TABLE DES MATIÈRES

Page

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE 3
1.1 Les robots parallèles à câbles 3
1.2 Applications de robots parallèles à câbles 4
1.3 Robotique en réadaptation 6
1.4 Robots à câbles pour la réadaptation des membres inférieurs 9
1.5 Commande de robots à câbles 12
1.6 Redondance d'actionnement 14

CHAPITRE 2 MODÉLISATION DU ROBOT À CÂBLES KINECAB 17
2.1 Description du système 17
2.2 Modélisation cinématique 19
2.2.1 Cinématique des membres physiologiques 20
2.2.2 Cinématique du robot à câbles 24
2.3 Modélisation dynamique 31
2.3.1 Modèle dynamique des membres inférieurs 31
2.3.2 Modèle dynamique de l'actionneur 32
2.3.3 Modèle dynamique global 33

CHAPITRE 3 COMMANDE DU ROBOT À CÂBLES KINECAB 37
3.1 Commande basée sur la dynamique inverse (couple précalculé) 37
3.1.1 Loi de commande 37
3.2 Commande par mode de glissement 40
3.2.1 Surface de glissement 41
3.2.2 Conception du contrôleur 44
3.2.3 Commutations à haute fréquence (Chattering) 47
3.3 Commande par couple précalculé du robot KINECAB 48
3.4 Commande par mode de glissement du robot KINECAB 50
3.5 Calcul du couple d'actionnement minimum 52

CHAPITRE 4 RÉSULTATS DE SIMULATION 55
4.1 Mouvements des membres inférieurs 55
4.2 Simulation et résultats 58
4.2.1 Résultats de la commande par couple précalculé 60
4.2.2 Résultats de la commande par mode de glissement 64
4.3 Discussion des résultats 68

CONCLUSION 71

RECOMMANDATIONS 73

ANNEXE I ÉQUATIONS DE CINÉMATIQUE DIRECTE.....75

ANNEXE II EQUATIONS POUR LE MODÈLE DYNAMIQUE GLOBAL 77

ANNEXE III MODÈLE DYNAMIQUE POUR LA COMMANDE.....79

ANNEXE IV PROGRAMME DE SIMULATION DANS SIMULINK 81

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....83

LISTE DES TABLEAUX

Page

Tableau 2.1 Paramètres de Denavit-Hartenberg 20

Tableau 4.1 Paramètres géométriques du robot KINECAB 58

Tableau 4.2 Paramètres du contrôleur de mode de glissement.....59

Tableau 4.3 Erreurs maximales dans l'espace articulaire 68

Tableau 4.4 Erreurs d'angles d'articulations 69

LISTE DES FIGURES

Page

Figure 1.1 Structure mécanique du SMART-STRING 10

Figure 1.2 Système de réadaptation des membres inférieurs 11

Figure 2.1 Paramètres géométriques du robot KINECAB 18

Figure 2.2 Paramètres référentiels et géométriques du membre inférieur 19

Figure 2.3 Représentation des points Cr et Fr 22

Figure 2.4 Cinématique du mécanisme de câblage 25

Figure 2.5 Principe de la cinématique directe 27

Figure 2.6 Erreurs d'angle pour les trois articulations.....29

Figure 2.7 Diagramme du i^{ème} sous-système poulie/arbre 32

Figure 3.1 Diagramme bloc de la commande par couple précalculé 40

Figure 3.2 Interprétation graphique du mode de glissement.....44

Figure 3.3 Commutations à haute fréquence (Chattering) 48

Figure 4.1 Mouvements des articulations du membre inférieur.....56

Figure 4.2 Trajectoire désirée dans l'espace cartésien et articulaire.....59

Figure 4.3 Poursuite de trajectoire dans l'espace cartésien (couple précalculé).....60

Figure 4.4 Poursuite de position selon les axes x et y (couple précalculé) 60

Figure 4.5 Erreur de suivi de trajectoire dans l'espace cartésien (couple précalculé) 61

Figure 4.6 Poursuite de position dans l'espace articulaire (couple précalculé) 61

Figure 4.7 Erreurs de position d'articulations dans l'espace articulaire (couple précalculé).....62

Figure 4.8 Erreurs de vitesse de rotation (couple précalculé) 62

Figure 4.9 Distribution des tensions de câbles (couple précalculé) 63

Figure 4.10 Couples moteur (couple précalculé) 63

Figure 4.11 Poursuite de trajectoire dans l’espace cartésien (mode de glissement) 64

Figure 4.12 Poursuite de position selon les axes x et y (mode de glissement) 64

Figure 4.13 Erreur de suivi dans l’espace cartésien (mode de glissement).....65

Figure 4.14 Poursuite de position dans l’espace articulaire (mode de glissement).....65

Figure 4.15 Erreurs de position dans l'espace articulaire (mode de glissement).....66

Figure 4.16 Erreurs de vitesse de rotation (mode de glissement) 66

Figure 4.17 Distribution des tensions de câbles (mode de glissement).....67

Figure 4.18 Couples moteur (mode de glissement).....67

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

NIST	National Institute of Standards and Technology
CaTraSys	Cassino Tracking System
AVC	Accident Vasculaire Cérébral
MIT-MANUS	Un poste de travail pour la thérapie manuelle
MIT	Massachusetts Institute of Technology
DDL	Degrés De Liberté
NeReBot	Neuro Rehabilitation Robot
GREPCI	Groupe de recherche en électronique de puissance et commande industrielle
ÉTS	École de technologie supérieure
MARSE	Motion Assistive Robotic-exoskeleton for Superior Extremity
PID	Proportionnel, Intégral, Dérivé
$sign$	Fonction mathématique signe
sat	Fonction mathématique saturation

CliCours.com

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

r_{ik}	Rayon de poulie i (m)
P_{ik}	Coordonnées des points d'attache à la structure fixe du câble i
V_{ik}	Coordonnées des points d'attache à l'orthèse du câble i
$\{X_o\ Y_o\ Z_o\}$	Repère fixe
$\{X_c\ Y_c\ Z_c\}$	Repère mobile placé au niveau de l'articulation de la cheville
e_{ik}	Distance (m), i varie de 0 à 9
ρ_{ik}	Longueur du câble i (m)
q_k	Vecteur d'angles de poulie
l_i	Longueurs de câble mesurée i (m)
θ_i	Position angulaire de l'articulation i (rad)
$\dot{\theta}_i$	Vitesse angulaire de l'articulation i (rad/s)
$\ddot{\theta}_i$	Accélération angulaire de l'articulation i (rad/s^2)
${}^i_kH$	Matrice de transformation homogène
v_k	Vecteur des vitesses linéaires (m/s)
w_k	Vecteur des vitesses angulaires (rad/s)
J_k	Matrice jacobienne
Q_k	Matrice de rotation du repère mobile
J	Matrice jacobéenne de Newton-Raphson
$\tilde{\theta}_i$	Position angulaire estimée de l'articulation i (rad)
$\dot{\rho}_k$	Vecteur de vitesse de variation de longueurs de câbles (m/s)
$\ddot{\rho}_k$	Vecteur d'accélération de longueurs de câbles (m/s^2)
$\dot{q}_k$	Vecteur de vitesse angulaire de poulie (m/s)
$\ddot{q}_k$	Vecteur d'accélération angulaire de poulie (rad/s^2)
τ_k	Vecteur de couple du membre inférieur $(N.m)$
M_k	Matrice d'inertie du membre inférieur
F_k	Vecteur de forces centrifuges, de Coriolis, de gravité et de friction
I_k	Matrice d'inerties de rotation
f_k	Matrice d'amortissement visqueux de rotation

Clicours.COM

τ_{Rk}	Vecteur de couples moteurs $(N.m)$
T_k	Vecteur de tensions de câbles (N)
W_k	Vecteur de force agissant sur l'effecteur (N)
M_{xk}	Matrice de masse cartésienne
F_{xk}	Vecteur de forces centrifuges, de Coriolis, de gravité et de friction cartésiennes
$\ddot{X}$	Accélération cartésienne de l'effecteur
M	Matrice d'inertie
C	Vecteur de forces centrifuges et de Coriolis
G	Vecteur de force de gravité (m/s^2)
U	Entrée de commande
θ	Vecteur de position angulaire (rad)
θ^d	Vecteur de position angulaire désirée (rad)
$\dot{\theta}$	Vecteur de vitesse angulaire (rad/s)
$\ddot{\theta}$	Vecteur d'accélération angulaire (rad/s^2)
$\ddot{\theta}^d$	Vecteur d'accélération angulaire désirée (rad/s^2)
e	Vecteur d'erreur de position
$\dot{e}$	Vecteur d'erreur de vitesse
$\ddot{e}$	Vecteur d'erreur d'accélération
K_P	Matrice de gain de l'action proportionnelle
K_I	Matrice de gain de l'action intégrale
K_D	Matrice de gain de l'action dérivée
s	Surface de glissement
x	Vecteur de l'état réel
x_d	Vecteur de l'état désiré
λ	Coefficient de la surface de glissement
φ	L'épaisseur de la couche limite de surface de glissement
V	Fonction de Lyaponuv
η	Coefficient d'attractivité de mode de glissement
ε	Gain de la surface de glissement

I	Matrice identité
B	Couche limite mince adjacente à la surface de glissement
M_{eq}	Matrice d'inertie équivalente
C_{eq}	Matrice des termes non linéaires
k_i	Matrice de gain de la commande par mode de glissement

INTRODUCTION

De nos jours, l'utilisation de dispositifs robotiques s'étend de plus en plus dans un large éventail de domaines, y compris les applications médicales. L'une de ces applications est la réadaptation des membres physiologiques humains.

L'utilisation de robots en réadaptation présente un certain nombre d'avantages par rapport aux autres formes de thérapie, y compris une bonne répétabilité, une assistance contrôlable avec précision pendant les mouvements et des mesures de performance quantifiables.

Une classe de systèmes robotiques qui a été un sujet d'intérêt au cours des dernières années est les mécanismes parallèles à câbles ou les robots à câbles. Dans de tels mécanismes, l'effecteur est commandé directement par des câbles au lieu de liaisons rigides. L'introduction de robots à câbles en réadaptation présente plusieurs avantages par rapport aux robots à liaisons rigides, puisqu'ils sont reconfigurables et peuvent être adaptés à différents patients et pour différents entraînements.

L'étape la plus difficile et cruciale dans le développement des robots à câble est la mise en œuvre d'un contrôleur qui permet au dispositif de fonctionner. La conception des algorithmes de contrôle pour les robots à câbles doit être effectuée de sorte que les câbles restent tendus pour l'ensemble de l'espace de travail du robot. Cette contrainte de tension rend la commande des robots à câbles plus difficile que celui des robots conventionnels.

La commande de trajectoire des robots à câbles parallèles peut se faire soit dans l'espace de l'actionneur (en termes de longueur du câble), soit dans l'espace opérationnel. Cette dernière approche est meilleure en termes de précision car elle permet de contrôler le robot directement dans l'espace cartésien. Cependant, cette approche est peu utilisée, car elle nécessite de résoudre le problème de la cinématique directe des robots parallèles, dont les robots à câbles font partie.

Dans ce projet de recherche, nous allons modéliser et commander un robot parallèle à câbles dédié à la rééducation des membres inférieurs. L’exosquelette KINECAB est un système hybride composé d'un mécanisme de câblage et d'une orthèse qui sert de support au membre inférieur.

La contribution principale de ce mémoire est de résoudre le problème de la cinématique directe du robot parallèle à câbles KINECAB afin de pouvoir le commander dans l’espace cartésien. Pour y parvenir, nous allons d’abord établir un modèle cinématique et un modèle dynamique global qui représente notre système hybride. Puis, nous allons résoudre le problème de la cinématique directe du robot parallèle à câbles. Ensuite, nous allons concevoir deux contrôleurs basés sur deux méthodes de commande qui sont, le contrôle par couple précalculé et le contrôle par mode de glissement. Enfin, un algorithme d’estimation en ligne sera implémenté pour assurer que les tensions dans les câbles restent positives pendant le mouvement du robot.

Ce mémoire est divisé en 4 chapitres. Le premier chapitre présente une revue de la littérature sur l'utilisation de la robotique en réadaptation, ainsi que sur le contrôle des robots à câbles et ses problèmes connexes. Le deuxième chapitre traite de la modélisation cinématique et dynamique de l'exosquelette KINECAB. Dans le troisième chapitre, nous étudierons et concevrons deux contrôleurs basés sur la commande par couple précalculé et la commande par mode de glissement pour le suivi de trajectoire du robot à câbles. Finalement, les résultats de la simulation seront présentés et discutés dans le quatrième chapitre.

CHAPITRE 1

REVUE DE LITTÉRATURE

Dans ce chapitre, nous passerons en revue des travaux de recherche pertinents concernant l'application de robots à câbles dans différents domaines, notamment en réadaptation médicale, ainsi que d'autres travaux sur le contrôle de position de ce genre de robots et ses problèmes connexes.

1.1 Les robots parallèles à câbles

Les travaux de recherche de Stewart (Stewart, 1965) ont fait un bond en avant dans le domaine de la robotique. Depuis lors, les mécanismes parallèles sont devenus une bonne alternative aux robots sériels classiques.

Contrairement aux robots sériels, les manipulateurs parallèles distribuent la charge sur toutes les liaisons formant des chaînes cinématiques fermées. En conséquence, les robots parallèles bénéficient d'une rigidité globale accrue. Le rapport charge utile/poids est plus élevé car chaque actionneur ne supporte qu'une fraction de la charge de l'effecteur. De plus, la précision de la position de l'effecteur est plus élevée car les erreurs dans les liens du manipulateur ne s'accumulent pas. Ces caractéristiques les rendent très pratiques pour de nombreuses tâches différentes telles que le positionnement précis, la manipulation de charges lourdes et les applications à haute vitesse.

Au cours des dernières décennies, une nouvelle classe de robots parallèles a émergé, où les liens rigides sont remplacés par des câbles. Cette classe de manipulateurs a été communément appelée manipulateurs parallèles actionnés par câbles.

Les robots parallèles à câbles sont une classe spéciale de manipulateurs parallèles dans lesquels l'effecteur est directement actionné par des câbles. Ces robots combinent les

principes des robots parallèles aux propriétés des câbles, ce qui conduit à des mécanismes potentiellement très efficaces.

Ces manipulateurs parallèles ont de nombreux avantages par rapport aux robots parallèles traditionnels. Ils sont caractérisés par des structures légères avec une faible inertie de mouvement et un grand espace de travail, en raison de l'emplacement des actionneurs à la base fixe de la structure, réduisant ainsi la masse et l'inertie de la plate-forme mobile, ce qui les rend très appropriés pour les applications hautes vitesses et hautes performances (Kawamura, 1995), (Rosati, Zanotto, & Agrawal, 2011).

D'autres caractéristiques sont le rapport charge utile/poids élevé, la rapidité, la transportabilité. Le système mécanique a une structure simple et est facile à construire à faible coût (Barrette & Gosselin, 2005). Un autre avantage majeur est qu'ils sont reconfigurables, ce qui permet de les utiliser pour différentes tâches en déplaçant les points d'attache des câbles (Merlet, 2006).

Les principaux inconvénients des manipulateurs parallèles à câble sont dus à la nature physique des câbles. Les câbles ne peuvent que tirer mais pas pousser, et par conséquent ils doivent être maintenus en tension pendant que le manipulateur fonctionne, ce qui rend leur commande plus difficile. Un autre inconvénient est la possibilité de collision de câbles entre eux, mais ceci est limité uniquement aux systèmes redondants spatiaux (Merlet, 2006).

1.2 Applications de robots parallèles à câbles

L'idée de robots à câbles est apparue à la fin des années 1980 et au début des années 1990 à partir des travaux de Landsberger (Landsberger, 1985), de Higuchi (Higuchi, 1988) et de Bostelman (Bostelman, Albus, Dagalakis, Jacoff, & Gross, 1994). Landsberger a proposé en 1985 un mécanisme parallèle où sa géométrie était basée sur celle d'une plate-forme Stewart, où les liens rigides ont été remplacés par des câbles (Landsberger, 1985). Les motivations et les avantages de l'utilisation des câbles comprenaient leur poids léger, la taille compacte du

manipulateur tout en permettant un grand espace de travail, ainsi que la reconfigurabilité du système qui permet d'accomplir différentes tâches.

En 1988, Higuchi (Higuchi, 1988) a proposé le concept d'une grue métallique pour la construction de bâtiments. Dans ce travail, on présente les prototypes et la cinématique d'un manipulateur planaire à 3 degrés de liberté ainsi que d'un manipulateur spatial à 3 degrés de liberté. Comparé à une grue traditionnelle, la grue à câbles permet de contrôler la position de l'effecteur à grande vitesse et précision.

Au cours des premières études sur les robots à câbles parallèles, le robot à câble le plus cité est le NIST-RoboCrane (National Institute of Standards and Technology) développé par Albus et son équipe à l'Institut National des Standards et de la Technologie NIST (Albus et al., 1993). Ce robot se compose de 6 câbles qui s'enroulent et se déroulent pour actionner l'effecteur. L'idée derrière le développement de ce mécanisme était de surmonter les inconvénients des mouvements sous-tendus des grues conventionnelles. Il permet la manipulation des mouvements de translation et de rotation de la grue. Les utilisations proposées du manipulateur comprenaient des tâches telles que la coupe, le levage et le positionnement de la charge. Le principal avantage de RoboCrane est son rapport poids/charge utile élevé, puisqu'il peut soulever au moins cinq fois son propre poids (Albus et al., 1993).

Compte tenu des avantages et des caractéristiques uniques des robots parallèles à câbles, leur utilisation s'est étendue sur plusieurs types d'applications. En raison de leur grand espace de travail et de leur grande vitesse, ils ont été utilisés dans l'enregistrement sportif, comme dans le cas de Skycam (Tanaka, Seguchi, & Shimada, 1988) qui a été développée en tant que système à câble parallèle déplaçant une caméra dans trois degrés de liberté de translation.

Une autre application pour ce type de manipulateurs est les dispositifs haptiques. Ces dispositifs sont souvent commandés en utilisant un schéma de contrôle d'impédance, dans lequel l'utilisateur peut ressentir l'inertie et la friction induites par le dispositif lui-même. Les

propriétés des mécanismes parallèles entraînés par câbles les rendent très attractifs pour de telles applications, car ils peuvent fournir une grande rigidité et une très faible inertie sur un grand espace de travail. L'un des premiers exemples d'un dispositif haptique basé sur un mécanisme parallèle à câbles est le contrôleur de main rapporté dans (Sato, 2002).

Un autre domaine d'intérêt est le suivi de mouvement, qui est important pour la réalité virtuelle et les applications biomédicales. Dans (Ottaviano, Ceccarelli, Sbardella, & Thomas, 2002), des chercheurs ont développé le système CaTraSys (Cassino Tracking System) pour une identification expérimentale des paramètres cinématiques et de la mobilité articulaire des bras et des jambes humains. Il a été utilisé pour déterminer la position de l'extrémité du membre pendant son mouvement, et en outre, il est capable de mesurer les forces et les couples qui sont exercés par le membre.

La réadaptation robotisée est un champ d'application intéressant pour cette classe de manipulateurs. Nous traiterons ce sujet dans la section suivante.

1.3 Robotique en réadaptation

De nos jours, les dispositifs robotiques ont été de plus en plus utilisés dans un large éventail de domaines, y compris les applications médicales. La réadaptation robotique est l'une de ces applications.

L'AVC (Accident vasculaire cérébral) est la cause d'invalidité la plus fréquente et peut gravement dégrader la fonction des membres inférieurs (Pennycott, Wyss, Vallery, Klamroth-Marganska, & Riener, 2012). Elle est considérée comme une cause majeure de décès et d'invalidité aux États-Unis et en Europe, et le nombre de victimes d'AVC nécessitant une réadaptation augmente rapidement en raison du vieillissement de la population (Lloyd-Jones et al., 2009).

Les thérapies de réadaptation traditionnelles demandent beaucoup de main-d'œuvre, en particulier pour la réadaptation de la marche, nécessitant souvent plus de trois thérapeutes ensemble pour aider manuellement les jambes et le torse du patient. Ce fait impose une énorme charge économique au système de santé de tout pays (Stewart, 1965). En outre, le changement démographique (vieillissement), les pénuries attendues de personnel de santé et le besoin de soins de meilleure qualité prévoient une augmentation du coût moyen du premier AVC au décès. Tous ces facteurs stimulent l'innovation dans le domaine de la réadaptation de telle sorte qu'elle devient plus abordable et disponible pour plus de patients et pour une plus longue période de temps.

En outre, Les programmes de réadaptation doivent comprendre un entraînement au mouvement répétitif, intensif et spécifique à la tâche afin de favoriser la plasticité neuronale et la récupération des mouvements, d'où la nécessité de recourir aux robots en raison de leur capacité supérieure à répondre aux exigences susmentionnées avec facilité et précision (Pott, 2014).

Dans un premier essai pour introduire la robotique en réadaptation, Leifer (Leifer, 1981) a tenté d'utiliser des bras robotiques industriels pour des raisons d'économie et de disponibilité. Cependant, cela n'est pas une bonne solution car les applications industrielles et médicales ont des exigences très différentes. Les robots industriels ont des structures rigides, sont rapides, précis et ont été conçus pour être utilisés sans interaction avec les êtres humains, tandis que les robots de réadaptation doivent être employés étroitement avec des êtres humains qui font partie de l'espace de travail. Ainsi, ils doivent être sûrs avec des mouvements souples (García Armada, Jiménez Ruiz, González de Santos, & Armada, 2007). Ces raisons ont conduit au développement de mécanismes plus conformes.

Le premier projet dans la réadaptation robotique était le MIT-MANUS (un poste de travail pour la thérapie manuelle et la formation développé à l'institut de technologie de Massachusetts). Il était dédié aux patients qui se remettent d'un AVC (Krebs, Hogan, Aisen, & Volpe, 1998). Il s'agit d'un robot sériel à deux degrés de liberté qui peut guider ou

Clicours.COM

interagir avec le bras du patient sur un espace de travail planaire. Il peut aussi enregistrer des quantités mécaniques liées au mouvement telles que la position, la vitesse et les forces appliquées. Le prototype a deux modules. Un module planaire à deux DDL (degrés de liberté) conçus pour le mouvement du coude et de l'avant-bras, et un autre module à trois DDL attaché au module planaire qui permet le mouvement du poignet. Le système a été testé sur des personnes avec des déficiences aiguës et chroniques, et il a démontré une amélioration significative du membre exercé (Krebs et al., 1998).

