

TABLE DES MATIERES

LISTE DES SYMBOLES	ix
LISTE DES FIGURES.....	xii
LISTE DES TABLEAUX.....	xvi
INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
1. Contexte et problématique.....	2
2. Objectifs	3
2.1 Objectifs généraux	3
2.2 Objectifs spécifiques	4
3. Méthodologie et démarche scientifique.....	4
3.1 Développer des modèles numériques de volume finis 3D : roue, roue-volute et roue-diffuseur.....	4
3.2 Faire des simulations numériques à l'aide des modèles numériques développés	5
3.3 Valider les modèles numériques de volumes finis obtenus	5
CHAPITRE 1 POMPES CENTRIFUGES	6
1.1 Éléments constitutifs d'une pompe centrifuge mono-étage	6
1.2 Fonctionnement	8
CHAPITRE 2 ÉQUATIONS DES ÉCOULEMENTS DE LIQUIDE DANS UNE POMPE CENTRIFUGE	9
2.1 Hypothèses	9
2.2 Equations de continuité	10
2.3 Equations de Navier-stokes	10
2.4 Modélisation de la turbulence [19].....	12
2.5 Équations moyennes de Reynolds	12
2.6 Modèle k- ε [21].....	14
2.7 Loi de paroi [20]	15

CHAPITRE 3 RÉOLUTION NUMÉRIQUE DES ÉQUATIONS D'ÉCOULEMENTS DE LIQUIDE DANS UNE POMPE CENTRIFUGE	18
3.1 Méthode des volumes finis [23]	18
3.1.1 Génération du maillage	18
3.1.2 Discritisation des équations gouvernantes	19
3.1.3 Couplage pression-vitesse	21
3.1.4 Fonctions de forme	21
3.1.5 Gradients de pression	24
3.1.6 Couplage du système d'équations	25
3.2 Solution des équations dans le code de calcul ANSYS-CFX	26
3.3 Modules principaux du logiciel ANSYS-CFX	28
3.3.1 Module de géométrie DesignModeler	30
3.3.2 Module de génération de maillage	30
3.3.3 Module CFX-Pre	31
3.3.4 Module CFX-Solver	32
3.3.5 Module CFX-Post	33
CHAPITRE 4 PARAMÈTRES D'UNE POMPE CENTRIFUGE	34
4.1 Roue	34
4.1.1 Triangles des vitesses	34
4.1.2 Facteur de glissement	36
4.2 Diffuseur	37
4.3 Volute	38
4.4 Hauteur manométrique	41
4.5 Différentes pertes rencontrées dans les pompes	41
4.5.1 Pertes mécaniques	41
4.5.2 Pertes par fuites	42
4.5.3 Pertes par frottement des surfaces immergées en rotation	42
4.5.4 Pertes hydrauliques	42
4.6 Puissance	43

4.7 Rendements	44
4.8 Courbes caractéristiques	45
4.9 Lois de similitude	46
CHAPITRE 5 RÉSULTATS ET DISCUSSION	48
5.1 Données principales de la roue, de la volute et du diffuseur	49
5.2 Modélisation et simulation	50
5.3 Études de cas	56
5.3.1 Effet de variation de la largeur des aubes à la sortie de la roue	56
5.3.2 Effet de variation de l'épaisseur des aubes	59
5.3.3 Effet de variation de l'angle des aubes à la sortie de la roue	62
5.3.4 Effet de variation de nombre d'aubes de la roue dans une volute	65
5.3.5 Effet de variation du diamètre externe de la roue dans une volute	69
5.3.6 Effet de variation du rayon de la volute en maintenant la même roue	72
5.3.7 Effets de variation de la largeur de la Roue-diffuseur	73
5.3.8 Effets de variation de nombre d'aubes du diffuseur	76
CHAPITRES 6 VALIDATION DES RESULTATS	80
CHAPITRE 7 CONCLUSION ET PERSPECTIVES	82
RÉFÉRENCES	86

LISTE DES SYMBOLES

Symboles latins

Symbole	Grandeur	Unité
B	Terme source	
b	largeur de la roue ou du diffuseur	m
c	Couple	N.m
C_μ	Constante adimensionnelle	
D	Diamètre	
E	Constante qui dépend de la rugosité de la paroi	
g	Accélération due à la pesanteur	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
h	Hauteur manométrique	m
k	Énergie cinétique turbulente	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
K	Constante de Von Karman	
L	Longueur	m
N	Vitesse de rotation	tr/min
P	Puissance	W
p	Pression	Pa
p'	Pression modifiée	Pa
P_k	Production de l'énergie cinétique turbulente due aux forces visqueuses et gravitationnelles	
P_{kb}	Terme des forces gravitationnelles	
Q	Débit volumique	$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
q	Débit de fuite	$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
$\vec{r}$	Vecteur de position	m
S_m	Section	m^2
U	Vitesse périphérique	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

U_t	Vitesse parallèle à la paroi	$m \cdot s^{-1}$
u_τ	Vitesse de frottement à la paroi	$m \cdot s^{-1}$
ΔV_s	Vitesse de glissement	$m \cdot s^{-1}$
V_u	Composante tangentielle de la vitesse absolue	$m \cdot s^{-1}$
y^+	Distance adimensionnelle normale à la paroi	
Z	Nombre d'aubes	
Δy	Distance normale à la paroi solide	m,

Symboles grecs

Symbole	Grandeur	Unité
τ	Tenseur des contraintes visqueuses du fluide	Pa
θ	Vitesse de la turbulence	$m \cdot s^{-1}$
μ_{eff}	Viscosité effective	$Pa \cdot s$
μ_t	Viscosité turbulente	$m^2 \cdot s^{-1}$
τ_ω	Contrainte de cisaillement à la paroi	Pa
Γ	Coefficient de diffusion	
η	Rendement global	
Δt	Intervalle de temps	s
ρ	Masse volumique	$Kg \cdot m^{-3}$
ε	Dissipation	$m^2 \cdot s^{-3}$
ω	Vitesse angulaire	$rad.s^{-1}$
μ_s	Facteur de glissement	
ϕ	Facteur de débit	
ψ	Facteur d'énergie	
π	Facteur de puissance	

Indices

Symbole	Grandeur
1	Entrée de la roue
2	Sortie de la roue
3	Entrée du diffuseur ou de la volute
a	Absorbé
fi	Fuite interne
go	Garnitures d'ouïe
i	Interne
Ip	Indice du point d'intégration (intégration point)
mec	Mécanique
p	Piston
r	Brute transmise au fluide par la roue
s	spécifique
t	Théorique
u	Utile
v	Volumique

LISTE DES FIGURES

Figure 1: Diagramme générale de la turbomachine	1
Figure 2: Éléments constitutifs d'une pompe centrifuge mono-étage [17].....	6
Figure 3: pompe multi-étages [18].....	8
Figure 4: Profil de vitesse dans une couche limite turbulente [22].....	16
Figure 5: Point d'intégration dans un élément d'un volume de contrôle.....	20
Figure 6: Détermination des positions de nœuds dans un élément hexaédral [22].....	22
Figure 7: Organigramme général de calcul du code ANSYS-CFX [22]	27
Figure 8: Modules principaux de l'ANSYS-CFX.....	28
Figure 9: Module DesignModeler.....	29
Figure 10: Module Mesh-Meshing.....	30
Figure 11 : Module CFX-Pre	31
Figure 12 : CFX- Solver Manager	32
Figure 13 : Module CFX-Post.....	33
Figure 14: Triangle des vitesses à l'entrée et à la sortie d'une roue centrifuge	35
Figure 15: Facteur de glissement et la distribution des vitesses	36
Figure 16: Triangle des vitesses à l'entrée et à la sortie du diffuseur [18]	37
Figure 17: Paramètres de la pompe centrifuge (roue-volute) [17].....	39
Figure 18: Constante K_3 , angle αv et diamètre de base D_3 en fonction.....	40
Figure 19: Pertes dues aux fuites et la recirculation dans la pompe [17].....	42
Figure 20: Courbe caractéristique d'une pompe centrifuge.....	46
Figure 21: Domaine fluide modélisé à l'aide de logiciel Inventor.....	50
Figure 22: Roue, Roue-Diffuseur et Roue-Volute maillés au moyen du module Mesh-Meshing.....	51
Figure 23: Spécification des domaines d'entrée, de sortie et d'interface	53
Figure 24: Variation de pression d'aspiration en fonction du débit.....	54

Figure 25: Modèle géométrique 3D vers modèle numérique 3D en volume finis et résultats	55
Figure 26: Hauteur manométrique en fonction du débit (variation de la largeur des aubes)	56
Figure 27: Puissance en fonction du débit (variation de la largeur des aubes).....	57
Figure 28: Rendement en fonction du débit (variation de la largeur des aubes).....	57
Figure 29: Contour de pression statique pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (variation de la largeur des aubes).....	58
Figure 30: Vecteur de vitesse d'écoulement pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (Variation de la largeur des aubes).....	59
Figure 31: Hauteur manométrique en fonction du débit (épaisseur des aubes).....	59
Figure 32: Puissance en fonction du débit (épaisseur des aubes)	60
Figure 33: Rendement en fonction du débit (épaisseur des aubes).....	60
Figure 34: Contour de pression statique pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (épaisseur des aubes)	61
Figure 35: Vecteurs de vitesse d'écoulement pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (épaisseur des aubes)	61
Figure 36: Hauteur manométrique en fonction du débit (l'angle des aubes à la sortie de la roue)	62
Figure 37: Puissance en fonction du débit (l'angle des aubes à la sortie de la roue).....	63
Figure 38: Rendement en fonction du débit (l'angle des aubes à la sortie de la roue) ...	63
Figure 39: Contours de pression statique pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (l'angle des aubes à la sortie de la roue).....	64
Figure 40: Vecteurs de vitesse d'écoulement pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (l'angle des aubes à la sortie de la roue).....	64
Figure 41: Hauteur manométrique en fonction du débit (nombre d'aubes de la roue dans une volute).....	65
Figure 42: Puissance en fonction du débit (nombre d'aubes de la roue dans une volute)	66

Figure 43 : Rendement en fonction du débit (nombre d'aubes de la roue dans une volute)	66
Figure 44: Contours de pression statique pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (nombre d'aubes de la roue dans une volute)	67
Figure 45: Vecteurs de vitesse d'écoulement pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (nombre d'aubes de la roue dans une volute)	67
Figure 46: Lignes de courant pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (nombre d'aubes de la roue dans une volute)	68
Figure 47: Répartition de la vitesse absolue à la sortie d'une volute(nombre d'aubes de la roue dans une volute)	68
Figure 48: Hauteur manométrique en fonction du débit (diamètre de la roue dans une volute)	69
Figure 49: Puissance en fonction du débit (diamètre de la roue dans une volute)	70
Figure 50: Rendement en fonction du débit (diamètre de la roue dans une volute)	70
Figure 51: Contours de pression statique pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (diamètre de la roue dans une volute)	71
Figure 52: Vecteurs de vitesse d'écoulement pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (diamètre de la roue dans une volute)	71
Figure 53: Variation du rayon de la volute R en fonction de l'angle θ	72
Figure 54: Hauteur manométrique en fonction du débit (Rayon de la volute)	72
Figure 55: Puissance en fonction du débit (Rayon de la volute)	73
Figure 56: Rendement en fonction du débit (Rayon de la volute)	73
Figure 57: Hauteur manométrique en fonction du débit (largeur du diffuseur)	74
Figure 58: Puissance en fonction du débit (largeur du diffuseur)	74
Figure 59: Rendement en fonction du débit (largeur du diffuseur)	75
Figure 60: Contours de pression statique pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (largeur du diffuseur)	75
Figure 61: Vecteurs de vitesse d'écoulement pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (largeur du diffuseur)	76

Figure 62: Hauteur manométrique en fonction du débit (nombre d'aubes du diffuseur)	77
Figure 63: Puissance en fonction du débit (nombre d'aubes du diffuseur).....	77
Figure 64: Rendement en fonction du débit (nombre d'aubes du diffuseur)	77
Figure 65: Contour de pression statique pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (nombre d'aubes du diffuseur).....	78
Figure 66: Vecteurs des vitesses d'écoulement pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (nombre d'aubes du diffuseur).....	78
Figure 67: Champ de ligne de courant pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$ (effet de recirculation)	79
Figure 68: Hauteur manométrique en fonction du débit (comparaison numérique et expérimental).....	80
Figure 69: Puissance en fonction du débit (comparaison numérique et expérimental) .	81
Figure 70: Rendement en fonction du débit (comparaison numérique et expérimental)	81

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 : Propriétés de l'eau à 25°C.....	48
Tableau 2: Paramètres géométriques de la roue [16].....	49
Tableau 3: Paramètres géométriques de la volute.....	49
Tableau 4: Paramètres géométriques du diffuseur [16]	49
Tableau 5: Nombre de nœuds et d'éléments de chaque cas étudié.....	52
Tableau 6 : Condition aux frontières.....	53

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La turbomachine est un ensemble mécanique de révolution comportant une ou plusieurs roues mobiles munies d'aubes qui ménagent entre elles des canaux à travers lesquels le fluide s'écoule. L'échange d'énergie s'effectue dans la roue et résulte du travail des forces aérodynamiques sur les aubes produites par l'écoulement du fluide autour de celles-ci, et qui résultent principalement de la différence de pression entre les deux faces des aubes [1]. Un premier classement des turbomachines est fait à partir du sens de l'échange d'énergie. Il est à distinguer les machines réceptrices qui reçoivent du travail et les machines motrices qui en fournissent. Parmi les machines réceptrices il y a les pompes rotodynamiques, les ventilateurs, les compresseurs et les soufflantes. Les principales machines motrices sont les turbines à vapeur, les turbines à gaz, les turbines hydrauliques, ainsi que les turbines éoliennes comme représenté sur la figure 1.

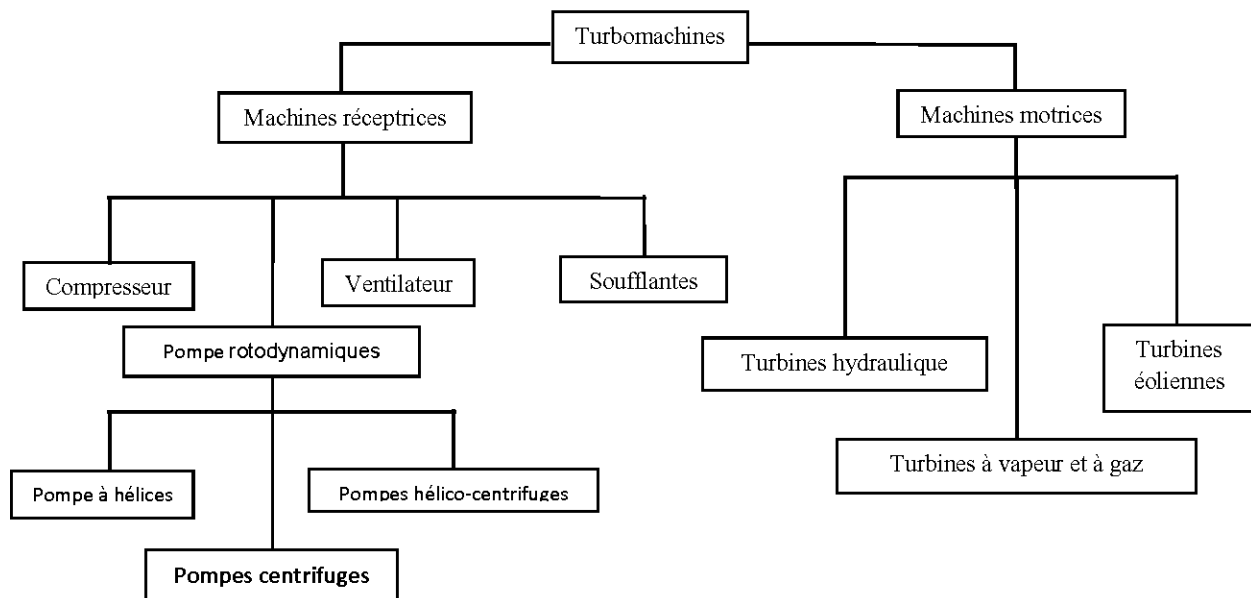


Figure 1: Diagramme générale de la turbomachine

Dans le cadre de cette étude, il sera question des pompes rotodynamiques, principalement des pompes centrifuges.

1. Contexte et problématique

Dans l'exploitation minière, pétrolière, agricole et autre, les pompes centrifuges jouent un rôle primordial dans le drainage, l'assèchement, le transport par canalisation et le contrôle du niveau d'eau. La puissance électrique consommée par ces pompes se chiffre à plusieurs kilowatts. Cependant, les différentes études réalisées [2-15] ont démontré que la conception de ces pompes peut être améliorée afin d'augmenter leur efficacité énergétique et leurs performances tout en réduisant les coûts de consommation électrique. La conception et la réalisation d'une roue à aubes, d'une volute ou d'un diffuseur sont donc déterminantes pour l'efficacité énergétique et les performances d'une pompe. Confrontés au problème de design des roues, des volutes ou des diffuseurs des pompes, le souci d'un constructeur, est de disposer des méthodes rapides, fiables et suffisamment précises pour la réalisation de la géométrie d'une roue, d'un diffuseur ou d'une volute qui maximise l'efficacité d'une pompe en minimisant le plus possible les pertes.

Les constructeurs utilisent fréquemment la méthode directe pour la conception des pompes centrifuges. Cette dernière tient compte des pompes déjà existants auxquels des modifications géométriques sont apportées afin de modifier leurs caractéristiques (débit, hauteur manométrique, puissance et rendement) selon les besoins. Après réalisation, les pompes sont soumises à des tests sur banc d'essai afin de visualiser leurs performances. Si ces dernières répondent au cahier des charges, elles seront commercialisées, sinon des réajustements auront lieu. Cela génère des coûts importants et réduisent les marges bénéficiaires des fabricants des

pompes. Pour cette raison, l'analyse CFD (*Computational fluid dynamics*) est actuellement utilisée dans la conception des pompes centrifuges.

De la littérature, il a été constaté que la plupart des recherches antérieures, en particulier les recherches fondées sur des approches numériques qui utilisent les logiciels commerciaux CFD, visent à prédire les performances des pompes centrifuges (hauteur manométrique, puissance et rendement). Cependant l'étude numérique de plusieurs paramètres géométriques qui influencent les performances d'une pompe centrifuge en se basant sur des pompes existantes est rarement disponible dans la littérature, et la variation de la pression d'aspiration est aussi rarement prise en compte quand la régulation de débit se fait à l'aide d'une vanne de régulation.

2. Objectifs

De ce qui précède, deux objectifs sont à distinguer dans cette étude :

2.1 Objectifs généraux

- Optimiser les étapes de conception, de fabrication et de caractérisation d'une pompe centrifuge.
- Améliorer l'efficacité énergétique d'une pompe centrifuge.
- Réduire le niveau acoustique d'une pompe centrifuge.
- Réduire les coûts de conception, de fabrication et d'exploitation d'une pompe centrifuge.

2.2 Objectifs spécifiques

Développer des modèles numériques 3D pour la simulation de l'écoulement turbulent de liquide dans les pompes centrifuges (roue, roue-volute, roue-diffuseur) à l'aide du logiciel ANSYS-CFX. Ceci en vue d'identifier et de prédire les paramètres qui améliorent les performances des pompes centrifuges décrites par la hauteur manométrique, la puissance et le rendement. Les variables de conception suivantes sont utilisées : la largeur des aubes de la roue, les angles de sortie des aubes de la roue, l'épaisseur des aubes de la roue, le rayon de la volute en maintenant la même roue, le diamètre de la roue en gardant une volute constante pour assurer le bon fonctionnement de la pompe suite aux tolérances imposées, le nombre d'aubes de la roue en gardant la même volute, le nombre d'aubes du diffuseur et la largeur du diffuseur.

3. Méthodologie et démarche scientifique

Pour atteindre les objectifs énoncés ci-dessus, les moyens qui sont mis en œuvre sont basés sur des approches mathématiques et numériques. La démarche scientifique est centrée sur les activités suivantes :

3.1 Développer des modèles numériques de volumes finis 3D : roue, roue-volute et roue-diffuseur

Dans cette activité, des modèles numériques de volume finis 3D d'une roue, de l'ensemble roue-volute et de l'ensemble roue-diffuseur sont développés en se basant sur des pompes existantes chez Technosub [16]. À cet effet, les équations de

continuité et de Navier-Stokes sont appliquées pour obtenir des modèles mathématiques. Les conditions aux frontières sont prises en compte dans la modélisation. La turbulence des écoulements de liquide dans la roue, l'ensemble roue-volute et l'ensemble roue-diffuseur est considérée en utilisant le modèle de turbulence k- ϵ . L'interaction entre la roue et la volute, ainsi que la roue et le diffuseur est prise également en compte. Le système d'équations différentielles partielles résultant de la modélisation mathématique est résolu en utilisant la méthode des volumes finis à l'aide du logiciel ANSYS-CFX. Ce dernier permettra de déterminer la distribution des champs de vitesse et de pression dans la pompe.

3.2 Faire des simulations numériques à l'aide des modèles numériques développés

Des simulations numériques sont réalisées à l'aide des modèles numériques développés pour étudier l'influence de la forme et de la géométrie de la roue, de la volute et du diffuseur sur les performances des écoulements de liquide dans la pompe centrifuge dont la hauteur manométrique la puissance et le rendement. Une approche généralisée est proposée pour la détermination des courbes caractéristiques des pompes centrifuges.

3.3 Valider les modèles numériques de volumes finis obtenus

La validation est réalisée en comparant les résultats de simulations numériques et les résultats obtenus expérimentalement.

CHAPITRE 1

POMPES CENTRIFUGES

Une pompe centrifuge est une machine réceptrice qui augmente la pression d'un liquide.

1.1 Éléments constitutifs d'une pompe centrifuge mono-étage

La figure 2, représente les éléments constitutifs d'une pompe centrifuge.

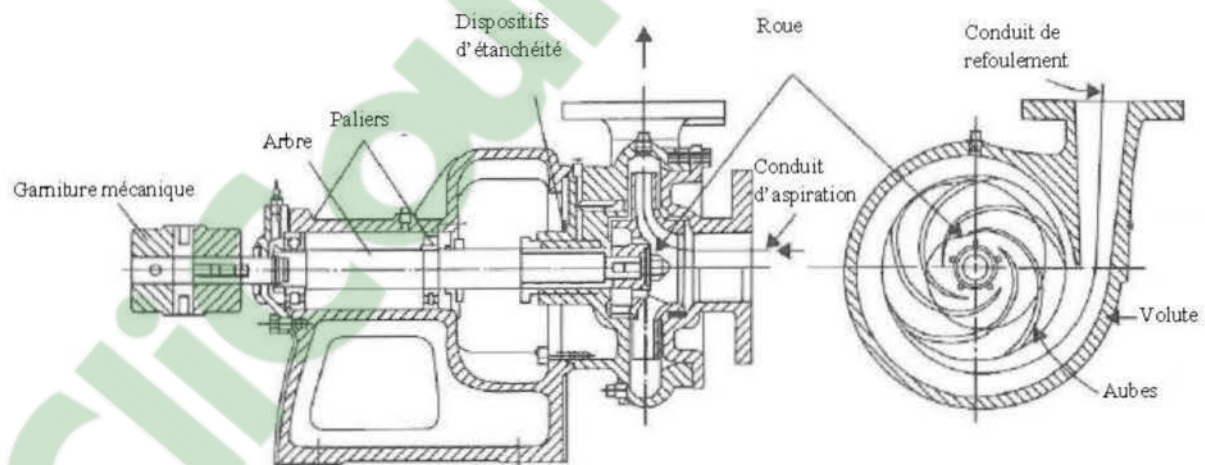


Figure 2: Éléments constitutifs d'une pompe centrifuge mono-étage [17]

Les pompes centrifuges comprennent, généralement, les éléments suivants :

- Un conduit d'aspiration du fluide vers la roue (impulseur) de la pompe.
- Une roue, qui est l'élément essentiel de la pompe. La totalité de l'énergie est apportée au fluide sous deux formes distinctes :

- d'une part, directement, sous la forme d'un accroissement de pression statique ;
- d'autre part, sous la forme d'un accroissement d'énergie cinétique, qui est lui-même transformé en pression dans les organes situés en aval de la roue.

