat{U}_i \cos(\varphi_i - \varphi_N) \quad 13.21$$

et par conséquent

$$K_D = \pm \frac{2R_C}{\pi \cdot R} \cdot \hat{U}_i \quad 13.22$$

13.3.5 Détecteur de phase numérique

13.3.5.1 Le OU exclusif

Le OU exclusif joue, dans le domaine numérique, un rôle similaire à celui du multiplieur dans le domaine analogique.

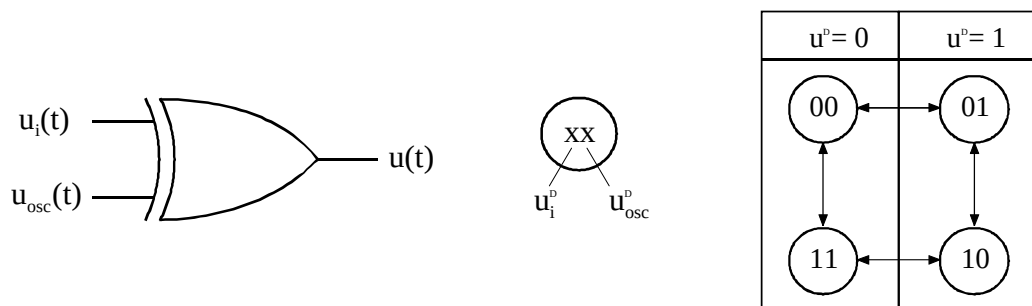


Figure 13-11 : Détecteur de phase numérique –Ou exclusif –

Le niveau bas des signaux logiques est supposé être 0 alors que le niveau haut est égale à une valeur notée U_{0H} . C'est généralement le cas des circuits intégrés logiques.

On fait l'hypothèse que les signaux qui sont appliqués sur les entrées du OU exclusif ont un rapport cyclique égal à 0.5, c'est-à-dire que la durée de l'état haut est égale à celle de l'état bas. Cette hypothèse sera justifiée par la suite.

La sortie du OU exclusif fournit un signal dont le rapport cyclique est directement lié au déphasage φ_E entre les deux signaux d'entrée.

La période du signal de sortie est égale à la moitié de celle des signaux appliqués sur les entrées du OU exclusif, ce qui signifie que dans le spectre de ce signal il y a présence d'une fréquence qui est le double de celle des signaux d'entrée. Bien entendu, il y a également présence des harmoniques de cette fréquence double.

C'est la valeur moyenne du signal, notée U_{0H} qui représente la composante utile destinée à commander l'oscillateur. La Figure 13-13 donne la valeur de cette tension moyenne en fonction du déphasage φ_E entre les deux signaux.

Comme pour le multiplieur analogique, il y a une pente positive et une pente négative. L'asservissement, lorsqu'il a lieu, se fait "automatiquement" sur la pente présentant le signe correct.

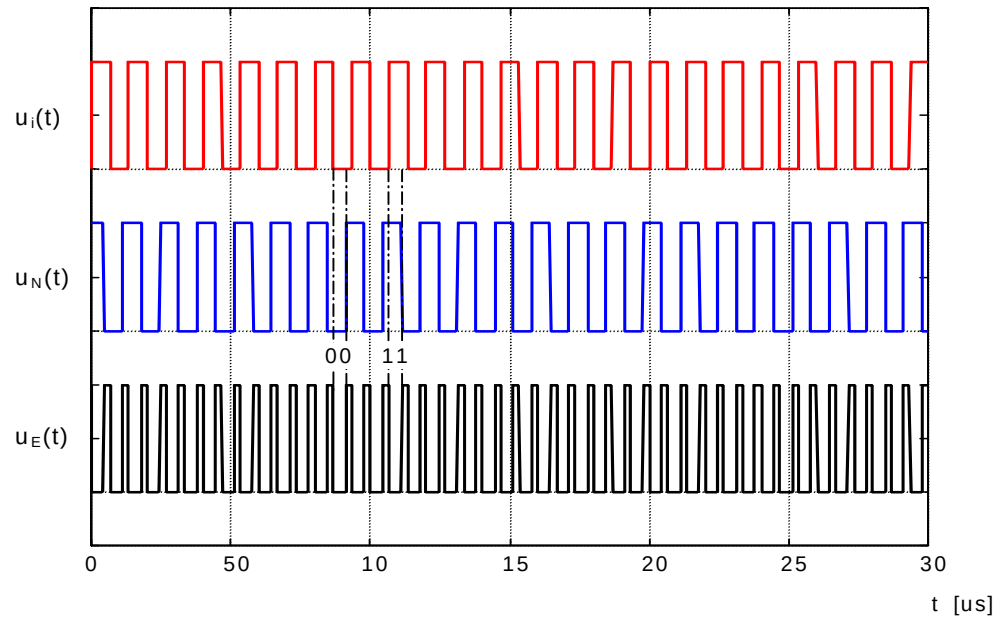
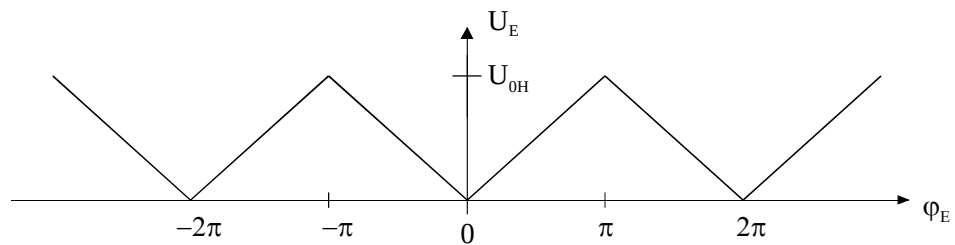


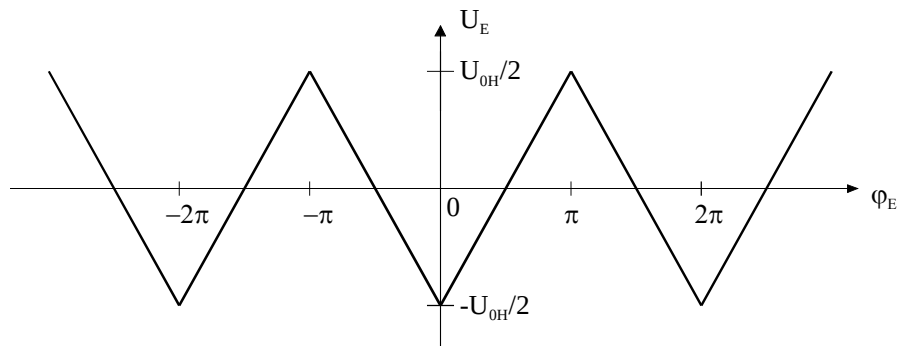
Figure 13-12 : Chronogramme du détecteur de phase numérique – OU exclusif –

La tension moyenne U_{0H} est centrée sur zéro moyennant une tension de décalage égale à $-\frac{1}{2}U_{0H}$.

À l'équilibre, le point de fonctionnement se situe au voisinage du milieu des plages linéaires, près de A ou de B, les signaux d'entrée étant alors déphasés, l'un par rapport à l'autre de $\pi/2$ environ.



(a) Avec composante continue non-nulle



(b) Avec composante continue nulle

Figure 13-13 : Caractéristique du comparateur de phase numérique (OU exclusif)

Le gain de ce comparateur est égal à V_{0H}/π en [V/rad].

Revenons sur l'hypothèse précédente concernant les rapports cycliques des signaux appliqués sur les entrées du OU exclusif, égaux à $\frac{1}{2}$.

Considérons, à titre d'exemple, le cas où le signal $u_i(t)$ a un rapport cyclique égal à $\frac{1}{2}$, alors que $u_N(t)$ a un rapport cyclique égal à $\frac{1}{6}$.

La Figure 13-14 montre clairement que les plages linéaires sont réduites. Ceci signifie que la plage de fonctionnement est réduite dans les mêmes proportions.

Toutes les configurations pour lesquelles l'un des deux signaux ou les deux n'ont pas un rapport cyclique de $\frac{1}{2}$ conduisent à une réduction des plages linéaires.

Ceci explique qu'il soit préférable d'avoir des signaux de rapport cyclique égal à $\frac{1}{2}$.

Si les signaux à comparer ne vérifient pas cette hypothèse, il suffit de diviser chacun d'entre eux par 2, à l'aide d'une bascule, de façon à obtenir des signaux carrés. Ceci présente toutefois l'inconvénient de nécessiter une réduction dans un rapport 2 de la bande passante de l'asservissement puisque la fréquence d'entrée de la boucle est divisée par 2.

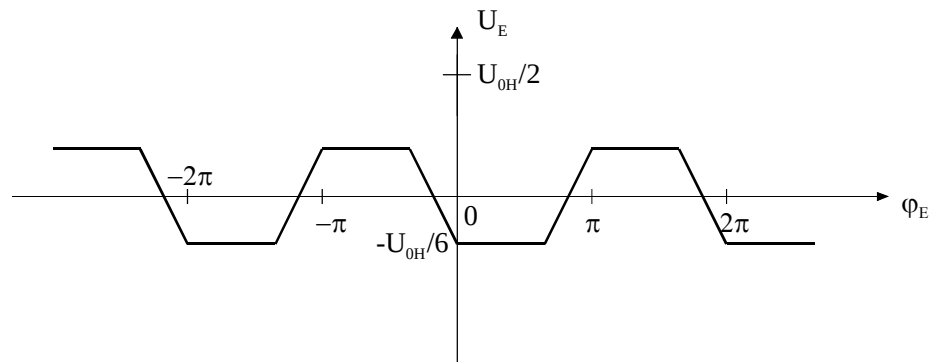


Figure 13-14 : Caractéristique du comparateur de phase numérique non symétrique

13.3.5.2 Le OU exclusif avec bascules de symétrisation

Dans le cas où les signaux appliqués au OU exclusif n'auraient pas un rapport cyclique égal à $\frac{1}{2}$, il est possible de contourner le problème, sans pour autant diviser les signaux par deux, en ajoutant deux bascules D conformément à la Figure 13-15. Les signaux $u_i(t)$ et $u_{osc}(t)$ peuvent être des impulsions fines puisque les bascules ne sont déclenchées que sur un front positif appliqué sur l'entrée horloge.

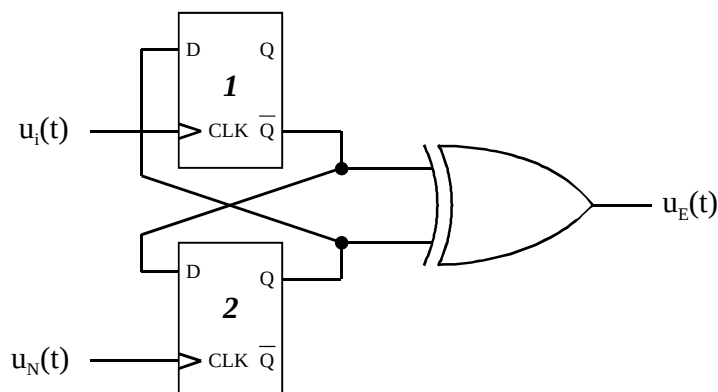


Figure 13-15 : Symétrisation d'un comparateur de phase (OU exclusif)

Le chronogramme qui suit explique le fonctionnement de ce comparateur (on suppose ici que les fréquences des signaux $u_i(t)$ et $u_N(t)$ sont identiques, le déphasage entre les deux signaux étant quelconque).

Dans le chronogramme de la Figure 13-16, les entrées $D_1 = Q_2$ et $D_2 = \overline{Q_1}$ ont été choisies au niveau bas au départ.

En fait quelle que soit la configuration de départ de ces entrées, la sortie OU exclusif sera identique à celle de la Figure 13-15.

La valeur moyenne du signal S, en fonction du déphasage, est représentée sur la Figure 13-17. Cette courbe ne présente plus qu'une seule pente contrairement à la valeur moyenne de la sortie du OU exclusif seul qui en compte deux. Il faut donc faire attention au signe de l'asservissement.

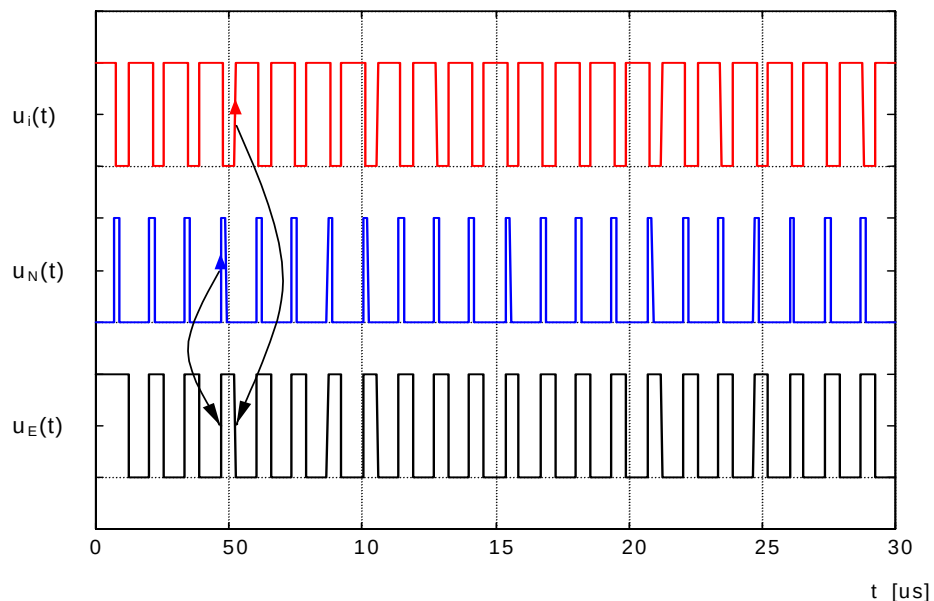


Figure 13-16 : Chronogramme d'un comparateur de phase (OU exclusif) après symétrisation

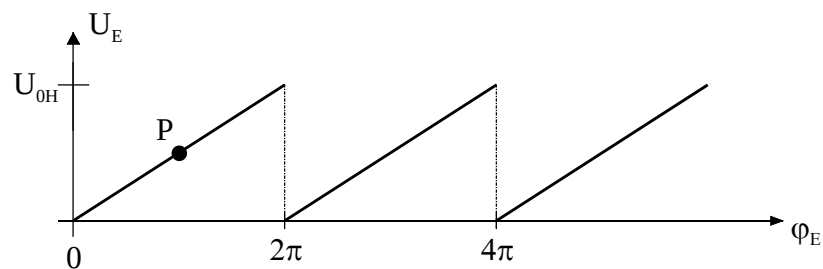


Figure 13-17 : Tension moyenne de sortie en fonction du déphasage

13.3.5.3 Le comparateur de phase à bascule

La Figure 13-18 illustre deux types de comparateur de phase à bascule. Les signaux dont on veut comparer les phases sont appliqués respectivement sur les entrées SET ou CLK et RESET des bascules. Le signal $u_i(t)$ qui sert d'horloge, déclenche la bascule sur le front montant. La largeur de cette impulsion n'a pas d'importance. En revanche, l'impulsion $u_N(t)$, qui attaque une entrée forçant la mise à zéro (RESET), doit avoir une largeur faible.

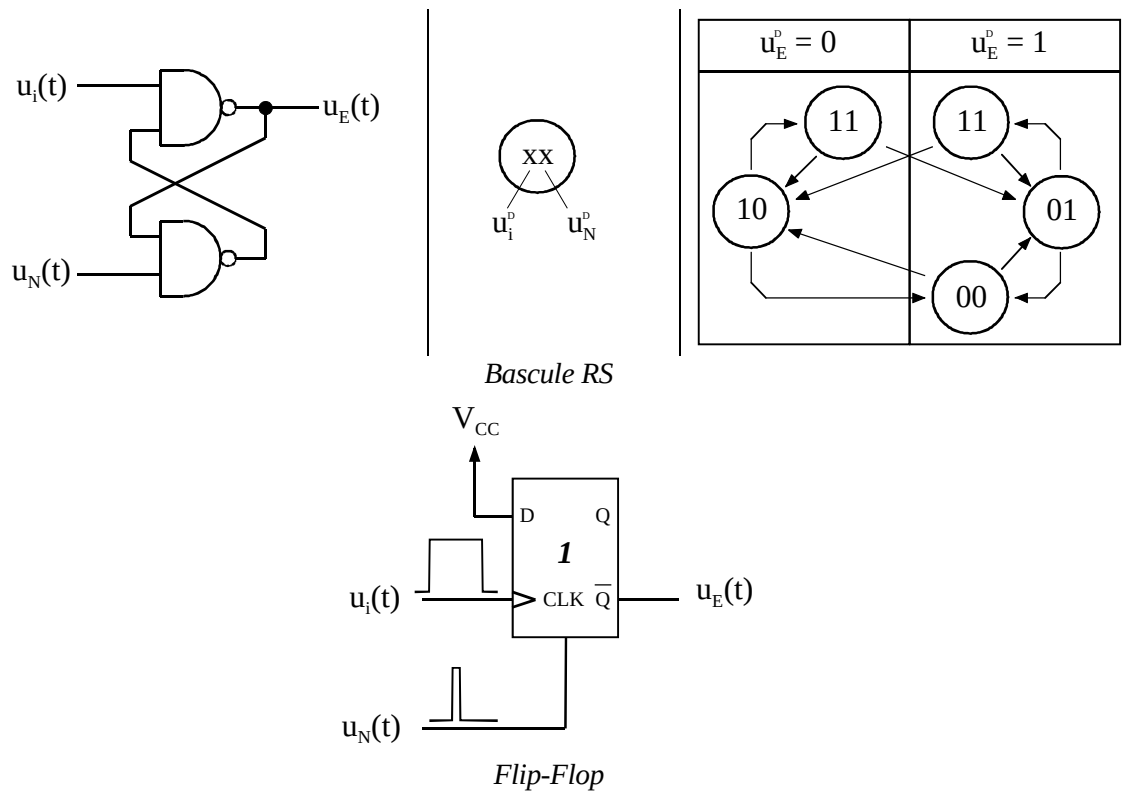


Figure 13-18 : Comparateur de phase : Bascule

La sortie délivre un signal dont la période est identique à celle de chacun des signaux $u_i(t)$ et $u_N(t)$. Le signal $u_E(t)$ sur la sortie présente un rapport cyclique qui est directement lié au déphasage des signaux $u_i(t)$ et $u_N(t)$.

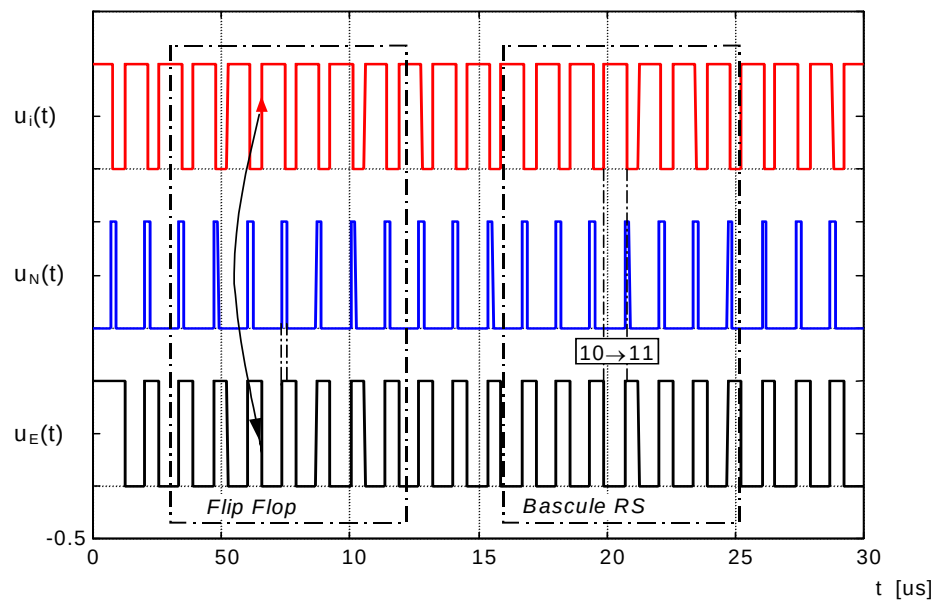


Figure 13-19 : Comparateur de phase : Chronogramme

La valeur moyenne U_E de ce signal, fonction du déphasage φ_E , est identique à celui de la Figure 13-17.

Le fondamental ainsi que les harmoniques du signal de sortie doivent donc être filtrés par le filtre de boucle.

Lorsque le verrouillage a lieu, le point de fonctionnement se situe sensiblement au milieu de la plage linéaire, au voisinage du point P, les deux signaux appliqués au comparateur étant alors déphasés de π .

Le gain de ce comparateur est $U_{0H}/2\pi$ en [V/rad].

Ce type de comparateur ne présente plus qu'une seule pente contrairement aux comparateurs précédents. Il en résulte que l'on ne peut pas connecter indifféremment les signaux, dont on veut comparer les phases, sur l'entrée horloge ou l'entrée remise à zéro. Ainsi, si l'on suppose que dans l'asservissement il n'y a pas d'amplificateur de type inverseur, le signal $u_i(t)$ d'entrée de la boucle doit être connecté sur l'entrée horloge alors que le signal issu de l'oscillateur commandé en tension $u_N(t)$ sert de remise à zéro de la bascule.

Ceci peut être vérifié par le raisonnement suivant. Notons $\varphi_i(t) = \omega_0 t + \varphi_i(0)$ la phase globale du signal en entrée de la boucle et $\varphi_{osc}(t) = N\omega_0 t + \varphi_{osc}(0)$ la phase globale du signal de sortie du VCO. Supposons que la pulsation de l'oscillateur ait tendance à diminuer. La phase globale du signal de l'oscillateur peut alors s'écrire

$$\varphi_{osc}(t) = (N\omega_0 - \Delta\omega_{osc}) \cdot t + \varphi_{osc}(0) \quad 13.23$$

La différence ou erreur de phase entre l'entrée et la sortie devient alors

$$\begin{aligned} \varphi_E(t) &= \omega_0 t + \varphi_i(0) - \frac{1}{N} [(N\omega_0 - \Delta\omega_{osc}) \cdot t + \varphi_{osc}(0)] \\ &= \frac{\Delta\omega_{osc}}{N} \cdot t + \varphi_i(0) - \frac{\varphi_{osc}(0)}{N} \end{aligned} \quad 13.24$$

Le déphasage a donc été augmenté d'une quantité $\Delta\omega t/N$ par rapport à sa valeur à l'équilibre $\varphi_i - \varphi_N$. Cette augmentation de φ_E se traduit par une augmentation de la tension moyenne issue du comparateur de phase (voir Figure 13-17), destinée à commander l'oscillateur. Comme en général pour les oscillateurs la fréquence de sortie augmente avec la tension de commande, l'augmentation du déphasage précédent aura pour effet d'augmenter la fréquence de sortie, ce qui contrebalance la variation de pulsation de départ.

Ce type de raisonnement est bien entendu valable également dans l'autre sens si la pulsation de l'oscillateur a tendance à augmenter.

13.3.5.3.1 Comparateur de phase à échantillonnage

Tous les comparateurs précédents présentent en sortie des composantes parasites que le filtre de boucle est chargé d'éliminer.

Dans le cas du comparateur à échantillonnage, ces composantes parasites peuvent être réduites de façon considérable.

Le principe mis en œuvre dans ce type de comparateur est représenté ci-après

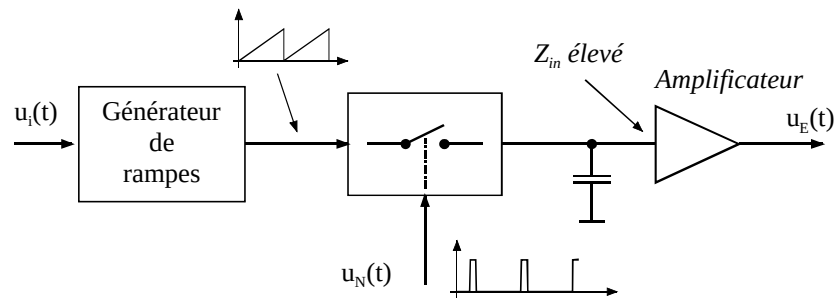


Figure 13-20 : Comparateur de phase à échantillonnage simple

Le signal d'entrée $u_i(t)$ est utilisé pour créer une rampe notée $u_i'(t)$ qui est appliquée au comparateur de phase. Le deuxième signal $u_N(t)$ sert à échantillonner la rampe $u_i'(t)$. Le signal de sortie $u_E(t)$ est pratiquement une copie de la rampe pendant la durée de l'impulsion d'échantillonnage. La capacité C placée derrière l'échantillonneur permet de maintenir la tension à la valeur qu'elle avait juste avant l'ouverture de l'interrupteur, l'ensemble constituant un échantillonneur-bloqueur. Afin d'éviter que la capacité C ne se décharge pendant l'ouverture de la porte d'échantillonnage, elle est suivie par un amplificateur présentant une impédance d'entrée très élevée.