Un autre robot célèbre dans le domaine de la réadaptation est le NeReBot (Neuro Rehabilitation Robot). C'est un mécanisme à câbles dédié à la réadaptation des membres supérieurs (Rosati, Gallina, & Masiero, 2007). Dans ce robot, le membre supérieur du patient est pris en charge et manipulé par trois câbles, actionnés indépendamment par des moteurs électriques. La partie inférieure du NeReBot est à roues et peut être facilement déployée au chevet pour la réadaptation précoce des patients hospitalisés. La structure supérieure, à partir de laquelle les câbles proviennent, peut être ajustée manuellement par le thérapeute. De cette façon, la position des points d'attache de câbles, qui affecte les capacités de force du robot, peut être adaptée au mouvement spécifique à exercer (Gallina & Rosati, 2002).

Dans cette conception, les câbles peuvent aider le mouvement du membre du patient le long d'une trajectoire tridimensionnelle préplanifiée, ainsi que des mouvements volontaires hors-trajectoire, qui sont également autorisés (Gallina & Rosati, 2002). De plus, l'inertie des parties reliées au bras du patient est minimisée, de sorte qu'aucune commande sophistiquée n'est nécessaire pour obtenir une faible inertie. De tels résultats n'auraient pas pu être obtenus avec des conceptions traditionnelles non basées sur des câbles, telles que les robots à liaison rigide ou des exosquelettes robotiques.

Nos collègues du laboratoire GREPCI à l'ETS, Canada, ont développé un exosquelette pour la réadaptation des membres supérieurs. Cet exosquelette à liaisons rigides, appelé ÉTS-MARSE (Motion Assistive Robotic-exoskeleton for Superior Extremity) a sept degrés de liberté (Rahman, 2012). Une grande importance a été donné au confort du patient dans la

conception de l'exosquelette, qui a été inspirée par la biomécanique du membre supérieur humain (Brahmi, Saad, Luna, & Rahman, 2017). Ce robot doit être porté du côté latéral du membre supérieur pour assurer les mouvements naturels de l'épaule. Ce mécanisme a de bonnes caractéristiques telles que le bon rapport puissance/poids, la capacité à compenser la gravité, et en ce qui concerne le confort du patient, le dispositif peut être mis ou enlevé facilement (Rahman, 2012). Les résultats expérimentaux testés sur des gens en bonne santé ont montré une bonne performance de ÉTS-MARS pour les exercices de réadaptation passive.

1.4 Robots à câbles pour la réadaptation des membres inférieurs

Au cours de la dernière décennie, plusieurs robots parallèles à câbles dédiés à la réadaptation des membres inférieurs ont été développés pour rétablir la mobilité des membres affectés. L'utilisation de robots à câbles en réadaptation présente plusieurs avantages par rapport aux robots à liaison rigide. Ils sont reconfigurables et peuvent être adaptés à différents patients et pour différents entraînements. D'un point de vue clinique, l'utilisation de câbles à la place de liaisons rigides permet au patient de se sentir moins contraint (Homma, Fukuda, & Nagata, 2002). Dans ce qui suit, nous traiterons de deux exemples très répandus d'application de robots à câbles pour la réadaptation des membres inférieurs.

Le premier système robotique entrainé par câbles s'appelle « STRING-MAN ». C'est un manipulateur dédié à la thérapie de rétablissement de locomotion (Surdilovic, Zhang, & Bernhardt, 2007). Le mécanisme a sept câbles qui sont connectés au tronc et au bassin humain au moyen d'une interface utilisateur. Cette interface est constituée d'un harnais pelvien qui est renforcé pour réduire les déplacements provoqués par les tensions dans les fils et par un poids relativement plus élevé. Le corps humain est considéré comme l'effecteur du robot via l'interface. Cependant, l'interface représente un problème critique nécessitant d'autres développements pour répondre aux exigences de réhabilitation optimale (Surdilovic et al., 2007). Sur la base de la structure STRING-MAN, il y a un tapis roulant qui permet le mouvement du patient.

Les premières expériences de STRING-MAN ont montré que le poids de l'effecteur n'était pas bien équilibré. Par conséquent, le mécanisme a été développé en ajoutant un système avec trois DDL composé de 4 câbles attachés aux jambes du patient. Le nouveau système, illustré à la figure 1.1, a été appelé SMART-STRING (Surdilovic et al., 2007). Dans ce concept, des muscles artificiels pneumatiques ont été intégrés dans la structure à câbles en tant que câbles actifs. Les contractions des muscles produisent des variations des longueurs de câbles actifs et des mouvements d'équilibrage et de poids demandés.

Figure 1.1 Structure mécanique du SMART-STRING
Tirée de Surdilovic (2007)

Le deuxième exemple est un système avec 4 DDL dédié à la réhabilitation des membres inférieurs. L'objectif du système est de réaliser les multiples degrés de liberté des membres inférieurs du patient en les déplaçant avec des câbles. Les exercices effectués par le système sont la flexion-extension du genou, la flexion-extension de la hanche, l'abduction-adduction de la hanche et la rotation interne-externe de la hanche (Homma, Fukuda, Sugawara, Nagata, & Usuba, 2003).

Le système a une conception modulaire qui permet au patient d'exercer différents types de mouvement. Le premier module qui se compose de cinq rails, cinq mécanismes

d'enroulement, cinq câbles, un lit et un contrôleur a été développé pour effectuer la flexion-extension du genou et la flexion-extension de la hanche. Le mouvement combiné de l'abduction de la hanche, de l'adduction et de la rotation interne/externe de la hanche est obtenu en utilisant le deuxième module. Le système résultant, illustré à la figure 1.2, est un parallélépipède avec un axe de rotation le long du grand axe du lit (Homma et al., 2003).

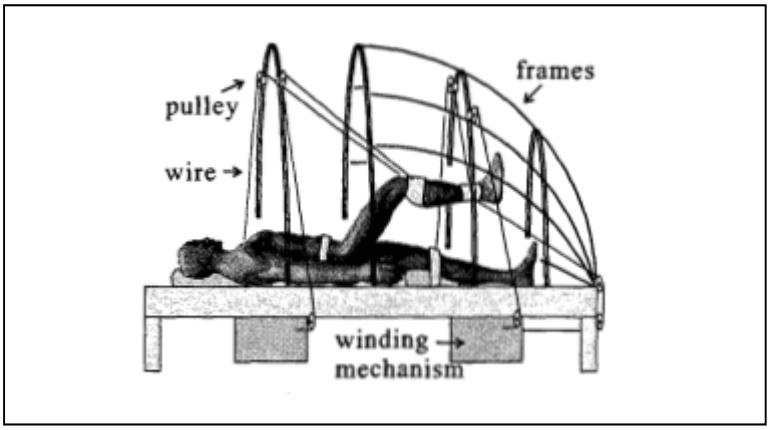

Figure 1.2 Système de réadaptation des membres inférieurs
Tirée de Homma (2003)

Afin de réaliser les tâches de réhabilitation requises, un patient doit s'allonger sur le lit. Le membre inférieur du patient en position couchée est fixé à la surface supérieure du parallélépipède. Le deuxième sous-système n'a pas ses propres actionneurs, car le mouvement de rotation est généré en tirant sur le mécanisme de rotation par les câbles utilisés dans le premier module. Cela permet d'éviter les interférences entre les câbles qui peuvent être causés par l'augmentation du nombre de câbles et d'actionneurs. Le mécanisme de rotation est réglable en fonction de la longueur de la cuisse et de l'angle de flexion du genou (Homma et al., 2003).

1.5 Commande de robots à câbles

Comparé à la grande attention qui a été accordée à la commande des robots manipulateurs à liaison rigide, seuls quelques résultats sur le contrôle des robots parallèles à câbles existent dans la littérature.

La commande de trajectoire des robots à câbles parallèles peut se faire soit dans l'espace de l'actionneur (en termes de longueur du câble), soit dans l'espace opérationnel. Dans ce qui suit, nous présenterons une revue de la littérature sur le contrôle de position des robots à câbles.

Dans (Fang, Franitza, Torlo, Bekes, & Hiller, 2004), des contrôleurs décentralisés non linéaires basés sur la distribution de tension optimale ont été proposés dans les coordonnées de longueur de câble et leur performance a été évaluée à travers quelques expériences. Dans ce cadre, la longueur des câbles peut être simplement mesurée par des encodeurs, ce qui représente un bon choix pratique d'un point de vue économique.

Cependant, dans certaines applications où une haute précision est requise, la mesure des longueurs de câbles dans les algorithmes de contrôle n'est pas fiable en raison de la flexibilité inhérente des câbles. Par conséquent, une précision de contrôle appropriée peut être obtenue uniquement lorsque la position réelle de l'effecteur dans l'espace opérationnel est obtenue sans aucune transformation cinématique.

Toutefois, pour la commande dans l'espace opérationnel, la mesure directe de la pose de l'effecteur nécessite des systèmes d'instrumentation de haute technologie et coûteux. Pour cette raison, seuls quelques chercheurs se concentrent sur la mise en œuvre des contrôleurs dans l'espace opérationnel en pratique. Dans (Zi, Duan, Du, & Bao, 2008), un capteur laser a été utilisé pour mesurer la position de l'effecteur d'un robot parallèle à 6 DDL dans l'espace opérationnel. Un contrôleur basé sur des capteurs de vision a été conçu dans (Dallej, Gouttefarde, Andreff, Michelin, & Martinet, 2011) où la pose de l'effecteur a été mesurée

indirectement et utilisée pour la régulation. Les deux approches présentent des inconvénients car, en plus de leur coût élevé, les lasers peuvent induire des problèmes d'alignement et de sécurité oculaire, tandis que les capteurs de vision limitent l'espace de travail du robot.

La commande PID (Proportionnel, Intégral, Dérivé) est l'algorithme de contrôle le plus utilisé dans de nombreuses applications, en particulier dans l'industrie, en raison de sa simplicité. Cependant, des difficultés dans le réglage des gains du contrôleur pour contrôler un robot à câbles suspendu à 6 DDL ont été rapportées dans (Lamaury & Gouttefarde, 2013). Ils ont réglé le PID spécifiquement pour chacun des trois axes cartésiens à la fois pour les translations et les rotations de la plateforme mobile, tout en utilisant un algorithme de distribution de tension en temps réel dans la boucle directe, ce qui rend cette opération plus complexe que pour un PID dans l'espace articulaire. En outre, dans le cas de plusieurs défis, le contrôleur PID démontre une faible robustesse même si les gains sont bien ajustés.

Dans (Khosravi & Taghirad, 2014), un contrôleur PID a été conçu et implémenté dans l'espace opérationnel. Cependant, afin d'éviter la mesure directe de la position de l'effecteur, la longueur des câbles a été mesurée par des encodeurs et la pose de l'effecteur a été estimée par la cinématique directe. Les performances du contrôleur n'étaient pas aussi élevées que souhaité, car la résolution des équations de la cinématique directe dans la boucle de rétroaction réduit la précision de la mesure en raison de la complexité et de la multiplicité des solutions.

Gholami et al. (Gholami, Aref, & Taghirad, 2008) ont proposé un contrôleur PD avec linéarisation en retour d'état pour le suivi de trajectoire d'un robot parallèle à câbles. Cette commande a été effectuée à la fois dans l'espace opérationnel (coordonnées cartésiennes) et dans l'espace de l'actionneur. La solution de norme minimale a été utilisée pour résoudre le problème de redondance. Le contrôleur a montré une bonne performance dans les coordonnées de l'espace de l'actionneur, tandis que dans l'espace opérationnel, les performances étaient moins que souhaité, et cela est dû au manque de précision dans la méthode utilisée pour calculer la pose de l'effecteur.

Williams et al. (Williams Ii & Gallina, 2003) ont appliqué la commande par couple précalculé sur un robot à câbles planaire avec un degré d'actionnement de redondance. L'algorithme de commande a été appliqué dans l'espace cartésien. Des encodeurs ont été utilisés dans la boucle de contrôle de rétroaction pour obtenir les longueurs de câbles, qui servent comme entrées pour la cinématique directe afin d'obtenir la pose de l'effecteur dans l'espace opérationnel. Il est à noter que la cinématique directe de ce mécanisme n'est pas assez compliquée comme c'est le cas pour les robots parallèles, et cela est dû à la conception simple du robot. Les résultats de la commande ont montré de bonnes performances.

Deux contrôleurs basés sur les méthodes de Lyapunov et les techniques de linéarisation en rétroaction ont été appliqués pour contrôler un robot à câbles à six degrés de liberté (Alp & Agrawal, 2002). Les résultats pour les deux contrôleurs ont montré de performances acceptables, avec la présence des petites erreurs à l'état permanent, et ceci est dû à la friction dans les câbles. Une autre source potentielle de l'erreur est le manque de précision dans le calcul de la cinématique directe utilisé dans la boucle de rétroaction pour obtenir la position de l'effecteur.

1.6 Redondance d'actionnement

En raison des propriétés unilatérales des câbles, une redondance d'actionnement est généralement nécessaire pour restreindre complètement l'effecteur des robots parallèles à câbles. La redondance d'actionnement peut être réalisée par des entraînements de treuils supplémentaires sans modifier le degré de liberté du mécanisme (Reichert, Müller, & Bruckmann, 2015). Cela signifie que le degré de redondance dépasse le degré de liberté du système. La redondance a une influence directe sur la rigidité du mécanisme. En outre, elle affecte les capacités de la force du robot à câbles en termes d'accélération et de charge utile.

Dans les robots à câbles, les câbles ne peuvent appliquer que des forces de traction. La conception des algorithmes de contrôle doit être effectuée de manière que les câbles restent tendus pour l'ensemble de l'espace de travail du robot. Cette contrainte de tension ainsi que la

redondance d'actionnement rendent le contrôle des robots à câbles parallèles plus difficile que celui des robots parallèles conventionnels.

En considérant le nombre de câbles et les degrés de liberté de l'effecteur, les manipulateurs parallèles à câbles peuvent être classés comme sur-contraints et sous-contraints. Pour les manipulateurs sur-contraints, la position de l'effecteur peut être déterminée en fonction de la longueur des câbles seulement. Dans les manipulateurs sous-contraints, la posture de l'effecteur dépend de la longueur des câbles ainsi que de la gravité qui doit être considérée comme une contrainte supplémentaire pour résoudre le problème de tension des câbles, ce qui est le cas des robots à câbles suspendus.

Si le nombre de câbles dépasse le nombre de degrés de liberté de la plateforme, on aura plusieurs solutions pour l'équation de tension du câble, i.e. plusieurs répartitions de tensions de câble peuvent être utilisées pour obtenir le couple désiré à l'effecteur. Pour trouver la distribution de tension optimale, différentes méthodes ont été proposées dans la littérature. L'approche la plus courante est de fixer une valeur constante positive comme contrainte de tension minimale dans chaque câble, puis trouver une répartition de tensions parmi celles assurant le couple souhaité, avec au moins un câble à tension minimale (Gallina & Rosati, 2002). Le choix de l'ensemble de tension optimale est généralement effectué à l'aide d'une méthode d'optimisation.

Parmi les approches possibles pour générer une solution optimale de tensions de câbles, on trouve la programmation linéaire (Fang et al., 2004) et la programmation quadratique (Li et al., 2013). Les chercheurs dans (Fang et al., 2004) ont proposé un algorithme de programmation linéaire pour minimiser la somme de toutes les tensions sans relâchement du câble. Bien que la programmation linéaire soit une procédure simple et systématique, elle ne peut pas garantir la continuité de la solution, ce qui peut entraîner des instabilités.

Dans d'autres travaux de recherche, des méthodes de programmation quadratique pour l'estimation des distributions de tension optimales ont été appliquées (Li et al., 2013). La

programmation quadratique assure la continuité mais au détriment d'un temps de calcul moins prévisible. La situation devient plus complexe lorsque le nombre de câbles augmente (Bruckmann, Pott, & Hiller, 2006).

En outre, d'autres méthodes telles que l'optimisation convexe pour la minimisation des forces d'actionneur (Hassan & Khajepour, 2008), la minimisation de la norme-p (Gosselin & Grenier, 2011), et l'optimisation de la norme-L1 (Snyman & Hay, 2004) ont été proposées. Pott (Pott, 2014) a comparé ces différentes méthodes et a trouvé la faiblesse de ces algorithmes. Dans les applications en temps réel, aucune de ces méthodes ne peut couvrir tout l'espace de travail et fournir une solution continue pour la commande.

Généralement, les méthodes d'optimisation sont basées sur une valeur minimale de la tension du câble. Une telle valeur peut être choisie par des expériences pour obtenir la précision de suivi de trajectoire désirée du système, tout en considérant la capacité des actionneurs. Une tension minimale plus élevée augmente la rigidité, réduit les vibrations et améliore la précision du mouvement (Fang et al., 2004).

CHAPITRE 2

MODÉLISATION DU ROBOT À CÂBLES KINECAB

2.1 Description du système

Dans cette section, nous allons décrire l'exosquelette robotique KINECAB. Le système se compose de deux orthèses mobiles, chacune étant soutenue par quatre câbles commandés par quatre actionneurs. Les figures 2.1 et 2.2 présentent les diagrammes cinématiques de ce système hybride.

Cet exosquelette robotique est dédié à la rééducation des membres inférieurs humains. Chaque membre est modélisé comme un robot sériel passif composé de trois liaisons et de trois articulations, tel qu'illustré à la figure 2.2. Les orthèses servent de supports aux membres inférieurs pour les exercices de rééducation, qui seront limités dans ce travail pour les mouvements de flexion / extension. Chaque orthèse se compose de deux parties reliées par une articulation passive, l'une pour soutenir la jambe et l'autre pour le pied. Le point situé au niveau de l'articulation de la cheville est considéré comme l'effecteur du robot.

Pour l'analyse cinématique, un repère fixe $\{X_o\ Y_o\ Z_o\}$ est placé au milieu des deux articulations de la hanche, tandis qu'un repère mobile $\{X_c\ Y_c\ Z_c\}$ est placé au niveau de l'articulation de la cheville (Point C sur la figure 2.1).

Les câbles sont attachés à la structure fixe aux points $P_{ik} \in \mathbb{R}^3$ dont les coordonnées sont définies dans le repère fixe par :

$$P_{1k} = [-a_{4k} \quad e_{4k} \quad b_k]^T \ ;\ P_{2k} = [-a_{4k} \quad e_{4k} + e_{5k} \quad b_k]^T \ ; \tag{2.1}$$
$$P_{3k} = [-a_{4k} \quad e_{4k} + e_{5k} + e_{6k} \quad b_k]^T \ ;\ P_{4k} = [e_{8k} - a_{4k} \quad -e_{7k} \quad b_k]^T$$

Pour la partie droite, on a: $b_r = b_k$, et pour la partie gauche, on a: $b_r = -b_k$.

Clicours.COM

Les points d'attache des câbles sur les orthèses $V_{ik} \in \mathbb{R}^3$ sont définis dans repère mobile $\{X_c\ Y_c\ Z_c\}$ par :

$$V_{1k} = \begin{bmatrix} -e_{2k} & \frac{e_{1k}}{2} & 0 \end{bmatrix}^T \ ;\ V_{2k} = \begin{bmatrix} e_{3k} - e_{2k} & \frac{e_{1k}}{2} & 0 \end{bmatrix}^T$$
$$V_{3k} = [-e_{9k}\sin(\theta_{3k}) \quad e_{9k}\cos(\theta_{3k}) \quad 0]^T \ ;$$
$$V_{4k} = [e_{3k} - e_{2k} \quad e_{1k}/2 \quad 0]^T \tag{2.2}$$

L'indice k fait référence à la partie droite ou gauche du système.

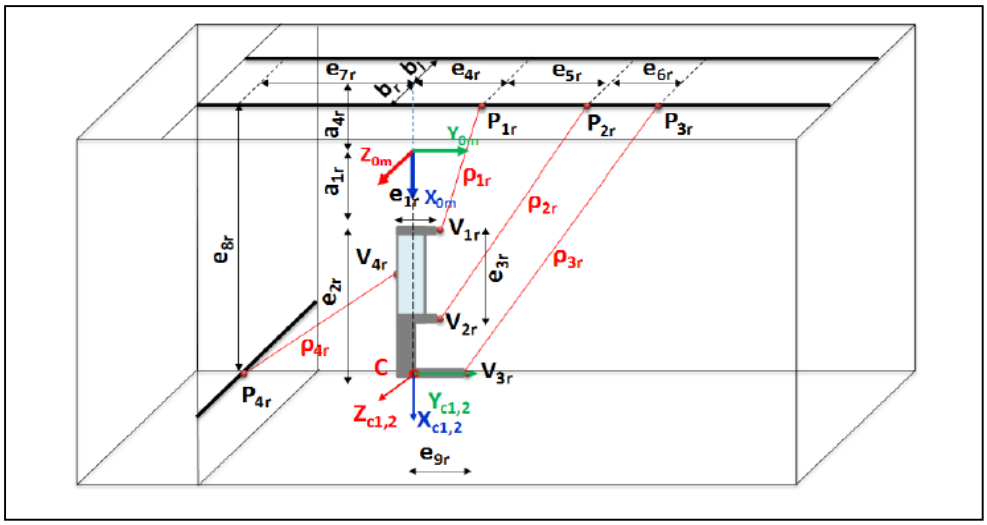

Figure 2.1 Paramètres géométriques du robot KINECAB
Tirée de Badi (2018)

Le mouvement de l 'orthèse est contrôlé par quatre câbles. Chaque câble est enroulé autour d'une poulie de rayon r_{ik} , $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ entraîné par un moteur d'un côté, et attaché à l'orthèse de l'autre côté. Afin de faire un exercice de rééducation, le mécanisme du câblage devrait entraîner l'orthèse entière à réaliser des mouvements de translation et de rotation dans le plan cartésien, ainsi que la rotation de la seconde partie de l'orthèse par rapport à la première. Les deux parties de l'orthèse tournent autour de leur axe Z.

La position et l'orientation des segments d'orthèse sont obtenues en ajustant les longueurs de câbles désignées par les variables ρ_{ik} , $i \in \{1, 2, 3, 4\}$. La longueur du câble ρ_{ik} est la distance entre son point d'attache P_{ik} au niveau de la structure fixe et le point d'attache V_{ik} sur l'orthèse.