La roue est munie d'aubes, qui sont décalées angulairement de façon régulière. Elles sont en nombre variable, elles sont inclinées en arrière. En d'autres termes le bord de fuite des aubes est en retard dans la rotation par rapport au bord d'attaque.

- une volute qui a le rôle de recueillir le fluide sortant à grande vitesse de la roue, de le canaliser, puis de le ralentir, transformant ainsi en pression une part importante de son énergie cinétique.
- Des dispositifs d'étanchéité internes sont destinés à limiter le retour vers l'aspiration et à réduire les débits de fuite internes.
- Un arbre a pour fonction de porter la roue, d'assurer son centrage dynamique et de transmettre la puissance.
- Un système d'étanchéité vers l'extérieur a pour fonction d'empêcher une fuite externe ou tout au moins, d'en limiter l'importance.
- L'étanchéité externe peut aussi être assurée par une garniture mécanique.

Il existe également des pompes multi-étages avec un nombre de roue définie par une hauteur manométrique voulue, tel qu'indiqué à la figure 3.

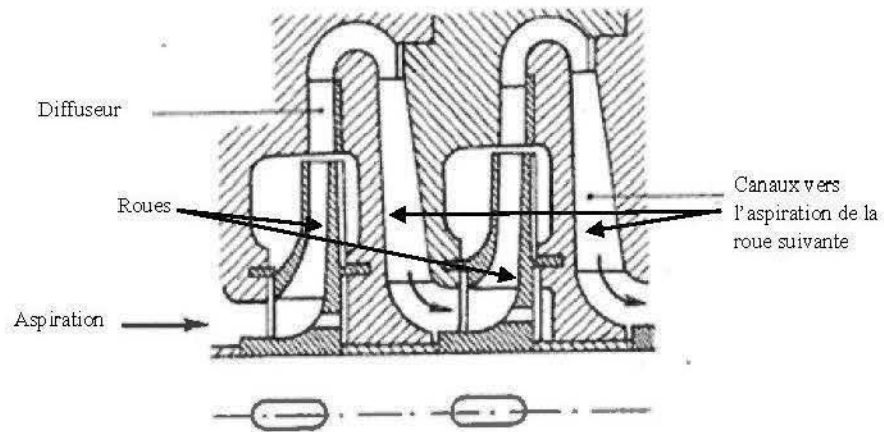


Figure 3: pompe multi-étages [18]

1.2 Fonctionnement

L'énergie du fluide augmente en lui donnant une accélération tangentielle (ou rotation par rapport à l'axe de l'écoulement) durant son passage dans la pompe. Cette énergie est fournie par la roue, qui elle, est entraînée par un moteur. Pour donner cette accélération tangentielle au fluide, les aubes de la roue poussent le fluide vers l'extérieur tout en lui permettant de conserver ses composantes de vitesse.

CHAPITRE 2

ÉQUATIONS DES ÉCOULEMENTS DE LIQUIDE DANS UNE POMPE CENTRIFUGE

Dans ce chapitre, les équations qui gouvernent les écoulements de liquide dans une pompe centrifuge seront décrites en spécifiant les hypothèses, le modèle de turbulence et la loi de paroi.

2.1 Hypothèses

Afin de simplifier les équations de continuité et de Navier-Stokes les hypothèses suivantes seront prises en compte :

- L'écoulement du liquide est considéré comme stationnaire : ses composantes sont indépendantes de la variable temps $\frac{\partial}{\partial t} = 0$.
- Le fluide considéré est newtonien : la viscosité est indépendante du taux de cisaillement.
- Le fluide est incompressible.
- L'équation de conservation d'énergie n'est pas prise en compte dans le présent travail.

2.2 Equations de continuité

Cette équation peut être exprimée par la formule suivante :

$$\nabla \left(\rho \vec{U} \right) = 0 \quad (2.1)$$

où $\vec{U} = \vec{U}(u, v, w)$ est le vecteur des vitesses.

L'équation (2.1) peut encore s'écrire comme suite

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.2)$$

2.3 Equations de Navier-stokes

L'équation de Navier-stokes peut être définie sous la forme suivante :

$$\rho \nabla \cdot (\vec{U} \otimes \vec{U}) = -\nabla p + \mu_{\text{eff}} \nabla \cdot (\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T) + B \quad (2.3)$$

Pour les fluides dans un repère en rotation à la vitesse angulaire constante ω , le terme source peut s'écrire comme suit :

$$B = -\rho(2\vec{\omega} \times \vec{U} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})) \quad (2.4)$$

La viscosité effective μ_{eff} s'exprime par :

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (2.5)$$

avec

μ_t la viscosité turbulente qui sera expliquée plus loin.

L'équation (2.1) peut s'exprimer encore sous la forme :

$$\rho(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{eff}(\frac{\partial^2}{\partial x^2}u + \frac{\partial^2}{\partial y^2}u + \frac{\partial^2}{\partial z^2}u) + B_x \quad (2.6)$$

$$\rho(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{eff}(\frac{\partial^2}{\partial x^2}v + \frac{\partial^2}{\partial y^2}v + \frac{\partial^2}{\partial z^2}v) + B_y \quad (2.7)$$

$$\rho(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_{eff}(\frac{\partial^2}{\partial x^2}w + \frac{\partial^2}{\partial y^2}w + \frac{\partial^2}{\partial z^2}w) + B_z \quad (2.8)$$

En considérant l'axe Z comme l'axe de rotation, les composantes de B peuvent s'exprimer comme suit :

$$B_x = \rho(\omega_z^2 r_x + 2\omega_z v), \quad B_y = \rho(\omega_z^2 r_y - 2\omega_z u) \quad et \quad B_z = 0.$$

2.4 Modélisation de la turbulence [19]

En vue de l'amélioration du traitement des fluctuations induites par la turbulence dans le mouvement d'une particule de liquide, il existe trois méthodes d'approche pour aborder la notion turbulence.

La première méthode consiste à décomposer le champ de la vitesse et de la température en une composante moyenne et une fluctuation turbulente, pour se faire une variété de modèles est à présent disponible, allant du plus simple : le modèle à zéro équation au plus complexe, le modèle d'équations de contraintes de Reynolds (RMS).

La seconde est une méthode dans laquelle toutes les structures de la turbulence (macro et microstructures) sont résolues directement et modélise l'effet des petites structures par des modèles plus ou moins simples, dits « modèles de sous-maille ». Cette méthode est connue sous le nom de simulation aux grandes échelles (Large Eddy Simulation, LES).

La troisième méthode est une approche hybride, qui regroupe les avantages des simulations aux grandes échelles (LES), donnant de bons résultats dans les zones fortement décollées, et des modèles Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) qui sont plus efficaces dans les régions proches des parois. La méthode est nommé (Detached Eddy Simulation, DES).

2.5 Équations moyennes de Reynolds

Les équations moyennes de Reynolds [20] contiennent six termes qui sont de nouvelles inconnues. Afin de prédire la distribution du champ de vitesses moyennes et de la température moyenne, il est nécessaire de faire des hypothèses ou trouver un

moyen raisonnable pour modéliser les contraintes de Reynolds et les flux turbulents. Pendant

plusieurs années, le concept le plus généralement utilisé a été d'établir une analogie entre les contraintes visqueuses et les contraintes turbulentes. L'hypothèse d'une relation linéaire entre le tenseur des contraintes turbulentes et le tenseur de déformation est utilisée dans le cas d'un fluide Newtonien.

$$-\rho \overline{u \otimes u} = -\frac{2}{3}\rho k \delta - \frac{2}{3}\mu_t \nabla U \delta + \mu_t \left(\nabla U + (\nabla U)^T \right) \quad (2.9)$$

Dans cette expression, tous les termes sont connus sauf la viscosité turbulente μ_t et l'énergie cinétique turbulente k . Il convient de les déterminer à partir d'équations complémentaires de fermeture.

Le code de calcul permet d'utiliser différents modèles de turbulence, parmi lesquels on distingue deux grandes catégories de modélisation :

a) Modèles à viscosité turbulente (Eddy Viscosity Turbulence Models)

Basés sur l'hypothèse qui consiste à modéliser directement les tenseurs de Reynolds à l'aide de la viscosité turbulente μ_t . Relativement facile à utiliser cependant, la qualité de modélisation de μ_t influe directement sur la qualité de l'écoulement moyen.

b) Modèle aux tenseurs de Reynolds (Reynolds Stress Turbulence Models)

La modélisation se porte sur des moments d'ordre supérieur. La mise en œuvre est plus délicate mais les résultats sont de meilleure qualité.

Chacun de ces modèles est subdivisé en une variété de modèles.

Parmi les modèles utilisés, il y a principalement:

- les modèles à zéro équation ou modèles de longueur de mélange.
- les modèles à deux équations : Modèle $k - \varepsilon$, $k - \omega$.
- le modèle d'équations de contraintes de Reynolds (RSM).
- le modèle de simulation aux grandes échelles (LES).

2.6 Modèle k-ε [21]

Le modèle k-ε est un modèle semi-empirique, développé par *Launder et Spalding*. Il comporte deux équations :

$$\nabla(\rho U k) = \nabla \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \nabla k \right) + p_k - \rho \varepsilon \quad (2.10)$$

$$p_k = \mu_t \nabla U (\nabla U + \nabla U^T) - \frac{2}{3} \nabla U (3 \mu_t \nabla U + \rho k) + p_{kb} \quad (2.11)$$

Le modèle k-ε comporte deux équations de transport l'une pour l'énergie cinétique turbulente k , et l'autre pour le taux de sa dissipation ε . Ce modèle fait intervenir le concept de la viscosité turbulente μ_t qui peut s'exprimer comme suit :

$$\mu_t = C_\mu \cdot \rho \cdot \theta \cdot l = \rho \cdot C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.12)$$

avec $C_\mu = 0.09$

$$\theta = k^{1/2} \quad (2.13)$$

$$l = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (2.14)$$

De nouvelles variables seront introduites dans les équations moyennées de Reynolds. L'équation de quantité de mouvement sera réarrangée comme suit :

$$\nabla(\rho U \otimes U) - \nabla(\mu_{eff} \nabla U) = -\nabla p' + \nabla(\mu_{eff} \nabla U)^T + B \quad (2.15)$$

avec :

$$p' = p_{stat} + \frac{2\rho k}{3} \quad (2.16)$$

Le modèle à zéro équation et le modèle à deux équations sont basés sur le concept de la viscosité turbulente voir équation (2.5).

Le terme des forces gravitationnelles P_{kb} , est formulé par l'expression suivante :

$$p_{kb} = -\frac{\mu_t}{\rho P_{rt}} g \nabla p \quad (2.17)$$

2.7 Loi de paroi [20]

La théorie de la couche limite suppose que la résistance qui s'oppose au mouvement d'un fluide le long d'une paroi solide soit imputable aux contraintes tangentielles induites dans cette couche par le fort gradient de vitesse qui y règne. L'épaisseur de la couche limite dépend du profil et de la rugosité de la paroi, ainsi que de la viscosité du fluide. Son épaisseur croît avec le déplacement du fluide à partir de son point de contact avec la paroi.

La figure 4, illustre de manière claire la subdivision de la région près de la paroi.

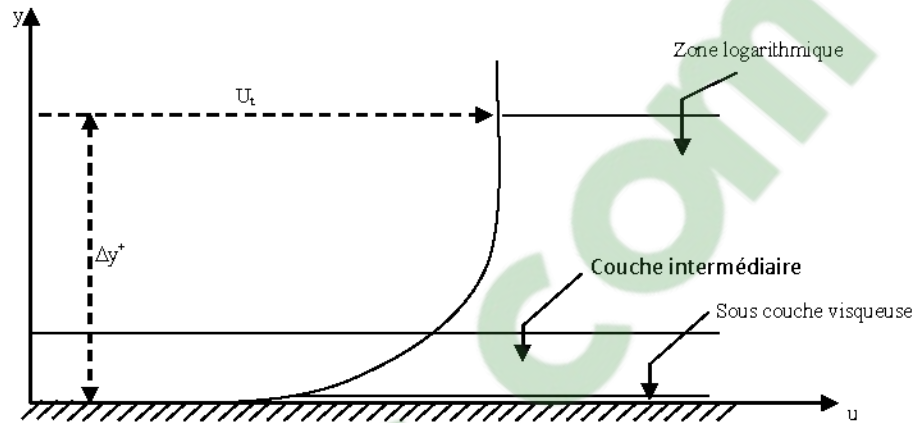


Figure 4: Profil de vitesse dans une couche limite turbulente [22]

La couche limite est divisée au moins en deux régions :

- a) loin de la paroi, est contrôlée par la turbulence qui est appelée « couche logarithmique ».
- b) près de la paroi « sous couche visqueuse » est dominée par les forces visqueuses, l'écoulement est presque laminaire dans cette région.

Il y a une région entre la sous couche visqueuse et la couche logarithmique appelée « couche intermédiaire », où les effets de la viscosité moléculaire et de la turbulence sont importants.

La relation logarithmique pour calculer la vitesse près de la paroi est donnée par :

$$u^+ = \frac{U_t}{u_\tau} = \frac{1}{k} \ln(E \cdot y^+) \quad (2.18)$$

où

$$y^+ = \frac{\rho \cdot \Delta y \cdot u_\tau}{\mu} \quad (2.19)$$

$$u_\tau = \left(\frac{\tau_\omega}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.20)$$

L'un des points les plus essentiels dans l'emploi optimal des modèles de turbulence, est la résolution appropriée de la couche limite et de la distance y^+ .

Le modèle retenu dans cette étude, étant le modèle de turbulence standard k- ϵ appliqué suivant la loi de paroi. Le choix a été motivé par la complexité du domaine de calcul et l'existence de plusieurs parois solides dont les aubes, les flasques avant et arrière de la roue ainsi que la paroi du diffuseur ou de la volute.

CHAPITRE 3

RÉSOLUTION NUMÉRIQUE DES ÉQUATIONS D'ÉCOULEMENTS DE LIQUIDE DANS UNE POMPE CENTRIFUGE

Dans ce chapitre, la méthode des volumes finis utilisées pour la résolution des équations de continuité et de Navier-Stokes sera décrite. Cette dernière est la plus utilisée actuellement dans les codes de calculs tels que ANSYS-CFX, FLUENT, FAST-3D... etc.

3.1 Méthode des volumes finis [23]

Cette méthode consiste à subdiviser le domaine physique de l'écoulement en éléments de volumes plus ou moins réguliers, elle convertie l'équation différentielle générale en un système d'équations algébriques en mettant en relation les valeurs de la variable considérée aux points nodaux adjacents d'un volume de contrôle typique. Cela est obtenu par l'intégration de l'équation différentielle gouvernante dans ce volume de contrôle.

Les étapes de résolution de ladite méthode des volumes finis sont les suivantes :

3.1.1 Génération du maillage

Le domaine de calcul de la grille de la roue, de la volute ou du diffuseur est subdivisé en un ensemble de volumes de contrôle en utilisant des formes de maillage (maillage structuré ou non structuré).

Ces volumes de contrôle enveloppent tout le domaine de calcul sans chevauchement, de telle façon que la somme de leurs volumes soit égale exactement au volume du domaine de calcul. Dans cette étude, le maillage utilisé est un maillage tétraèdre.

3.1.2 Discrétisation des équations gouvernantes

L'étape principale de la méthode des volumes finis est l'intégration des équations régissant pour chaque volume de contrôle. Les équations algébriques déduites de cette intégration rendent la résolution des équations de transports plus simple.

Chaque noeud est entouré par un ensemble de surfaces qui comporte un élément de volume. Toutes les variables du problème et les propriétés du fluide sont stockées aux noeuds de cet élément.

Les équations régissant l'écoulement, sont présentées sous leurs formes moyennées dans un repère cartésien (x, y, z) :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j U_i) = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right) + B_x \quad (3.2)$$

Les équations (3.1) et (3.2) peuvent être intégrées dans un volume de contrôle, en utilisant le théorème de la divergence de Gauss pour convertir les intégrales de volume en intégrales de surface comme suit :

$$\int_S \rho U_j dn_j = 0 \quad (3.3)$$

$$\int_S \rho U_j U_i dn_j = - \int_S P dn_j + \int_S \mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) dn_j + \int_V S_{u_i} dv \quad (3.4)$$

L'étape suivante consiste à discrétiser les inconnues du problème ainsi que les opérateurs différentiels de cette équation. Toutes ces opérations mathématiques

conduiront à l'obtention, sur chaque volume de contrôle, d'une équation discrétisée qui reliera les variables d'une cellule à celles des cellules voisines. L'ensemble de ces équations discrétisées formera finalement un système matriciel.

Considérons maintenant un élément d'une maille isolée tel que celui montré ci-dessous dans figure 5 :

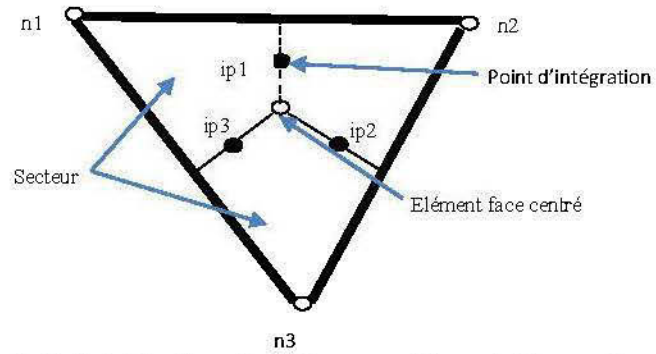


Figure 5: Point d'intégration dans un élément d'un volume de contrôle

Après la discrétisation et le réarrangement des équations (3.3) et (3.4) les formes suivantes seront obtenues :

$$\sum_{ip} (\rho U_j \Delta n_j)_{ip} = 0 \quad (3.5)$$

$$\sum_{ip} m_{ip}(U_i)_{ip} = \sum_{ip} (P \Delta n_j)_{ip} + \sum_{ip} (\mu_{eff} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \Delta n_j)_{ip} + \overline{S_{u_i}} V \quad (3.6)$$

3.1.3 Couplage pression-vitesse

La méthode d'interpolation de la pression dans le couplage pression-vitesse est similaire à celle utilisée par Rhie et Chow [19]. Cette méthode est parmi les méthodes qui économisent au mieux l'espace mémoire et le temps de calcul.

Si la pression est connue, les équations discrétisées sont aisément résolues. L'équation de conservation de la masse pour une seule dimension peut être écrite comme suit :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_i + \frac{\Delta x^3 A}{4 \dot{m}} \left(\frac{\partial^4 P}{\partial x^4} \right) = 0 \quad (3.7)$$

où

$$\dot{m} = \rho U_j \Delta n_j \quad (3.8)$$

3.1.4 Fonctions de forme

Les champs de solution sont stockés dans les nœuds de la maille. Cependant les différents termes des équations (3.5) et (3.6) exigent la détermination des variables sur les points d'intégration. C'est pour cette raison qu'il devra avoir une méthode de calcul pour chaque élément. Cela est possible grâce à l'utilisation des fonctions de forme.

La grandeur physique ϕ (ρ , u , v , w et p) de l'écoulement dans un élément de volume (figure 5) est fonction de celles dans les nœuds de l'élément est donnée par la relation suivante :

$$\phi = \sum_{i=1}^{\text{noeud}} N_i \phi_i \quad (3.9)$$

où N_i est la fonction de forme pour le nœud i et ϕ_i la valeur de la grandeur ϕ dans le même nœud. Une particularité des facteurs de forme, fait en sorte que :

$$\sum_{i=1}^{\text{noeud}} N_i = 1 \quad (3.10)$$

Notons que pour le nœud j :

$$N_j = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (3.11)$$

Les fonctions de forme utilisées sont linéaires en termes de coordonnées. Considérons l'élément hexaèdre de la figure 6.

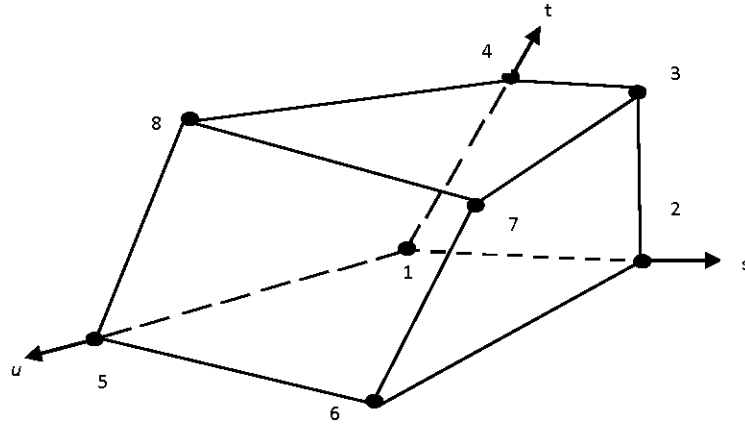


Figure 6: Détermination des positions de nœuds dans un élément hexaédral [22]

Les fonctions de forme dans l'espace pour chaque nœud sont données par les formules suivantes :

$$\begin{aligned}
N_1(s, t, u) &= (1-s) (1-t) (1-u) & (a) \\
N_2(s, t, u) &= s (1-t) (1-u) & (b) \\
N_3(s, t, u) &= s t (1-u) & (c) \\
N_4(s, t, u) &= (1-s) t (1-u) & (d) \\
N_5(s, t, u) &= (1-s) (1-t) u & (e) \\
N_6(s, t, u) &= s (1-t) u & (f) \\
N_7(s, t, u) &= s t u & (g) \\
N_8(s, t, u) &= (1-s) t u & (h)
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Ces fonctions sont également employées pour le calcul des diverses quantités géométriques, telles que les positions, les coordonnées du point d'intégration (ip), les surfaces et les différents vecteurs. Les équations de formes sont également applicables pour les coordonnées cartésiennes, dans ce cas, elles peuvent être écrites de la manière suivante :

$$x = \sum_{i=1}^{noeud} N_i x_i \tag{3.13}$$

$$y = \sum_{i=1}^{noeud} N_i y_i \tag{3.14}$$

$$z = \sum_{i=1}^{noeud} N_i z_i \tag{3.15}$$

Les fonctions de forme sont aussi employées pour évaluer les dérivées partielles des termes de flux sur les surfaces de contrôle et pour chaque direction, la formule générale des différents flux est la suivante :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} \right|_{ip} = \sum_n \left. \frac{\partial N_n}{\partial \mathbf{x}} \right|_{ip} \phi_n \quad (3.16)$$

Les solutions des dérivées partielles de chaque fonction de forme et pour chaque nœud doivent être présentés dans le repère cartésien, pour cela nous devons déterminer la matrice de transformation de *Jacobian* :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \\ \frac{\partial N}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial s} \\ \frac{\partial N}{\partial t} \\ \frac{\partial N}{\partial u} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

3.1.5 Gradients de pression

L'intégration du gradient de pression $\left(-\frac{\partial P}{\partial \mathbf{x}_i} \right)$ sur le volume de contrôle dans les équations de Navier-Stokes implique l'évaluation de l'expression suivante :

$$\left(P \Delta \mathbf{n}_{ip} \right)_{ip} \quad (3.18)$$

où

$$P_{ip} = \sum_n N_n (s_{ip}, t_{ip}, u_{ip}) P_n \quad (3.19)$$

3.1.6 Couplage du système d'équations

Les équations régissant l'écoulement moyen doivent être constamment sous leur forme discrète, dans le but de les résoudre numériquement. Le système d'équations peut être écrit sous la forme suivante :

$$\sum_{nbi} a_i^{nb} \phi_i = b_i \quad (3.20)$$

où

b : Le terme de droite.

a : Coefficients de l'équation à résoudre.

i : L'indice qui identifie le numéro du volume de contrôle

Il est bon de noter que pour les équations scalaires telles que l'équation de turbulence, chaque a_i^{nb} , ϕ_i et b_i est un nombre singulier. En ce qui concerne le couplage en trois dimensions de l'équation de conservation de masse avec celle de quantités de mouvement, il sera question d'une matrice (4 x 4).

$$a_i^{nb} = \begin{bmatrix} a_{uu} & a_{uv} & a_{uw} & a_{up} \\ a_{vu} & a_{vv} & a_{vw} & a_{vp} \\ a_{wu} & a_{wv} & a_{ww} & a_{wp} \\ a_{pu} & a_{pv} & a_{pw} & a_{pp} \end{bmatrix}_i^{nb} \quad (3.21)$$

$$\phi_i = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \end{bmatrix}_i \quad (3.22)$$

$$b_i = \begin{bmatrix} b_u \\ b_v \\ b_w \\ b_p \end{bmatrix}_i \quad (3.23)$$

3.2 Solution des équations dans le code de calcul ANSYS-CFX

Pour résoudre les équations différentielles décrites au chapitre 2, la méthode des volumes finis est utilisée à l'aide du code de calcul ANSYS-CFX.