Le signal en sortie de l'amplificateur est pratiquement une tension continue, le niveau des composantes parasites étant considérablement réduit. Ceci a pour conséquence que le filtrage nécessaire pour atténuer ces parasites peut être réduit, permettant ainsi une augmentation de la bande passante de l'asservissement.

Le gain de ce comparateur est $\frac{\hat{U}_G}{2\pi}$ en [V/rad], avec $\hat{U}_G$ la tension maximum de la dent de scie à la sortie du générateur de rampe.

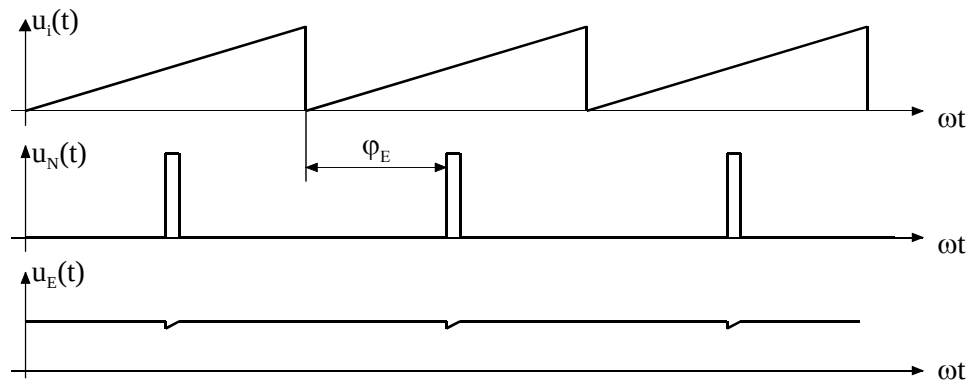


Figure 13-21 : Comparateur de phase à échantillonnage simple: Chronogramme

Pour certaines applications nécessitant un niveau de parasites très faible, la structure peut être améliorée en faisant suivre le premier échantillonneur par un deuxième, l'instant d'échantillonnage étant décalé par rapport au premier.

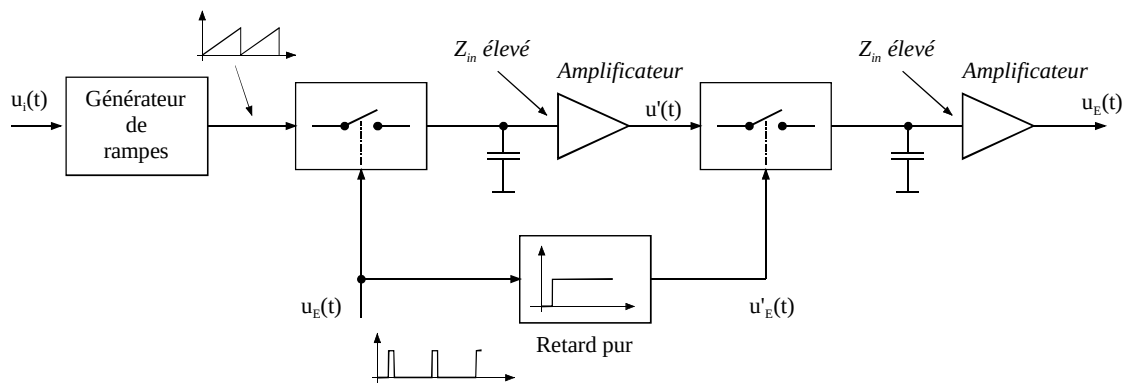


Figure 13-22 : Comparateur de phase à échantillonnage double

Il faut être conscient qu'un échantillonnage supplémentaire augmente le temps de propagation ce qui affecte le déphasage et peut avoir des conséquences sur la stabilité de l'asservissement. Supposons que l'impulsion $u_{osc}(t)$ n'échantillonne la rampe qu'une fois toutes les deux périodes, la tension en sortie de l'échantillonneur pouvant a priori être la même que précédemment. Dans ce cas, la fréquence de la rampe $u_i'(t)$ est le double de la fréquence de l'impulsion $u_{osc}(t)$. Ceci signifie que la boucle à verrouillage de phase peut fournir un signal de sortie dont la fréquence est différente de celle du signal d'entrée, le rapport entre les deux fréquences étant un entier. Ce phénomène est un inconvénient (sauf si cette condition est volontairement recherchée) et peut être évité en interdisant à l'oscillateur d'atteindre une fréquence qui soit le multiple ou le sous-multiple de la fréquence appliquée à l'entrée de la boucle.

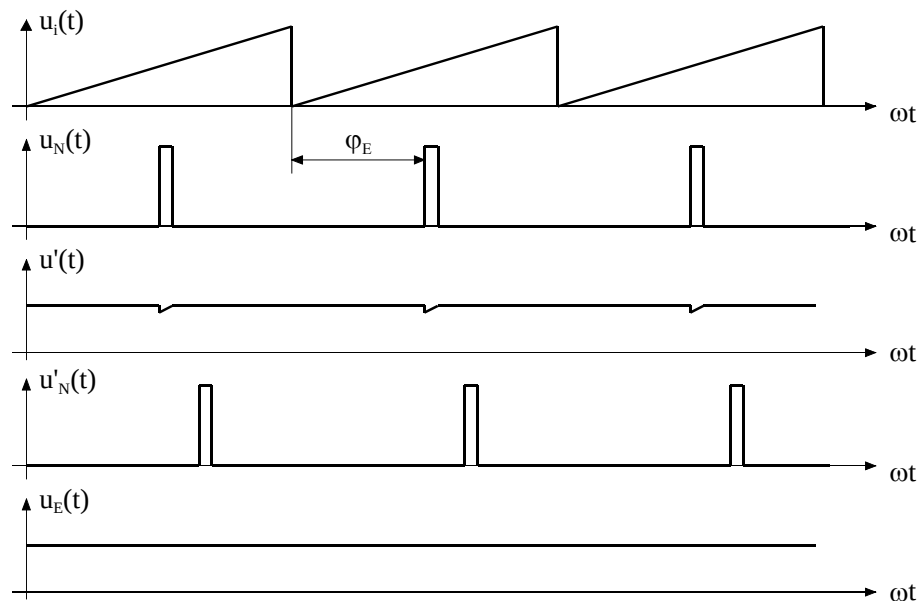


Figure 13-23 : Comparateur de phase à échantillonnage double: Chronogramme

13.3.6 Le comparateur de phase – fréquence

13.3.6.1 Généralités

Ce type de comparateur est également connu sous le nom: "comparateur à trois états".

L'appellation "phase – fréquence" provient du fait que ce dispositif fonctionne en comparateur de fréquence, avant que le verrouillage n'ait eu lieu, et fonctionne en comparateur de phase une fois la boucle verrouillée. Le fonctionnement en comparateur de fréquence, lors de la mise sous tension, permet de ramener l'oscillateur au voisinage du verrouillage. En d'autres termes, ce comparateur permet une aide à l'acquisition de la boucle.

Le principe de ce comparateur est illustré par la Figure 13-24

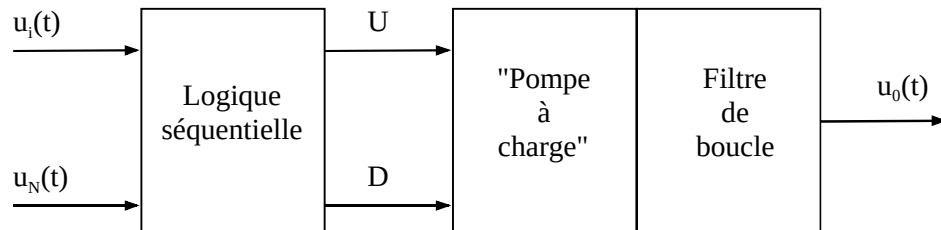


Figure 13-24 : Principe du comparateur de phase à trois états

Les deux signaux $u_i(t)$, $u_N(t)$ dont on veut comparer les phases, $\phi_i(t)$ respectivement $\phi_N(t)$ sont appliqués sur les entrées d'un circuit séquentiel qui délivre deux sorties notées U et D. Ce sont les transitions des signaux $u_i(t)$, $u_N(t)$ qui déclenchent les changements d'états du circuit séquentiel, et qui modifient donc les sorties U et D permettant chacune d'activer ou non une source de courant ou de tension.

Lorsqu'une transition de $u_i(t)$ précède une transition de $u_N(t)$, la transition de $u_i(t)$ fait passer U à l'état actif, la transition de $u_N(t)$ ramenant U à l'état passif. Pendant ce temps, la sortie D reste en permanence à l'état passif.

Inversement, lorsqu'une transition de $u_N(t)$ précède une transition de $u_i(t)$, la transition de $u_N(t)$ fait passer D à l'état actif, la transition de $u_i(t)$ ramenant U à l'état passif. Pendant ce temps, la sortie U reste en permanence à l'état passif.

Les sorties U et D peuvent être toutes les deux à l'état passif, lorsque les transitions de $u_i(t)$ et $u_N(t)$ coïncident, mais en aucun cas elles ne peuvent être simultanément actives.

La "pompe à charge" (charge-pump en Anglais) est utilisée pour convertir les niveaux logiques en niveaux analogiques destinés à commander l'oscillateur. Le filtre de boucle est associé à la pompe à charge et a pour rôle de filtrer les composantes parasites.

La pompe à charge associée au filtre de boucle peut être réalisée de différentes manières.

Une pompe à charge est constituée par un interrupteur à trois positions qui est commandé par le circuit séquentiel. Lorsque l'interrupteur est dans les positions U ou D, il délivre une tension $\pm U$ ou un courant $\pm I$. Dans la position N, l'interrupteur est ouvert, isolant le filtre de boucle de la pompe à charge. Cet état à haute impédance n'existe pas dans les autres comparateurs de phase.

Les filtres de boucle peuvent être passifs ou actifs.

La configuration (b) de la Figure 13-25 correspond à celle que l'on rencontre le plus souvent en pratique. Le comportement des boucles mettant en œuvre les autres configurations peut se déduire simplement à partir de la configuration (b)

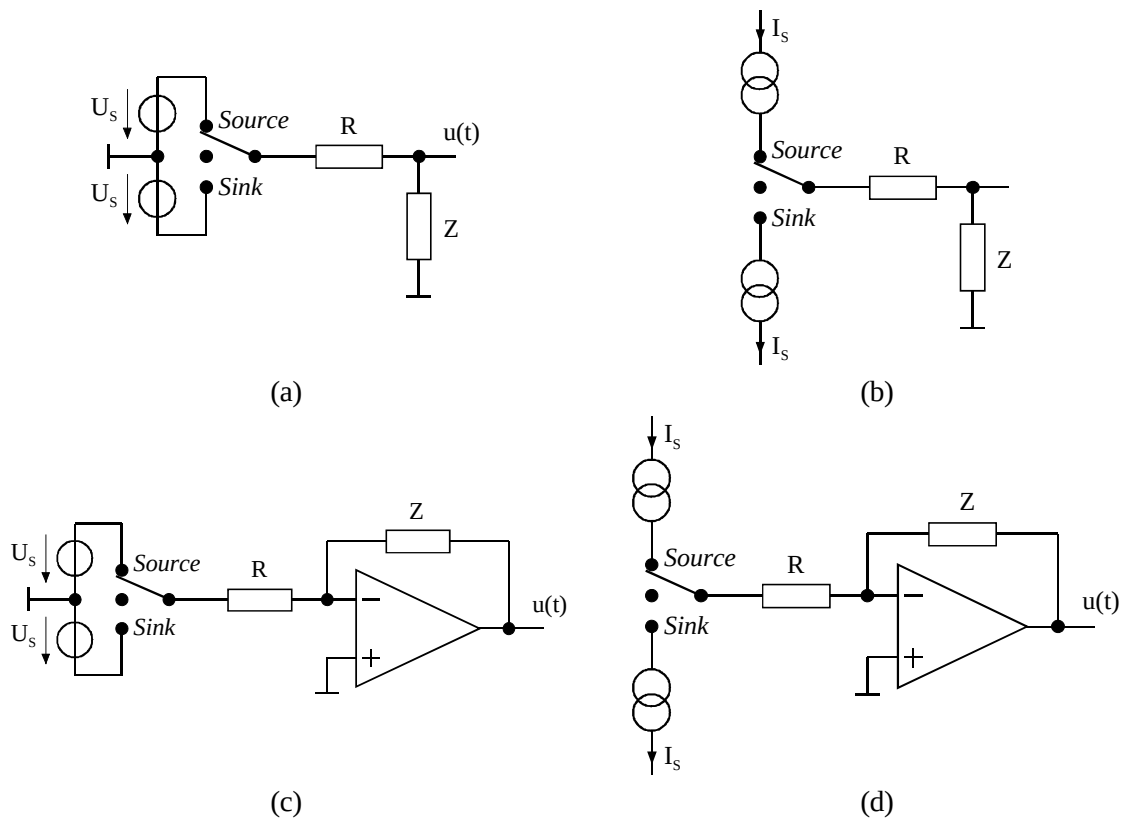


Figure 13-25 : Configuration en tension et en courant du comparateur à trois états

13.3.6.2 Comparateur de phase à trois états

13.3.6.2.1 Généralités

A titre d'exemple, considérons la réalisation illustrée à la Figure 13-26 :

Le circuit séquentiel est réalisé à l'aide de deux bascules D et d'une porte logique. Dans la configuration présentée, il s'agit de logique standard TTL, les entrées "Reset" étant actives au niveau bas.

Le signal d'entrée de la boucle de phase $u_i(t)$ ainsi que le signal issu de l'oscillateur $u_N(t)$ attaquent les entrées horloge des bascules. Chaque bascule ne peut commuter que sur une transition positive du signal appliqué sur l'entrée horloge.

Lorsque les sorties Q_1 et Q_2 sont toutes les deux à l'état haut, la porte logique applique un niveau bas sur les entrées "Reset", les sorties des bascules repassant alors à zéro.

T_1 et T_2 réalisent les sources de courant destinées à fournir ou à recevoir du courant du filtre de boucle. Lorsque T_1 est passant (sink), le courant vient du filtre. Dans le cas où T_2 est passant (source), le courant est fourni au filtre.

Dans cet exemple, le filtre de boucle est réalisé simplement par la mise en série d'un condensateur C et d'une résistance R.

Il est à noter que généralement l'impédance d'entrée présentée par l'oscillateur est infinie ou du moins très grande comparée à l'impédance présentée par le filtre de boucle, de sorte que la seule charge que voient les sources de courant réalisées par les deux transistors T_1 , et T_2 est le filtre lui-même.

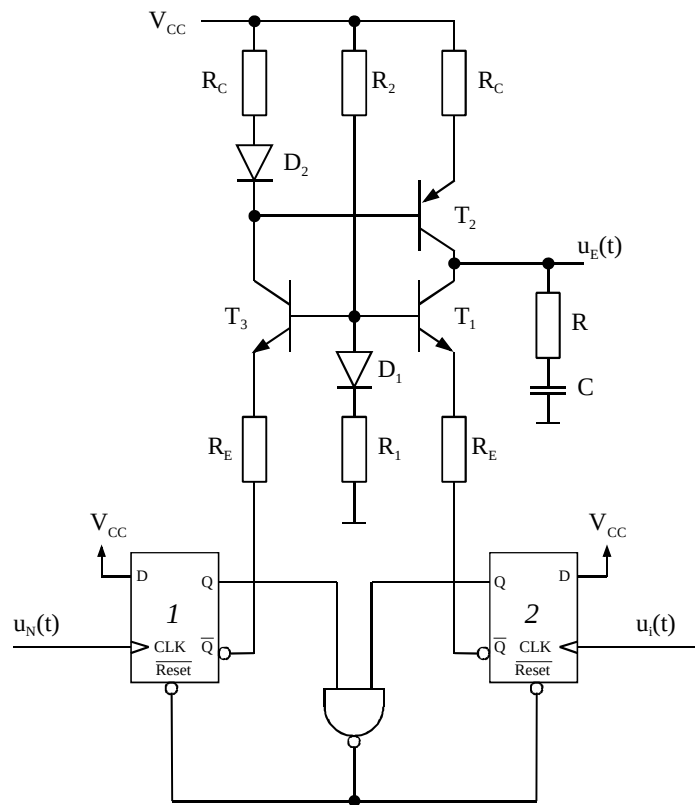


Figure 13-26 : Comparateur de phase à trois états : schéma de principe

Le graphe d'état associé au comparateur de phase à trois états est représenté à la Figure 13-27

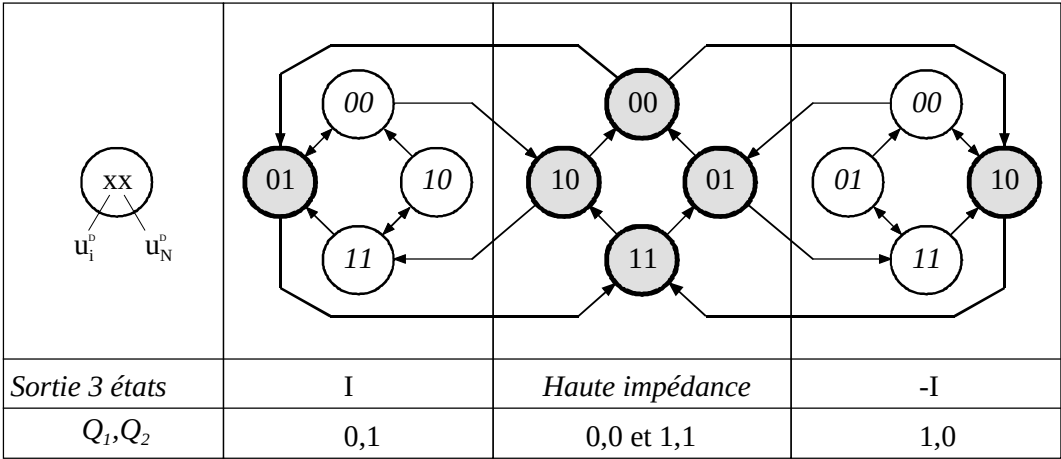


Figure 13-27 : Comparateur de phase à trois états : graphe d'états

La polarisation du montage à transistors est telle que si la sortie Q d'une bascule est à l'état haut, le transistor qui lui est relié est bloqué.
Les paragraphes suivants sont dédiés à une analyse du fonctionnement de ce montage.

13.3.6.2.2 La fréquence du signal $u_i(t)$ est supérieure à celle de $u_N(t)$

La partie active du graphe d'état est donnée par la Figure 13-28

La sortie $\overline{Q}_2$ est presque toujours à l'état haut, bloquant le transistor T_3 , alors que la sortie $\overline{Q}_1$ est alternativement au niveau haut et au niveau bas. Il en résulte que le transistor T_1 est alternativement bloqué ou passant. Ainsi tout se passe comme si, en moyenne, seul le transistor T_1 était passant, le transistor T_2 étant bloqué. La sortie $u_E(t)$ décroît alors jusqu'à atteindre le niveau de tension le plus bas du circuit.

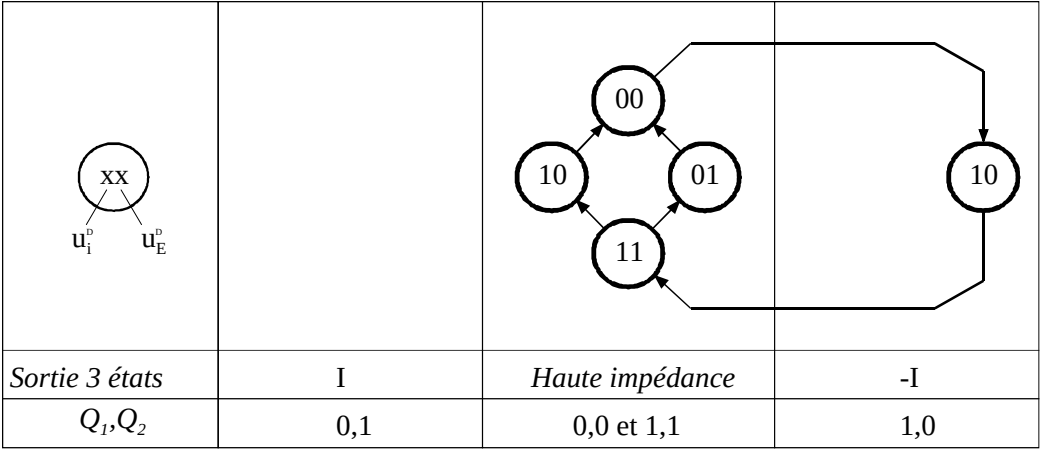


Figure 13-28 : Partie active du graphe d'état pour $F_i > F_{osc}$

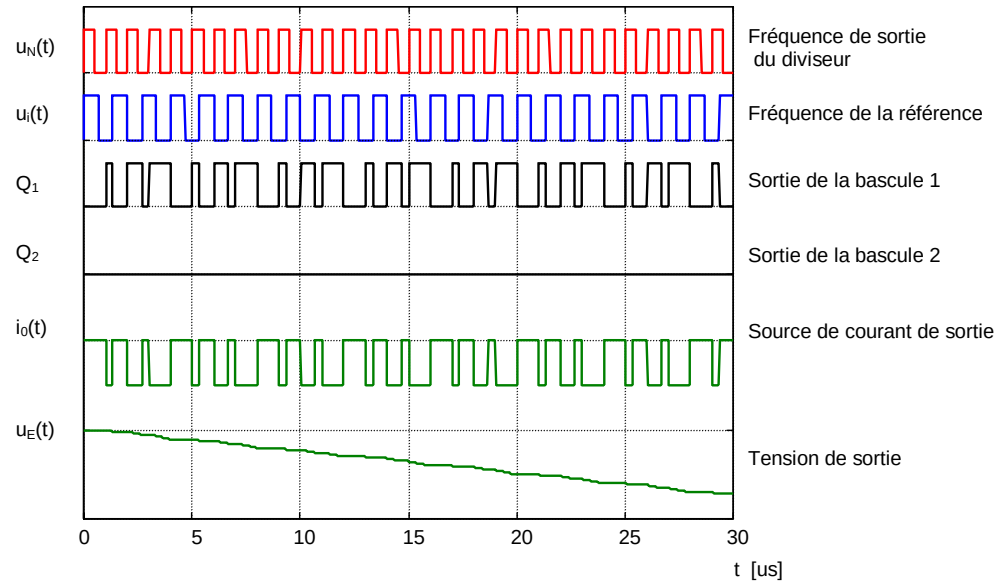


Figure 13-29 : Condition sur les fréquences : $F_i > F_N$

13.3.6.2.3 La fréquence du signal $u_N(t)$ est supérieure à celle de $u_i(t)$

La partie active du graphe d'état est donnée par la Figure 13-30
La sortie Q_2 est presque toujours à l'état haut, bloquant le transistor T_1 alors que la sortie Q_1 est alternativement au niveau haut et au niveau bas. Il en résulte que le transistor T_3 est alternativement bloqué ou passant, permettant la conduction ou la non conduction du transistor T_2 . Ainsi tout se passe comme si, en moyenne, seul le transistor T_2 était passant, le transistor T_1

étant bloqué. La sortie $u_E(t)$ croît alors jusqu'à atteindre le niveau de tension le plus élevé du circuit.