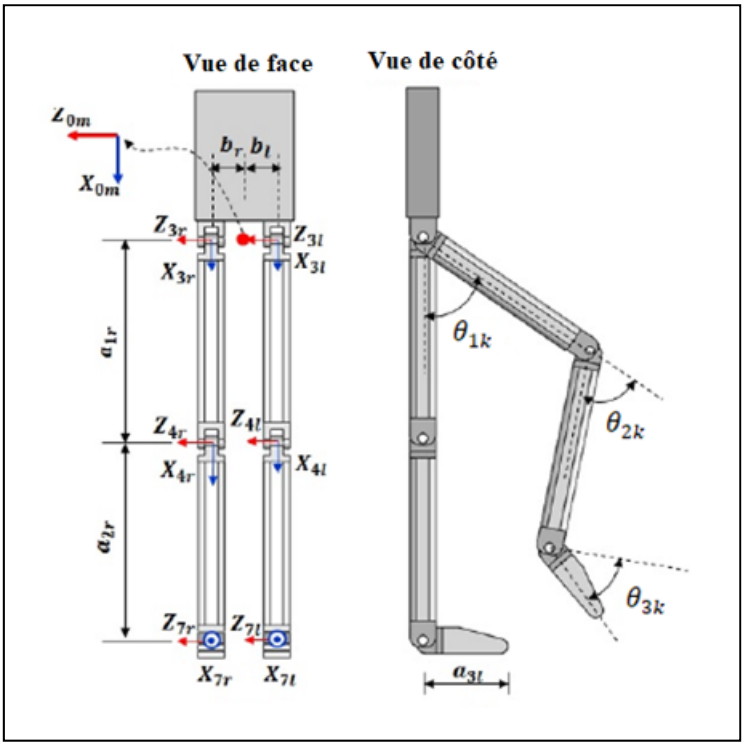

Figure 2.2 Paramètres référentiels et géométriques du membre inférieur

2.2 Modélisation cinématique

Le robot KINECAB est un système hybride composé d'une chaîne cinématique sériel et d'un mécanisme de câblage. Ainsi, nous devons d'abord déduire la cinématique des membres physiologiques qui sont modélisés sous la forme d'un robot sériel. Ensuite, nous allons trouver la cinématique directe et inverse du mécanisme de câbles, qui est un type spécial de robots parallèles.

2.2.1 Cinématique des membres physiologiques

Cette section traite de la cinématique des membres physiologiques, autrement dit de la relation entre la position cartésienne de l'effecteur (point C au niveau de la cheville, figure 2.1) et les trois angles des articulations θ_i , $i \in \{1, 2, 3\}$ au niveau de la hanche, le genou et la cheville respectivement (voir figure 2.2). Ensuite, nous analyserons la cinématique différentielle, c'est-à-dire la relation entre les vitesses linéaire et angulaire.

Les paramètres de liaison des deux chaînes cinématiques sont donnés dans le tableau 2.1 en utilisant la convention de Denavit-Hartenberg (Craig, 2005). Commençons tout d'abord par la cinématique directe, c'est-à-dire étant donné les trois angles d'articulations, nous devons trouver la position cartésienne de l'effecteur.

Tableau 2.1 Paramètres de Denavit-Hartenberg

Articulation	α_k	a_k	d_k	θ_k
1	0	0	b_k	θ_{1k}
2	0	a_{1k}	0	θ_{2k}
3	0	a_{2k}	0	θ_{3k}

La cinématique directe des deux chaînes est définie par la matrice de transformation homogène suivante:

$$
\begin{aligned}
{}^{0}_{3k}H &= {}^{0}_{1k}H\,{}^{1k}_{2k}H\,{}^{2k}_{3k}H \\
&= \begin{bmatrix} -s_{1k+2k+3k} & -c_{1k+2k+3k} & 0 & \beta_1 \\ c_{1k+2k+3k} & s_{1k+2k+3k} & 0 & \beta_2 \\ 0 & 0 & 1 & b_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

Où $s_{\blacksquare}$ et $c_{\blacksquare}$ correspondent à $\sin(\blacksquare)$ et $\cos(\blacksquare)$ respectivement, et β_1 et β_2 sont les deux premières composantes des coordonnées cartésiennes de l'effecteur (point C_k au niveau de la cheville) données par :

$$C_k = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ b_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1k}c_{1k} + a_{2k}c_{1k+2k} \\ a_{1k}s_{1k} + a_{2k}s_{1k+2k} \\ b_k \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

L'équation (2.3) définit la cinématique directe au niveau de l'effecteur (point C_k). À l'extrémité de la cheville, c'est à dire au point F_k dans la figure 2.3, la cinématique directe est définie par la matrice de transformation homogène suivante :

$$\begin{aligned} {}^{0}_{Fk}H &= {}^{0}_{3k}H\,{}^{3k}_{Fk}H \\ &= \begin{bmatrix} -s_{1k+2k+3k} & -c_{1k+2k+3k} & 0 & \beta_3 \\ c_{1k+2k+3k} & s_{1k+2k+3k} & 0 & \beta_4 \\ 0 & 0 & 1 & b_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.5}$$

Où les termes β_3 et β_4 sont définis par :

$$\beta_3 = -a_{3k}s_{1k+2k+3k} + a_{2k}c_{1k+2k} + a_{1k}c_{1k} \tag{2.6}$$

$$\beta_4 = a_{3k}c_{1k+2k+3k} + a_{2k}s_{1k+2k} + a_{1k}s_{1k} \tag{2.7}$$

Après avoir défini la cinématique directe, il faut maintenant trouver le problème inverse, c'est-à-dire étant donné la position cartésienne de l'effecteur, nous devons trouver les trois angles d'articulations de la chaîne cinématique. Pour ce faire, nous devons tout d'abord trouver les deux premiers angles d'articulations (θ_1, θ_2) à partir de la position cartésienne du point C_k. Ensuite, nous devons déterminer le troisième angle d'articulation θ_3 en fonction de la position cartésienne du point F_k au bout du pied (voir figure 2.3).

Les coordonnées du point C_k dans le plan $\{XY\}$ sont données par :

$$C_k(XY) = \begin{pmatrix} C_{xk} \\ C_{yk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{1k}\cos(\theta_{1k}) + a_{2k}\cos(\theta_{1k} + \theta_{2k}) \\ a_{1k}\sin(\theta_{1k}) + a_{2k}\sin(\theta_{1k} + \theta_{2k}) \end{pmatrix} \tag{2.8}$$

A partir de l'équation (2.8), on obtient :

$$\theta_{2k} = atan2(\alpha_1, \alpha_2) \tag{2.9}$$

Avec:

$$\alpha_2 = \frac{{C_{xk}}^2 + {C_{yk}}^2 - {a_{1k}}^2 - {a_{2k}}^2}{2a_{1k}a_{2k}} \tag{2.10}$$

$$\alpha_1 = \pm\sqrt{1 - {\alpha_2}^2} \tag{2.11}$$

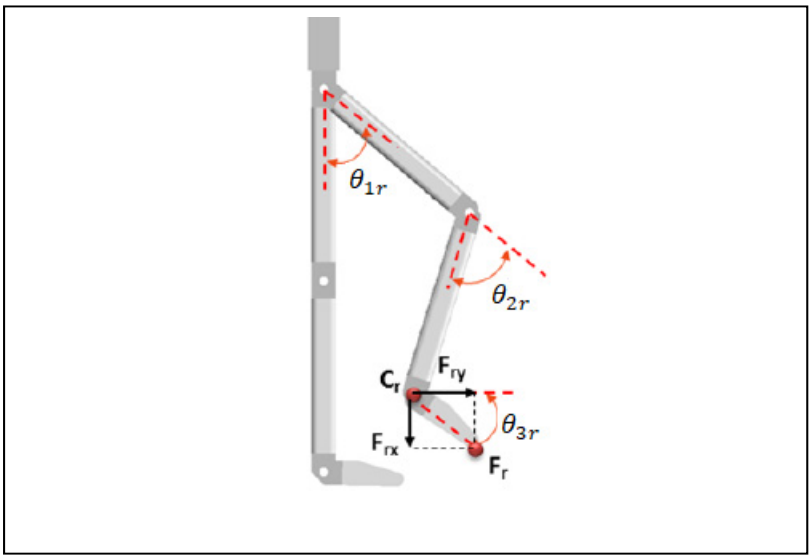

Figure 2.3 Représentation des points C_r et F_r

De l'équation (2.8), et en utilisant l'équation trigonométrique suivante :

$$\cos(\theta_{1k} + \theta_{2k}) = \cos(\theta_{1k})\cos(\theta_{2k}) - \sin(\theta_{1k})\sin(\theta_{2k}) \tag{2.12}$$

Nous trouvons les angles d'articulation restants comme suit :

$$\theta_{1k} = atan2\left(C_{yk}, C_{xk}\right) - atan2(a_{2k}\alpha_1, a_{2k}\alpha_2 + a_{1k}) \tag{2.13}$$

$$\theta_{3k} = atan2\left(F_{yk}\,, F_{xk}\right) - \frac{\pi}{2} \tag{2.14}$$

Pour terminer cette section, nous allons analyser la cinématique différentielle. Le vecteur des vitesses linéaires et angulaires ($v_k \in \mathbb{R}^3$ et $w_k \in \mathbb{R}^3$ respectivement) au point C_k est défini par:

$$V_k = \begin{bmatrix} v_k \\ w_k \end{bmatrix} = J_k \dot{\theta}_k \tag{2.15}$$

Où J_k est la matrice jacobienne définie par :

$$J_k = \begin{bmatrix} -a_{2k}s_{1k+2k} - a_{1k}s_{1k} & -a_{2k}s_{1k+2k} & 0 \\ a_{2k}c_{1k+2k} + a_{1k}c_{1k} & a_{2k}s_{1k+2k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

Ainsi, le vecteur d'accélération combiné est alors donné par:

$$\dot{V}_k = \begin{bmatrix} \dot{v}_k \\ \dot{w}_k \end{bmatrix} = \dot{J}_k \dot{\theta}_k + J_k \ddot{\theta}_k \tag{2.17}$$

D'après les équations (2.15) et (2.17), on obtient la relation inverse comme suit :

$$\dot{\theta}_k = {J_k}^{-1} V_k \tag{2.18}$$

$$\ddot{\theta}_k = {J_k}^{-1} (\dot{V}_k - \dot{J}_k {J_k}^{-1} V_k) \tag{2.19}$$

2.2.2 Cinématique du robot à câbles

2.2.2.1 Modèle cinématique de position

Dans cette sous-section, nous aborderons l'analyse cinématique inverse et directe de position pour le robot à câbles. Le modèle cinématique établit la correspondance entre les longueurs de câbles d'une part, et la position cartésienne de l'organe terminal d'autre part.

Puisque ce mécanisme est un type particulier de robots parallèles, la solution de la cinématique inverse peut être trouvée analytiquement. Cependant, pour la cinématique directe, une solution analytique est impossible pour ce robot parallèle en raison de sa complexité élevée. Toutefois, il existe d'autres méthodes pour traiter ce problème bien connu des robots parallèles. Dans notre cas, nous allons développer une solution basée sur la méthode numérique de Newton-Raphson.

- **Cinématique inverse**

Considérons le schéma géométrique suivant qui représente une partie (droite ou gauche) du robot parallèle à câbles, comme illustré à la figure 2.4. À partir du schéma géométrique de cette figure, nous pouvons définir l'équation suivante sous forme vectorielle qui représente la cinématique du robot câblé :

$$\vec{C}_k = \vec{\rho}_{ik} + \vec{P}_{ik} - Q_k \vec{V}_{ik} \tag{2.20}$$

Où C_k est la position cartésienne de l'effecteur terminal du robot exprimée dans le repère de base $\{X_o\ Y_o\ Z_o\}$, P_{ik} et V_{ik} sont les coordonnées des points d'attache, Q_k est la matrice de rotation du repère mobile $\{X_c\ Y_c\ Z_c\}$ par rapport au repère de base, le suffixe $i \in \{1\ 2\ 3\ 4\}$ indique le numéro de câble, et ρ_{ik} est la longueur du $i^{\text{ème}}$ câble.

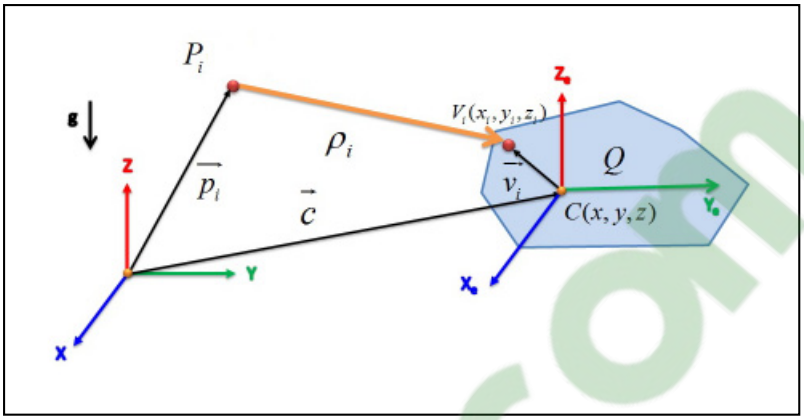

Figure 2.4 Cinématique du mécanisme de câblage

$$Q_k = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{1k} + \theta_{2k}) & -\sin(\theta_{1k} + \theta_{2k}) & 0 \\ \sin(\theta_{1k} + \theta_{2k}) & \cos(\theta_{1k} + \theta_{2k}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

$$\overrightarrow{C_k} = \begin{bmatrix} a_{1k}\cos(\theta_{1k}) + a_{2k}\cos(\theta_{1k} + \theta_{2k}) \\ a_{1k}\sin(\theta_{1k}) + a_{2k}\sin(\theta_{1k} + \theta_{2k}) \\ b_k \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

De l'équation (2.20), on obtient:

$$\vec{\rho}_{ik} = \vec{C}_k + Q_k\vec{V}_{ik} - \vec{P}_{ik} = \begin{bmatrix} \rho_{ikx} \\ \rho_{iky} \\ \rho_{ikz} \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

En appliquant la norme euclidienne à l'équation (2.23), on obtient:

$$\rho_{ik} = \|C_k + Q_kV_{ik} - P_{ik}\| \tag{2.24}$$

L'équation (2.24) nous permet de calculer les longueurs de câbles étant donnés les angles d'articulations, d'où la solution pour la cinématique inverse du robot parallèle à câbles. À l'état initial, tel qu'indiqué à la figure 2.1, les longueurs de câbles sont définies par:

$$\rho_{0k} = \begin{bmatrix} \rho_{10k} \\ \rho_{20k} \\ \rho_{30k} \\ \rho_{40k} \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

Avec:

$$\begin{aligned} \rho_{10k} &= (a_{1k} + a_{4k})^2 + (e_{4k} - e_{1k}/2)^2 \\ \rho_{20k} &= (a_{1k} + a_{4k} + e_{3k})^2 + (e_{4k} + e_{5k} - e_{1k}/2)^2 \\ \rho_{30k} &= (a_{1k} + a_{4k} + e_{2k})^2 + (e_{4k} + e_{5k} + e_{6k} - e_{9k})^2 \\ \rho_{40k} &= (e_{8k} - a_{1k} - a_{4k} - e_{3k}/2)^2 + (e_{7k} - e_{1k}/2)^2 \end{aligned} \tag{2.26}$$

Le vecteur des longueurs de câbles après leur déplacement est défini par:

$$\rho_k = \rho_{0k} - r_k q_k \tag{2.27}$$

Où $q_k = [q_{1k}\ q_{2k}\ q_{3k}\ q_{4k}]^T$ est le vecteur d'angles de poulies, et $r_k = diag(r_{1k}, r_{2k}, r_{3k}, r_{4k})$ est une matrice diagonale contenant les rayons de poulies.

- **Cinématique directe**

L'analyse de la cinématique directe est indispensable pour la commande des robots parallèles, puisqu'elle est utilisée dans la boucle de retour du contrôleur. Généralement, les solutions analytiques ne sont pas possibles en raison de la complexité élevée du problème. Dans ce qui suit, nous présentons notre solution développée pour la cinématique directe du robot parallèle à câbles KINECAB en se basant sur la méthode itérative de Newton-Raphson. Le principe de la cinématique directe est illustré à la figure 2.5.

Notre objectif est de définir une relation mathématique entre l'ensemble connu de longueurs de câble $\{\rho_i\}$ et l'ensemble inconnu d'angles d'articulation $\{\theta_i\}$. La relation inverse est définie

dans l'équation (2.24). À partir de cette équation, nous obtenons un ensemble de quatre équations non linéaires à trois inconnues (θ_i) comme suit :

$$\begin{cases} \rho_1 = f_1(\theta_1, \theta_2) \\ \rho_2 = f_2(\theta_1, \theta_2) \\ \rho_3 = f_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \\ \rho_4 = f_4(\theta_1, \theta_2) \end{cases} \tag{2.28}$$

Les expressions détaillées de f_1, f_2, f_3 et f_4 sont données en ANNEXE I. Les scalaires ρ_i représentent les longueurs de câble souhaitées correspondant au mouvement désiré de l'effecteur du robot. Soit l_i , $i \in \{1\ 2\ 3\ 4\}$, l'ensemble qui définit les longueurs de câble mesurées.

Nous devons maintenant trouver l'ensemble des angles d'articulation $\{\theta_i\}$ étant donné l'ensemble des longueurs de câble mesurées $\{l_i\}$. Pour trouver θ_1 et θ_2, nous avons besoin des deux premières équations de (2.28).

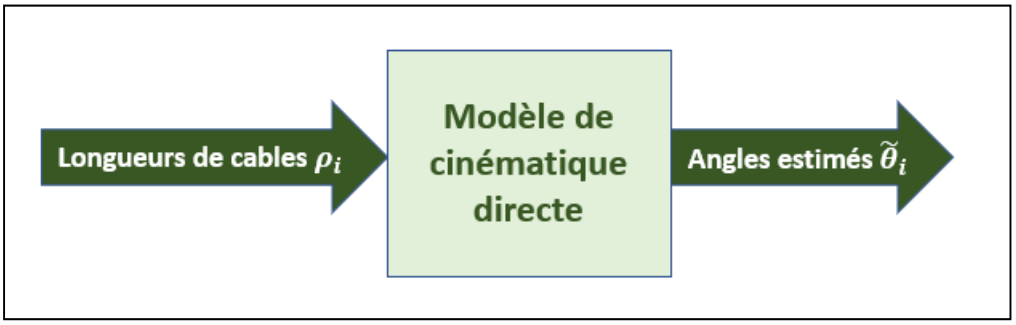

Figure 2.5 Principe de la cinématique directe

Définissons les fonctions F_i , $i \in \{1\ 2\ \}$, comme suit:

$$\begin{cases} F_1(\theta_1, \theta_2) = l_1 - \rho_1 = l_1 - f_1(\theta_1, \theta_2) \\ F_2(\theta_1, \theta_2) = l_2 - \rho_2 = l_2 - f_2(\theta_1, \theta_2) \end{cases} \tag{2.29}$$

Clicours.COM

L'équation (2.29) présente un ensemble de deux équations non linéaires à deux inconnues. Soit $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ un vecteur composé des deux angles d'articulation. La méthode itérative de Newton-Raphson pour trouver le vecteur θ est définie comme suit :

$$\theta_{n+1} = \theta_n - J^{-1}F \tag{2.30}$$

avec $F = (F_1 \quad F_2)^T$ et J c'est la matrice jacobéenne de Newton-Raphson définie par:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial F_1}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial F_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial F_2}{\partial \theta_2} \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

La méthode de Newton converge rapidement avec une bonne approximation des conditions initiales, ce qui est trivial dans notre cas, car les conditions initiales sont les variables angulaires au point de départ de la trajectoire. La convergence quadratique de la méthode a été prouvée dans (Courtney, 2013). Ainsi, l'équation itérative dans (2.30) a convergé en simulation après seulement cinq itérations.

Maintenant, après avoir trouvé les deux angles d'articulation, nous devons encore trouver le troisième angle (θ_3). Pour ce faire, nous avons besoin de la troisième équation de (2.28). Définissons la fonction F_3 comme suit :

$$F_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = l_3 - \rho_3 = l_3 - f_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \tag{2.32}$$

Cette dernière équation peut être résolue facilement après avoir trouvé les deux premiers angles d'articulation $\theta_1$et θ_2. Ainsi, nous avons réduit le problème à une équation non linéaire avec un seule inconnu θ_3.

Par la même technique que précédemment, la solution de l'équation (2.32) est donnée par:

$$\theta_{3(n+1)} = \theta_{3(n)} - \frac{\partial F_3}{\partial \theta_3}^{-1} F_3 \tag{2.33}$$

- **Validation du modèle pour cinématique directe**

Afin de vérifier la validité du modèle développé pour la cinématique directe du robot à câbles, nous l'avons testé dans Matlab / Simulink. Dans ce but, Nous avons défini comme entrées du modèle de cinématique directe les longueurs de câble souhaitées, après nous avons comparé la sortie du modèle; c'est-à-dire les angles d'articulation estimés $\tilde{\theta}_i$ avec ceux désirés θ_i. Les résultats de simulation à la figure 2.6 montrent la validité et la précision élevée de la solution développée.