Le code de calcul ANSYS-CFX utilise une méthode couplée où les équations hydrodynamiques (u , v , w et p) sont résolues comme une équation unique. Cette méthode utilise une approche entièrement implicite pour chaque pas de temps. Dans le cas d'un écoulement stationnaire, le pas de temps se comporte comme un paramètre d'accélération pour rendre la solution stationnaire convergente et plus au moins réelle.

La figure 7, représente l'organigramme général du code de calcul ANSYS-CFX.

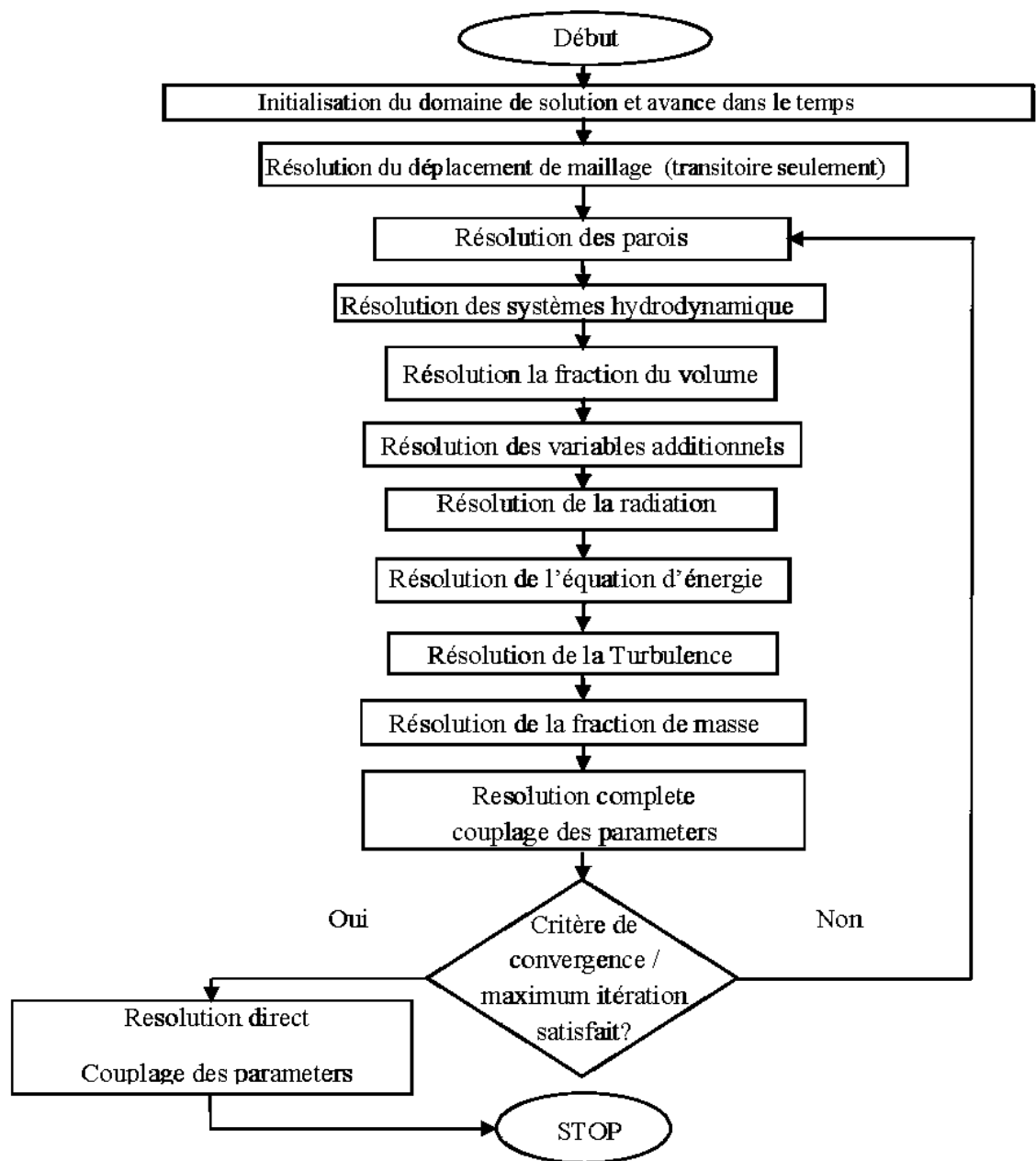


Figure 7: Organigramme général de calcul du code ANSYS-CFX [22]

Pour la résolution de chaque ensemble d'équations, l'organigramme de calcul se compose de deux opérations numériques :

- 1- La linéarisation des équations non linéaires avant d'être insérées dans la matrice de solution.
- 2- La résolution des équations linéaires avec un procédé itératif en utilisant une méthode algébrique.

3.3 Modules principaux du logiciel ANSYS-CFX

La figure 8 présente les cinq modules principaux du logiciel ANSYS-CFX qui sont liés entre eux par le déroulement des informations d'un problème à étudier pour une analyse CFD.

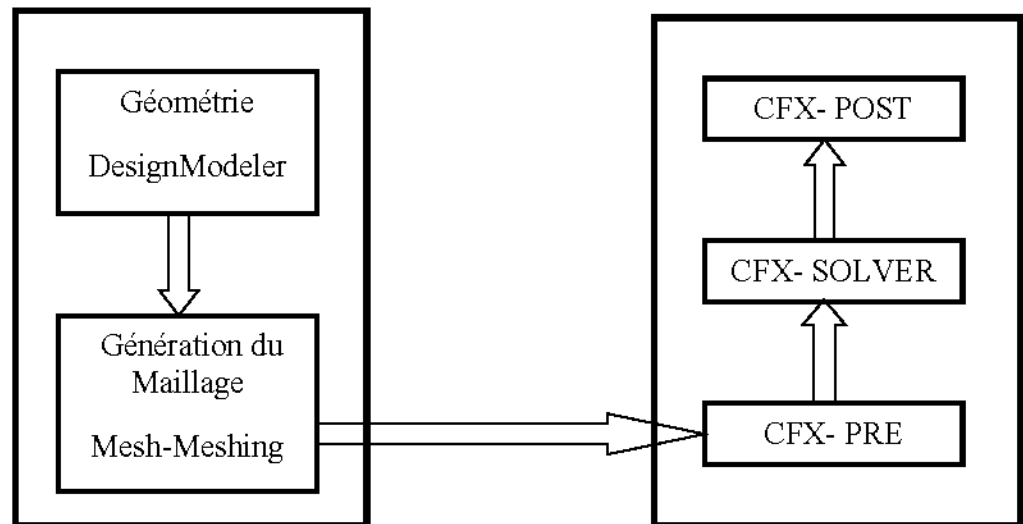


Figure 8: Modules principaux de l'ANSYS-CFX

3.3.1 Module de géométrie DesignModeler

Le module DesignModeler est conçu pour dessiner des esquisses 2D, la modélisation 3D ou l'importation des modèles 3D. Dans cette étude, la modélisation a été faite à l'aide du logiciel Inventor et importer au DesignModeler pour l'étape du maillage. La figure 9, représente l'interface du module DesignModeler.

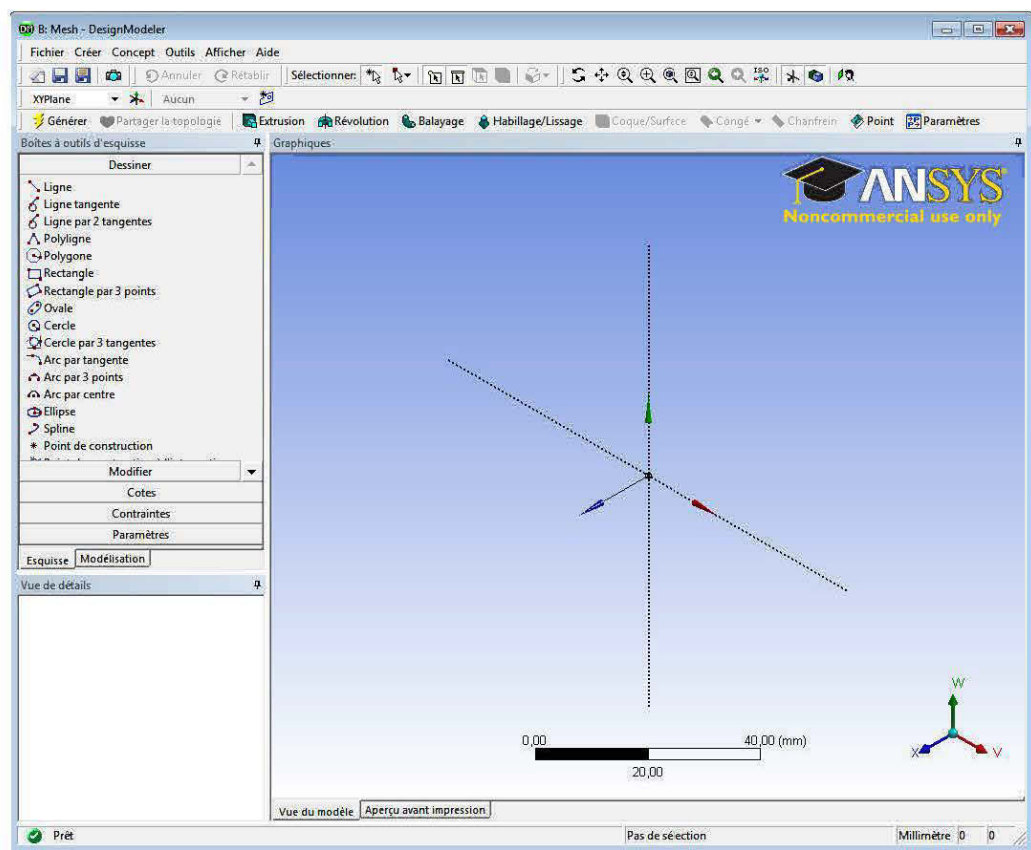


Figure 9: Module DesignModeler

3.3.2 Module de génération de maillage

La génération de maillage est faite à l'aide du module Mesh-Meshing qui est une composante importante de l'ensemble CFX. C'est un Module simple, spécialisé dans la création de maillages dans les turbomachines et autres. À l'aide de différents modèles préexistants, un maillage structuré de qualité peut être rapidement créé.

La figure 10 représente l'interface du module Mesh-Meshing.

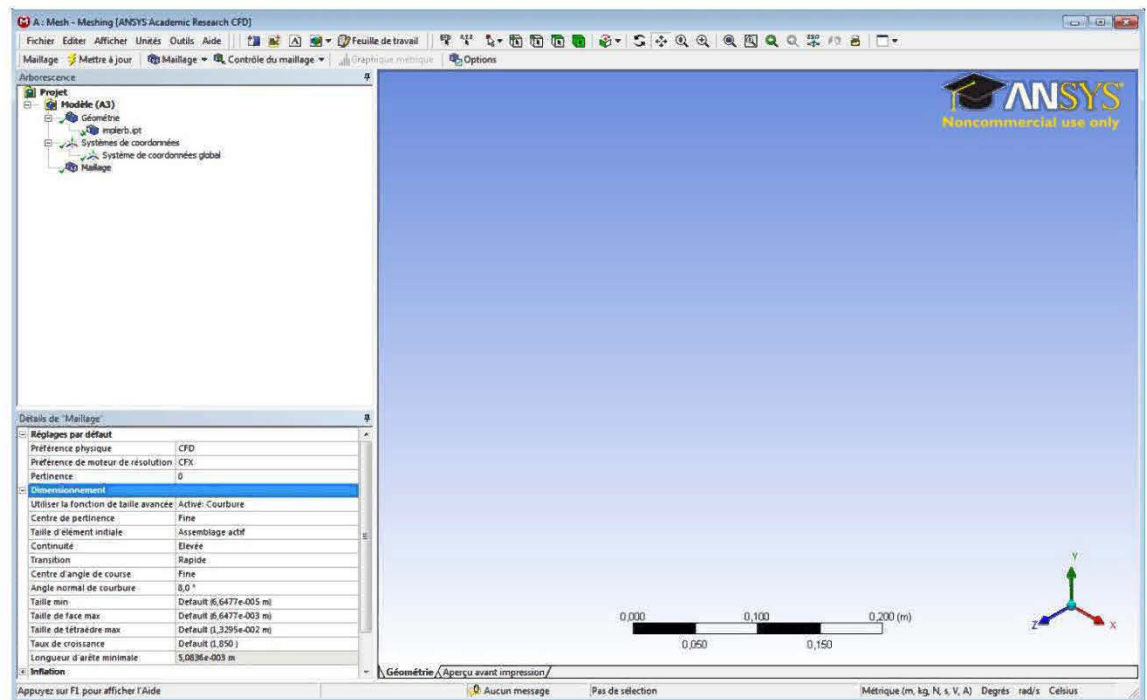


Figure 10: Module Mesh-Meshing

3.3.3 Module CFX-Pre

Il permet d'importer le maillage d'une géométrie à étudier, construit par le module Mesh-Meshing ou importer à partir d'autres générateurs de maillage tels que le ICEM CFD, GAMBIT... etc.

Le CFX-Pre est conçu pour spécifier le type de l'écoulement qui peut-être laminaire ou turbulent. Les conditions initiales et aux frontières du problème étudié ainsi que les paramètres de convergence (nombre d'itérations et la tolérance d'erreur) sont également spécifiés.

La figure 11 représente l'interface du module CFX-Pre.

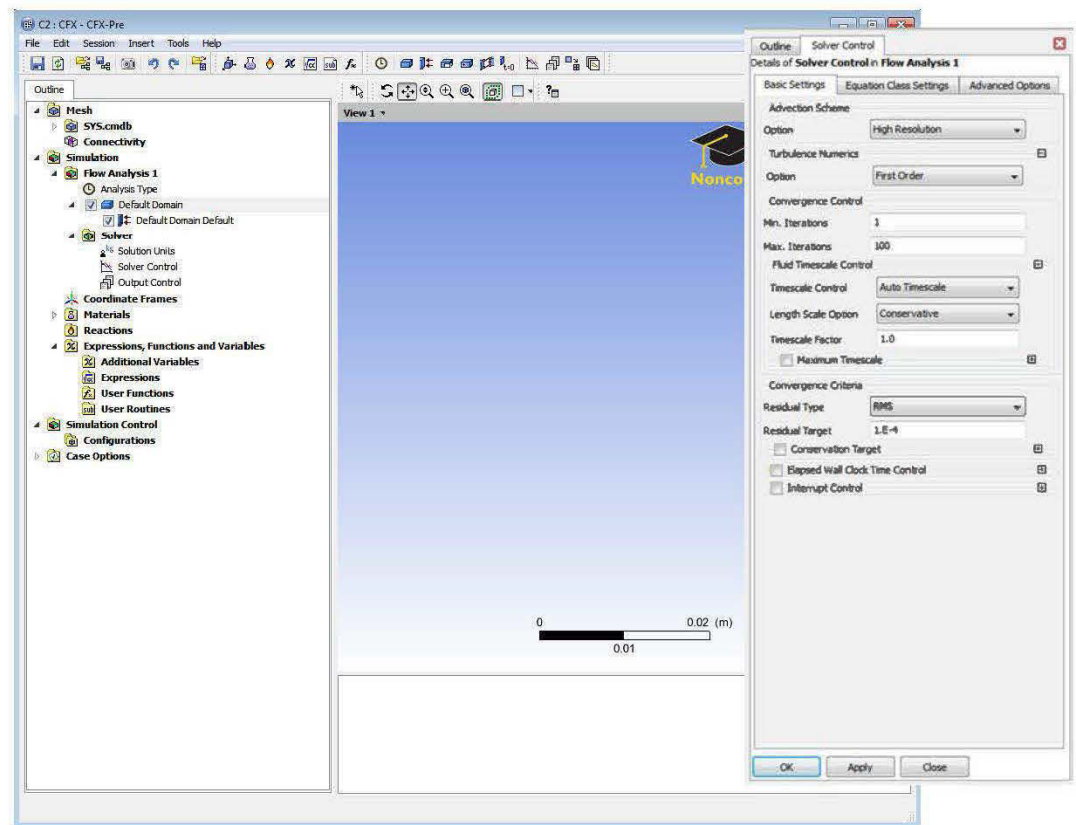


Figure 11 : Module CFX-Pre

3.3.4 Module CFX-Solver

Il permet de résoudre les équations d'hydrodynamique modélisant un problème physique. Toutes les spécifications du problème produites dans le module CFX-Pre sont prises en compte par le module CFX Solver pour un nombre d'itération bien défini.

Le module CFX-Solver utilise le CFX-Solver Manager qui permet de gérer la tâche CFD tel que montré à la figure 12.

Ces fonctions principales sont les suivantes :

- indiquer les données d'entrée ;
- lancer ou arrêter la simulation ;
- surveiller la progression de la solution.

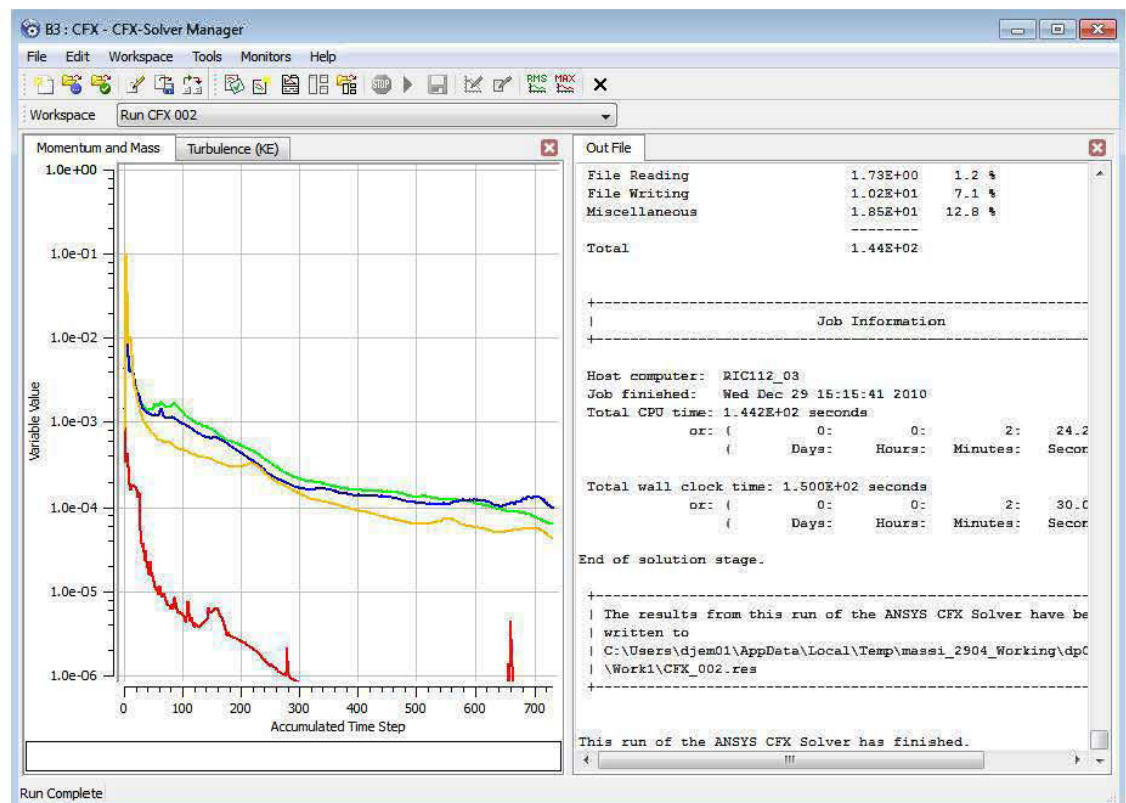


Figure 12 : CFX- Solver Manager

3.3.5 Module CFX-Post

Ce module permet de visualiser les différents résultats obtenus par le CFX-Solver. Il dispose d'outils graphiques très puissants permettant la présentation et l'analyse des résultats en forme de:

- lignes de courant, champ de vitesse, de pression...
- visualiser différents paramètres définis par l'utilisateur.
- exporter les résultats en différents formats, pour tracer l'évolution des variables avec d'autres logiciels graphiques tels qu'Origine ou Tecplot.
- déterminer d'autre paramètre comme la puissance, le rendement, la force et autre en utilisant le module calculators

La figure 13, représente l'interface du module CFX-Post.

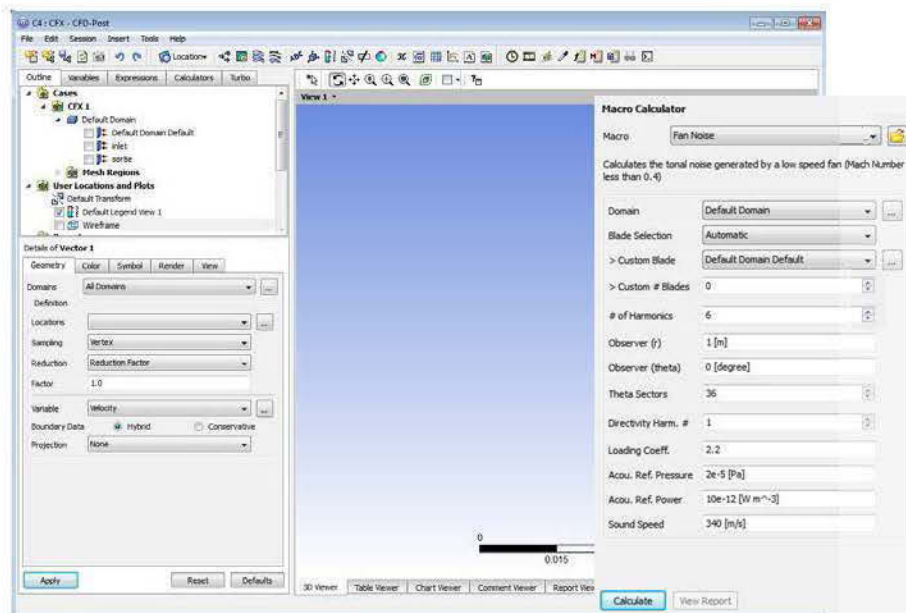


Figure 13 : Module CFX-Post

CHAPITRE 4

PARAMÈTRES D'UNE POMPE CENTRIFUGE

Dans ce chapitre, les paramètres de conception pertinents au niveau de la roue, du diffuseur et de la volute d'une pompe centrifuge sont décrits, ainsi que les différentes pertes dans une pompe centrifuge et ses performances [1], [24-30].