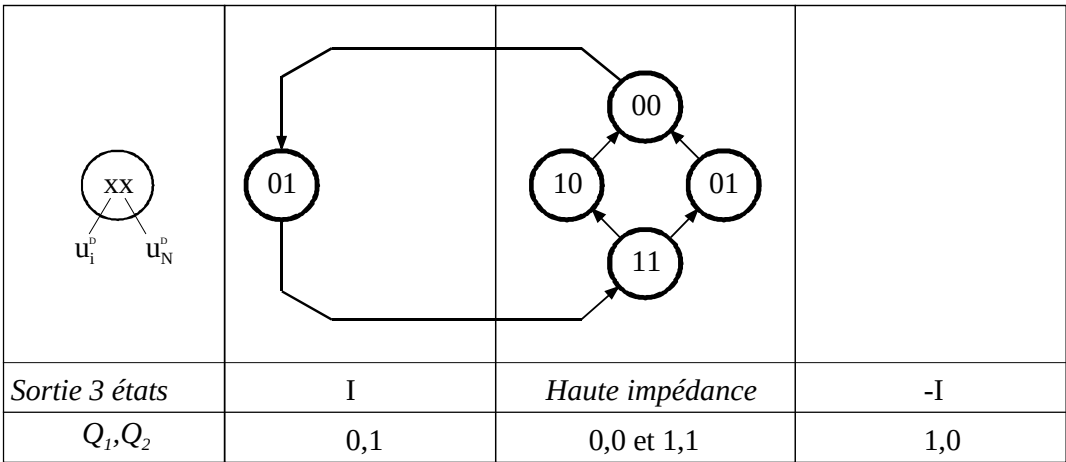


Figure 13-30 : Partie active du graphe d'état pour $F_i < F_N$

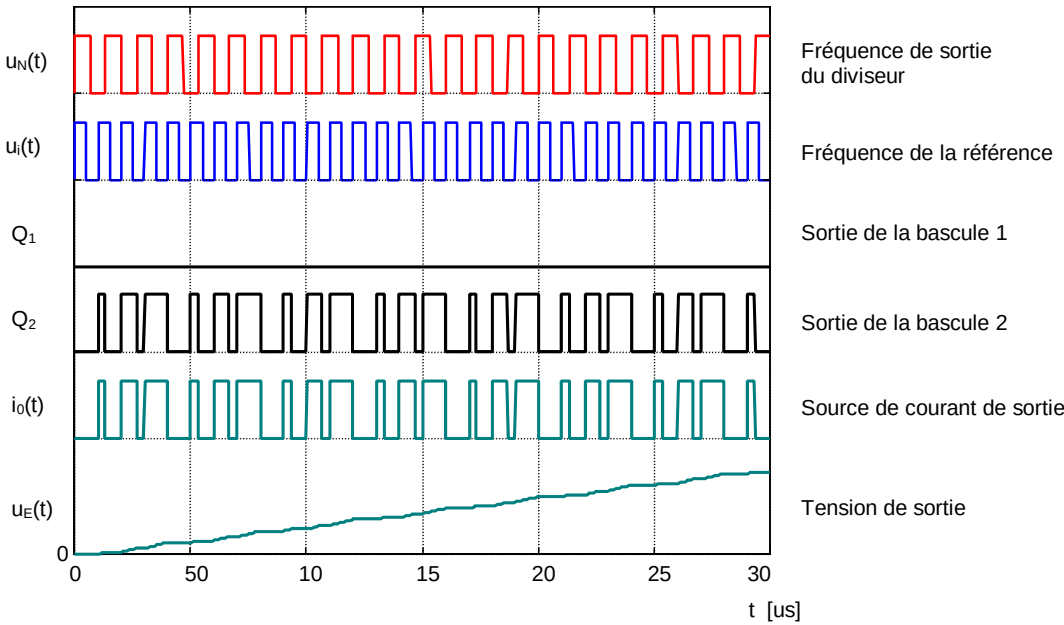


Figure 13-31 : Condition sur les fréquences : $F_i < F_N$

13.3.6.2.4 La fréquence du signal $u_N(t)$ est égale à celle du signal $u_i(t)$, mais le signal $u_i(t)$ est en avance sur le signal $u_N(t)$.

Dans ce cas le chronogramme de la Figure 13-29 reste valable, la seule différence portant sur le signal Q_2 qui conserve un rapport cyclique constant. La sortie évolue donc jusqu'à atteindre la tension la plus basse du montage.

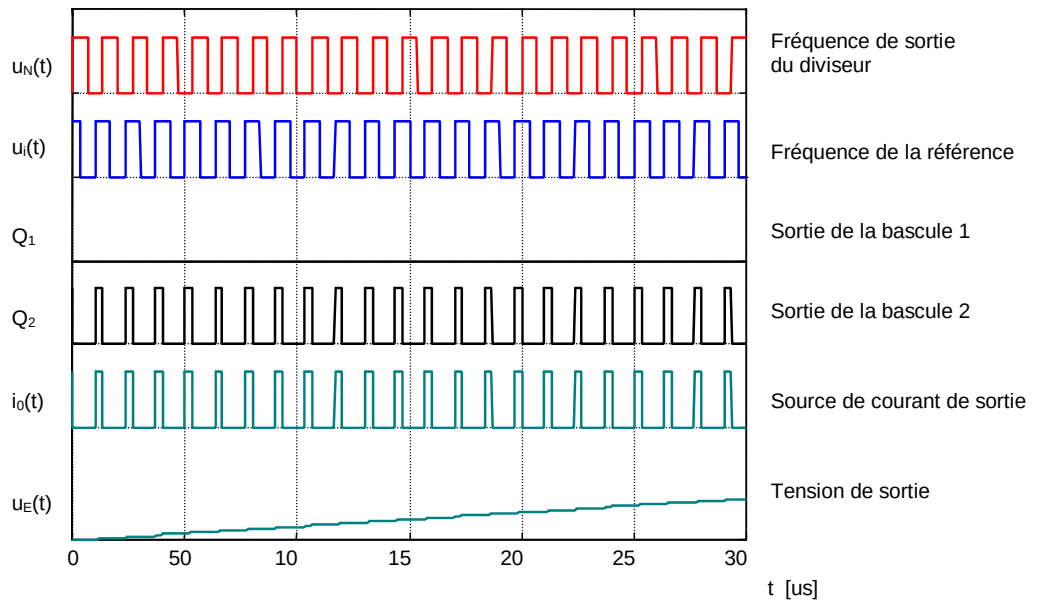


Figure 13-32 : Condition sur les fréquences et les phases : $F_i = F_N$ et $\varphi_E = \varphi_i - \varphi_N > 0$

13.3.6.2.5 La fréquence du signal $u_N(t)$ est égale à celle du signal $u_i(t)$, mais le signal $u_N(t)$ est en avance sur le signal $u_i(t)$.

Dans ce cas le chronogramme de la Figure 13-30 reste valable, la seule différence portant sur le signal Q_1 qui conserve un rapport cyclique constant. La sortie évolue jusqu'à atteindre la tension la plus élevée du montage.

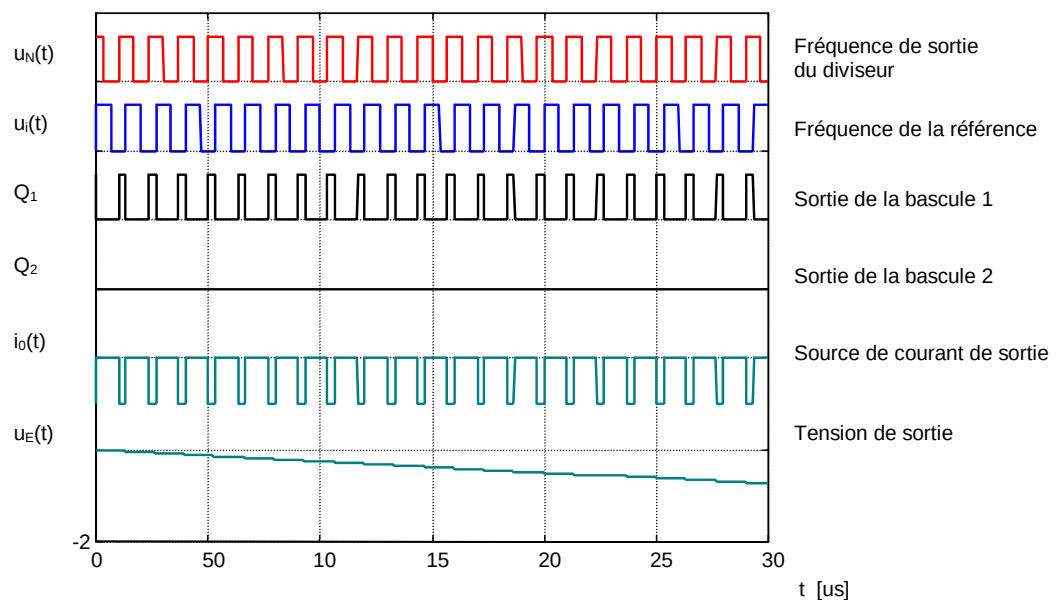


Figure 13-33 : Condition sur les fréquences et les phases : $F_i = F_N$ et $\varphi_E = \varphi_i - \varphi_N < 0$

13.3.6.2.6 La fréquence du signal $u_N(t)$ est égale à celle du signal $u_i(t)$ et ils sont en phase.

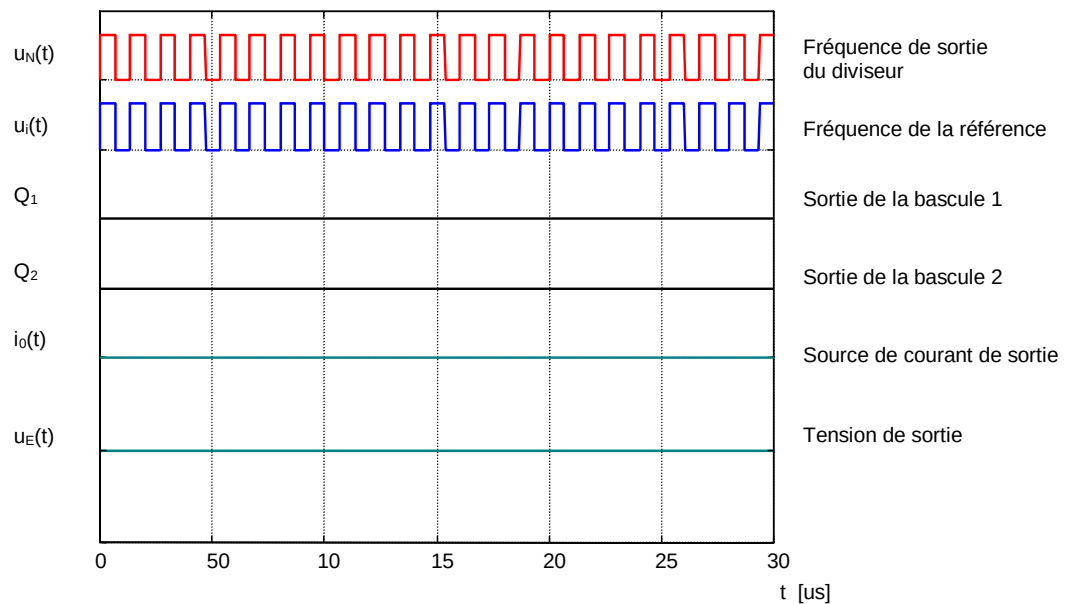


Figure 13-34 : Condition sur les fréquences et les phases : $F_i = F_N$ et $\varphi_E = \varphi_i - \varphi_N = 0$

Dans ce cas le chronogramme est représenté sur la Figure 13-34. C'est la situation que l'on rencontre lorsque la boucle est verrouillée.

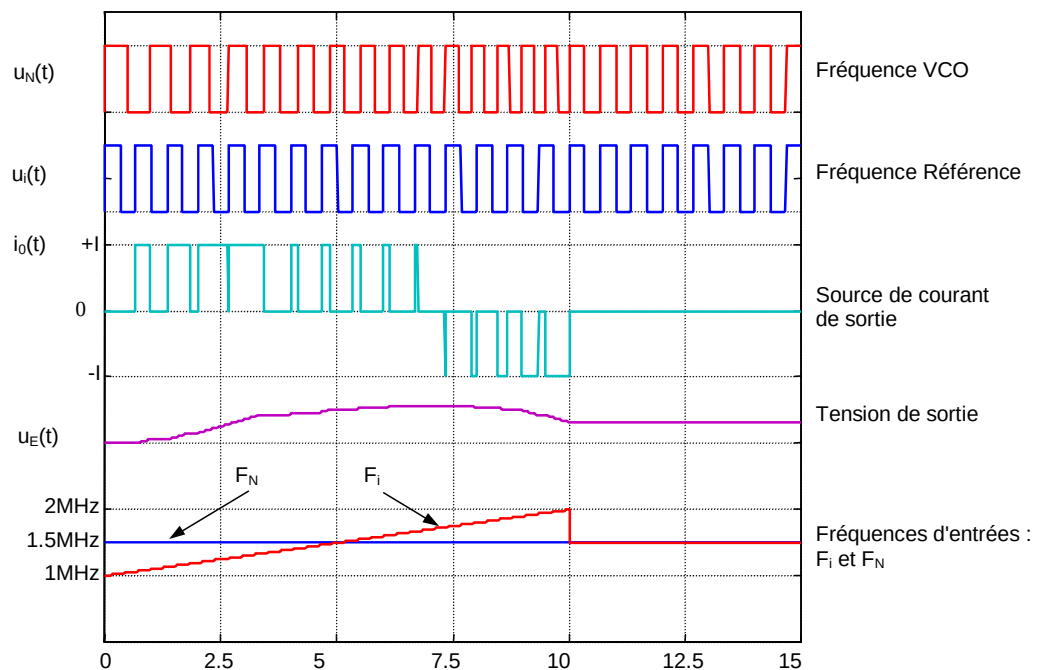


Figure 13-35 : Conditions dynamiques sur les fréquences

Les sorties Q_2 et Q_1 sont en phase. Le comparateur est donc théoriquement dans l'état haute impédance. C'est la situation que l'on rencontre lorsque la boucle est verrouillée.

En pratique, cet état ne peut se maintenir. L'asservissement étant obligé de corriger en permanence le VCO en faisant fonctionner alternativement les transistors T_1 et T_2 , ce qui se traduit par des pics positifs ou négatifs qui sont superposés au signal de sortie

Il est important de noter que les pics observés n'ont pas forcément la même période que celle des signaux $u_i(t)$ et $u_N(t)$. Cette période peut éventuellement être plus élevée. Dans bon nombre de cas, il faut éliminer ces pics par un filtrage supplémentaire.

13.3.6.2.7 Gain du comparateur phase – fréquence

Considérons le cas où les signaux appliqués au comparateur phase – fréquence ont même fréquence, le déphasage entre les deux pouvant être différent de zéro. Notons I le module du courant que T_2 peut fournir au filtre ou que T_1 peut recevoir du filtre. Ainsi, la valeur moyenne du courant circulant dans le filtre, au cours d'une période des signaux d'entrée, est égale à

$$i_{\text{moyen}}(t) = \frac{\varphi_E(t)}{2\pi} I \quad 13.25$$

φ_E représente le déphasage entre les deux signaux $u_i(t)$ et $u_N(t)$. Ce déphasage peut être positif ou négatif. La courbe ci-après représente l'évolution du courant moyen en fonction du déphasage.

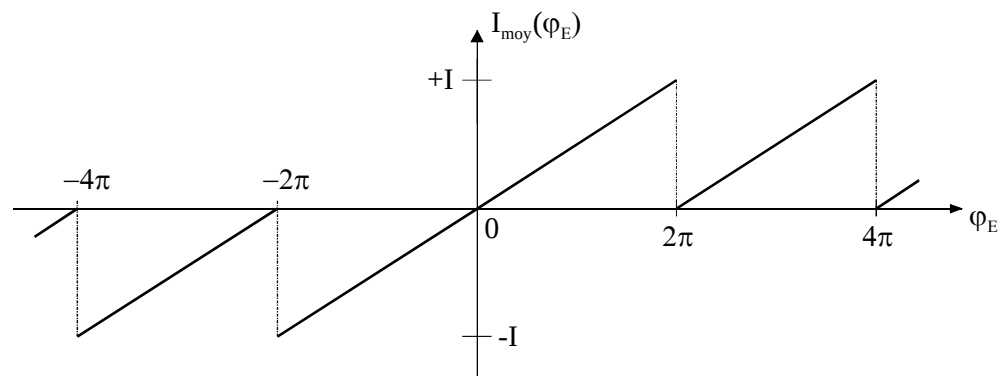


Figure 13-36 : Courant moyen en fonction du déphasage φ_E

13.4 OSCILLATEURS COMMANDÉS EN TENSION VCO

13.4.1 Oscillateur de type LC (sinusoïdal)

13.4.1.1 Généralités

Un oscillateur à circuit accordé LC est un circuit bouclé auto-oscillant travaillant suivant la condition de Barkhausen. On fait varier la fréquence d'oscillation en agissant sur l'un des deux éléments du circuit bouchon L ou C

Pour commander l'oscillateur avec un signal électrique, on utilise généralement une diode Varicap connectée en parallèle (du point de vue des petits signaux) avec un circuit LC et polarisée en inverse par une tension de commande. Cette tension est généralement appliquée aux bornes de la Varicap par le biais d'une résistance de très grande valeur ou une inductance (de très grande impédance en HF). La connexion de la diode en parallèle avec le circuit LC est réalisée par une capacité de liaison (impédance négligeable en HF et infinie en DC, permettant

de séparer les niveaux DC aux bornes de la Varicap et du circuit bouchon). Cette capacité de liaison est souvent (avantageusement) remplacée par une seconde diode Varicap, dont l'impédance en HF n'est pas négligeable, mais également variable avec la tension de commande.

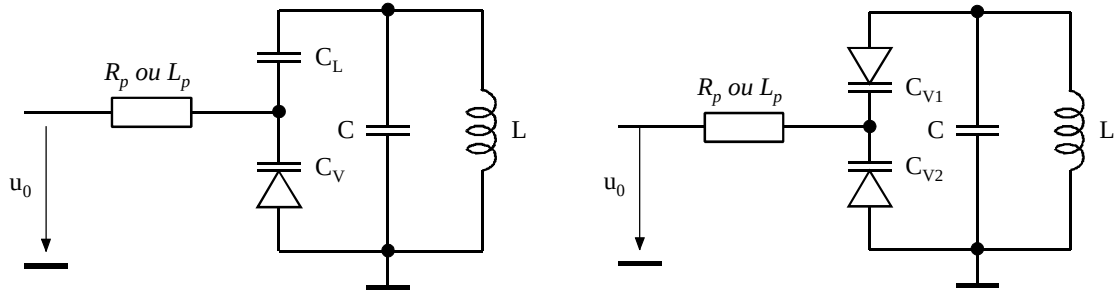


Figure 13-37 : Circuits oscillants

Même s'il semble correct du point de vue des accroissements, le branchement direct de la diode Varicap entre le nœud où de l'énergie est fournie au circuit LC et la tension de commande u_0 , n'est pas toujours un choix judicieux. En effet, la source de tension qui génère u_0 est nécessairement associée à une résistance de source et sa sortie ne représente donc pas exactement une masse du point de vue des accroissements. Cela revient donc à ajouter une résistance de perte en parallèle avec le circuit bouchon, ce qui se traduit par une dégradation du facteur de qualité du résonateur.

L'allure de la loi de variation de la capacité cathode-anode d'une diode (polarisée en sens inverse) en fonction de la tension à ses bornes est montrée à la Figure 13-38. La non linéarité de cette loi (hyperbolique) fait que la fonction de transfert du VCO n'est linéaire que pour de faibles variations autour d'un point de repos donné.

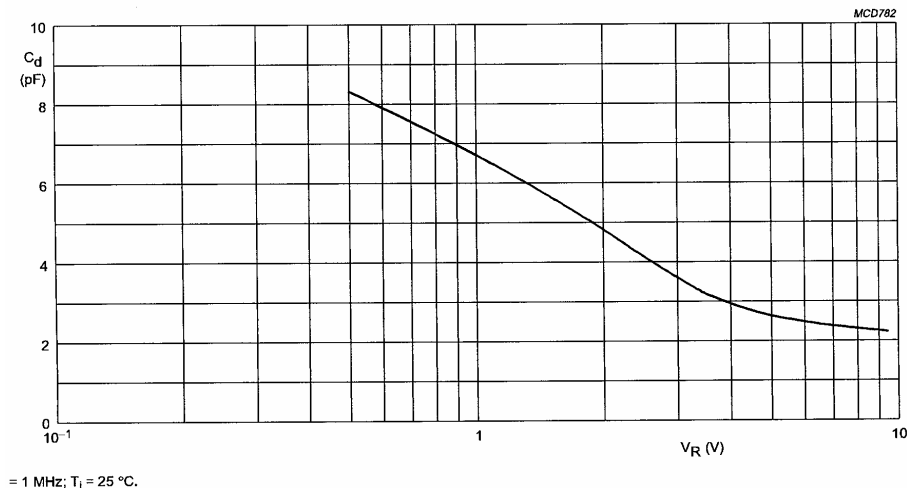


Figure 13-38 : Capacité cathode-anode d'une diode Varicap en fonction de sa tension inverse

La fréquence de fonctionnement des oscillateurs LC se situe au-delà du mégahertz. Les montages sont de type Hatley, Colpitts ou Clapp. La fréquence centrale peut être stabilisée par un quartz. Quelques exemples de circuits sont donnés ci-après

13.4.1.2 Oscillateur Colpitts contrôlé en tension à éléments discrets

13.4.1.2.1 Circuit à JFET

La résistance R , qui peut représenter la charge extérieure, permet de polariser la grille du JFET au potentiel de masse. La résistance R_s fixe le courant de polarisation, la capacité C_s , de grande valeur permet le découplage de la source du JFET (court circuit pour les signaux HF). L'impédance de sortie de l'élément actif, qui ne doit pas être nulle, est constituée par la mise en parallèle de R et de R_D . La capacité d'accord a été divisée en C_1 et C_2 , ce qui permet de prélever une partie du signal de sortie pour le réinjecter à l'entrée de l'élément actif. La capacité C_L est une capacité de liaison permettant le découplage DC entre le drain du JFET et la sortie.

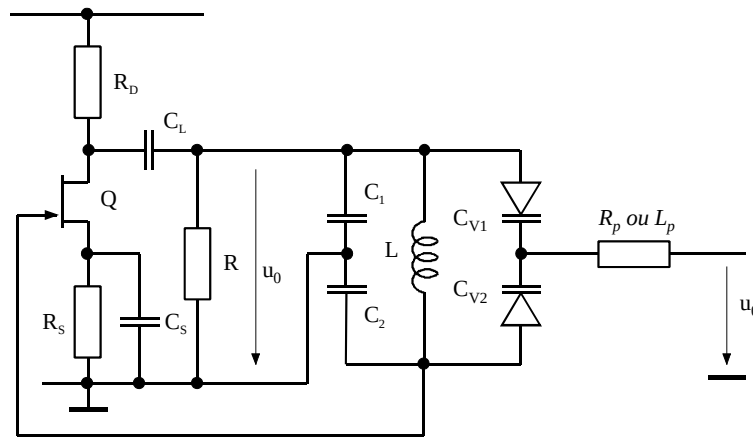


Figure 13-39 : Oscillateur Colpitts (circuit avec JFET)

13.4.1.2.2 Circuit à BJT

Dans cet exemple, le transistor bipolaire travaille en base commune. La tension de la base est déterminée par les résistances R_{B1} et R_{B2} et stabilisée par la capacité C_B (base reliée à la masse pour les signaux HF).

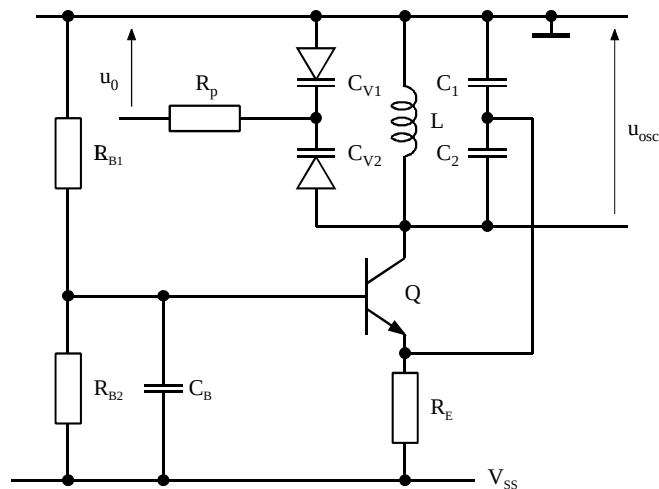


Figure 13-40 : Oscillateur de Colpitts (circuit avec JBJT)

Le courant de polarisation du transistor bipolaire est fixé par R_E . L'entrée de l'élément actif est l'émetteur du transistor et est donc relié au point commun de C_1 et C_2 .