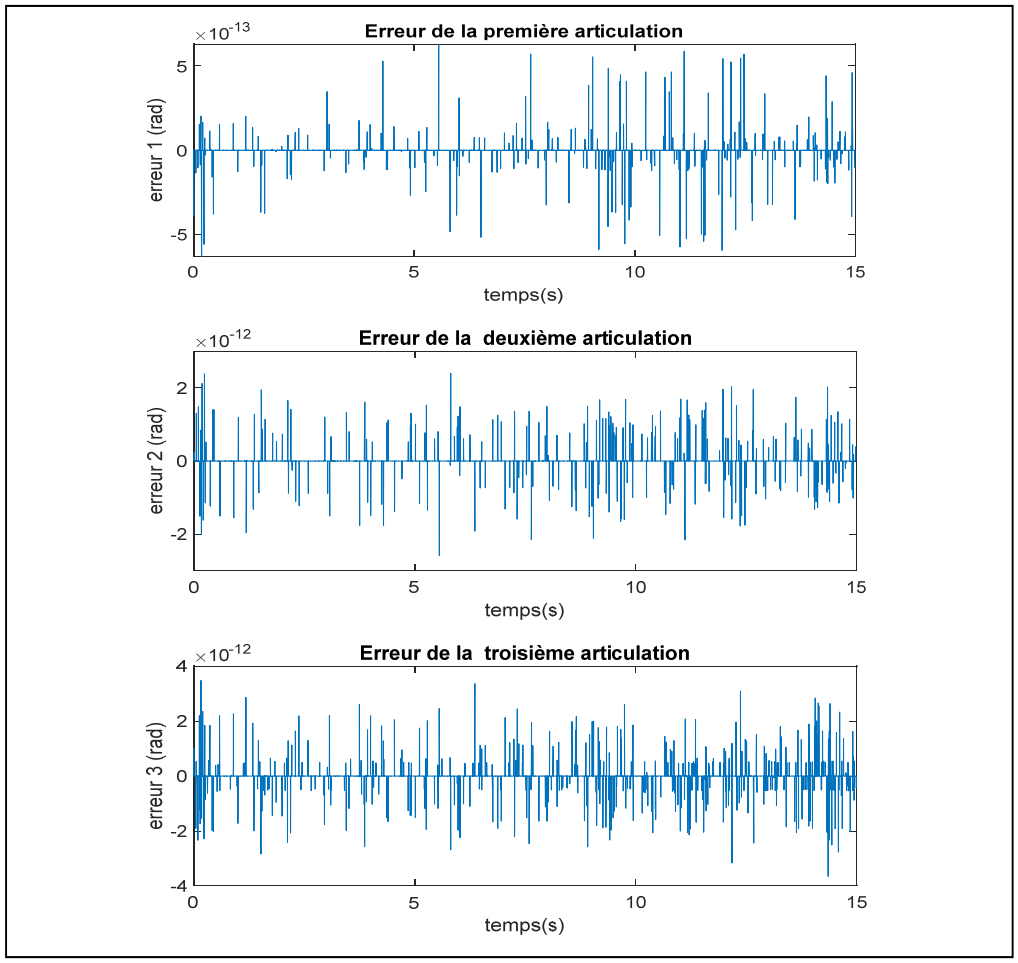

Figure 2.6 Erreurs d'angle pour les trois articulations

2.2.2.2 Modèle cinématique de vitesse

Dans cette sous-section, nous sommes intéressés à définir la relation entre les variations de longueurs de câbles et ceux de Coordonnées cartésiennes de l'effecteur.

La vitesse de variation de la longueur des câbles $\dot{\rho}_k$ est définie par:

$$\rho_{ik}\dot{\rho}_{ik} = (C_k + Q_k V_{ik} - P_{ik})^T v_k + (Q_k V_{ik} \times (C_k - P_{ik}))^T w_k \tag{2.34}$$

L'expression ci-dessus peut être écrite sous la forme matricielle suivante :

$$\dot{\rho}_k = {A_k}^{-1} B_k V_k \tag{2.35}$$

Où $A_k \in \mathbb{R}^{4\times4}$ est une matrice diagonale contenant les longueurs de câbles ρ_{ki} , $B_k \in \mathbb{R}^{4\times6}$ est une matrice définie par :

$$B_k = [{b_{1k}}^T \quad {b_{2k}}^T \quad {b_{3k}}^T \quad {b_{4k}}^T] \tag{2.36}$$

Avec:

$${b_{ik}}^T = [(C_k + Q_k V_{ik} - P_{ik})^T \, (Q_k V_{ik} \times (C_k - P_{ik}))^T]^T \tag{2.37}$$

et $V_k \in \mathbb{R}^6$, défini dans l'équation (2.15), est le vecteur composé des vitesses linéaires et angulaires ($v_k \in \mathbb{R}^3$ et $w_k \in \mathbb{R}^3$ respectivement) de l'effecteur.

À partir des équations (2.27) et (2.35), on obtient la vitesse de l'angle de poulie comme suit :

$$\dot{q}_k = -{r_k}^{-1}\dot{\rho}_k = -{r_k}^{-1}{A_k}^{-1}B_k V_k \tag{2.38}$$

En prenant la dérivée temporelle de l'équation (2.35), on trouve l'accélération des longueurs de câble:

$$\ddot{\rho}_k = A_k{}^{-1}(\dot{B}_k V_k + B_k \dot{V}_k - \dot{A}_k A_k{}^{-1} B_k V_k) \tag{2.39}$$

Avec: $\dot{A}_k = diag(\dot{\rho}_{1k}, \dot{\rho}_{2k}, \dot{\rho}_{3k}, \dot{\rho}_{4k})$, et $\dot{B}_k = \left[\dot{b}_{1k}{}^T \quad \dot{b}_{2k}{}^T \quad \dot{b}_{3k}{}^T \quad \dot{b}_{4k}{}^T\right]^T$, où chaque composante $\dot{b}_{ik}{}^T \in \mathbb{R}^6$ est définie par :

$$\dot{b}_{ik}{}^T = \begin{bmatrix} (v_k + (w_k \times Q_k V_{ik})) \\ (w_k \times Q_k V_{ik} \times (C_k - P_{ik}) + Q_k V_{ik} \times v_k) \end{bmatrix}^T \tag{2.40}$$

L'accélération de l'angle de poulie peut être exprimée en fonction de l'accélération des câbles comme suit :

$$\ddot{q}_k = -r_k{}^{-1} \ddot{\rho}_k \tag{2.41}$$

2.3 Modélisation dynamique

Dans cette section, nous traiterons de la modélisation dynamique du robot à câbles KINECAB. En d'autres termes, nous allons établir la correspondance entre le mouvement de l'organe terminal du robot, qui est dans ce cas, l'orthèse qui soutient les membres inférieurs, et les couples articulaires actifs nécessaires.

Pour ce faire, nous supposons que les câbles n'ont pas de masse et ils sont parfaitement rigides de sorte que nous ne considérerons pas leurs inerties ou raideurs de ressort. En outre, nous ignorons le frottement de Coulomb, toutefois, nous allons modéliser le frottement visqueux linéaire. Malgré ces simplifications, le modèle résultant est couplé et non linéaire.

2.3.1 Modèle dynamique des membres inférieurs

Le modèle dynamique de chaque segment est défini dans l'espace articulaire par:

$$\tau_k = M_k \ddot{\theta} + F_k(\theta, \dot{\theta}) \tag{2.42}$$

Où M_k est la matrice de masse, $F_k(\theta, \dot{\theta})$ est le vecteur comprenant les forces centrifuges, de Coriolis, de gravité et de friction, τ_k est le vecteur de couples. L'indice k doit être remplacé par r (pour le membre du côté droit) ou l (pour le membre du côté gauche). Puisqu'il y a une symétrie entre les deux membres, nous modélisons seulement le membre inférieur du côté droit.

2.3.2 Modèle dynamique de l'actionneur

Cette partie traite du comportement de l'ensemble l'arbre moteur/poulie de câble. La figure 2.7 montre le diagramme de la $i^{\text{ème}}$ composante de ce système.

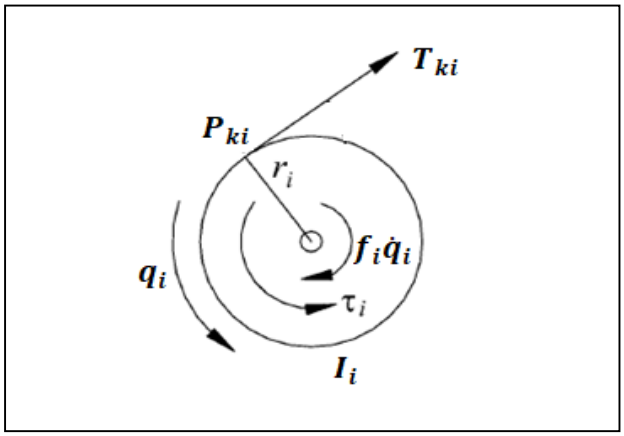

Figure 2.7 Diagramme du i^{ème} sous-système poulie/arbre.

L'équation dynamique du système arbre/poulie est donnée par (Williams, Gallina, & Rossi, 2001) :

$$I_k\ddot{q}_k + f_k\dot{q}_k = \tau_m - r_kT_k \tag{2.43}$$

où

$$I_k = \begin{bmatrix} I_{k1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & I_{k4} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad f_k = \begin{bmatrix} c_{k1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & c_{k4} \end{bmatrix}$$

sont des matrices diagonales. Les éléments diagonaux de la matrice I_k sont les inerties de rotation, et ceux de la matrice f_k sont les coefficients d'amortissement visqueux de rotation. Tous les rayons de poulie r_{k_i} sont identiques, $\tau_m \in R^4$ est le vecteur des couples exercés par les moteurs, $T_k \in R^4$ est le vecteur des tensions des câbles t_i , et $q_k \in R^4$ c'est le vecteur d'angles de poulie.

D'après l'équation (2.43), le vecteur des tensions de câbles peut être exprimé en fonction des couples moteurs et des mouvements angulaires de la manière suivante :

$$T_k = pos\left(\frac{1}{r_k}(\tau_m - I_k\ddot{q}_k - f_k\dot{q}_k)\right) \tag{2.44}$$

Où le symbole $pos(\,)$ signifie que nous prenons seulement la valeur positive de chaque composante du vecteur et nous mettons à zéro les composantes qui sont négatives. Si on suppose que le couple de chaque moteur est suffisamment grand pour garantir que tous les câbles restent en tension en tout temps, l'équation (2.44) devient :

$$T_k = \frac{1}{r_k}(\tau_m - I_k\ddot{q} - f_k\dot{q}) \tag{2.45}$$

2.3.3 Modèle dynamique global

Pour obtenir le modèle dynamique global du système, nous allons combiner le modèle dynamique des membres inférieurs avec celui de l'actionneur. Afin de trouver les forces et les moments agissant sur l'effecteur, l'équation (2.42) pourrait être écrite dans l'espace cartésien comme suit (Craig, 2005) :

$$W_k = M_{xk}\ddot{X} + F_{xk}(X, \dot{X}) \tag{2.46}$$

Où W_k est le vecteur de force agissant sur l'effecteur, M_{xk} est la matrice de masse cartésienne, et F_{xk} est le vecteur comprenant les forces centrifuges, de Coriolis, de gravité et de friction représentés dans l'espace cartésien.

La relation entre les termes dans l'espace articulaire et ceux dans l'espace cartésien peut être trouvée en utilisant la matrice jacobéenne comme suit :

$$M_{xk} = {J_k}^{-T} M_k {J_k}^{-1} \tag{2.47}$$

$$F_{xk} = {J_k}^{-T} (F_k - M_k {J_k}^{-1} \dot{J}_k \dot{\theta}) \tag{2.48}$$

Le vecteur de force W_k pourrait être exprimé en fonction du vecteur de tensions des câbles par :

$$W_k = -{J_{Rk}}^T T_k \tag{2.49}$$

Où la matrice $J_{Rk} \in \mathbb{R}^{4\times 6}$ est définie par :

$$J_{Rk} = {A_k}^{-1} B_k \tag{2.50}$$

Puisque nous nous intéressons au contrôle des articulations des membres inférieurs, nous allons établir le modèle dynamique global de l'exosquelette robotique dans l'espace articulaire.

L'accélération cartésienne de l'effecteur peut être exprimée en fonction des variables articulaires par :

$$\ddot{X} = \dot{J}_k \dot{\theta} + J_k \ddot{\theta} \tag{2.51}$$

L'équation (2.43) peut être écrite dans les coordonnées de l'espace articulaire comme suit :

$$\tau_m = r_k T_k + G(\theta)\ddot{\theta} + N(\theta)\dot{\theta} \tag{2.52}$$

Où $G(\theta)$ et $N(\theta)$ sont définis en fonctions de différents termes, y compris la variable articulaire θ (Voir ANNEXE II).

En combinant les équations de (2.47) à (2.52), nous obtenons le modèle dynamique global du système dans l'espace opérationnel (Voir ANNEXE III) :

$$S.\tau_m = M_{eq}\ddot{\theta} + C_{eq}\dot{\theta} + {J_k}^{-T} F_k \tag{2.53}$$

Avec:

$$S = -{J_{Rk}}^{T} {r_k}^{-1} \tag{2.54}$$

$$M_{eq} = \left(M_{xk} J_k - {J_{Rk}}^{T} {r_k}^{-1}\, G(\theta)\right) \tag{2.55}$$

$$C_{eq} = \left(M_{xk}\ \dot{J}_k - {J_k}^{-T} M_k {J_k}^{-1}\, \dot{J}_k - {J_{Rk}}^{T} {r_k}^{-1} N(\theta)\right) \tag{2.56}$$

CHAPITRE 3

COMMANDE DU ROBOT À CÂBLES KINECAB

Les robots à câbles sont un type de manipulateur dont l'organe terminal est entraîné en parallèle par n câbles commandés par n actionneurs. La commande des robots parallèles à câbles est beaucoup plus compliquée que celle des robots parallèles classiques en raison des contraintes dynamiques et cinématiques complexes, ainsi que de la condition de tension de câble positive qui doit être satisfaite.

Plusieurs algorithmes de contrôle basés sur la longueur du câble et les coordonnées de l'espace de travail sont utilisés pour la commande des robots à câbles. Dans ce chapitre, nous présenterons deux méthodes de commande, qui sont : la commande par couple précalculé et la commande par mode de glissement. Nous appliquerons par la suite ces contrôleurs sur l'exosquelette robotique KINECAB.

3.1 Commande basée sur la dynamique inverse (couple précalculé)

Cette partie traite du concept théorique de la commande basée sur la dynamique inverse, ou linéarisation par retour d'état, qui est souvent utilisée pour le suivi de trajectoire de systèmes non linéaires. Cette technique de commande, comme son nom l'indique, repose sur l'annulation de toutes les non-linéarités afin que le système en boucle fermée soit linéaire et découplé dans le cas idéal. La mise en œuvre de la commande par couple précalculé nécessite la connaissance des paramètres dynamiques du système. Ainsi, plus le modèle est précis, plus l'erreur est faible.

3.1.1 Loi de commande

Considérons l'équation dynamique générale d'un système robotique, où les paramètres sont connus :

Clicours.COM

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = \tau \tag{3.1}$$

Où θ, M, C, G et τ représentent l'ensemble des coordonnées généralisées, la matrice d'inertie, le vecteur de forces centrifuges et de Coriolis, le vecteur de force de gravité et l'entrée de commande respectivement.

Pour simplifier, cette dernière équation pourrait être écrite sous la forme compacte suivante :

$$M(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) = \tau \tag{3.2}$$

Avec:

$$H(\theta, \dot{\theta}) = C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) \tag{3.3}$$

L'idée de la dynamique inverse est de rechercher une loi de contrôle de rétroaction non linéaire $\tau = f(\theta, \dot{\theta}, t)$ qui, lorsqu'elle est substituée dans (3.1), aboutit à un système linéaire en boucle fermée. Pour les systèmes non linéaires, une telle loi de contrôle peut être assez difficile ou impossible à trouver. Toutefois, dans le cas de la dynamique du manipulateur donnée par l'équation (3.1), le problème est en fait facile. Si nous choisissons le contrôle τ selon l'équation;

$$\tau = M(\theta)u + H(\theta, \dot{\theta}) \tag{3.4}$$

Nous obtenons à partir des équations (3.2) et (3.4) l'égalité suivante;

$$M(\theta)(\ddot{\theta} - u) = 0 \tag{3.5}$$

Ce qui réduit le problème de la commande du robot à n doubles intégrateurs complètement découplés, c'est-à-dire, on a transformé le modèle du robot non linéaire en un système linéaire représentant une double intégration :

$$\ddot{\theta} = u \tag{3.6}$$

Le terme u représente une nouvelle entrée du système qui doit encore être choisie. Il s'agit d'une commande auxiliaire qui peut être définie par un terme d'un correcteur dynamique linéaire $K(t)$ du type PID comme suit :

$$u = \ddot{\theta}^d + K(t) \tag{3.7}$$

Avec :

$$K(t) = K_D\, \dot{e} + K_P\, e + K_I \int_0^t e\, dt \tag{3.8}$$

Où $e = \theta^d - \theta$ est l'erreur de poursuite de position, θ est le vecteur de trajectoires de positions du robot et θ^d est le vecteur de trajectoires des positions désirées. K_D , K_P et K_I sont des matrices diagonales définies positives, et elles peuvent être choisies pour imposer une dynamique de rejet de l'erreur de poursuite de trajectoire. Notons que l'équation (3.9) n'est rien d'autre qu'un contrôle PID.

En substituant l'équation (3.7) dans (3.6), on obtient l'équation d'erreur linéaire suivante :

$$\ddot{\theta} = \ddot{\theta}^d + K(t) \tag{3.9}$$

Les équations (3.8) et (3.9) conduisent à l'équation de deuxième ordre d'erreur du système en boucle fermée:

$$\ddot{e} + K_D \dot{e} + K_P\, e + K_I \int_0^t e\, dt = 0 \tag{3.10}$$

La solution de l'équation d'erreur est un signal qui tend exponentiellement vers zéro.

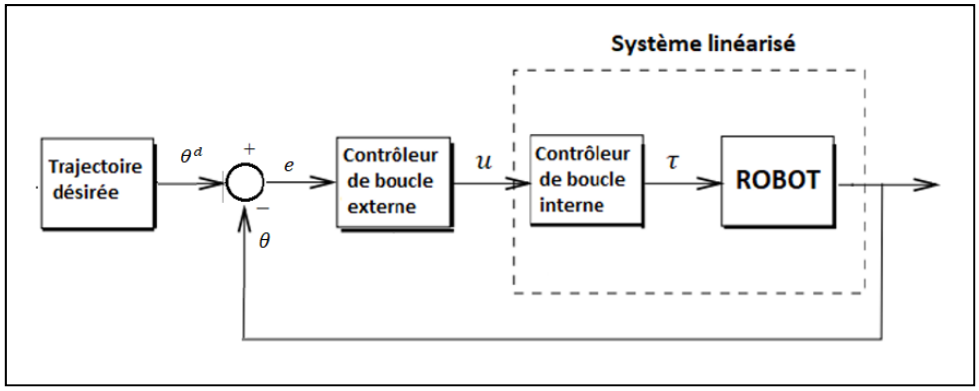

Figure 3.1 Diagramme bloc de la commande par couple précalculé

3.2 Commande par mode de glissement

La commande par mode de glissement est une technique de contrôle non linéaire présentant des propriétés remarquables en termes de précision, de robustesse, de réglage et de mise en œuvre facile. Fondamentalement, cette technique utilise une loi de contrôle à rétroaction discontinue afin de forcer l'état du système à atteindre, puis à rester sur une surface particulière de l'espace d'état, nommée surface de glissement ou de commutation.

Par conséquent, la conception du contrôleur par mode de glissement implique essentiellement deux étapes. La première étape consiste à concevoir une surface de glissement de sorte que le mouvement de glissement satisfait aux spécifications de conception du contrôleur, tandis que la deuxième concerne le choix d'une loi de commande qui rendra la surface de commutation attractive pour l'état du système.

La commande par mode de glissement présente deux avantages principaux. Premièrement, le comportement dynamique du système peut être adapté au choix de la surface de glissement, ce qui conduit à la réduction de l’ordre du système. Deuxièmement, la réponse du système en boucle fermée devient totalement insensible à certains types d’incertitudes, cela inclut les incertitudes sur les paramètres du modèle, les perturbations et les non-linéarités bornées.

3.2.1 Surface de glissement

Considérons le système non linéaire suivant :

$$x^{(n)} = f(x,t) + g(x,t)u(t) \tag{3.11}$$

où $x(t)$ est le vecteur d'état du système, $u(t)$ est l'entrée de commande, $f(x,t)$ et $g(x,t)$ sont des fonctions non linéaires du temps et des états. Le problème de commande consiste à concevoir une surface de glissement $s(x,t) = 0$, puis à développer une loi de commande discontinue u^+, u^- qui force l'état du système (3.11) en boucle fermée à atteindre, puis à rester sur la surface de glissement, en présence d'imprécision du modèle sur $f(x,t)$ et $g(x,t)$.

L'entrée de commande à concevoir $u(t)$ est discontinue et elle est définie comme suit :

$$u = \begin{cases} u^+(x,t), & \text{si} \quad s(x,t) > 0 \\ u^-(x,t), & \text{si} \quad s(x,t) < 0 \end{cases} \tag{3.12}$$

La surface de glissement $s(x,t) = 0$ est généralement définie par la combinaison linéaire suivante:

$$s(x,t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e(t) \tag{3.13}$$

où $e(t) = x(t) - x_d(t)$ représente l'erreur de sortie entre l'état désiré $x_d(t)$ et l'état réel $x(t)$, λ est une constante positive.

D'un point de vue géométrique, l'équation $s(x,t) = 0$ définit une surface dans l'espace d'erreur (surface de glissement). Une fois que l'état du système atteint cette surface, le comportement du système devient insensible aux perturbations et conforme aux spécifications de conception.

D'après l'équation (3.13), on remarque que les limites sur la surface de glissement s peuvent être directement transformées en limites sur le vecteur d'erreur de suivi e. Ainsi, le scalaire s représente une vraie mesure de la performance de suivi du système.

La relation entre la surface de glissement et l'erreur de suivi peut être exprimée par (Slotine & Li, 1991) :

$$\forall\, t \geq 0, \qquad |s(t)| \leq \varphi \;\; => \; \left|e^{(i)}(t)\right| \leq (2\lambda)^i \varepsilon \;, \qquad i = 0, \dots, n-1 \tag{3.14}$$

où $\varepsilon = \varphi/(\lambda)^{n-1}$.

De cette façon, on a réduit un problème de suivi d'ordre n en un problème de stabilisation du premier ordre. Ce problème de stabilité généralisé peut être résolu en utilisant la deuxième méthode de Lyapunov.

La stabilité à la surface de commutation nécessite de choisir une fonction de Lyapunov généralisée $V(x,t)$ qui est définie positive et a une dérivée temporelle négative dans la région d'attraction. Ainsi, une fonction candidate idéale de Lyaponuv est de la forme :

$$V(x,t) = \frac{1}{2} s^T s \tag{3.15}$$

La dérivée temporelle de la surface s joue un rôle important dans la conception du contrôleur. Ainsi, si les gains du contrôleur dans (3.11) peuvent être choisis tels que

$$\dot{V}(x,t) = s^T \dot{s} < 0 \tag{3.16}$$

dans le domaine d'attraction, alors la trajectoire d'état converge vers la surface de glissement et y restera pour tout temps ultérieur. Cette dernière condition est appelée « condition d'attractivité » et garantit que la surface de glissement est atteinte de manière asymptotique.

La condition (3.16) est souvent remplacée par la condition dite « d'attractivité – η » :

$$\dot{V}(x,t) = s^T \dot{s} \leq -\eta |s| < 0 \tag{3.17}$$

où η est une constante strictement positive. La condition (3.17) assure une convergence en temps fini vers la surface $s(x,t) = 0$.