4.1 Roue

Les paramètres des triangles des vitesses et le facteur de glissement sont décrits comme suit :

4.1.1 Triangles des vitesses

Il existe trois types de vitesses dans une pompe centrifuge qui sont : la vitesse absolue V , la vitesse d'entraînement U et la vitesse relative W .

$$\vec{V} = \vec{U} + \vec{W} \quad (4.1)$$

Ces trois vecteurs de vitesses forment un triangle nommé «triangle de vitesse». La figure 14 montre les triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie de la roue.

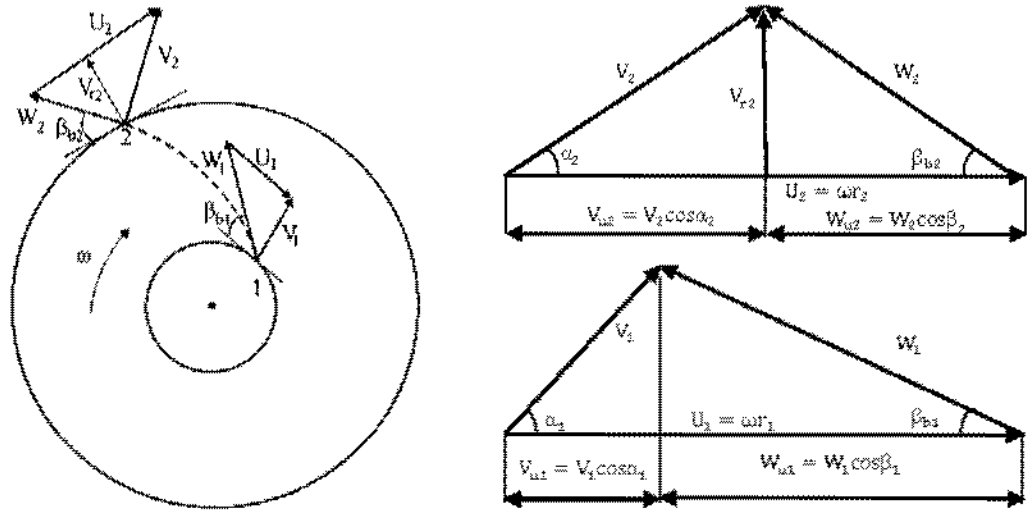


Figure 14: Triangle des vitesses à l'entrée et à la sortie d'une roue centrifuge

Le débit volumique :

$$Q = V_{ri} S_i \quad (4.2)$$

où

S_i est la section. Elle s'exprime par :

$$S_i = 2\pi r_i b_i - (Z b_i e_i / \sin \beta_{bi}) \quad (4.3)$$

Z est le nombre d'aubes, il est déterminé comme suit :

$$Z = 6.5 \left(\frac{D_2 + D_1}{D_2 - D_1} \right) \sin \left(\frac{\beta_{b2} + \beta_{b1}}{2} \right) \quad (4.4)$$

4.1.2 Facteur de glissement

Le phénomène de glissement est dû à la différence de pression générée de part et d'autre de l'aube : un côté est en surpression (extrados) et l'autre est en dépression (intrados).

Le facteur de glissement et la distribution des vitesses dans une aube de pompe centrifuge sont représentés à la figure 15.

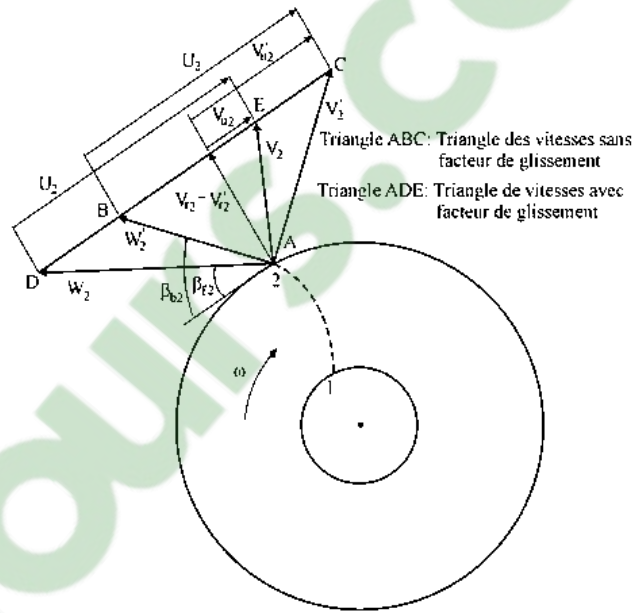


Figure 15: Facteur de glissement et la distribution des vitesses

Le facteur de glissement s'exprime comme suit

$$\mu_s = \frac{V_{u2}}{V'_{u2}} = 1 - \frac{\Delta V_s}{V'_u} \quad (4.5)$$

avec

$$\Delta V_s = V'_{u2} - V_{u2} = W_{u2} - W'_{u2} \quad (4.6)$$

$$V_{u2} = U_2 - W_2 \cos \beta_{r2} \quad (4.7)$$

$$V'_{u2} = U_2 - W'_2 \cos \beta_{b2} \quad (4.8)$$

Il peut être déterminé approximativement en utilisant la formule de Stodola [17]:

$$\mu_s = 1 - \frac{\pi \sin \beta_{b2}}{Z} \quad (4.9)$$

4.2 Diffuseur

La figure 16 représente les triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie du diffuseur :

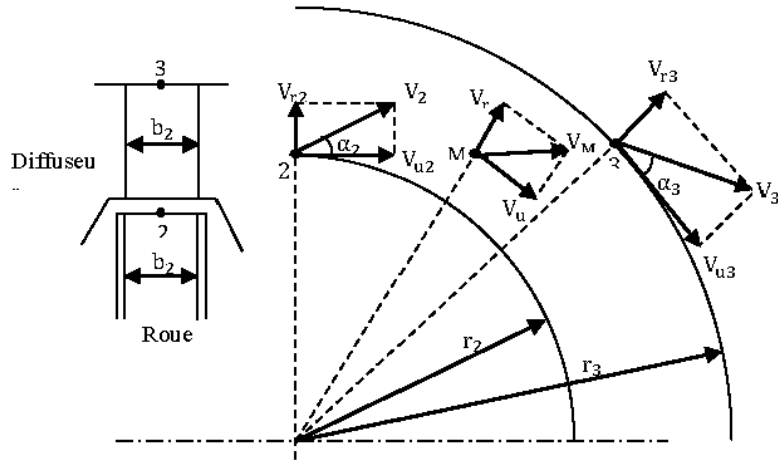


Figure 16: Triangle des vitesses à l'entrée et à la sortie du diffuseur [18]

L'équation d'augmentation de pression résultant de la diminution de vitesse peut être trouvée en appliquant l'équation de Bernoulli entre les points 2 et 3:

$$P_3 - P_2 = \frac{\rho}{2} (V_2^2 - V_3^2) \quad (4.10)$$

où

$$V_3 = \sqrt{V_{u3}^2 + V_{r3}^2} \quad (4.11)$$

$$V_{r3} = \frac{Q}{\pi d_3 b_2 - (Z b_3 e_3 / \sin \beta_{b3})} \quad (4.12)$$

Tenant compte de la constance du moment angulaire d'écoulement à un point quelconque, $r \cdot V_u = \text{Cte}$, le moment angulaire à la sortie du diffuseur, point 3, peut s'exprimer par :

$$r_3 \cdot V_{u3} = \text{Cte} = r_2 \cdot V_{u2} \quad (4.13)$$

De l'équation (4.13), il est trouvé

$$V_{u3} = \frac{r_2 \cdot V_{u2}}{r_3} \quad (4.14)$$

4.3 Volute

Les paramètres de la volute sont indiqués à la figure 17 représentant l'ensemble roue-volute.

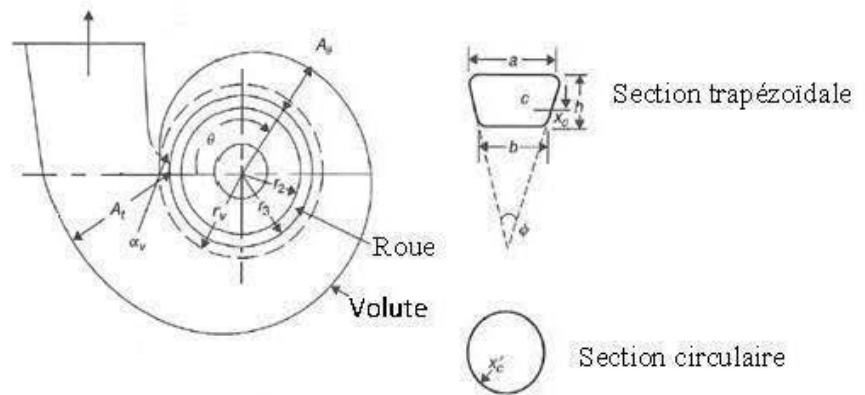


Figure 17: Paramètres de la pompe centrifuge (roue-volute) [17]

En supposant le moment angulaire d'écoulement constant

$$r_c V_\theta = C r_2 V_{u2} = CL \quad (4.15)$$

où $C \cong 0.95$ pour tenir compte la perte de friction

La valeur théorique de la surface de A_θ peut être exprimée comme suit

$$\frac{A_\theta}{r_c} = \frac{Q\theta}{2\pi CL} \quad (4.16)$$

où L est le moment angulaire d'écoulement à la sortie de la roue :

$$L = r_2 V_{u2} \quad (4.17)$$

La vitesse moyenne à la sortie de la volute est liée à la hauteur manométrique de la pompe h :

$$V_3 = K_3 \sqrt{2gH} \quad (4.18)$$

où la constante K_3 est un paramètre empirique en corrélation avec la vitesse spécifique. Ainsi les autres paramètres de la volute, tel que l'angle α_v et le diamètre de base D_3 , peuvent être déterminé à partir de la figure 18.

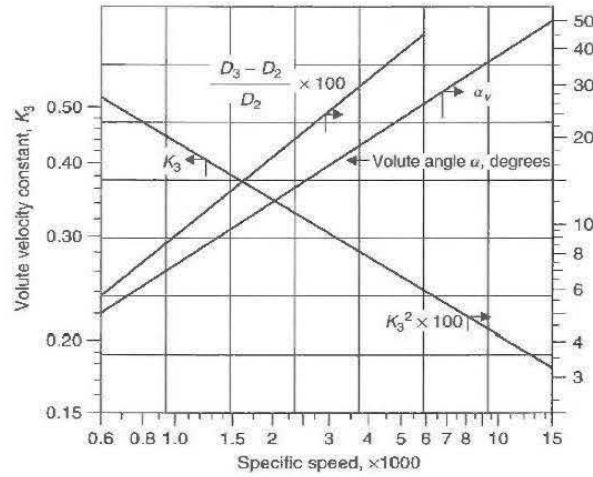


Figure 18: Constante K_3 , angle α_v et diamètre de base D_3 en fonction de la vitesse spécifique [17]

Pour une volute à section circulaire, la surface est déterminée par :

$$A_\theta = \pi x_c^2 \quad (4.19)$$

Pour une volute à section trapézoïdale, la surface peut être formulée par :

$$A_\theta = \frac{h(a+b)}{2} \quad (4.20)$$

où

$$b \cong (1.5 \sim 2.0)b_2, \quad \tan\left(\frac{\phi}{2}\right) \cong \frac{(a-b)}{2h} \quad \text{et} \quad r_c = r_3 + x_c = r_3 + \sqrt{\frac{A_\theta}{\pi}}$$

4.4 Hauteur manométrique

La hauteur manométrique peut être déterminée à partir de l'équation d'Euler appliquée aux turbomachines par la relation suivante :

$$h_t = U_2 V_{u2} - U_1 V_{u1} \quad (4.21)$$

Compte tenu du fait que le liquide entre dans la roue de la pompe avec une vitesse absolue presque perpendiculaire à la direction de la vitesse d'entraînement, le terme $U_1 V_{u1}$ est négligeable, l'équation (4.19) peut alors s'écrire comme suit :

$$h_t = U_2 V_{u2} \quad (4.22)$$

4.5 Différentes pertes rencontrées dans les pompes

Les pertes dans les pompes centrifuges sont décrites principalement par les pertes mécaniques, les pertes par fuites, les pertes par frottement des surfaces immergées en rotation et les pertes hydrauliques.

4.5.1 Pertes mécaniques

Les pertes mécaniques comprennent :

- pertes dans des paliers ;
- pertes mécaniques dans les accouplements ;
- pertes dans les garnitures mécaniques.

4.5.2 Pertes par fuites

Les fuites internes comprennent les fuites au niveau des garnitures d'ouïe, les fuites sur le barrage arrière d'une roue équilibrée, les fuites au niveau du piston d'équilibrage, lorsque l'équilibrage est global. Il existe enfin des fuites, d'une nature particulière, à l'extrémité des aubes d'une roue ouverte.

La figure 19 représente les pertes dues aux fuites et la recirculation dans la pompe.

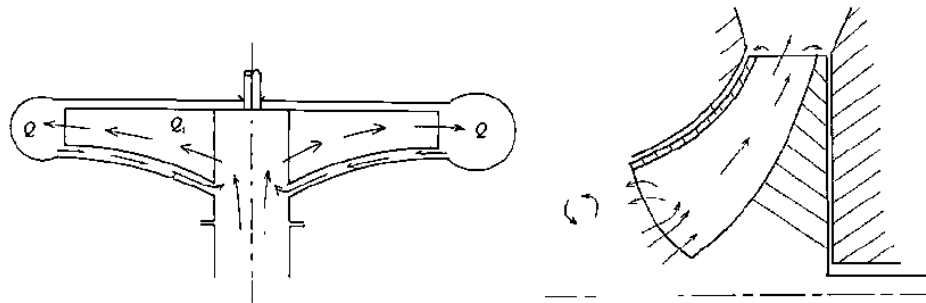


Figure 19: Pertes dues aux fuites et la recirculation dans la pompe [17]

4.5.3 Pertes par frottement des surfaces immergées en rotation

Ces pertes comprennent :

- les pertes par frottement de disque ;
- les pertes par frottement sur un cylindre.

4.5.4 Pertes hydrauliques

Les pertes hydrauliques dans une pompe centrifuge sont :

- les pertes dans le conduit d'amenée ;
- les pertes dans la roue ;
- les pertes dans les diffuseurs aubés ;
- les pertes dans les diffuseurs lisses ;

- les pertes dans les canaux de retour ;
- les pertes dans la volute.

4.6 Puissance

La puissance absorbée par une pompe qui est aussi la puissance à l'arbre s'exprime par :

$$P_s = P_h + P_f + P_L + P_m + P_{df} \quad (4.23)$$

où

P_h est la puissance utile fournie au fluide. Elle s'exprime par :

$$P_h = \rho Q g H \quad (4.24)$$

P_f est la puissance due au frottement du fluide. Elle est déterminée comme suit :

$$P_f = \rho Q g (H_i - H) \quad (4.25)$$

P_L est la puissance due à la fuite et la recirculation dans la pompe. Elle est donnée par l'expression suivante :

$$P_L = \rho Q_L g H_i \quad (4.26)$$

P_m : Puissance due au frottement mécanique dans les roulements ainsi que dans les systèmes d'étanchéité.

P_{df} : Puissance due au frottement du fluide sur les disques.

La puissance absorbée par une pompe " P_s " peut être formulée encore par.

$$P_s = c\omega \quad (4.27)$$

où c est le couple à l'arbre de la pompe.

4.7 Rendements

Dans la théorie sur les pompes centrifuges, il y a quatre types de rendements notamment, le rendement mécanique, le rendement par frottement interne, le rendement volumétrique et le rendement hydraulique.

a) Le rendement mécanique :

$$\eta_m = P_i/P_s \quad (4.28)$$

avec

$$P_i = P_s - P_m \quad (4.29)$$

b) Le rendement par frottements internes :

$$\eta_f = (P_i - P_f)/P_i \quad (4.30)$$

avec

$$P_f = P_{fd} + P_{cy} \quad (4.31)$$

c) Le rendement volumétrique :

$$\eta_v = Q/Q_i \quad (4.32)$$

avec

$$Q_i = Q + q_{go} + q_p \quad (4.33)$$

d) Le rendement hydraulique :

$$\eta_h = P_u / P_r \quad (4.34)$$

avec

$$P_u = Q_i \rho H \quad (4.35)$$

$$P_r = P_i - P_f \quad (4.36)$$

Le rendement global peut s'exprimer comme suit :

$$\eta_g = P_h / P_s \quad (4.37)$$

η_g peut être également formulé par :

$$\eta_g = \eta_h \eta_v \eta_f \eta_m \quad (4.38)$$

4.8 Courbes caractéristiques

La figure 20 représente les courbes caractéristiques d'une pompe centrifuge qui sont la hauteur manométrique, la puissance et le rendement en fonction du débit volumétrique. Cette représentation graphique, représente la meilleure façon de savoir quel sera la hauteur manométrique, la puissance ou le rendement pour un débit volumétrique donnée (et réciproquement).

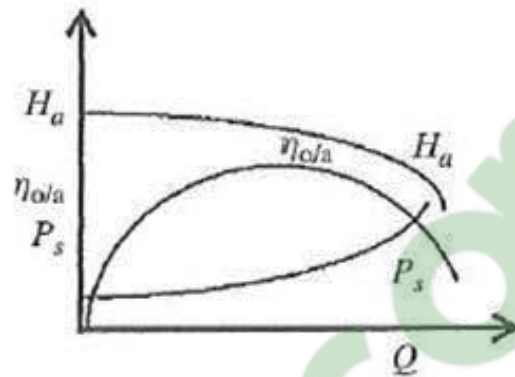


Figure 20: Courbe caractéristique d'une pompe centrifuge

4.9 Lois de similitude

Les lois de similitudes ont pour objet de répondre de façon simple à trois questions :

- Comment se modifient les caractéristiques d'une pompe lorsque sa vitesse de rotation change ?
- Quelles sont les caractéristiques d'une pompe géométriquement semblable à une autre pompe ?
- Transposition des caractéristiques d'une pompe centrifuge dans le cas d'un changement de fluide.

Les lois de similitudes s'expriment sous forme des rapports des débits des hauteurs manométrique et des puissances.

Facteur de débit

$$\phi = \frac{Q}{U_2 r_2^3} \quad (4.39)$$

Facteur d'énergie

$$\psi = \frac{g h}{U_2^2} \quad (4.40)$$

Facteur de puissance

$$\pi = \frac{P}{\rho U_2^3 r_2^2} \quad (4.41)$$

Les pompes peuvent être classées en fonction de leur forme géométrique, indépendamment de leur taille. À partir d'un modèle réduit, les performances de toutes les pompes de forme géométriquement semblables au modèle peuvent être déterminées à l'aide des lois de similitudes.

CHAPITRE 5

RÉSULTATS ET DISCUSSION

Afin d'identifier et de prédire les paramètres qui améliorent les performances d'une pompe centrifuge, huit cas ont été analysés en variant différents paramètres :

- Largeur des aubes de la roue.
- Épaisseur des aubes de la roue.
- Angles des aubes à la sortie de la roue.
- Nombre d'aube de la roue en gardant la même volute.
- Diamètre de la roue dans une volute.
- Rayon de la volute en maintenant la même roue.
- Nombre d'aubes du diffuseur.
- Largeur de l'ensemble roue-diffuseur.

Pour ce faire le fluide considéré dans l'étude est l'eau. Le tableau 1 résume les propriétés pertinentes de l'eau.

Tableau 1 : Propriétés de l'eau à 25°C

Densité [kg/m ³]	Masse molaire [kg/kmol]	Coefficient de dilatation thermique [K ⁻¹]	Viscosité cinématique [m ² /s]
997	18.02	$2.57 \cdot 10^{-4}$	$0.884 \cdot 10^{-6}$

5.1 Données principales de la roue, de la volute et du diffuseur

Les tableaux 2,3 et 4 présentent les paramètres géométriques de base de la roue, de la volute et du diffuseur:

Tableau 2: Paramètres géométriques de la roue [Technosub]

Diamètre d'entrée D_1 [mm]	145
Diamètre de sortie D_2 [mm]	320
Largeur du canal de sortie b_2 [mm]	12
Nombre d'aubes Z	7
Angle de sortie d'aube de la roue β_2 [°]	28
Angle d'entrée d'aube de la roue β_1 [°]	11,69
Épaisseur moyenne des aubes de la roue e [mm]	4
Vitesse de rotation nominale N [tr/min]	1800

Tableau 3: Paramètres géométriques de la volute (Figure 20)

Angle de la volute θ [°]	0	45	90	135	180	225	270	315	360
Rayon de la volute R [mm]	165	183,79	207,58	231,38	255,17	278,96	302,76	326,55	350,35

Tableau 4: Paramètres géométriques du diffuseur [Technosub]

Diamètre d'entrée du diffuseur D_3 [mm]	313.596
Diamètre de sortie du diffuseur D_4 [mm]	441.77
Largeur du diffuseur b_3 [mm]	12
Nombre d'aubes Z_D	8
Épaisseur d'aube à l'entrée e_D [mm]	3,401
Angle au bord d'attaque α_3 [°]	11,07
Angle au bord de fuite α_4 [°]	39,42

5.2 Modélisation et simulation

Pour réaliser les simulations numériques à l'aide du code de calcul ANSYS-CFX, les domaines du fluide de la roue, de l'ensemble roue-volute et de l'ensemble roue-diffuseur ont été d'abord modélisés géométriquement au moyen du logiciel Inventor [32], tel qu'indiqué à la figure 21.

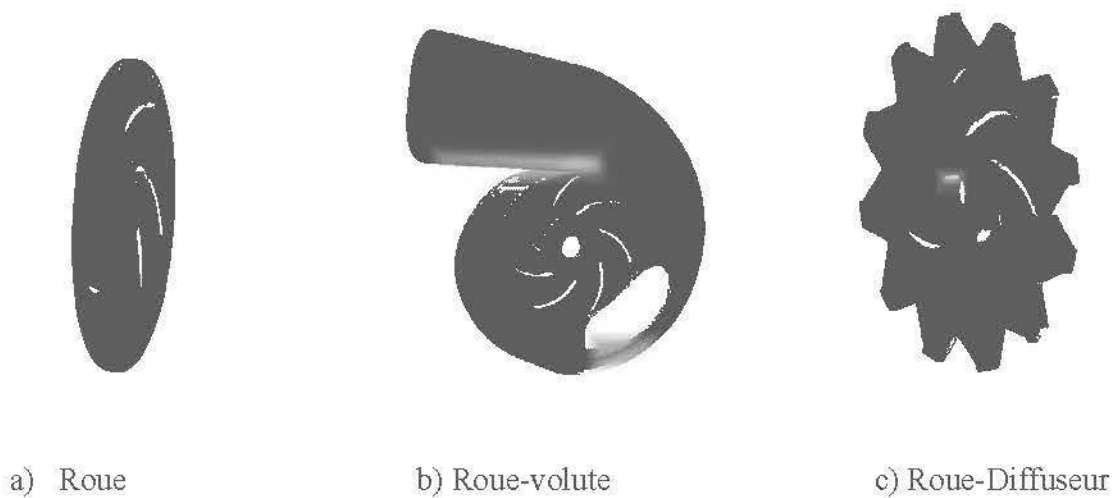


Figure 21: Domaine fluide modélisé à l'aide de logiciel Inventor

Ensuite, les modèles géométriques obtenus ont été transférés vers le module DesignModeler.

Ils sont importés par après vers le module Mesh-Meshing aux fins de maillage. La figure 22 représente le type de maillage tétraèdre utilisé pour les trois modèles principaux considérés.