13.4.1.3 Oscillateur stabilisé par un quartz

On peut stabiliser par quartz les oscillateurs de toutes technologies. La Figure 13-41 illustre un exemple de VCO à éléments discret de type Pierce.

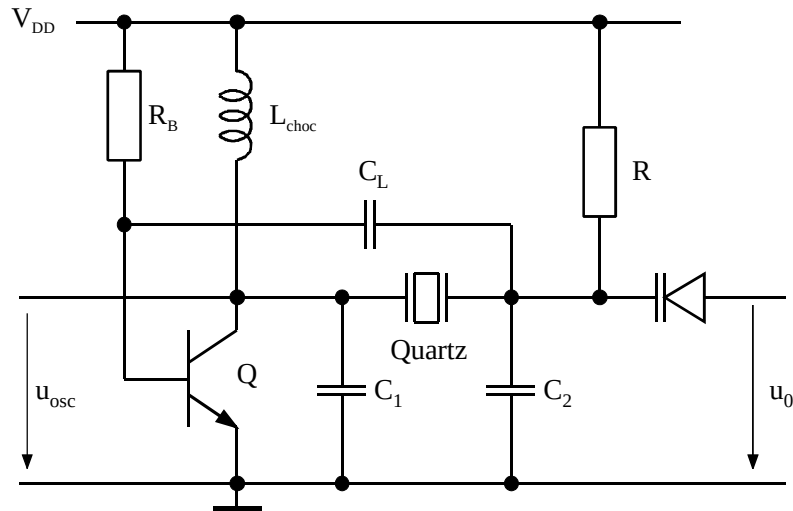


Figure 13-41 : Oscillateur de Pierce stabilisé par un quartz

13.4.2 Oscillateurs à relaxation

13.4.2.1 Description générale

La Figure 13-42 montre le schéma de principe de l'oscillateur à relaxation

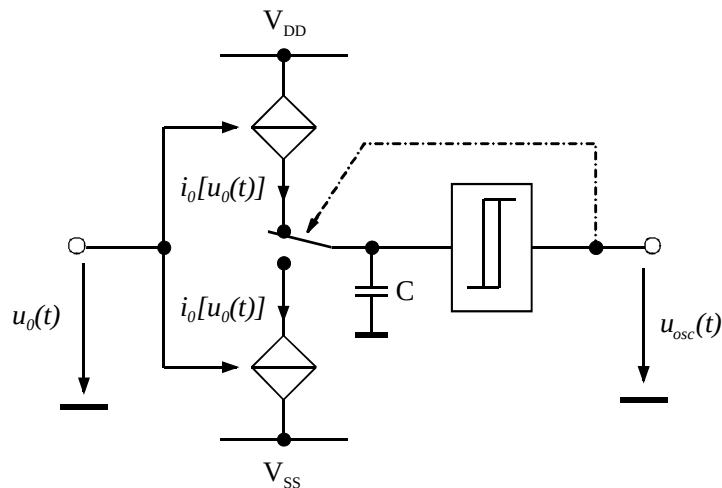


Figure 13-42 : Oscillateur à relaxation : Schéma de principe

Il s'agit du schéma de base de tout générateur de fonctions. Il se rencontre sous forme intégrée (à amplificateur opérationnel ou circuit spécifique) pour une fréquence maximale de quelques

centaines de kHz ou sous forme de circuit à transistors au-delà du MHz. Il comporte trois éléments :

- un ou deux générateurs de courant commandés par la tension d'entrée.
- un condensateur chargé puis déchargé par le biais de ce ou ces générateurs (cet ensemble représente l'intégrateur).
- un trigger de Schmitt basculant en fonction de la tension aux bornes du condensateur et contrôlant la charge et la décharge de celui-ci.

La sortie de cet ensemble présente des signaux carrés (sortie du trigger) et triangulaires (tension aux bornes du condensateur). Il est possible de générer des signaux sinusoïdaux si on lui adjoint un conformateur à diodes (convertisseur triangle-sinus).

13.4.2.2 Exemple de réalisation

La Figure 13-43 montre un exemple pratique de VCO à relaxation

Le transistor Q_5 joue le rôle d'un interrupteur commandé par le comparateur à hystérèse non-inverseur que constituent l'amplificateur opérationnel et les résistances R_A et R_B . Lorsque ce transistor est bloqué ($u_{osc}(t)=V_{ss}$), le courant $i_0(t)$ passe par la diode D_2 et charge la capacité. La tension $u_C(t)$ croît donc linéairement, jusqu'à atteindre le seuil de basculement supérieur U_{H+} du comparateur à hystérèse. A ce moment, le transistor du bas devient passant ($u_{osc}(t)=V_{DD}$), ce qui provoque la chute de la tension du nœud A et le blocage de la diode D_2 . Le courant $i_0(t)$ passe alors par la diode D_1 et traverse le transistor d'entrée Q_3 du miroir NPN (Q_3 ; Q_4). Le transistor de sortie Q_4 du miroir soutire donc le même courant $i_0(t)$ au nœud B. Comme ce courant ne peut pas provenir de la diode D_2 bloquée, il est nécessairement fourni par la capacité C qui se décharge. La tension $u_C(t)$ décroît donc linéairement, jusqu'à atteindre le seuil de basculement inférieur U_{H-} du comparateur à hystérèse. Le transistor Q_5 se bloque à nouveau et le cycle recommence

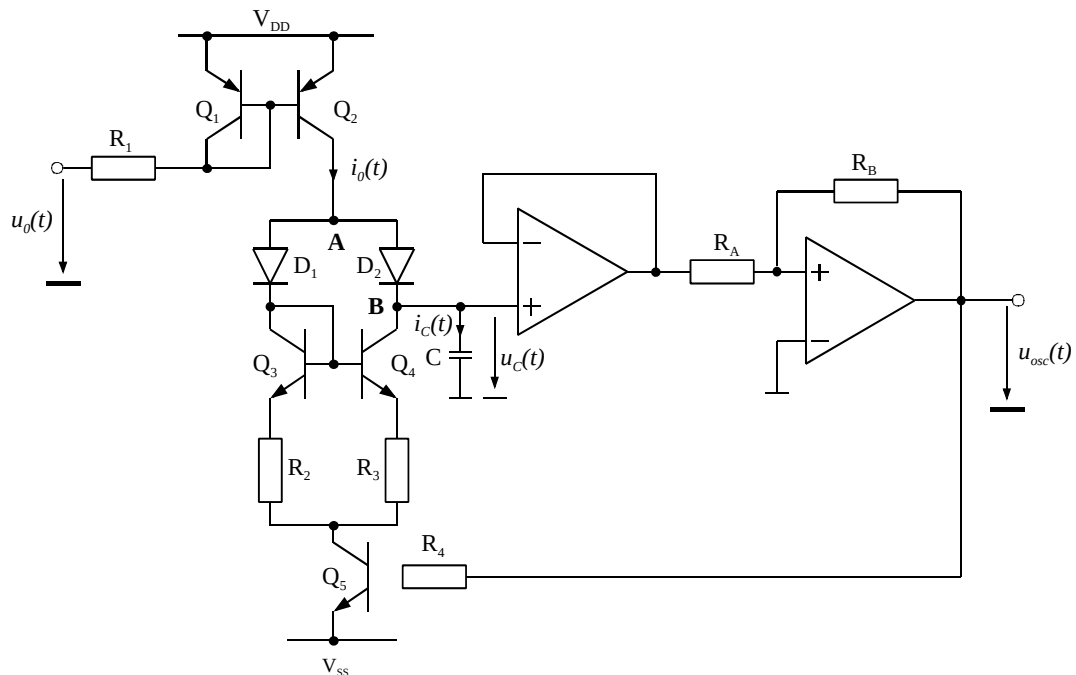


Figure 13-43 : Oscillateur à relaxation : exemple de réalisation

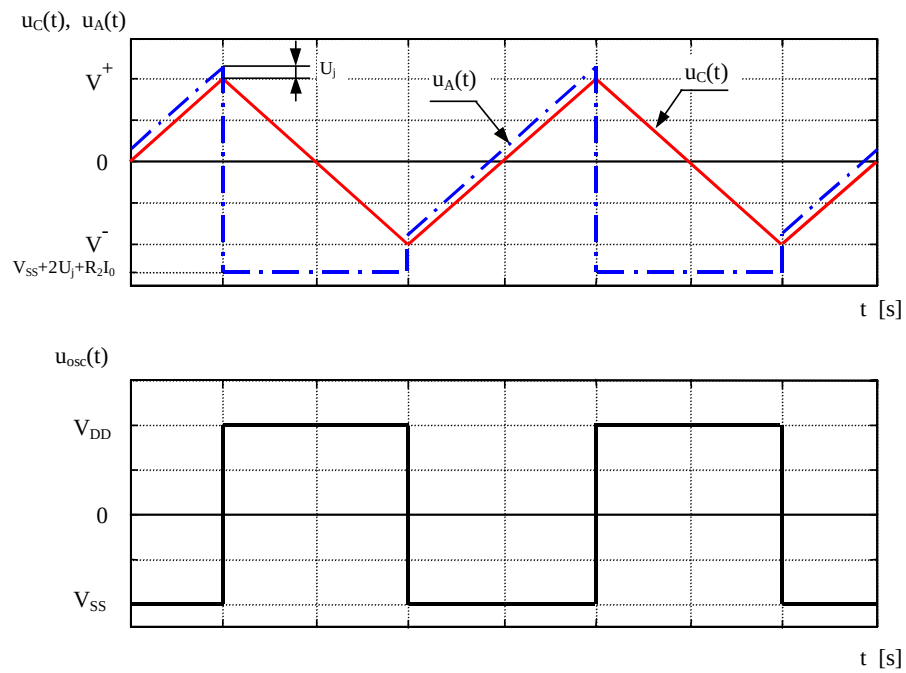


Figure 13-44 : Représentation graphique des signaux

En faisant l'hypothèse que la tension d'entrée est constante, $u_0(t)=U_0$, le courant $i_C(t)$ a l'allure du signal $u_{osc}(t)$ inversé et vaut $\pm I_0$.

$$u_C(t) = u_C(0) + \frac{i_C(t) \cdot t}{C} \quad 13.26$$

Si on a pour conditions initiales : $u_C(0) = 0$ et $u_{osc}(0) = V_{SS}$, il vient :

$$i_C(t) = +I_0 \text{ pour } 0 \leq t \leq \frac{T}{4}$$

et

$$u_C(T/4) = \frac{I_0 T}{4C} = V^+ \quad 13.27$$

Sachant d'autre part que :

$$I_0 = \frac{V_{DD} - U_J - U_0}{R_1} \text{ pour } U_0 \leq V_{DD} - U_J \quad 13.28$$

et que

$$V^+ = -V^- = \frac{R_A}{R_B} V_{DD} \text{ pour } V_{DD} = -V_{SS} \quad 13.29$$

on trouve finalement

$$\omega_{osc} = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi R_B}{2V_{DD} R_A R_1 C} (V_{DD} - U_J - U_0) \quad 13.30$$

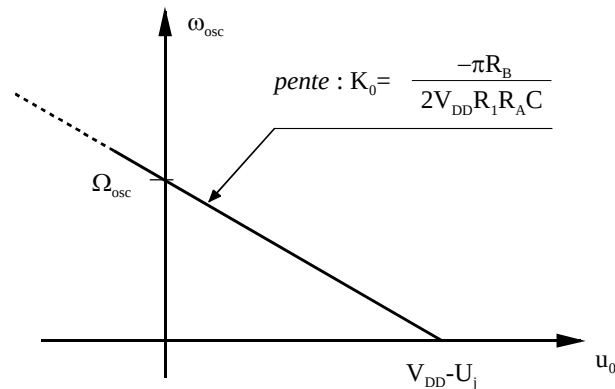


Figure 13-45 : Fonction de transfert

13.4.3 Le multivibrateur astable

13.4.3.1 Description générale

Le multivibrateur astable est très répandu dans les circuits intégrés analogiques. Sa conception et son emploi sont particulièrement aisés. Il en existe de nombreux types. L'un des plus simples est le multivibrateur à couplage par l'émetteur dont le schéma de principe est représenté à la Figure 13-46

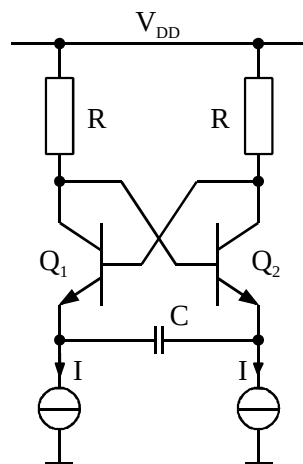


Figure 13-46 : Multivibrateur astable à couplage par l'émetteur : schéma de principe

Pour l'étude de fonctionnement, on fait l'hypothèse que l'un des transistors conduit et que l'autre est bloqué.

- 1^{ère} phase : Phase de charge (ou de décharge).
 - Le transistor Q_2 laisse passer un courant $2 \cdot I$ constitué du courant I soutiré par la source située dans son émetteur auquel s'ajoute le courant I soutiré par l'autre source et qui passe à travers le condensateur qui se charge (ou se décharge).

- Les tensions de base sont constantes. Celle de Q_1 vaut $V_{DD}-2\cdot R\cdot I$ et celle de Q_2 vaut $V_{DD}-2\cdot R\cdot I/\beta_2 \cong V_{DD}$
- La tension d'émetteur de Q_2 reste constante et vaut environ $V_{DD}-U_j$ alors que celle de Q_1 décroît linéairement
- 2^{er} phase : Phase de basculement.
 - Il y a basculement lorsque la tension d'émetteur de $T1$ atteint $V_{DD}-2\cdot R\cdot I-U_j$ (0.7V sous la base).
 - L'entrée en conduction de Q_1 fait brusquement chuter la tension de base de Q_2 qui se bloque.
 - Comme aucun courant ne traverse plus la résistance de collecteur de Q_2 , la tension de base de $Q1$ remonte instantanément à V_{DD} .
 - Ce saut de tension, qui vaut $\Delta V=2\cdot R\cdot I$, est soumis à l'émetteur de Q_1 (car comme Q_1 conduit, on a $U_{BE1} \cong U_j = \text{cte}$) puis à l'émetteur de Q_2 (car la charge stockée dans C à ce moment ne peut pas varier instantanément), ce qui renforce encore le blocage de ce transistor.
 - On se retrouve alors dans le cas de la 1ere phase, mais avec les rôles inversés pour Q_1 et Q_2 .

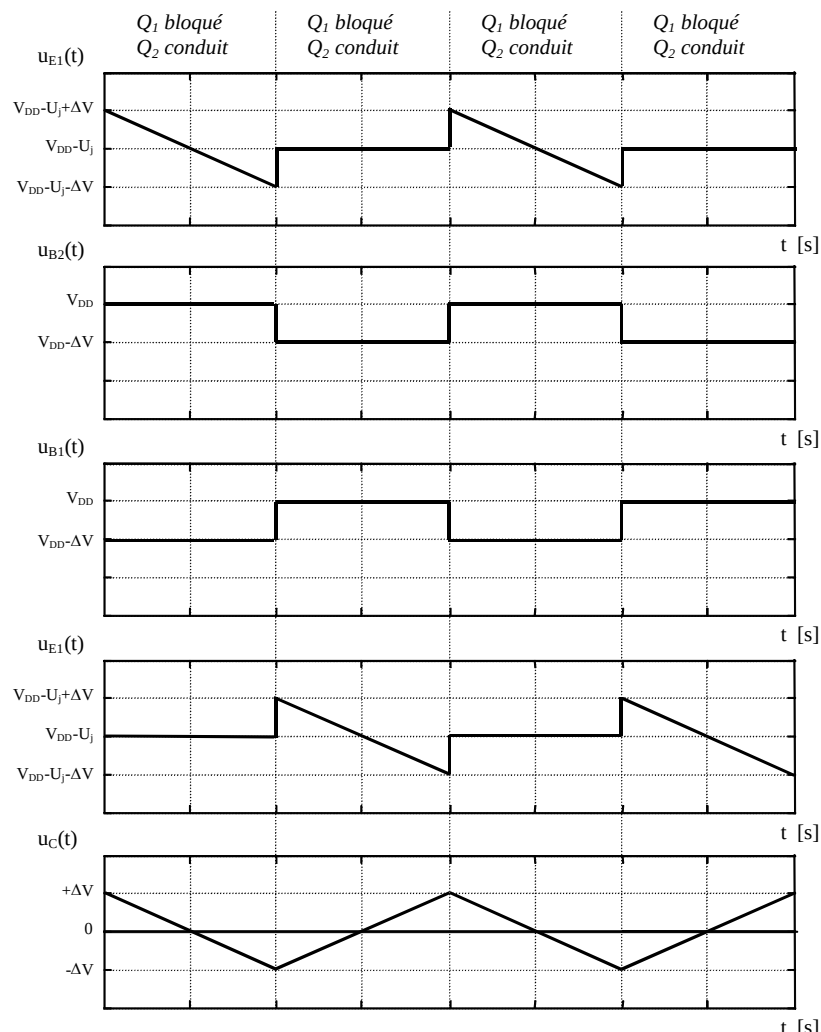


Figure 13-47 : Représentation graphique des signaux

– Remarques

- Il faut que $\Delta V = 2 \cdot R \cdot I \leq U_j$ sinon le transistor qui conduit est saturé
- Il existe un état stable de ce circuit. Il s'agit du cas où les deux transistors conduisent. Ce cas ne présente évidemment aucun intérêt ici, mais le fait qu'il puisse se produire signifie que ce circuit peut poser des problèmes de démarrage.

13.4.3.2 Utilisation en monostable

La capacité est toujours traversée par le courant I (dans un sens ou dans l'autre). La variation de la tension ΔU_C à ses bornes en fonction du temps vaut donc :

$$\Delta u_C(t) = \frac{I \cdot t}{C} \quad 13.31$$

En outre pour $t = T/2$ on a

$$\Delta u_C(T/2) = 2 \cdot \Delta V = 4 \cdot RI \quad 13.32$$

On trouve finalement :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{I}{4 \cdot C \cdot \Delta V} = \frac{1}{8 \cdot RC} \quad \text{indépendant de } I \quad 13.33$$

13.4.3.3 Transformation en VCO

La relation 13.33 montre que l'on peut régler la fréquence en contrôlant I , à condition de garder ΔV constant (indépendant de I).

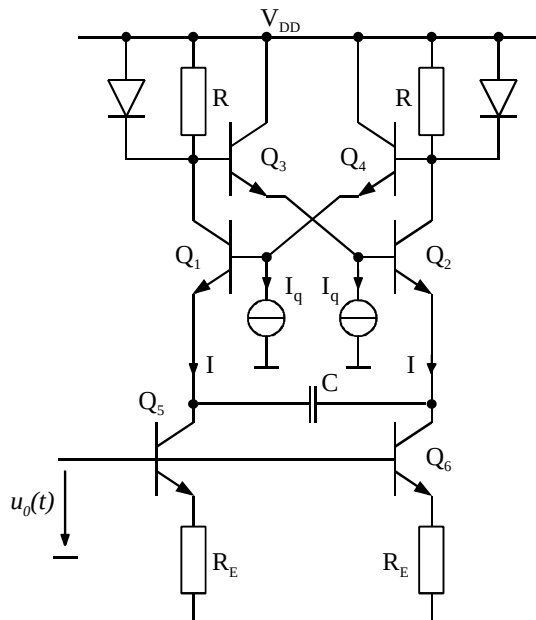


Figure 13-48 : Multivibrateur astable à couplage par l'émetteur : schéma final

Le schéma de la Figure 13-46 de la manière suivante :

- on fixe $\Delta V = U_j = \text{cte}$ en plaçant une diode (dans le sens passant) en parallèle avec R (qui doit subsister afin de laisser passer le courant de base du transistor conducteur)
- Pour éviter la saturation du transistor conducteur, on décale les niveaux des tensions de collecteur de U_j avant de les transmettre aux bases opposées. Ce décalage se fait au moyen de deux émetteurs suiveurs (collecteurs communs).
- On remplace les sources de courant I par des sources de courant commandées en tension.

Pour ce circuit, on a :

$$\omega_{osc}(t) = \frac{\pi \cdot (u_0(t) - U_j)}{2 \cdot R_E U_j C} \quad 13.34$$

13.4.4 Oscillateur numérique

13.4.4.1 Description générale

Le principe présenté à la Figure 13-49 est semblable à celui du VCO du circuit 54/74HC4046 ou 54/74HC4096.

Les éléments externes de réglage sont R_0 , R_{REF} , C_{ext} .

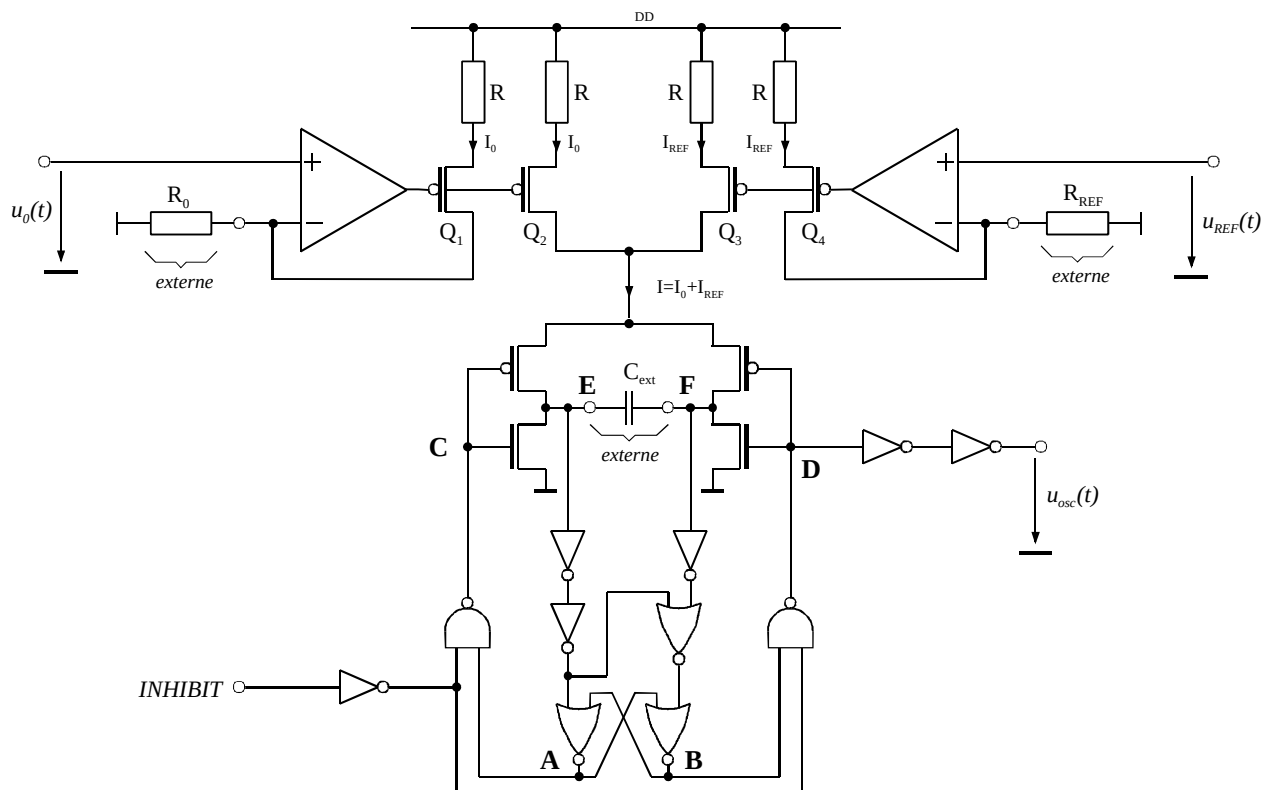


Figure 13-49 : VCO (54/74HC4096)

Le principe de fonctionnement se rapproche de celui du circuit à relaxation, c'est-à-dire charge puis décharge d'une capacité (C_{ext}) par un courant (I) piloté par un trigger. La résistance R_0 permet de faire varier le courant I par I_0 et R_{REF} apporte un offset de fréquence par I_{REF} .