Par l'intégration de (3.17) on obtient:

$$|s(t_o)| - |s(t_s)| \leq -\eta t_s \tag{3.18}$$

où t_o $(t = 0)$ est le temps initial et t_s est le temps d'atteinte, ou le temps nécessaire pour atteindre la surface de glissement.

Puisque $s(t_s) = 0$, le temps requis pour atteindre la surface de glissement est alors :

$$t_s \leq \frac{|s(t_o)|}{\eta} \tag{3.19}$$

Cela signifie que, à partir de n'importe quelle condition initiale, la trajectoire de l'état atteint la surface de glissement en un temps fini inférieur à $|s(t_o)|/\eta$, puis glisse le long de la surface vers l'état désirée $x_d(t)$ de façon exponentielle. La figure 3.2 montre le principe de la commande par mode de glissement.

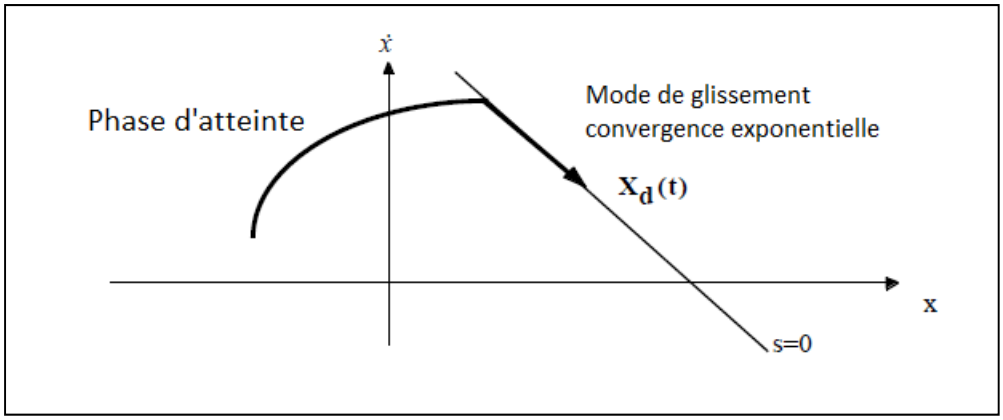

Figure 3.2 Interprétation graphique du mode de glissement
Adaptée de Slotine (1991, p. 282)

3.2.2 Conception du contrôleur

Une fois la surface de glissement conçue, l'étape suivante consiste à concevoir un contrôleur avec des gains de commutation capable de forcer la trajectoire d'état du système et de la maintenir sur la surface de glissement. Pour ce faire, il faut tout d'abord choisir une loi de convergence qui assure une convergence asymptotique de l'état vers la surface de commutation. En d'autres termes, le système contrôlé doit satisfaire à la condition d'attractivité.

En plus de la loi de convergence de Lyapunov décrite précédemment dans l'équation (3.16), d'autres différentes lois ont été utilisées dans la littérature pour concevoir un tel contrôleur. Dans ce qui suit, nous allons décrire brièvement celles les plus courantes (Gao & Hung, 1993).

- **Loi de convergence à taux constant**

$$\dot{s} = -\varepsilon . sgn(s)\,, \quad \varepsilon > 0 \tag{3.20}$$

Cette loi contraint la variable de commutation à atteindre la surface de glissement s à un taux constant ε. Le mérite de cette loi de convergence est sa simplicité. Toutefois, le taux ε doit être choisi avec soin, car un taux trop élevé engendrera le phénomène de commutations à

haute fréquence ou « Chattering », tandis qu'un taux trop faible augmentera le temps pour atteindre la surface de glissement.

- **Loi de convergence exponentielle**

Cette loi est définie par l'équation suivante :

$$\dot{s} = -\varepsilon . sgn(s) - ks, \quad \varepsilon > 0, \ k > 0 \tag{3.21}$$

dont la solution du terme exponentiel $\dot{s} = -ks$ est donnée par : $s = s(0)e^{-kt}$. On peut clairement constater qu'en ajoutant le terme de gain proportionnel ks, la convergence vers la surface de commutation est plus rapide lorsque s est grand.

- **Loi de convergence avec taux de puissance**

$$\dot{s} = -k|s|^{\alpha} sgn(s), \quad k > 0, \ 0 < \alpha < 1 \tag{3.22}$$

En utilisant cette loi de convergence, la vitesse de convergence dépend de la distance entre l'état du système et la surface de glissement. En d'autres termes, la vitesse de convergence augmente lorsque l'état du système est loin de la surface de commutation et diminue à mesure qu'il s'en approche. Ainsi, le résultat est une phase d'atteinte rapide et faibles commutations à haute fréquence.

Il est évident que les lois susmentionnées peuvent satisfaire à la condition de convergence $s\dot{s} < 0$.

3.2.2.1 Loi de commande

Maintenant, après avoir conçu la surface de glissement et choisi la loi de convergence appropriée, la loi de commande peut être calculée facilement. Il existe d'autres méthodes

pour calculer la loi de commande en mode glissant. Dans cette section, nous allons discuter de l'approche dite « commande équivalente ».

En générale, la loi de commande en mode de glissement est composée d'une commande équivalente u_{eq} et une commande de commutation u_N, comme indiqué dans l'équation suivante (Slotine & Li, 1991):

$$u = u_{eq} + u_N \tag{3.23}$$

Le terme discontinu u_N amène l'état du système vers la surface de glissement, tandis que le terme continu u_{eq} sert à maintenir l'état du système sur cette surface.

Considérons à nouveau le système non linéaire défini dans (3.11), avec $n = 1$:

$$\dot{x} = f(x,t) + g(x,t)u \tag{3.24}$$

Pour calculer le contrôle équivalent, il faut satisfaire à la condition nécessaire $\dot{s} = 0$ afin que la trajectoire d'état reste sur la surface de glissement s. Ainsi, on a :

$$\dot{s} = \frac{\partial s}{\partial x}\dot{x} = \frac{\partial s}{\partial x}\left[f(x,t) + g(x,t)u_{eq}\right] = 0 \tag{3.25}$$

L'entrée de commande est alors :

$$u_{eq} = -\left[\frac{\partial s}{\partial x}g(x,t)\right]^{-1}\frac{\partial s}{\partial x}f(x,t) \tag{3.26}$$

Pour calculer le terme discontinu u_N, remplaçons u dans (3.24) par l'équation (3.23) :

$$\dot{s} = \frac{\partial s}{\partial x}\dot{x} = \frac{\partial s}{\partial x}\left[f(x,t) + g(x,t)\left(u_{eq} + u_N\right)\right]$$

$$= \frac{\partial s}{\partial x}\left[f(x,t) + g(x,t)u_{eq}\right] + \frac{\partial s}{\partial x} g(x,t)u_N \tag{3.27}$$

De (3.25) et (3.27), on obtient :

$$\dot{s} = \frac{\partial s}{\partial x} g(x,t)u_N \tag{3.28}$$

Le terme de commutation u_N peut avoir différentes structures possibles telles que décrites dans (DeCarlo, Zak, & Matthews, 1988).

3.2.3 Commutations à haute fréquence (Chattering)

Un mode de glissement idéal n'existe que lorsque la trajectoire d'état du système commandé correspond exactement à la trajectoire désirée. Cela peut nécessiter une commutation du signal de contrôle à une fréquence infinie. Cependant, en raison de limitations physiques dans les systèmes réels, cette commutation engendrera de fortes oscillations à proximité de la surface de glissement, c'est ce qu'on appelle le phénomène de « Chattering ». Cela peut dégrader les performances du système, voire même entraîner une instabilité. Ce phénomène est illustré à la figure 3.3.

Ce phénomène de commutations à haute fréquence est l'inconvénient majeur du contrôle en mode de glissement. Afin de surmonter ce problème, de nombreux travaux de recherche ont été menés dans le but de trouver une action de contrôle continue, résistante aux incertitudes et aux perturbations, et assurant la réalisation des objectifs de contrôle (Sira-Ramírez, 1992) (Levant, 1993), (Bartolini, Ferrara, & Usai, 1998), (Slotine & Li, 1991). L'approche la plus utilisée en pratique consiste à remplacer la fonction discontinue de signe $sgn(.)$ par la fonction de saturation $sat\left(\frac{s}{\varphi}\right)$ qui représente une approximation continue dans une couche limite mince adjacente à la surface de commutation définie par :

Clicours.COM

$$B(t) = \{x; |s(x,t)| \leq \varphi\} \quad , \quad \varphi > 0 \tag{3.29}$$

où φ est l'épaisseur de la couche limite, et $\varepsilon = \varphi/(\lambda)^{n-1}$ (Slotine & Li, 1991).

Cela signifie que le signal de commande amènera l'état du système dans la couche $B(t)$, puis le conservera à l'intérieur ultérieurement. Cette approche assure un suivi de trajectoire avec une précision garantie.

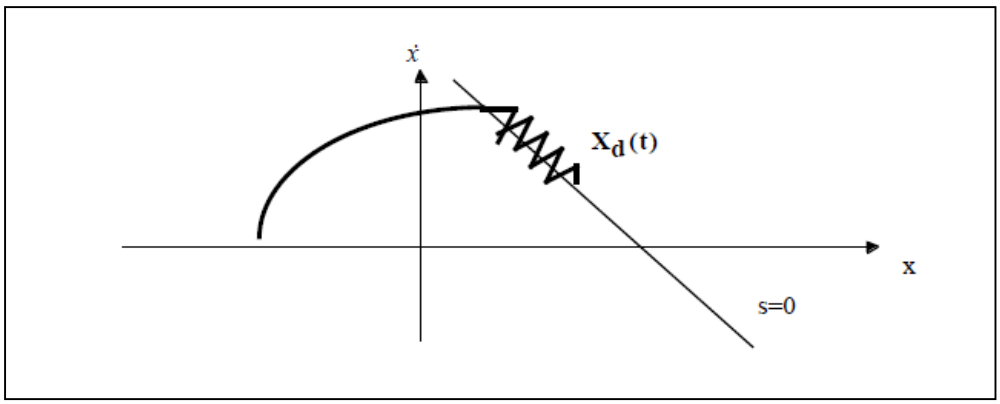

Figure 3.3 Commutations à haute fréquence (Chattering)
Adaptée de Slotine (1991, p. 283)

Ainsi, pour toutes trajectoire partant de $B(t = 0)$, on a (Slotine & Li, 1991):

$$\forall\, t \geq 0\,, \qquad \left|e^{(i)}(t)\right| \leq (2\lambda)^i \varepsilon\ , \qquad i = 0, \dots, n-1 \tag{3.30}$$

3.3 Commande par couple précalculé du robot KINECAB

Cette section traite du développement d'un contrôleur par couple précalculé (ou linéarisation par retour d'état) pour le suivi de trajectoire cartésienne du robot KINECAB. Rappelons que le modèle dynamique global du système est donné par :

$$S.\tau_m = M_{eq}(\theta, \dot{\theta})\ddot{\theta} + C_{eq}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + {J_k}^{-T} F_k \tag{3.31}$$

où M_{eq} est la matrice d'inertie équivalente, C_{eq} est la matrice contenant les termes non linéaires, τ_m est le couple moteur, J_k est la matrice jacobienne du membre inférieur, F_k est le vecteur de forces appliquées sur l'effecteur en coordonnées d'espace articulaire, S est une matrice définie en fonction des paramètres de poulie et de membres inférieurs (Voir ANNEXE III), et θ, $\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$ sont les vecteurs de position, de vitesse et d'accélération de l'articulation respectivement.

Pour développer la loi de commande, écrivons l'équation (3.31) sous la forme suivante:

$$F_v = M_{eq}\ddot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta}) \tag{3.32}$$

où $F_v = S.\tau_m$ est une force virtuelle cartésienne généralisée qui est considérée comme une entrée du système, et

$$N(\theta, \dot{\theta}) = C_{eq}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + {J_k}^{-T}F_k \tag{3.33}$$

est une matrice qui représente les termes non linéaires.

L'idée de la commande par couple précalculé est d'annuler les effets des termes dynamiques non linéaires en utilisant la technique de linéarisation par retour d'état. Pour réduire l'erreur de suivi de trajectoire, nous mettons en œuvre un contrôleur PID. La loi de commande devient :

$$F_v = M_{eq}(\ddot{\theta} + K_P.e + K_D.\dot{e} + K_I \int e) + N(\theta, \dot{\theta}) \tag{3.34}$$

où $e = (\theta_d - \theta)$ est l'erreur de suivi de position dans l'espace articulaire, et $\dot{e} = (\dot{\theta}_d - \dot{\theta})$ est l'erreur de vitesse d'articulations. K_P, K_D et K_I sont les matrices diagonales de gain du contrôleur PID.

Le couple à appliquer au moteur est alors :

$$\tau = S^{+}F_{v} \tag{3.35}$$

avec $S^{+} = S^{T}(SS^{T})^{-1}$ est la matrice pseudo-inverse de S.

3.4 Commande par mode de glissement du robot KINECAB

Dans cette section, nous allons faire la synthèse du contrôleur par mode de glissement avec la loi de convergence exponentielle pour le suivi de trajectoire du robot à câbles KINECAB. Considérons à nouveau l'équation dynamique du robot:

$$u = M_{eq}\ddot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta}) \tag{3.36}$$

où u est l'entrée de commande. La surface de glissement est définie par:

$$s(x,t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)e = \dot{e} + \lambda e = 0, \quad \lambda > 0 \tag{3.37}$$

avec $e = \theta - \theta_d$ est l'erreur de suivi de position dans l'espace articulaire, et $\dot{e} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d$ est l'erreur de vitesse. θ_d et $\dot{\theta}_d$ représentent la position et la vitesse articulaires désirées respectivement.

L'équation (3.36) peut être écrite sous la forme:

$$\ddot{\theta} = M_{eq}^{-1}\left(u - N(\theta, \dot{\theta})\right) \tag{3.38}$$

La dérivée de la surface de glissement est alors :

$$\begin{aligned}\dot{s} &= \ddot{e} + \lambda\dot{e} = \left(\ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d\right) + \lambda\left(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d\right) \\ &= \lambda\left(\dot{\theta} - \dot{\theta}_d\right) + \ddot{\theta}_d + M_{eq}^{-1}\, N\left(\theta, \dot{\theta}\right) - M_{eq}^{-1}\, u\end{aligned} \tag{3.39}$$

Soit la fonction de Lyapunov :

$$V = \frac{1}{2} s^T s \tag{3.40}$$

Afin de garantir que la surface de glissement est atteinte en un temps fini, la dérivée de V doit satisfaire à:

$$\dot{V}(x,t) = s^T \dot{s} < 0 \tag{3.41}$$

La condition (3.41) peut être remplie en choisissant la loi de convergence exponentielle, dont la dérivée de s est définie par :

$$\dot{s} = -k_1 s - k_2 sgn(s), \quad k_1, k_2 > 0 \tag{3.42}$$

À partir des équations (3.39) et (3.42), on obtient la loi de commande suivante :

$$u = M\left[\ddot{\theta}_d - \lambda\dot{e} - k_1 s - k_2 sgn(s)\right] + N\left(\theta, \dot{\theta}\right) \tag{3.43}$$

Afin limiter les commutations à haute fréquence, la fonction de signe $sgn(s)$ sera remplacée par la fonction de saturation définie par:

$$sat(s/\varphi) = \begin{cases} 1, & s > \varphi \\ ks, & |s| \leq \varphi, k = 1/\varphi \\ -1, & s < -\varphi \end{cases} \tag{3.44}$$

où φ représente la couche limite adjacente à la surface de glissement.

3.5 Calcul du couple d'actionnement minimum

L'un des défis du contrôle des robots à câbles est de maintenir les tensions des câbles positives pendant le mouvement dynamique. Dans ce qui suit, nous allons présenter une méthode pour déterminer le vecteur de couple minimal pour le robot à câbles KINECAB. Il s'agit d'un algorithme d'estimation en ligne et en temps réel de couples d'actionnement minimaux nécessaires pour maintenir des tensions positives dans les câbles.

Rappelons le modèle dynamique de l'actionneur défini au deuxième chapitre:

$$I_k\ddot{q}_k + f_k\dot{q}_k = \tau_m - r_kT_k \tag{3.45}$$

Le vecteur de tensions de câbles est alors donné par:

$$T_k = {r_k}^{-1}(\tau_m - I_k\ddot{q}_k - f_k\dot{q}_k) \tag{3.46}$$

L'idée de l'algorithme d'estimation est de forcer chaque composante du vecteur de tension de câble à être positive en tout temps. Ainsi, l'équation (3.46) doit satisfaire à la condition suivante:

$$T_k > 0 \tag{3.47}$$

Les équations (3.46) et (3.47) conduisent à:

$$(\tau_m - I_k\ddot{q}_k - f_k\dot{q}_k) > 0 \tag{3.48}$$

Le couple minimum qui satisfait à la condition (3.48) est alors:

$$\tau_{min} = max\{I_k\ddot{q}_k + f_k\dot{q}_k\,;\varepsilon\}\ ,\ \varepsilon > 0 \tag{3.49}$$

Ainsi, pour maintenir les tensions de câbles positives, le couple moteur doit satisfaire à:

$$\tau_m \geq \tau_{min} \tag{3.50}$$

La mise en œuvre de l'équation (3.49) en temps réel garantit que le couple ne sera jamais inférieur à la valeur minimale τ_{min}, et assure ainsi la positivité des tensions dans les câbles.

CHAPITRE 4

RÉSULTATS DE SIMULATION

Dans ce chapitre, nous allons appliquer les lois de commande développées précédemment sur l'exosquelette robotique KINECAB, puis présenter et discuter les résultats de simulation. Commençons tout d'abord par la description du mouvement de membre inférieur humain et ses contraintes physiques, qui seront prises en compte dans la conception du contrôleur.

4.1 Mouvements des membres inférieurs

Le membre inférieur se compose de trois parties principales qui comprennent la cuisse, la jambe et le pied. Ces parties sont liées les unes aux autres par trois articulations; la hanche, le genou et la cheville. La hanche sert de liaison entre le haut du corps et le membre inférieur, elle a pour fonction d'orienter et contrôler le mouvement de la cuisse ainsi que tout le membre inférieur. Le genou relie la cuisse à la jambe, et il joue un rôle important dans le contrôle de mouvement de la jambe et du pied. Enfin, la cheville est une liaison entre les deux segments inférieurs, c'est-à-dire la jambe et le pied, et elle contrôle le mouvement de ce dernier.

Dans ce travail, nous nous intéressons aux mouvements de flexion et d'extension des trois articulations pour la réhabilitation des membres inférieurs. Ce sont des mouvements qui se produisent dans le plan sagittal par la rotation de chaque articulation autour des axes z, tel qu'illustré à la figure 4.1. Ils s'agissent de l'augmentation et la diminution de l'angle entre les deux liaisons (segments du corps) attachés à l'articulation. Comme le montre la figure 4.1, les angles de flexion et d'extension des membres inférieurs sont limités par des contraintes physiques qui seront prises en considération lors de la génération de trajectoires.

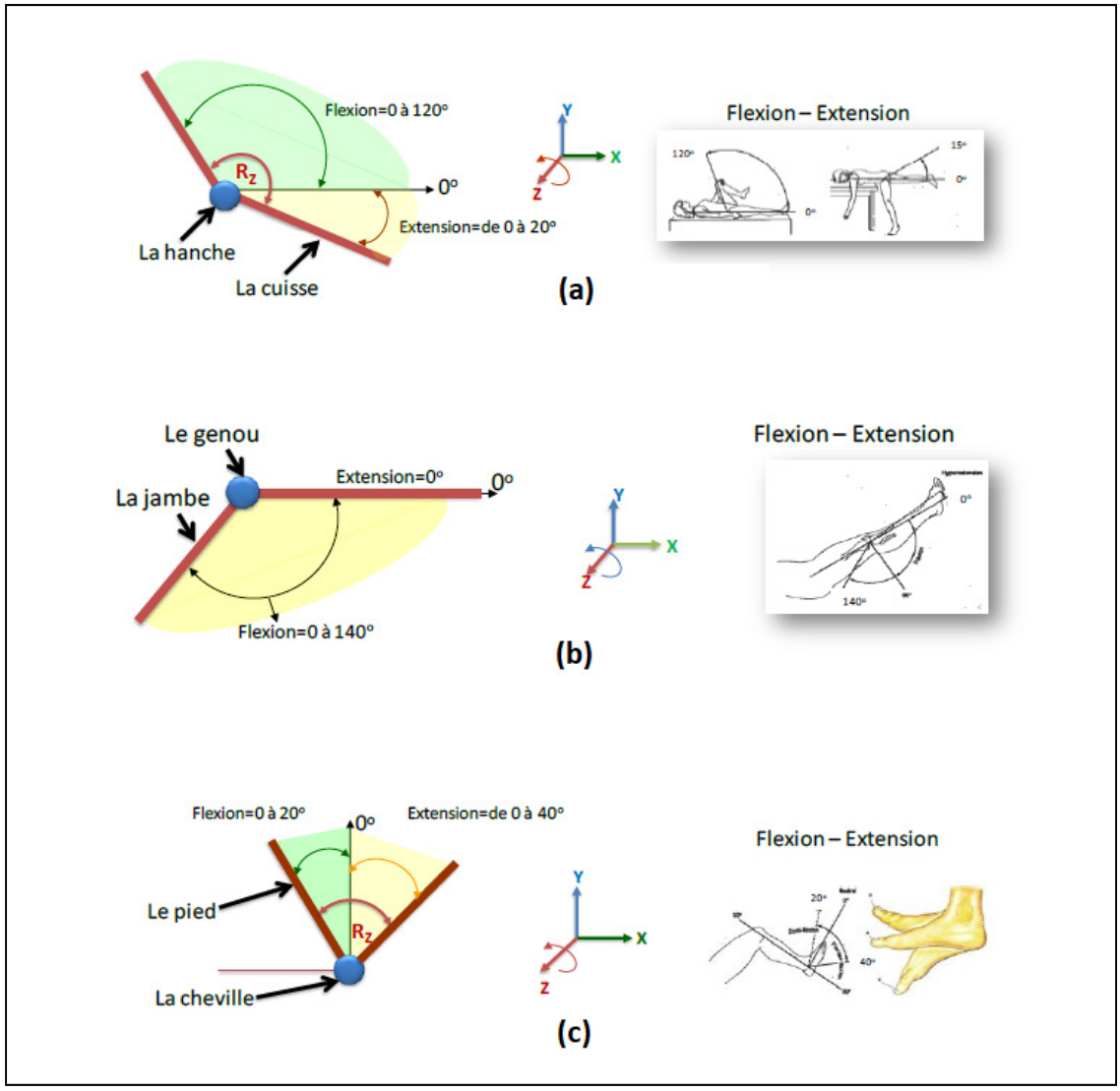

Figure 4.1 Mouvements des articulations du membre inférieur
(a) hanche (b) genou (c) cheville

Les paramètres dynamiques impliqués dans la cinématique et la dynamique de l'exosquelette robotique sont donnés ci-dessous :

- Matrice diagonale contenant les rayons de poulie (m) :

$$r_k = \begin{bmatrix} 0.025 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.025 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.025 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.025 \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

- Matrice d'inertie de rotation ($kg.m^2$) :

$$I_k = \begin{bmatrix} 0.00005 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00005 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00005 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.00005 \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

- Matrice de coefficients d'amortissement visqueux de rotation (Ns/m^3) :

$$f_k = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05 \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

- Matrice de masse du membre inférieur (kg) :

$$M_k = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 3.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

Les paramètres géométriques de l'exosquelette robotisé KINECAB sont présentés dans le tableau 4.1.