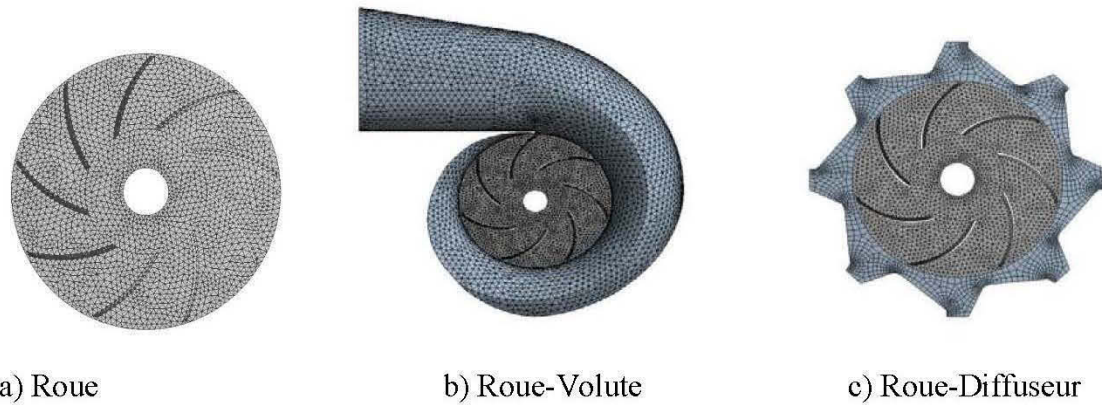


Figure 22: Roue, Roue-Diffuseur et Roue-Volute maillés au moyen du module Mesh-Meshing

Il a été nécessaire d'adopter une stratégie spécifique pour le maillage afin d'avoir la précision et minimiser le temps de calcul. En se basant sur des données d'une courbe caractéristique d'une pompe existante, il était question de la réaliser avec le maillage le plus fin possible sans tenir compte du temps de calcul. Ensuite diminuer le nombre d'élément tous en gardant la précision en se référant au résultat du maillage le plus fin afin de réduire le temps de calcul.

Le tableau 5 représente le nombre de nœuds et d'éléments de chaque cas étudié.

Tableau 5: Nombre de nœuds et d'éléments de chaque cas étudié

	Cas étudié	Nombre de nœuds	Nombre d'éléments
Largeur des aubes de la roue	b2=12mm	18978	43380
	b2=18mm	11481	48776
	b2=24mm	31832	74210
Épaisseur des aubes de la roue	e=4mm	18978	43380
	e=10mm	31514	75841
	e=15mm	27605	119945
Angles des aubes à la sortie de la roue	$\beta_2=9^\circ$	9678	38508
	$\beta_2=28^\circ$	18978	43380
	$\beta_2=60^\circ$	10260	42288
Nombre d'aube de la roue en gardant la même volute	5 aubes	7972	28287
	7 aubes	10547	47979
	9 aubes	28152	132852
Diamètre de la roue dans une volute	D2=320mm	10547	47979
	D2=285mm	10383	47377
Rayon de la volute en maintenant la même roue	Volute A	10003	45057
	Volute B	10547	47979
	Volute C	10645	48434
Nombre d'aubes du diffuseur	5 aubes	13531	39126
	8 aubes	18978	43380
	12 aubes	21488	45117
Largeur de l'ensemble roue-diffuseur	b2=12mm	18978	43380
	b2=18mm	28173	64980
	b2=24mm	33354	77651

Le module CFX-Pre a été utilisé pour spécifier les conditions aux frontières indiquées dans tableau 6 et d'autres paramètres des simulations, tels que le modèle de turbulence $k - \varepsilon$, le critère de convergence et l'interface entre deux surfaces qui représentent le jeu entre la roue et la volute ou la roue et le diffuseur. Frozen-Rotor est utilisé pour la prise en compte de l'interface entre deux surfaces. Figure 23 représente les domaines d'entrée, de sortie et d'interface dans la roue, l'ensemble roue-volute et l'ensemble roue-diffuseur.

Tableau 6 : Condition aux frontières

Entrée de la roue	pression statique
Sortie de la roue	débit massique
Au niveau des parois	Condition de non glissement

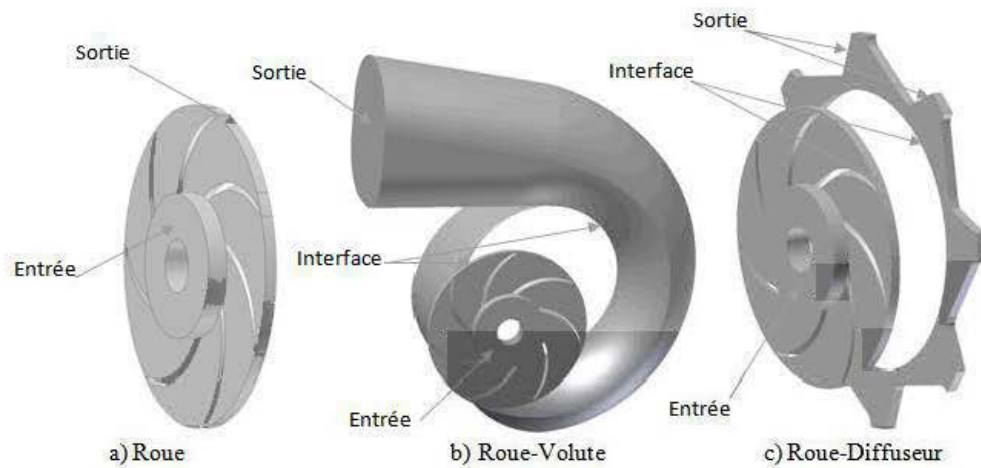


Figure 23: Spécification des domaines d'entrée, de sortie et d'interface

L'exécution des simulations a été faite en utilisant le module CFX-Solver. Enfin, les résultats des simulations sont contenus dans le module CFX-Post.

Il est à noter que les simulations ont été réalisées à la vitesse de rotation constante. La variation du débit s'était réalisée au moyen d'une vanne de régulation provoquant une variation de pression à l'entrée de la pompe selon la figure 24.

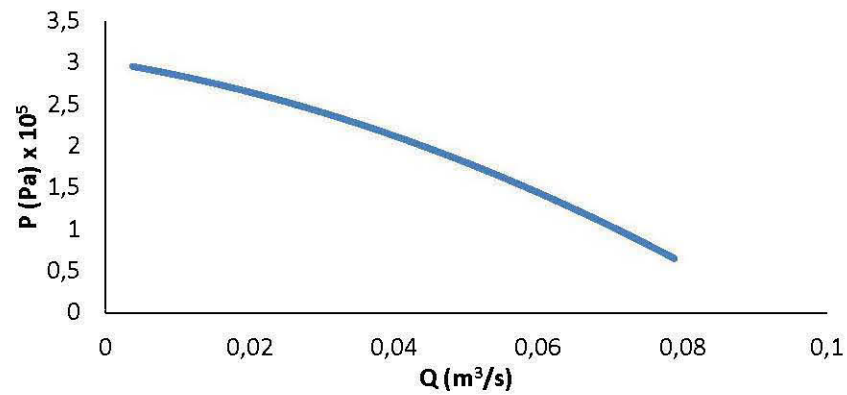


Figure 24: Variation de pression d'aspiration en fonction du débit

Les étapes utilisées pour arriver à des modèles numériques en 3D volumes finis de la roue, de l'ensemble roue-volute et de l'ensemble roue-diffuseur sont résumées à la figure 25.

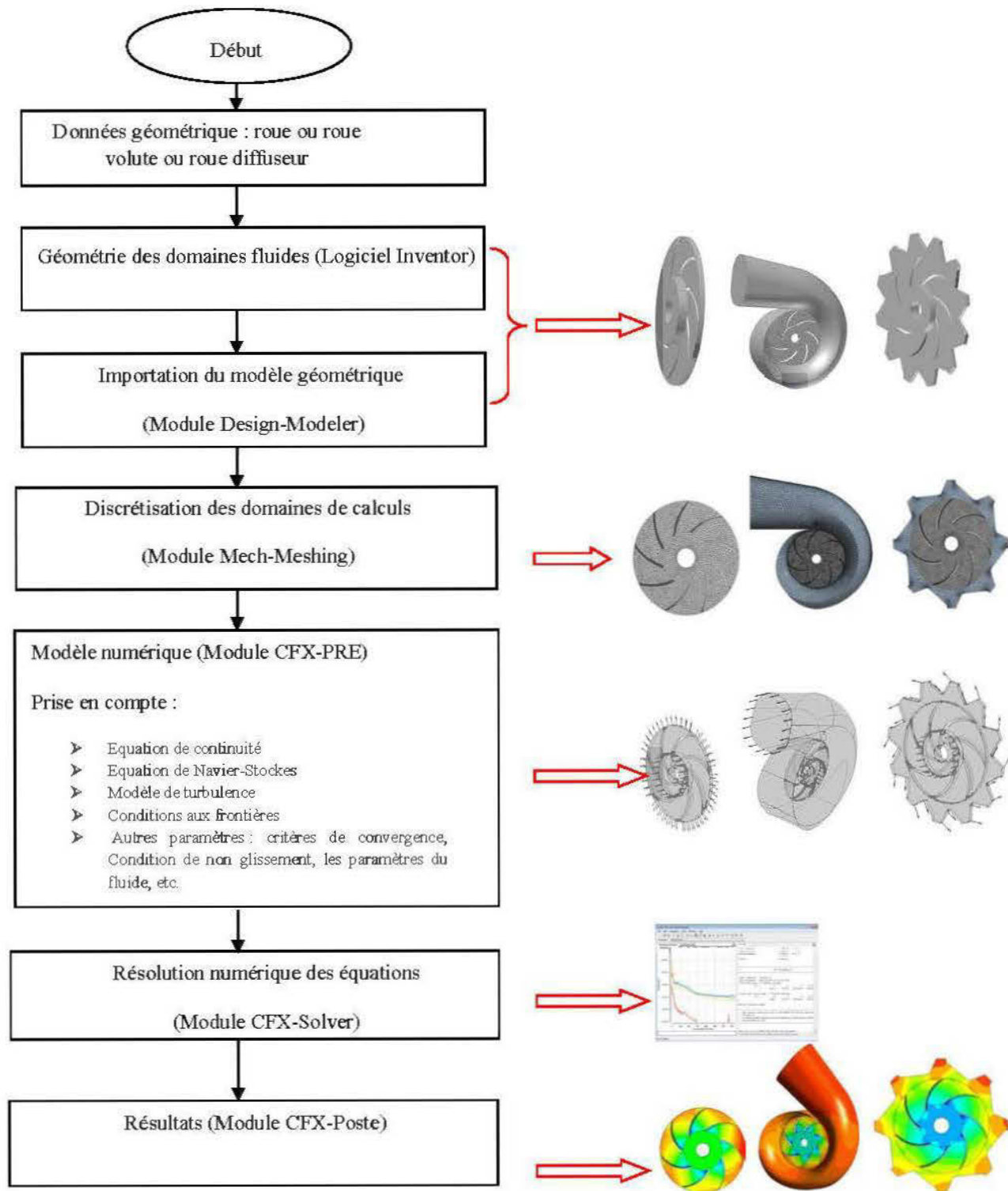


Figure 25: Modèle géométrique 3D vers modèle numérique 3D en volume finis et résultats

5.3 Études de cas

Dans ce paragraphe, les résultats des simulations numériques effectués sont présentés.

5.3.1 Effet de variation de la largeur des aubes à la sortie de la roue

Pour analyser l'effet de variation de la largeur des aubes à la sortie de la roue, les valeurs de 12 mm, 18 mm et 24 mm ont été sélectionnées, les autres paramètres de la roue sont maintenus constants. La figure 26 représente les courbes de la hauteur manométrique en fonction du débit volumique. Dans cette figure, il est à remarquer que la hauteur manométrique diminue avec l'accroissement de débit volumique. Ceci peut être justifié du fait de l'augmentation des pertes de charge qui est due à l'augmentation de la vitesse d'écoulement.

En outre, l'augmentation de la largeur de la roue entraîne une augmentation de la hauteur manométrique, Ceci s'explique par l'agrandissement de la section qui provoque une diminution des pertes de charge.

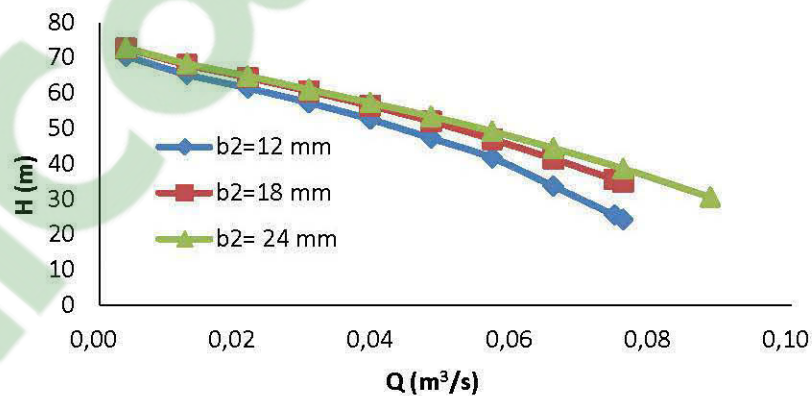


Figure 26: Hauteur manométrique en fonction du débit (variation de la largeur des aubes)

Les courbes correspondantes à la puissance en fonction du débit volumique sont représentées par la figure 27. Il est aperçu de cette figure un accroissement de la puissance en augmentant le débit volumique. Ceci est dû aussi au fait de l'augmentation des pertes de charge qui provoque une augmentation du couple puisque l'effort à

transmettre pour la rotation de la roue est plus élevé. Il est observé aussi que la puissance augmente avec l'accroissement de la largeur des aubes, ceci est dû à l'élévation de l'effort en rotation appliqué à l'axe de la roue (couple).

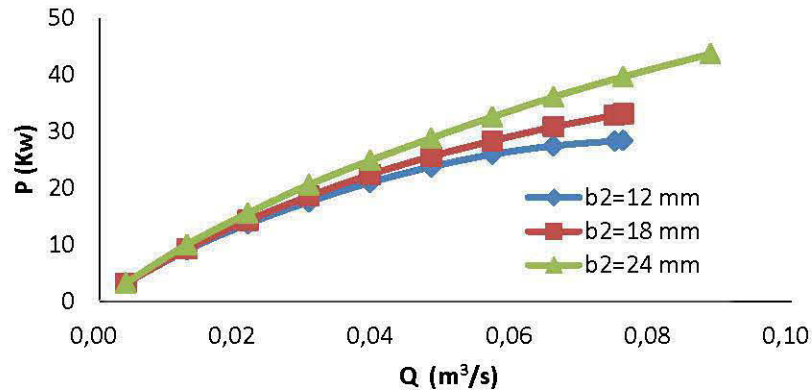


Figure 27: Puissance en fonction du débit (variation de la largeur des aubes)

L'intérêt de cette solution est évident, en diminuant la largeur de la roue de 100% la puissance est réduite de presque 20% avec un gain de 6.6kW ($Q = 0,056 \text{ m}^3/\text{s}$).

Les courbes correspondantes du rendement global en fonction du débit sont représentées à la figure 28, il en ressort de cette figure qu'à grand débit le rendement diminue en réduisant la largeur des aubes.

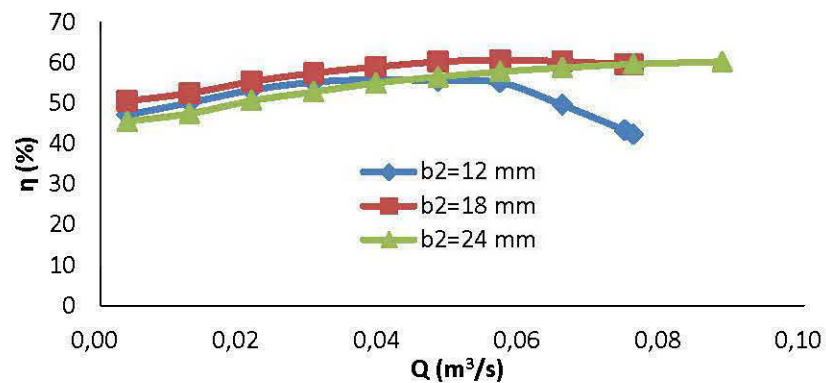


Figure 28: Rendement en fonction du débit (variation de la largeur des aubes)

En outre, la figure 29 montre le contour de la pression statique obtenue pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$. Dans cette figure la conversion de la pression dynamique produite par la rotation de la roue en pression statique est mise en évidence. Il est clairement constaté que le maximum de la pression est atteint à la sortie de la roue. Aussi il est aperçu que l'augmentation de la largeur b_2 entraîne une augmentation de la différence de pression entre l'entrée et la sortie de la roue.

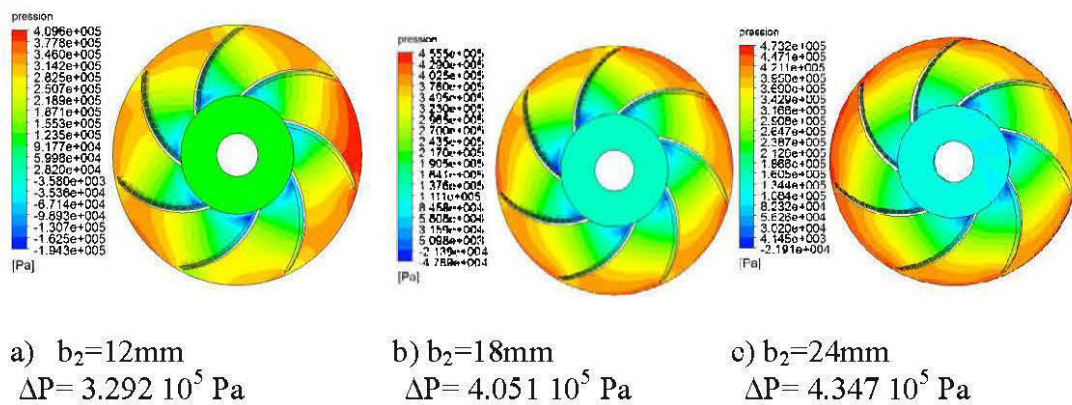


Figure 29: Contour de pression statique pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$
 (Variation de la largeur des aubes)

Les figures 30 représentent les vecteurs de vitesse d'écoulement. La figure montre clairement la diminution de la vitesse d'écoulement à la sortie de la roue avec l'augmentation de la largeur de la roue. Ceci justifie le gain de la différence de pression à la figure 28. Les vitesses d'écoulement à la sortie de la roue sont égales respectivement à 15.92 m/s , 12.64 m/s et 10.56 m/s pour $b_2=12\text{mm}$, $b_2=18\text{mm}$ et $b_2=24\text{mm}$.

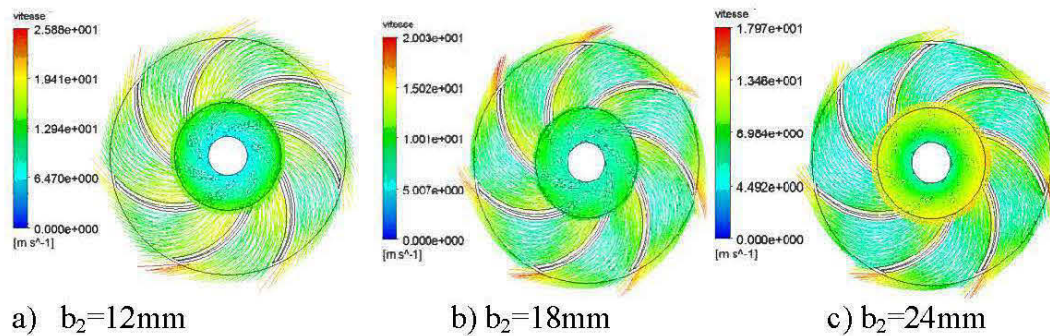


Figure 30: Vecteur de vitesse d'écoulement pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$
(Variation de la largeur des aubes)

5.3.2 Effet de variation de l'épaisseur des aubes

Pour analyser l'effet de variation d'épaisseur des aubes de la roue sur la hauteur manométrique la puissance et le rendement, les épaisseurs de 4mm, 10 mm et 15 mm ont été sélectionnées, les autres paramètres de la roue sont maintenus constants (tableau 2). La figure 31 montre la variation de la hauteur manométrique en fonction du débit volumique. Il est aperçu de cette figure que la hauteur manométrique augmente en diminuant l'épaisseur des aubes. Ceci est dû à l'augmentation de la section qui provoque une augmentation des pertes de charge.

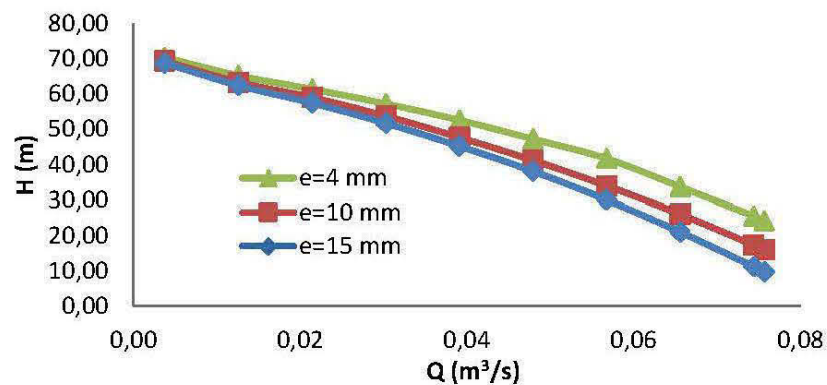


Figure 31: Hauteur manométrique en fonction du débit (épaisseur des aubes)

Les courbes de puissance sont représentées par la figure 32. Il est observé de cette figure un accroissement de la puissance en diminuant l'épaisseur des aubes. Ceci s'explique aussi par l'augmentation des pertes de charge qui rend l'effort à transmettre pour la rotation de la roue plus important (couple plus important).

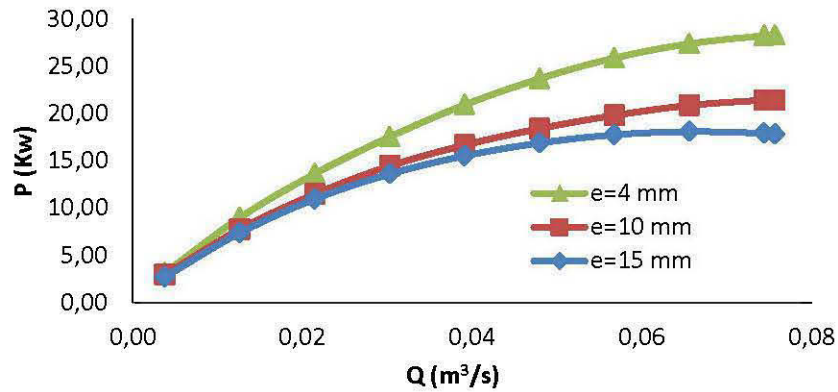


Figure 32: Puissance en fonction du débit (épaisseur des aubes)

Les courbes correspondantes des rendements sont représentées à la figure 33. Il en ressort qu'à faible débit il y'en a pas de grand changement, par contre à débit élevé, le rendement augmente en diminuant l'épaisseur des aubes de la roue.

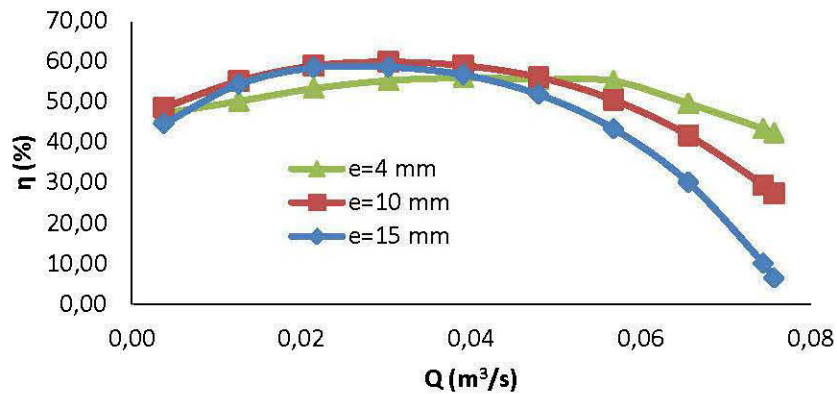


Figure 33: Rendement en fonction du débit (épaisseur des aubes)

Les figures 34 et 35 confrontent respectivement l'évolution de contour de pression et des vecteurs de vitesse pour les trois variations d'épaisseur d'aubes pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$. Les figures montrent clairement la diminution de pression et l'accroissement de la vitesse d'écoulement avec l'augmentation de l'épaisseur des aubes de la roue. Les vitesses d'écoulement à la sortie de la roue sont égales respectivement à 15.92 m/s, 19.10 m/s et 20.57 m/s pour $e=4\text{mm}$, $e=10\text{mm}$ et $e=15\text{mm}$.