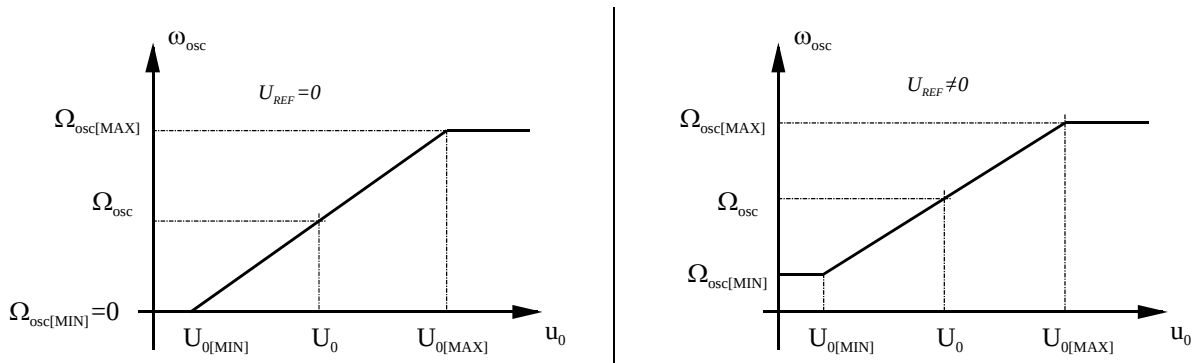


Figure 13-50 : Caractéristique du VCO numérique

13.4.4.2 Fonctionnement

Pour expliquer le fonctionnement de ce circuit, on suppose que :

- il est alimenté entre V_{DD} et 0V (tension logique),
- le seuil de basculement des portes logique se situe à la moitié de la tension d'alimentation,
- le signal INHIBIT vaut 1 pour $t < 0$ et 0 à partir de $t > 0$.

Les deux portes NOR du bas forment une bascule RS. tant que INHIBIT=0, les sortie A et B de cette bascule ne peuvent pas être dans le même état logique en même temps (en dehors des phases de transitions).

Partons de l'exemple du cas $A=0$ et $B=1$. L'état logique $A=0$ provoque $C=1$. Le transistor NMOS de gauche conduit et provoque $E=0$. L'état logique $B=1$ provoque $D=0$ et c'est donc le transistor PMOS de droite qui conduit. Le courant I charge la capacité externe et la tension du nœud F croît linéairement. Lorsque cette tension atteint le seuil de basculement de l'inverseur, elle est considérée comme un état logique 1, ce qui provoque le passage de B à 0, puis le passage de A et de D à 1. La capacité se décharge rapidement à travers le transistor NMOS de droite et le nœud F passe à 0 à peu près en même temps que le nœud C. C'est alors le transistor PMOS de gauche qui laisse circuler le courant I et la tension au nœud E croît linéairement. Le cycle se poursuit ainsi, jusqu'à ce que l'entrée INHIBIT passe à 1.

L'intensité du courant I détermine le temps de charge (décharge) de la capacité C_{ext} , et par conséquent la fréquence du signal de sortie.



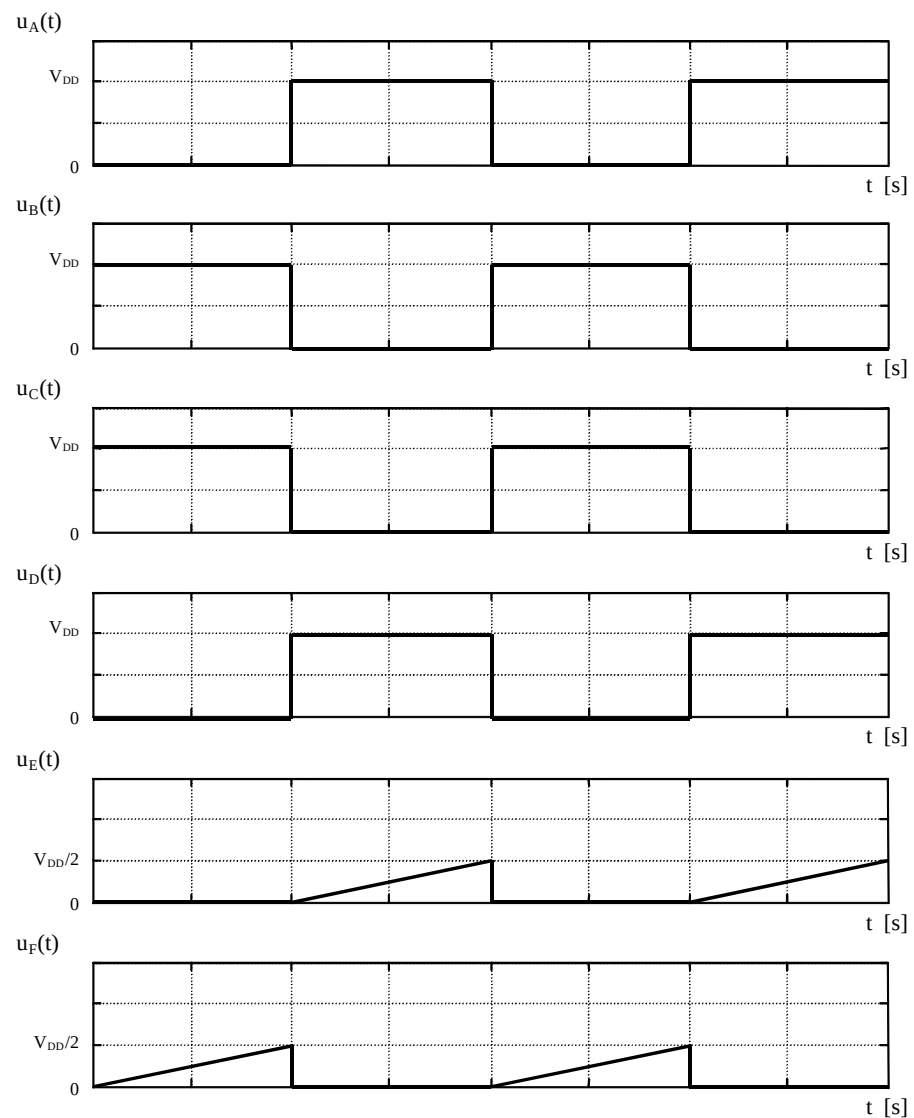


Figure 13-51 : Représentation graphique des signaux

13.5 FILTRES DE BOUCLE

Le filtre de boucle à pour rôle :

- d'assurer les performances de l'asservissement : bande passante, amortissement, etc ...
- d'atténuer le plus possible les produits indésirables issus du comparateur de phase.

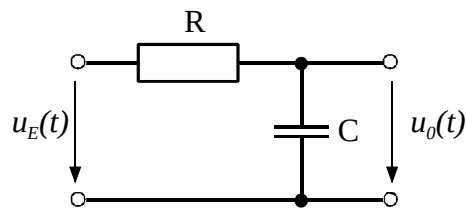
Nous traiterons aux paragraphes suivants les trois types de filtres les plus souvent utilisés, auxquels nous ajouterons un filtre plus élaboré.

13.5.1 Premier type : filtre passif comportant un pôle

C'est le filtre le plus simple, comprenant une résistance et un condensateur

La fonction de transfert correspondante est

$$F(s) = \frac{u_0(s)}{u_E(s)} = \frac{1}{1 + sRC} = \frac{1}{1 + s\tau} \quad \text{avec} \quad \tau = RC \quad 13.35$$

Figure 13-52 : Filtre RC de 1^{er} type

Le tracé de Bode de cette fonction est le suivant

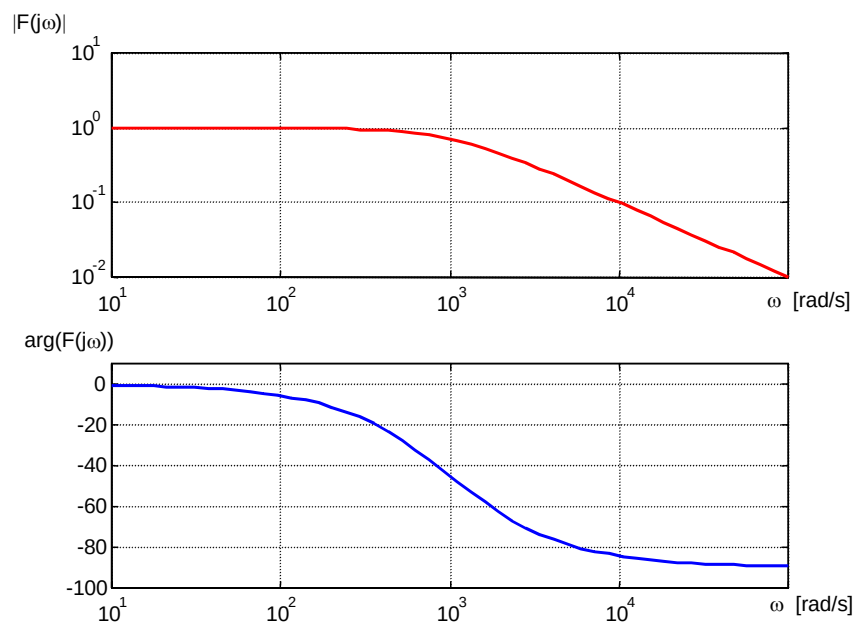
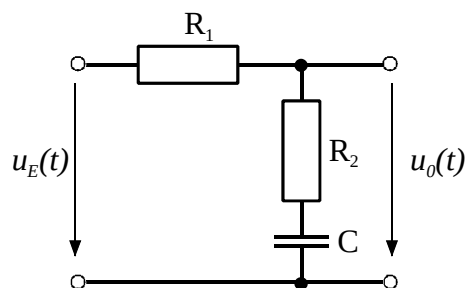


Figure 13-53 : Diagramme de Bode

13.5.2 Deuxième type : filtre passif comportant un pôle et un zéro

Ce filtre est constitué par deux résistances et un condensateur :

Figure 13-54 : Filtre RC de 2^{ème} type

La fonction de transfert correspondante est

$$F(s) = \frac{u_0(s)}{u_E(s)} = \frac{1 + sR_2C}{1 + s(R_1 + R_2)C} = \frac{1 + s\tau_2}{1 + s\tau_1} \quad 13.36$$

avec $\tau_1 = (R_1 + R_2)C$ et $\tau_2 = R_2C$

Le tracé de Bode de cette fonction est le suivant

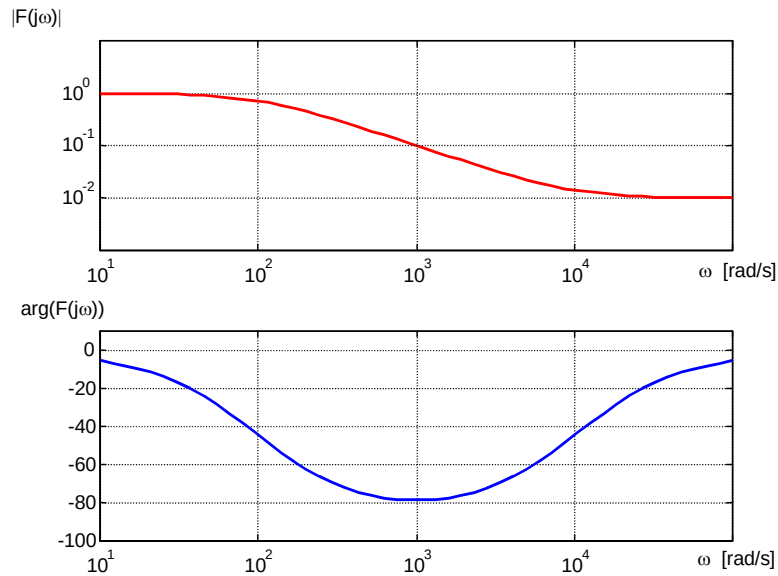


Figure 13-55 : Diagramme de Bode

13.5.3 Troisième type : filtre actif intégrateur du 1^{er} ordre

La troisième structure est un filtre actif mettant en œuvre un amplificateur opérationnel. Lorsque la fréquence tend vers zéro, le gain de ce filtre tend vers celui de l'amplificateur opérationnel en boucle ouverte, ce qui correspond à un gain très élevé, idéalement infini.

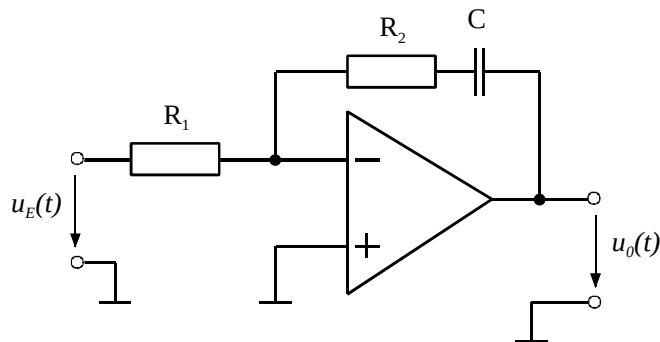


Figure 13-56 : Filtre actif de 3^{ème} type

La fonction de transfert correspondante est donnée par la relation

$$F(s) = \frac{u_0(s)}{u_E(s)} = \frac{1 + sR_2C}{sR_1C} = \frac{1 + s\tau_2}{s\tau_1} \quad 13.37$$

avec $\tau_1 = R_1C$ et $\tau_2 = R_2C$

Le tracé de Bode correspondant prend la forme suivante

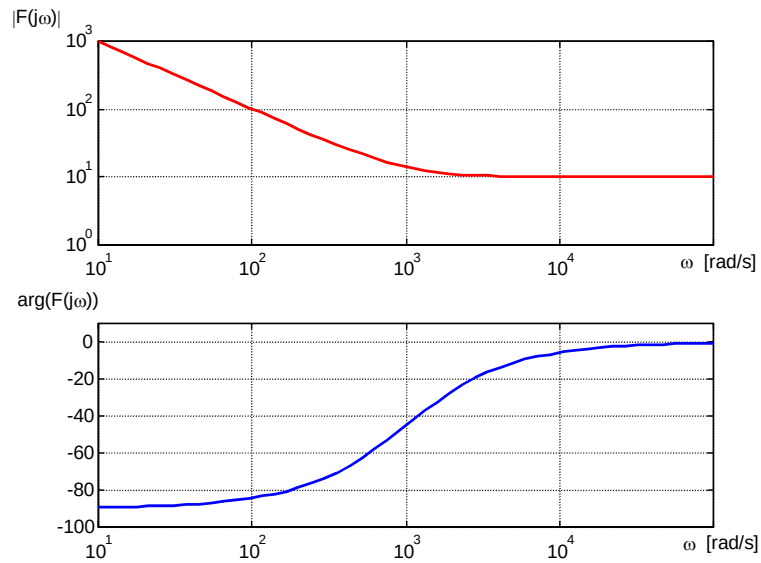


Figure 13-57 : Filtre actif du 1^{er} ordre

13.5.4 Atténuation supplémentaire

Parmi les trois filtres précédents, seul le premier est susceptible d'atténuer suffisamment les composantes indésirables issues du comparateur de phase.

Les deux autres filtres n'atténuent plus au-delà de la pulsation $\omega = 1/\tau_2$

Pour les deux dernières structures, il est nécessaire de prévoir un filtre supplémentaire. Celui-ci est obtenu en ajoutant un condensateur C' supplémentaire pour la structure du filtre du deuxième type

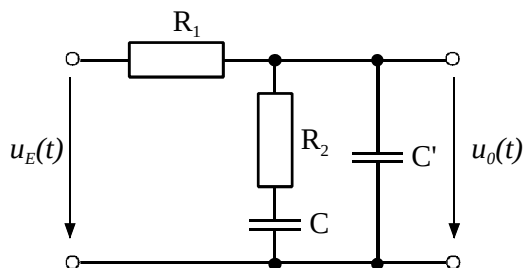
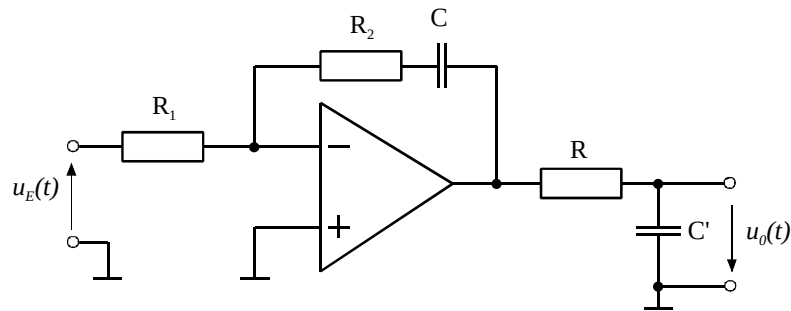


Figure 13-58 : Filtre RC du 2^{ème} type amélioré

ou une cellule R, C' pour le filtre du troisième type.

Figure 13-59 : Filtre actif du 3^{ème} type amélioré

13.5.5 Exemple de filtres plus élaborés

Dans certaines applications où la pureté spectrale est primordiale, l'atténuation que représentent les filtres précédents aux différentes composantes indésirables issues du comparateur de phase peut se révéler insuffisante.

Dans le but d'obtenir une meilleure réjection des signaux parasites, il peut être nécessaire de compliquer le filtre de boucle.

La Figure 13-60 propose un exemple de structure améliorée.

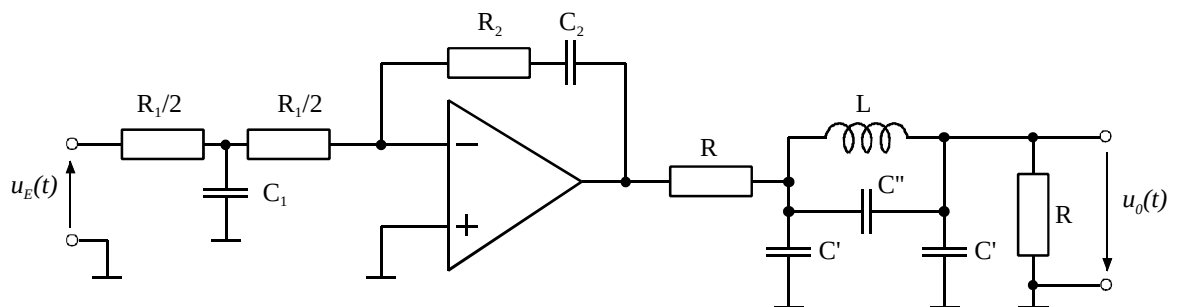


Figure 13-60 : Filtre BP élaboré

Les diverses caractéristiques de ce filtre peuvent être décomposées de la manière suivante :

- un pré-filtrage est réalisé par les deux résistances de valeur $R_1/2$, associées au condensateur C_2 , de façon à réduire les composantes indésirables issues du comparateur de phase que l'amplificateur opérationnel n'est pas en mesure de traiter.
- Un filtre de Caue, de type passe-bas constitué par L , C'' et les deux condensateurs C' , a pour but de présenter une atténuation très élevée, idéalement infinie, à une fréquence telle que :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC''}} \quad 13.38$$

correspondant à la fréquence d'entrée de la boucle de phase.

Les fréquences harmoniques de cette même fréquence d'entrée sont également très fortement atténuées par cette structure passe-bas.

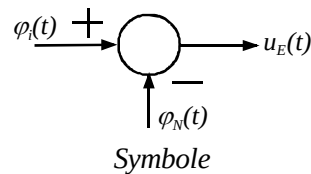
- Les deux résistances R ont pour but d'adapter le filtre de Caue.
- La résistance R , à droite du filtre, a une valeur suffisamment faible (de l'ordre du $k\Omega$), pour masquer l'impédance d'entrée nettement plus élevée du VCO.

13.6 FONCTION DE TRANSFERT GÉNÉRALE DE LA BOUCLE DE VERROUILLAGE DE PHASE

Dans cette section nous passerons en revue chaque composant constituant la boucle de verrouillage de phase pour en déterminer la fonction de transfert de chaque bloc.

13.6.1 Le détecteur de phase

Ce bloc permet de déterminer l'erreur de phase. Après linéarisation autour du point de fonctionnement.



$$u_E(t) = K_D \cdot [\varphi_i(t) - \varphi_N(t)]$$

$$= K_D \cdot \varphi_E(t)$$

Comportement

Figure 13-61 : Caractéristiques du détecteur de phase

En utilisant Laplace, on a donc

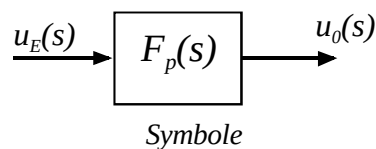
$$\phi_E(s) = \varphi_i(s) - \varphi_N(s) \quad 13.39$$

et

$$u_E(s) = K_D \cdot \phi_E(s) \quad 13.40$$

13.6.2 Le filtre

Le filtre, de type quelconque, peut être représenté par le schéma bloc de la Figure 13-62



$$u_0(s) = F_p(s) \cdot u_E(s)$$

Comportement

Figure 13-62 : Caractéristiques du filtre

La fonction de transfert $F_p(s)$ caractérise d'une façon générale n'importe quel type de filtre. On peut donc écrire la relation comportementale unique

$$u_0(s) = F_p(s) \cdot u_E(s) \quad 13.41$$

13.6.3 Le VCO

Le filtre, de type quelconque, peut être représenté par le schéma bloc de la Figure 13-63.

$\Omega_{osc} = 2 \cdot \pi \cdot F_{osc}$ est la free-running frequency, la fréquence pour laquelle $u_0(t)=0$

$\Delta\omega_{osc} = K_0 \cdot u_0(t)$ est l'écart de fréquence par rapport à $\Omega_{osc}(t)$

La sensibilité K_0 du VCO s'exprime en [rad/Vs]

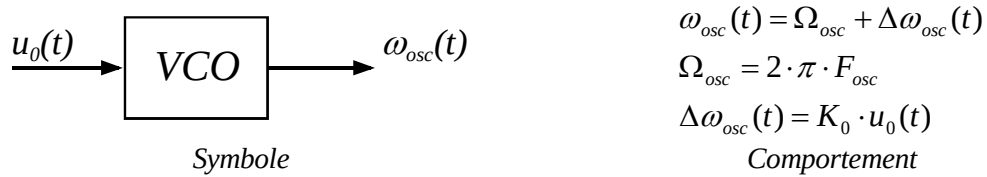


Figure 13-63 : Caractéristiques du VCO

13.6.3.1 Relation phase fréquence du signal VCO

La phase d'un signal sinusoïdal est l'intégrale par rapport au temps de sa fréquence :

$$\varphi_{osc}(t) = \int_0^t \omega_{osc}(t) dt = \Omega_{osc} \cdot t + \int_0^t \Delta \omega_{osc}(t) dt = \Omega_{osc} \cdot t + \Delta \varphi_{osc}(t) \quad 13.42$$

La phase est donc définie par rapport à celle de la "free-running frequency" avec

$$\Delta \varphi_{osc}(t) = \int_0^t \Delta \omega_{osc}(t) dt \quad 13.43$$

En utilisant la transformée de Laplace. il vient

$$\Delta \varphi_{osc}(s) = \frac{1}{s} \Delta \omega_{osc}(s) \quad 13.44$$

et pour le VCO

$$\Delta \omega_{osc}(s) = K_0 \cdot u_0(s) \quad 13.45$$

d'où

$$\Delta \varphi_{osc}(s) = \frac{K_0}{s} \cdot u_0(s) \quad 13.46$$

Le VCO introduit une intégration entre sa tension d'entrée $u_0(t)$ et sa phase de sortie $\varphi_0(t)$

13.6.4 Fonction de transfert du diviseur de fréquence

Le diviseur de fréquence est constitué d'un compteur par N programmable.

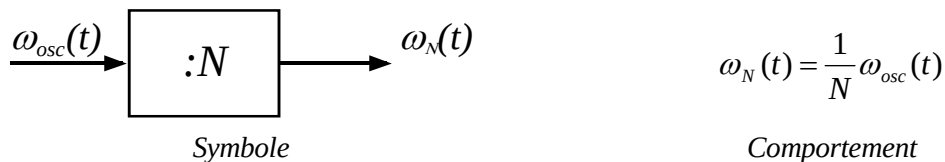


Figure 13-64 : Caractéristiques du VCO

En utilisant la transformée de Laplace. on peut donc simplement écrire

$$\omega_N(s) = \frac{1}{N} \omega_{osc}(s) \quad 13.47$$

13.7 FONCTIONNEMENT DANS LE DOMAINE LINÉAIRE

13.7.1 Fonction de transfert de la boucle.

Lors du fonctionnement en mode verrouillage de la boucle, les corrections qui sont apportées au VCO ont des amplitudes très faibles. Ceci signifie que les variations des grandeurs autour des points de fonctionnement des différents éléments constitutifs de la boucle ont des amplitudes suffisamment faibles pour que l'on puisse admettre que le fonctionnement de l'asservissement est linéaire.