Clicours.COM

Tableau 4.1 Paramètres géométriques du robot KINECAB

Paramètre	Valeur (m)	Paramètre	Valeur (m)
a_{1k}	0.445	e_{3k}	0.41
a_{2k}	0.5	e_{4k}	0.972
a_{3k}	0.26	e_{5k}	0.35
a_{4k}	0.631	e_{6k}	0.25
b_k	0.17	e_{7k}	0.568
e_{1k}	0.105	e_{8k}	1.455
e_{2k}	0.47	e_{9k}	0.25

4.2 Simulation et résultats

Dans cette section, nous présenterons les résultats de la simulation du suivi de trajectoire cartésienne du robot à câble KINECAB et vérifierons ainsi l'efficacité des méthodes proposées, notamment pour la cinématique directe et de l'optimisation de tensions des câbles.

Nous allons simuler deux exercices de rééducation du membre inférieur pour les deux contrôleurs, c'est-à-dire la commande par couple précalculé et la commande par mode de glissement, à l'aide du logiciel de simulation Matlab/Simulink.

L'exercice de rééducation proposé consiste à suivre une trajectoire semi-circulaire dans l'espace cartésien en position debout. En raison de la symétrie, nous ne considérerons dans ce travail que le côté droit. La figure 4.2 illustre la trajectoire souhaitée dans les espaces cartésien et articulaire. Cette trajectoire est définie dans l'espace cartésien par les équations suivantes:

$$\begin{cases} x = 0.2\cos(\theta) + 0.2 \\ y = 0.2\,sin(\theta) + 0.6 \end{cases} \tag{4.5}$$

Le robot démarre avec une vitesse initiale nulle et s'arrête brusquement après avoir tracé un demi-cercle dans l'espace cartésien.

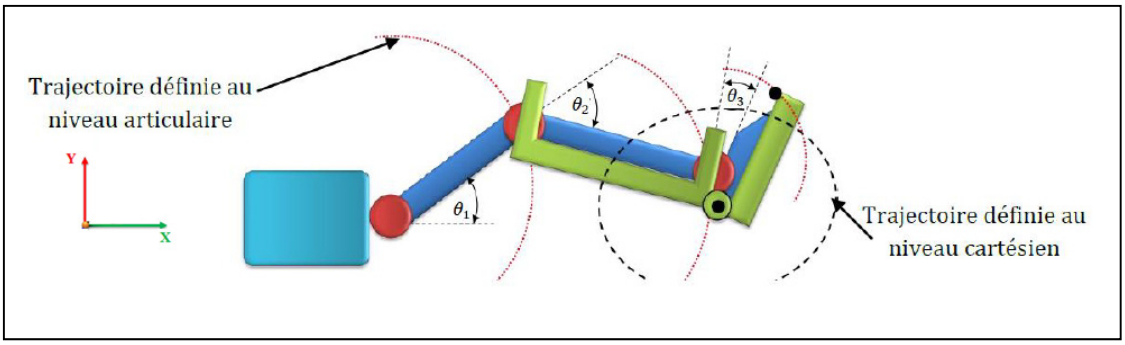

Figure 4.2 Trajectoire désirée dans l'espace cartésien et articulaire

Les matrices de gain du contrôleur PID pour la commande par couple précalculé sont définies par:

$$K_P = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} ;\ K_I = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix} ;\ K_D = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

Les paramètres du contrôleur de mode de glissement sont présentés dans le tableau 4.2.

Tableau 4.2 Paramètres du contrôleur de mode de glissement

Paramètre	k_1	k_2	λ	φ
Articulation 1	30	5	15	0.05
Articulation 2	30	5	15	0.05
Articulation 3	50	10	20	0.05

4.2.1 Résultats de la commande par couple précalculé

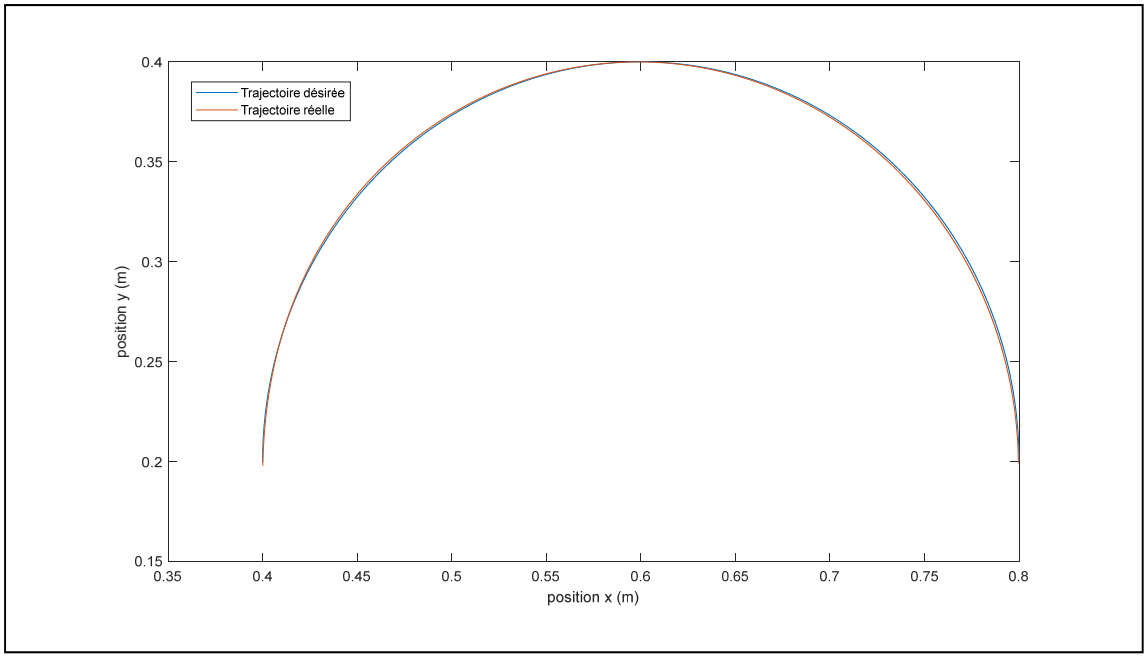

Figure 4.3 Poursuite de trajectoire dans l'espace cartésien (couple précalculé)

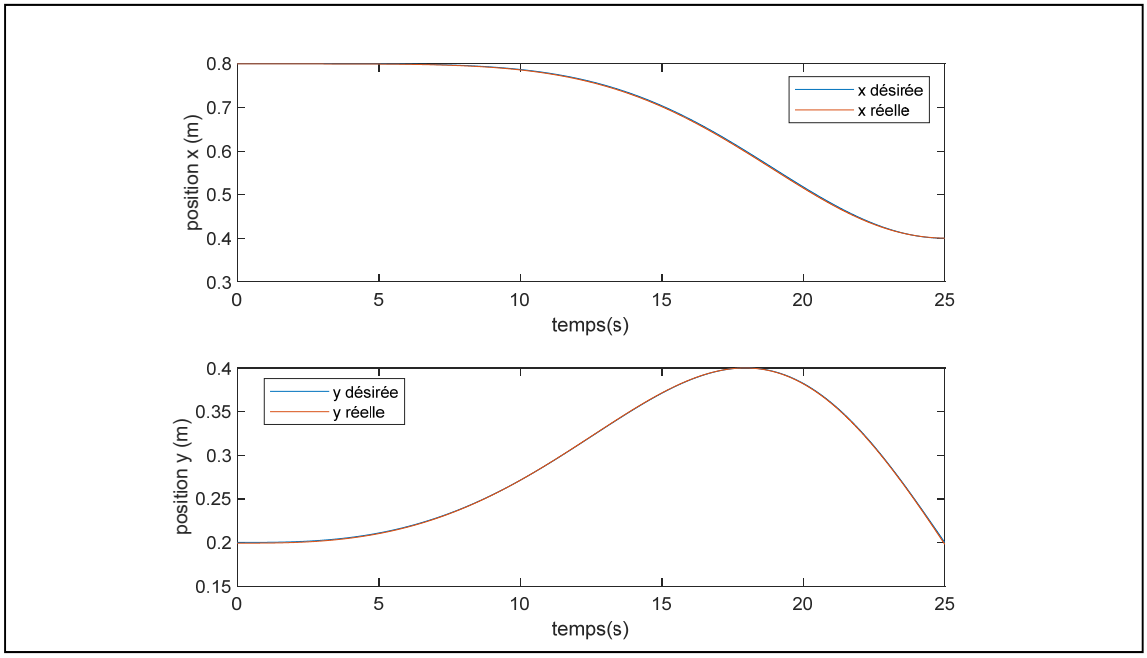

Figure 4.4 Poursuite de position selon les axes x et y (couple précalculé)

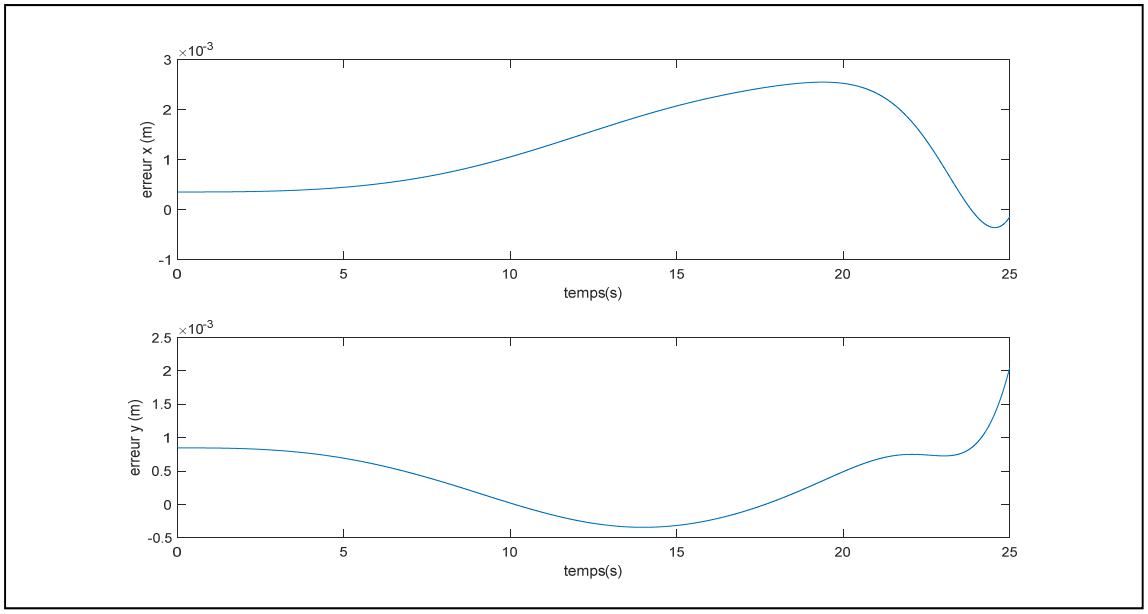

Figure 4.5 Erreur de suivi de trajectoire dans l'espace cartésien (couple précalculé)

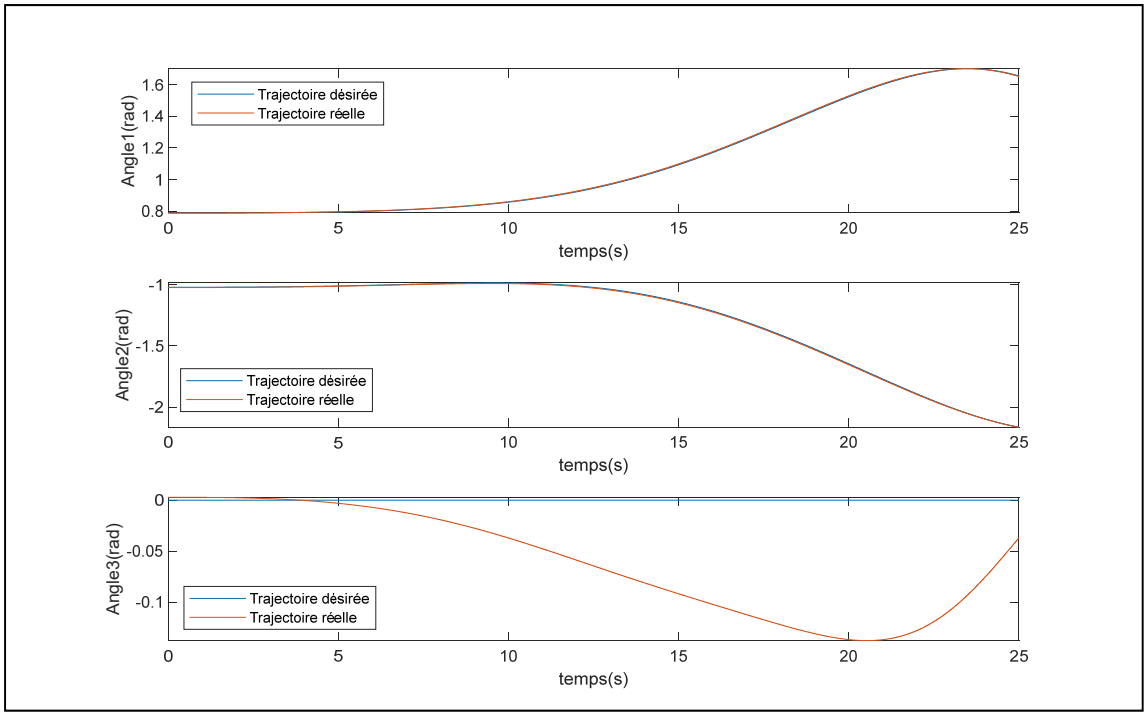

Figure 4.6 Poursuite de position dans l'espace articulaire (couple précalculé)

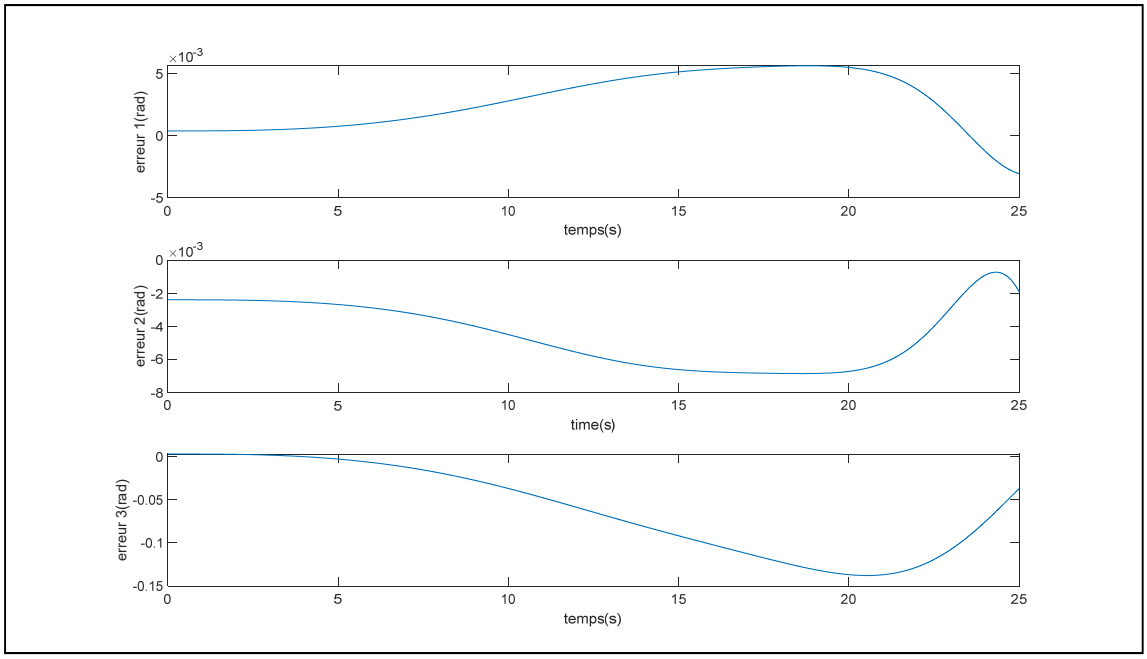

Figure 4.7 Erreurs de position d'articulations dans l'espace articulaire (couple précalculé)

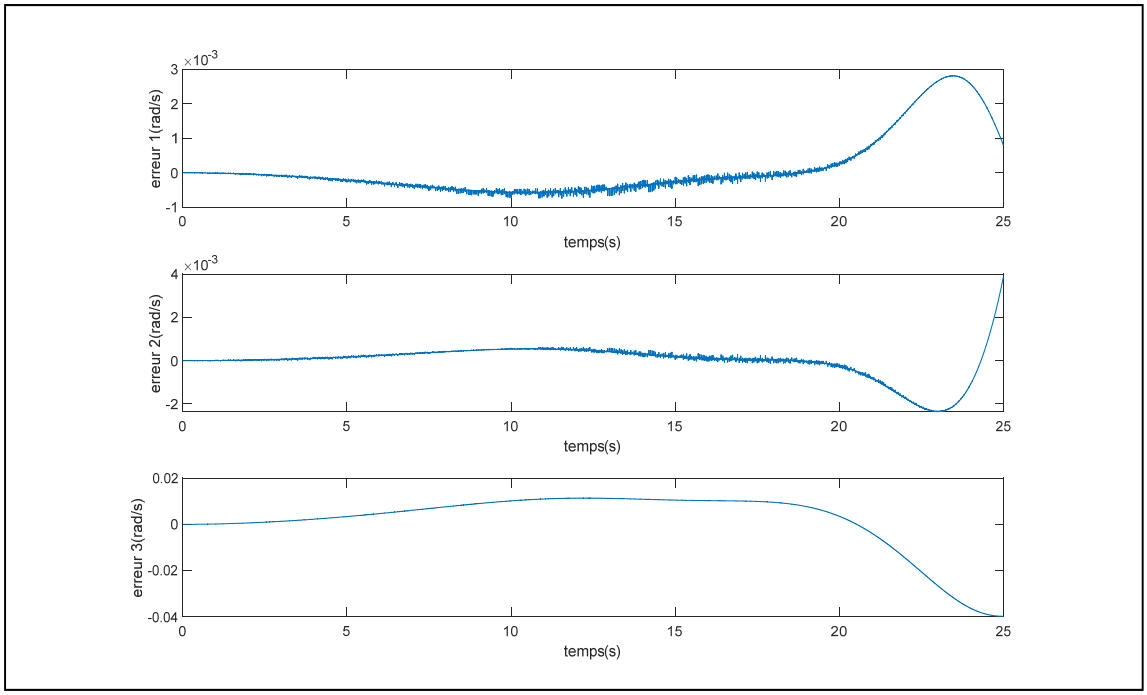

Figure 4.8 Erreurs de vitesse de rotation (couple précalculé)

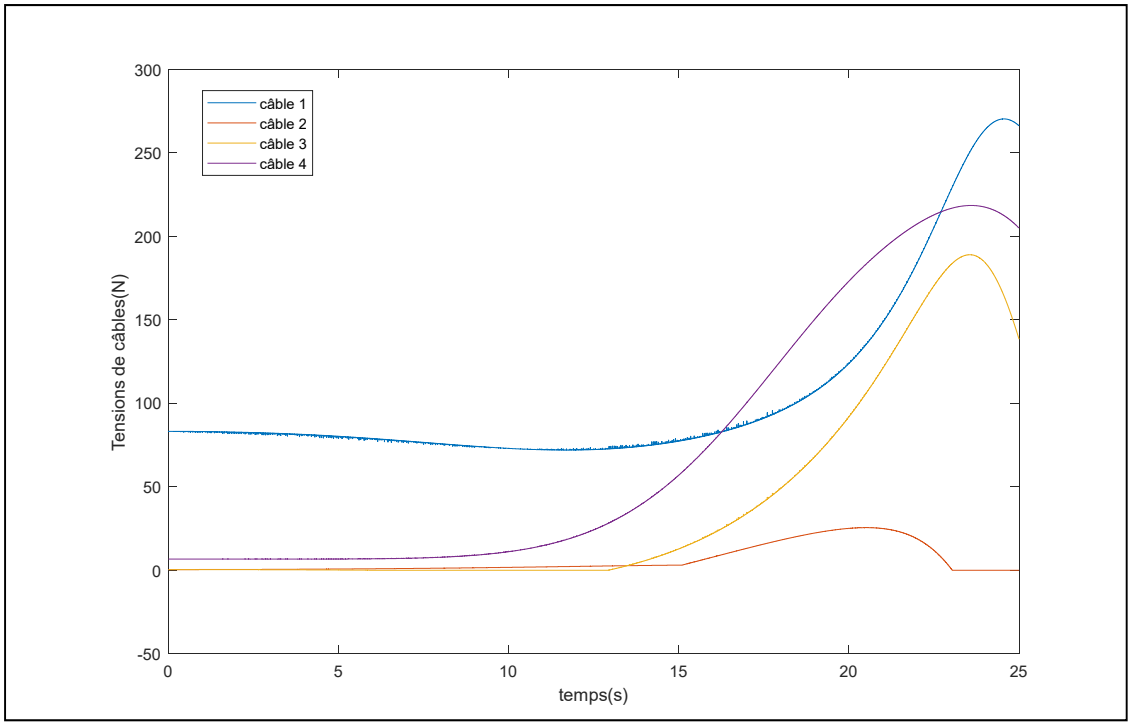

Figure 4.9 Distribution des tensions de câbles (couple précalculé)