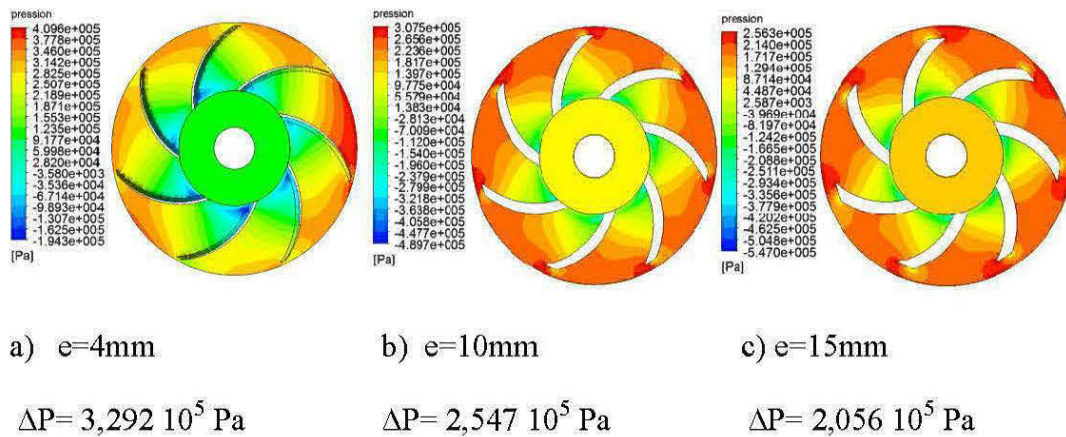


Figure 34: Contour de pression statique pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$
 (Variation d'épaisseur des aubes)

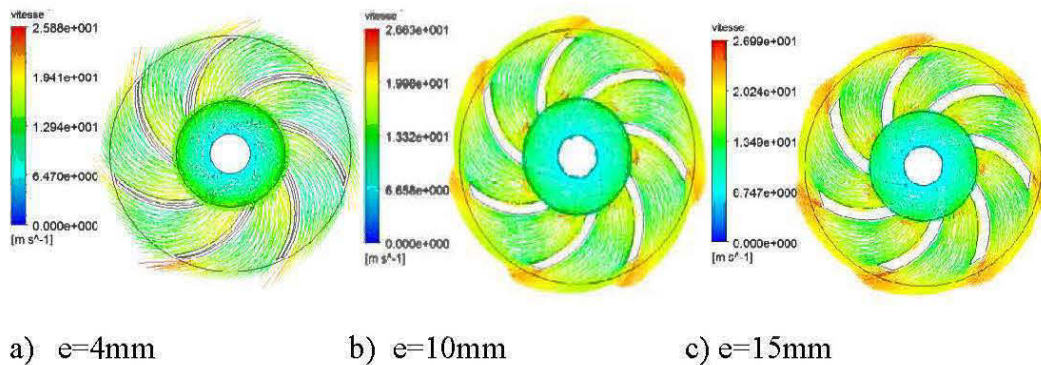


Figure 35: Vecteurs de vitesse d'écoulement pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$
 (Variation de la largeur des aubes)

5.3.3 Effet de variation de l'angle des aubes à la sortie de la roue

L'effet de variation des angles d'aubes à la sortie de la roue sur la hauteur manométrique, la puissance et le rendement a été analysé avec trois angles différents 9° , 28° et 60° en maintenant les autres paramètres de la roue constants comme précédemment (Tableau2).

Les figures 36 et 37 montrent la variation de la hauteur manométrique et de la puissance en fonction du débit volumique. De ces figures il a été constaté qu'en augmentant les angles de sortie de la roue, la hauteur et la puissance augmente sur l'effet de la section et du couple comme expliqué précédemment dans le cas de variation d'épaisseur d'aubes. C'est ce qui a été constaté dans [8].

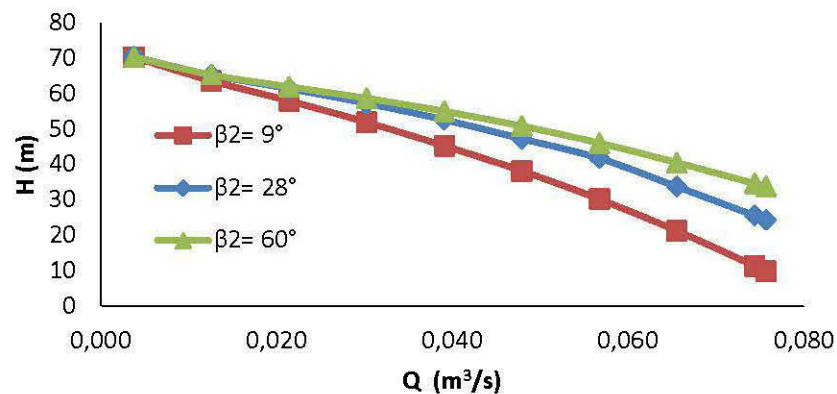


Figure 36: Hauteur manométrique en fonction du débit (l'angle des aubes à la sortie de la roue)

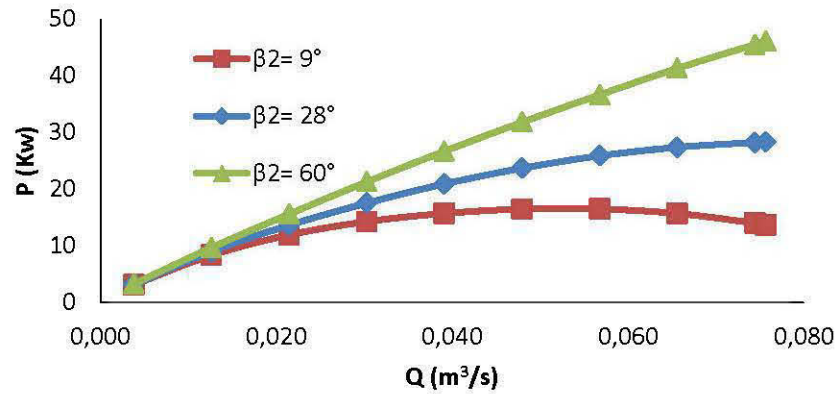


Figure 37: Puissance en fonction du débit (l'angle des aubes à la sortie de la roue)

En diminuant l'angle de sortie de la roue de 60° à 28° , la puissance est réduite de presque 10 kW. Il a été constaté aussi qu'il y aura un gain de puissance en passant de 28° à 9° .

En outre, les courbes correspondantes des rendements en fonction du débit volumétrique sont représentées à la figure 38. Il a été constaté qu'une roue à un angle d'aube de sortie de 28° à un meilleur rendement à débits élevés, par contre à des débit inférieur ou égales à $0,039 \text{ m}^3/\text{s}$ les rendements des roues aux angles d'aubes de 28° et de 9° sont semblable.

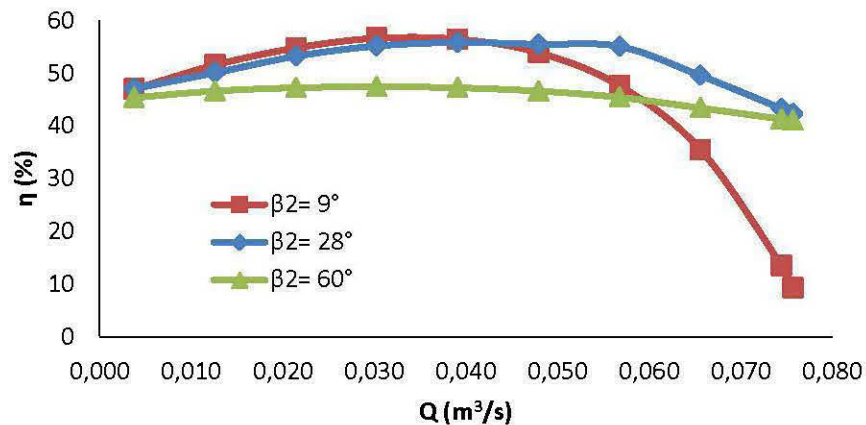


Figure 38: Rendement en fonction du débit (l'angle des aubes à la sortie de la roue)

Les figures 39 et 40 confrontent l'évolution des contours de pression et des vecteurs de vitesse pour les trois variations d'angles de sortie. Il a été nettement observé un accroissement de pression et une diminution de vitesse à la sortie de la roue avec l'élévation des angles de sortie des aubes. Les vitesses d'écoulement à la sortie des roues sont égales respectivement à 21,06 m/s, 15,92 m/s et 10,09 m/s pour $\beta_2 = 9^\circ$, $\beta_2 = 28^\circ$ et $\beta_2 = 60^\circ$.

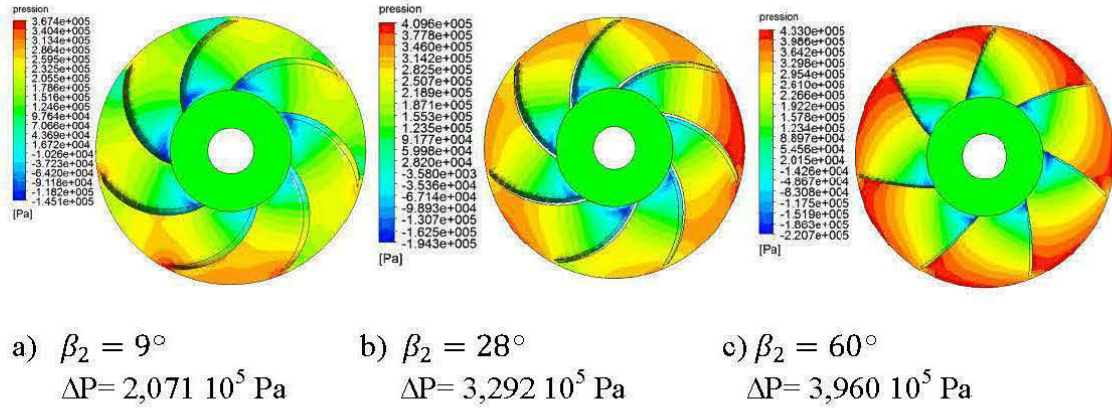


Figure 39: Contours de pression statique pour un débit de $0.065 \text{ m}^3/\text{s}$
(Variation d'angle des aubes à la sortie de la roue)

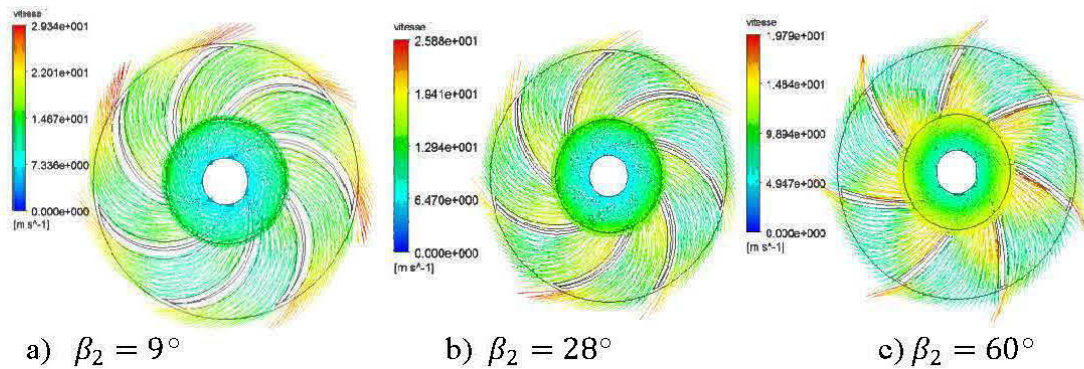


Figure 40: Vecteurs de vitesse d'écoulement pour un débit de $0.065 \text{ m}^3/\text{s}$
(Variation d'angle des aubes à la sortie de la roue)

5.3.4 Effet de variation de nombre d'aubes de la roue dans une volute

Pour examiner l'effet de variation de nombre d'aubes de la roue dans une volute sur la hauteur manométrique, la puissance et le rendement, l'étude a été réalisée avec trois cas différent (5 aubes, 7 aubes et 9 aubes) en gardant les autres paramètres de la roue et la volute constants (Tableau 2 et 3). Dans ces cas il a été constaté aux figures 41 et 42, une Augmentation de hauteur et de puissance en augmentant le nombre d'aube de la roue, ce qui est dû comme expliquer précédemment à l'effet du couple, la roue deviens plus lourde donc l'effort pour la faire tourner deviens plus important. En revanche à des débits inférieur à $0.02 \text{ m}^3/\text{s}$ il est à remarquer un rapprochement des hauteurs manométrique et puissances.

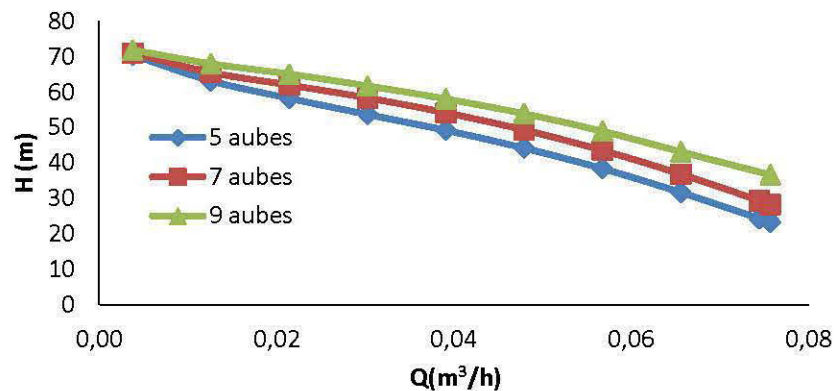


Figure 41: Hauteur manométrique en fonction du débit (nombre d'aubes de la roue dans une volute)

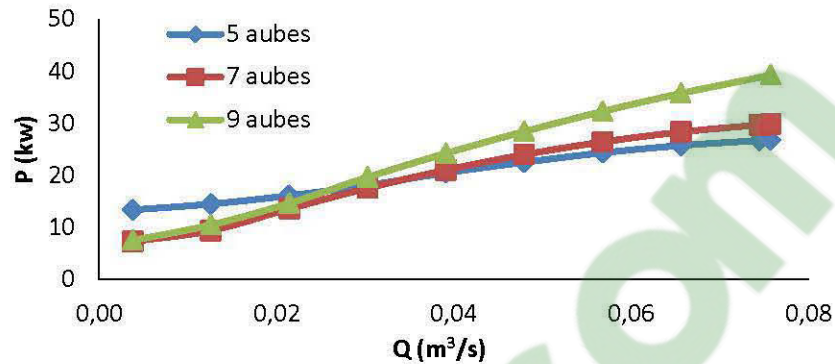


Figure 42: Puissance en fonction du débit (nombre d'aubes de la roue dans une volute)

La figure 43 représente la variation du rendement en fonction du débit, il a été remarqué que le rendement d'une roue à 7 aubes est légèrement meilleur que celui d'une roue à 9 aubes. Les rendements les plus faibles se produisent avec 5 aubes.

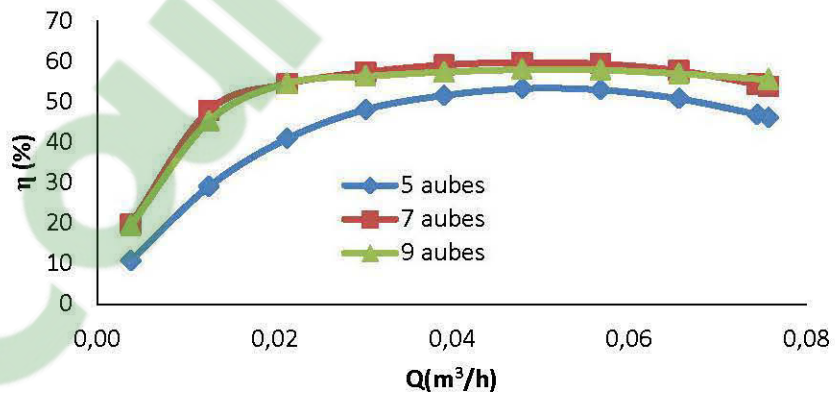


Figure 43 : Rendement en fonction du débit (nombre d'aubes de la roue dans une volute)

La figure 44 montre le contour de pression statique pour un débit de $0.065 \text{ m}^3/\text{s}$. De cette figure, il a été clairement constaté que la différence de pression entre l'entrée de la roue et la sortie de la volute augmente avec le nombre d'aube. Une distribution non homogène de la pression est observée dans la zone du bec de volute. Elle est caractérisée par un fort gradient de pression. La forme spirale de la volute crée une dissymétrie géométrique qui se répercute sur le champ de pression dans la pompe.

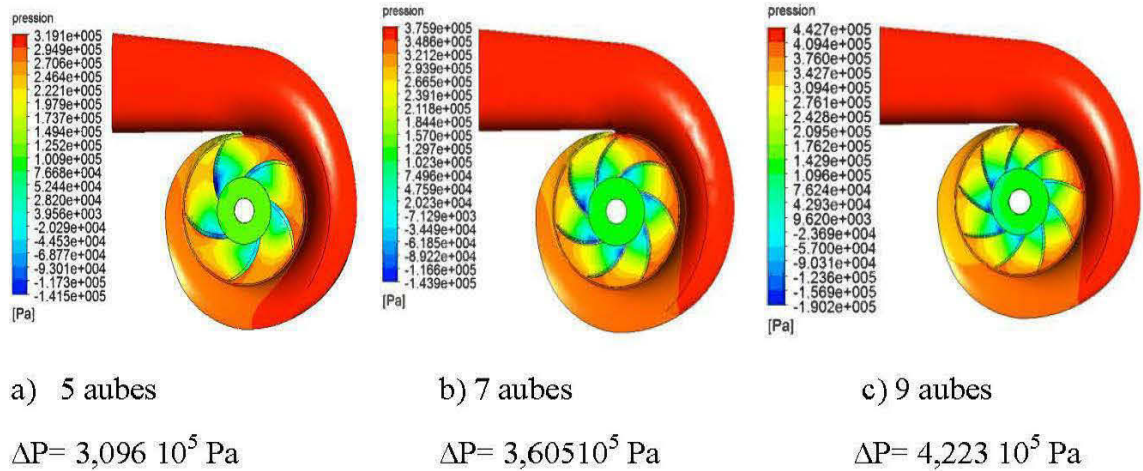


Figure 44: Contours de pression statique pour un débit de $0.065 \text{ m}^3/\text{s}$
 (Variation de nombre d'aubes de la roue dans une volute)

Les Vecteurs de vitesse d'écoulement sont représentés à la figure 45 pour un débit de $0.065 \text{ m}^3/\text{s}$. Il en ressort que la vitesse moyenne à la sortie de la roue diminue en augmentant le nombre d'aube. Ce qui explique d'avantage l'accroissement de la différence des pressions constaté à la figure 44. Les vitesses d'écoulement à la sortie des roues sont égales respectivement à 16.06 m/s , 15.40 m/s et 12.53 m/s pour les roues à 5 aubes, 7 aubes et 9 aubes.

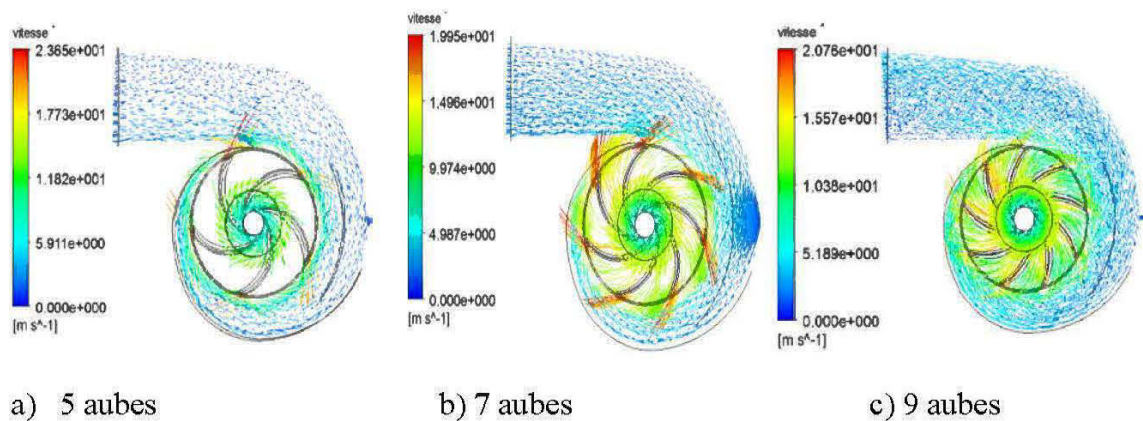


Figure 45: Vecteurs de vitesse d'écoulement pour un débit de $0.065 \text{ m}^3/\text{s}$
 (Variation de nombre d'aubes de la roue dans une volute)

Les lignes de courant de vitesse d'écoulement pour les trois roues examinées sont montrées sur la figure 46 pour un débit de $0.065 \text{ m}^3/\text{s}$. Il est observé que la turbulence est considérable dans les 3 cas.

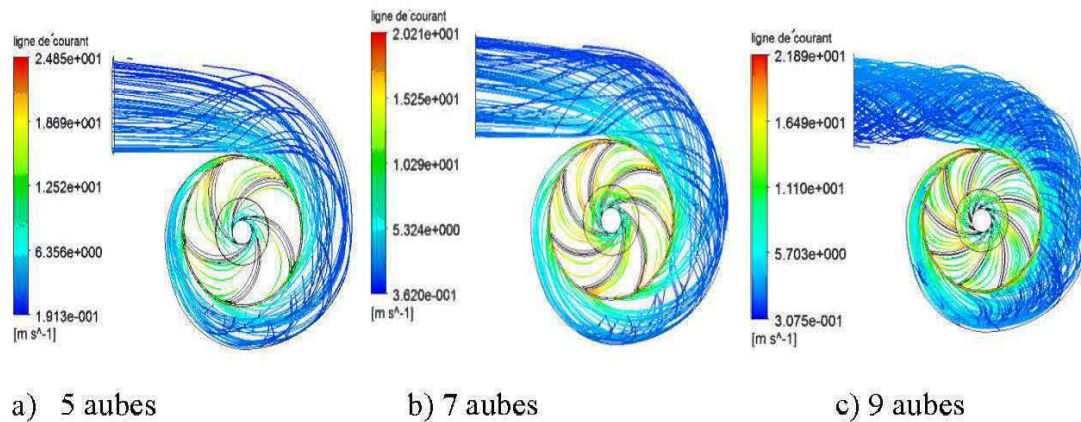


Figure 46: Lignes de courant pour un débit de $0.065 \text{ m}^3/\text{s}$

(Variation de nombre d'aubes de la roue dans une volute)

La répartition de la vitesse à la sortie de la volute est représentée à la figure 47. La couche limite qui représente la mince couche du fluide influencée par le contact avec la paroi (effet de rugosité) est nettement observée dans cette figure.