Le schéma bloc de l'asservissement de la phase peut être représenté par le schéma bloc de la Figure 13-65

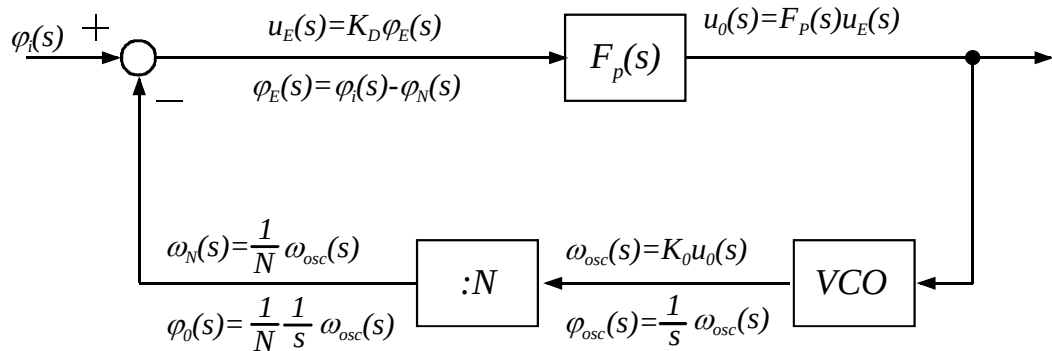


Figure 13-65 : Schéma bloc de la boucle d'asservissement

La grandeur de sortie est donnée par la relation

$$u_0(s) = K_D \cdot F_p(s) \left(\varphi_i(s) - \frac{K_0}{N} \frac{1}{s} u_0(s) \right) \quad 13.48$$

qui permet de définir la fonction de transfert du système en boucle fermée.

$$\frac{u_0(s)}{\varphi_i(s)} = \frac{K_D F_p(s)}{1 + K_D F_p(s) \frac{K_0}{N} \frac{1}{s}} = \frac{K_D F_p(s) \cdot s}{s + K_D F_p(s) \frac{K_0}{N}} \quad 13.49$$

C'est la fonction caractéristique d'un système bouclé à réaction négative du type

$$H(s) = \frac{A(s)}{1 + \beta(s)A(s)} \quad \text{avec} \quad A(s) = K_D F_p(s) \quad \text{et} \quad \beta(s) = \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1}{s} \quad 13.50$$

13.7.2 Fonction dérivée de la fonction de transfert

Sachant que

$$u_0(s) = K_D F_p(s) \cdot \varphi_E(s) \quad 13.51$$

il vient la fonction d'erreur

$$\frac{\varphi_E(s)}{\varphi_i(s)} = \frac{s}{s + K_D F_p(s) \frac{K_0}{N}} \quad 13.52$$

D'autre part

$$\varphi_i(s) = \frac{\omega_i(s)}{s} \quad 13.53$$

on en déduit la fonction de transfert entre la fréquence d'entrée et la tension de sortie

$$\frac{u_0(s)}{\omega_i(s)} = \frac{K_D F_p(s)}{s + K_D F_p(s) \frac{K_0}{N}} \quad 13.54$$

L'étude de la stabilité peut se faire sur n'importe laquelle de ces fonctions de transfert puisque le dénominateur est identique pour chacune d'elles.

13.7.3 Comportement de la boucle en fonction du type de filtre utilisé.

13.7.3.1 Premier type : filtre passif comportant un pôle

13.7.3.1.1 Gain en boucle ouverte

Le gain en boucle ouverte est défini par la relation

$$G_0(s) = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{F_p(s)}{s} = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1}{s(1+s\tau)} \quad 13.55$$

Le diagramme de Bode correspondant est représenté à la Figure 13-66.

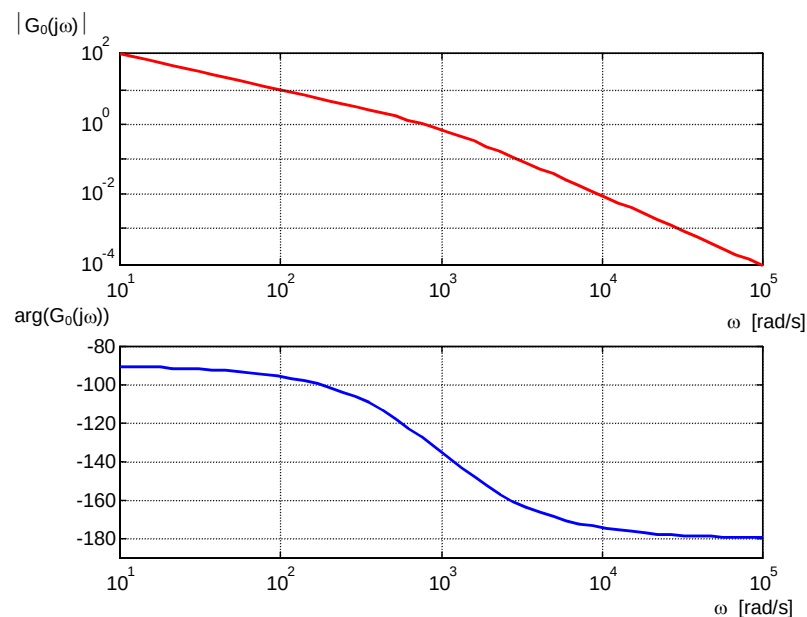


Figure 13-66 : Diagramme de Bode pour un filtre du 1^{er} type

En ne raisonnant que sur les seules asymptotes, que pour respecter la marge de phase de 45° , il est nécessaire que l'on ait la condition :

$$K = K_D \frac{K_0}{N} \leq \frac{1}{\tau} \quad 13.56$$

Le module du gain en boucle ouverte est égal à 1 pour une pulsation ω telle que :

$$\omega^2 = \frac{1}{2\tau^2} (\sqrt{1 + 4K^2\tau^2} - 1) \quad 13.57$$

Ce module doit être égal à 1 lorsque la marge de phase est égale à 45° , c'est-à-dire pour $\omega = \frac{1}{\tau}$. Il en résulte que $K\tau = \sqrt{2}$.

13.7.3.1.2 Gain en boucle fermée

Le gain en boucle fermée prend la forme

$$G_f(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} = \frac{K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1}{s(1+s\tau)}}{1 + K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1}{s(1+s\tau)}} = \frac{K_D \frac{K_0}{N} \frac{1}{\tau}}{s^2 + \frac{1}{\tau}s + K_D \frac{K_0}{N} \frac{1}{\tau}} \quad 13.58$$

Le dénominateur peut se mettre sous la forme $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$, dans laquelle ξ représente l'amortissement et ω_n la bande passante.

Ainsi le gain en boucle fermée s'écrit

$$G_f(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad 13.59$$

avec $2\xi\omega_n = \frac{1}{\tau}$ et $\omega_n^2 = K_D \frac{K_0}{N} \frac{1}{\tau}$.

On en déduit en particulier que $\xi = \frac{1}{2\sqrt{K_D \frac{K_0}{N} \tau}}$.

La marge de phase est exactement égale à 45° pour $K_D \frac{K_0}{N} \tau = \sqrt{2}$, ce qui correspond à un amortissement de $\xi = 0.42$.

En conclusion, ce qui se voit facilement sur le diagramme de Bode de la Figure 13-66, avec un filtre de boucle du 1^{er} type, le gain $K_D \frac{K_0}{N}$ ne doit pas être trop élevé

13.7.3.2 Deuxième type : filtre passif comportant un pôle et un zéro

13.7.3.2.1 Gain en boucle ouverte

Le gain en boucle ouverte est défini par la relation

$$G_0(s) = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{F_p(s)}{s} = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1+s\tau_2}{s(1+s\tau_1)} \quad 13.60$$

La Figure 13-67 montre, que pour assurer la stabilité de l'asservissement en ayant une marge de phase supérieure ou égale à 45° , il est nécessaire cette fois d'avoir un gain élevé de façon à ce que le gain unité de la boucle ouverte se situe là où la pente de l'asymptote vaut -20dB/décade

$$K = K_D \frac{K_0}{N} \leq \frac{\tau_1}{\tau_2} \quad 13.61$$

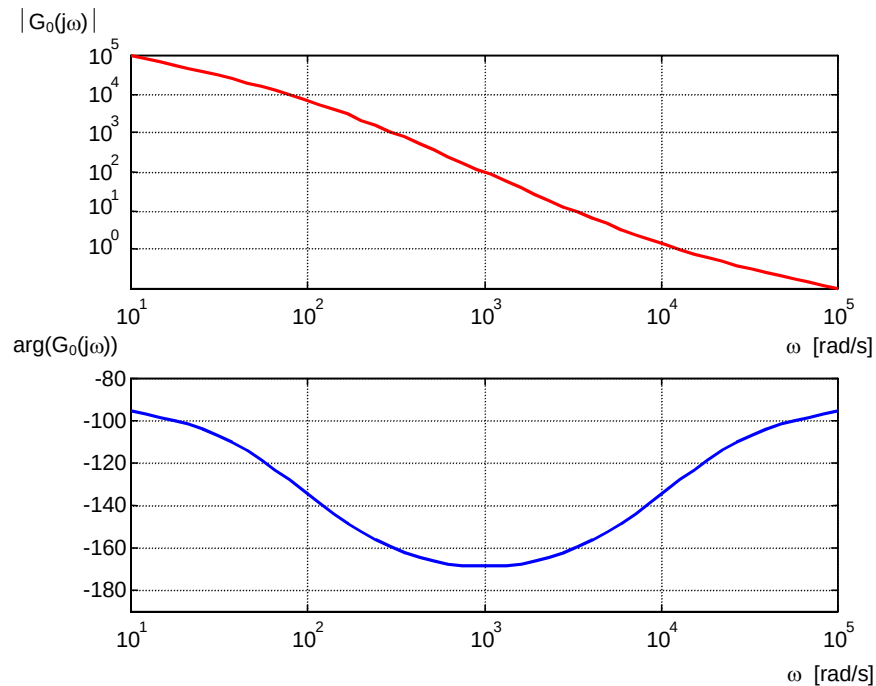


Figure 13-67 : Diagramme de Bode pour un filtre du 2^{er} type

13.7.3.2.2 Gain en boucle fermée

Le gain en boucle fermée prend la forme

$$G_f(s) = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)} = \frac{K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1+s\tau_2}{s(1+s\tau_1)}}{1+K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1+s\tau_2}{s(1+s\tau_1)}} = \frac{K_D \frac{K_0}{N} \frac{1}{\tau_1} (1+s\tau_2)}{s^2 + s \frac{1+K_D \frac{K_0}{N} \tau_2}{\tau_1} + K_D \frac{K_0}{N} \frac{1}{\tau_1}} \quad 13.62$$

soit

$$G_f(s) = \frac{\omega_n^2(1+s\tau_2)}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad 13.63$$

avec

$$2\xi\omega_n = \frac{1 + K_D \frac{K_0}{N} \tau_2}{\tau_1} \text{ et } \omega_n^2 = K_D \frac{K_0}{N} \frac{1}{\tau_1}. \quad 13.64$$

on en déduit en particulier

$$\xi = \frac{1 + K_D \frac{K_0}{N} \tau_2}{2\sqrt{K_D \frac{K_0}{N} \tau_1}} \quad 13.65$$

En pratique, bien souvent $K_D \frac{K_0}{N} \tau_2 \gg 1$ de sorte que

$$\xi \cong \sqrt{\frac{K_D \frac{K_0}{N} \tau_2}{\tau_1}} \quad 13.66$$

Contrairement au cas du filtre du 1^{er} type, l'amortissement augmente quand le gain $K_D \frac{K_0}{N}$ augmente, ce qui confirme, comme on l'a vu, qu'il est souhaitable d'augmenter le gain pour assurer la stabilité de l'asservissement.

On s'arrangera toutefois pour que l'amortissement reste compris entre 0.5 et 1. En pratique, la valeur optimale étant égale à $2\xi_{opt} = \sqrt{2}$.

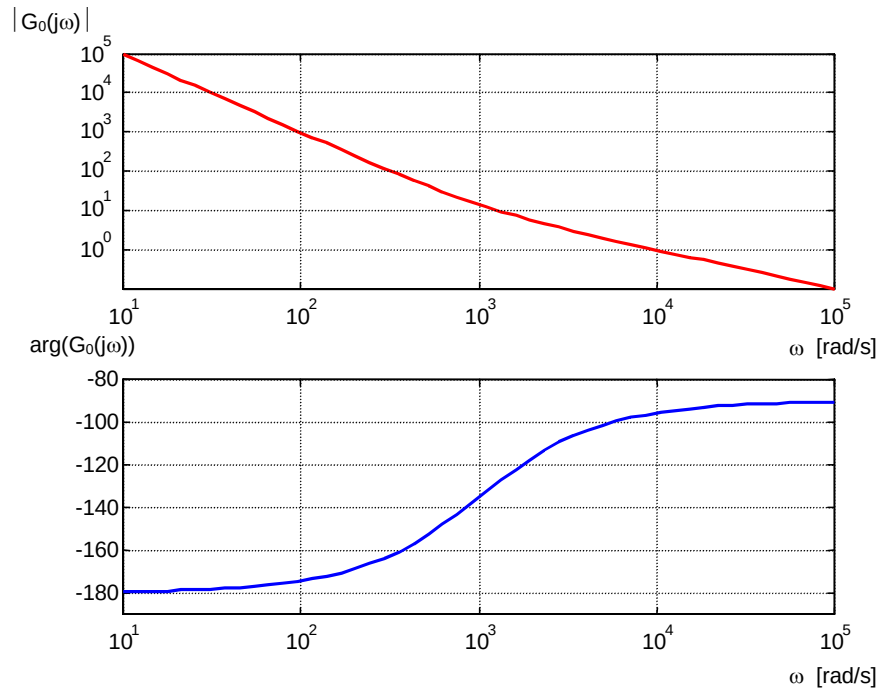
13.7.3.3 Troisième type : filtre actif intégrateur du 1^{er} ordre.

13.7.3.3.1 Gain en boucle ouverte

Le gain en boucle ouverte est défini par la relation

$$G_0(s) = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{F_p(s)}{s} = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1+s\tau_2}{s^2\tau_1} \quad 13.67$$

Le diagramme de Bode de l'amplitude de la Figure 13-68 présente une parfaite similitude avec celui correspondant au filtre du 2^{ème} type (Figure 13-67).

Figure 13-68 : Diagramme de Bode pour un filtre actif du 1^{er} ordre

13.7.3.3.2 Gain en boucle fermée

Le gain en boucle fermée prend la forme

$$G_f(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} = \frac{K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1 + s\tau_2}{s^2\tau_1}}{1 + K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1 + s\tau_2}{s^2\tau_1}} = \frac{K_D \frac{K_0}{N} \frac{1}{\tau_1} (1 + s\tau_2)}{s^2 + s \frac{K_D \frac{K_0}{N} \tau_2}{\tau_1} + K_D \frac{K_0}{N} \frac{1}{\tau_1}} \quad 13.6$$

soit

$$G_f(s) = \frac{\omega_n^2 (1 + s\tau_2)}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad 13.69$$

avec

$$2\xi\omega_n = K_D \frac{K_0}{N} \frac{\tau_2}{\tau_1} \text{ et } \omega_n^2 = K_D \frac{K_0}{N} \frac{1}{\tau_1}. \quad 13.70$$

On en déduit en particulier

$$\xi = \sqrt{\frac{K_D \frac{K_0}{N}}{\tau_1} \tau_2} \quad 13.71$$

On retrouve les mêmes résultats que pour le filtre précédent avec la condition $K_D \frac{K_0}{N} \tau_2 \gg 1$.

13.7.4 Boucle utilisant un comparateur phase – fréquence

Les boucles de phase utilisant un comparateur de phase-fréquence constituent un cas particulier. En reprenant le comparateur illustré par la Figure 13-26, on peut donner l'expression du courant moyen de sortie. En effet ce dernier, dans la charge de sortie Z est directement lié à l'erreur de phase et peut s'écrire

$$i_{\text{moyen}}(t) = \frac{\varphi_E(t)}{2\pi} I \quad 13.72$$

Ceci suppose bien entendu que l'impédance vue au niveau de l'entrée du VCO est idéalement infinie ou du moins très élevée comparée à la charge Z, ce qui est pratiquement toujours le cas. La tension de commande de l'oscillateur est donc égale à :

$$u_0(t) = Z \cdot i_{\text{moyen}}(t) = \frac{\varphi_E(t)}{2\pi} I \quad 13.73$$

La transformée de Laplace de la relation 13.73 prend la forme suivante

$$u_0(s) = Z(s) \frac{I}{2\pi} \varphi_E(s) = Z(s) \frac{I}{2\pi} (\varphi_i(s) - \varphi_N(s)) \quad 13.74$$

La phase du signal de sortie du compteur par N est égale à

$$\varphi_N(s) = \frac{\varphi_{\text{osc}}(s)}{N} = \frac{K_0}{N} \frac{1}{s} u_0(s) \quad 13.75$$

On peut donc écrire

$$\varphi_N(s) = \frac{\varphi_{\text{osc}}(s)}{N} = \frac{K_0}{N} \frac{1}{s} Z(s) \frac{I}{2\pi} (\varphi_i(s) - \varphi_N(s)) \quad 13.76$$

Il en résulte que la fonction de transfert en boucle fermée est égale à :

$$G_f(s) = \frac{\varphi_0(s)}{\varphi_i(s)} = \frac{\frac{K_0}{2\pi N \cdot s} I \cdot Z(s)}{1 + \frac{K_0}{2\pi N \cdot s} I \cdot Z(s)} = \frac{\frac{K_0}{2\pi N} I \cdot Z(s)}{s + \frac{K_0}{2\pi N} I \cdot Z(s)} \quad 13.77$$

L'impédance Z ne peut pas être quelconque sous peine d'affecter la stabilité de la boucle.

13.7.4.1 Cas où l'impédance de charge est un condensateur

En supposant que l'impédance de charge Z est un condensateur C, l'impédance de charge Z(s) devient

$$Z(s) = \frac{1}{sC} \quad 13.78$$

et le gain en boucle fermée (relation 13.77) s'écrit

$$G_f(s) = \frac{\varphi_o(s)}{\varphi_i(s)} = \frac{\frac{K_0}{2\pi NC} I}{s^2 + \frac{K_0}{2\pi NC} I} \quad 13.79$$

En comparant le dénominateur de cette expression avec la forme traditionnelle correspondant à un polynôme de deuxième ordre, $s^2 + 2\xi\omega_n \cdot s + \omega_n^2$, on voit immédiatement que l'amortissement ξ est nul, ce qui signifie que la boucle n'est pas stable.

13.7.4.2 Cas où l'impédance de charge est un condensateur en série avec une résistance

En supposant que l'impédance de charge Z est un condensateur C en série avec une résistance, l'impédance de charge devient

$$Z(s) = \frac{1 + sRC}{sC} \quad 13.80$$

et le gain en boucle fermée (relation 13.77) s'écrit

$$G_f(s) = \frac{\varphi_N(s)}{\varphi_i(s)} = \frac{\frac{K_0}{2\pi Ns} I \left(\frac{1 + sRC}{sC} \right)}{1 + \frac{K_0}{2\pi Ns} I \left(\frac{1 + sRC}{sC} \right)} = \frac{\frac{K_0}{2\pi N} I (1 + sRC)}{s^2 + \frac{K_0 RI}{2\pi N} s + \frac{K_0 I}{2\pi NC}} \quad 13.81$$

Cette fois, l'amortissement ξ est non nul. La boucle peut donc, sous certaines conditions, être stable.

13.7.5 Comportement d'une boucle à diverses sollicitations

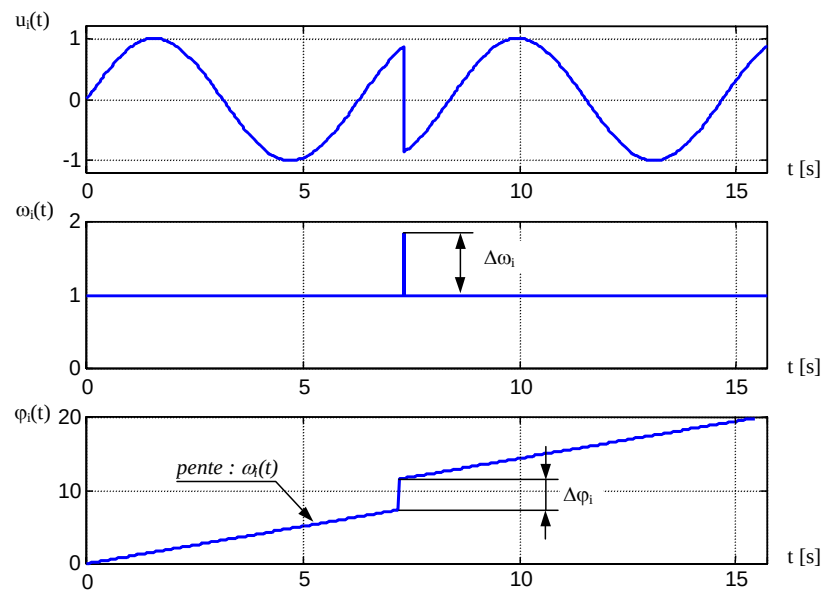
Dans ce paragraphe, la boucle est supposée être un système linéaire. Ceci signifie, en particulier, que les amplitudes des sauts de phase ou de pulsations appliqués à l'entrée restent limités de façon à ce que la boucle reste verrouillée.

Pour l'étude de la réponse d'une boucle aux sauts de phase ou de fréquence, on utilise la fonction de transfert en boucle fermée définie par la relation 13.52, soit

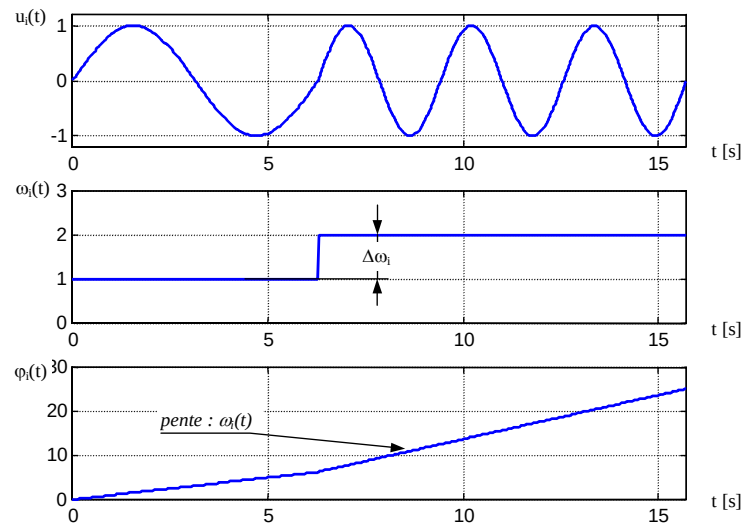
$$\frac{\varphi_E(s)}{\varphi_i(s)} = \frac{s}{s + K_D F_p(s) \frac{K_0}{N}} \quad 13.82$$

Par conséquent, on étudiera l'évolution de l'échelon de phase en fonction de la fréquence

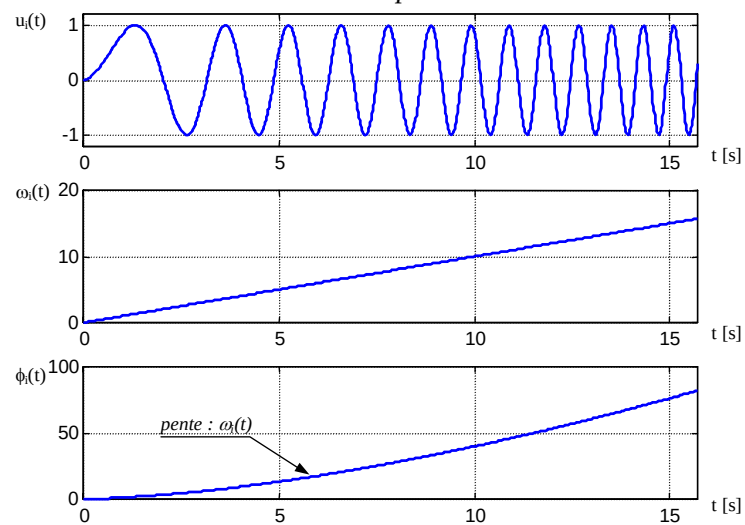
La Figure 13-69 illustre différentes sollicitations applicables à l'entrée de la PLL



Echelon de phase



Echelon de pulsation



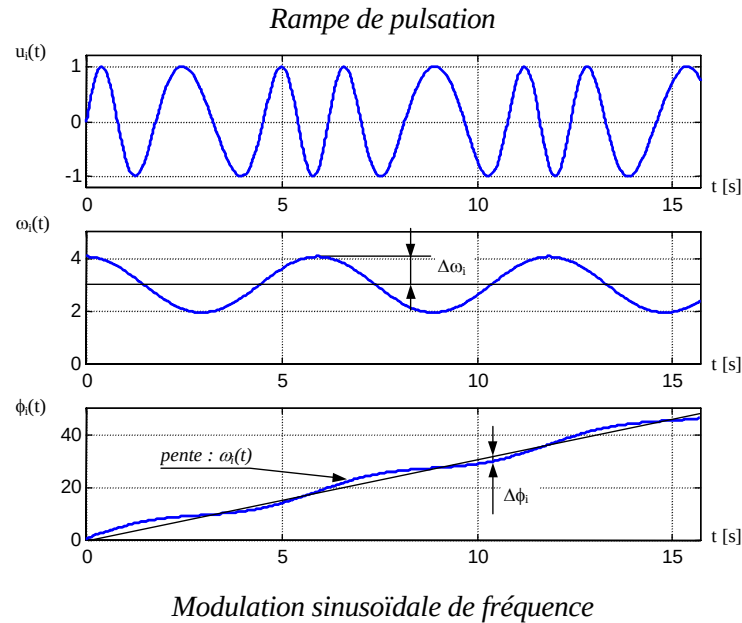


Figure 13-69 : Sollicitations applicables à l'entrée de la boucle d'asservissement de phase

13.7.5.1 Réponse à un échelon de phase.

Partant d'une situation correspondant à une phase φ_i , à l'entrée et une phase φ_N en sortie, on se propose d'étudier le comportement de la boucle en réponse à un saut de phase $\Delta\varphi_i$ en entrée. La variation de phase $\Delta\varphi_i$ appliquée à l'instant zéro en entrée, est donc égale à $\Delta\varphi_i \cdot \varepsilon(t)$ où $\varepsilon(t)$ représente un saut indiciel unité. La transformée de Laplace correspondante est égale à $\frac{\Delta\varphi_i}{s}$.