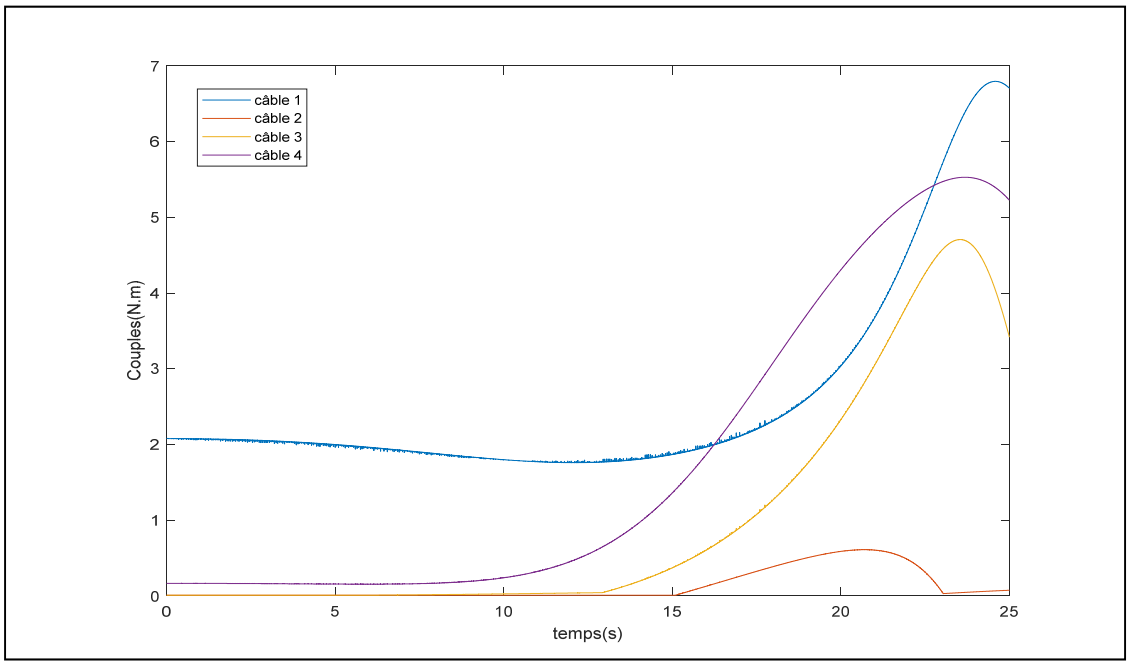

Figure 4.10 Couples moteur (couple précalculé)

4.2.2 Résultats de la commande par mode de glissement

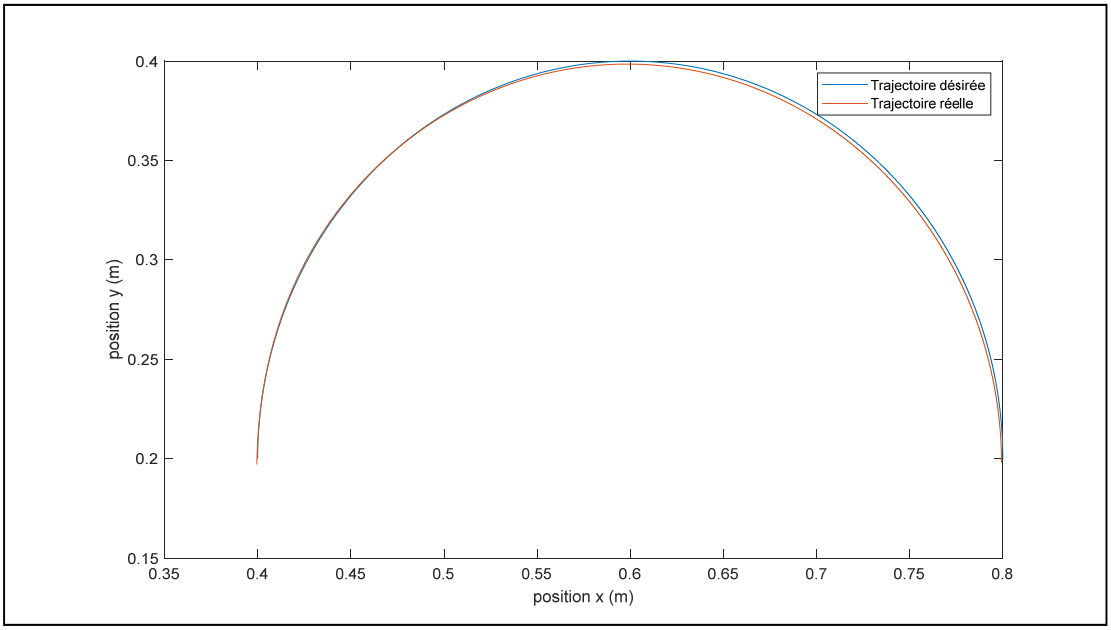

Figure 4.11 Poursuite de trajectoire dans l'espace cartésien (mode de glissement)

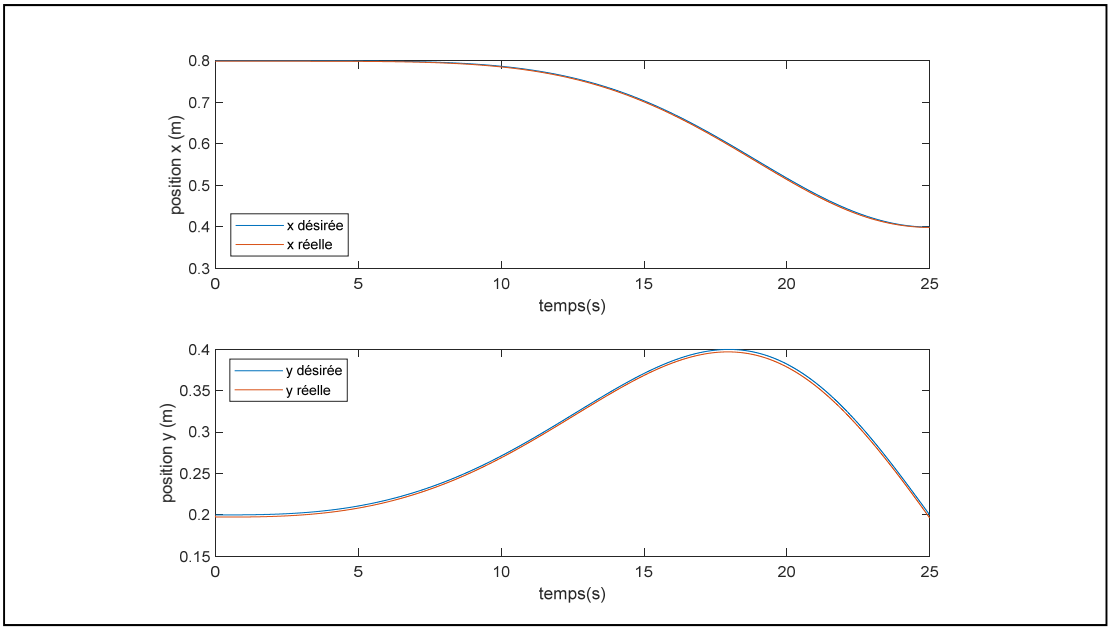

Figure 4.12 Poursuite de position selon les axes x et y (mode de glissement)

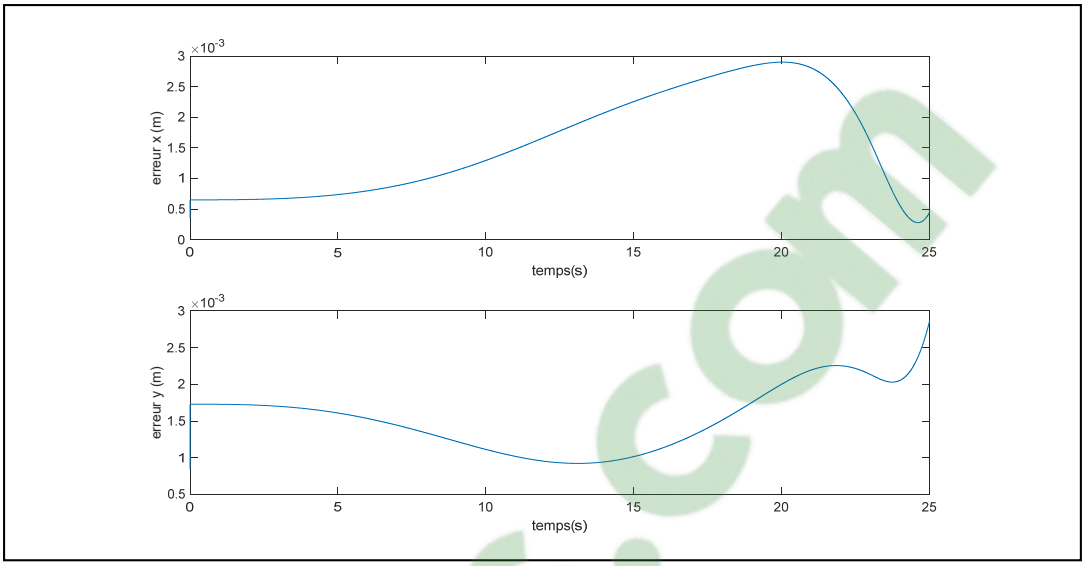

Figure 4.13 Erreur de suivi dans l'espace cartésien (mode de glissement)

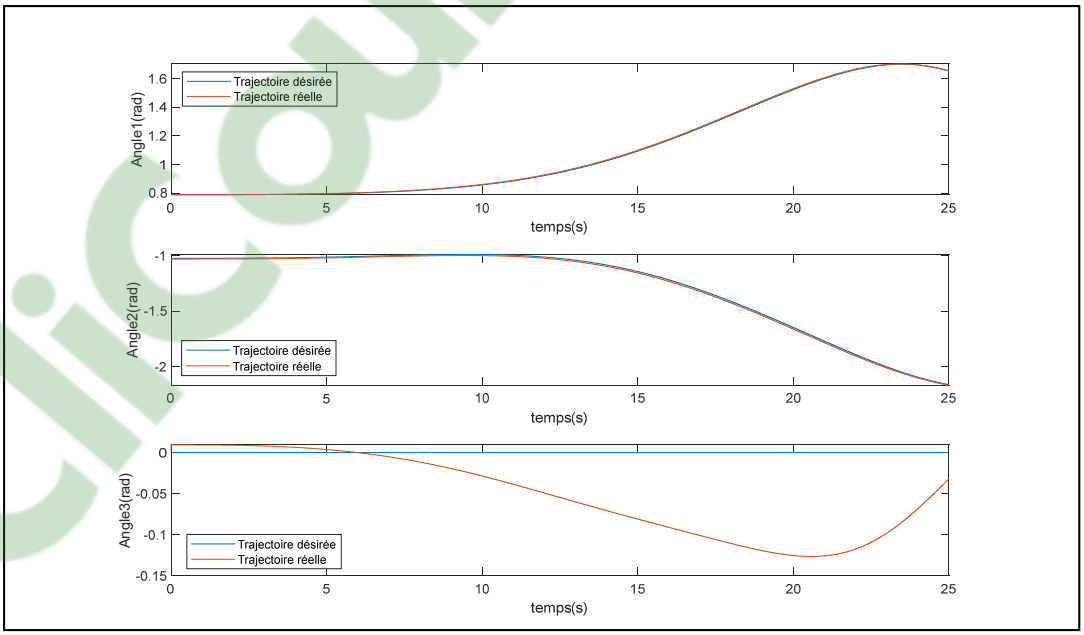

Figure 4.14 Poursuite de position dans l'espace articulaire (mode de glissement)

Clicours.com

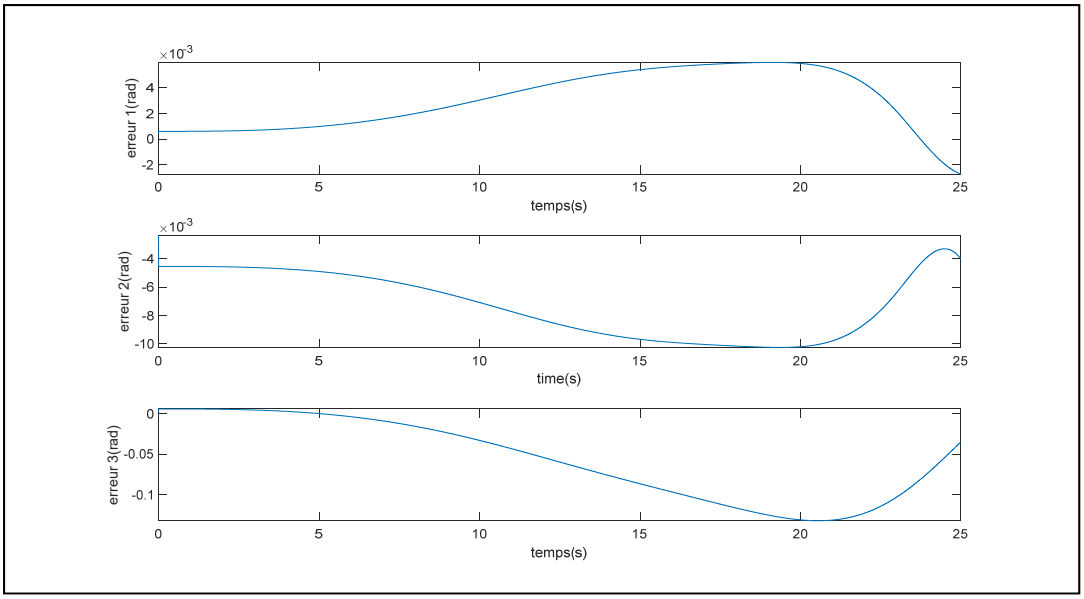

Figure 4.15 Erreurs de position dans l'espace articulaire (mode de glissement)

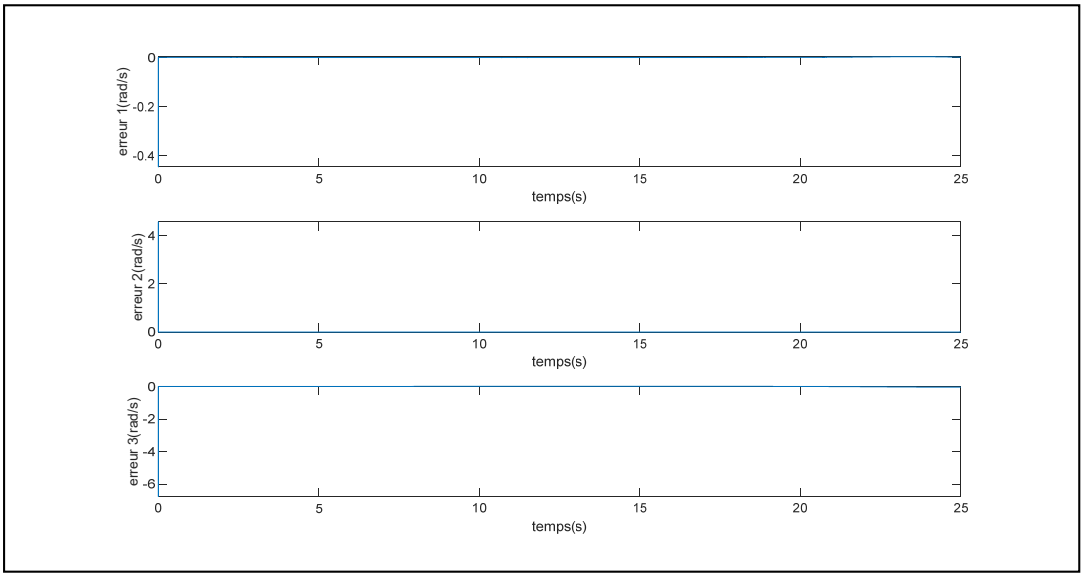

Figure 4.16 Erreurs de vitesse de rotation (mode de glissement)

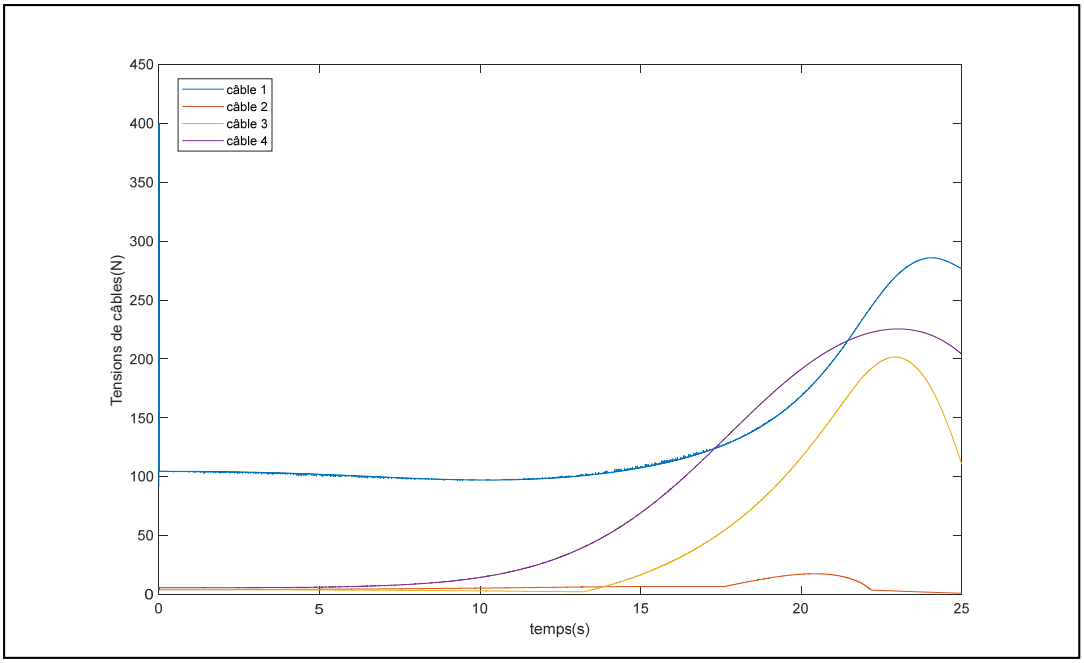

Figure 4.17 Distribution des tensions de câbles (mode de glissement)

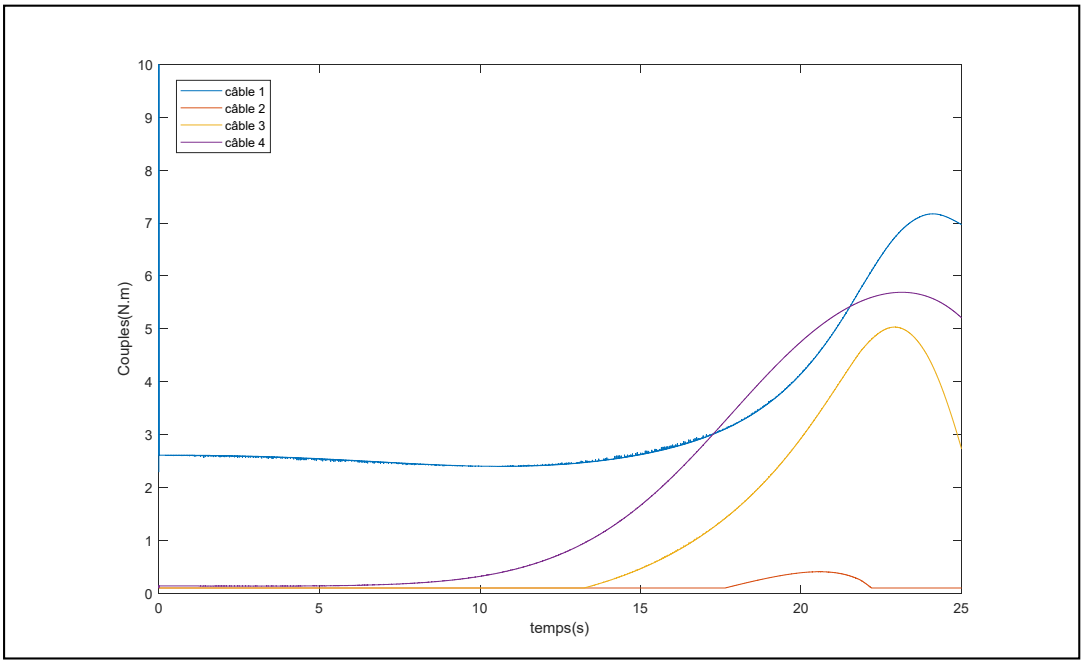

Figure 4.18 Couples moteur (mode de glissement)

Clicours.COM

4.3 Discussion des résultats

- **Commande par couple précalculé**

Les figures 4.3 et 4.4 montrent les courbes de poursuite de position dans l'espace cartésien, et l'erreur associée est présentée à la figure 4.5. On remarque qu'on a un bon suivi de trajectoire avec une erreur maximale de $0.0024\,m$ selon l'axe x et de $0.002\,m$ selon l'axe y. Ces erreurs sont négligeables par rapport aux dimensions de l'espace de travail.

La poursuite de trajectoire dans l'espace articulaire pour les trois articulations ainsi que les erreurs associées sont présentées aux figures 4.6 et 4.7 respectivement. On remarque que les erreurs sont très faibles surtout pour les deux premières articulations, et cela est dû au fait que l'erreur de la troisième articulation est affectée par les erreurs des deux articulations précédentes, puisque le membre inférieur est considéré comme un robot sériel.

D'après la figure 4.8, on remarque que les erreurs de vitesse de rotation sont minimes et stables, avec une légère augmentation à l'approche de la fin de trajectoire lorsque l'effecteur change de direction vers le bas. Cela peut s'expliquer par l'énergie potentielle élevée lorsque la trajectoire a la même direction que celle du vecteur de gravité. Les valeurs maximales des erreurs de position d'articulation et de vitesse de rotation sont données dans le tableau 4.3.

Tableau 4.3 Erreurs maximales dans l'espace articulaire

Erreurs maximales	Erreur de position (rad)	Erreur de position (deg)	Erreur de vitesse (rad/s)
Articulation 1	0.005	0.28	0.002
Articulation 2	0.006	0.34	0.002
Articulation 3	0.13	7.44	0.01

Les figures 4.9 et 4.10 présentent la distribution des tensions de câbles et les couples de moteurs respectivement. Les deux courbes ont presque la même allure puisque les couples de moteurs se transforment en tensions dans les câbles. On remarque que les tensions dans tous

les câbles restent positives pendant le mouvement du robot, ce qui est une condition nécessaire pour la commande du robot â câbles, d'où l'efficacité de la méthode développée pour maintenir les câbles tendus. Les valeurs maximales de tensions sont acceptables compte tenu de la masse de l'effecteur.