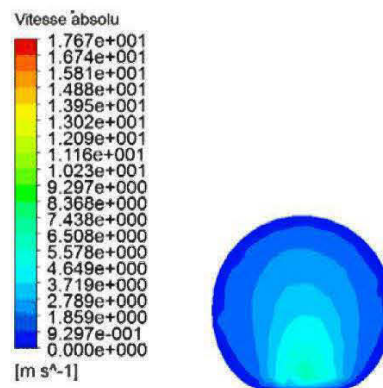


Figure 47: Répartition de la vitesse absolue à la sortie d'une volute

(Variation de nombre d'aubes de la roue dans une volute)

5.3.5 Effet de variation du diamètre externe de la roue dans une volute

Les diamètres externes de la roue de 285 et 320 mm ont été sélectionnés pour analyser l'effet de variation du diamètre externe de la roue sur la hauteur manométrique, la puissance et le rendement.

La figure 48, représente la courbe caractéristique de la hauteur manométrique en fonction du débit volumique. Il a été constaté de cette figure un accroissement de la hauteur en augmentant le diamètre externe de la roue. Ceci s'explique comme précédemment par l'agrandissement de la section de la roue ce qui entraîne une diminution des pertes de charges. Par contre, il y'aura une augmentation considérable du couple qui est due au poids de la roue qui devient plus lourde avec l'agrandissement de son diamètre et ainsi s'explique l'accroissement de la puissance comme représenté à la figure 49.

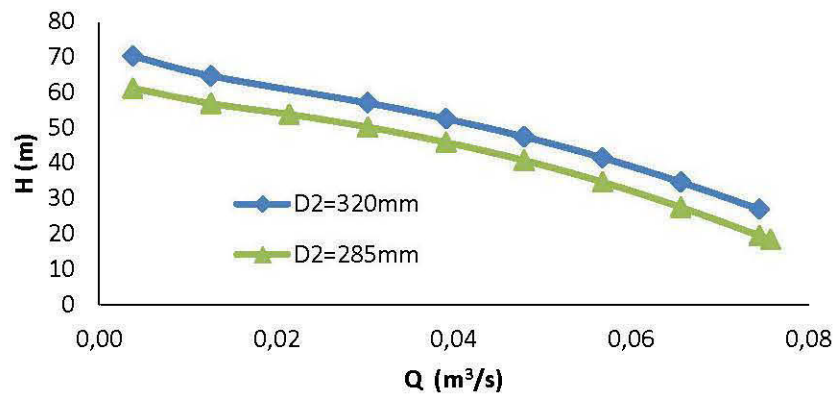


Figure 48: Hauteur manométrique en fonction du débit (diamètre de la roue dans une volute)

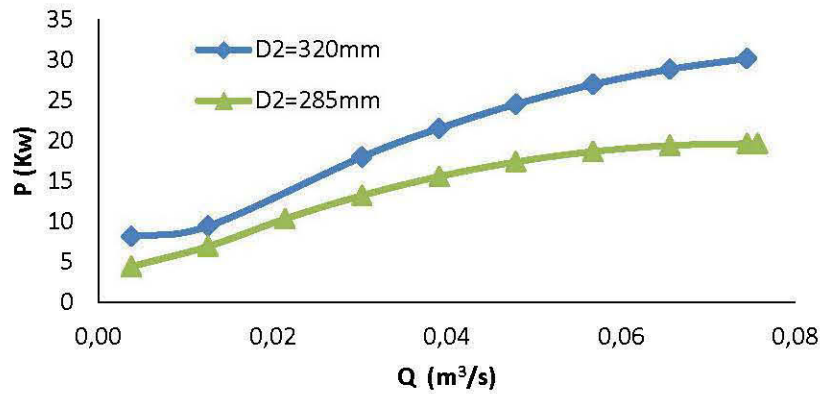


Figure 49: Puissance en fonction du débit (diamètre de la roue dans une volute)

Les courbes correspondantes des rendements sont représentées à la figure 50.

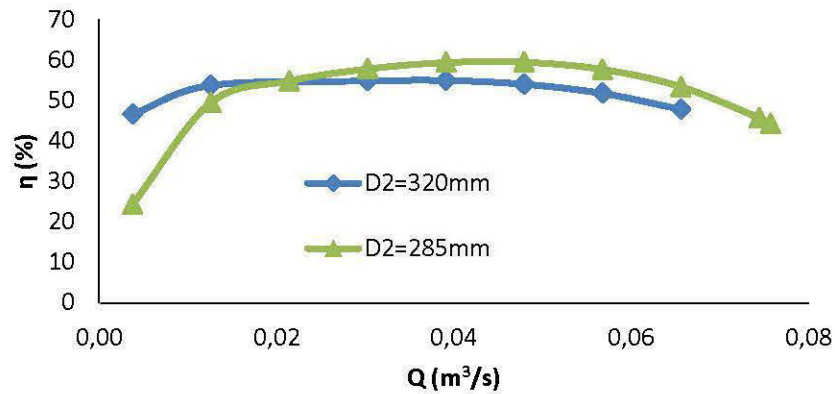
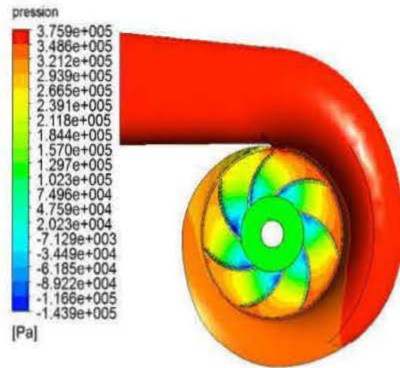
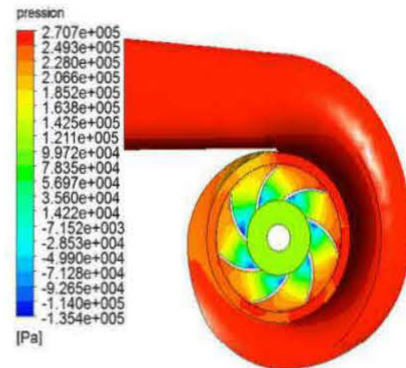


Figure 50: Rendement en fonction du débit (diamètre de la roue dans une volute)

Les figures 51 et 52 représentent respectivement les contours de pression statique et les vecteurs de vitesses d'écoulement pour un débit de $0.065 \text{ m}^3/\text{s}$. Il en ressort que la pression à la sortie de la volute augmente avec l'agrandissement du diamètre externe de la roue. En l'occurrence Les vitesses d'écoulement moyenne diminue à la sortie des roues et sont égales respectivement à 15.40 m/s et 12.51 m/s pour $D_2=320 \text{ mm}$ et $D_2=285 \text{ mm}$

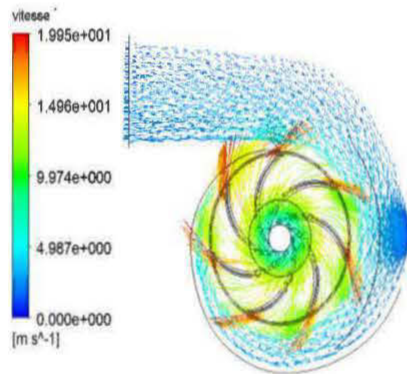


a) $D_2 = 320 \text{ mm}$
 $\Delta P = 3,386 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

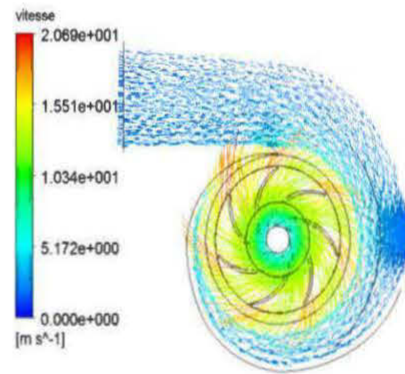


b) $D_2 = 285 \text{ mm}$
 $\Delta P = 2,691 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Figure 51: Contours de pression statique pour un débit de $0.065 \text{ m}^3/\text{s}$
 (Variation du diamètre de la roue dans une volute)



a) $D_2 = 320 \text{ mm}$



b) $D_2 = 285 \text{ mm}$

Figure 52: Vecteurs de vitesse d'écoulement pour un débit de $0.065 \text{ m}^3/\text{s}$
 (Variation du diamètre de la roue dans une volute)

5.3.6 Effet de variation du rayon de la volute en maintenant la même roue

Pour analyser l'effet de variation du rayon de la volute sur la hauteur manométrique, la puissance et le rendement les simulations ont été effectuées en variant le rayon R de la volute tels que définie sur la figure 53 et en maintenant la même roue (tableau 2).

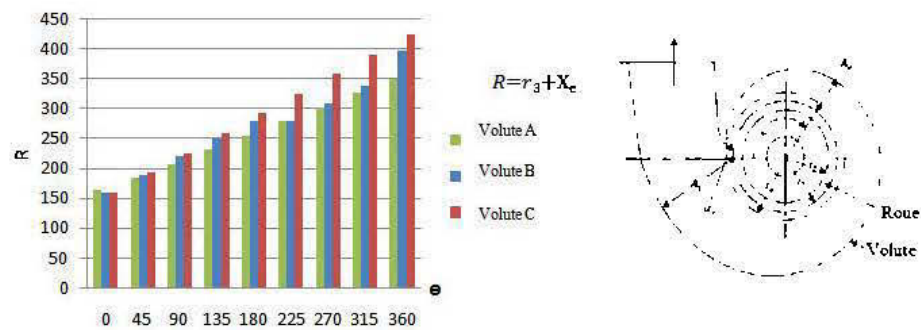


Figure 53: Variation du rayon de la volute R en fonction de l'angle θ

Les figures 54 et 55 représentent respectivement la hauteur manométrique et la puissance en fonction du débit. Il a été observé de ces figures qu'il n'y a pas de grande variation de hauteur manométrique et de puissance suite à l'agrandissement de la section droite de la volute. Par contre la diminution du rayon de la volute améliore légèrement le rendement tel qu'indiqué à la figure 56.

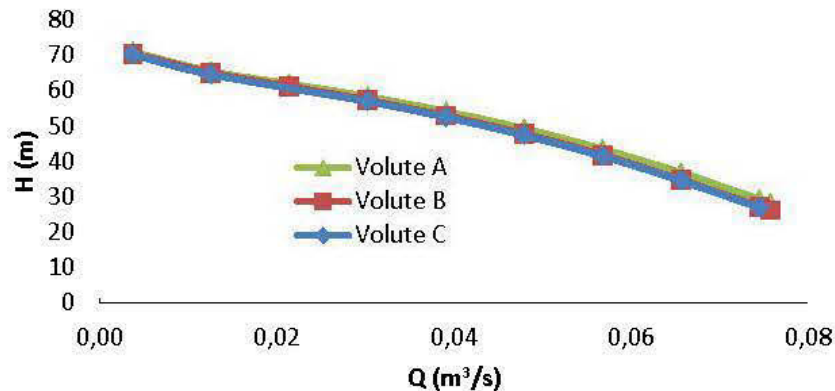


Figure 54: Hauteur manométrique en fonction du débit (Rayon de la volute)

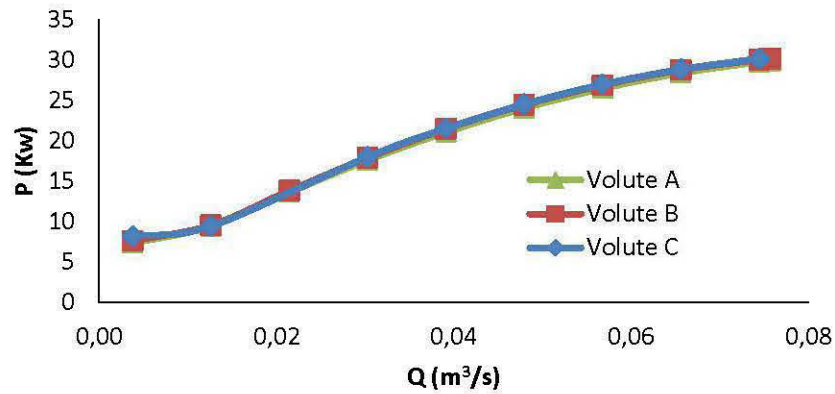


Figure 55: Puissance en fonction du débit (Rayon de la volute)

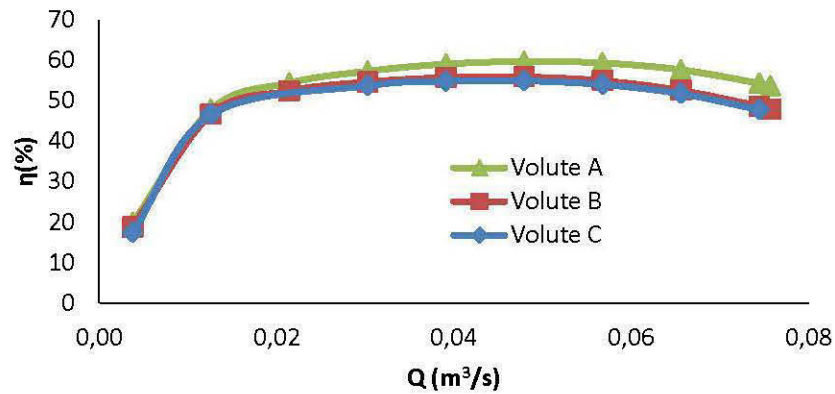


Figure 56: Rendement en fonction du débit (Rayon de la volute)

5.3.7 Effets de variation de la largeur de la Roue-diffuseur

Pour analyser l'effet de variation de la largeur de la roue et du diffuseur sur la hauteur manométrique, la puissance absorbée et le rendement global, les largeurs de l'ensemble roue-diffuseur de 12 mm, 18 mm et 24 mm ont été choisies.

Il a été remarqué aux figures 57 et 58 qui représentent respectivement les courbes de la hauteur manométrique et de la puissance absorbée en fonction du débit volumique, qu'il y a une augmentation de hauteur manométrique à partir d'un débit de $0.03 \text{ m}^3/\text{s}$, de plus il y a une augmentation considérable de puissance globale pour tous les débits

d'opération avec l'accroissement de la largeur de l'ensemble roue-diffuseur. Ceci s'explique par le fait de l'agrandissement de la section de l'ensemble roue-diffuseur.

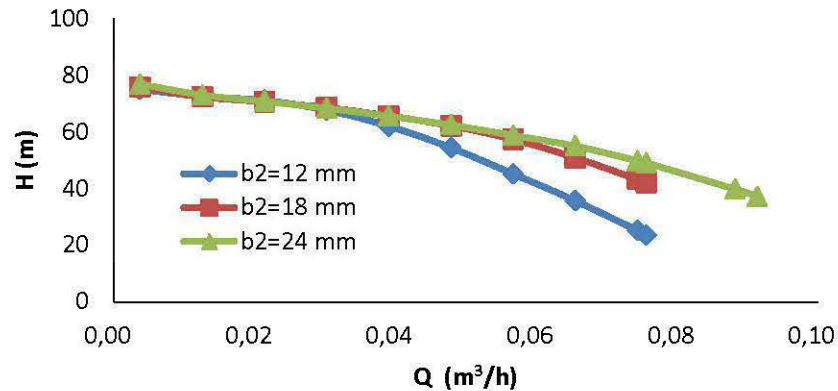


Figure 57: Hauteur manométrique en fonction du débit (largeur du diffuseur)

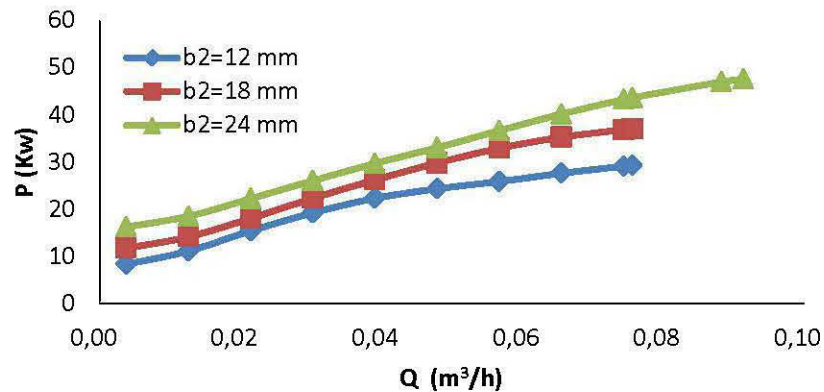


Figure 58: Puissance en fonction du débit (largeur du diffuseur)

La figure 59 représente les courbes des rendements globales en fonction du débit. Il en ressort de cette figure que les rendements globales de l'ensemble roue-diffuseur à des débits inférieur ou égale à $0.03\text{m}^3/\text{s}$ se rapproche pour les trois cas, d'autre part le rendement de l'ensemble roue-diffuseur d'une largeur de 24mm est meilleur que ceux à 18mm et 12mm pour les débits entre $0.03\text{m}^3/\text{s}$ et $0.07\text{m}^3/\text{s}$ et, enfin pour les débits supérieur à $0.07\text{m}^3/\text{s}$ les rendements de l'ensemble roue-diffuseur d'une largeur de 24 et 18mm se rapproche et le rendement le plus faible est observé sur l'ensemble roue-diffuseur de largeur de 12mm.

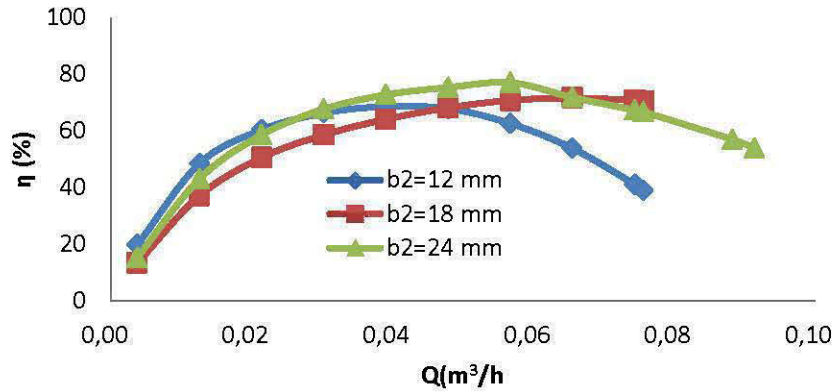


Figure 59: Rendement en fonction du débit (largeur du diffuseur)

La figure 60 montre le contour de pression statique obtenu pour un débit de $0,065 \text{ m}^3/\text{s}$. Le maximum de pression est atteint à la sortie du diffuseur. En outre, cette figure indique clairement que la pression augmente quand la largeur de la roue et du diffuseur accroît. Ceci concorde avec la diminution de perte de charge du fait de l'augmentation de la section avec la largeur de l'ensemble roue-diffuseur.

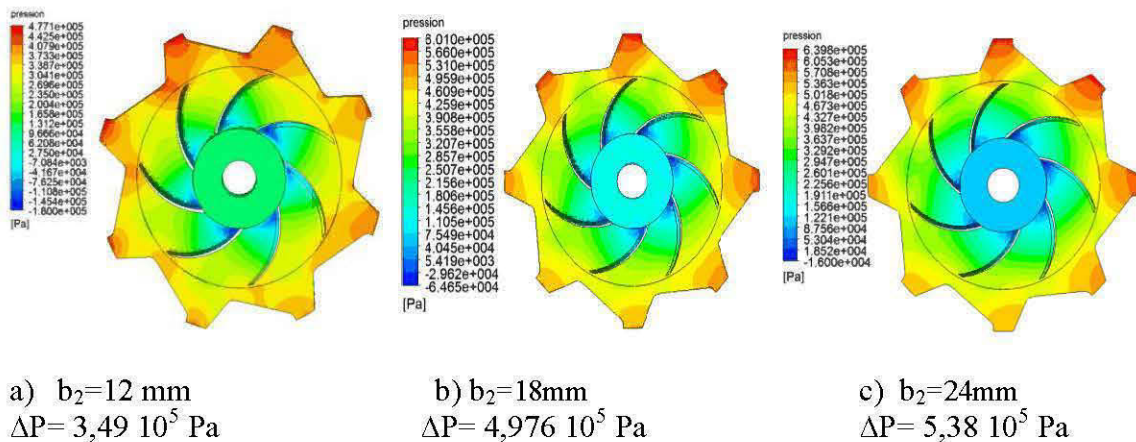


Figure 60: Contours de pression statique pour un débit de $0.065 \text{ m}^3/\text{s}$
 (Variation de la largeur de la Roue-diffuseur)

La figure 61 représente les vecteurs de vitesse d'écoulement pour un débit de $0.065 \text{ m}^3/\text{s}$. L'accroissement de la largeur de la roue et du diffuseur conduit à une diminution de la vitesse, ce qui est nettement aperçu à la sortie du diffuseur. Les vitesses d'écoulement à la sortie des diffuseurs sont égales respectivement à 12.22 m/s , 10.04 m/s et 9.52 m/s pour les largeurs $b_2=12\text{mm}$, $b_2=18\text{mm}$ et $b_2=24\text{mm}$.

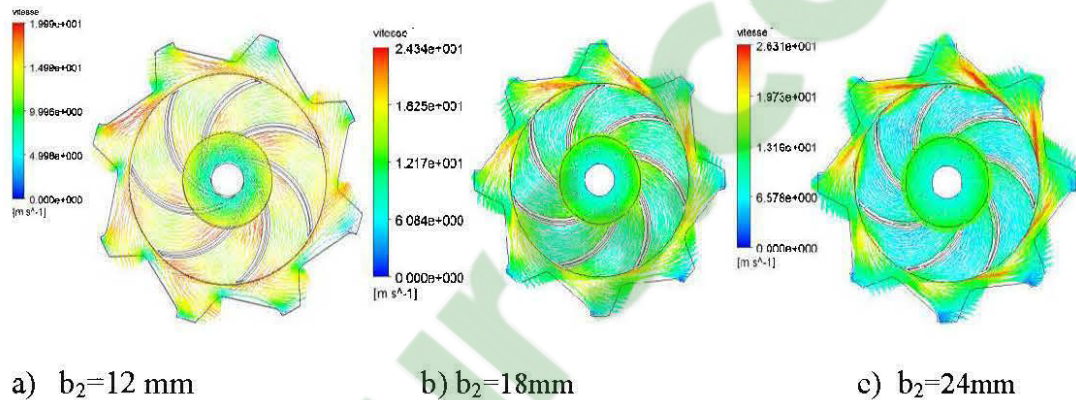


Figure 61: Vecteurs de vitesse d'écoulement pour un débit de $0.065 \text{ m}^3/\text{s}$
(Variation de la largeur de la Roue-diffuseur)

5.3.8 Effets de variation de nombre d'aubes du diffuseur

Pour examiner l'effet de variation de nombre d'aubes du diffuseur sur la hauteur manométrique, la puissance et le rendement, les variantes 5, 8 et 12 aubes ont été sélectionnées, en conservant les autres paramètres constants et en maintenant la même roue. Dans ce cas, il a été observé aux figures 62-64, qui représentent respectivement les courbes caractéristiques de la hauteur manométrique de la puissance absorbée et du rendement global en fonction du débit. Que pour quasiment tous les débits d'opération il n'y a pas une grande amélioration ni grand changement au niveau des performances de la pompe, par contre une augmentation de la hauteur manométrique est du rendement est observé pour les débits supérieur à $0.06 \text{ m}^3/\text{s}$ sur les diffuseurs à 12 aubes.