La transformée de l'erreur de phase s'en déduit immédiatement

$$\varphi_E(s) = \frac{s}{s + K_D \frac{K_0}{N} F_p(s)} \varphi_i(s) \bigg|_{\varphi_i(s) = \frac{\Delta\varphi_i}{s}} = \frac{1}{s + K_D \frac{K_0}{N} F_p(s)} \Delta\varphi_i \quad 13.83$$

Le théorème de la valeur finale permet de connaître l'erreur de phase au bout d'un temps infini.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_E(t) = \lim_{s \rightarrow 0} (s \varphi_E(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{s}{s + K_D \frac{K_0}{N} F_p(s)} \Delta\varphi_i \right) = 0 \quad 13.84$$

Dans certain cas, il peut être nécessaire de connaître l'évolution de l'erreur de phase à partir du moment où le saut de phase a eu lieu en entrée. Il suffit pour cela, de calculer $\varphi_E(t)$, à partir de la relation 13.83. L'évolution de l'erreur de phase $\varphi_E(t)$ est bien entendu fonction du type de filtre utilisé. On peut donc écrire l'expression générale

$$\varphi_E(t) = \mathbf{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s + K_D \frac{K_0}{N} F_p(s)} \Delta \varphi_i \right\} \quad 13.85$$

13.7.5.1.1 Cas du filtre du 1^{er} type

$$F_p(s) = \frac{1}{1+s\tau}, \quad \omega_n^2 = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1}{\tau}, \quad 2\xi\omega_n = \frac{1}{\tau}$$

$$\xi > 1 \quad \varphi_E(t) = \Delta \varphi_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\cosh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t) + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \sinh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t) \right] \quad 13.86$$

$$\xi = 1 \quad \varphi_E(t) = \Delta \varphi_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot [1 + \omega_n \cdot t]$$

$$\xi < 1 \quad \varphi_E(t) = \Delta \varphi_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\cos(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) + \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) \right]$$

13.7.5.1.2 Cas du filtre du 2^{ème} type

$$F_p(s) = \frac{1+s\tau_2}{1+s\tau_1}, \quad \omega_n^2 = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1}{\tau_1}, \quad 2\xi\omega_n = \frac{1 + K_D \frac{K_0}{N} \tau_2}{\tau_1}$$

$$\xi > 1 \quad \varphi_E(t) = \Delta \varphi_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\cosh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t) + \frac{\frac{\omega_n N}{K_D K_0} - \xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \sinh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t) \right] \quad 13.87$$

$$\xi = 1 \quad \varphi_E(t) = \Delta \varphi_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[1 + \left(\frac{\omega_n N}{K_D K_0} - 1 \right) \omega_n \cdot t \right]$$

$$\xi < 1 \quad \varphi_E(t) = \Delta \varphi_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\cos(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) + \frac{\frac{\omega_n N}{K_D K_0} - \xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) \right]$$

13.7.5.1.3 Cas du filtre du 3^{ème} type

$$F_p(s) = \frac{1+s\tau_2}{s\tau_1}, \quad \omega_n^2 = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1}{\tau_1}, \quad 2\xi\omega_n = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{\tau_2}{\tau_1}$$

$$\xi > 1 \quad \varphi_E(t) = \Delta \varphi_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\cosh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t) - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \sinh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t) \right] \quad 13.88$$

$$\xi = 1 \quad \varphi_E(t) = \Delta \varphi_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot [1 - \omega_n \cdot t]$$

$$\xi < 1 \quad \varphi_E(t) = \Delta \varphi_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\cos(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) - \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) \right]$$

Comme l'indique la relation 13.84 liée au théorème de la valeur finale, l'erreur de phase tend vers zéro lorsque le temps tend vers l'infini, à cause du facteur multiplicatif $e^{-\xi\omega_n t}$.

13.7.5.2 Réponse à un échelon de pulsation

A l'instant $t=0$, on suppose que la pulsation en entrée varie d'une quantité $\Delta\omega$. La transformée de Laplace de $\Delta\omega \cdot t \cdot \varepsilon(t)$ est égale à $\frac{\Delta\omega}{s^2}$. La transformée de l'erreur de phase s'en déduit immédiatement

$$\varphi_E(s) = \frac{s}{s + K_D \frac{K_0}{N} F_p(s)} \varphi_i(s) \bigg|_{\varphi_i(s) = \frac{\Delta\omega_i}{s} = \frac{\Delta\omega_i}{s^2}} = \frac{1}{s \left(s + K_D \frac{K_0}{N} F_p(s) \right)} \Delta\omega_i \quad 13.89$$

Le théorème de la valeur finale permet de connaître l'erreur de phase au bout d'un temps infini.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_E(t) = \lim_{s \rightarrow 0} (s \varphi_E(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{1}{s + K_D \frac{K_0}{N} F_p(s)} \Delta\omega_i \right) = \frac{\Delta\omega_i}{K_D \frac{K_0}{N} F_p(0)} \quad 13.90$$

Cette erreur de phase est liée à la fonction de transfert, en continu, $F_p(0)$, du filtre de boucle.

Les valeurs de $F_p(0)$, pour les trois types de filtres sont les suivantes :

1^{er} type :

$$F_p(s) = \frac{1}{1 + s\tau} \rightarrow F_p(0) = 1 \quad 13.91$$

2^{ème} type :

$$F_p(s) = \frac{1 + s\tau_2}{1 + s\tau_1} \rightarrow F_p(0) = 1 \quad 13.92$$

3^{ème} type :

$$F_p(s) = \frac{1 + s\tau_2}{s\tau_1} \rightarrow F_p(0) = \infty \quad 13.93$$

Pour le troisième type de filtre le gain en continu correspond à celui d'un amplificateur opérationnel en boucle ouverte. On peut le considérer comme infini dans presque tous les cas. De manière générale, l'erreur de phase est d'autant plus réduite que le gain de boucle est élevé. Une interprétation physique de l'erreur de phase peut être donnée en observant le VCO. En effet pour que la pulsation du VCO puisse évoluer d'une valeur Ω_{osc} à une valeur $\Omega_{osc} + \Delta\omega_{osc}$, il est nécessaire que sa tension de commande u_0 évolue d'une valeur U_0 à une valeur $U_0 + \Delta u_0$, et donc que la tension d'entrée du filtre varie de U_E à $U_E + \Delta u_E$. Or la variation de u_E est due à une variation de l'erreur de phase φ_E . On peut donc écrire

$$\left. \begin{aligned} \Delta\omega_N &= \frac{K_0}{N} \cdot \Delta u_0 \\ \Delta u_0 &= F_p(0) \cdot \Delta u_E \\ \Delta u_E &= K_D \cdot \Delta\phi_E \end{aligned} \right\} \Delta\omega_N = K_D \frac{K_0}{N} F_p(0) \Delta\phi_E \quad 13.94$$

13.7.5.2.1 Évolution de l'erreur de phase

L'évolution de l'erreur de phase $\phi_E(t)$ est bien entendu fonction du type de filtre utilisé. On peut donc écrire l'expression générale

$$\phi_E(t) = \mathbf{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s \left(s + K_D \frac{K_0}{N} F_p(s) \right)} \Delta\omega_i \right\} \quad 13.95$$

13.7.5.2.1.1 Cas du filtre du 1^{er} type

$$F_p(s) = \frac{1}{1+s\tau}, \quad \omega_n^2 = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1}{\tau}, \quad 2\xi\omega_n = \frac{1}{\tau}$$

$$\xi > 1 \quad \phi_E(t) = 2\xi \frac{\Delta\omega_i}{\omega_n} + \frac{\Delta\omega_i}{\omega_n} \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\frac{1-2\xi^2}{\sqrt{\xi^2-1}} \sinh(\omega_n \sqrt{\xi^2-1} \cdot t) - 2\xi \cosh(\omega_n \sqrt{\xi^2-1} \cdot t) \right] \quad 13.9$$

$$\xi = 1 \quad \phi_E(t) = 2 \frac{\Delta\omega_i}{\omega_n} - \frac{\Delta\omega_i}{\omega_n} \phi \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot [2 + \omega_n \cdot t] \quad 6$$

$$\xi < 1 \quad \phi_E(t) = 2\xi \frac{\Delta\omega_i}{\omega_n} + \frac{\Delta\omega_i}{\omega_n} \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\frac{1-2\xi^2}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} \cdot t) - 2\xi \cos(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} \cdot t) \right]$$

13.7.5.2.1.2 Cas du filtre du 2^{ème} type

$$F_p(s) = \frac{1+s\tau_2}{1+s\tau_1}, \quad \omega_n^2 = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1}{\tau_1}, \quad 2\xi\omega_n = \frac{1+K_D \frac{K_0}{N} \tau_2}{\tau_1}$$

$$\xi > 1 \quad \phi_E(t) = \frac{N \cdot \Delta\omega}{K_D K_0} + \frac{\Delta\omega}{\omega_n} \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\frac{1-\xi \frac{N \cdot \omega_n}{K_D K_0}}{\sqrt{\xi^2-1}} \sinh(\omega_n \sqrt{\xi^2-1} \cdot t) - \frac{N \cdot \omega_n}{K_D K_0} \cosh(\omega_n \sqrt{\xi^2-1} \cdot t) \right] \quad 13.9$$

$$\xi = 1 \quad \phi_E(t) = \frac{N \cdot \Delta\omega}{K_D K_0} + \Delta\omega \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\left(1 - \frac{N \cdot \omega_n}{K_D K_0} \right) \cdot t - \frac{N}{K_D K_0} \right] \quad 7$$

$$\xi < 1 \quad \phi_E(t) = \frac{N \cdot \Delta\omega}{K_D K_0} + \frac{\Delta\omega}{\omega_n} \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\frac{1-\xi \frac{N \cdot \omega_n}{K_D K_0}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} \cdot t) - \frac{N \cdot \omega_n}{K_D K_0} \cosh(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} \cdot t) \right]$$

13.7.5.2.1.3 Cas du filtre du 3^{ème} type

$$\begin{aligned}
 F_p(s) &= \frac{1+s\tau_2}{s\tau_1}, \quad \omega_n^2 = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1}{\tau_1}, \quad 2\xi\omega_n = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{\tau_2}{\tau_1} \\
 \xi > 1 \quad \varphi_E(t) &= \frac{\Delta\omega_i}{\omega_n} \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \frac{1}{\sqrt{\xi^2-1}} \sinh(\omega_n \sqrt{\xi^2-1} \cdot t) \\
 \xi = 1 \quad \varphi_E(t) &= \Delta\omega_i \cdot t \cdot e^{-\xi\omega_n t} \\
 \xi < 1 \quad \varphi_E(t) &= \frac{\Delta\omega_i}{\omega_n} \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} \cdot t)
 \end{aligned} \tag{13.98}$$

13.7.5.2.2 Évolution de l'erreur de pulsation

En plus de l'évolution de l'erreur de la phase, il est intéressant de connaître l'évolution de la pulsation à partir de l'instant $t=0$. Pour cela, on peut :

- soit dériver la phase à partir des expressions précédentes,
- soit remarquer que l'évolution de la différence de pulsation entre le signal d'entrée et le signal de sortie, suite à un échelon de pulsation en entrée est identique à l'évolution de l'erreur de phase, suite à un saut de phase d'entrée.

En effet notons $\omega(s) = s \cdot \varphi(s) - \varphi(0) = s \cdot \varphi(s)$ la transformée de Laplace de la pulsation, dérivée de la phase.

On peut écrire :

$$\omega_E(s) = s \cdot \varphi_E(s) = \frac{1}{s + K_D \frac{K_0}{N} F_p(s)} \Delta\omega_i \tag{13.99}$$

Cette expression a exactement la même forme que celle qui donne la transformée de Laplace de l'erreur de phase suite à un saut de phase en entrée (relation 13.83), $\Delta\omega$ remplaçant $\Delta\phi$.

13.7.5.2.3 Cas du filtre du 1^{er} type

$$\begin{aligned}
 F_p(s) &= \frac{1}{1+s\tau}, \quad \omega_n^2 = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1}{\tau}, \quad 2\xi\omega_n = \frac{1}{\tau} \\
 \xi > 1 \quad \omega_E(t) &= \Delta\omega_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\cosh(\omega_n \sqrt{\xi^2-1} \cdot t) + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}} \sinh(\omega_n \sqrt{\xi^2-1} \cdot t) \right] \\
 \xi = 1 \quad \omega_E(t) &= \Delta\omega_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot [1 + \omega_n \cdot t] \\
 \xi < 1 \quad \omega_E(t) &= \Delta\omega_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\cos(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} \cdot t) + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} \cdot t) \right]
 \end{aligned} \tag{13.100}$$

13.7.5.2.4 Cas du filtre du 2^{ème} type

$$F_p(s) = \frac{1+s\tau_2}{1+s\tau_1}, \quad \omega_n^2 = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1}{\tau_1}, \quad 2\xi\omega_n = \frac{1+K_D \frac{K_0}{N} \tau_2}{\tau_1}$$

$$\xi > 1 \quad \omega_E(t) = \Delta\omega_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\cosh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t) + \frac{\frac{\omega_n N}{K_D K_0} - \xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \sinh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t) \right] \quad 13.101$$

$$\xi = 1 \quad \omega_E(t) = \Delta\omega_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[1 + \left(\frac{\omega_n N}{K_D K_0} - 1 \right) \omega_n \cdot t \right]$$

$$\xi < 1 \quad \omega_E(t) = \Delta\omega_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\cos(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) + \frac{\frac{\omega_n N}{K_D K_0} - \xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) \right]$$

13.7.5.2.5 Cas du filtre du 3^{ème} type

$$F_p(s) = \frac{1+s\tau_2}{s\tau_1}, \quad \omega_n^2 = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{1}{\tau_1}, \quad 2\xi\omega_n = K_D \frac{K_0}{N} \cdot \frac{\tau_2}{\tau_1}$$

$$\xi > 1 \quad \omega_E(t) = \Delta\omega_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\cosh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t) - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \sinh(\omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \cdot t) \right] \quad 13.102$$

$$\xi = 1 \quad \omega_E(t) = \Delta\omega_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot [1 - \omega_n \cdot t]$$

$$\xi < 1 \quad \omega_E(t) = \Delta\omega_i \cdot e^{-\xi\omega_n t} \cdot \left[\cos(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) - \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) \right]$$

Dans tous les cas, l'erreur de pulsation tend vers zéro lorsque le temps tend vers l'infini

Les courbes qui suivent donnent à la fois l'évolution de l'erreur de phase normalisée $\frac{\Delta\varphi_E(t)}{\Delta\varphi_i}$

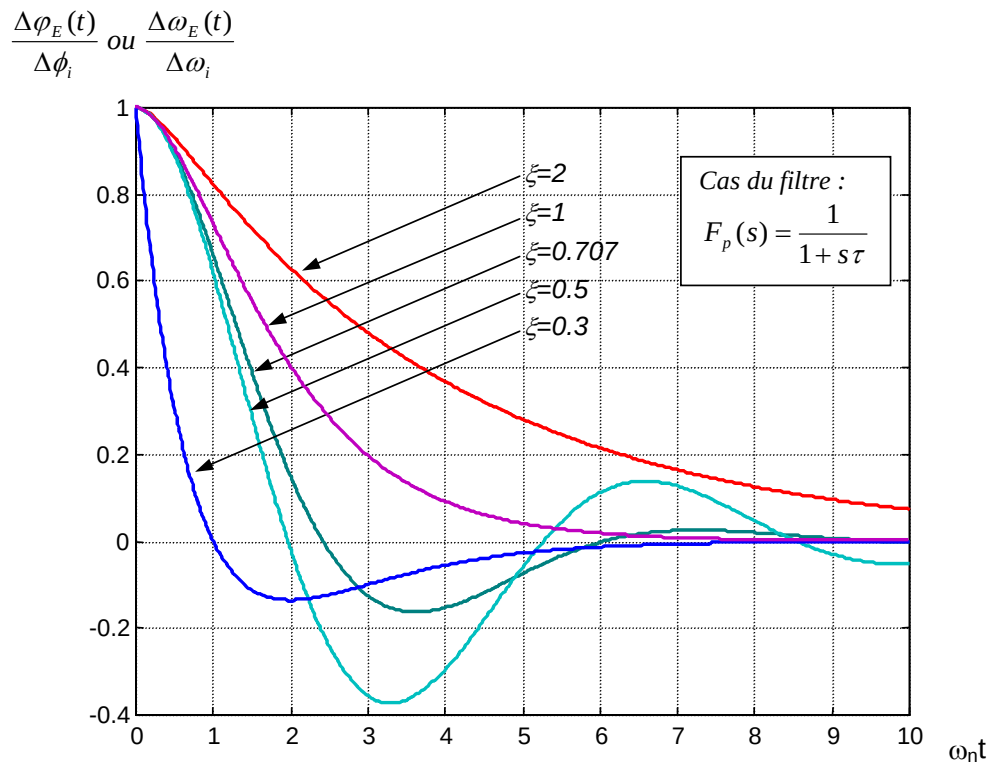
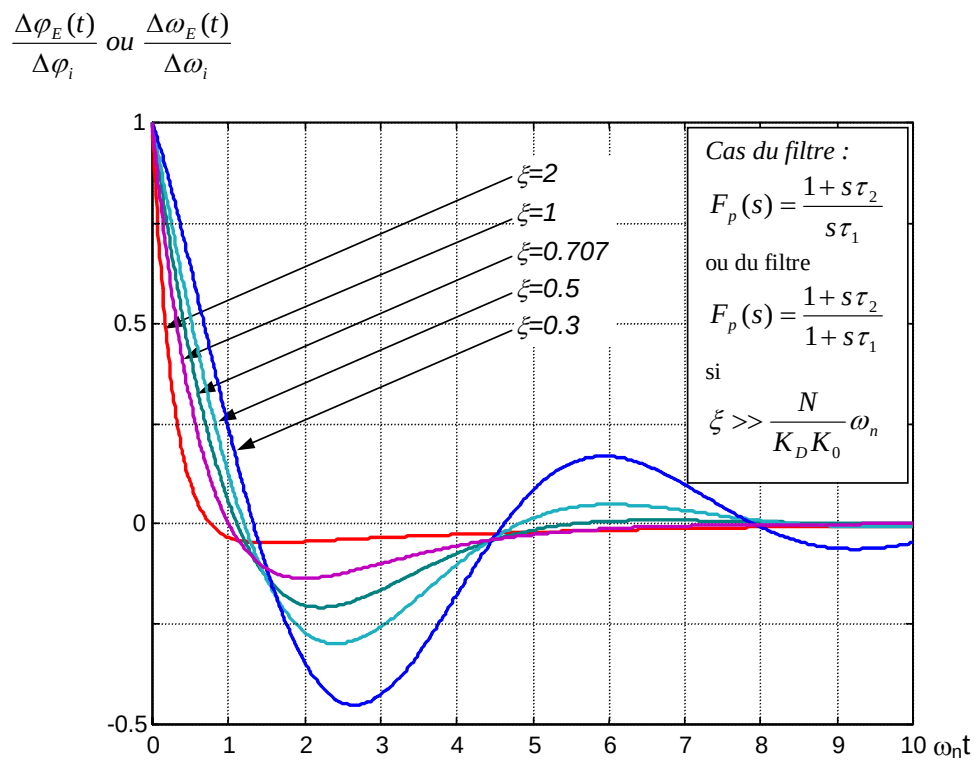
pour un saut de phase $\Delta\varphi_i$ en entrée ou l'évolution de l'erreur de pulsation normalisée $\frac{\Delta\omega_E(t)}{\Delta\omega_i}$

suite à un saut de pulsation $\Delta\omega$ en entrée, pour les deux types de filtres $F_p(s) = \frac{1}{1+s\tau}$ et

$F_p(s) = \frac{1+s\tau_2}{s\tau_1}$, en fonction de $\omega_n \cdot t$.

La courbe relative au filtre de boucle $F_p(s) = \frac{1+s\tau_2}{1+s\tau_1}$ correspond en général, à celle du filtre

$F_p(s) = \frac{1+s\tau_2}{s\tau_1}$ dans la mesure où $\xi \gg \frac{N}{K_D K_0} \omega_n$.

Figure 13-70 : Erreur de phase et de pulsation normalisée, cas du 1^{er} type de filtreFigure 13-71 : Erreur de phase et de pulsation normalisée, cas du 2^{ème} et 3^{ème} types de filtres

13.7.5.3 Réponse une rampe de pulsation

On suppose maintenant que la fréquence à l'entrée de la boucle évolue linéairement avec le temps, à partir de l'instant $t=0$

$$\omega_i(t) = \Omega_i + \Delta\alpha_i \cdot t \cdot \varepsilon(t) \quad 13.103$$

13.7.5.3.1 Erreur de phase due à une rampe de pulsation en entrée

La phase correspondante en entrée est égale à

$$\varphi_i(t) = \Omega_i \cdot t + \frac{1}{2} \Delta\alpha_i \cdot t^2 \cdot \varepsilon(t) \quad 13.104$$

Considérons la seule contribution du deuxième terme dont la transformée de Laplace est égale à $\frac{\Delta\alpha}{s^3}$. L'erreur de phase entre l'entrée et la sortie est donnée par l'expression

$$\varphi_E(s) = \frac{1}{s^2 \left(s + K_D \frac{K_0}{N} F_p(s) \right)} \Delta\alpha_i \quad 13.105$$

En calculant la limite de l'erreur de phase lorsque le temps devient infini, on obtient

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_E(t) = \lim_{s \rightarrow 0} (s \varphi_E(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{1}{s \left(s + K_D \frac{K_0}{N} F_p(s) \right)} \Delta\alpha_i \right) \quad 13.106$$

- Dans le cas où $F_p(0)$ est fini, l'erreur de phase tend vers l'infini quand le temps devient infini. C'est le cas des filtres du 1^{er} et du 2^{ème} types.

On s'aperçoit alors, à posteriori, que l'erreur de phase n'est plus compatible avec le fonctionnement en régime linéaire.