- **Commande par mode de glissement**

D'après les figures 4.11 et 4.12, on remarque qu'on a un bon suivi de trajectoire dans l'espace cartésien pour la commande par mode de glissement. Les erreurs cartésiennes sont faibles et stables, comme le montre la figure 4.13, avec une valeur maximale de $0.003m$ pour les deux axes x et y.

On remarque qu'on a un bon suivi de trajectoire dans l'espace articulaire tel que montré à la figure 4.14, notamment pour les deux premières articulations. L'erreur de la troisième articulation est due au fait que l'effecteur est choisi à la cheville. De plus, cette erreur dépend des erreurs précédentes des deux premières articulations. Cependant, cette erreur est stable puisqu'elle converge vers zéro à la fin de la trajectoire. La figures 4.15 montre que les erreurs de poursuite de position dans l'espace articulaire sont stables et atteignent leurs valeurs maximales à l'instant t = 20s. Ces valeurs sont présentées dans le tableau 4.4.

Tableau 4.4 Erreurs d'angles d'articulations

Erreurs maximales	Erreur de position (rad)	Erreur de position (deg)
Articulation 1	0.006	0.34
Articulation 2	0.01	0.57
Articulation 3	0.12	6.87

Les erreurs de vitesse de rotation, comme le montre la figure 4.16, sont nulles pour toutes les articulations, avec un petit dépassement à l'instant initial dû aux commutations à hautes fréquences.

La distribution des tensions de câbles et les couples de moteurs sont présentés aux figures 4.17 et 4.18 respectivement. On remarque qu'ils ont les mêmes allures que dans le cas du contrôleur de couple précalculé, mise à part un dépassement à l'instant $t = 0$. Cela est dû au phénomène de « Chattering ». On remarque également que les tensions dans les câbles restent positives, où la valeur minimale atteinte est de 0.1 N.

Nous pouvons conclure que les performances du contrôleur de couple précalculé sont meilleures que celles du contrôleur de mode de glissement pour le suivi de position. Toutefois, seulement le contrôleur de mode de glissement a pu annuler les erreurs de vitesse de rotation, et cela est dû à son insensibilité aux perturbations lorsqu'il est en phase de glissement.

CONCLUSION

Le présent travail a pour objectif de modéliser et commander l'exosquelette robotique KINECAB pour la poursuite de trajectoire dans l'espace cartésien. Pour y parvenir, nous avons tout d'abord réalisé une revue de littérature couvrant un large éventail d'aspects liés à l'utilisation de la robotique en rééducation, en particulier les robots à câbles, ainsi que les méthodes de contrôle utilisées et les problèmes connexes.

Ensuite, nous avons présenté les modèles cinématique de position et de vitesse du robot à câbles. Afin que le robot puisse suivre la trajectoire dans l'espace cartésien, nous avons dû résoudre le problème de la cinématique directe du robot parallèle à câbles. Pour ce faire, nous avons développé une nouvelle solution basée sur la méthode numérique de Newton-Raphson.

Afin de concevoir un modèle dynamique global représentant notre système hybride composé d'un mécanisme de câblage et d'un robot sériel, nous avons combiné les deux sous-systèmes en un seul modèle.

Pour la poursuite de trajectoire, nous avons étudié et mis en œuvre deux méthodes de commande, qui sont la commande par couple précalculé et la commande par mode de glissement. Nous avons également développé un algorithme d'estimation en ligne pour maintenir les tensions de câbles positives, ce qui est essentiel pour le contrôle des robots à câbles.

Nous avons finalement présenté et discuté les résultats de simulation pour les deux méthodes de commande. Les deux contrôleurs ont montré des performances proches et ont été capables de suivre la trajectoire désirée dans l'espace cartésien, ce qui prouve l'efficacité de la méthode développée pour la cinématique directe. De plus, nous avons réussi à maintenir les câbles tendus pendant le mouvement du robot, d'où l'efficacité de la méthode proposée.

RECOMMANDATIONS

Bien que le travail présenté dans ce mémoire a permis d'atteindre nos objectifs principaux, certains aspects auraient pu être améliorés. En effet, les erreurs de suivi de trajectoires à l'état permanent peuvent affecter la stabilité du contrôleur si nous voulons l'implémenter en temps réel. Afin de résoudre ce problème, nous recommandons de concevoir un contrôleur plus robuste capable d'annuler l'effet d'incertitudes de paramètres et de perturbations.

Une autre recommandation ultérieure est de concevoir un contrôleur capable de s'adapter à différentes masses de membres inférieurs, ce qui rendra l'exosquelette utile pour différents patients.

ANNEXE I

ÉQUATIONS DE CINÉMATIQUE DIRECTE

Les équations de la cinématique directe f_1, f_2, f_3 et f_4 sont définies par :

$$f_1 = \sqrt{\left|a_{1k}cos(\theta_1) - \frac{e_{1k}}{2}sin(\theta_1+\theta_2) + a_{4k}\right|^2 + \left|a_{1k}sin(\theta_1) + \frac{e_{1k}}{2}cos(\theta_1+\theta_2) - e_{4k}\right|^2} \tag{A I-1}$$

$$f_2 = \left(\left|a_{1k}cos(\theta_1) + e_{3k}cos(\theta_1+\theta_2) - \frac{e_{1k}}{2}sin(\theta_1+\theta_2) + 2a_{4k}\right|^2 + \left|a_{1k}sin(\theta_1) + e_{3k}sin(\theta_1+\theta_2) + \frac{e_{1k}}{2}cos(\theta_1+\theta_2) - e_{4k} - e_{5k}\right|^2\right)^{\frac{1}{2}} \tag{A I-2}$$

$$f_3 = \left(\left|a_{1k}cos(\theta_1) + \frac{e_{3k}}{2}cos(\theta_1+\theta_2) + \frac{e_{1k}}{2}sin(\theta_1+\theta_2) + a_{4k} - e_{1k}\right|^2 + \left|a_{1k}sin(\theta_1) + \frac{e_{3k}}{2}sin(\theta_1+\theta_2) - \frac{e_{1k}}{2}cos(\theta_1+\theta_2) + e_{7k}\right|^2\right)^{\frac{1}{2}} \tag{A I-3}$$

$$f_4 = \left(\left|a_{1k}cos(\theta_1) + e_{2k}cos(\theta_1+\theta_2) - e_{9k}cos(\theta_1+\theta_2)\sin(\theta_3) - sin(\theta_1+\theta_2)\left(e_{9k}\cos(\theta_3) - \frac{e_{1k}}{2}\right) + a_{4k}\right|^2 + \left|e_{1k}sin(\theta_1) + sin(\theta_1+\theta_2)(e_{2k} - e_{9k}sin(\theta_3)) + cos(\theta_1+\theta_2)(e_{9k}cos(\theta_3) - \frac{e_{1k}}{2}) - e_{4k} - e_{5k} - e_{6k}\right|^2\right)^{\frac{1}{2}} \tag{A I-4}$$

Clicours.com

ANNEXE II

EQUATIONS POUR LE MODÈLE DYNAMIQUE GLOBAL

La vitesse et l'accélération de l'angle de poulie sont définies en fonctions des longueurs de câbles par :

$$\dot{q}_k = -{r_k}^{-1}\dot{\rho}_k \qquad \text{(A II-1)}$$

$$\ddot{q}_k = -{r_k}^{-1}\ddot{\rho}_k \qquad \text{(A II-2)}$$

A partir du modèle cinématique du robot, nous avons :

$$\dot{\rho}_k = {A_k}^{-1}B_k J_k\dot{\theta} \qquad \text{(A II-3)}$$

Les équations (2.16) et (2.17) donnent :

$$\dot{q}_k = -{r_k}^{-1}{A_k}^{-1}B_k J_k\dot{\theta} \qquad \text{(A II-4)}$$

Considérant l'accélération de la longueur du câble définie par l'équation suivante :

$$\ddot{\rho}_k = {A_k}^{-1}(\dot{B}_k t_k + B_k\dot{t}_k - \dot{A}_k{A_k}^{-1}B_k t_k) \qquad \text{(A II-5)}$$

Avec $t_k = J_k\dot{\theta}$ et $\dot{t}_k = \dot{J}_k\dot{\theta} + J_k\ddot{\theta}$

De (A II-2) et (A II-5), on obtient :

$$\ddot{q}_k = -{r_k}^{-1}{A_k}^{-1}\left[\left(\dot{B}_k - \dot{A}_k{A_k}^{-1}B_k\right)J_k + B_k\dot{J}_k\right]\dot{\theta} - {r_k}^{-1}{A_k}^{-1}B_k J_k\ddot{\theta} \qquad \text{(A II-6)}$$

Considérons l'équation dynamique du système arbre/poulie :

$$\tau_{Rk} = r_k T_k + I_k\ddot{q}_k + f_k\dot{q}_k \qquad \text{(A II-7)}$$

En remplaçant les équations (A II-4) et (A II-6) dans (A II-7), on obtient le modèle dynamique globale du système :

$$\tau_{Rk} = r_k T_k - \left[f_k{r_k}^{-1}{A_k}^{-1}B_k J_k + I_k{r_k}^{-1}{A_k}^{-1}\left[\left(\dot{B}_k - \dot{A}_k{A_k}^{-1}B_k\right)J_k + B_k\dot{J}_k\right]\right]\dot{\theta}$$
$$- I_k{r_k}^{-1}{A_k}^{-1}B_k J_k\ddot{\theta} \qquad \text{(A II-8)}$$

D'où

$$\tau_{Rk} = r_k T_k + G(\theta)\ddot{\theta} + N(\theta)\dot{\theta} \qquad \text{(A II-9)}$$

Clicours.COM

ANNEXE III

MODÈLE DYNAMIQUE POUR LA COMMANDE

La matrice S est définie par:

$$S = -{J_{Rk}}^T {r_k}^{-1} \tag{A III-1}$$

avec r_k une matrice diagonale contenant les rayons de poulies, et $J_{Rk} \in \mathbb{R}^{4\times 6}$ est définie par :

$$J_{Rk} = {A_k}^{-1} B_k \tag{A III-2}$$

où

$$A_k = \begin{bmatrix} \rho_{1k} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \rho_{4k} \end{bmatrix} \tag{A III-3}$$

est une matrice diagonale contenant les longueurs des câbles ρ_{ik} ,
et $B_k = [{b_{1k}}^T \quad {b_{2k}}^T \quad {b_{3k}}^T \quad {b_{4k}}^T]$ avec :

$${b_{ik}}^T = [(C_k + Q_k V_{ik} - P_{ik})^T \ (Q_k V_{ik} \times (C_k - P_{ik}))^T]^T \tag{A III-4}$$

ANNEXE IV

PROGRAMME DE SIMULATION DANS SIMULINK

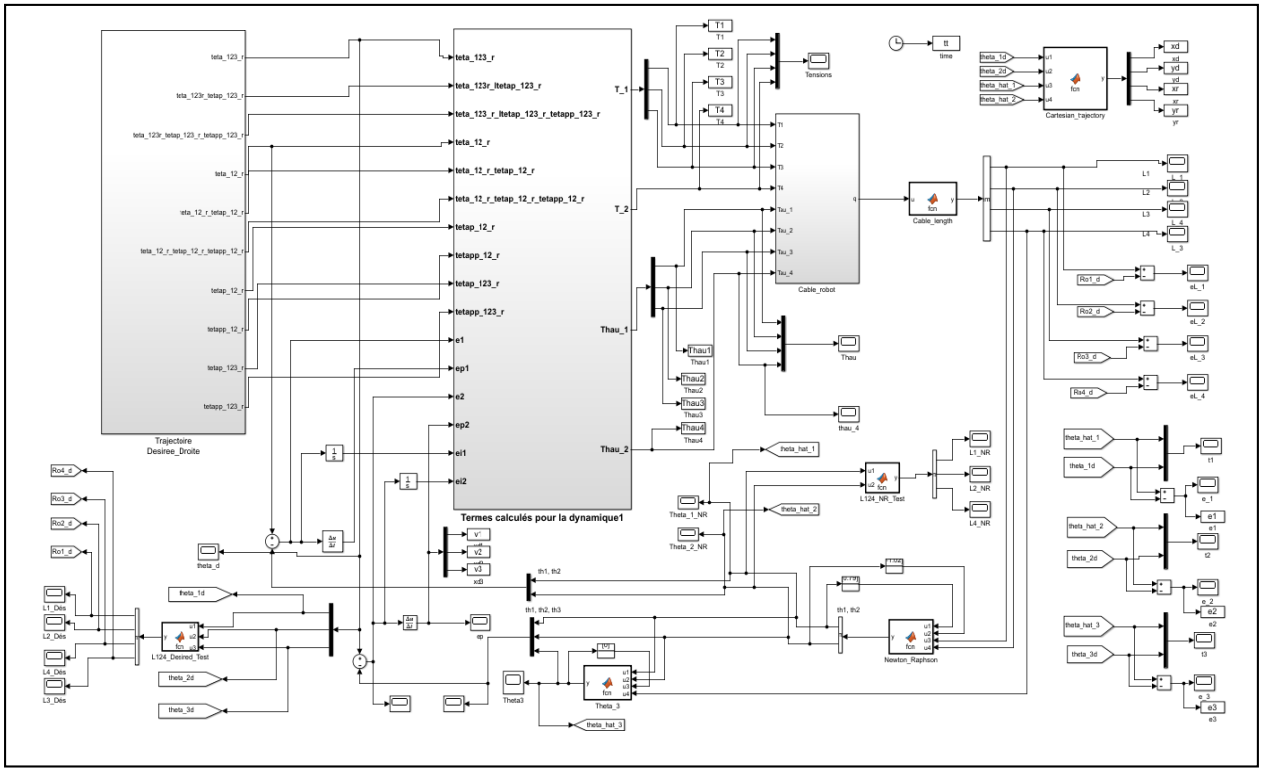

Figure A IV-1 Programme de simulation dans Simulink

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Alp, A., & Agrawal, S. K. (2002). *Cable suspended robots: Feedback controllers with positive inputs.* Paper presented at the Proceedings of the 2002 American Control Conference (IEEE Cat. No. CH37301).

Badi, A., Saad, M., Gauthier, G., & Archambault, P. (2018). Inverse kinematics for a novel rehabilitation robot for lower limbs. In *Cable-Driven Parallel Robots* (pp. 376-389): Springer.

Barrette, G., & Gosselin, C. M. (2005). Determination of the dynamic workspace of cable-driven planar parallel mechanisms. *Journal of mechanical design, 127*(2), 242-248.

Bartolini, G., Ferrara, A., & Usai, E. (1998). Chattering avoidance by second-order sliding mode control. *IEEE Transactions on automatic control, 43*(2), 241-246.

Bostelman, R., Albus, J., Dagalakis, N., Jacoff, A., & Gross, J. (1994). *Applications of the NIST RoboCrane.* Paper presented at the Proceedings of the 5th International Symposium on Robotics and Manufacturing.

Brahmi, B., Saad, M., Luna, C. O., & Rahman, M. (2017). *Cartesian sliding mode tracking control of an exoskeleton robot based on time delay estimation.* Paper presented at the 2017 14th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD).

Bruckmann, T., Pott, A., & Hiller, M. (2006). Calculating force distributions for redundantly actuated tendon-based Stewart platforms. In *Advances in Robot Kinematics* (pp. 403-412): Springer.

Courtney, R. (2013). Numerical Methods for Solving Systems of Nonlinear Equations. *A project submitted to the Department of Mathematical Sciences in conformity with the requirements for Math, 4301*.

Craig, J. J. (2005). *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*: Pearson/Prentice Hall.

Dallej, T., Gouttefarde, M., Andreff, N., Michelin, M., & Martinet, P. (2011). *Towards vision-based control of cable-driven parallel robots.* Paper presented at the 2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems.

DeCarlo, R. A., Zak, S. H., & Matthews, G. P. (1988). Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial. *Proceedings of the IEEE, 76*(3), 212-232.

Fang, S., Franitza, D., Torlo, M., Bekes, F., & Hiller, M. (2004). Motion control of a tendon-based parallel manipulator using optimal tension distribution. *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics, 9*(3), 561-568.

Gallina, P., & Rosati, G. (2002). Manipulability of a planar wire driven haptic device. *Mechanism and Machine Theory, 37*(2), 215-228.

Gao, W., & Hung, J. C. (1993). Variable structure control of nonlinear systems: A new approach. *IEEE transactions on Industrial Electronics, 40*(1), 45-55.

García Armada, E., Jiménez Ruiz, M. A., González de Santos, P., & Armada, M. (2007). *The Evolution of Robotics Research: From Industrial Robotics to Field and Service Robotics*.

Gholami, P., Aref, M. M., & Taghirad, H. D. (2008). *On the control of the KNTU CDRPM: A cable driven redundant parallel manipulator.* Paper presented at the 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems.

Gosselin, C., & Grenier, M. (2011). On the determination of the force distribution in overconstrained cable-driven parallel mechanisms. *Meccanica, 46*(1), 3-15.

Hassan, M., & Khajepour, A. (2008). Optimization of actuator forces in cable-based parallel manipulators using convex analysis. *IEEE Transactions on Robotics, 24*(3), 736-740.

Higuchi, T. (1988). *Application of multi-dimensional wire crane in construction.* Paper presented at the Proc. 5th Int. Symp. on Robotics in Construction.

Homma, K., Fukuda, O., & Nagata, Y. (2002). *Study of a wire-driven leg rehabilitation system.* Paper presented at the IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems.

Homma, K., Fukuda, O., Sugawara, J., Nagata, Y., & Usuba, M. (2003). *A wire-driven leg rehabilitation system: Development of a 4-DOF experimental system.* Paper presented at the Proceedings 2003 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM 2003).

Kawamura, S. (1995). ªDevelopment of an ultrahigh speed robot FALCON using wire drive systemº. *Robotics and Automation*, 215-220.

Khosravi, M. A., & Taghirad, H. D. (2014). Robust PID control of fully-constrained cable driven parallel robots. *Mechatronics, 24*(2), 87-97.

Krebs, H. I., Hogan, N., Aisen, M. L., & Volpe, B. T. (1998). Robot-aided neurorehabilitation. *IEEE transactions on rehabilitation engineering, 6*(1), 75-87.

Lamaury, J., & Gouttefarde, M. (2013). *Control of a large redundantly actuated cable-suspended parallel robot.* Paper presented at the 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation.

Landsberger, S. E. (1985). *A new design for parallel link manipulators.* Paper presented at the Proc. of the IEEE International Conference on Systems.

Leifer, L. J. (1981). Rehabilitative robotics, the stanford robotic aid. Paper presented at the Proceedings of Wescon Conference Record, San Francisco, CA.

Levant, A. (1993). Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International journal of control, 58*(6), 1247-1263.

Li, H., Zhang, X., Yao, R., Sun, J., Pan, G., & Zhu, W. (2013). Optimal force distribution based on slack rope model in the incompletely constrained cable-driven parallel mechanism of FAST telescope. In *Cable-driven parallel robots* (pp. 87-102): Springer.

Lloyd-Jones, D., Adams, R., Carnethon, M., De Simone, G., Ferguson, T. B., . . . Go, A. (2009). Heart disease and stroke statistics—2009 update: a report from the American Heart Association Statistics Committee and Stroke Statistics Subcommittee. *Circulation, 119*(3), 480-486.

Merlet, J.-P. (2006). *Parallel robots* (Vol. 128): Springer Science & Business Media.

Ottaviano, E., Ceccarelli, M., Sbardella, F., & Thomas, F. (2002). *Experimental determination of kinematic parameters and workspace of human arms.* Paper presented at the Proceedings of the 11th International Workshop on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region RAAD 2002.

Pennycott, A., Wyss, D., Vallery, H., Klamroth-Marganska, V., & Riener, R. (2012). Towards more effective robotic gait training for stroke rehabilitation: a review. *Journal of neuroengineering and rehabilitation, 9*(1), 65.

Pott, A. (2014). An improved force distribution algorithm for over-constrained cable-driven parallel robots. In *Computational Kinematics* (pp. 139-146): Springer.

Rahman, M. H. (2012). *Development of an exoskeleton robot for upper-limb rehabilitation.* École de technologie supérieure,

Reichert, C., Müller, K., & Bruckmann, T. (2015). Robust internal force-based impedance control for cable-driven parallel robots. In *Cable-Driven Parallel Robots* (pp. 131-143): Springer.

Rosati, G., Gallina, P., & Masiero, S. (2007). Design, implementation and clinical tests of a wire-based robot for neurorehabilitation. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, 15*(4), 560-569.

Rosati, G., Zanotto, D., & Agrawal, S. K. (2011). On the design of adaptive cable-driven systems. *Journal of mechanisms and robotics, 3*(2), 021004.

Sato, M. (2002). *Development of string-based force display: SPIDAR.* Paper presented at the 8th international conference on virtual systems and multimedia.

Sira-Ramírez, H. (1992). On the sliding mode control of nonlinear systems. *Systems & control letters, 19*(4), 303-312.

Slotine, J.-J. E., & Li, W. (1991). *Applied nonlinear control* (Vol. 199): Prentice hall Englewood Cliffs, NJ.

Snyman, J., & Hay, A. (2004). Analysis and optimization of a planar tendon-driven parallel manipulator. In *On Advances in Robot Kinematics* (pp. 303-312): Springer.

Stewart, D. (1965). A platform with six degrees of freedom. *Proceedings of the institution of mechanical engineers, 180*(1), 371-386.

Surdilovic, D., Zhang, J., & Bernhardt, R. (2007). *STRING-MAN: Wire-robot technology for safe, flexible and human-friendly gait rehabilitation.* Paper presented at the 2007 IEEE 10th International Conference on Rehabilitation Robotics.

Tanaka, M., Seguchi, Y., & Shimada, S. (1988). *Kineto-statics of skycam-type wire transport system.* Paper presented at the Proceedings of USA-Japan symposium on flexible automation, Crossing bridges: advances in flexible automation and robotics.

Williams Ii, R. L., & Gallina, P. (2003). Translational planar cable-direct-driven robots. *Journal of Intelligent and Robotic systems, 37*(1), 69-96.

Williams, R. L., Gallina, P., & Rossi, A. (2001). *Planar cable-direct-driven robots, part ii: Dynamics and control.* Paper presented at the Proceedings 27th Design Automation Conference of the ASME.

Zi, B., Duan, B., Du, J., & Bao, H. (2008). Dynamic modeling and active control of a cable-suspended parallel robot. *Mechatronics, 18*(1), 1-12.