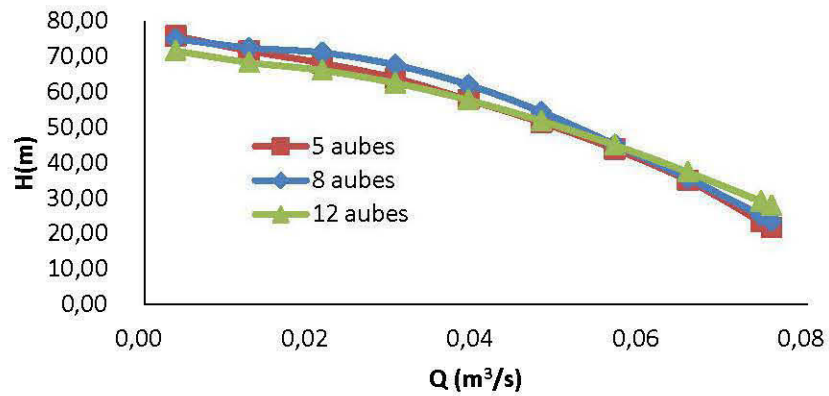


Figure 62: Hauteur manométrique en fonction du débit
(Nombre d'aubes du diffuseur)

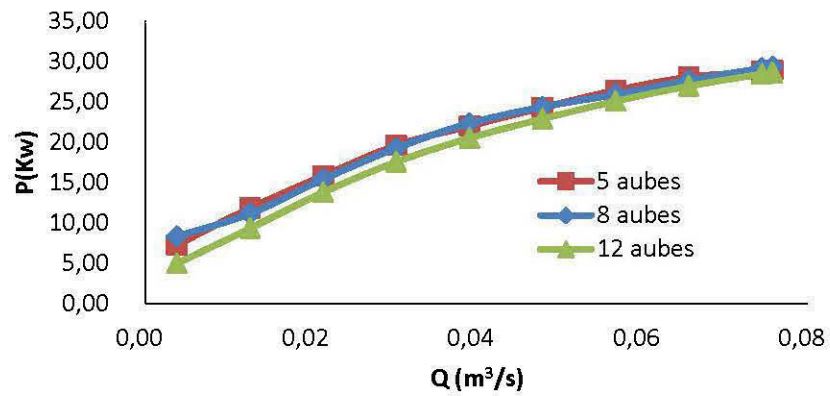


Figure 63: Puissance en fonction du débit (nombre d'aubes du diffuseur)

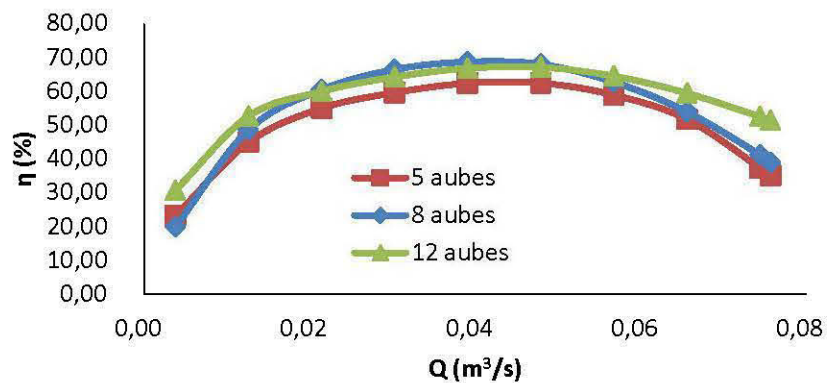


Figure 64: Rendement en fonction du débit (nombre d'aubes du diffuseur)

Les figures 65 et 66 présentent le contour de pression et les vecteurs de vitesses pour un débit de $0,065\text{m}^3/\text{s}$. l'augmentation de la pression dans un diffuseur à 12 aubes est nettement observée sur la figure 65, ceci se développe par le ralentissement du liquide à la sortie du diffuseur qui est aussi clairement remarqué sur la figure 66. Les vitesses d'écoulement à la sortie des diffuseurs sont égales respectivement à 15.13 m/s , 12.22 m/s et 9.06 m/s pour les diffuseurs à 5 aubes, 8 aubes et 12 aubes.

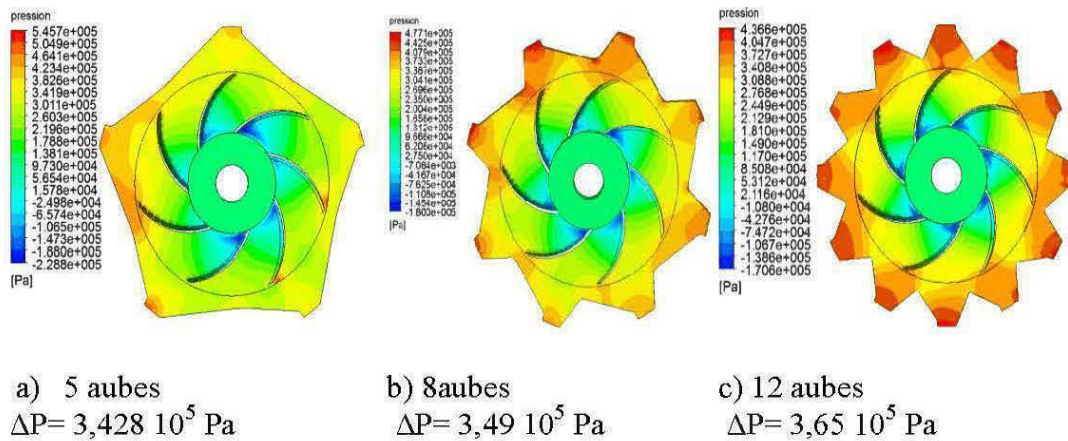


Figure 65: Contour de pression statique pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$
(Variation de nombre d'aubes du diffuseur)

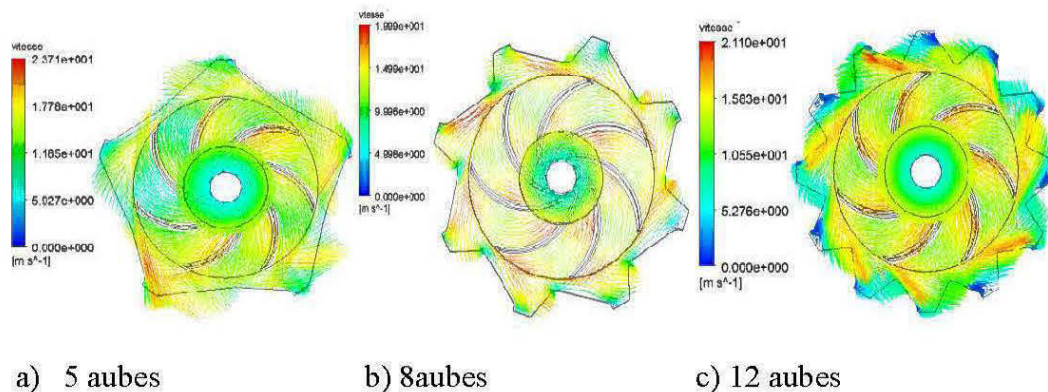


Figure 66: Vecteurs des vitesses d'écoulement pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$
(Variation de nombre d'aubes du diffuseur)

La figure 67 montre le phénomène de recirculation qui apparaît en augmentant le nombre d'aubes du diffuseur. Ces recirculations de particules liquides constituent une perte de vitesse considérable à la sortie du diffuseur.

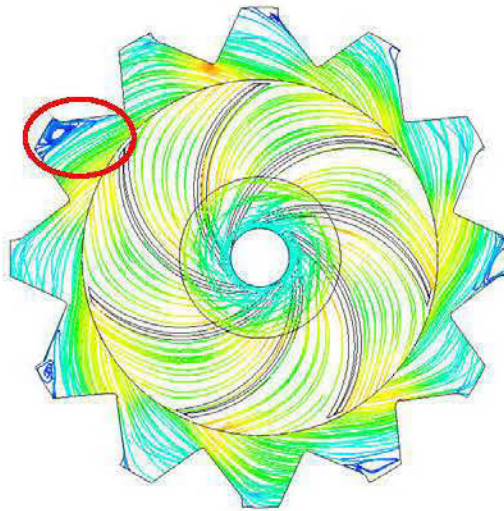


Figure 67: Champ de ligne de courant pour un débit de $0.065\text{m}^3/\text{s}$
(Effet de recirculation)

CHAPITRES 6

VALIDATION DES RESULTATS

Afin de valider les résultats des simulations numériques, les résultats expérimentaux pour le cas de roue-diffuseur obtenus du banc d'essais de pompes hydrauliques de Technosub [26] ont été utilisés.

La figure 68 montre la comparaison entre les courbes de hauteur manométrique résultantes des simulations numériques et ceux des tests expérimentaux. Il ressort de cette figure que la courbe de la Hauteur manométrique en fonction du débit volumique obtenue par les simulations numériques se rapproche de la courbe expérimentale.

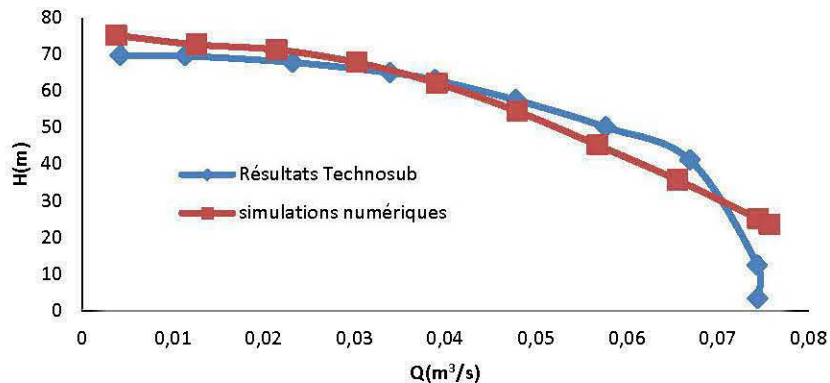


Figure 68: Hauteur manométrique en fonction du débit (comparaison numérique et expérimental)

En outre, la figure 69 représente les courbes de puissances absorbées en fonction du débit obtenues par des simulations numériques et expérimentalement. De cette figure, il est constaté que la puissance réelle est plus élevée que celle prédite par cette étude. Les écarts observés pour différents débits peuvent être justifiés par le fait que les simulations

numériques de l'ensemble roue-diffuseur ont été réalisées sans tenir compte du corps de la pompe, des pertes mécanique (paliers, joints d'étanchéités, etc.) et des pertes dues aux fuites internes.

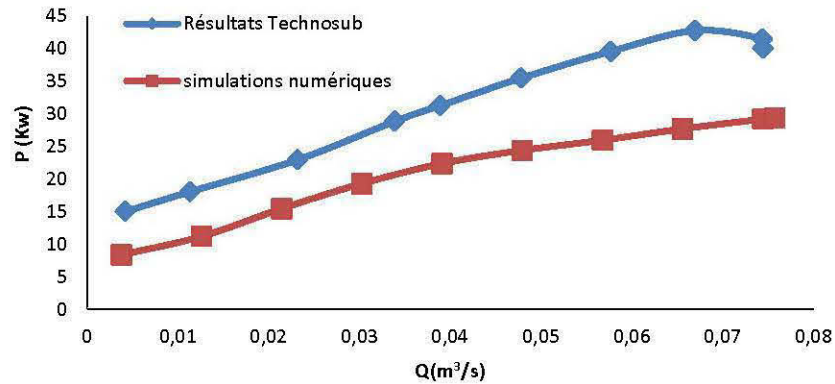


Figure 69: Puissance en fonction du débit (comparaison numérique et expérimental)

Enfin, les rendements obtenus numériquement et expérimentalement sont comparés à la figure 70. Il en résulte que le rendement obtenu numériquement se rapproche nettement du rendement trouvé expérimentalement.

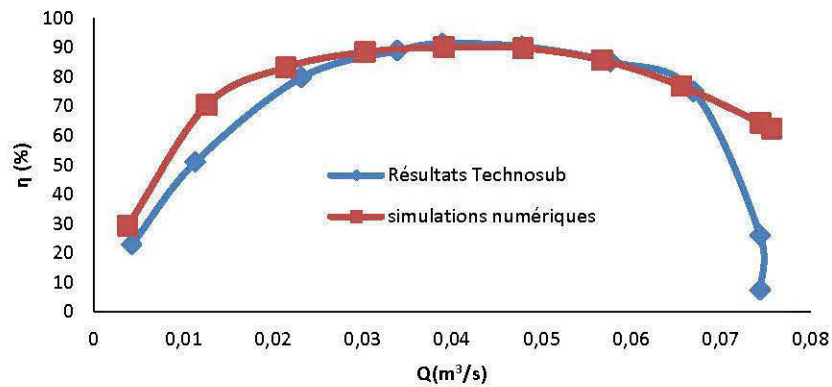


Figure 70: Rendement en fonction du débit (comparaison numérique et expérimental)

CHAPITRE 7

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans cette étude, des approches numériques d'une roue, de l'ensemble roue-volute et de l'ensemble roue-diffuseur ont été développées pour identifier les paramètres clés qui améliorent les performances d'une pompe centrifuge, tels que la largeur de la roue, les angles de sortie de la roue, l'épaisseur des aubes de la roue, les paramètres de la volute, le diamètre de la roue en maintenant une volute constante, le nombre d'aube de la roue dans une volute, le nombre d'aubes du diffuseur et la largeur de l'ensemble roue-diffuseur.

Les données géométrique de la roue, de l'ensemble roue diffuseur et de l'ensemble roue volute ont été basées sur une pompe centrifuge existante et la théorie des turbomachines. Les modèles numériques de la roue, de l'ensemble roue-volute et l'ensemble roue-diffuseur ont été développés à l'aide du logiciel ANSYS-CFX à partir des modèles géométriques de ces derniers. A cet effet, le logiciel inventor a été utilisé pour modéliser géométriquement les domaines du fluide dans la roue, l'ensemble roue-volute et l'ensemble roue-diffuseur. Ensuite les modèles géométriques obtenus ont été maillés au moyen du module Mesh-Meshing pour obtenir les modèles 3D en volumes finis en passant par le module Design-Modeler. La prise en compte des équations de continuités, des équations de Navier-Stokes, du modèle de turbulence K- ϵ , des conditions aux frontières et les interfaces entre les surfaces pour obtenir les modèles numériques a été faite en utilisant le module CFX-PRE. Les modèles numériques ont été résolus à l'aide du module CFX-Solver et les résultats des simulations sont obtenus dans le module CFX-Post.

Pour analyser l'influence des paramètres clés sur la hauteur manométrique, sur la puissance et sur le rendement, les cas suivants ont été étudiés et analysés : l'effet de variation de la largeur de la roue; l'effet de variation des angles d'aubes de sortie de la roue; l'effet de variation de l'épaisseur des aubes de la roue; l'effet de variation du diamètre de la roue en maintenant une volute constante; l'effet de variation des paramètres de la volute; l'effet de variation de nombre d'aube de la roue en gardant la même volute; l'effet de variation de nombre d'aubes du diffuseur et enfin l'effet de variation de la largeur de l'ensemble roue-diffuseur.

Une étude paramétrique de huit cas différents traités et analysés numériquement, il ressort des résultats des simulations numériques les aspects suivants:

- une amélioration des performances de la roue en diminuant la largeur de la roue;
- une amélioration des performances en augmentant les épaisseurs des aubes;
- en variant les angles des aubes de sortie de la roue:
 - ✓ le rendement d'une roue avec un angle de sortie des aubes de 28° est meilleur que celui à 9° et à 60° ;
 - ✓ Le gain de puissance absorbée en diminuant les angles de sortie de la roue;
- les performances de l'ensemble roue-volute à 7 aubes sont meilleure que celles d'une roue à 5 et à 9 aubes;
- en variant le rayon de la volute et en maintenant la même roue, il a été constaté qu'il n'y a pas de grande amélioration ni grand changement au niveau des performances (hauteur manométrique, puissance et rendement).
- les performances de la pompe s'améliorent en diminuant la largeur de l'ensemble roue-diffuseur.

- en variant le nombre d'aubes du diffuseur et en gardant la même roue, il a été constaté qu'il n'y a pas une grande amélioration ni grand changement au niveau des performances (hauteur manométrique, puissance et rendement).

Pour valider l'approche développée, les résultats des simulations numériques (hauteur manométrique, puissance et rendement) pour le cas roue-diffuseur ont été comparés avec ceux expérimentaux. Cette comparaison montre une bonne concordance pour tous les débits d'opération. Les écarts observés ont été dus globalement à la non-prise en compte des pertes mécaniques et des pertes par fuites dans les simulations réalisées.

Dans l'ensemble, les résultats obtenus mettent en lumière l'intérêt de l'utilisation des approches numériques pour mieux concevoir, caractériser, analyser et optimiser les performances des pompes centrifuges à fluide incompressible.

Dans le cadre de la poursuite de ces travaux, les points suivant pourraient être investigués :

- prendre en compte dans le cas de l'ensemble roue-diffuseur les pertes par frottement et par fuite en introduisant des coefficients de réglage supplémentaires ou en réalisant l'étude avec le corps de la pompe au complet.
- prendre en compte de l'effet de variation des propriétés du fluide avec la température.
- faire une étude en variant deux à trois paramètres géométriques à la fois et observer leur effet sur les performances de la pompe.
- prendre en compte de l'effet de cavitation en jouant sur le diamètre intérieur de la roue.

- faire une étude instationnaire pour étudier le comportement dynamique des écoulements dans des pompes centrifuges.
- faire une étude d'optimisation de l'ensemble roue-diffuseur-volute.

RÉFÉRENCES

- [1] http://www.csf.it/gestione/imgs_cat/2/DCATLMF.pdf
- [2] Weidong Zhou, Zhimei Zhao, T. S. Lee, and S. H. Winoto, Investigation of Flow Through Centrifugal Pump Impellers Using Computational Fluid Dynamics. *Intern. Journal of Rotating Machinery*, 9(1): 49–61, 2003.
- [3] John S. Anagnostopoulos, A fast numerical method for flow analysis and blade design in centrifugal pump impellers. *Computers & Fluids* 38, 284–289, 2009.
- [4] CUI Baoling, Z, H U Zuchao, HANG Jianci, CHEN Ying, The Flow Simulation and Experimental Study of Low-Specific-Speed High-speed Complex Centrifugal Impellers. *Chinese J. Chem. Eng.*, 14 (4) 435-441, 2006.
- [5] K.W. Cheah, T. S. Lee, S. H. Winoto, and Z.M. Zhao, Numerical Flow Simulation in a Centrifugal Pump at Design and Off-Design Conditions. Hindawi Publishing Corporation *International Journal of Rotating Machinery*, Volume 2007, Article ID 83641, 8 pages, 2007.
- [6] M. H. Shojaeefard, F. A. Boyaghchi and M. B. Ehghaghi, Experimental Study and Three-Dimensional Numerical Flow Simulation in a Centrifugal Pump when Handling Viscous Fluids. *IUST International Journal of Engineering Science*, Vol. 17, No.3-4, 53-60, 2006.
- [7] Wen-Guang Li, Fa-Zhang Su and Cong Xiao, Influence of the number of impeller blades on the performance of centrifugal oil pumps. *World Pumps*, Volume 2002, Issue 427, Pages 32-35, 2002.
- [8] M. H. Shojaeefard and F.A. Boyaghchi, Studies on the Influence of Various Blade Outlet Angles in a Centrifugal Pump when Handling Viscous Fluids. *American Journal of Applied Sciences* 4 (9): 718-724, 2007.
- [9] E.C. Bacharoudis, A.E. Filios, M.D. Mentzos and D.P. Margaritis, Parametric Study of a Centrifugal Pump Impeller by Varying the Outlet Blade Angle. *The Open Mechanical Engineering Journal*, 2, 75-83, 2008.

- [10] Mustafa Gölcü, Yasar Pancar, Investigation of performance characteristics in a pump impeller with low blade discharge angle. *World Pumps*, Volume 2005, Issue 468, Pages 32-40, September 2005.
- [11] J. González, J. Fernández-Francos, E. Blanco, and C. Santolaria-Morros, Numerical simulation of the dynamic effects due to impeller-volute interaction in a centrifugal pump. *Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering*, vol. 124, no. 2, pp. 348–355, 2002.
- [12] Miguel Asuaje, Farid Bakir, Smaïne Koudri, Frank Kenyery, Robert Rey, Numerical Modelization of the Flow in Centrifugal Pump: Volute Influence in Velocity and Pressure Fields. *International Journal of Rotating Machinery*: 3, 244–255, 2005.
- [13] Kevin A. Kaupert, Thomas Staubli, The Unsteady Pressure Field in a High Specific Speed Centrifugal Pump Impeller - Part I: Influence of the Volute. *Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering*, Vol. 121, 621-626, 1999.
- [14] Peter Hergt, Stephan Meschkat and Bernd Stoffel, The flow and head distribution within the volute of a centrifugal pump in comparison with the characteristics of the impeller without casing. *Journal of Computational and Applied Mechanics*, Vol. 5, No. 2, pp. 275-285, 2004.
- [15] Adnan Ozturk, Kadir Aydin, Besir Sahin and Ali Pinarbasi, Effect of impeller-diffuser radial gap ratio in a centrifugal pump. *Journal of Scientific and Industrial Research*, Vol. 68, 203-213, 2009.
- [16] Technosub inc., <http://technosub.net/>
- [17] William W. Peng, *Fundamentals of turbomachinery*, John Wiley and Sons, Hoboken, New Jersey, 2008.
- [18] G. LEMASSON, Les machines transformatrices d'énergie, TOME II, Turbomachine-Machine alternatives, 1967.
- [19] Spalart, P.R., Jou, W.H., Strelets, M., and Allmaras, S.R., "Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach." 1st AFOSR Int. Conf. On DNS/LES, Aug.4-8, 1997.

- [20] Documentations CFX 2003 / (1) Solver Theory / (2) Turbulence And Near Wall Theory.
- [21] Launder, B.E., and Spalding, D.B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows." Comput. Meths. Appl. Mech. Eng. (1974), 3, 269-289.
- [22] Ansys inc., ANSYS-CFX, User Manual, 2008.
- [23] E.C. Bacharoudis, A.E. Filios, M.D. Mentzos¹ and D.P. Margaris, Parametric Study of a Centrifugal Pump Impeller by Varying the Outlet Blade Angle, The Open Mechanical Engineering Journal, 2008.
- [24] POULAIN (J.), Techniques de l'Ingénieur, traité Génie mécanique. – Pompes rotodynamiques. Exploitation. B 4 308 4-1997.
- [25] POULAIN (J.), Techniques de l'Ingénieur, traité Génie mécanique. – Pompes rotodynamiques. Présentation. Description. B 4 300 11-1996.
- [26] POULAIN (J.), Techniques de l'Ingénieur, traité Génie mécanique. – Pompes rotodynamiques. Fonctionnement. B 4 302 11-1996.
- [27] POULAIN (J.), Techniques de l'Ingénieur, traité Génie mécanique. – Pompes rotodynamiques. Projet d'une pompe. B 4 304 1-1997.
- [28] POULAIN (J.), Techniques de l'Ingénieur, traité Génie mécanique. – Pompes rotodynamiques. Problèmes mécaniques particuliers. B 4 306 1-1997.
- [29] P.L. Fraenkel, les machines élévatoires, Bulletin FAO d'irrigation et de drainage 43, 1994.
- [30] LAPRAY (J.F.), Techniques de l'Ingénieur, traité Génie mécanique. – Pompes centrifuges, hélicocentrifuges et axiales : cavitation. B 4 313 11-1994.
- [31] POULAIN (J.), Techniques de l'Ingénieur, traité Génie mécanique. – Bruit des pompes. BM 4 179 7-1998.
- [32] Yang, M., Gu, H., Liu, D., Jia, W., Gao, B., Numerical simulation and experiment study for turbulent flow in the impeller of centrifugal pump. Chinese Journal of Mechanical Engineering, Vol. 42, Issue 12, 2006, Pages 180-185.
- [33] www.azprocede.fr/Cours_GC/pompe_centrifuge_re
- [34] www.directindustry.fr/prod/emile-egger-co-ag/pompe-a-helice-62011-403900.html

- [35] Autodesk inc, logiciel Inventor.
- [36] BERT P.F, Modélisation des écoulements instationnaires dans les turbomachines par une méthode éléments finis. Thèse de Doctorat Grenoble: Institut National Polytechnique de Grenoble, 1996.
- [37] Lewis R. I., Turbomachinery Performance Analysis, ARNOLD, Great Britain, 1996.
- [38] Logiciel ANSYS-CFX.
- [39] Miguel ASUAJE, Méthodologie et optimisation dans la conception et l'analyse des performances des turbomachines à fluide incompressible, Thèse de Doctorat, L'école nationale supérieure d'arts et métiers, 2004.