- Pour le filtre actif du 3^{ème} type, on trouve une valeur finie pour l'erreur de phase

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_E(t) = \lim_{s \rightarrow 0} (s \varphi_E(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{1}{s \left(s + K_D \frac{K_0}{N} \frac{1+s\tau_2}{s\tau_1} \right)} \Delta\alpha_i \right) = \frac{\Delta\alpha_i}{\omega_n^2} \quad 13.107$$

- Pour le filtre théorique $F_p(s) = \frac{1+s\tau_2}{s\tau_1}$, on utilise un amplificateur opérationnel, la valeur de la fonction de transfert lorsque la fréquence tend vers zéro, est égale au gain en boucle ouverte de l'amplificateur opérationnel. La fonction de transfert effective du filtre actif est donnée par la relation

$$F_p(s) = \frac{1 + s\tau_2}{\frac{1}{A} + s\left(\tau_1 \frac{1+A}{A} + \tau_2 \frac{1}{A}\right)} \rightarrow F_p(0) = 1 \quad 13.108$$

ce qui signifie que $F_p(0) \neq \infty$, d'où une erreur de phase infinie. Pour obtenir une erreur de phase finie, il faut un filtre d'ordre supérieur aux précédents et présentant un vrai pôle à l'origine.

13.7.5.3.2 Erreur de pulsation due à une rampe de pulsation en entrée

L'erreur de pulsation correspond à la dérivée de l'erreur de phase, ce qui se traduit, par la relation

$$\omega_E(s) = s \cdot \varphi_E(s) \quad 13.10$$

Il en résulte, à partir de la relation 13.105

$$\omega_E(t) = s \cdot \varphi_E(s) = \frac{1}{s \left(s + K_D \frac{K_0}{N} F_p(s) \right)} \Delta\alpha_i \quad 13.11$$

Lorsque le temps de vient infini, on a donc :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_E(t) = \lim_{s \rightarrow 0} (s \omega_E(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{1}{s + K_D \frac{K_0}{N} F_p(0)} \Delta\alpha_i \right) = \frac{N}{K_D K_0 F_p(0)} \Delta\alpha_i \quad 13.11$$

Ceci signifie que la fréquence de l'oscillateur suit les variations de la fréquence d'entrée avec une erreur non nulle. Cette erreur est d'autant plus faible que le gain de boucle est élevé.

13.8 FONCTIONNEMENT DANS LE DOMAINE NON LINÉAIRE

Dans la section précédente, la boucle d'asservissement de phase est considérée comme un système linéaire lors du verrouillage.

Cependant, lorsque l'erreur de phase devient importante jusqu'à entraîner un décrochage de la boucle, le fonctionnement ne fait plus partie du domaine linéaire. Dans cette section, nous étudierons en particulier, les plages de synchronisation et d'acquisition.

13.8.1 Plage de synchronisation ou de décrochage

13.8.1.1 Généralités

La plage de synchronisation, appelée également plage de décrochage, correspond à l'écart maximal de fréquence par rapport à la fréquence de repos du VCO (de part et d'autre de cette fréquence de repos), qu'une boucle préalablement accrochée peut suivre sans qu'il y ait désynchronisation.

Pour qu'il boucle reste accrochée lorsque la fréquence d'entrée change (on suppose que sa variation est lente) il faut respecter deux conditions :

- le VCO doit pouvoir effectivement délivrer cette nouvelle fréquence, la tension de commande correspondante se situant à l'intérieur de la plage des tensions de commandes possible du VCO.
- Le comparateur de phase, associé à un éventuel amplificateur doit être en mesure de fournir une tension couvrant toute la plage de tension d'entrée du VCO.

Soit Ω_{osc} la pulsation de repos du VCO et supposons que la pulsation d'entrée de la boucle d'asservissement passe de Ω_i à $\Omega_i + \Delta\omega_i$, on peut écrire

$$\omega_i(t) = \Omega_i + \Delta\omega_i(t) = \Omega_i + \frac{K_0}{N} \cdot u_0(t) \quad 13.112$$

La tension $u_0(t)$ doit rester inférieure à la valeur maximale $U_{0[MAX]}$. Ceci signifie que la tension moyenne de sortie du comparateur de phase doit rester inférieure à une valeur moyenne maximale $U_{E[MAX]}$ telle que $U_{0[MAX]} = F_p(0)U_{E[MAX]}$ où $F_p(0)$ représente le gain statique du filtre de boucle et u_E la tension de sortie du comparateur de phase.

Par ailleurs la tension moyenne du signal issu du comparateur de phase, $U_E(\varphi_E)$, est une fonction du déphasage entrée-sortie. A $U_{E[MAX]}$ correspond donc une valeur maximale de cette tension moyenne telle que $U_{E[MAX]} = K_D f(\varphi_E)_{[MAX]}$ où $f(\varphi_E)_{[MAX]}$ correspond à la valeur maximale de la fonction caractérisant le comportement du comparateur de phase, ce maximum dépendant du type de comparateur de phase considéré.

On peut donc écrire

$$\frac{N}{K_0} \Delta\omega_i \leq K_D F_p(0) \cdot f(\varphi_E)_{[MAX]} \quad 13.113$$

soit

$$\Delta\omega_i \leq K_D \frac{K_0}{N} F_p(0) \cdot f(\varphi_E)_{[MAX]} \quad 13.114$$

13.8.1.2 Cas du comparateur sinusoïdal (multiplicateur)

Il s'agit du multiplicateur sinusoïdal pour lequel la tension de sortie se met sous la forme

$$u_E(t) = \frac{K}{2} U_i \cdot U_o \cos(\varphi_i - \varphi_o) = \frac{K}{2} U_i \cdot U_o \cos(\varphi) \quad 13.115$$

où U_i et U_o représentent les amplitudes des deux signaux qui sont appliqués sur le multiplicateur. Le terme $\frac{K}{2} U_i \cdot U_o$ est en fait inclus dans le gain K_D de sorte que $f(\varphi_E)$ se réduit à $\cos(\varphi)$. La valeur maximale de $f(\varphi_E)$ est donc égale à 1. Plus précisément, il faut que :

$$|f(\varphi_E)| \leq 1 \quad 13.116$$

Il en résulte que

$$\Delta\omega_i \leq K_D \frac{K_0}{N} F_p(0) \quad 13.117$$

13.8.1.3 Cas du comparateur triangulaire (OU exclusif)

Pour ce comparateur, il faut que l'erreur de phase, suite à une variation de pulsation du signal d'entrée égale, en module, à $|\Delta\omega_i|$, reste inférieure à $\frac{\pi}{2}$, soit :

$$|\Delta\omega_i| \leq K_D \frac{K_0}{N} F_p(0) \cdot \frac{\pi}{2} \quad 13.118$$

13.8.1.4 Cas du comparateur à caractéristique en dent de scie (bascule).

La caractéristique du comparateur de phase étant linéaire sur 2π , l'erreur de phase doit rester inférieure à π , ce qui entraîne :

$$|\Delta\omega_i| \leq K_D \frac{K_0}{N} F_p(0) \cdot \pi \quad 13.119$$

13.8.1.5 Remarque sur les trois types de comparateur de phase précédents

Il faut remarquer que si le filtre est de type actif, tel que $F_p(s) = \frac{1+s\tau_2}{s\tau_1}$, on a théoriquement

$F_p(0)=\infty$, ce qui signifie que la plage de synchronisation est idéalement infinie. En pratique cela veut dire que la limitation n'est due qu'à la seule excursion maximale en fréquence du VCO.

13.8.1.6 Cas du comparateur phase-fréquence

Pour ce type de comparateur de phase, on a un gain en boucle ouverte égal, dans le cas où l'impédance Z est constituée par la mise en série d'un condensateur et d'une résistance, à (voir §.13.7.4.2)

$$G_0(s) = \frac{K_0}{2\pi N s} I \left(\frac{1+sRC}{sC} \right) = \frac{K_0 I}{2\pi N} \frac{F_p(s)}{s} \quad 13.120$$

La valeur moyenne de la tension de sortie du comparateur de phase est linéaire sur 4π . Il en résulte que l'erreur de phase doit rester inférieure à 2π , d'où :

$$|\Delta\omega_i| \leq \frac{K_0 I}{N} F_p(0) \quad 13.121$$

Or, la valeur de $F_p(0)$ étant infinie, il en résulte que $|\Delta\omega_i|$ est infinie, que le filtre soit actif ou passif, à la différence des autres comparateurs de phase pour lesquels la plage de synchronisation n'était théoriquement infinie que pour le seul filtre actif (§.13.8.1.5)

13.8.1.7 Remarques importantes concernant la plage de synchronisation

On vient de voir quelles sont les contraintes sur l'excursion de pulsation $|\Delta\omega_i|$ permettant d'assurer le verrouillage de la boucle, au bout d'un temps infini. Cependant, ceci ne permet pas

d'affirmer que la boucle reste verrouillée en permanence, depuis le moment où la pulsation en entrée est modifiée jusqu'au temps théoriquement infini au bout duquel la boucle a atteint son nouvel état d'équilibre. On conçoit que si la modification de pulsation se fait lentement, de manière quasi statique, la boucle puisse rester verrouillée en permanence. En revanche, dans le cas d'un saut brusque de pulsation, la boucle peut se déverrouiller momentanément, pour venir se verrouiller à nouveau au bout d'un certain temps. En effet, supposons que l'on fasse varier la pulsation du signal d'entrée d'une quantité $\Delta\omega_i$ à partir de l'instant $t=0$. La phase du signal d'entrée va donc évoluer, à partir de sa valeur de repos, suivant la loi :

$$\Delta\varphi_i = \Delta\omega_i \cdot t \quad 13.122$$

Nous savons que l'erreur de phase, au bout d'un temps infini, est égale (voir relation 13.90) à

$$\frac{\Delta\omega}{K_D \frac{K_0}{N} F_p(0)}, \text{ mais l'erreur transitoire peut \u00eatre sup\u00e9rieure \u00e0 cette valeur, entraînant}$$

provisoirement le décrochage de la boucle. Le fait qu'il puisse y avoir perte d'asservissement provisoire est liée aux facteurs ci-dessous :

- l'amplitude du saut de pulsation $\Delta\omega_i$,
- le type de comparateur de phase utilisé,
- le temps de réaction de la boucle lié à sa bande passante et à l'amortissement.

Dans cette phase transitoire, le comportement de la boucle est non-linéaire. Il n'est donc pas possible de calculer explicitement la valeur du saut de pulsation $\Delta\omega_i$ à ne pas dépasser de façon à permettre à la boucle de rester verrouillée en permanence. Cependant, grâce à des simulations, il a été possible d'établir des relations donnant une valeur approchée du saut de pulsation maximal à ne pas dépasser

13.8.1.7.1 Cas du comparateur sinusoïdal (multiplicateur)

La valeur approchée du saut de pulsation maximal à ne pas dépasser pour que la boucle reste verrouillée est donnée par

$$\Delta\omega_{i[\text{MAX}]} \cong 1.8 \cdot \omega_n (\xi + 1) \text{ valable pour } 0.5 \leq \xi \leq 1.3 \quad 13.123$$

13.8.1.8 Cas du comparateur triangulaire (OU exclusif)

Dans ce cas, la valeur maximale de $\Delta\omega_i$ est donnée par

$$\Delta\omega_{i[\text{MAX}]} \cong 2.46 \cdot \omega_n (\xi + 0.65) \text{ valable pour } 0.1 \leq \xi \leq 3 \quad 13.124$$

13.8.1.9 Cas du comparateur à caractéristique en dent de scie (bascule).

Pour la bascule, qui est linéaire sur 2π , le saut de pulsation maximal est donné par les expressions suivantes

$$\begin{aligned}
\xi > 1 \quad \Delta\omega_{i[MAX]} &\cong \pi\omega_n \cdot e^{\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}} \text{Arc tan} \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\xi}} \\
\xi = 1 \quad \Delta\omega_{i[MAX]} &\cong \pi\omega_n \cdot e \\
\xi < 1 \quad \Delta\omega_{i[MAX]} &\cong \pi\omega_n \cdot e^{\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \text{Arc tan} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}}
\end{aligned}
\tag{13.125}$$

La relation suivante permet de résumer de manière approchée les trois expressions précédentes

$$\Delta\omega_{i[MAX]} \cong 5.78 \cdot \omega_n (\xi + 0.5) \tag{13.126}$$

13.8.1.10 Cas du comparateur phase-fréquence

Pour ce type de comparateur, qui est linéaire sur 2π , on a

$$\begin{aligned}
\xi > 1 \quad \Delta\omega_{i[MAX]} &\cong 2\pi\omega_n \cdot e^{\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}} \text{Arc tan} \frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\xi}} \\
\xi = 1 \quad \Delta\omega_{i[MAX]} &\cong 2\pi\omega_n \cdot e \\
\xi < 1 \quad \Delta\omega_{i[MAX]} &\cong 2\pi\omega_n \cdot e^{\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \text{Arc tan} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}}
\end{aligned}
\tag{13.127}$$

qui peut être résumé par la relation

$$\Delta\omega_{i[MAX]} \cong 11.56 \cdot \omega_n (\xi + 0.5) \tag{13.128}$$

13.8.2 Plage d'acquisition ou d'accrochage

13.8.2.1 Généralités

La plage d'acquisition ou d'accrochage correspond à l'écart maximal de pulsation par rapport à la pulsation de repos du VCO, que peut présenter le signal d'entrée pour que, la boucle n'étant pas verrouillée, l'accrochage se produise.

13.8.2.2 Processus d'acquisition

Pour expliquer le processus d'acquisition, on prendra comme exemple un comparateur de phase sinusoïdal. Un raisonnement similaire peut être conduit pour les autres types de comparateurs de phase. Le comportement du comparateur phase-fréquence est différent et fait l'objet d'une remarque ultérieure.

Supposons qu'au départ, lors de la mise sous tension par exemple, la boucle ne soit pas accrochée et que la pulsation du signal à l'entrée de la boucle soit égale à $\omega_i = \Omega_i + \Delta\omega_i$, la pulsation de l'oscillateur étant égale à $\Omega_{osc} = N\Omega_i$, et à la sortie du diviseur $\Omega_0 = \Omega_i$. Il en résulte que le signal en sortie du comparateur de phase est un signal sinusoïdal, de pulsation $\Delta\omega_E = \Delta\omega_i$, représentant le battement entre le signal d'entrée et le VCO. Or le signal issu du comparateur de phase est atténué par le filtre de boucle, mais il subsiste cependant une composante à la pulsation $\Delta\omega_i$ qui vient moduler le VCO. Contrairement à l'hypothèse faite de manière implicite, l'écart de pulsation entre le signal d'entrée du VCO n'est pas constant. Ainsi, lors de l'alternance positive du signal issu du filtre, la fréquence de l'oscillateur augmente, ce qui réduit

la pulsation du battement jusqu'à $\Delta\omega_{[\min]}$, alors que lors de l'alternance négative, la fréquence de l'oscillateur diminue, ce qui augmente la pulsation du battement jusqu'à $\Delta\omega_{[\max]}$. La Figure 13-72 ci-dessous, qui représente l'évolution de la pulsation du VCO en fonction du temps, montre clairement que la durée de la demi-période correspondant à l'alternance positive du signal qui module le VCO est plus grande que celle correspondant à l'alternance négative de ce même signal.

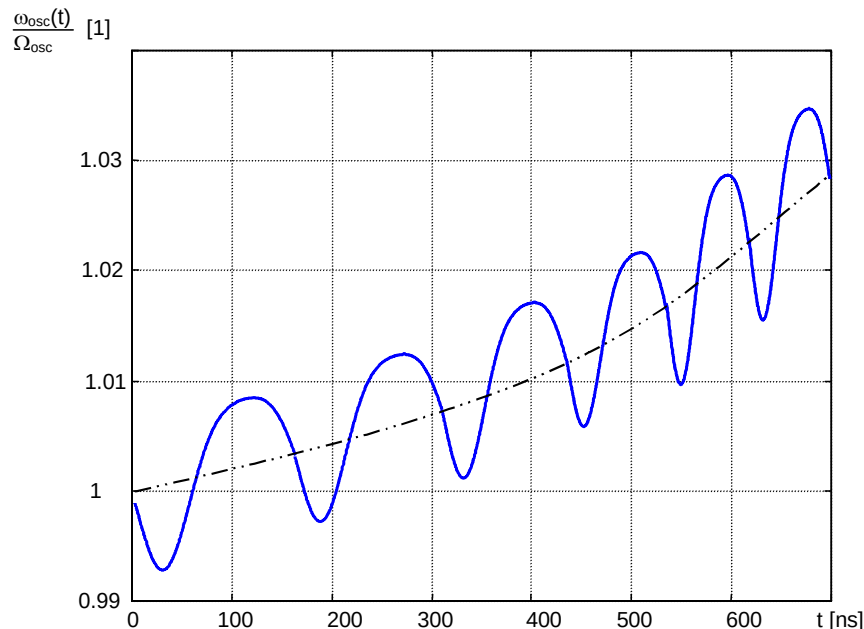


Figure 13-72 : Evolution de la pulsation du VCO en phase d'acquisition

La dissymétrie du signal a pour conséquence que la pulsation moyenne du VCO n'est plus Ω_{osc} , c'était le cas en l'absence de modulation, mais une pulsation plus élevée Ω'_{osc} qui se rapproche de la pulsation d'entrée $N\omega_i$. Cette dissymétrie est d'autant plus forte que la valeur moyenne du battement diminue, ce qui augmente davantage la valeur moyenne de la pulsation du VCO en la rapprochant de la pulsation d'entrée, entraînant donc une nouvelle diminution de la valeur moyenne du battement et ainsi de suite.

On voit donc que ce processus cumulatif doit conduire, sous certaines conditions, au verrouillage de la boucle. Il s'agit du processus d'acquisition. On appelle plage d'accrochage ou d'acquisition la plage des pulsations du signal d'entrée de la boucle telle que l'acquisition puisse effectivement avoir lieu.

Cette plage présente une valeur minimale, inférieure à Ω_0 , et une valeur maximale supérieure à Ω_0 .

Dans le cas présent, si la pulsation d'entrée ω_i est supérieure à la limite supérieure de la plage d'accrochage, l'acquisition ne peut pas avoir lieu.

Il est à remarquer que, pour le comparateur phase – fréquence, le raisonnement est différent, car le VCO est commandé de façon à ce que sa pulsation évolue de manière monotone jusqu'à ce qu'il atteigne la plage d'accrochage ou le processus de verrouillage à lieu.

13.8.2.3 Plage et temps d'acquisition pour différents types de comparateur de phase.

Le calcul exact de la plage d'acquisition est impossible. Cependant, il est possible d'en donner une valeur approchée, pour différents types de comparateurs de phase et pour différents types de filtres de boucles.

Les comparateurs de phase qui sont ici considérés sont les suivants :

- le comparateur sinusoïdal (multiplicateur),
- le OU exclusif,
- la bascule,
- le comparateur phase-fréquence.

Les filtres considérés ici sont les suivants

$$\text{Deuxième type : } F_p(s) = \frac{1 + s\tau_2}{1 + s\tau_1}$$

$$\text{Troisième type : } F_p(s) = \frac{1 + s\tau_2}{s\tau_1}$$

13.8.2.3.1 Cas du comparateur sinusoïdal

Pour le deuxième type de filtre, l'écart maximal de pulsation permettant l'acquisition de la boucle est égal à :

$$\Delta\omega_{i[\text{MAX}]} \cong \frac{4\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{\xi\omega_n K_D \frac{K_0}{N}} \quad 13.129$$

dans le cas où le gain de boucle est élevé.

Pour le troisième type de filtre, l'écart maximal de pulsation permettant l'acquisition de la boucle est théoriquement infini.

$$\Delta\omega_{i[\text{MAX}]} \cong \infty \quad 13.130$$

Dans les deux cas, le temps d'acquisition est donné par la relation :

$$T_{acq} \cong \frac{\pi^2}{16} \frac{(\omega_i(0) - \omega_0(0))^2}{\xi\omega_n^3} = \frac{\pi^2}{16} \frac{(\omega_i(0) - N\omega_{osc}(0))^2}{\xi\omega_n^3} \quad 13.131$$

où $\omega_i(0)$ et $\omega_0(0)$ sont les pulsations initiales d'entrée et du VCO (sortie du diviseur par N)

13.8.2.3.2 Cas du comparateur de phase triangulaire (OU exclusif)

Pour le deuxième type de filtre, l'écart maximal de pulsation permettant l'acquisition de la boucle est égal à :

$$\Delta\omega_{i[\text{MAX}]} \cong \frac{\pi}{\sqrt{2}} \sqrt{\xi\omega_n K_D \frac{K_0}{N}} \quad 13.132$$

dans le cas où le gain de boucle est élevé.

Pour le troisième type de filtre, l'écart maximal de pulsation permettant l'acquisition de la boucle est théoriquement infini.

$$\Delta\omega_{i[MAX]} \cong \infty \quad 13.133$$

Dans les deux cas, le temps d'acquisition est donné par la relation :

$$T_{acq} \cong \frac{4}{\pi^2} \frac{(\omega_i(0) - \omega_0(0))^2}{\xi \omega_n^3} = \frac{4}{\pi^2} \frac{(\omega_i(0) - \omega_{osc}(0))^2}{\xi \omega_n^3} \quad 13.134$$

où $\omega_i(0)$, $\omega_0(0)$ et $\omega_{osc}(0)$ sont les pulsations initiales respectivement d'entrée, du VCO et de la sortie du diviseur par N.

13.8.2.3.3 Cas du comparateur de phase en dent de scie (bascule)

Pour le deuxième type de filtre, l'écart maximal de pulsation permettant l'acquisition de la boucle est égal à :

$$\Delta\omega_{i[MAX]} \cong \sqrt{2\pi} \sqrt{\xi \omega_n K_D \frac{K_0}{N}} \quad 13.135$$

dans le cas où le gain de boucle est élevé.

Pour le troisième type de filtre, l'écart maximal de pulsation permettant l'acquisition de la boucle est théoriquement infini.

$$\Delta\omega_{i[MAX]} \cong \infty \quad 13.136$$

Dans les deux cas, le temps d'acquisition est donné par la relation :

$$T_{acq} \cong \frac{1}{\pi^2} \frac{(\omega_i(0) - \omega_0(0))^2}{\xi \omega_n^3} = \frac{1}{\pi^2} \frac{(\omega_i(0) - \omega_{osc}(0))^2}{\xi \omega_n^3} \quad 13.137$$

où $\omega_i(0)$, $\omega_0(0)$ et $\omega_{osc}(0)$ sont les pulsations initiales respectivement d'entrée, du VCO et de la sortie du diviseur par N.

13.8.2.3.4 Cas du comparateur phase-fréquence

Dans le cas du comparateur phase-fréquence, pour tous les type de filtre, la plage de la pulsation d'acquisition est infinie.

$$\Delta\omega_{i[MAX]} \cong \infty \quad 13.138$$

Par contre le temps d'acquisition est fonction du type de filtre utilisé.

Pour le deuxième type de filtre, le temps d'acquisition de la boucle est donnée par

$$T_{acq} \cong 2\tau_1 \cdot Ln \left(\frac{\frac{K_0}{N} \frac{V_{DD}}{2}}{\frac{K_0}{N} \frac{V_{DD}}{2} - (\omega_i(0) - \omega_0(0))} \right) = 2\tau_1 \cdot Ln \left(\frac{\frac{K_0}{N} \frac{V_{DD}}{2}}{\frac{K_0}{N} \frac{V_{DD}}{2} - (\omega_i(0) - \omega_{osc}(0))} \right) \quad 13.139$$

en supposant que le comparateur phase-fréquence soit alimenté entre une tension V_{DD} et la masse.

Pour le troisième type de filtre, le temps d'acquisition est égal à :

$$T_{acq} \cong \frac{2\tau_1(\omega_i(0) - \omega_0(0))}{\frac{K_0}{N} \frac{V_{DD}}{2}} = \frac{2\tau_1(\omega_i(0) - \omega_{osc}(0))}{\frac{K_0}{N} \frac{V_{DD}}{2}} \quad 13.140$$

le comparateur phase-fréquence étant alimenté entre une tension V_{DD} et la masse.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **EPFL : CIRCUIT ET SYSTEMES ELECTRONIQUES**
ELECTRONIQUE III, PARTIE II
Auteur : M. Declercq

- [2] **COURS SUPELEC**
BOUCLES A VERROUILLAGE DE PHASE
Auteur : Georges Seignier

- [3] **CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS**
THE ART OF ELECTRONICS
Auteurs : P. Horowitz, H. Winfield
ISBN 0-521-37095-7